МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра вычислительной техники

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
______________О.Г. Локтионова
«26» 08 2021 г.

ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Методические указания к практическим занятиям
по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов»
для студентов направления подготовки
09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Курск 2021

УДК 510.6
Составители: С. В. Дегтярев, Е.Н. Иванова

Рецензент
Доцент кафедры программной инженерии,
кандидат технических наук
Ю.А. Халин

Логика высказываний: методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов» для студентов направления подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: С.В. Дегтярев, Е.Н. Иванова. – Курск, 2021. – 54 с.: рис. 1, табл. 3. – Библиограф.: с. 51.

Рассматривается раздел математической логики – Логика высказываний. Вводятся понятия высказывания, пропозициональных букв, связок, приводятся основные законы логики высказываний. Объясняется процесс получения логического вывода. Обсуждаются практические приложения законов логики высказываний.

Пособие содержит теоретический материал, поясняемый примерами, вопросы для самопроверки, задания для самостоятельного выполнения.

Предназначены для студентов направления 09.03.01 Информатика и вычислительная техника очной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 26.05.21. Формат 60x84 1/16.
Усл.печ.л. 3,3 Уч.-изд.л. 3,1 Тираж 20 экз. Заказ 858. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Цель практических занятий

Изучить основные понятия логики высказываний; овладеть методами формализации высказываний на естественном языке, методами проверки истинности сложных высказываний, способами преобразования высказываний с целью упрощения понимания их смысла; приобрести навыки использования методологии логики высказываний для решения профессиональных задач, доказательства утверждений, установления истинности логических выводов.

1 Высказывание. Операции над высказываниями. Формулы логики высказываний

Высказывание – это повествовательное предложение, в отношении которого имеет смысл утверждение об его истинностном значении.

Пример

«Земля вращается вокруг Солнца» – истинное высказывание.

«$3 > 5$» – ложное высказывание.

«x делится на 2» – нельзя сказать, истинно или ложно это предложение, пока не определено значение «x».

Поскольку предметом изучения логики высказываний являются только значения истинности высказываний без учета их смысла, для высказываний вводят буквенные обозначения – A, B, C, ... Для краткости, если это не приводит к недоразумениям, будем вместо значения «истинно» писать «1», а вместо значения «ложно» – «0».

Пример

A = «Земля вращается вокруг Солнца»,

B = «$3 > 5$»,

причем $A = 1$ и $B = 0$.

Высказывание не может быть одновременно истинным и ложным.

Высказывания могут быть простыми и составными. Высказывания «Земля вращается вокруг Солнца» и «$3 > 5$» являются простыми. Составные высказывания образуются из простых с помощью связок естественного языка: НЕ, И, ИЛИ, ЕСЛИ-ТО, ТОГДА-И-ТОЛЬКО-ТОГДА, которые формализуются в логические связки.

При рассмотрении способов образования сложных высказываний из простых внутреннее строение простых высказываний во внимание не принимается. Они берутся как неразложимые атомы, обладающие только одним свойством: быть истинными или ложными. Простые высказывания иногда именуются *атомарными*, из них, как из элементарных кирпичиков, с помощью логических связок строятся разнообразные сложные высказывания. При использовании буквенных обозначений для высказываний логические связки заменяются специальными математическими символами, которые можно рассматривать как символы логических операций. В таблице 1 приведены варианты символов для обозначения связок и названия соответствующих логических операций.

Таблица 1 – Варианты обозначения логических связок

Связка	Варианты символов	Наименование операции
НЕ	$\urcorner$ $\overline{}$	отрицание (инверсия)
И	$\&$ $\wedge$ $\cdot$	конъюнкция (умножение)
ИЛИ	$\vee$ $+$	дизъюнкция (сложение)
ЕСЛИ-ТО	$\rightarrow$	импликация (следование)
ТОГДА-И-ТОЛЬКО-ТОГДА	$\leftrightarrow$ $\sim$	эквивалентность (равенство)

Операция отрицания (инверсии) определяется следующим образом: если A истинно, то $\overline{A}$ ложно и наоборот. Чтобы составить отрицание A достаточно в разговорном языке сказать «неверно, что A», или «не A», или «A не имеет место» и др.

Пример

$A =$ процессор - это центральная часть компьютера.

$\overline{A} =$ неверно, что процессор - это центральная часть компьютера.

Остальные операции определяются согласно таблице 2.

Таблица 2 – Определение конъюнкции, дизъюнкции, импликации и эквивалентности

Операнды		Определение операции			
A	B	$A \& B$	$A \vee B$	$A \to B$	$A \leftrightarrow B$
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

Следует обратить внимание на следующие свойства конъюнкции, дизъюнкции, импликации и эквивалентности:

Конъюнкция $A\&B$ истинна тогда и только тогда, когда A и B одновременно истинны, а в остальных случаях ложна. Конъюнкцию также иногда именуют *логическим произведением*. В разговорной речи конъюнкции соответствует: «*A* и *B*», «не только *A*, но и *B*», «как *A*, так и *B*» и др.

Пример

$A =$ Арифметико-логическое устройство входит в состав процессора.

$B =$ Устройство управления входит в состав процессора.

$A \& B =$ Арифметико-логическое устройство и устройство управления входят в состав процессора.

Дизъюнкция $A\vee B$ ложна тогда и только тогда, когда A и B одновременно ложны, а в остальных случаях истинна. Дизъюнкцию также иногда именуют *логической суммой*. В разговорной речи дизъюнкции соответствует: «*A* или *B*», «*A* или *B* или оба», «*A*, если не *B*» и др.

Пример

$A =$ в компьютере процессор Intel.

$B =$ в компьютере процессор AMD.

$A \vee B =$ в компьютере процессор Intel или процессор AMD.

Эквивалентность $A\leftrightarrow B$ истинна тогда и только тогда, когда значения истинности A и B совпадают. Операция эквивалентности на естественном языке соответствует выражениям: «*A* эквивалентно *B*», «*A* имеет место тогда и только тогда, когда имеет место *B*», «если *A*, то *B* и обратно».

Пример

$A =$ треугольник равносторонний.

$B =$ в треугольнике все стороны равны.

$A \leftrightarrow B =$ треугольник является равносторонним тогда и только тогда, когда его стороны равны.

Импликация $A \to B$ истинна тогда и только тогда, когда посылка *A* истинна, а заключение *B* ложно. Существуют варианты чтения импликации $A \to B$: «если *A*, то *B*»; «то, что *A*, влечет то, что *B*»; «*A* только тогда, когда *B*»; «то, что *A*, есть достаточное условие того, что *B*»; «чтобы *A*, необходимо, чтобы *B*».

Пример

$A =$ компьютер не подключен к электросети.

$B =$ компьютер не работает.

$A \to B =$ если компьютер не подключен к электрической сети, то компьютер не работает

С помощью логических операций, определенных выше, можно из простых высказываний строить формулы логики высказываний, представляющие различные составные высказывания. Например, из высказываний *A*, *B* и *C* можно построить составные высказывания: $\overline{(A \& B)} \vee C$ и $A \to (B \leftrightarrow (A \vee C))$. Логическое значение составного высказывания зависит от структуры высказывания, выраженной формулой, и логических значений образующих его элементарных высказываний.

Пример

если $A = 0$, $B = 1$ и $C = 0$,

то $\overline{(A \& B)} \vee C = \overline{(0 \& 1)} \vee 0 = \overline{0} \vee 0 = 1 \vee 0 = 1$

и

$A \to (B \leftrightarrow (A \vee C)) = 0 \to (1 \leftrightarrow (0 \vee 0)) = 0 \to (1 \leftrightarrow 0) = 0 \to 0 = 1.$

Элементарные высказывания (из которых составляются более сложные), обозначаемые латинскими буквами, называются пропозициональными переменными. Логические операции называются пропозициональными операциями. Из них строятся пропозициональные формулы по следующим правилам:

– всякая пропозициональная переменная есть формула (такая формула называется атомной формулой или атомом);

– если A – пропозициональная формула то $\overline{A}$ – пропозициональная формула;

– если A и B – пропозициональные формулы, то $A \& B$, $A \vee B$, $A \to B$, $A \leftrightarrow B$ – пропозициональные формулы.

Всякая формула, не являющаяся атомом, может быть единственным образом представлена в одном из видов: $\left(\overline{A}\right)$, $(A \& B)$, $(A \vee B)$, $(A \to B)$, $(A \leftrightarrow B)$ для формул A и B.

Для систематического изучения формул, выражающих высказывания, вводят переменные высказывания $P_1, P_2, \ldots$ и т.д., принимающие значения из множества $\{0, 1\}$. Переменные высказывания называются также логическими или булевыми переменными.

Формула логики высказываний $\Phi(P_1, P_2, \ldots, P_N)$ называется выполнимой, если она принимает значение «1» («истина») хотя бы для одного набора значений логических переменных $P_1, P_2, \ldots, P_N$.

Формула логики высказываний $\Phi(P_1, P_2, \ldots, P_N)$ называется противоречием или тождественно ложной, если ее значение для любых значений $P_1, P_2, \ldots, P_N$ есть «0» («ложь»).

Формула логики высказываний $\Phi(P_1, P_2, \ldots, P_N)$ называется тавтологией или тождественно истинной, если ее значение для любых значений $P_1, P_2, \ldots, P_N$ есть «1» («истина»).

Некоторые тавтологии играют большую роль в логике и поэтому называются законами:

– закон тождества (рефлексивности) $P \leftrightarrow P$
«Всякое высказывание является логическим следствием самого себя»;

– закон исключенного третьего $\overline{P} \vee P$
этот закон утверждает, что «для каждого высказывания P или само высказывание, или его отрицание истинно»;

– закон отрицания противоречия $\overline{\left(\overline{P}\,\&\,P\right)}$

этот логический закон лежит в основе следующего утверждения: «Для всякого высказывания *P* неверно, что истинно и высказывание *P*, и его отрицание»;

– закон двойного отрицания $\overline{\overline{P}} \leftrightarrow P$,

согласно которому отрицание от отрицания любого высказывания равносильно самому высказыванию;

– добавление антецедента *verum ex quolibet* (истина из чего угодно) $P \to \left(Q \to P\right)$,

если *P* – истинное высказывание, то для любого высказывания *Q* импликация $Q \to P$ будет истинным высказыванием;

– *ex falso quodlibet* (из ложного что угодно) $\overline{P} \to \left(Q \to P\right)$,

если *P* – ложное высказывание, а тем самым $\overline{P}$ истинно, то *P* имплицирует любое высказывание;

– *modus ponens* $\left(P\,\&\left(P \to Q\right)\right) \to Q$

лежит в основе одного из самых важных типов логического заключения. Если истинно, что некоторое высказывание *P* имплицирует высказывание *Q* и, кроме того, высказывание *P* истинно, то согласно закону modes ponens можно заключить, что истинно *Q*. Этот тип заключения повсеместно употребляется при математических доказательствах.

Пример

«Все простые числа, большие 2, нечетны»

«7 есть простое число, большее 2»

Следовательно, «7 есть нечетное число»

Пусть

A – «7 есть простое число, большее 2»;

B – «7 есть нечетное число».

Тогда имеем:

$A \to B$ истинно

и

A истинно.

Теперь применяется *modus ponens*, следовательно, *B* истинно, т.е. «7 есть нечетное число» истинно;

– *modus tollens* $((P \to Q) \& \overline{Q}) \to \overline{P}$ (закон, двойственный *modus ponens*)

этот закон лежит в основе следующего типа логических заключений: предполагается известным, что утверждение P имплицирует утверждение Q, а также становится известным, что утверждение Q ложно, тогда на основании *modus tollens* заключают, что P ложно. *Modus tollens* употребляется при доказательствах от противного. Нужно доказать некоторое утверждение P. Предполагается, что P ложно, и показывается что $\overline{P}$ имплицирует некоторое высказывание Q, о котором известно, что оно ложно (т.е. $\overline{Q}$ истинно). Отсюда заключается на основании *modus tollens*, что P истинно;

– закон силлогизма $((P \to Q) \& (Q \to T)) \to (P \to T)$,

если высказывание P имплицирует высказывание Q, а Q в свою очередь имплицирует высказывание T, то отсюда можно заключить, что P имплицирует T;

– законы де-Моргана: $\overline{P_1 \& P_2} \leftrightarrow \overline{P_1} \vee \overline{P_2}$ и $\overline{P_1 \vee P_2} \leftrightarrow \overline{P_1} \& \overline{P_2}$.

Операции $\to$ и $\leftrightarrow$ можно выразить через операции $\rceil$, & и $\vee$:

$$P_1 \to P_2 \equiv \overline{P_1} \vee P_2$$

$$P_1 \leftrightarrow P_2 \equiv (P_1 \to P_2) \& (P_2 \to P_1)$$

$$P_1 \leftrightarrow P_2 \equiv (P_1 \& P_2) \vee (\overline{P_1} \& \overline{P_2})$$

На множестве формул логики высказываний можно определить семантические (смысловые) отношения равносильности и следования. Эти отношения играют важную практическую роль при упрощении логических выражений и построении корректных логических выводов.

Две формулы логики высказываний $\Phi_1(P_1, P_2, \ldots, P_N)$ и $\Phi_2(P_1, P_2, \ldots, P_N)$ называются равносильными, если они принимают одинаковое значение для любых значений логических переменных $P_1, P_2, \ldots, P_N$.

Две равносильные формулы имеют одну и ту же таблицу истинности и, наоборот, формулы, имеющие одну и ту же таблицу истинности, равносильны.

Условие равносильности формул выражает теорема:

Формулы $\Phi_1(P_1, P_2, \ldots, P_N)$ и $\Phi_2(P_1, P_2, \ldots, P_N)$ равносильны тогда и только тогда, когда их эквивалентность $\Phi_1(P_1, P_2, \ldots, P_N) \leftrightarrow \Phi_2(P_1, P_2, \ldots, P_N)$ является тавтологией.

Отношение равносильности обозначается символом «$\equiv$» или «$\leftrightarrow$».

Формула $\Phi_2(P_1, P_2, \ldots, P_N)$ логически следует из формулы $\Phi_1(P_1, P_2, \ldots, P_N)$, или $\Phi_1(P_1, P_2, \ldots, P_N) \rightarrow \Phi_2(P_1, P_2, \ldots, P_N)$, если $\Phi_2(P_1, P_2, \ldots, P_N)$ истинна на всех наборах значений $P_1, P_2, \ldots, P_N$, на которых $\Phi_1(P_1, P_2, \ldots, P_N)$ истинна.

Логическое следование $\Phi_1(P_1, P_2, \ldots, P_N) \rightarrow \Phi_2(P_1, P_2, \ldots, P_N)$ означает, что из истинности Φ_1 следует истинность Φ_2, но если Φ_1 ложна, то относительно Φ_2 ничего сказать нельзя.

Отношение следования формул выражает теорема:

$\Phi_1(P_1, P_2, \ldots, P_N) \rightarrow \Phi_2(P_1, P_2, \ldots, P_N)$ тогда и только тогда, когда импликация $\Phi_1(P_1, P_2, \ldots, P_N) \rightarrow \Phi_2(P_1, P_2, \ldots, P_N)$ является тавтологией.

Вопросы для самопроверки

1. Определите понятие высказывания.
2. Дайте определение логических операций отрицания, дизъюнкции, конъюнкции, импликации и эквивалентности.
3. Приведите варианты чтения импликации.
4. Приведите варианты чтения эквивалентности.
5. Какое высказывание называется составным?
6. Определите понятие тавтологии.
7. Дайте определение логического следования и равносильности формул логики высказываний.
8. Каким образом связаны понятия импликации и логического следования формул логики высказываний?
9. Каким образом связаны понятия эквивалентности и равносильности формул логики высказываний?
10. Каким образом дизъюнкция выражается через конъюнкцию и отрицание?

11. Каким образом импликация выражается через дизъюнкцию и отрицание?

12. Каким образом эквивалентность выражается через дизъюнкцию, конъюнкцию и отрицание?

Задания для выполнения

1. В какие дни недели истинно высказывание:

а) «Если сегодня пятница, то завтра понедельник»;

б) «Если сегодня пятница, то завтра суббота».

2. Выберите из следующих предложений высказывания.

а) «$2\times 2=4$»;

б) «Рим – столица Франции»;

в) «Который час?»;

г) «Решить квадратное уравнение $x^2-2=4$».

3. Найдите истинностные значения следующих высказываний:

а) «если 11 делится на 3, то 11 делится на 6»;

б) «если 15 делится на 3, то 15 делится на 6»;

в) «11 делится на 3 тогда и только тогда, когда 15 делится на 6».

4. Запишите формулы, равносильные данным, содержащие только логические связки $\rceil$, & и $\vee$:

а) $f(x,y,z)=\overline{y\bar{z}\vee z}\vee(x\bar{y}\to z)$;

б) $f(x,y,z)=\overline{x\bar{z}\to z}\vee x\bar{y}z$;

в) $f(x,y,z)=\overline{x(\bar{y}\vee xz)}\to xy\bar{z}$;

г) $f(x,y,z)=\overline{xy\bar{z}\vee z}\to x\bar{y}$;

д) $f(x,y,z)=\overline{y\to\bar{z}\vee z}\vee\bar{x}\bar{y}$;

е) $f(x,y,z)=\overline{y\bar{z}\vee z}\vee x\bar{z}$;

ж) $f(x,y,z)=\overline{y\bar{x}\to yxz\vee z}\vee\bar{\bar{x}}\bar{\bar{y}}$;

з) $f(x,y,z)=x\to y\bar{z}\to\overline{\bar{x}\vee\bar{y}}$.

5. Определите, является ли каждая из следующих формул тавтологией, тождественно ложной формулой. Являются ли эти формулы выполнимыми:

а) $P \leftrightarrow \left(\overline{P} \vee \overline{P}\right)$;

б) $(P \rightarrow Q) \,\&\, R \rightarrow P$;

в) $((Q \rightarrow P) \rightarrow Q) \rightarrow Q$;

г) $\overline{P} \rightarrow P \,\&\, Q$;

д) $(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (P \leftrightarrow (Q \leftrightarrow P))$;

е) $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \left(\overline{P} \vee Q\right)$;

ж) $P\& \leftrightarrow \overline{(P \vee Q)}$;

з) $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \overline{\left(P \,\&\, \overline{Q}\right)}$.

6. Постройте некоторую формулу A, такую чтобы данные формулы были тавтологией:

а) $\left(A \,\&\, Q \rightarrow \overline{P}\right) \rightarrow \left(\left(P \rightarrow \overline{Q}\right) \rightarrow A\right)$;

б) $(R \rightarrow A) \leftrightarrow (R \rightarrow P \,\&\, Q)$;

в) $(A \rightarrow R) \leftrightarrow \left(\overline{(P \vee Q)} \rightarrow R\right)$.

2 Структура высказываний. Категорические высказывания. Логический квадрат. Непосредственные умозаключения. Дедуктивные умозаключения

При рассмотрении способов образования сложных высказываний из простых внутреннее строение простых высказываний во внимание не принималось. Они брались как неразложимые атомы, обладающие только одним свойством: быть истинными или ложными. Простые высказывания не случайно иногда именуются *атомарными:* из них, как из элементарных кирпичиков, с помощью логических связок «И», «ИЛИ» и т.п. строятся разнообразные сложные высказывания.

Теперь следует остановиться на вопросе о внутреннем строении, или внутренней структуре, самих простых высказываний: из каких конкретных частей они слагаются и как эти части связаны между собой.

Сразу же нужно подчеркнуть, что простые высказывания могут разлагаться на составные части по-разному. Результат разложения зависит от цели, ради которой оно осуществляется, т.е. от той теории логического вывода (логического следования), в рамках которой анализируются такие высказывания.

Далее будет рассматриваться лишь одна разновидность простых высказываний – *категорические высказывания*, по традиции называемые также *категорическими суждениями.*

Особый интерес к категорическим высказываниям объясняется прежде всего тем, что с исследования их логических связей началось развитие логики как науки. Кроме того, высказывания этого типа широко используются в наших рассуждениях.

Категорическое высказывание – это высказывание, в котором утверждается или отрицается наличие какого-то признака у всех или некоторых предметов рассматриваемого класса.

Пример

В высказывании «Все динозавры вымерли» всем динозаврам (или, что то же самое, каждому из динозавров) приписывается признак «быть вымершими».

Пример

В высказывании «Некоторые динозавры летали» способность летать приписывается некоторым динозаврам.

Пример

В высказывании «Все кометы не астероиды» отрицается наличие признака «быть астероидом» у каждой из комет.

Пример

В высказывании «Некоторые животные не являются травоядными» отрицается травоядность некоторых животных.

Если отвлечься от количественной характеристики, содержащейся в категорическом высказывании и выражающейся словами «все» и «некоторые», то получится два варианта таких высказываний: утвердительный и отрицательный. Их структура:

S есть P и S не есть P,

где буква *S* представляет имя того предмета, о котором идет речь в высказывании, а буква *P* – имя признака, присущего или не присущего этому предмету.

Предмет, о котором говорится в категорическом высказывании, называется *субъектом*, а его признак – *предикатом.* Субъект и предикат именуются *терминами* категорического высказывания и соединяются между собой связками «есть» или «не есть» («является» или «не является» и т.п.).

Пример

В высказывании «Солнце есть звезда» терминами являются имена «Солнце» и «звезда» (первый из них – субъект высказывания, второй – его предикат), а слово «есть» – связка.

Простые высказывания типа «*S* есть (не есть) *P*» называются *атрибутивными:* в них осуществляется атрибуция (приписывание) какого-то свойства предмету.

Атрибутивными высказываниям противостоят *высказывания об отношениях*, в которых устанавливаются отношения между двумя или большим числом предметов: «Три меньше пяти», «Киев больше Одессы», «Весна лучше осени», «Париж находится между Москвой и Нью-Йорком» и т.п. Высказывания об отношениях играют существенную роль в науке, особенно в математике. Они не сводятся к категорическим высказываниям, поскольку отношения между несколькими предметами (такие, как «равно», «любит», «теплее», «находится между» и т.д.) не сводятся к свойствам отдельных предметов.

В категорическом высказывании не просто устанавливается связь предмета и признака, но и дается определенная количественная характеристика субъекта высказывания. В высказываниях типа «Все *S* есть (не есть) *P*» слово «все» означает «каждый из предметов соответствующего класса». В высказываниях типа «Некоторые *S* есть (не есть) *P*» слово «некоторые» употребляется в неисключающем смысле и означает «некоторые, а может быть все». В исключающем смысле слово «некоторые» означает «только некоторые», или «некоторые, но не все». Различие между двумя смыслами этого слова можно продемонстрировать на примере высказывания «Некоторые звезды есть звезды». В неисключающем смысле оно означает

«Некоторые, а возможно и все звезды есть звезды» и является, очевидно, истинным. В исключающем же смысле данное высказывание означает «Лишь некоторые звезды являются звездами» и является явно ложным.

В категорических высказываниях утверждается или отрицается принадлежность каких-то признаков рассматриваемым предметам и указывается, идет ли речь обо всех этих предметах или же о некоторых из них. Возможны, таким образом, четыре вида категорических высказываний:

Все S есть P – общеутвердительное высказывание;

Некоторые S есть P – частноутвердительное высказывание;

Все S не есть P – общеотрицательное высказывание;

Некоторые S не есть P – частноотрицательное высказывание.

Категорические высказывания можно рассматривать как результаты подстановки каких-то имен в следующие выражения с «пробелами» (многоточиями):

«Все ... есть ...»

«Некоторые ... есть ...»

«Все ... не есть ...»

«Некоторые ... не есть ...»

Каждое из этих выражений является *логической постоянной* (логической операцией), позволяющей из двух имен получить высказывание.

Пример

Подставляя вместо многоточий имена «летающие» и «птицы», получаем, соответственно, следующие высказывания:

«Все летающие есть птицы»

«Некоторые летающие есть птицы»

«Все летающие не есть птицы»

«Некоторые летающие не есть птицы»

Первое и третье высказывания являются ложными, а второе и четвертое – истинными.

Аристотель истолковывал рассматриваемые четыре выражения именно как логические постоянные, не имеющие самостоятельного содержания и позволяющие из двух обладающих содержанием имен получать содержательные, являющиеся истинными или ложными высказывания.

В традиционной логике предполагалось также, что имена, подставляемые вместо многоточий (или переменных, если они используются вместо многоточий), не должны быть единичными или пустыми. Иначе говоря, высказывания типа «Платон – человек», «Все золотые горы – это горы» не относятся к категорическим в традиционном смысле, поскольку «Платон» – единичное имя, а «золотые горы» – пустое имя.

Обозначим оборот «Все ... есть ...» буквой «*a*», оборот «Некоторые ... есть ...» буквой «*i*» (первые гласные буквы латинского слова *affirmo* – «утверждаю»), оборот «Все ... не есть ...» буквой «*e*» и оборот «Некоторые ... не есть ...» буквой «*o*» (гласные буквы латинского слова *nego* – «отрицаю»).

SaP – «Все *S* есть *P*» – «Все жидкости упруги»

SiP – «Некоторые *S* есть *P*» – «Некоторые животные говорят»

SeP – «Все *S* не есть *P*» – «Все дельфины не есть рыбы»

SoP – «Некоторые *S* не есть *P*» – «Некоторые металлы не есть жидкости».

Отношения между четырьмя видами категорических высказываний графически представляются так называемым *логическим квадратом* (рис. 1). Впервые понятие «логический квадрат» было введено в обиход в конце XI века Михаилом Пселлом – византийским логиком. Эта категория была выведена им в процессе изучения проблемы суждения. Если рассмотреть порядок возникновения «логического квадрата», то можно увидеть, что Михаил Пселл называл суждение речью, которая означает либо что-то истинное, либо что-то ложное. Ученый рассмотрел противные, подпротивные, противоречащие и подчиненные суждения. И для того, чтобы объяснить и облегчить запоминание отношений между разными видами суждений, он предложил своего рода наглядную схему, которая и получила название «логический квадрат».

В современной науке понятием «логический квадрат» обозначают схематичное изображение, которое дает возможность легче запомнить характер отношений между определенными видами суждений, такими как: противными, подпротивными, противоречащими и между подчиняющим и подчиненным.

Рисунок 1 – Логический квадрат

Суть данной схемы (рис. 1) заключается в том, что в линии квадрата и его диагоналей показывают определенное однотипное отношение между парой суждений разного вида. Действительно, наглядное расположение линий и букв помогают зрительно запомнить их нахождение и мысленно представлять отношение между такими суждениями. Ведь на самом деле общеутвердительное суждение (*A*) и частноотрицательное суждение (*O*) являются противоречащими, также как и частноутвердительное суждение (*I*) с общеотрицательным суждением (*E*). И на схеме именно так и обозначено данное соотношение

Противоречащие высказывания (*SaP* и *SoP*; *SeP* и *SiP*) не могут быть одновременно истинными и ложными; если одно из них истинно, то другое ложно. Так, если высказывание «Все киты дышат легкими» истинно, то высказывание «Некоторые киты не дышат легкими» ложно. Если высказывание «Некоторые медведи – не бурые» истинно, то высказывание «Все медведи – бурые» ложно.

Противные высказывания (*SaP* и *SeP*), в отличие от противоречащих, могут вместе быть ложными, но не могут быть вместе истинными. Так, высказывания «Все спортсмены – гроссмейстеры» и «Ни один спортсмен не гроссмейстер» оба ложны. Поскольку высказывание «У всех людей есть головы» истинно, то высказывание «Ни у одного человека нет головы» ложно; и если высказывание «Все металлы не являются газами» истинно, то высказывание «Все металлы – газы» ложно.

Подпротивные высказывания (*SiP* и *SoP*) не могут быть одновременно ложными, но могут быть одновременно истинными. Так, если высказывание «Некоторые овцы – хищники» ложно, то высказывание «(По меньшей мере) некоторые овцы не являются хищниками» истинно. Высказывания же «Некоторые спортсмены – футболисты» и «Некоторые спортсмены не футболисты» оба истинны.

В отношении *подчинения* находятся попарно высказывания *SaP* и *SiP*, *SeP* и *SoP*. Из подчиняющего высказывания логически следует подчиненное: из *SaP* вытекает *SiP* и из *SeP* вытекает *SoP*. Это означает, что из истинности подчиняющего высказывания логически следует истинность подчиненного, и из ложности подчиненного следует ложность подчиняющего. К примеру, из высказывания «Все киты являются млекопитающими» следует высказывание «Некоторые киты млекопитающие», а из высказывания «Все металлы не являются сжимаемыми» следует высказывание «Некоторые металлы не сжимаемы».

Познавая окружающую действительность, мы приобретаем новые знания. Некоторые из них – непосредственно, при помощи органов чувств; другие же – опосредованно, на основании логического мышления, путем выведения новых знаний из знаний, уже имеющихся. Эти знания называются выводимыми. Логической формой получения выводимых знаний является умозаключение.

Умозаключение – это форма мышления, посредством которой из одного или нескольких суждений, связанных между собой, с логической необходимостью выводится новое суждение. Логическая сущность умозаключения состоит в движении мысли от анализа имеющегося знания к синтезу нового знания. Это движение имеет объективный характер и определяется реальными связями действительности. Объективная связь, отраженная в сознании, обеспечивает логическую связь мыслей. Напротив, отсутствие объективных связей действительности приводит к логическим ошибкам.

Логические связи категорических высказываний, представляемые логическим квадратом, можно представить также в форме *непосредственных умозаключений*, т.е. умозаключений из одной посылки. Но необходимо заметить, что правила следования по «логическому квадрату» касаются лишь суждений сравнимых, т.е. суждений с одинаковыми субъектами и предикатами, хотя они могут отличать друг от друга по количеству и качеству. Соответственно, несравнимыми среди простых суждений являются суждения, имеющие различные субъекты или предикаты.

Среди сравнимых различают совместимые суждения, которые могут быть одновременно истинными, и несовместимые суждения, которые одновременно истинными быть не могут.

Совместимость бывает трех видов: полная совместимость (эквивалентность); подчинение; частичная совместимость (субконтрарность). Несовместимость бывает двух видов: противоположность (контрарность) и противоречивость (контрадикторность).

Противоречат друг другу высказывания «Все *S* есть *P*» и «Некоторые *S* не есть *P*», а также высказывания «Все *S* не есть *P*» и «Некоторые *S* есть *P*». Это означает, что являются правильными следующие, в частности, непосредственные умозаключения:

Все *S* есть *P*.

Неверно, что некоторые *S* не есть *P*.

Пример

Из истинного высказывания «Все совы – птицы» непосредственно вытекает истинное высказывание «Неверно, что некоторые совы не являются птицами».

Пример

Некоторые *S* не есть *P*.

Неверно, что все *S* есть *P*.

Из высказывания «Некоторые ученые не химики» непосредственно вытекает высказывание «Неверно, что все ученые химики».

Пример

Все *S* не есть *P*.

Неверно, что некоторые *S* есть *P*.

Из высказывания «Все киты не рыбы» непосредственно вытекает высказывание «Неверно, что некоторые киты – рыбы».

Пример

Некоторые *S* есть *P*.

Неверно, что все *S* не есть *P*.

Из высказывания «Некоторые жидкости упруги» непосредственно следует высказывание «Неверно, что все жидкости неупруги».

Противные высказывания (*SaP* и *SeP*) не могут быть вместе истинными.

Пример

Все *S* есть *P*.

Неверно, что все *S* не есть *P*.

Из высказывания «Все летающие имеют крылья» непосредственно вытекает высказывание «Неверно, что все летающие не имеют крыльев».

Пример

Все *S* не есть *P*.

Неверно, что все *S* есть *P*.

Из высказывания «Все категорические высказывания не являются условными» непосредственно вытекает высказывание «Неверно, что все категорические высказывания – условные».

Из подчиняющего высказывания логически следует подчиненное

Пример

Все *S* есть *P*.

Некоторые *S* есть *P*.

Из высказывания «Все люди дышат легкими» непосредственно вытекает высказывание «(По меньшей мере) некоторые люди дышат легкими».

Пример

Все *S* не есть *P*.

Некоторые *S* не есть *P*.

Из высказывания «Все тигры не птицы» непосредственно вытекает высказывание «Некоторые тигры не птицы».

Чтобы правильно понимать смысл суждений и правильно оперировать ими, необходимо знать распределенность терминов в них – субъекта и предиката (таблица 3).

Таблица 3 – Распределенность терминов в суждениях

Вид суждения	Распределенность субъекта	Распределенность предиката
SaP	+	–
SeP	+	+
SiP	–	–
SoP	–	+

Распределенным считается термин, мыслимый во всем объеме; нераспределенным – если он мыслится не во всем объеме, а частично. Знание распределенности терминов в суждениях имеет большое значение в практике мышления. Оно необходимо для правильного преобразования суждений и для проверки правильности умозаключений.

Структура любого умозаключения включает три элемента:

1) исходное знание, выражающееся в посылках;

2) обосновывающее знание, выражающееся в правилах умозаключения;

3) выводное знание, выражающееся в заключении или выводе.

При анализе умозаключения посылки и заключение принято записывать отдельно, располагая их друг над другом. Заключение записывают под горизонтальной чертой, отделяющей его от посылок и обозначающей логически следование. В соответствии с этим рассмотрим следующий пример умозаключения.

Пример

Все граждане России имеют право на образование - посылка

<u>Новиков - гражданин России - посылка</u>

Новиков имеет право на образование - заключение

При наличии содержательной связи между посылками можно получить в процессе рассуждения новое истинное знание при соблюдении двух условий.

Во-первых, должны быть истинными исходные суждения – посылки. Однако следует иметь в виду, что иногда и ложные суждения могут дать истинное заключение. Так, в результате специального подбора ложных посылок в следующем рассуждении получим истинное заключение:

Пример

Все слоны имеют крылья

Все птицы – слоны

Все птицы имеют крылья

Это свидетельствует о том, что ориентация только на форму (структуру) посылок при игнорировании их объективно-истинных связей может создать видимость правильного умозаключения.

Во-вторых, в процессе рассуждения необходимо соблюдать правила вывода, которые обусловливают логическую правильность умозаключения. Без этого даже из истинных посылок можно получить ложное заключение.

Пример

Все гусеницы едят капусту

Я ем капусту

Следовательно, я – гусеница

Дедуктивное умозаключение – это такая форма абстрактного мышления, в которой мысль развивается от знания большей степени общности к знанию меньшей степени общности, а заключение, вытекающее из посылок, с логической необходимостью носит достоверный характер. Объективной основой дедуктивных умозаключений является единство общего и единичного в реальных процессах, предметах окружающего мира.

Процедура дедукции имеет место в том случае, когда информация посылок содержит (часто в неявной форме) информацию, выраженную в заключении. Дедуктивное умозаключение является способом извлечения этой информации и представления ее в явной форме.

Правила дедуктивного вывода определяются характером посылок, которые могут быть простыми или сложными суждениями, а также их количеством. В зависимости от количества используемых посылок, из которых строится вывод, дедуктивные умозаключения бывают непосредственные и опосредованные.

В непосредственных умозаключениях вывод осуществляется из одной посылки путем ее преобразований: превращения, обращения, противопоставления предикату и по «логическому квадрату».

Выводы в каждом из этих умозаключений получаются в соответствии с определенными логическими правилами, которые обусловлены количественной и качественной характеристиками исходного суждения.

Превращение – разновидность непосредственного умозаключения, в котором изменяется качество посылки без изменения ее количества. Оно осуществляется двумя способами:

а) путем двойного отрицания, которое ставится перед связкой и перед предикатом:

S есть $P \to S$ не есть *не*-P

Пример

«Все адвокаты – юристы» $\to$ «Ни один адвокат не является не юристом».

Заключение здесь опирается на правило вывода: двойное отрицание равносильно утверждению;

б) путем перевода отрицания из предиката в связку:

S есть *не*-$P \to S$ не есть P

Пример

«Некоторые свидетельские показания недостоверны» $\to$ «Некоторые свидетельские показания не являются достоверными».

Превращению подлежат все четыре вида суждений по объединенной классификации:

$A \to E$;

$E \to A$;

$I \to O$;

$O \to I$.

Как видим, для превращения суждения необходимо заменить его связку на противоположную, а предикат – на понятие, противоречащее предикату исходного суждения.

Смысл превращения заключается в следующем: заключение, полученное посредством превращения, уточняет наше знание. Устанавливая отношения между субъектом и понятием, противоречащим предикату исходного суждения, мы рассматриваем предмет суждения с новой стороны, фиксируя внимание на свойстве, не совместимом со свойством, отраженным в предикате исходного суждения. Это знание выражает тот факт, что предмет, рассматриваемый в одно и то же время, в одном и том же отношении, не может иметь и вместе с тем не иметь одно и то же свойство. Поэтому заключение, полученное с помощью этой логической операции, содержит некоторое новое знание о предмете.

Обращение – непосредственное умозаключение, в котором происходит перемена мест субъекта и предиката при сохранении качества суждения.

Обращение подчиняется правилу распределенности терминов: субъект распределен в общих и не распределен в частных суждениях, предикат распределен в отрицательных и не распределен в утвердительных суждениях. В соответствии с этим правилом суждения, различные по количеству и качеству, обращаются следующим образом:

Все S есть $P \rightarrow$ Некоторые P есть S

Пример

«Все студенты второго курса сдали зачет по логике» $\rightarrow$ «Некоторые, сдавшие зачет по логике, – студенты первого курса».

Ни одно S не есть $P \rightarrow$ Ни одно P не есть S

Пример

«Ни один студент второй учебной группы не является неуспевающим» $\rightarrow$ «Ни один неуспевающий не является студентом второй учебной группы».

Некоторые S есть $P \rightarrow$ Некоторые P есть S

Пример

«Некоторые женщины – юристы» $\rightarrow$ «Некоторые юристы – женщины».

Частноотрицательные суждения не обращаются. Следовательно, обращению подлежат:

$A \rightarrow I$;

$E \rightarrow E$;

$I \rightarrow I$.

Смысл обращения состоит в следующем: используя этот логический прием, мы уточняем наши знания об объеме предиката суждения и его отношении к субъекту, так как объектом нашей мысли становится предмет, отраженный предикатом исходного суждения.

Противопоставление предикату – непосредственное умозаключение, которое предполагает получение заключения, где субъектом является понятие, противоречащее предикату исходного суждения, а предикатом является субъект исходного суждения. Нетрудно заметить, что данный вид умозаключения можно рассматривать как результат превращения и обращения:

– превращая исходное суждение «*S* есть *P*», устанавливаем отношение *S* к *не*-*P*;

– суждение, полученное путем превращения, обращается, в результате устанавливается отношение *не*-*P* к *S*.

Заключение, полученное путем противопоставления предикату, зависит от количества и качества исходного суждения. В соответствии с этим данный вид непосредственного умозаключения осуществляется следующим образом:

Все *S* есть *P* $\rightarrow$ Ни одно *не*-*P* не есть *S*

Пример

«Все компьютеры имеют процессор» $\rightarrow$ «Ни один объект, не имеющий процессора, не компьютер».

Ни одно *S* не есть *P* $\rightarrow$ Некоторые *не*-*P* есть *S*

Пример

«Ни один компьютер не обладает интеллектом» $\rightarrow$ «Некоторые неинтеллектуальные объекты являются компьютерами».

Некоторые S не есть $P \rightarrow$ Некоторые *не*-P есть S

Пример

«Некоторые студенты не являются отличниками» $\rightarrow$ «Некоторые неотличники – студенты».

Частноутвердительные суждения посредством противопоставления предикату не преобразуются.

Смысл умозаключений посредством противопоставления предикату состоит в том, что в них выясняется отношение предметов, не входящих в объем предиката, к предметам, отраженным субъектом исходного суждения. Устанавливая отношение между этими предметами, мы уточняем наши знания, высказываем нечто новое, что не было в явной форме выражено в исходном суждении.

В опосредованных умозаключениях вывод следует из двух или нескольких суждений, логически связанных между собой.

Различают несколько видов опосредованных умозаключений, среди которых силлогизмы.

Силлогизмы характеризуются тем, что в их состав входят суждения, имеющие субьектно-предикатное строение. Таковыми являются все атрибутивные суждения. Они относятся также к категорическим суждениям, потому что мысль, выраженная в них, высказывается без всяких условий, вполне определенно. Она просто утверждается или отрицается. В зависимости от количества и особенностей суждений, используемых в посылках, различают простой и сложный категорический силлогизм. Рассмотрим наиболее распространенный из них – простой категорический силлогизм.

Простой категорический силлогизм (от греч. *syllogismos* – сосчитывание) – это такой вид дедуктивного умозаключения, в котором из двух истинных категорических суждений, связанных общим термином, получается третье суждение – вывод, являющийся категорическим суждением.

В основе вывода по категорическому силлогизму лежит аксиома силлогизма: «Все, что утверждается или отрицается о роде (классе), необходимо утверждается или отрицается о виде (или члене данного класса), принадлежащем к данному роду».

Пример

Студент, проявляющий инициативу, привлекается к научной деятельности

Петров проявляет инициативу

Петров привлекается к научной деятельности

Как и в суждениях, категорический силлогизм имеет термины. Но если в суждениях их два, то в категорическом силлогизме – три. Различают меньший, больший и средний термины.

Меньшим термином силлогизма называется понятие, которое в заключении является субъектом.

Большим термином силлогизма называется понятие, которое в заключении является предикатом. Меньший и больший термины называются крайними и обозначаются соответственно латинскими буквами *S* (меньший термин) и *P* (больший термин). Каждый из крайних терминов входит не только в заключение, но и в одну из посылок. Посылка, в которую входит меньший термин, называется меньшей посылкой; посылка, в которую входит больший термин, называется большей посылкой.

Средним термином силлогизма называется понятие, входящее в обе посылки и отсутствующее в заключении. Средний термин обозначается латинской буквой *M*. Средний термин служит для сравнения большего термина с меньшим и установления логической связи между посылками. Сами по себе эти термины не могут быть сравниваемы.

Сравнение может происходить через посредство среднего термина. Обратимся к нашему примеру простого категорического силлогизма: мы не могли бы связать термин «Петров» с термином «привлекается к научной деятельности», если бы у нас не было термина «студент, проявляющий инициативу», который связывается, с одной стороны, с термином «привлекается к научной деятельности», с другой стороны – с термином «Петров». Таким образом, служит логической связкой между терминами «Петров» и «привлекается к уголовной ответственности».

Поставив в нашем примере на место терминов суждения термины силлогизма, получим:

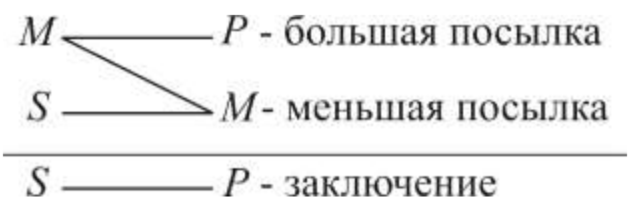
студент, проявляющий инициативу /*M*/,

привлекается к научной деятельности /*P*/

Петров /*S*/ является студентом, проявляющим инициативу /*M*/
Петров /*S*/ привлекается к научной деятельности /*P*/

В посылках простого категорического силлогизма средний термин может занимать место субъекта или предиката. Разновидности форм силлогизма, различаемые по положению среднего термина в посылках, называются фигурами силлогизма**,** каждая из которых имеет свои особые правила. Различают четыре фигуры.

Первая фигура – разновидность силлогизма, в которой средний термин занимает место субъекта в большей посылке (*M*-*P*) и место предиката в меньшей (*S*-*M*), схематически выражается так:



Пример:
Все будущие программисты /*M*/ изучают курс Информатики /*P*/
Студентка Куликова /*S*/ – будущий программист /*M*/
Студентка Куликова /*S*/ изучает курс Информатики /*P*/

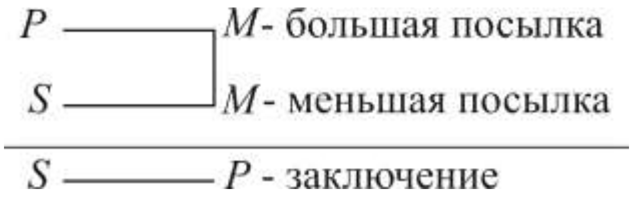
Первая фигура является наиболее распространенной формой силлогизма, она позволяет сопоставить частное знание, указанное в меньшей посылке, с общим знанием, которое содержится в большей посылке. Применяется в любой сфере деятельности, когда надо решить конкретный вопрос на основе общего правила, закона, определения.

Правила первой фигуры:

1) меньшая посылка должна быть утвердительной (*A*, *I*);

2) большая посылка должна быть общей (*A*, *E*).

Вторая фигура – разновидность силлогизма, в которой средний термин занимает место предиката в обеих посылках (*P* - *M*, *S* - *M*), схематично выражается следующая образом:



Пример

Все доказательства по делу /*P*/ в суде исследованы /*M*/

Факты, сообщенные гражданином К /*S*/, в суде не исследованы /*M*/

Факты, сообщенные гражданином К /*S*/, не являются доказательствами по делу /*P*/

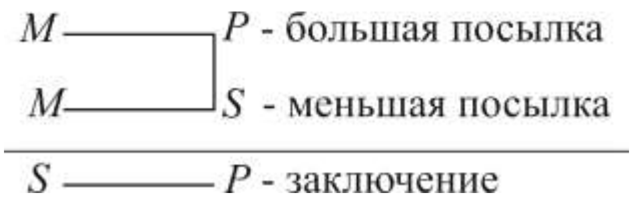
Вторая фигура применяется при доказательствах ложности какого-либо положения путем отрицания принадлежности исследуемых предметов к классу предметов, о которых мыслится в большей посылке.

Правила второй фигуры:

1) одна из посылок должна быть отрицательной (*E*, *O*);

2) большая посылка должна быть общей (*A*, *E*).

Третья фигура – разновидность силлогизма, в которой средний термин занимает место субъекта в обеих посылках (*M* - *P*; *M* - *S*). Его схема:



Пример

Все подозреваемые /M/ признали свою вину /P/

Все подозреваемые /M/ привлечены к уголовной ответственности /S/

Некоторые лица, привлеченные к уголовной ответственности /S/, признали свою вину */P/*

Третья фигура обычно используется в тех случаях, когда требуется сделать вывод из двух общих суждений, в которых мыслится один и тот же предмет. Она также может быть применима для опровержения отдельных общих положений. Например, необходимо опровергнуть суждение «Ни один свидетель не дал правдивых показаний» и нам известно, что свидетели Куприянов и Семенов дали правдивые показания. Построим умозаключение по третьей фигуре:

Куприянов и Семенов – свидетели

Куприянов и Семенов дали правдивые показания

Некоторые свидетели дали правдивые показания

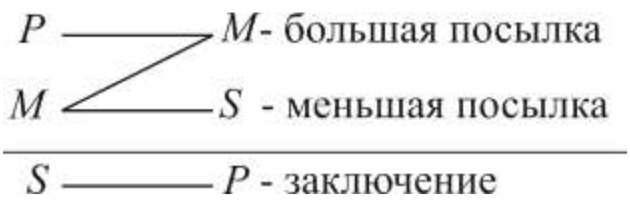
Поскольку частноутвердительное суждение «Некоторые свидетели дали правдивые показания» является истинным, то находящееся с ним в отношении противоречия общеотрицательное суждение «Ни один свидетель не дал правдивых показаний» – ложное.

Правила третьей фигуры:

1) меньшая посылка должна быть утвердительной (*A*, *I*);

2) заключение должно быть частным (*I*, *O*).

Четвертая фигура – разновидность силлогизма, в которой средний термин занимает место предиката в большей (*P* - *M*) и место субъекта в меньшей посылке (*M* - *S*), схематически выражается:



Пример:

Пропуски занятий /P/ совершается с целью уклонения от процесса обучения */M/*

Уклонение от процесса обучения /M/ является фактором причинения ущерба системе образования */S/*

Одним из факторов причинения ущерба системе образования /S/ являются пропуски занятий /P/

Правила четвертой фигуры:

1) если большая посылка утвердительная (*A*, *I*), то меньшая посылка должна быть общей (*A*, *E*);

2) если одна из посылок отрицательная (*E*, *O*), то большая посылка должна быть общей (*A*, *E*).

На практике данная фигура используется редко, так как зависимости между посылками и заключением менее заметны. Ход рассуждения по ней не типичен для процесса мышления, так как здесь мысль идет как бы «наоборот».

Таким образом, в первой фигуре можно получить выводы всех основных видов суждения. Вторая фигура дает только отрицательный вывод. В третьей фигуре вывод будет частным суждением. Четвертая фигура силлогизма практически не употребляется.

Необходимый характер вывода в простом категорическом силлогизме обеспечивается соблюдением следующих для всех его разновидностей правил, которые разбиваются на две группы: правила терминов и правила посылок.

Правила терминов

1. В каждом силлогизме должно быть только три термина. При нарушении этого правила возникает логическая ошибка «учетверение терминов», состоящая в том, что один из терминов употреблен в двух значениях.

Пример

Жизнь – это борьба
<u>Карате – борьба</u>
Жизнь – это карате

2. Средний термин должен быть распределен хотя бы в одной из посылок. Если средний термин не распределен ни в одной из посылок, то отношение между крайними терминами в заключении остается неопределенным.

Пример

Некоторые растения /М/ ядовиты */P/*
<u>Белые грибы /S/ – растения /М/</u>
Белые грибы /S/ – ядовиты /P/

3. Термин, не распределенный в посылках, не может быть распределен в заключении. При нарушении этого правила возникает логическая ошибка «незаконное расширение термина».

Пример

Все педагоги /М/ воспитанны */P/*
<u>Он /S/ не педагог /М/</u>

Он /S/ не воспитан /*P*/

Правила посылок

1. Хотя бы одна из посылок должна быть утвердительной; из двух отрицательных посылок заключение не следует.

Пример

Ни один студент не является преподавателем

Студент Данилов не является преподавателем

?

Вывод невозможен, так как обе посылки отрицательные суждения.

2. Если одна из посылок – отрицательное суждение, то и заключение должно быть отрицательным.

Пример

Ни один папоротник никогда не цветет

Это растение цветет

Это растение не папоротник (правильный вывод)

3. Хотя бы одна из посылок должна быть общим суждением. Из двух частных посылок заключение с необходимостью не следует.

Пример

Некоторые студенты родились в Москве

Некоторые студенты родились на Урале

?

4. Если одна из посылок – частное суждение, то и заключение должно быть частным.

Пример:

Все депутаты – избранники народа

Некоторые юристы – депутаты

Некоторые юристы – избранники народа

Посылками силлогизма могут быть суждения, различные по качеству и количеству: общеутвердительные (*A*), общеотрицательные (*E*), частноутвердительные (*I*), частноотрицательные (*O*). На основе их различного сочетания выделяют модусы простого категорического силлогизма.

Модусами простого категорического силлогизма называются его разновидности, отличающиеся друг от друга качественной и количественной характеристикой входящих в них посылок и заключения.

В четырех фигурах силлогизма максимальное число комбинаций равно 64. Однако правильных модусов всего 19:

1-я фигура: *AAA*, *EAE*, *AII*, *EIO*

2-я фигура: *EAE*, *AEE*, *EIO*, *AOO*

3-я фигура: *AAI*, *IAI*, *AII*, *EAO*, *OAO*, *EIO*

4-я фигура: *AAI*, *AEE*, *IAI*, *EAO*, *EIO*

В соответствии с этим называют модусы 1-ой фигуры, модусы 2-ой фигуры и т.д. Например, модус *AAA* 1-ой фигуры, модус *EAO* 3-ей фигуры и т.д. Все другие модусы формально возможны, но логически по содержанию они являются ошибочными, так как в них нарушаются те или иные правила категорического силлогизма.

Знание модусов дает возможность определить форму истинного заключения, когда даны посылки и известно, какова фигура данного силлогизма.

В целом же анализ простых категорических силлогизмов с целью выяснения вопроса о характере вывода предполагает последовательное определение следующих моментов:

– меньшего, большего и среднего терминов;

– меньшей и большей посылок;

– фигуры;

– модуса (количества и качества, входящих в силлогизм суждений);

– распределенности терминов в посылках и заключении;

– характера вывода (достоверный или вероятностный).

Пример

«Законы подлежат соблюдению, а инструкция не является законом, следовательно, инструкция не подлежит соблюдению».

Анализ силлогизма следует начинать с заключения, так как в нем содержатся крайние термины – больший и меньший. В данном примере понятие «инструкция» – меньший термин (*S*) как субъект заключения. Понятие «соблюдение» или «правовой акт, подлежащий соблюдению» как результат преобразования глагольной формы предиката в предметную – больший термин, так как является предикатом заключения. Понятие «закон», которое входит в обе посылки, но отсутствует в заключении, – средний термин.

Посылка «Законы подлежат соблюдению» является большей, поскольку она содержит больший термин «правовой акт, подлежащий соблюдению», а посылка «инструкция не является законом», содержащая меньший термин «инструкция», – меньший. Так как средний термин «закон» является субъектом большей посылки и предикатом меньшей, то это силлогизм первой фигуры.

Большая посылка – общеутвердительное суждение (*A*), меньшая – общеотрицательное (*E*) и заключение тоже общеотрицательное (*E*). Таким образом, здесь мы имеем модус *AEE*. Средний термин в большей посылке распределен как субъект общего суждения (условное обозначение *M*+), а больший термин не распределен как предикат утвердительного суждения (условное обозначение *P*–). В меньшей посылке меньший термин распределен как субъект общего суждения (*S*+) и средний термин распределен как предикат отрицательного суждения (*M*+). В заключении оба крайних термина распределены на тех же основаниях, что и в меньшей посылке (*S*+) и (*P*+). Зафиксируем результат нашего анализа:

A Законы /*M*+/ подлежат соблюдению /*P*–/

<u>*E* Инструкция /*S*+/ не является законом /*M*+/</u>

E Инструкция /*S*+/ не подлежит соблюдению /*P*+/

Характер вывода определяется ответом на вопрос, нарушены ли правила силлогизма (правила фигуры и общие правила) в данном примере: если нарушены, то вывод вероятностный, если нет, то достоверный. Поскольку наш пример построен по первой фигуре, то легко обнаружить, что здесь не соблюдено одно из ее правил – меньшая посылка должна быть утвердительной, здесь она – отрицательная. Значит, вывод имеет вероятностный характер. Но так как правила фигур являются следствиями из общих правил, нужно также определить, какие общие правила нарушены. В данном примере нарушено правило терминов 3 относительно большего термина: больший термин в посылке не распределен как предикат утвердительного суждения, а в заключении он распределен как предикат отрицательного. Следовательно, в примере допущена ошибка «незаконное расширение большего термина».

Данный вид дедуктивного умозаключения имеет большую практическую ценность. При этом главная трудность состоит в том, чтобы решить, какие посылки должны быть взяты для построения умозаключения. Правила простого категорического силлогизма не позволяют определить содержание посылок, но они указывают, каким требованиям эти посылки должны удовлетворять, чтобы их можно было связать между собой и сделать необходимый вывод. Содержание посылок определяет конкретная практика.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое суждение и в какой языковой форме оно выражается?
2. Какое суждение называется истинным, а какое – ложным?
3. Что составляет логическую структуру суждения?
4. На какие виды делятся категорические суждения по объему субъекта, качеству связки и содержанию предиката?
5. Что представляет собой объединенная классификация простых суждений?
6. Какова специфика логических отношений между совместимыми и несовместимыми суждениями?
7. Что такое логический квадрат и как его применять в реальном мыслительном процессе?
8. Как соотносятся простые категорические суждения по истинности?
9. Какова логическая характеристика сложных суждений?
10. Что такое распределенность терминов в суждении?
11. Какие имеются правила распределенности терминов в основных видах простых категорических суждений: *A*, *E*, *I*, *O*?
12. Что такое умозаключение как форма мышления и какова его логическая структура?
13. Как можно сформулировать условия получения истинности вывода в умозаключении?

14. Как характеризуются основные виды непосредственных дедуктивных умозаключений?

15. В чем заключается сущность простого категорического силлогизма? Как формулируется его аксиома?

16. Каковы правила терминов и правила посылок простого категорического силлогизма?

17. Что такое фигуры и модусы простого категорического силлогизма?

18. Какое умозаключение называется разделительно-категорическим? В чем специфика его модусов?

19. Что такое условно-категорическое умозаключение? Как проявляются особенности его модусов?

20. Какое умозаключение называется условно-разделительным?

21. Каково значение дедуктивных умозаключений в юридической теории и практике?

22. В чем состоят различия между основными видами умозаключений?

Задания для выполнения

1. Определите, какие из следующих предложений выражают суждение, а какие не выражают:

– Я обещаю подумать над вашим предложением.

– Если электростанция прекратит подачу тока, то предприятие понесет большие убытки.

– Возникла ли собственность сама собой, как говорят, от Бога или порождена людьми в процессе становления экономики?

– Какая прекрасная погода!

– Всякое преступление является противоправным действием.

– Ценные бумаги могут быть предъявительскими, ордерными или именными.

– Как можно не любить стихов А. С. Пушкина?

– Если *X* ровесник *Y*, то *Y* ровесник *X*.

– «И какой же русский не любит быстрой езды?» (Н.В. Гоголь).

– Водители, соблюдайте правила дорожного движения!

– Яблоки весят *X* кг.

– Он был свидетелем происшествия и может подробно его описать.

– Америка находится от нас далеко.

– $x + y = z$.

– Кто сегодня дежурный по аудитории?

2. Установите структуру следующих суждений и укажите их вид согласно принятой классификации:

– «Степанов имеет высшее юридическое образование»;

– «Ни один человек не должен страдать за правду»;

– «Некоторые свойства мышления не моделируются средствами современной кибернетики»;

– «Наскальные рисунки ориньякского периода, обнаруженные в Европе, представляют собой фигуры различных животных».

3. Установите структуру и определите виды суждений по следующим основаниям:

а) по объему субъекта:

– «Ряд важнейших проблем развивающихся стран связан с переустройством их экономики»;

– «В случаях, предусмотренных законодательством, юридическая помощь гражданам оказывается бесплатно»;

– «70% всего мирового грузооборота перевозится морским путем»;

– «Нет адъютанта без аксельбанта» (Прутков);

– «В этой деревне огни не погашены» (Рубцов);

– «В здоровом теле здоровый дух»;

– «В библиотеке есть интересные книги»;

– «Не все то золото, что блестит»;

– «Древние греки внесли большой вклад в развитие философии»;

– «Некоторые древние греки внесли большой вклад в развитие философии»;

б) по качеству связки:

– «Добросовестный труд – источник благосостояния и могущества нашего общества»;

– «Некоторые страны не имеют однопартийной системы»;

– «Ни что не существует беспричинно»;

– «Захватническая война незаконна»;

в) по содержанию предиката:

– «Кража является умышленным преступлением»;

– «Мурманск находится за полярным кругом»;

– «Некоторые рыбы живут до ста лет»;

– «Верста больше километра».

4. Установите распределенность терминов в следующих суждениях:

– «Некоторые планеты находятся вне земной орбиты»;

– «Все люди обладают второй сигнальной системой»;

– «Ни один квадрат не есть не ромб».

5. Установите соотношение истинности и ложности по «логическому квадрату», взяв за исходные следующие суждения:

– «Жизнь – обратимый процесс»;

– «Некоторые войны справедливые»;

– «Некоторые преступления не представляют собой большой общественной опасности»;

– «Не все выдающиеся музыканты имели абсолютный слух».

6. Дайте объединенную классификацию суждений, отобразите отношения с помощью кругов Эйлера, установите распределенность субъекта и предиката:

– «Честный ученый не может устраниться от решения экологических проблем»;

– «Некоторые соглашения не являются выгодными для одной из сторон»;

– «Многие виды преобразующей деятельности человека негативно изменяют условия развития естественных систем»;

– «По некоторым делам предусматривается законом обязательное проведение экспертиз»;

– «Ничто не проходит бесследно»;

– «Современный этап в развитии нашей страны характеризуется ростом демократических тенденций»;

– «Несколько лет М.Ю. Лермонтов жил на Кавказе»;

– «В архивах хранятся и закрытые дела»;

– «Человек осваивает и космическое пространство».

7. Установите вид сложного суждения, укажите его составные части:

– «Оскорбление может быть нанесено либо случайно, либо намеренно»;

– «Все люди рождаются свободными и равными в своем достоинстве и правах» (Всеобщая декларация прав человека);

– «Ни извиняющийся тон, ни упорство не украшают споры».

8. Определите вид утверждений:

– «Добросовестный труд – источник благосостояния и могущества нашего народа»;

– «Некоторые студенты этого курса - отличники учебы»;

– «Некоторые решения суда не являются обвинительными»;

– «Ни один невиновный не должен быть привлечен к уголовной ответственности»;

– «Некоторые преступления – неумышленные».

9. Определите распределение терминов в суждении:

– «Все студенты второго курса успешно сдали экзамены»;

– «Некоторые студенты второго курса не отличники»;

– «Ни один студент второго курса не является неуспевающим»;

– «Некоторые студенты второго курса сдали экзамены с оценкой «отлично»».

10. Какое суждение будет истинным при истинности данного: «Некоторые библиотеки являются научными учреждениями»

– «Все библиотеки являются научными учреждениями»;

– «Ни одна библиотека не является научным учреждением»;

– «Некоторые библиотеки не являются научными учреждениями»?

11. Какое суждение будет ложным при ложности данного: «Все книги – рукописные»

– «Ни одна книга не является рукописной»;

– «Некоторые книги рукописные»;

– «Некоторые книги – нерукописные»?

12. Какое определение будет истинным при ложности следующего: «Все промышленно развитые страны применяют безотходные технологии»:

– «Ни одна промышленно развитая страна не применяет безотходные технологии»;

– «Некоторые промышленно, развитые страны применяют безотходные технологии»;

– «Некоторые промышленно развитые страны не применяют безотходные технологии»?

13. Какое суждение будет ложным при истинности следующего: «Каждое суверенное государство - субъект международных отношений»:

– «Ни одно суверенное государство не является субъектом международных отношений»;

– «Некоторые суверенные государства – субъекты международных отношений»;

– «Некоторые суверенные государства не являются субъектами международных отношений»?

14. Какое суждение будет ложным при ложности следующего: «Ни одна армия не дислоцируется на профессиональной основе»:

– «Все армии дислоцируются на профессиональной основе»;

– «Некоторые армии дислоцируются на профессиональной основе»;

– «Некоторые армии не дислоцируются на профессиональной основе»?

3 Логика высказывания. Логическое следствие. Решение задач

Одним из важнейших практических применений алгебры высказываний является ее использование как базовой составляющей для построения и развития такого раздела математической логики как алгебра логики, являющейся теоретической базой разработки и проектирования функционально-логических устройств цифровой техники. Но не менее важное ее использование – это моделирование «мыслящих» процессов, необходимых, например, для построения алгоритмов логического вывода в системах искусственного интеллекта и т.п.

Рассмотрим несколько примеров применения алгебры высказываний для решения логических задач, а так же основные правила построения логических схем правильных «рассуждений» на ее базе.

Для решения логических задач, как правило, формулируемых на естественном языке, не существует единого способа их решения, т.к.

многие из них связаны с рассмотрением нескольких конечных множеств, сложных логических связей между ними и их элементами. Но аппарат алгебры высказываний позволяет построить некоторую общую структуру формального способа решения большого класса логических задач. Последовательность следующая:

1. Формализовать условие задачи, т.е. обозначить простые высказывания задачи буквами.
2. Записать составные высказывания с использованием соответствующих логических связок.
3. Записать условие задачи, используя язык алгебры высказываний.
4. Составить единое логическое выражение для всех требований задачи.
5. Используя законы алгебры высказываний, било упростить полученное выражение и вычислить все его значения, либо построить таблицу истинности для рассматриваемого выражения, либо доказать истинность (ложность) некоторых утверждений методом рассуждений.
6. Выбрать решение – набор значений простых высказываний, при котором построенное логическое выражение является истинным.
7. Проверить, удовлетворяет ли полученное решение условию задачи.

Пример

Используя логические операции, определить, кто из четырех студентов А, В, С или Д будет направлен для прохождения производственной практики на завод, если при их распределении необходимо учитывать следующие условия:

1) если на завод будет направлен студент А, то туда же должен быть направлен и студент В;

2) если не направлять на завод студента Д, то туда же нельзя направлять и студента В;

3) неверно, что если на завод направляется студент С, то туда же направляется и студент Д.

Решение

Формализуем переменные задачи:

A – «на завод направляется студент А»;

B – «на завод направляется студент В»;

C – «на завод направляется студент С»;

D – «на завод направляется студент Д».

В соответствии с условием задачи с помощью логических связок составляем следующие уравнения:

$A \to B$;

$\overline{D} \to \overline{B}$;

$\overline{C \to D}$.

Так как исходные высказывания принимаются истинными, то данные уравнения можно записать так:

$A \to B = 1$;

$\overline{D} \to \overline{B} = 1$;

$\overline{C \to D} = 1$.

Воспользуемся свойствами логических операций.

$\overline{C \to D} = 1 \;\Rightarrow\; C \to D = 0 \;\Rightarrow\; \overline{C} \vee D = 0 \;\Rightarrow\; \overline{C} = 0,\, D = 0 \;\Rightarrow$ $C = 1,\; D = 0$.

$\overline{D} \to \overline{B} = 1 \Rightarrow D \vee \overline{B} = 1 \Rightarrow 0 \vee \overline{B} = \overline{B} = 1 \Rightarrow B = 0$.

$A \to B = 1 \Rightarrow \overline{A} \vee B = 1 \Rightarrow \overline{A} \vee 0 = \overline{A} = 1 \Rightarrow A = 0$.

Итак, получили, что истинным при данных условиях будет только высказывание C. Следовательно, для прохождения производственной практики будет направлен студент C.

Другой метод решения этой задачи заключается в том, что в силу истинности высказываний их конъюнкция тоже будет истинной, т.е.

$$(A \to B) \& (\overline{D} \to \overline{B}) \& (\overline{C \to D}) = 1$$

Выполним преобразования:

$$(\overline{A} \vee B) \& (D \vee \overline{B}) \& (C \,\&\, \overline{D}) = \left(\overline{A}D \vee BD \vee \overline{A}\overline{B} \vee \underbrace{B\overline{B}}_{0}\right) \& C \,\&\, \overline{D} =$$

$$= \underbrace{\overline{A}DC\overline{D}}_{0} \vee \underbrace{BDC\overline{D}}_{0} \vee \overline{A}\overline{B}C\overline{D} = \overline{A}\overline{B}C\overline{D} = 1$$

$\overline{A} = 1,\ \overline{B} = 1,\ C = 1,\ \overline{D} = 1$. Это дает однозначный ответ – на завод будет отправлен студент C.

Пример

В институте был умышленно испорчен компьютер. Подозревают четырех студентов: А, В, С, Д. При опросе каждый из них сделал три заявления:

Студент А:

1) Я не виноват (обозначим это высказывание как $A1$).

2) Я не подходит к этому компьютеру – $A2$;

3) Д знает, кто испортил компьютер – $A3$.

Студент В:

1) Компьютер испортил не я – $B1$;

2) С Д я не был знаком до поступления в институт – $B2$;

3) Это сделал С – $B3$.

Студент С:

1) Я не виноват – $C1$;

2) Это сделал Д – $C2$;

3) В говорит неправду, утверждая, что я испортил компьютер – $C3$.

Студент Д:

1) Я не виноват – $D1$;

2) Компьютер испортил А – $D2$;

3) В может поручиться за меня, так как знает меня со дня рождения – $D3$.

В дальнейшем все признали, что одно из трех заявлений является ложным. Кто из студентов умышленно испортил компьютер?

Решение

Поскольку показания каждого студента являются в целом истинными только при условии, что два высказывания истины и одно ложно, то это можно записать с использованием элементарных логических функций следующим образом:

$$\begin{cases} A = A1A2\overline{A3} \vee A1\overline{A2}A3 \vee \overline{A1}A2A3 \\ B = B1B2\overline{B3} \vee B1\overline{B2}B3 \vee \overline{B1}B2B3 \\ C = C1C2\overline{C3} \vee C1\overline{C2}C3 \vee \overline{C1}C2C3 \\ D = D1D2\overline{D3} \vee D1\overline{D2}D3 \vee \overline{D1}D2D3 \end{cases}$$

Проанализировав третье уравнение и высказывания студента С, можно заключить, что $C1 = C3$ и, следовательно,

$C = \underbrace{C1C2\overline{C3}}_{0} \vee C1\overline{C2}C3 \vee \underbrace{\overline{C1}C2C3}_{0} = C1\overline{C2}C3 = C1\overline{C2}$. полученное выражение принимает значение истина только, если $C1=1$, $\overline{C2}=1$ или $C1=1$, $C2=0$. Значит, студент С не виноват, студент Д не виноват.

Отсюда следует, что высказывания $B1$ и $B2$ истинные, т.е. студент В не виноват. Истинность высказывания $B2$ гарантирует ложность высказывания $D3$. Следовательно, высказывания $D1$ и $D2$ истинны. От сюда следует, что виновен студент А.

Процесс получения новых высказываний из других высказываний с использованием логических операций над ними, называется рассуждением (или умозаключением). Исходные высказывания называются посылками, а получаемые высказывания – заключением (следствием). В логике высказываний рассуждения делятся на дедуктивные и индуктивные. В дедуктивных рассуждениях связи между посылками и заключением представляют собой формально-логические законы, в силу чего при истинных посылках заключением всегда оказывается истинным. В индуктивных рассуждениях между посылками и заключением имеют место такие связи, которые обеспечивают получение только правдоподобного заключения при истинных посылках. В этих рассуждениях посылки лишь подтверждают заключение. В процессе рассуждения иногда за дедуктивные принимают умозаключения, которые таковыми не являются. Последние называются неправильными, а дедуктивные – правильными. Существуют схемы правильных умозаключений – модусы.

1. Утверждающий модус (*modus ponens*)

Если из высказывания A следует высказывание B и справедливо (истинно) высказывание A, то справедливо B.

Логическая схема этого умозаключения такова:

$$\frac{A \to B,\ A}{B}$$

2. Отрицающий модус (*modus tollens*)

Если из высказывания A следует высказывание B, но высказывание B ложно, то ложно и высказывание A.

Логическая схема этого умозаключения такова:

$$\frac{A \to B,\ \overline{B}}{\overline{A}}$$

3. Утверждающе-отрицающий модус (*modus ponendo-tollens*)

Если справедливо либо высказывание A, либо высказывание B (в разделительном смысле) и истинно одно из них, то другое ложно.

Логические схемы этого умозаключения таковы:

$$\frac{A \oplus B,\ A}{\overline{B}},\ \frac{A \oplus B,\ B}{\overline{A}}.$$

4. Отрицающе-утверждающий модус (*modus tolendo-ponens*).

а) Если истинно либо A, либо B (в разделительном смысле) и неверно одно из них, то истинно другое.

Логические схемы этого умозаключения таковы:

$$\frac{A \oplus B,\ \overline{A}}{B},\ \frac{A \oplus B,\ \overline{B}}{A}.$$

б) Если истинно A или B (в неразделительном смысле) и неверно одно из них, то истинно другое.

Логические схемы этого умозаключения таковы:

$$\frac{A \vee B,\ \overline{A}}{B},\ \frac{A \vee B,\ \overline{B}}{A}.$$

5. Правило транзитивности.

Если из A следует B, а из B следует C, то из A следует C.

Логическая схема этого умозаключения такова:

$$\frac{A \to B,\ B \to C}{A \to C}$$

6. Закон противоречия

Если из A следует B, а также из A следует $\overline{B}$, то A ложно

Логическая схема этого умозаключения такова:

$$\frac{A \to B,\ A \to \overline{B}}{\overline{A}}$$

7. Правило контрапозиции

Если из A следует B, то из того, что ложно B, следует, что ложно A.

Логическая схема этого умозаключения такова:

$$\frac{A \to B}{\overline{B} \to \overline{A}}$$

8. Сложная контрапозиция

Если из A и B следует C, то из A и $\overline{C}$ следует $\overline{B}$

Логическая схема этого умозаключения такова:

$$\frac{A \& B \to C}{A \& \overline{C} \to \overline{B}}$$

9. Правило сечения

Если из A следует B, а из B и C следует D, то из A и C следует D.

Логическая схема этого умозаключения такова:

$$\frac{A \to B,\ B \& C \to D}{A \& C \to D}$$

10. Правило импортации (объединения посылок)

Логическая схема этого умозаключения такова:

$$\frac{A \to (B \to C)}{A \& B \to C}$$

11. Правило экспортации (разъединения посылок)

Логическая схема этого умозаключения такова:

$$\frac{A \& B \to C}{A \to (B \to C)}$$

12. Простые дилеммы

Логические схемы этого умозаключения таковы:

$$\frac{A \to C,\ B \to C,\ A \vee B}{C},\ \frac{A \to B,\ A \to C,\ \overline{B} \vee \overline{C}}{\overline{A}}.$$

13. Сложные дилеммы

Логические схемы этого умозаключения таковы:

$$\frac{A \to C,\ C \to D,\ A \vee C}{B \vee D},\ \frac{A \to B,\ C \to D,\ \overline{B} \vee \overline{D}}{\overline{A} \vee \overline{C}}.$$

Пример

Проверить правильность рассуждения. Если данный многоугольник правильный, то в него можно вписать окружность. Данный многоугольник правильный. Следовательно, в данный многоугольник можно вписать окружность.

Решение

Для использования схем рассуждения формализуем задачу, т.е. введем обозначения высказываний:

X – данный многоугольник правильный;

Y – в данный многоугольник можно вписать окружность.

Тогда схема рассуждения запишется:

$$\frac{X \to Y,\ X}{Y}$$

Полученная схема рассуждения является правильной. Следовательно, рассуждение правильное и вывод верный.

Пример

Проверить правильность рассуждения. Если данный многоугольник правильный, то в него можно вписать окружность. В данный многоугольник можно вписать окружность. Следовательно, в данный многоугольник правильный.

Решение

Для использования схем рассуждения формализуем задачу, т.е. введем обозначения высказываний:

X – данный многоугольник правильный;

Y – в данный многоугольник можно вписать окружность.

Тогда схема рассуждения запишется:

$$\frac{X \to Y,\ Y}{X}$$

Полученная схема рассуждения не является правильной. Следовательно, рассуждение неправильное и вывод неверный.

Задания для выполнения

Решить задачи:

1. В школе произошло чрезвычайно происшествие: в классе кто-то из учеников разбил окно. учителем были опрошены четыре ученика – Леня, Дима, Толя и Миша. Каждый из учеников сделал по три заявления. Учитель усомнился в одном из трех заявлений каждого из опрошенных учеников. Из анализа всех заявлений необходимо узнать, кто разбил окно.

Показания Лени:	Показания Толи:
1. Я не виноват.	1. Я не виноват.

2. Я не подходил к окну. 3. Миша знает, кто разбил окно.	2. Это сделал Миша. 3. Дима говорит неправду, что я разбил окно
Показания Димы: 1. Стекло разбил не я. 2. С Мишей я не был знаком до поступления в школу. 3. Это сделал Толя.	Показания Миши: 1. Я не виноват. 2. Стекло разбил Леня. 3. Дима может поручиться за меня.

2. На заводе работали три друга: слесарь, токарь, шлифовщик. Их фамилии: Борисов, Иванов, Семенов. Дополнительные сведения об указанных лицах таковы:

1 - у слесаря нет ни братьев, ни сестер;

2 - слесарь самый младший из друзей;

3 - Семенов женат на сестре Борисова;

4 - Семенов старше токаря.

Необходимо узнать, у кого какая специальность.

3. На соревнованиях по легкой атлетике Андрей, Боря, Сережа и Володя заняли первые четыре места. Но когда девушки стали вспоминать, как эти места распределились между победителями, то мнения разошлись:

Даша: Андрей был первым, а Володя - вторым.

Галя: Андрей был вторым, а Борис - третьим.

Лена: Боря был четвертым, а Сережа - вторым.

Ася, которая была судьей на этих соревнованиях и хорошо помнила, как распределились места, сказала, что каждая из девушек сделала одно правильное и одно неправильное заявление.

Кто из мальчиков и какое место занял?

4. Алеша, Боря и Гриша нашли в земле сосуд. Рассматривая удивительную находку, каждый высказал по два предположения:

Алеша: Это сосуд греческий и изготовлен в 5 веке.

Боря: Это сосуд финикийский и изготовлен в 3 веке.

Гриша: Это сосуд не греческий и изготовлен в 4 веке.

Учитель истории сказал ребятам, что каждый из них прав только в одном из двух предложений. Где и в каком веке изготовлен сосуд?

5. В процессе составления расписания уроков учителя высказали свои пожелания. Учитель русского языка хочет проводить первый или второй урок, учитель математики – первый или третий, а учитель

физкультуры – второй или третий урок. Сколько существует возможных вариантов расписания и каковы они?

6. Только один из подозреваемых участвовал в преступлении. Известно, что если Иванов не участвовал или Петров участвовал, то Сидоров участвовал; если Иванов не участвовал, то Сидоров не участвовал. Кто участвовал в преступлении?

7. Аня, Вика и Сергей решили пойти в кино. Учитель, хорошо знавший ребят, высказал предложения: Аня пойдет в кино только тогда, когда пойдут Вика и Сергей; Аня и Сергей пойдут в кино вместе или же оба останутся дома; чтобы Сергей пошел в кино, необходимо, чтобы пошла Вика. Когда ребята пошли в кино, оказалось, что учитель немного ошибся: из трех его утверждений истинными оказались только два. Кто из ребят пошел в кино?

8. Намечаются экскурсии в три города А, В и С. Руководитель фирмы сказал: «Неверно, что если будет экскурсия в город В, то не будет экскурсии в город С. Если будет экскурсия в город С, то не будет экскурсии в город А.» В какие города будет проводиться экскурсия?

9. Поезд приближался к Байкалу. В купе одного из вагонов собралось несколько человек - 4 юноши и 2 девушки. Они направлялись на строительство нового города, про который им много рассказывал уже побывавший там Богданов. Москвич Смелов ехал в Сибирь впервые. Он, как и Суров, оказался большим любителем шахмат. Одна из девушек - Нина - ехала на стройку после окончания техникума. Она была женой Валентина. У другой девушки фамилия была точно такая же, как у Михаила, а имя - такое же, как у Сурова. Лазарев и Суров были из Ленинграда, а Василий - из Ярославля. В фамилии Валентина три гласных буквы, а Валерий очень любит музыку. Попробуйте установить имена и фамилии будущих новоселов.

10. В городе N кто-то угнал машину у градоначальника. Полиция задержала троих человек: Джона, Джека и Джо. Полиции было известно, что один из них - лжец, один - всегда говорит правду, а про третьего точно неизвестно, говорит ли он правду или ложь. Полиция также знала, что один из них угнал машину, и что этот человек всегда говорит правду. Кто угнал машину и кто лжец? Три человека сказали следующее:

Джон: Я не виновен;

Джек: Он говорит истинную правду;

Джо: Я угнал машину.

11. Три мальчика А, В и С выступали на школьном вечере. Кто из певцов самый младший? Из следующих ниже утверждений одно - ложное:

А старше, чем В;

С моложе, чем В;

Сумма возрастов В и С равна удвоенному возрасту А;

С старше, чем А.

12. На краю города образовалась новая улица из 8 домов, в которые вселилось 8 семей: механизатора Забалуева, электрика Байдакова, геолога Гулякова, высотника Морякина, конструктора Апухтина, строителя Жмыхова, мастера Шадрина и химика Авдеева. Жмыхову, Апухтину, Авдееву и Шадрину предоставлены дома на правой стороне улицы - с нечетными номерами (1, 3, 5, 7), а остальным - с четными. Угадайте, кто, где поселился. Для подсказки небольшая информация:

Шадрин поселился в доме, стоящем правее дома Авдеева;

Апухтин получил дом напротив Забалуева;

Забалуев занял дом правее Байдакова;

Морякину достался дом левее дома Гулякова;

Гуляков въехал в дом, стоящий вторым слева;

Жмыхову предоставили дом напротив Байдакова, правее Шадрина и левее Апухтина.

13. Семеро друзей-дружинников дежурят в своем районе по очереди всю неделю. Каждый дежурит по одному вечеру. Имена дружинников - Андрей, Борис, Григорий, Дима, Евгений, Сергей и Федор. Угадайте, кто в какой день дежурит. Для отгадки, дается несколько подсказок.

Андрей дежурит на следующий день после Сергея;

Борис дежурит на два дня раньше, чем Григорий;

Дима дежурит через два дня после того дня, который предшествует дежурству Евгения;

День дежурства Федора приходится на четверг и находится как раз посередине между днями дежурства Бориса и Сергея.

Список использованных источников

1. Алексеев В.В, Логика предикатов [Текст] : учебно-методическое пособие / В.В. Алексеев. – Саров : СарФТИ НИЯУ МИФИ, 2019. – 49 с.

2. Шапорев С.Д. Математическая логика [Текст] : учебное пособие / С.Д. Шапорев. – СПб. : БХВ-Петербург, 2007. – 416 с.

3. Карпов, Ю.Г. Теория автоматов [Текст] : учебник для вузов / Ю.Г. Карпов. – СПб. : Питер, 2003. – 208 с.

Приложение А

Эквивалентные формулы (законы) логики высказываний

Закон двойного отрицания

$\overline{\overline{A}} = A$

Закон коммутативности

$A \& B = B \& A$

$A \vee B = B \vee A$

Закон дистрибутивности

$A \& (B \vee C) = A \& B \vee A \& C$

$A \vee B \& C = (A \vee B) \& (A \vee C)$

Закон ассоциативности

$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$

$A \& (B \& C) = (A \& B) \& C$

Закон де Моргана

$\overline{A \& B} = \overline{A} \vee \overline{B}$

$\overline{A \vee B} = \overline{A} \& \overline{B}$

Закон поглощения

$A \& (A \vee B) = A$

$A \vee A \& B = A$

Закон склеивания

$A \& B \vee \overline{A} \& B = B$

$(A \vee B) \& (\overline{A} \vee B) = B$

Закон идемпотентности

$A \& A = A$

$A \vee A = A$

Закон непротиворечия

$A \& \overline{A} = 0$

Закон исключенного третьего

$A \vee \overline{A} = 1$

Закон исключения констант

$A \vee 1 = 1$

$A \vee 0 = A$

$A \& 0 = 0$
$A \& 1 = A$
Закон инверсии
$\overline{0} = 1$
$\overline{1} = 0$
Правила преобразования логических операций
$A \to B = \overline{A} \vee B$
$A \to B = \overline{B} \to \overline{A}$
$A \leftrightarrow B = \left(\overline{A} \vee B\right) \& \left(A \vee \overline{B}\right)$
$A \leftrightarrow B = A \& B \vee \overline{A} \& \overline{B}$

Приложение Б

Интерпретация логических формул на естественный язык

$A \to B$	«Если А, то В»
$A \to B$	«Для А необходимо В»
$B \to A$	«Для А достаточно В»
$B \to A$	«В, если А»
$A \to B$	«Необходимым условием А является В»
$B \to A$	«Достаточным условием А является В»
$A \leftrightarrow B$	«А, если и только если В»
$A \leftrightarrow B$	«Для А необходимо и достаточно В»
$A \leftrightarrow B$	«А тогда и только тогда, когда В»