

На правах рукописи



Шляхов Станислав Владимирович

**РАЗВИТИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ
МЕТОДОВ К РЕШЕНИЮ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ
ТЕХНИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПЛАСТИНОК С
КРИВОЛИНЕЙНЫМИ УЧАСТКАМИ КОНТУРА**

05.23.17 – Строительная механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Орел – 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева».

Научный руководитель: **Коробко Виктор Иванович**
доктор технических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Филатов Владимир Владимирович**
доктор технических наук, профессор
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», кафедра строительной механики, профессор (г.Москва)

Ступишин Леонид Юлианович
кандидат технических наук, профессор
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Юго-Западный государственный университет», кафедра уникальных зданий и сооружений, профессор (г. Курск)

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (Национальный исследовательский университет)» (г. Челябинск)

Защита диссертации состоится «30» ноября 2019 г. в 12.00 часов на заседании объединенного диссертационного совета Д 999.094.03, созданного на базе ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева, ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет, по адресу: 305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на официальном сайте ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет»: <https://swsu.ru>.

Автореферат разослан «15» октября 2019 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета,
д.т.н., профессор



Н.В. Бакаева

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Пластинки разнообразных форм с различными граничными условиями являются широко распространенными конструктивными элементами зданий и сооружений, машин и механизмов. В настоящее время известно немного точных методов решения задач технической теории пластинок. Как правило, пластинки сложных форм и сложными граничными условиями рассчитываются приближенными методами, преимущественно численными. Широко распространенными являются метод конечных элементов (МКЭ) и метод конечных разностей (МКР). Однако при их использовании зачастую теряется физический смысл решаемой задачи, поскольку каждый раз решение отыскивается для пластинки конкретной формы с определенными граничными условиями. Полученный ответ трудно сопоставить, с соответствующими физическими характеристиками, принадлежащими некоторому подмножеству форм пластинок с одинаковыми граничными условиями.

Поэтому в строительной механике проблема разработки и развития приближенных аналитических методов расчета пластинок остается по-прежнему актуальной. Одним из таких методов, активно развивающихся в последнее время, является метод интерполяции по коэффициенту формы (МИКФ), который относится к геометрическим методам. Он позволяет свести решение сложной физической задачи к элементарной геометрической и, что самое главное, дает возможность представлять искомое решение в виде аналитических зависимостей, объединяющих определенные подмножества форм пластинок с определенными граничными условиями.

Степень разработанности темы исследования. Теоретические основы этого метода разработаны. Однако практика его применения ограничена в основном треугольными и четырехугольными пластинками (ромбические, параллелограммные, трапециевидные). Для более широкого внедрения МИКФ в проектную практику необходимо дальнейшее его развитие применительно к определенным классам форм пластинок с учетом их изопериметрических свойств и закономерностей изменения при различных геометрически преобразованиях. Своеобразный класс форм пластинок представляют собой фигуры в виде частей круга (секторы, сегменты, луночки, круг с отсеченными частями и др.), которые широко используются в качестве конструктивных элементов строительных и машиностроительных конструкций (поворотные вставки между прямоугольными секциями жилых домов, площадки для обслуживания сложного технологического оборудования промышленных предприятий, элементов силового каркаса корабля, летательных аппаратов и других машин). Развитию и применению МИКФ к расчету жесткости таких пластинок и их основной частоты

колебаний будет посвящена данная работа.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются упругие изотропные пластинки в форме частей круга с однородными граничными условиями (либо шарнирное опирание по контуру, либо жесткое защемление). **Предмет исследования** – геометрические методы определения жесткости пластинок w_0 , нагруженных равномерно распределенной нагрузкой q , и основной частоты колебаний в ненагруженном состоянии ω .

Цель исследования состоит в развитии теоретических основ и совершенствовании метода интерполяции по коэффициенту формы для расчета упругих пластинок, имеющих форму частей круга.

Для реализации поставленной цели необходимо решить следующие **основные задачи**:

- получить формулы для определения коэффициента формы, изучить его изопериметрические свойства и закономерности изменения для геометрических фигур, представляющих собой различные части круга, при разнообразных геометрических преобразованиях;

- выбрать рациональные структуры аппроксимирующих функций для использования методики МИКФ к расчету пластинок рассматриваемых форм и протестировать их на основе известных решений;

- используя методику МИКФ, построить аналитические зависимости для определения жесткости равномерно нагруженных пластинок в виде частей круга при однородных граничных условиях и основной частоты колебаний этих пластинок в ненагруженном состоянии;

- сформулировать и доказать изопериметрические теоремы относительно экстремальных свойств интегральных физических характеристик (максимального прогиба и основной частоты колебаний) для пластинок рассматриваемого класса форм;

- разработать метод масштабирования для решения рассматриваемых задач, методику его применения на основе установленного свойства подобия аппроксимирующих функций, полученных с использованием коэффициента формы и интегральных физических параметров рассматриваемых пластинок;

- с помощью полученных аппроксимирующих функций с учетом коэффициента масштабирования провести решение рассматриваемого класса задач и результаты представить в табличном виде.

Методы исследования. В процессе проведения исследований использовались классические методы технической теории пластинок, методы физико-механического и геометрического подобия пластинок, изопериметрический метод, метод интерполяции по коэффициенту формы, методы построения аппроксимирующих функций и регресси-

онных зависимостей.

Научную новизну работы составляют следующие результаты:

- расчетные зависимости для определения коэффициента формы различных фигур в виде частей круга при различных геометрических преобразованиях;

- изопериметрические свойства и закономерности изменения коэффициента формы для различных фигур из рассматриваемого множества форм пластинок;

- структура аппроксимирующих функций для решения рассматриваемых задач теории пластинок с помощью МИКФ, и построенные аппроксимирующие функции для пластинок из рассматриваемого класса форм;

- использование закономерности о функциональной связи между жесткостью пластинок с однородными и комбинированными граничными условиями и основной частотой колебаний;

- способы определения множества интегральных характеристик пластинок в виде частей круга с использованием лишь одного известного точного решения соответствующих задач теории пластинок.

- метод масштабирования и методика его реализации при построении аппроксимирующих функций для определения жесткости и основной частоты колебаний пластинок из рассматриваемого множества форм.

Практическая ценность работы заключается в следующем:

- в построении большого числа расчетных зависимостей, позволяющих находить значения коэффициента формы пластинок с криволинейными участками опорного контура (пластинок в форме частей круга), максимального прогиба таких пластинок и основной частоты колебаний;

- в разработке практических способов использования МИКФ при расчете пластинок в виде частей круга;

- в разработке метода масштабирования, методики его использования и рекомендаций по его применению к пластинкам в виде частей круга;

- в решении большого числа конкретных задач с их графическим представлением и составлением соответствующих таблиц.

Достоверность полученных в работе результатов подтверждается их сопоставлением с известными решениями аналогичных задач других исследователей, приводимых в научной и справочной литературе, а также решением большого количества тестовых задач.

На защиту выносятся:

- расчетные зависимости для определения коэффициента формы K_f областей в виде частей круга, его изопериметрические свойства и закономерности изменения при различных геометрических преобразованиях;

- закономерность о функциональной связи между жесткостью пластинок с любыми граничными условиями с основной частотой ко-

лебаний и ее аналитическое представление; примеры использования закономерности при расчете пластинок рассматриваемых форм;

– структура аппроксимирующих функций для решения отдельных задач теории пластинок, связывающие жесткость пластинок и основную частоту колебаний с коэффициентом формы K_f ;

– метод масштабирования, методика его реализации и аналитические зависимости $F(K_f)$ для определения рассматриваемых интегральных физических характеристик пластинок определенного вида с учетом коэффициента масштабирования.

Апробация работы. Результаты научной работы докладывались и обсуждались на ежегодных научно-технических конференциях профессорско-преподавательского состава ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева» (Орел, 2016...2018); а также на международных научно-технических конференциях: 8-я Международная конференция по проблемам горной промышленности, строительства и энергетики «Социально-экономические и экологические проблемы горной промышленности, строительства и энергетики» (Тула, 2012); XXII студенческая международная научно-практическая конференция «Научное сообщество студентов XXI столетия. Технические науки» (Новосибирск, 2014); Международные академические чтения «Безопасность строительного фонда России. Проблемы и решения» (Курск, 2014); 2-ой Брянский международный инновационный форум «Строительство-2016» (Брянск, 2016); I международная научно-практическая конференция молодых учёных «Безопасный и комфортный город» (Орел, 2017); II международная научно-практическая конференция молодых учёных «Безопасный и комфортный город» (Орел, 2018); VI International Scientific Conference «Integration, Partnership and Innovation in Construction Science and Education» (Москва, 2018).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 14 научных работ, в том числе в 6-и изданиях, входящих в перечень, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, и одна – в изданиях, индексируемых в международной сети Scopus.

Структура и объем работы. Диссертация изложена на 161 страницах, включая 136 страницы основного текста, и состоит из введения, 4 глав, основных результатов и выводов, списка литературы, включающего 144 наименования, и 3 приложений (25 стр.). В диссертации 54 рисунка и 32 таблицы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, дается ее общая характеристика, приводятся цель и задачи исследования, указываются достоверность и научная новизна результатов, их теоретиче-

ская значимость и практическая ценность, сведения об апробации результатов работы.

В первой главе приводится краткий аналитический обзор прямых, вариационных, численных и геометрических методов решения задач теории изгиба пластинок.

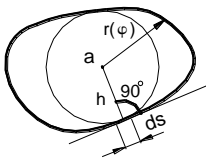
Основополагающие труды по теории изгиба пластинок и методам их расчета принадлежат российским и советским ученым, среди которых наиболее известными являются И.Г. Бубнов, В.З. Власов, Б.Г. Галеркин, А.Н. Динник, А.А. Ильюшин, Л.В. Канторович, Б.Г. Корнев, Н.М. Крылов, В.В. Мухелишвили, П.Ф. Папкович, Ю.Н. Работнов, А.Р. Ржаницын, С.П. Тимошенко и другие.

Среди зарубежных ученых следует выделить работы Р. Галлагера, Ж. Деклу, О. Зенкевича, В. Ольшака, В. Прагера, Дж. Редди, В. Ритца, М. Сада, Е. Треффца, Д.Т. Чана и других.

Из современных российских ученых, работающих в этом направлении, следует отметить труды Н.П. Абовского, Г.В. Василькова, Р.Ф. Габбасова, А.В. Коробко, В.И. Коробко, А.М. Масленникова, В.В. Петрова, А.А. Трещева, В.В. Филатова, Н.Н. Шапошникова и другие.

В последнее десятилетие получили существенное развитие геометрические методы расчета пластинок, основанные на физико-геометрической аналогии интегральных физических характеристик пластинок, таких как максимальный прогиб при поперечном изгибе, с интегральными геометрическими характеристиками их формы, выступающих в качестве обобщенного геометрического аргумента для всего множества форм пластинок с выпуклым опорным контуром.

а)



б)

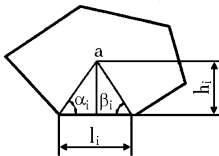


Рисунок 1 –
К определению K_{fa}

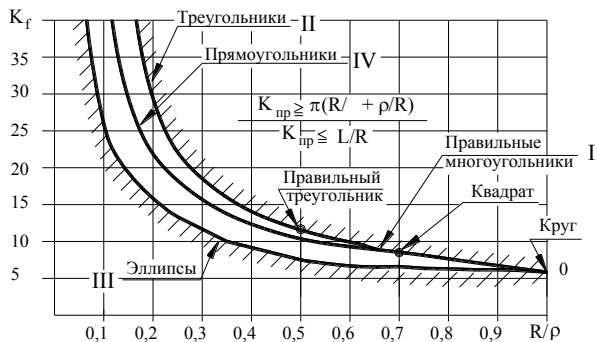


Рисунок 2 – Область распределения коэффициента формы для всего множества фигур в координатных осях $K_f - R/\rho$

В качестве такого аргумента используется известная из математической физики интегральная геометрическая характеристика формы плоской области

$$K_f = \min \oint_L \frac{ds}{h}, \quad (1)$$

где ds – линейный элемент контура; h – перпендикуляр, опущенный из точки a на касательную, проведенную к переменной точке контура (рисунок 1, a), которую широко использовали в своих исследованиях известные математики Г. Полюа и Г. Сёге. В современных работах эта геометрическая характеристика названа коэффициентом формы. Для областей с полигональным контуром (рисунок 1, b) из выражения (1) следует:

$$K_{fa} = \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{h_i} = \sum_{i=1}^n (\operatorname{ctg} \alpha_i + \operatorname{ctg} \beta_i) = \sum_{i=1}^n (\operatorname{ctg} \alpha_i + \operatorname{ctg} \beta_{i-1}), \quad (2)$$

где n – количество сторон многоугольника, а остальные обозначения указаны на рисунке.

Если представить распределение значений K_f в координатных осях $K_f - R/\rho$ (где R – наибольший радиус вписанной в фигуру окружности, ρ – наименьший радиус описанной вокруг нее окружности) (рисунок 2), то можно сформулировать закономерность, являющуюся основополагающей в развитии метода интерполяции по коэффициенту формы:

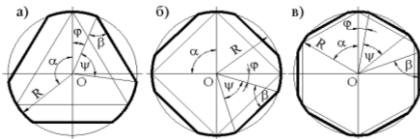
– все множество значений коэффициента формы для областей с выпуклым контуром ограничено с двух сторон: нижнюю границу образуют эллипсы, а верхнюю – многоугольники, описанные вокруг окружности, все стороны которых касаются этой окружности;

– для четырехугольных и треугольных областей нижнюю границу образуют прямоугольники.

На основе указанного аргумента профессором А.В. Коробко разработан эффективный инженерный метод решения задач технической теории пластинок, получившим название метода интерполяции по коэффициенту формы (МИКФ). Этот метод позволяет свести решение сложной физической задачи, без решения описывающих их дифференциальных уравнений, к решению простой геометрической задачи, связанной с изучением поведения коэффициента формы.

Во второй главе с помощью формулы (2) получены формулы для определения значений коэффициента формы K_f для фигур, представляющих собой части круга:

Фигуры, промежуточные между кругом и правильными многоугольниками (рисунок 3)



$$K_f = 2n \left(\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} + \frac{\alpha}{2} - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (3)$$

Рисунок 3

Круговые секторы (рисунок 4)

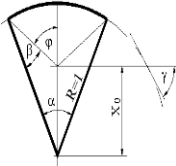


Рисунок 4

$$\sin \gamma = \sin \arccos(x), \quad \beta = \arcsin \frac{x \sin(\alpha/2)}{\sqrt{x^2 + 1 - 2x \cos(\alpha/2)}};$$

$$K_f = 2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha}{2} + \text{ctg} \beta + \sin^{-1} \gamma \quad \left[\begin{array}{l} \pi/2, \varphi = 0 \\ \arctg(\sin \gamma \text{ctg} \beta), \varphi < \pi/2 \\ \pi + \arctg(\sin \gamma \text{ctg} \beta), \varphi > \pi/2 \end{array} \right] \end{array} \right\}. \quad (4)$$

Круговые сегменты (рисунок 5)

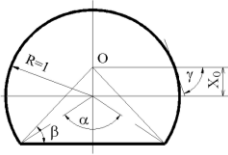


Рисунок 5

$$\sin \gamma = \sin \arccos(x), \quad \text{ctg} \beta = \sin(\alpha/2)/(x + \cos(\alpha/2));$$

$$K_f = 2 \left[\sum_{i=1}^2 \text{ctg} \beta_i + \frac{\pi - \arctg(\sin \gamma \text{ctg} \beta)}{\sin \gamma} \right]. \quad (5)$$

Фигуры, образованные отсечением от круга двух равновеликих симметрично расположенных сегментов (рисунок 6)

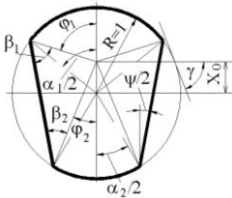


Рисунок 6

$$\sin \gamma = \sin \arccos(x), \quad \psi/2 = \arctg \frac{\sin(\alpha_2/2) - \sin(\alpha_1/2)}{\cos(\alpha_2/2) + \cos(\alpha_1/2)},$$

$$\text{tg} \varphi_1 = \frac{\sin(\alpha_1/2)}{x + \cos(\alpha_1/2)}, \quad \text{tg} \varphi_2 = \frac{\sin(\alpha_2/2)}{\cos(\alpha_2/2) - x};$$

$$K_f = 2 \sum_{i=1}^n \left[\text{ctg} \beta_i + \frac{\arctg(\sin \gamma \text{ctg} \varphi_i)}{\sin \gamma} \right]. \quad (6)$$

Симметричные (рисунок 7) и несимметричные (рисунок 8) круговые луночки

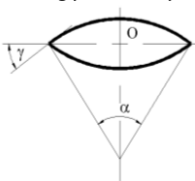


Рисунок 7

$$K_f = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 - \cos^2 \gamma \sin^2 \varphi} = 4 \frac{\arctg(\sin \gamma \text{ctg} \varphi)}{\sin \gamma} \Big|_0^{\pi/2} = \frac{2\pi}{\sin \gamma}. \quad (7)$$

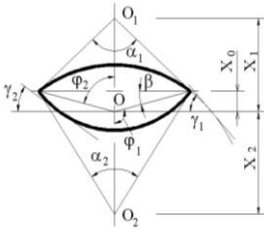


Рисунок 8

$$\varphi_1 = \pi/2 + \beta, \quad \varphi_2 = \pi/2 - \beta, \quad \sin \gamma_1 = \arccos(x_1),$$

$$\sin \gamma_2 = \sin \arccos \left\{ \cos(\alpha_2/2) + [\cos(\alpha_1/2) - x_0] \frac{\sin(\alpha_2/2)}{\sin(\alpha_1/2)} \right\},$$

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\alpha_1/2)}{x_0 - \cos(\alpha_1/2)};$$

$$K_f = 2 \left[\frac{\pi - \operatorname{arctg}(\sin \gamma_1 \operatorname{ctg} \beta)}{\sin \gamma_1} + \frac{\operatorname{arctg}(\sin \gamma_2 \operatorname{ctg} \beta)}{\sin \gamma_2} \right]. \quad (8)$$

Рассматриваемые в диссертации две задачи технической теории пластинок описываются дифференциальными уравнениями эллиптического типа четвертого порядка:

– поперечный изгиб пластинок

$$D\Delta^2\Delta^2 w - q = 0; \quad (9)$$

– свободные колебания пластинок:

$$D\Delta^2\Delta^2 w - \omega^2 m w = 0. \quad (10)$$

где D – цилиндрическая жесткость пластинки, w – функция прогибов. В этих задачах исследуются изопериметрические свойства и закономерности поведения интегральных физических характеристик пластинок (w_0, ω) при различных геометрических преобразованиях их контура.

Профессором А.В. Коробко из интегро-дифференциальных соотношений теории пластинок получены следующие выражения:

$$w_0 \approx K_w \frac{q A^2}{D K_f^2}; \quad \omega^2 \approx K_\omega \frac{D K_f^2}{m A^2}. \quad (11)$$

Здесь K_w, K_ω – коэффициенты пропорциональности, зависящие от граничных условий и вида геометрического преобразования, объединяющего некоторое ограниченное (заданное или выбранное) подмножество форм пластинок. Анализируя формулы (11), приходим к выводу, что рассматриваемые интегральные физические характеристики пластинок с точностью до физических постоянных (q, D, m) зависят только от геометрического параметра K_f/A .

В обобщенном виде зависимости (11) можно представить так:

$$F = KQ(K_f)^n, \quad (12)$$

где F – обобщенная интегральная физическая характеристика пластинок; K – обобщенный коэффициент пропорциональности, Q – обобщенная физическая константа; n – показатель степени, принимающий фиксированные значения для каждого из рассматриваемых видов деформации пластинок. Таким образом, коэффициент формы является геометрическим аналогом интегральных физических характеристик пластинок и для исследования качественной картины их поведения при различных геометрических преобразованиях достаточно проследить за поведением коэффициента формы этих пластинок. Другими словами, не решая сложной

физической проблемы, можно путем анализа элементарной геометрической задачи изучить все характерные изопериметрические свойства и закономерности поведения интегральных физических характеристик пластинок при геометрическом моделировании их формы.

Используя свойство о двусторонней ограниченности множества значений коэффициента формы для областей с выпуклым контуром на основании (12) можно утверждать, что и все множество интегральных физических характеристик пластинок также ограничено с двух сторон. Обобщенный график этой закономерности, представленный в координатных осях $F - 1/K_f$, изображен на рисунке 9.

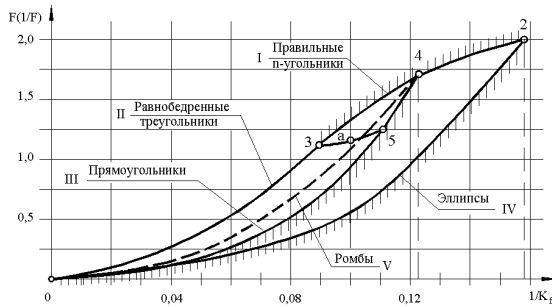


Рисунок 9 – Области распределения значений F ($1/F$) для всего множества форм пластинок с однородными граничными условиями

На этом рисунке точка 2 соответствует кругу, точка 3 – равностороннему треугольнику, точка 4 – квадрату, кривая I – правильным фигурам, кривая II – равнобедренным треугольникам, III – прямоугольникам, кривая IV – эллипсам, кривая V – ромбам.

На основании изопериметрических свойств коэффициент формы формулируется одна из основных изопериметрических теорем относительно рассматриваемых интегральных физических характеристик пластинок:

– все множество значений интегральных характеристик F (или $1/F$) для пластинок с выпуклым контуром и однородными граничными условиями ограничено сверху кривыми I и II, а снизу – кривой IV;

– все множество значений интегральных характеристик F (или $1/F$) для четырехугольных областей с выпуклым контуром ограничено сверху кривыми I и II, а снизу – кривой III.

Методика реализации метода интерполяции по коэффициенту формы сводится к изучению изопериметрических свойств и закономерностей распределения коэффициента формы для областей определенного вида. Получив качественную картину распределения коэффициента формы для заданного класса областей, можно сразу же получить и приближенную количественную оценку распределения интегральных физических харак-

теристик, если известно, хотя бы одно решение для пластинки определенного вида из этого класса областей. Количественная оценка получается линейным масштабированием графика $K_f - \Gamma$ (где Γ – некоторый геометрический параметр) путем приравнивания ординат графиков $K_f - \Gamma$ и $F - \Gamma$ для пластинки с известным решением.

В третьей главе получены расчетные формулы для определения основной частоты колебаний и максимального прогиба большого числа пластинок как с жестко защемленным, так и с шарнирно опертым контуром, форма которых представляется различными частями круга, в том числе: фигурами, промежуточными между правильными многоугольниками и кругом; секторами с вершиной, расположенной на диаметре круга или его продолжении; сегментами, фигурами в виде круга с двумя отсеченными и симметрично расположенными сегментами; симметричными и несимметричными луночками. При этом была использована функциональная связь интегральных характеристик пластинок (основная частота колебаний и максимальный прогиб) с их коэффициентом формы, которая представлена зависимостями вида:

$$\omega = K_\omega (K_f)^n \sqrt{D/m}/A \text{ и } \omega = K_\omega \sqrt{K_f^2 + B} \sqrt{D/m}/A;$$

$$w_0 = K_w (K_f)^n qA^2/D \text{ и } w_0 = K_w / \sqrt{K_f^2 + B} \cdot qA^2/D.$$

Значения максимальных прогибов, подсчитанные по новым формулам (13) – (20), представлены в таблицах 1, ..., 5. Первые формулы приведены для шарнирно опертых пластинок, вторые – для жестко защемленных.

Фигуры, промежуточные между кругом и правильными многоугольниками (рисунок 3)

Круг – правильный треугольник

$$w_0 = 21,161(K_f)^{-0,794} qA^2/D; \quad w_0 = \frac{466,39 \cdot 10^{-3}}{K_f^2 + 40,608K_f} \frac{qA^2}{D}; \quad (13)$$

Круг – квадрат

$$w_0 = 26,79(K_f)^{-0,926} qA^2/D; \quad w_0 = \frac{1151,45 \cdot 10^{-3}}{122,05K_f - K_f^2} \frac{qA^2}{D}; \quad (14)$$

Круг – правильный пятиугольник

$$w_0 = 19,589(K_f)^{-0,752} qA^2/D; \quad w_0 = \frac{344,58 \cdot 10^{-3}}{40,9275K_f - K_f^2} \frac{qA^2}{D}; \quad (15)$$

Круг – правильный шестиугольник

$$w_0 = 19,022(K_f)^{-0,736} qA^2/D; \quad w_0 = \frac{223,91 \cdot 10^{-3}}{28,795K_f - K_f^2} \frac{qA^2}{D}; \quad (16)$$

Круг – правильный восьмиугольник

$$w_0 = 18,47 \left(K_f \right)^{-0,720} qA^2 / D; \quad w_0 = \frac{342,71 \cdot 10^{-3}}{40,739 K_f - K_f^2} \frac{qA^2}{D}; \quad (17)$$

Таблица 1 – Значения максимального прогиба при поперечном изгибе для шарнирно опертых пластинок в виде правильных фигур ($qA^2/D \cdot 10^3$)

№№ п/п	$\varphi/2$	K_{f3}	K_{f4}	K_{f5}	K_{f6}	K_{f8}
1	0	4,918 6,28318	4,885 6,28318	4,918 6,28318	4,918 6,28318	4,918 6,28318
2	5	4,917 6,28452	4,884 6,28496	4,917 6,28541	4,917 6,28585	4,916 6,28674
3	10	4,911 6,29395	4,875 6,29754	4,907 6,30113	4,906 6,30471	4,902 6,31189
4	15	4,895 6,32008	4,850 6,33238	4,882 6,34468	4,876 6,35698	4,863 6,38158
5	20	4,863 6,37261	4,801 6,40242	4,832 6,43223	4,818 6,46204	4,7888 6,52166
6	22,5	-	-	-	-	4,733 6,62742
7	25	4,809 6,46304	4,718 6,52299	4,749 6,58294	4,721 6,64289	-
8	30	4,726 6,60569	4,594 6,71320	4,643 6,78207	4,577 6,92820	-
9	35	4,608 6,81924	4,421 6,99792	4,45 7,17661	-	-
10	36	-	-	4,409 7,26543	-	-
11	40	4,449 7,12899	4,192 7,41093	-	-	-
12	45	4,241 7,57080	3,906 8	-	-	-
13	50	3,982 8,19772	-	-	-	-
14	55	3,670 9,08248	-	-	-	-
15	60	3,298 10,39230	-	-	-	-

Примечания:

1. Индекс при K_f означает число сторон правильного n -угольника.
2. Жирным шрифтом выделены значения для правильных многоугольников и круга.
3. В числителе указано значение поперечного изгиба пластинки, а в знаменателе соответствующее значение коэффициента формы.

Круговые секторы (рисунок 4)

$$w_0 = \frac{10^{-3}}{0,022 + 0,007\alpha^2 + 0,06/\alpha^{1,5}} \frac{qA^2}{D}; \quad w_0 = \frac{-0,0125 + 2,028 \cdot 10^{-4} \cdot \beta^2 - 1,0443 \cdot 10^{-6} \cdot \beta^4}{1 - 0,14783 \cdot \beta^2 - 7,0423 \cdot 10^{-4} \cdot \beta^2} \frac{qA^2}{D}; \quad (18)$$

где α – значение угла в рад., β – соответствующее значение основной частоты колебания пластинки.

Круговые сегменты (рисунок 5)

$$w_0 = \frac{0,254}{K_f^2 - 0,1118} \frac{qA^2}{D}; \quad w_0 = \frac{63,52}{K_f^2 + 0,648} \frac{qA^2}{D}; \quad (19)$$

Фигуры, образованные отсечением от круга двух равновеликих симметрично расположенных сегментов (рисунок 6)

$$w_0 = \frac{0,3934}{K_f^2 + 21,474} \frac{qA^2}{D}; \quad w_0 = \frac{0,0422}{K_f^2 - 12,837} \frac{qA^2}{D}. \quad (20)$$

Таблица 2 – Значения максимального прогиба при поперечном изгибе жестко заземленных пластинок в виде правильных фигур ($qA^2/D \cdot 10^3$)

№№ п/п	$\varphi/2$	K_{f3}	K_{f4}	K_{f5}	K_{f6}	K_{f8}
1	0	<u>1,583</u> 6,28318	<u>1,611</u> 6,28318	<u>1,583</u> 6,28318	<u>1,583</u> 6,28318	<u>1,583</u> 6,28318
2	5	<u>1,582</u> 6,28452	<u>1,610</u> 6,28496	<u>1,582</u> 6,28541	<u>1,582</u> 6,28585	<u>1,582</u> 6,28674
3	10	<u>1,579</u> 6,29395	<u>1,607</u> 6,29754	<u>1,579</u> 6,30113	<u>1,579</u> 6,30471	<u>1,577</u> 6,31189
4	15	<u>1,573</u> 6,32008	<u>1,600</u> 6,33238	<u>1,570</u> 6,34468	<u>1,569</u> 6,35698	<u>1,563</u> 6,38158
5	20	<u>1,559</u> 6,37261	<u>1,582</u> 6,40242	<u>1,553</u> 6,43223	<u>1,551</u> 6,46204	<u>1,536</u> 6,52166
6	22,5	-	-	-	-	<u>1,516</u> 6,62742
7	25	<u>1,533</u> 6,46304	<u>1,554</u> 6,52299	<u>1,524</u> 6,58294	<u>1,522</u> 6,64289	-
8	30	<u>1,495</u> 6,60569	<u>1,513</u> 6,71320	<u>1,488</u> 6,78207	<u>1,478</u> 6,92820	-
9	35	<u>1,442</u> 6,81924	<u>1,455</u> 6,99792	<u>1,423</u> 7,17661	-	-
10	36	-	-	<u>1,409</u> 7,26543	-	-
11	40	<u>1,371</u> 7,12899	<u>1,379</u> 7,41093	-	-	-
12	45	<u>1,279</u> 7,57080	<u>1,284</u> 8	-	-	-
13	50	<u>1,166</u> 8,19772	-	-	-	-
14	55	<u>1,033</u> 9,08248	-	-	-	-
15	60	<u>0,880</u> 10,39230	-	-	-	-

Примечания:

1. Индекс при K_f означает число сторон правильного n -угольника.
2. Жирным шрифтом выделены значения для правильных многоугольников и круга.
3. В числителе указано значение максимального прогиба пластинки, а в знаменателе соответствующее значение коэффициента формы.

Таблица 3 – Значения максимального прогиба при поперечном изгибе для пластинок в виде кругового сектора ($qA^2/D \cdot 10^3$)

Значение угла α	K_f	w_0 (ш.о.)	w_0 (ж.з.)	Значение угла α	K_f	w_0 (ш.о.)	w_0 (ж.з.)
180	8,791	3,454	1,209	90	8,167	3,520	1,194
170	8,626	3,510	1,206	80	8,298	3,467	1,199
160	8,481	3,554	1,204	70	8,522	3,401	1,209
150	8,355	3,585	1,201	60	8,885	3,323	1,228
140	8,251	3,605	1,198	50	9,468	3,233	1,263
130	8,169	3,612	1,196	40	10,439	3,131	1,326
120	8,113	3,608	1,194	30	12,166	3,017	1,430
110	8,089	3,591	1,193	20	15,809	2,890	-
100	8,103	3,561	1,192	10	27,093	2,751	-

Таблица 4 – Значения максимального прогиба при поперечном изгибе для пластинок в виде кругового сегмента ($qA^2/D \cdot 10^3$)

Значение угла α	K_f	w_0 (ш.о.)	w_0 (ж.з.)	Значение угла α	K_f	w_0 (ш.о.)	w_0 (ж.з.)
0	6,28	6,459	1,585	100	6,741	5,602	1,378
10	6,283	6,451	1,583	110	6,888	5,366	1,321
20	6,286	6,445	1,581	120	7,060	5,107	1,258
30	6,295	6,427	1,577	130	7,260	4,828	1,190
40	6,312	6,392	1,569	140	7,491	4,535	1,119
50	6,340	6,335	1,555	150	7,756	4,230	1,045
60	6,383	6,251	1,535	160	8,057	3,919	0,969
70	6,442	6,136	1,507	170	8,400	3,605	0,892
80	6,520	5,990	1,471	180	8,791	3,291	0,815
90	6,619	5,811	1,428				

Таблица 5 – Значения максимального прогиба при поперечном изгибе пластинок в виде в частей круга с двумя отсеченными симметрично расположенными сегментами ($qA^2/D \cdot 10^3$)

Значение угла α	K_f	w_0 (ш.о.)	w_0 (ж.з.)	Значение угла α	K_f	w_0 (ш.о.)	w_0 (ж.з.)
180	6,28	6,455	1,586	80	6,9506	5,201	1,073
160	6,2903	6,432	1,579	60	7,2232	4,866	0,801
140	6,3407	6,317	1,542	40	8,0936	4,153	0,493
120	6,4769	6,017	1,450	20	9,9215	3,315	-
100	6,7453	5,512	1,292				

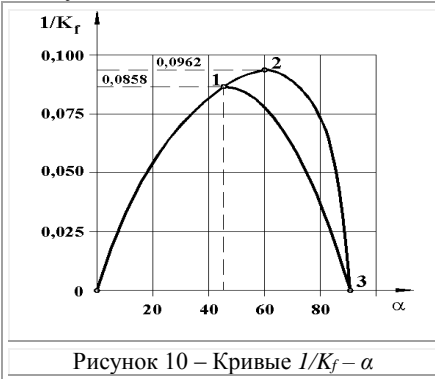
В этой же главе приведены аналогичные расчеты для определения частот свободных колебаний пластинок в виде частей круга.

В четвертой главе предлагается новый метод определения физико-механических характеристик пластинок – метод масштабирования, разработанный на основе треугольных пластинок. Для этого построим график $1/K_f - \alpha$ – для равнобедренных и прямоугольных треугольников в зависимости от угла α при основании (рисунок 10). Для подсчета коэф-

фициента формы воспользуемся известной формулой:

$$K_f = \operatorname{ctg} \alpha / 2 \cdot \operatorname{ctg} \beta / 2 \cdot \operatorname{ctg} \gamma / 2, \quad (21)$$

где α, β, γ – углы треугольника. Значения величины $1/K_f$ представлены в таблице 6 (колонка 2). В этой же таблице приведены значения w_0 и $1/\omega$, полученные методом конечных элементов.



По данным в таблице 6 построим графики $w_0 - \alpha$ (рисунок 11-а) и $1/\omega - \alpha$ (рисунок 11-б) для треугольных пластинок с шарнирно опертым контуром. Аналогичного вида графики будут и при жестком защемлении пластинок. При рассмотрении рисунков 10 и 11, очевидно, что они подобны, различаются только масштабом. Если выровнять масштабы графиков на рисунках 10 и 11 (найти коэффициент масштабирования k_m), то можно по значению коэффициента формы найти максимальный прогиб рассматриваемых пластинок, и основную частоту колебаний.

К сожалению, выявленное подобие нелинейное, поэтому для треугольных пластинок с очень острыми углами погрешность велика. Эту погрешность можно существенно снизить путем корректировки кривых, если известно, хотя бы еще одно решение при $\alpha < 30^\circ$ и $\alpha > 80^\circ$. Этот метод целесообразно использовать при криволинейных участках опорного контура.

К сожалению, выявленное подобие нелинейное, поэтому для треугольных пластинок с очень острыми углами погрешность велика. Эту погрешность можно существенно снизить путем корректировки кривых, если известно, хотя бы еще одно решение при $\alpha < 30^\circ$ и $\alpha > 80^\circ$. Этот метод целесообразно использовать при криволинейных участках опорного контура.

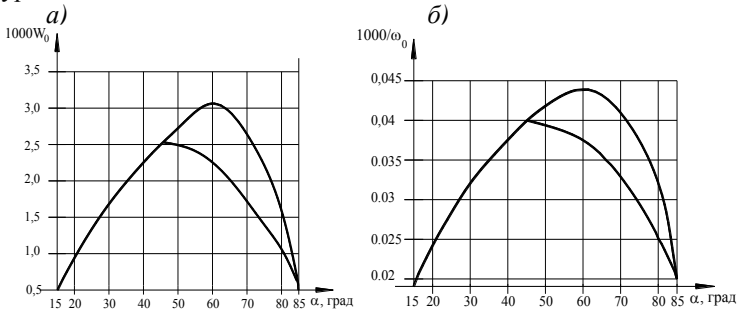


Рисунок 11 – Кривые $1000w_0 - \alpha$ и $1000/\omega - \alpha$

Таблица 6 – Значения максимального прогиба при поперечном изгибе треугольных пластинок равномерно распределенной нагрузкой и частот свободных колебаний

Значения угла α	Значения $1/K_f$	Шарнирное опирание		Жесткое защемление	
		$w \cdot 10^3$	$1/\omega$	$w \cdot 10^3$	$1/\omega$
Пластинки в форме равнобедренных треугольников					
$\alpha=10^\circ$	0,0217	0,286	0,01405	0,058	0,00566
$\alpha=20^\circ$	0,0427	0,92	0,024	0,221	0,0109
$\alpha=30^\circ$	0,0622	1,65	0,0319	0,432	0,0158
$\alpha=40^\circ$	0,0789	2,326	0,0382	0,642	0,0195
$\alpha=45^\circ$	0,0858	2,628	0,04053	0,738	0,021
$\alpha=50^\circ$	0,0912	2,841	0,0424	0,817	0,0221
$\alpha=60^\circ$	0,0962	3,086	0,04388	0,88	0,02352
$\alpha=70^\circ$	0,0892	2,745	0,0419	0,778	0,022
$\alpha=80^\circ$	0,0621	1,622	0,0321	0,418	0,0164
Пластинки в форме прямоугольных треугольников					
$\alpha=45^\circ$	0,0367	0,719	0,02082	0,164	0,0128
$\alpha=50^\circ$	0,0617	1,598	0,0317	0,421	0,0157
$\alpha=60^\circ$	0,0774	2,251	0,03761	0,62	0,0194
$\alpha=70^\circ$	0,0849	2,584	0,0404	0,726	0,0209
$\alpha=80^\circ$	0,0858	2,628	0,04053	0,738	0,021

Примечание – В таблице 6 указаны значения безразмерных коэффициентов пропорциональности в соответствующих аналитических выражениях рассматриваемых физических величин.

Рассмотрим пластинки, форма которых представляет собой круговые сегменты. Используя полученные ранее значения максимальных прогибов и частот свободных колебаний для этих пластинок, построим кривые « $1/K_f - \alpha$ », « $w - \alpha$ », « $1/\omega - \alpha$ » (рисунки 12, 13, 14). Сопоставляя границы распределения всего множества значений коэффициента формы, максимальных прогибов и основных частот свободных колебаний для пластинок, убеждаемся, что они подобны, что позволяет применить указанный выше метод.

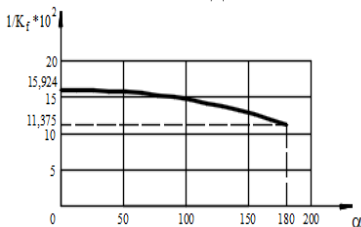


Рисунок 12 – Кривая $1/K_f - \alpha$

добрать аппроксимирующие функции (22),..., (25), которые позволяют уменьшить погрешность.

Приравняем ординаты при $\alpha = 0$ на соответствующих рисунках и определим коэффициенты масштабирования k_m для случая поперечного изгиба и свободных колебаний пластинок. Результаты проведенных расчетов представлены в таблице 7. Поскольку для пластинок с углами α , близкими к 180° , полученные значения существенно отличаются от известных результатов, то следует под-

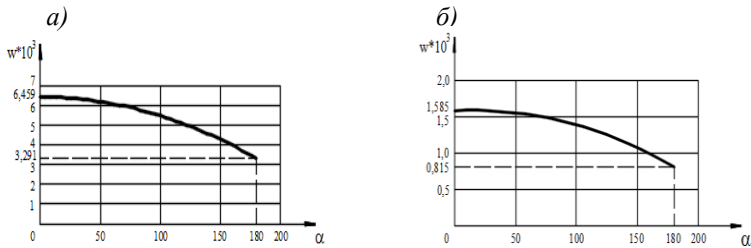


Рисунок 13 – Кривая « $w - \alpha$ »
а) шарнирное опирание; б) жесткое защемление

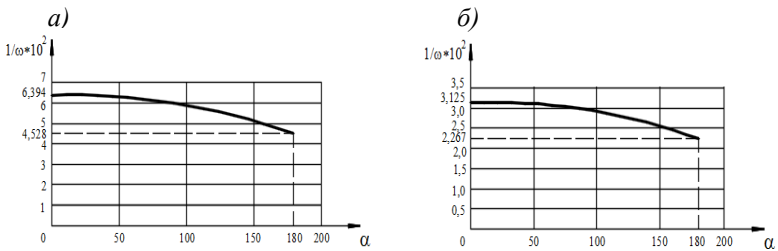


Рисунок 14 – Кривая « $1/\omega - \alpha$ »
а) шарнирное опирание; б) жесткое защемление

С помощью программного комплекса *Table curve* получены следующие аппроксимирующие зависимости (первые формулы указаны для шарнирно опертых пластинок, вторые – для жестко защемленных):

$$w_0 = [6,455 + (0,179e-03)\alpha - (2,128e-05)\alpha^2 - (9,66e-07)\alpha^3 + (2,918e-09)\alpha^4] qA^2/D; \quad (22)$$

$$w_0 = [1,584 + (4,121e-05)\alpha - (4,753e-06)\alpha^2 - (2,352e-07)\alpha^3 + (7,073e-10)\alpha^4] qA^2/D; \quad (23)$$

$$1/\omega = [6,395 - (0,716e-03)\alpha + (3,075e-07)\alpha^2 - (8,57e-07)\alpha^3 + (2,156e-09)\alpha^4] \sqrt{mA/D}; \quad (24)$$

$$1/\omega = [3,124 + (5,145e-05)\alpha + (3,257e-07)\alpha^2 - (2,922e-07)\alpha^3 + (7,727e-10)\alpha^4] \sqrt{mA/D}. \quad (25)$$

В колонках 3 и 6 таблицы указаны известные значения максимальных прогибов и обратных значений основных частот колебаний пластинок в виде кругового сегмента, в колонках 4 и 7 – значения, полученные расчетным путем по построенным аналитическим зависимостям, а в колонках 5 и 8 – погрешность, полученная при сравнении известных значений с расчетными.

В четвертой главе в результате аналогичных расчетов также получены формулы для определения максимального прогиба и частоты свободных колебаний следующих форм пластинок (первые формулы указаны для шарнирно опертых пластинок, вторые – для жестко защемленных):

Таблица 7 – Значения максимального прогиба при поперечном изгибе и основных частот колебаний для жестко защемленных пластинок в виде кругового сегмента, полученные методом масштабирования

Значения угла α	$1/K_f \cdot 10^2$	$w \cdot 10^3$	$w \cdot 10^3$ по формуле (6)	$\Delta, \%$	$1/\omega \cdot 10^2$	$1/\omega \cdot 10^2$ по формуле (7)	$\Delta, \%$
1	2	3	4	5	6	7	8
0	15,924	1,585	1,584	0,07	3,125	3,124	0,05
10	15,914	1,583	1,584	-0,04	3,123	3,124	-0,02
20	15,906	1,581	1,581	0,00	3,122	3,123	-0,02
30	15,885	1,577	1,575	0,12	3,118	3,118	0,00
40	15,842	1,569	1,565	0,27	3,110	3,110	0,00
50	15,771	1,555	1,549	0,38	3,097	3,095	0,05
60	15,666	1,535	1,528	0,48	3,077	3,075	0,08
70	15,522	1,507	1,500	0,48	3,051	3,047	0,12
80	15,336	1,471	1,465	0,39	3,016	3,012	0,14
90	15,106	1,428	1,424	0,28	2,974	2,969	0,17
100	14,833	1,378	1,376	0,15	2,923	2,917	0,20
110	14,518	1,321	1,321	-0,03	2,864	2,858	0,24
120	14,164	1,258	1,261	-0,20	2,798	2,790	0,31
130	13,773	1,19	1,194	-0,35	2,725	2,715	0,39
140	13,348	1,119	1,123	-0,33	2,646	2,632	0,50
150	12,893	1,045	1,047	-0,22	2,560	2,544	0,62
160	12,411	0,969	0,969	0,02	2,468	2,450	0,72
170	11,904	0,892	0,889	0,39	2,370	2,352	0,78
180	11,375	0,815	0,808	0,88	2,267	2,250	0,73

Круг – правильный треугольник

$$w_0 = [4,919 - (1,302e - 03)\alpha + (1,89e - 04)\alpha^2 - (1,303e - 05)\alpha^3 + (4,255e - 08)\alpha^4] qA^2 / D;$$

$$w_0 = [1,583 - (0,635e - 03)\alpha + (6,51e - 05)\alpha^2 - (5,592e - 06)\alpha^3 + (2,382e - 08)\alpha^4] qA^2 / D;$$

$$1/\omega = [5,509 - (1,042e - 03)\alpha + (2,5e - 04)\alpha^2 - (1,095e - 05)\alpha^3 + (2,655e - 08)\alpha^4] \sqrt{mA/D};$$

$$1/\omega = [3,118 - (0,488e - 03)\alpha + (1,206e - 04)\alpha^2 - (6,304e - 06)\alpha^3 + (1,303e - 08)\alpha^4] \sqrt{mA/D};$$

Круг – квадрат

$$w_0 = [4,885 - (0,607e - 03)\alpha + (1,142e - 04)\alpha^2 - (1,563e - 05)\alpha^3 + (5,629e - 08)\alpha^4] qA^2 / D;$$

$$w_0 = [1,611 - (0,233e - 03)\alpha + (3,554e - 05)\alpha^2 - (5,261e - 06)\alpha^3 + (1,981e - 08)\alpha^4] qA^2 / D;$$

$$1/\omega = [5,508 - (0,573e - 03)\alpha + (2,34e - 04)\alpha^2 - (1,21e - 05)\alpha^3 + (3,578e - 08)\alpha^4] \sqrt{mA/D};$$

$$1/\omega = [3,117 - (0,238e - 03)\alpha + (1,105e - 04)\alpha^2 - (6,936e - 06)\alpha^3 + (1,795e - 08)\alpha^4] \sqrt{mA/D};$$

Круг – правильный пятиугольник

$$w_0 = [4,917 - (2,62e - 03)\alpha - (4,195e - 04)\alpha^2 + (1,185e - 05)\alpha^3 - (3,759e - 07)\alpha^4] qA^2 / D;$$

$$w_0 = [1,582 + (0,719e - 03)\alpha - (0,124e - 04)\alpha^2 + (2,944e - 06)\alpha^3 - (1,091e - 07)\alpha^4] qA^2 / D;$$

$$1/\omega = [5,507 + (2,208e - 03)\alpha - (2,32e - 04)\alpha^2 + (1,026e - 05)\alpha^3 - (3,249e - 07)\alpha^4] \sqrt{mA/D};$$

$$1/\omega = [3,116 + (1,084e-03)\alpha - (1,068e-04)\alpha^2 + (4,837e-06)\alpha^3 - (1,68e-07)\alpha^4] \sqrt{mA/D};$$

Круговой сектор

$$w_0 = [2,426 + (2,267e-02)\alpha - (1,383e-04)\alpha^2 + (3,168e-07)\alpha^3 - (4,184e-10)\alpha^4] qA^2/D;$$

$$w_0 = [0,432 + (1,271e-02)\alpha - (1,423e-04)\alpha^2 + (6,945e-07)\alpha^3 - (1,279e-09)\alpha^4] qA^2/D;$$

$$1/\omega = [3,959 + (1,217e-02)\alpha - (9,805e-06)\alpha^2 - (4,298e-07)\alpha^3 + (1,212e-09)\alpha^4] \sqrt{mA/D};$$

$$1/\omega = [0,0237 + (7,119e-02)\alpha - (7,936e-04)\alpha^2 + (3,853e-06)\alpha^3 - (7,001e-09)\alpha^4] \sqrt{mA/D};$$

В этой же главе получены формулы для определения максимального прогиба упругих пластинок с любыми граничными условиями, изготовленных из изотропного материала и нагруженных равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q (26), а также для определения основной частоты колебаний ненагруженных пластинок (27):

$$w_0 = \alpha q A^2 / D \quad (26) \quad \omega = \beta^2 / A \sqrt{D/m} \quad (27)$$

Здесь α и β_2 – коэффициенты пропорциональности, зависящие от вида граничных условий. Оба параметра w_0 и ω зависят от одних и тех же геометрических и физических характеристик пластинок A , D , поэтому вполне очевидно, что между ними существует функциональная связь.

Рассмотрим таблицу 8, где приведены значения максимального прогиба и основной частоты колебаний некоторых пластинок с однородными граничными условиями (либо шарнирное опирание по всему контуру, либо жесткое защемление). Выбор форм пластинок в этой таблице обусловлен наличием известных точных решений, приводимых в справочной литературе.

Таблица 8 – Сопоставление максимального прогиба и основной частоты колебаний пластинок с однородными граничными условиями

Вид пластинки	Известные решения		Решения по (28)		Решения по (29)	
	α	β^2	α	$\Delta_w, \%$	β^2	$\Delta_\omega, \%$
1	2	3	4	5	6	7
В виде равностороннего тр-ка Ш	0,00309	22,79	0,0003079	0,23	22,87	0,35
В виде равностороннего тр-ка Ж	0,00088	42,51	0,000879	0,11	42,47	0,09
Квадратная Ш	0,00406	19,74	0,004061	0,02	19,66	0,41
Квадратная Ж	0,00126	35,72	0,001272	0,79	35,68	0,11
Круглая Ш	0,00645	15,64	0,006457	0,05	15,64	0,00
Круглая Ж	0,00158	32,08	0,001582	0,06	32,01	0,22
Прямоугольная (a/b = 10) Ш	0,00013	98,70	0,000130	0,00	99,35	0,66

По этим данным с помощью программного комплекса *Table Curve* построены аппроксимирующие функции:

$$w_0 = \frac{-0,0125 + 2,028 \cdot 10^{-4} \cdot \beta^2 - 1,0443 \cdot 10^{-6} \cdot \beta^4}{1 - 0,14783 \cdot \beta^2 - 7,0423 \cdot 10^{-4} \cdot \beta^4} \cdot \frac{qA^2}{D}; \quad (28)$$

$$\omega = \left(26,166 - 3779,36\alpha + 265164\alpha^2 + \frac{0,0184}{\alpha} - \frac{1,147 \cdot 10^{-6}}{\alpha^2} \right) \cdot \sqrt{\frac{D}{m}} \cdot \frac{1}{A}, \quad (29)$$

которые позволяют по известной частоте колебаний определять максимальный прогиб пластинки, а по максимальному прогибу – основную частоту колебаний.

В приложении 1 приводятся значения коэффициента формы для большого числа фигур, являющихся частью круга; в **приложении 2** – значения максимальных прогибов при поперечном изгибе пластинок, а также частот свободных колебаний для рассматриваемого класса пластинок; в **приложении 3** – значения максимальных прогибов и частот свободных колебаний пластинок в виде частей круга, полученных с помощью метода масштабирования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обобщая результаты проведенных исследований можно сделать вывод о том, что метод интерполяции по коэффициенту формы получил существенное развитие применительно к расчету пластинок в форме частей круга (секторы, сегменты, луночки, переходные фигуры между кругом и правильным многоугольником и др.). Наиболее важными результатами являются:

1 Изучены изопериметрические свойства и закономерности изменения коэффициента формы K_f при различных преобразованиях фигур из рассматриваемого класса форм, получены расчетные формулы для его определения.

2 Предложены и протестированы наиболее оптимальные структуры аппроксимирующих функций для использования МИКФ к решению различных задач теории пластинок, которые естественным образом вытекают из анализа интегро-дифференциальных соотношений при разработке теоретических основ метода.

3 На основе численного эксперимента обнаружена строгая функциональная связь между максимальным прогибом и основной частотой колебаний пластинок произвольного вида и разнообразными граничными условиями.

4 Построены аналитические зависимости для определения максимального прогиба и основной частоты колебаний пластинок в виде ча-

стей круга при однородных граничных условиях (шарнирное опирание или жесткое защемление по контуру); на их основе решено большое число новых важных для конструкторской практики задач, а результаты решений сведены в многочисленные таблицы. При этом для пластинок с жестко защемленным контуром использовано известное в теории пластинок точное решение – решение для пластинок в виде симметричной луночки, находящейся под действием равномерно распределенной нагрузки; а для пластинок с шарнирно оперым контуром – известное точное решение для секториальных пластинок.

5 Установлены экстремальные свойства интегральных физических характеристик пластинок для определенного класса областей из рассматриваемого круга задач:

- из всех равновеликих пластинок в виде круговых секторов с выпуклым контуром пластинка в виде сектора с углом $\alpha = 108^\circ$ имеет наименьшую основную частоту колебаний, но наибольший максимальный прогиб;

- из всех равновеликих пластинок в виде круга с двумя отсеченными равными сегментами пластинки, у которых хорды отсеченных сегментов параллельны, имеют наименьшую основную частоту колебаний, но наибольший максимальный прогиб;

- из всех равновеликих пластинок в виде круговой луночки симметричная луночка имеет наименьшее значение основной частоты колебаний, но наибольший максимальный прогиб.

6 В результате графического представления области распределения всего множества значений K_f , w_o и ω треугольных пластинок, выявлена явная аналогия между кривыми, отображающими зависимости « $1/K_f - \alpha$ », « $w_o - \alpha$ », « $1/\omega - \alpha$ ». На основе этого предложен новый метод определения максимального прогиба пластинок и их основной частоты колебаний – метод масштабирования. Для треугольных пластинок получены аппроксимирующие функции для определения значений максимального прогиба и основной частоты колебаний в зависимости от угла α при основании. При этом данный метод рассмотрен и для пластинок, формы которых являются частями круга. В качестве геометрического параметра используются углы, характеризующие в каждом конкретном случае форму фигуры (угол кругового сектора, центральный угол хорды сегмента и т.п.).

Перспективы дальнейшей разработки темы. Полученные в диссертации результаты позволяют сформулировать предложения о перспективах возможного развития рассмотренной темы исследования, которые заключаются в применении метода масштабирования в задачах устойчивости пластинок и кручения упругих призматических стержней, а также в разработке программного комплекса МИКФ и метода масштабирования.

Основное содержание диссертации опубликовано в работах:

Публикации в ведущих рецензируемых журналах и изданиях, входящих в перечень ВАК Минобрнауки РФ:

1 Прокуров, М.Ю. Физико-механические и геометрические аналоги в двумерных задачах строительной механики и теории упругости [Текст] / А.А. Черняев, С.В. Шляхов // Строительство и реконструкция, – 2014. – №4. – С. 40-46 (0,3 п.л./0,2 п.л. автора).

2 Коробко, А.В. Применение методики МИКФ для расчета треугольных и четырехугольных пластинок с использованием широко известных геометрических параметров [Текст] / А.В. Коробко, А.А. Черняев, С.В. Шляхов // Строительство и реконструкция, 2016. – № 4. – С. 19-30 (0,6 п.л./0,3 п.л. автора).

3 Коробко, В.И. Взаимосвязь задач поперечного изгиба и свободных колебаний упругих пластинок в форме многоугольников, описанных вокруг окружности, с граничными условиями жесткого защемления и шарнирного опирания по контуру [Текст] / В.И. Коробко, А.А. Черняев, С.В. Шляхов // Строительство и реконструкция. – 2017. – № 1. – С. 39-49 (0,6 п.л./0,3 п.л. автора).

4 Коробко, А.В. Определение основной частоты колебаний мембран в виде круговых луночек [Текст] / А.В. Коробко, Н.В. Вепринцева, С.В. Шляхов // Строительство и реконструкция. – 2017. – № 4. – С. 34-40 (0,3 п.л./0,2 п.л. автора).

5 Коробко, А.В. Определение значений коэффициента формы плоских областей с выпуклым контуром в виде частей круга [Текст] / А.В. Коробко, Ю.Е. Лыгина, С.В. Шляхов // Строительство и реконструкция, 2017. – № 6. – С. 13-25 (0,8 п.л./0,4 п.л. автора).

6 Коробко, В.И. Метод масштабирования при оценке жесткости и основной частоты колебаний упругих изотропных пластинок [Текст] / В.И. Коробко, С.В. Шляхов // Строительная механика и расчет сооружений. – 2019. – №3. – С. 56-62 (0,4 п.л. / 0,25 автора).

Публикации в научных изданиях, индексируемые в международной сети Scopus

7 Korobko, V.I. The approximate method of determining the integral physical characteristics in some problems of technical theory of plates [Текст] / V.I. Korobko, N.G. Kalashnikova, S.V. Shlyakhov // VI International Scientific Conference «Integration, Partnership and Innovation in Construction Science and Education», IPICSE. Moscow. Matec Web of Conferences 251, 04018 (2018) IPICSE-2018; <http://doi.org/10.1051/mateconf/2018251048>. (0,3 п.л./0,2 п.л. автора).

Публикации в других научных изданиях

8 Черняев, А.А. К решению задач поперечного изгиба пластинок путем геометрического моделирования их формы с использованием конформных радиусов [Текст] / С.В. Шляхов, А.А. Деминова. // Материалы 8-й Международной конференции «Социально-экономические и экологические проблемы горной промышленности, строительства и энергетики». – Тула: ТулГУ, – 2012. – С. 620 (0,2 п.л./0,1 п.л. автора).

9 *Шляхов, С.В.* Уточнение решений расчета прогибов трапециевидных и параллелограммных пластинок с помощью МИКФ [Текст] / С.В. Шляхов // «Неделя науки - 2014: Материалы 47-й студенческой научно-технической конференции». Орел, 2014 – С. 214-216 (0,2 п.л./0,1 п.л. автора).

10 *Шляхов, С.В.* Понятие коэффициента формы. Сущность метода интерполяции по коэффициенту формы и использование метода для определения прогибов пластинок [Текст] / С.В. Шляхов, Е.А. Бобков, Н.И. Моисеева Н.И. // «Научное сообщество студентов XXI столетия. Технические науки»: Сборник статей по материалам XXII студенческой международной научно-практической конференции. – Новосибирск: СибАК, 2014. – С. 5-12 (0,4 п.л./0,3 п.л. автора).

11 Черняев, А.А. Использование конформных радиусов в задачах технической теории пластинок и оболочек [Текст] / А.А. Черняев, С.В. Шляхов // Материалы Международных академических чтений «Безопасность строительного фонда России. Проблемы и решения». – Курск, 2014. – С.170-180. (0,5 п.л./0,25 п.л. автора).

12 *Шляхов, С.В.* Сравнение значений максимальных прогибов и свободных частот колебаний пластин с шарнирным опиранием и с жестким защемлением с учетом коэффициента подобия [Текст] / С.В. Шляхов // Материалы II Брянского международного инновационного форума «Строительство-2016». – Брянск, 2016. – С. 340-344 (0,3 п.л./0,3 п.л. автора).

13 *Шляхов, С.В.* Взаимосвязь граничных условий в задачах поперечного изгиба и свободных колебаний упругих пластинок [Текст] / С.В. Шляхов // Сборник научных трудов по материалам I международной научно-практической конференции молодых учёных «Безопасный и комфортный город» - Орел, 2017. С. 140-143 (0,2 п.л./0,2 п.л. автора).

14 *Шляхов, С.В.* Метод масштабирования при оценке жесткости и основной частоты колебаний треугольных упругих пластинок [Текст] / С.В. Шляхов // Сборник научных трудов по материалам II международной научно-практической конференции молодых учёных «Безопасный и комфортный город» - Орел, 2018. – С. 124-127 (0,3 п.л./0,3 п.л. автора).

Подписано к печати 27.09.2019 г. Формат 60x84 1/16.

Объем 1,0 усл. п.л. Тираж 100 экз. Заказ № 1814

 Отпечатано с готового оригинал-макета на полиграфической базе
 ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева»
 302020, г. Орел, Комсомольская, 95.