МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:
И.о.зав.кафедрой
высшей математики
*(наименование кафедры полностью)*
_____________ О.А.Бредихина
(подпись)
«_02_» _____07_____2024г

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине

Высшая математика
*(наименование дисциплины)*

20.03.01 Техносферная безопасность
*шифр и наименование направления подготовки (специальности)*

направленность (профиль, специализация) «Безопасность жизнедеятельности в техносфере»
*наименование направленности (профиля, специализации)*

форма обучения очная
*(очная, очно-заочная, заочная)*

Курск – 2024

# 1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

## *1.1 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ*

*Раздел (тема) 1 «Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии»*

*Вариант 1 (Т 1)*

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix}$.

2. Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} 1 & x & 3 \\ 1 & 2 & -3 \\ 7 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0$.

3. Найти $x$, если $A = \begin{pmatrix} x & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 12 & -52 \\ 13 & -1 \end{pmatrix}$, $3A^2 - 2A + 3E = B$, где $E$ − единичная матрица.

4. На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: $P_1$, $P_2$, $P_3$, $P_4$, при этом используют сырьё трёх типов: $S_1$, $S_2$ и $S_3$. Нормам расхода сырья соответствует матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$, где каждый элемент $a_{ij}$ $(i = 1, 2, 3, 4; j = 1,\ 2,\ 3$ показывает, сколько единиц сырья j-го типа расходуется на производство единицы продукции i-го вида. План выпуска продукции представлен матрицей $C = (150 \quad 120 \quad 90 \quad 100)$, а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 70 \\ 60 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Найти элемент $a_{12}$ обратной матрицы $A^{-1}$.

6. Установить соответствие.

| | |
|---|---|
| 1) $\begin{cases} 4x + 6y = -1, \\ 12x + 18y = -3 \end{cases}$<br>2) $\begin{cases} 12x - 7y = 5, \\ -48x + 28y = -15 \end{cases}$<br>3) $\begin{cases} 3x - 5y = 6, \\ x + 2y = 25 \end{cases}$<br>4) $\begin{cases} 2x - 5y = 0, \\ 6x - 15y = 0 \end{cases}$ | а) система имеет единственное ненулевое решение<br>б) система имеет бесконечное множество решений<br>в) система несовместна<br>г) система имеет только тривиальное решение<br>д) система имеет два решения |

7.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{5}x + 2y = 1, \\ 6x - 3\sqrt{5}y = 12\sqrt{5} \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.<br>Замечание: вычисления производить в следующей последовательности<br>1) $\det A$<br>2) $\det A_x$<br>3) $x$<br>4) $\det A_y$<br>5) $y$ | 1) $\sqrt{5}$<br>2) $-27\sqrt{5}$<br>3) $-2$<br>4) $-27$<br>5) 54 | |

8. Найти решение системы уравнений $\begin{cases} x + y + z = 1, \\ x - y - 2z = 8, \\ 4x + y + 2z = 2. \end{cases}$ В ответ записать произведение $x \cdot y \cdot z$.

9. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 4$ 2) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4$ 3) $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 6$
4) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 5$ 5) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 6$

10. Найти собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $X_1 = \begin{pmatrix} 3C \\ 2C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -C \end{pmatrix}$ 2) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -2C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}$ 3) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -3C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ C \end{pmatrix}$
4) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -5C \end{pmatrix}$ 5) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ 2C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -3C \end{pmatrix}$

*Вариант 2 (Т 1)*

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$.

2. Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} 5 & -2 & -8 \\ 1 & -2x & 6 \\ -2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$.

3. Найти $x$, если $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & 15 \\ 0 & 23 \end{pmatrix}$, $3A^2 - 4E = B$, где $E$ − единичная матрица.

4. На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: $P_1$, $P_2$, $P_3$, $P_4$, при этом используют сырьё трёх типов: $S_1$, $S_2$ и $S_3$. Нормам расхода сырья

соответствует матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 4 & 7 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 5 \end{pmatrix}$, где каждый элемент $a_{ij}$ $(i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3)$ показывает, сколько единиц сырья j-го типа расходуется на производство единицы продукции i-го вида. План выпуска продукции представлен матрицей $C = (130 \quad 90 \quad 120 \quad 100)$, а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 50 \\ 60 \\ 40 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$. Найти элемент $a_{21}$ обратной матрицы $A^{-1}$.

6. Установить соответствие.

| | |
|---|---|
| 1) $\begin{cases} 6x + 7y = -5, \\ -18x - 21y = 8 \end{cases}$<br>2) $\begin{cases} 3x - y = 0, \\ -9x + 3y = 0 \end{cases}$<br>3) $\begin{cases} 2x + 5y = -14, \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$<br>4) $\begin{cases} 2x - 3y = 4, \\ 16x - 24y = 32 \end{cases}$ | а) система имеет единственное ненулевое решение<br>б) система имеет бесконечное множество решений<br>в) система несовместна<br>г) система имеет только тривиальное решение<br>д) система имеет два решения |

7.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{3}x + 2y = 11, \\ 4x - \sqrt{3}y = 0 \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.<br>Замечание: вычисления производить в следующей последовательности<br>1) $\det A$<br>2) $\det A_x$<br>3) $x$<br>4) $\det A_y$<br>5) $y$ | 1) $-11\sqrt{3}$<br>2) 4<br>3) –44<br>4) $\sqrt{3}$<br>5) –11 | |

8. Найти решение системы уравнений $\begin{cases} x - y + z = 6, \\ x - 2y + z = 9, \\ x - 4y - 2z = 3. \end{cases}$ В ответ записать произведение $x \cdot y \cdot z$.

9. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.

1) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 5$ 2) $\lambda_1 = 4, \lambda_2 = 10$ 3) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 9$
4) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4$ 5) $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 8$

10. Найти собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.

1) $X_1 = \begin{pmatrix} 2C \\ C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}$ 2) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -3C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -C \end{pmatrix}$ 3) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ 3C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ C \end{pmatrix}$
4) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -5C \end{pmatrix}$ 5) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -5C \end{pmatrix}$

*Раздел (тема) 2 «Введение в математический анализ. Элементы функционального анализа»*

*Вариант 1 (Т 2)*

1. Даны два множества $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ и $B = \{b, d, e, m, n, p\}$. Найти $A \cap B$.

1) $\{a, b, c, d, e, f, m, n, p\}$ 2) $\{a, b, b, c, d, d, e, e, f, m, n, p\}$ 3) $\{b, d\}$
4) $\{a, c, f\}$ 5) $\{b, d, e\}$

2. Найти $A \cap (B \cup C)$, если $A = (-3; 11]$, $B = [-2;\ 5]$, $C = (4; 9)$

1) $(4; 5]$ 2) $[-2;\ 9]$ 3) $(-3; 9]$ 4) $(-3; 4) \cup [5;\ 11]$

3. Ниже дано определение предела $A$ функции $f(x)$ в точке $x_0$ (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Число A называется пределом функции f(x) в точке $x_0$, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________

I. $|f(x) - A| < \varepsilon$
II. для любого числа $\varepsilon > 0$
III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

4. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

| | |
|---|---|
| 1) $\lim_{x\to 1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ | а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$ |
| 2) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$ | б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ |
| 3) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$ | в) неопределённость $(1^\infty)$ |
| 4) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$ | г) неопределённость $(0\cdot\infty)$ |
| | д) неопределённость $(\infty+\infty)$ |

5. Предел $\lim_{x\to 5}\frac{3x-7}{5-x}$ равен

1) 1 2) 0 3) $\infty$ 4) $-\infty$ 5) 0,8

6. Вычислить предел $\lim_{x\to -\infty}\frac{2x^4-2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$.

7. Предел $\lim_{x\to 3}\frac{2x^2-5x-3}{27-x^3}$ равен

1) 1 2) $\frac{7}{27}$ 3) $-\frac{7}{9}$ 4) $-\frac{7}{27}$ 5) $\frac{7}{9}$

8. Предел $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{2-\sqrt{x+1}}$ равен

1) 24 2) –24 3) 0 4) –6 5) 6

9. Предел $\lim_{x\to 0}\frac{arctg^2(3x)}{tg(2x^2)}$ равен

1) 4,5 2) 1,5 3) 0 4) 2,25 5) 1,25

10. Предел $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x}\right)^x$ равен

1) 1 2) $e^3$ 3) $\frac{3}{e}$ 4) $\frac{1}{e^3}$ 5) $e$

*Вариант 2 (Т 2)*

1. Даны два множества $A=\{-2, 3, 8, 13, 18, 23\}$, $B=\{-3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$. Найти $A\setminus B$.

1) $\{-3, -2, -1, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 11, 13, 18, 23\}$ 2) $\{-2, 8, 18, 23\}$
3) $\{-3, -2, -1, 1, 5, 7, 8, 9, 11, 18, 23\}$ 4) $\{-3, -1, 1, 5, 7, 9, 11\}$

2. Даны числовые промежутки $A=[3;\ 5)$ и $B=[0;\ 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

| | |
|---|---|
| 1) $A\cap B$<br>2) $A\cup B$<br>3) $A\setminus B$<br>4) $B\setminus A$ | а) $[0;\ 5)$<br>б) $\emptyset$<br>в) $(3;\ 5)$<br>г) $[3;\ 5)$<br>д) $\{3\}$ |

3. Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если ______ существует ______ такой, что если _______ , то выполняется условие _________

I. $|x_n| < \varepsilon$
II. $n > N(\varepsilon)$
III. для любого числа $\varepsilon > 0$
IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

5. Предел $\lim_{x\to 7}\frac{x-7}{5-2x}$ равен

1) 1 2) 0 3) $\infty$ 4) $-\infty$ 5) 1,4

6. Вычислить предел $\lim_{x\to 0}\left(\frac{2x+8}{3x+5}\right)^{6-9x}$.

7. Предел $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен

1) 1 2) 2 3) $\frac{2}{5}$ 4) 0 5) $\frac{4}{5}$

8. Предел $\lim_{x\to -4}\frac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен

1) –48 2) 48 3) –32 4) 0 5) 32

9. Предел $\lim_{x\to 0}\frac{\sin(6x)-\sin(3x)}{\sin x+\sin(8x)}$ равен

1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{9}$ 3) $-\frac{1}{3}$ 4) –1 5) 0

10. Предел $\lim_{x\to \infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$ равен

1) $\frac{1}{e^8}$ 2) $e^2$ 3) $e^{-4}$ 4) $\frac{1}{e^2}$ 5) $e^4$

*Раздел (тема) 3 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»*

*Вариант 1 (Т 3)*

1. Производная функции $y=x^5-\frac{1}{x}+\sqrt[4]{x^3}$ равна

1) $5x^4-\frac{1}{x^2}+\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4+\frac{1}{x^2}+\frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4+\frac{1}{x^2}+\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

4) $5x+\frac{1}{x^2}+\frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x-\frac{1}{x^2}+\frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

2. Производная функции $y=x^2\cdot\sin(2x)$ равна

1) $2x\cdot\cos(2x)$ 2) $2x\cdot\sin(2x)+2x^2\cdot\cos(2x)$ 3) $2x\cdot\sin(2x)+x^2\cdot\cos(2x)$

4) $2x\cdot\sin(2x)-2x^2\cdot\cos(2x)$ 5) $4x\cdot\cos(2x)$

3. Производная функции $y=\ln^5(2x-1)$ равна

1) $5\ln^4(2x-1)$ 2) $\frac{10\cdot\ln^4(2x-1)}{2x-1}$ 3) $\frac{10\ln(2x-1)}{2x-1}$

4) $10\ln^4(2x-1)$ 5) $\frac{5\ln^4(2x-1)}{2x-1}$

4.

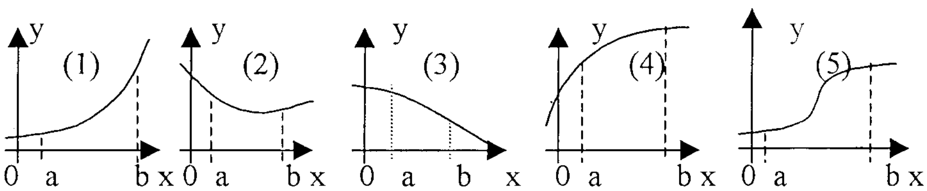
| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению | 1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$<br>2) найти приращение функции $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$<br>3) дать аргументу x приращение $\Delta x$ и вычислить значение функции $f(x+\Delta x)$<br>4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$<br>5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ | |

5. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной $y'$.

| | |
|---|---|
| 1) $y = \sin(\ln x)$<br>2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$<br>3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$<br>4) $y = 5^x$ | 1) логарифмическое дифференцирование<br>2) табличная производная<br>3) производная неявно заданной функции<br>4) производная произведения<br>5) производная сложной функции |

6. Составить уравнение нормали в точке $x_0 = 2$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ (уравнение прямой записать в общем виде $Ax + By + C = 0$). В ответе записать сумму $(A + B + C)$.

7. Укажите, на каком рисунке изображён график функции, для которой в каждой точке отрезка [a;b] выполняются три условия: $y > 0, y' < 0, y'' < 0$.




8. Найти точку минимума функции $y = (2x + 1)^2 \cdot (x + 3) + 4$.

9. Найти наименьшее значение функции $y = \frac{x^2+49}{x}$ на отрезке $[-9; -1]$.

10. Выручка $R$ от продажи некоторого товара определяется по формуле $R(Q) = 150Q - 0{,}2Q^2$, где $Q$ – объём проданной продукции (тыс. ед.). Найти предельную выручку, если продано 120 тыс. ед.

*Вариант 2 (Т 3)*

1. Производная функции $f(x)=\cos^3(x^2+2x)$ равна

1) $3\cos^2(x^2+2x)(2x+2)$

2) $3\cos^2(x^2+2x)(-\sin(x^2+2x))(2x+2)$

3) $3\sin^2(x^2+2x)(2x+2)$

4) $3\cos^2(x^2+2x)\sin(x^2+2x)(2x+2)$

2. Производная функции $y=\dfrac{\sqrt{2x}}{10x^2+3}$ равна

1) $\dfrac{3+50x^2}{\sqrt{2x}\cdot\left(10x^2+3\right)^2}$

2) $\dfrac{10x^2+3-40\sqrt{2}\cdot x^2}{2\sqrt{x}\cdot\left(10x^2+3\right)^2}$

3) $\dfrac{10x^2+3+40\sqrt{2}\cdot x^2}{2\sqrt{x}\cdot\left(10x^2+3\right)^2}$

4) $\dfrac{\sqrt{2}}{40x\sqrt{x}}$

5) $\dfrac{3-30x^2}{\sqrt{2x}\cdot\left(10x^2+3\right)^2}$

3. Производная функции $y=ctg^3(4x)$ равна

1) $\dfrac{12\cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

2) $-\dfrac{12\cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

3) $\dfrac{3\cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

4) $-\dfrac{3\cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

5) $\dfrac{12\cdot ctg(4x)}{\sin^2(4x)}$

4.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y=(\sin x)^{\cos x}$ | 1) найти производные обеих частей равенства<br>2) прологарифмировать обе части равенства<br>3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции<br>4) воспользоваться свойством $\ln\left\|a^b\right\| = b\cdot\ln\|a\|$<br>5) заменить $y$ исходной функцией | |

5. Установить соответствие между функцией $y=f(x)$ и способом нахождения ее первой производной $y'$.

| | |
|---|---|
| 1) $y=\sqrt[3]{x}$<br>2) $y=(\lg x)^x$<br>3) $y=(5x+2)\cdot\cos x$<br>4) $y=e^{6x}$ | 1) логарифмическое дифференцирование<br>2) табличная производная<br>3) производная неявно заданной функции<br>4) производная произведения<br>5) производная сложной функции |

6. Найти коэффициент $k$ касательной $y=kx+b$ к параболе $y=7x^2-14x+5$ в точке $x_0=2$.

7. Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y<0$, $y'<0$, $y''>0$.

1) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз
2) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх
3) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх
4) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз
5) график лежит выше оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

8. Найти точку максимума функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + 8$.

9. Найти наименьшее значение функции $y = 36 + \frac{\sqrt{3}\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}x - 3\cos x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

10. Функции долговременного спроса $D$ и предложения $S$ от цены $P$ на мировом рынке нефти имеют, соответственно, вид $D = 30 - 0{,}9P$ и $S = 1{,}2P + 16$. Найти эластичность спроса в точке равновесной цены.

*Раздел (тема) 4 «Интегральное исчисление функций одной переменной»*

*Вариант 1 (Т 4)*

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 3 - 8x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = -8 + \frac{8}{x^3}$
2) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$
3) $F(x) = 3x - 4x^2 - \frac{4}{x} - 6$
4) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x}$
5) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2. Пусть $F(x) = a \cdot \cos\frac{x}{2} + b \cdot x^2 + c \cdot x$ – первообразная для функции $f(x) = \sin\frac{x}{2} + x - 8$, график которой проходит через точку $M(0; -2)$. Найти произведение $a \cdot b \cdot c$.

3. Установите соответствие между интегралами и их значениями.

| | |
|---|---|
| 1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$<br>2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$<br>3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$<br>4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$ | а) $\frac{1}{2a}\ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\| + c$<br>б) $\frac{1}{a} arctg\frac{x}{a} + c$<br>в) $arc\sin\frac{x}{a} + c$<br>г) $arctg\frac{x}{a} + c$<br>д) $\ln\left\|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right\| + c$ |

4.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$ | 1) используем таблицу неопределённых интегралов<br>2) используем формулу квадрата разности<br>3) добавляем постоянную C в конце записи<br>4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x)+g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$<br>5) используем почленное деление | |

5. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

| | |
|---|---|
| 1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$<br>2) $\int (x+1)\sin x\, dx$<br>3) $\int 5^x dx$<br>4) $\int \frac{3+x}{x} dx$ | а) использование почленного деления<br>б) подведение под знак дифференциала<br>в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$<br>г) непосредственное интегрирование<br>д) метод интегрирования по частям |

6. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

1) $-\frac{1}{4}ctg 4x + C$ 2) $\frac{1}{4}tg\, 2x + C$ 3) $-\frac{1}{2}ctg\, x + C$ 4) $-\frac{1}{4}ctg\, 2x + C$

7. Неопределённый интеграл $\int \frac{\cos x}{\sqrt{5-2\sin x}} dx$ равен

1) $\sqrt{5-2\sin x} + C$ 2) $2\ln\left|5-2\sin x\right| + C$

3) $-\sqrt{5-2\sin x} + C$ 4) $2\sqrt{5-2\sin x} + C$

8. Найти неопределённый интеграл $\int (2x+1)\cdot e^{2x+1}dx$

1) $xe^{2x+1} + C$ 2) $2xe^{2x+1} + C$

3) $(x^2+x)e^{2x+1} + C$ 4) $2(x^2+x)e^{2x+1} + C$

9. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int (x+1)\cdot \sin x\, dx$.

1) Вычислить $du$ и $v$
2) Установить, что нужно взять за $u$, а что за $dv$
3) Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям
4) Воспользоваться формулой $\int u\, dv = uv - \int v du$, подставив вместо $u$, $dv$, $du$ и $v$ их значения.

10. Указать вид разложения дроби $\frac{x-4}{x^3+6x^2+8x}$ на простейшие.

1) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2+6x+8}$ 2) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{Cx+D}{x^2+6x+8}$ 3) $\frac{A}{x}+\frac{Bx+C}{x^2+6x+8}$

4) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x+2}+\frac{C}{x+4}$ 5) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{x^2+6x+8}$

*Вариант 2 (Т 4)*

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x)=2+5x-\frac{4}{x^2}$?

1) $F(x)=5+\frac{8}{x^3}$ 2) $F(x)=2x+2{,}5x^2+\frac{8}{x^3}-2$

3) $F(x)=5x+2{,}5x^2-\frac{4}{x}-6$ 4) $F(x)=5x+2{,}5x^2+\frac{4}{x}$

5) $F(x)=5x+2{,}5x^2+\frac{4}{x}-5$

2. Пусть $F(x)=a\cdot\sin(5x)+b\cdot x^4+c\cdot x^2+6$ – первообразная для функции $f(x)=10\cos(5x)+8x^3+6x$, график которой проходит через точку $M(0;6)$. Найти произведение $a\cdot b\cdot c$.

3. Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке.

| | |
|---|---|
| 5) $\frac{1}{x^2}$<br>6) $\frac{x}{2}$<br>7) $3x^2$<br>8) $\frac{1}{x}+2x$ | а) $\frac{x^2}{4}$<br>б) $\ln\lvert x\rvert+x^2$<br>в) $\frac{1}{x^2}+2$<br>г) $-\frac{1}{x}$<br>д) $x^3$ |

4.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x\cdot\sqrt[3]{x}}$ | 1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1}+C$<br>2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}+C$<br>3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$<br>4) $\int x^{-\frac{4}{3}}dx$<br>5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}}+C$<br>6) $\int \frac{dx}{x\cdot x^{\frac{1}{3}}}$ | |

5. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

| | |
|---|---|
| 1) $\int x\cdot\cos(3x)\,dx$<br>2) $\int \frac{dx}{x^2}$<br>3) $\int \frac{dx}{\mathrm{tg}\,(6x-8)}$<br>4) $\int \frac{3-2x}{x}dx$ | а) использование почленного деления<br>б) подведение под знак дифференциала<br>в) использование формулы $\int f(kx+b)dx=\frac{1}{k}\int f(t)dt$<br>г) непосредственное интегрирование<br>д) метод интегрирования по частям |

6. Интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-9}}$ равен

1) $\frac{1}{6}\arcsin 2x+C$
2) $\frac{1}{6}\arcsin\frac{2x}{3}+C$
3) $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{2x+3}{2x-3}\right|+C$
4) $\frac{\ln\left|2x+\sqrt{4x^2-9}\right|}{2}+C$

7. Интеграл $\int \frac{xdx}{x^2+4}$ равен

1) $\frac{\ln\left|x^2+4\right|}{2}+C$
2) $2\cdot\ln\left|x^2+4\right|+C$
3) $\frac{1}{2}arctg\left(\frac{x}{2}\right)+C$
4) $\frac{x}{2}arctg\left(\frac{x}{2}\right)+C$
5) $\ln\left|x^2+4\right|+C$

8. Найти неопределённый интеграл $\int 2x\,\ln x\,dx$

1) $x^2\mathrm{lnx}+\mathrm{C}$
2) $x^2\mathrm{lnx}\text{-}\mathrm{x}^2+C$
3) $x+\mathrm{lnx}+\mathrm{C}$
4) $x^2\mathrm{lnx}-\frac{x^2}{2}+C$
5) $x^2\mathrm{lnx}+\frac{x^2}{2}+C$

9. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{2-6x}{3x}dx$.

1) $\int\left(\frac{2}{3x}-2\right)dx$

2) $\int \frac{2}{3x}dx - \int 2dx$
3) $\frac{2}{3}\ln|x| - 2x + C$
4) $\int \left(\frac{2}{3x} - \frac{6x}{3x}\right) dx$
5) $\frac{2}{3}\int \frac{dx}{x} - 2\int dx$

10. Определить вид разложения дроби $\frac{3x-4}{x^4+6x^3+10x^2}$ на простейшие дроби

1) $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^2+6x+10}$ 2) $\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+6x+10}$ 3) $\frac{A}{x} + \frac{Bx}{x^2+6x+10}$
3) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+6x+10}$ 4) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^2+6x+10}$

*Раздел (тема) 5 «Дифференциальное исчисление функций многих переменных»*

*Вариант 1 (Т 5)*

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна

1) $1-\frac{x}{y^2}$ 2) $x-\frac{1}{y^2}+1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1-\frac{1}{y}$ 5) $-\frac{x}{y^2}$

2. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ равна

1) $e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 2) $2e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 3) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$ 4) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^2}}$ 5) $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$

3. Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1;-1)$ и установите соответствие.

| | |
|---|---|
| 1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$<br>2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$<br>3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$<br>4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$<br>5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$ | а) –3<br>б) 8<br>в) 2<br>г) 6<br>д) 9<br>е) 1 |

4.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при нахождении | 1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$<br>2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$ | |

| | | |
|---|---|---|
| частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$ | 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$<br>4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$<br>5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$<br>6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$ | |

5. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ от функции $z = e^{x^2+2y^3}$ равна

1) $12xy^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$ 2) $2 \cdot e^{x^2+2y^3}(2x^2+1)$ 3) $6y^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$
4) $12y \cdot e^{x^2+2y^3}(1+3y)$ 5) $e^{x^2+2y^3}$

6. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0; -2; 3)$.

7. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите координаты стационарной точки (стационарных точек).

8. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение $z_0$, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

9. Производится два вида товаров в количестве $x$ и $y$. Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 45$ и $P_2 = 27$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид С=$6x^2 + 3xy + 3y^2$. Найдите значения $x$ и $y$, если известно, что прибыль от продажи товаров должна быть максимальной.

10. Производится два вида товаров в количестве $x$ и $y$. Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 45$ и $P_2 = 27$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид С=$6x^2 + 3xy + 3y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

### *Вариант 2 (Т 5)*

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна

1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y}$ 5) $-\frac{x}{y^2}$

2. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ равна

1) $e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 2) $2e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 3) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$ 4) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^2}}$ 5) $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$

3. Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

| | |
|---|---|
| 1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$<br>2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$<br>3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$<br>4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$<br>5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$ | а) 30<br>б) −14<br>в) −12<br>г) −6<br>д) −4<br>е) 3 |

4.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум | 1) вычисляем значения $A, B, C$<br>2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$<br>3) определяем стационарные точки<br>4) находим частные производные функции первого и второго порядков<br>5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума<br>6) вычисляем значение $\Delta$<br>7) определяем наличие точки экстремума | |

5. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ от функции $z = e^{x^2+2y^3}$ равна

1) $12xy^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$ 2) $2 \cdot e^{x^2+2y^3}(2x^2+1)$ 3) $6y^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$
4) $12y \cdot e^{x^2+2y^3}(1+3y)$ 5) $e^{x^2+2y^3}$

6. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 2x^2 - 3y^2 + 4z^2$ в точке $M(1; -1; 2)$.

7. Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите координаты стационарной точки (стационарных точек).

8. Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение $z_0$, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

9. Производится два вида товаров в количестве $x$ и $y$. Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 32$ и $P_2 = 24$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид C=1,5$x^2 + 2xy + y^2$. Найдите значения $x$ и $y$, если известно, что прибыль от продажи товаров должна быть максимальной.

10. Производится два вида товаров в количестве $x$ и $y$. Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 32$ и $P_2 = 24$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид C=1,5$x^2 + 2xy + y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

*Раздел (тема) 6 «Интегральное исчисление функций многих переменных»*

*Вариант 1 (Т 6)*

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (3x-2y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=5.

2. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint_D \left(1-\frac{y^2}{x^2}\right)dxdy$, где область D – круг $x^2+y^2 \le \pi^2$.

3. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;2), B(4;0), C (7;2). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

4. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2$, $y=-\sqrt{x}$, $x=1$, имеет вид…

1) $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{-\sqrt{x}} f(x;y)dy$ 2) $\int_{-\sqrt{x}}^{x^2} dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$ 3) $\int_0^1 dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$

4) $\int_{-1}^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dx$ 5) $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x;y)dy$

5. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x;y)dx$ и записать результат.

6. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $x+y=1$, $z=1-y^2$, $x=0$, $z=0$, $y=0$ $(y \ge 0)$.

7. Вычислить массу отрезка прямой, от точки A(3;0) до точки B(0;1), если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(x,y)=x+3y$.

8. Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями:

| | |
|---|---|
| а) $x=1, y=2, x+y=6$ | 1) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ |
| б) $y=\frac{x^2}{2}, y=8$ | 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ |
| в) $y=2x^2, y=\sqrt{x}$ | 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ |
| г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) | 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ |
| д) $x^2+y^2=4$x | 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$ |

9. Вычислить $\iint_S \left(z+2x+\frac{4}{3}y\right)dS$, где S – часть плоскости $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$, лежащая в первом октанте.

10.

| | | |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при вычислении $\iint\limits_D cos(x+y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$ | 1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy$<br>2) Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(cosx-sin2x)dx=0$<br>3) Построить область $D: x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$<br>4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy=cosx-sin2x$ | |

*Вариант 2 (Т 6)*

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D(2x-3y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=4.

2. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint_D \frac{dxdy}{x^2+y^2+1}$, где область D ограничена полуокружностью $y=\sqrt{1-x^2}$ и осью Ox.

3. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;–2), B(5;3), C (5;–3). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

4. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2-1$, $y=\sqrt{1-x^2}$, имеет вид…

1) $\int_{-1}^{1} dy \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dx$ 2) $\int_{-1}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1} f(x;y)dy$ 3) $\int_{-1}^{1} dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x;y)dy$

4) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$ 5) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$

5. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_{-1}^{0} dx \int_{x+1}^{1+x^2} f(x;y)dy$ и записать результат.

6. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $y = \frac{1}{4}x^2, y + z = 1, z = 0$.

7. Вычислить массу дуги циклоиды $x = t - sin\,t,\ y = 1 - cos\,t,\ 0 \le t \le 2\pi$, если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(t) = sin\frac{t}{2}$.

8. Установить соответствие при перемене порядка интегрирования в повторном интеграле:

| | |
|---|---|
| а) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$<br>б) $\int_2^4 dx \int_{\frac{4}{x}}^{\frac{6-x}{2}} f(x,y)dy$<br>в) $\int_{-2}^{-1} dx \int_{-\sqrt{x+2}}^{\sqrt{x+2}} f(x,y)dy + \int_{-1}^{2} dx \int_{x}^{\sqrt{x+2}} f(x,y)dy$ | 1) $\int_{-1}^{2} dy \int_{y^2}^{y} f(x,y)dx$<br>2) $\int_{-2}^{2} dy \int_{y^2}^{4} f(x,y)dx$<br>3) $\int_{1}^{2} dy \int_{\frac{4}{y}}^{6-2y} f(x,y)dx$ |

9. Вычислить $\iint_S 6dS$, где S – часть сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, лежащая в первом октанте.

10.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при вычислении $\iint\limits_D (x+2y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x = 2, y = x, x = 2y$ | 1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy = \frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx$<br>2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy$<br>3) Построить область $D: x = 2, x = 2y, y = x$<br>4) Вычислить $\frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx = \frac{10}{3}$ | |

*Раздел (тема) 7 «Дифференциальные уравнения»*

*Вариант 1 (Т 7)*

1. Указать тип дифференциального уравнения $xy' + 2y + x^5y^3e^x = 0$

1) уравнением с разделяющимися переменными

2) однородным уравнением

3) линейным уравнением

4) уравнением Бернулли

5) уравнением в полных дифференциалах

2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = xy^2$.

1) $y = Ce^{-\frac{x^3}{3}}$ 2) $y = (x^2 + C)^{-1}$ 3) $y = \sqrt{x + C}$ 4) $y = -2(x^2 + C)^{-1}$

3. Найдите постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$.

4. При решении уравнения Бернулли $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2y^2$ было определено, что $v = \frac{1}{x^2}$, $u = -\frac{1}{3x+C}$. Найти значение $C$, если известно, что $y(1) = -\frac{1}{5}$.

5. Определить последовательность действий при нахождении общего решения дифференциального уравнения $(1+x^2)y' + 2xy = 3x^2$.

1) $v = \frac{1}{1+x^2}$

2) $y = \frac{x^3+C}{1+x^2}$

3) $u'v + u\left(v' + \frac{2xv}{1+x^2}\right) = \frac{3x^2}{1+x^2}$

4) $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$

5) $u = x^3 + C$

6. Указать уравнение, к которому сводится уравнение $yy'' - y' = 0$ с помощью введения переменной $z = y'$.

1) $y^2\,dz = zdy$ 2) $y\,dz = z^2dy$ 3) $y\,dz = zdy$ 4) $ydz = dy$

7. Указать замену, целесообразную для понижения порядка дифференциального уравнения $y'y'' = y^2$.

1) $z(y) = y'$ 2) $z(x) = y$ 3) $z(y) = y'$ 4) $z(x) = y'$

8. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения $x^2y'' = 1$, если $y(1) = 3$, $y'(1) = 1$.

1) $y = -\ln|x| + 2x + 1$ 2) $y = \ln|x| + 2$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = \frac{1}{x^2} + 3x$

9. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

| | |
|---|---|
| 1) $y'' + y' - 6y = 0$<br>2) $y'' - 10y' + 29y = 0$<br>3) $y'' - 10y' + 25y = 0$<br>4) $y'' + 25y = 0$ | а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$<br>б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2x)$<br>в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$<br>г) $y = C_1 \cdot e^{k_1x} + C_2 \cdot e^{k_2x}$<br>д) $y = C_1 \cdot e^{k_1x} + C_2$ |

10. Указать вид частного решения дифференциального уравнения $y'' + 3y = x\,e^{3x}$

1) $A\,x\,e^{3x}$ 2) $(A\,x + B)\,e^{3x}$ 3) $x(A\,x + B)\,e^{3x}$ 4) $x^2(A\,x + B)\,e^{3x}$

*Вариант 2 (Т 7)*

1. Дифференциальное уравнение $\left(3x^2 + y\right)dx + \left(x + 2y\right)dy = 0$ является

1) уравнением с разделяющимися переменными

2) однородным уравнением

3) линейным уравнением

4) уравнением Бернулли

5) уравнением в полных дифференциалах

2. Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{xy}$.

1) $y=C\left(\frac{x\sqrt{x}}{3}\right)^2$ 2) $y=Cx-3\sqrt{x}$ 3) $y=\frac{C}{\sqrt{x}}$ 4) $y=\left(\frac{x\sqrt{x}+C}{3}\right)^2$

3. Найдите постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y\cdot y'=\sqrt{x}$ при $y(9)=4$.

4. При решении линейного уравнения $y'+\frac{2xy}{1+x^2}=\frac{3x^2}{1+x^2}$ было определено, что $v=\frac{1}{1+x^2}$, $u=x^3+C$. Найти значение $C$, если известно, что $y(1)=3$.

5. Определить последовательность действий при нахождении частного решения дифференциального уравнения $y'+\frac{2y}{x}=3x^2y^2$ при $y(1)=-\frac{1}{5}$.

1) $u=-\frac{1}{3x+C}$
2) $v=\frac{1}{x^2}$
3) $u'v+u\left(v'+\frac{2v}{x}\right)=3x^2(uv)^2$
4) $y=\frac{1}{x^2}\left(-\frac{1}{3x+C}\right)$
5) $y=-\frac{1}{3x^3+2x^2}$

6. Дифференциальное уравнение $\left(xy^2+e^x\right)dx-\frac{dy}{y}=0$ является

1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

7. Понижение порядка в дифференциальном уравнении $yy''=2$ с помощью введения переменной $z=y'$ приводит к уравнению

1) $yz\,dz=2dy$ 2) $z\,dz=2dy$ 3) $y\,dz=2dy$ 4) $dz=2\ln y\,dy$

8. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения $y''=x^{-2}$, если $y(1)=3$, $y'(1)=0$.

1) $y=\ln|x|+2$ 2) $y=-\ln|x|+x+2$ 3) $y=x^2+2$ 4) $y=x^{-2}+3x$

9. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

| | |
|---|---|
| 1) $y''+2y'+3y=0$<br>2) $y''-10y'+29y=0$<br>3) $y''-2y'+y=0$<br>4) $y''+49y=0$ | а) $y=e^{\alpha x}(C_1\cdot\cos(\beta x)+C_2\cdot\sin(\beta x))$<br>б) $y=e^{kx}(C_1+C_2x)$<br>в) $y=C_1\cdot\cos(\beta x)+C_2\cdot\sin(\beta x)$<br>г) $y=C_1\cdot e^{k_1x}+C_2\cdot e^{k_2x}$<br>д) $y=C_1\cdot e^{k_1x}+C_2$ |

10. Установить вид частного дифференциального уравнения $y''-2y'+y=(3x+2)e^x$.

1) $Axe^x$ 2) $(Ax+B)e^x$ 3) $x(Ax+B)e^x$ 4) $x^2(Ax+B)e^x$

*Раздел (тема) 8 «Числовые и функциональные ряды.»*

*Вариант 1 (Т 8)*

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2^{3n+1}-8}{3^{2n}}$.

2. Выбрать сходящиеся среди рядов.

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{n^2-1}}{n+3}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5n^2-2}{n(n^2+1)^2}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{5n-1}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{6^n+n}$

3. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

| | |
|---|---|
| 1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{5n-1}$ | а) признак сравнений |
| 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^5+1}$ | б) необходимый признак сходимости |
| 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n+1}{(n-1)!}$ | в) радикальный признак Коши |
| 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$ | г) признак Даламбера |
| | д) теорема Лейбница |

4. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости.

1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x)=\frac{1}{x^3}$

2) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1,+\infty)$

3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится

4) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$

5. Выбрать верные утверждения для рядов $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n^2}{2^n}$ и $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots$

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

6. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n\cdot n!}{5n-2}$.

1) $[0;\infty)$ 2) $(-\infty;0]$ 3) $(-\infty;\infty)$ 4) $\{0\}$

7. Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

| | |
|---|---|
| 1) $(1+x)^m$ | а) $1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+K+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n}}{(2n)!}+K$ |
| 2) $\sin x$ | б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-K+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+K$ |
| 3) $\cos x$ | в) $1+x+x^2+x^3+K$, |
| 4) $\frac{1}{1-x}$ | г) $1+mx+\frac{m(m-1)}{2!}x^2+\frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3+K$, |
| | д) $1-x+x^2-x^3+K$ |

8. Определить значение выражения $\ln 0{,}6$, вычисленное с точностью до $\varepsilon = 0{,}01$.

9. Найти коэффициент $b_2$ разложения функции $f(x)=x-2$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi;\pi]$.

10. Запишите верную последовательность действий при нахождении области сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2\cdot 4^n}$.

1) Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости
2) Записать интервал сходимости ряда
3) Найти радиус сходимости ряда
4) Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

*Вариант 2 (Т 8)*

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10}{n^2+9n+20}$.

2. Выбрать расходящиеся среди рядов.

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{2n-1}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n}{n^4}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7n+3}{n^3+n-1}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n+1}}{4^n}$

3. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости.

| | |
|---|---|
| 1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7n+4}{8n+3}$ | а) признак сравнений |
| 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2-7}{n^7}$ | б) необходимый признак сходимости |
| 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2+n}{(n+1)!}$ | в) радикальный признак Коши |
| | г) признак Даламбера |

| | |
|---|---|
| 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{2n}\right)^{n^2}$ | д) теорема Лейбница |

4. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости.

1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x)=\frac{1}{x\sqrt{x}}$

2) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится

3) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$

4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1,+\infty)$

5. Выбрать верное утверждение для рядов $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n!}$ и $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+1)}{n^2-2}$

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно
3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно
4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

6. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n x^n}{2n+1}$.

1) [–1/5;1/5) 2) [–1/5;1/5] 3) (–5/2;5/2] 4) (–1/5;1/5)

7. Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой.

| | |
|---|---|
| 1) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+\ldots$ | а) $e^x$ |
| 2) $x+\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}+\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\frac{x^5}{5}+\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\frac{x^7}{7}+\ldots$ | б) $\frac{1}{1+x}$ |
| 3) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+\ldots$ | в) $arctg\,x$ |
| 4) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$ | г) $arcsin\,x$ |
| | д) $\ln(1+x)$ |

8. Определить значение выражения $\sqrt{4{,}8}$, вычисленное с точностью до $\varepsilon=0{,}01$.

9. Какой (какие) из коэффициентов $a_0$, $a_n$, $b_n$ разложения функции $f(x)=x^3\cos x$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi;\pi]$ равен 0?

1) $a_0$ 2) $a_n$ 3) $b_n$ 4) ни один из них

10. Ниже сформулирована терема Абеля. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty}a_n x^n$ сходится при $x=x_0$, то он _________ для всех $x$, удовлетворяющих условию _________ . Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ расходится при $x = x_0$, то он _________ для всех х, удовлетворяющих условию _________.

I. $|x| < |x_0|$

II. $|x| > |x_0|$

III. сходится

IV. расходится

*Раздел (тема) 9 «Теория вероятностей и элементы математической статистики»*

*Вариант 1 (Т 9)*

1. На железнодорожной станции имеется 10 путей. Сколькими способами можно расставить на них 3 состава?

2. При испытании прибора оказалось, что относительная частота появления некачественного прибора равна 0,05. Найти число исправных приборов в партии из 500 приборов.

3. На площадку, покрытую кафельной плиткой в виде квадрата со стороной $a = 6$ см, случайно падает монета радиуса $r = 2$ см. Найдите вероятность того, что монета целиком окажется внутри квадрата.

1) $\frac{\pi}{2}$ 2) $\frac{\pi}{3}$ 3) $\frac{\pi}{9}$ 4) $\frac{\pi}{6}$ 5) $\frac{\pi}{18}$

4. В каждой пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Галя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найти вероятность того, что Галя не найдёт приз в своей банке.

5. Формула для вычисления вероятности события «при выборе 4 мячей из 7 красных и 5 синих выберут 4 синих» имеет вид

1) $\frac{C_{12}^4}{C_5^4}$ 2) $\frac{C_4^5}{C_4^{12}}$ 3) $\frac{C_5^4}{C_{12}^4}$ 4) $\frac{C_{12}^4}{C_{12}^5}$ 5) $\frac{4}{C_{12}^4}$

6. В урне находятся 3 белых и 5 черных шара. Из неё наугад вынимают (без возвращения) один за другим два шара. Какова вероятность того, что среди них будет ровно один чёрный шар?

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Расположите последовательность получения чисел при решении задачи по предложенному алгоритму. Вычисляем<br>1) $P(б)$<br>2) $P(ч)$<br>3) $P(ч\backslash б)$<br>4) $P(б\backslash ч)$<br>5) $P$(ровно один чёрный шар) | 1) $\frac{5}{8}$<br>2) $\frac{3}{7}$<br>3) $\frac{3}{8}$<br>4) $\frac{15}{28}$<br>5) $\frac{5}{7}$ | |

7. Вероятность «успешной зимовки» для розы равна 0,7, для дельфиниума 0,8, для пиона 0,9. Найти вероятность того, что только один цветок пропадет в результате зимних морозов.

8. Сборщик получил 3 коробки деталей, изготовленных заводом №1, и 2 коробки деталей, изготовленных заводом №2. Вероятность того, что деталь с завода №1 стандартна, равна 0,8, а с завода №2 – 0,9. Сборщик наудачу извлек деталь из наудачу взятой коробки. Найти вероятность того, что она стандартная.

1) 0,72 2) 0,84 3) 0,6 4) 0,86 5) 0,54

9. В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады, равна 0,7, для второй – 0,8. Взятая наугад единица продукции оказалась нестандартной. Определить вероятность, что она из второй бригады.

1) ≈0,18 2) 0,725 3) 0,276 4) 0,275 5) 0,56

10. Установите соответствие между формулами из теории вероятностей и их названиями.

| | |
|---|---|
| 1) $P(A) = \frac{m}{n}$<br>2) $P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n) = 1$<br>3) $P(A) = P(B_1) \cdot P(A \backslash B_1) + \ldots$<br>$\ldots + P(B_2) \cdot P(A \backslash B_2) + \cdots +$<br>$+ P(B_n) \cdot P(A \backslash B_n)$<br>4) $P(B_i \backslash A) = \frac{P(B_i) \cdot P(A \backslash B_i)}{P(A)}$ | а) формула полной вероятности<br>б) формула классической вероятности<br>в) формула Байеса<br>г) формула вероятности полной группы событий<br>д) формула Бернулли |

*Вариант 2 (Т 9)*

1. Сколько существует перестановок слов в предложении: «Редактор вчера внимательно прочитал рукопись»?

2. При стрельбе из винтовки относительная частота попадания в цель оказалась равной 0,85. Найти число попаданий, если всего было произведено 120 выстрелов.

3. На плоскость, разграфленную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстоянии 6 см, наудачу брошен круг радиуса 1 см. Найти вероятность того, что круг не пересечёт ни одной из прямых. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

1) $\frac{1}{6}$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{1}{36}$ 5) $\frac{2}{3}$

4. На каждые 1000 электрических лампочек приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

5. Формула для вычисления вероятности события «при выборе 4 мячей из 7 красных и 5 синих выберут 2 красных» имеет вид

1) $\frac{C_7^2}{C_{12}^4}$ 2) $\frac{C_7^2 \cdot C_5^2}{C_{12}^4}$ 3) $\frac{C_2^7 \cdot C_2^5}{C_{12}^4}$ 4) $\frac{C_4^2}{C_7^2}$ 5) $\frac{C_5^2}{C_{12}^4}$

6. В урне находятся 4 белых и 6 черных шара. Из неё наугад вынимают (без возвращения) один за другим два шара. Какова вероятность того, что среди них будет ровно один белый шар?

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Расположите последовательность получения чисел при решении задачи по предложенному алгоритму. Вычисляем<br>1) $P$(б)<br>2) $P$(ч)<br>3) $P$(ч\б)<br>4) $P$(б\ч)<br>5) $P$(ровно один белый шар) | 1) $\frac{6}{10}$<br>2) $\frac{8}{15}$<br>3) $\frac{6}{9}$<br>4) $\frac{4}{9}$<br>5) $\frac{4}{10}$ | |

7. Вероятность того, что благодаря объявлению распродажи будет распространен весь залежавшийся товар, для трех магазинов соответственно равна 0,9; 0,8; 0,6. Найти вероятность того, что какие-то два магазина полностью распродадут весь товар.

8. В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады, равна 0,7, для второй – 0,8. Определить вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет стандартной.

1) $\frac{21}{40}$ 2) $\frac{31}{40}$ 3) $\frac{29}{40}$ 4) 0,63 5) 0,75

9. В городе два медицинских центра занимаются пластической хирургией: дорогой и не очень. В среднем каждый год около 3000 жителей города прибегают к услугам пластики, в дорогой центр обращаются только около 1000 из них. Вероятность успешного исхода операции при обращении в дорогой мед. центр равна 0,9, а при обращении в более дешевой центр – 0,6. Для интервью выбрали случайным образом одного человека, удачно сделавшего пластическую операцию. Вероятность того, что он обратился в более дешевой мед. центр, равна

1) 2/3 2) 7/10 3) 4/7 4) 0,4 5) другой вариант ответа

10. Установите соответствие между событиями и их вероятностями. Игральная кость бросается один раз. Найти вероятность, что на верхней грани выпадет…

| | |
|---|---|
| 1) чётное число очков<br>2) менее трёх очков<br>3) хотя бы три очка<br>4) три очка | а) $\frac{1}{2}$<br>б) $\frac{1}{6}$<br>в) $\frac{2}{3}$<br>г) $\frac{1}{3}$<br>д) 1 |

***Шкала оценивания:*** 10-ти балльная для Т 1−Т 9.

***Критерии оценивания:***

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

9, 10 баллов соответствуют оценке «отлично»;

7, 8 баллов – оценке «хорошо»;

5, 6 баллов – оценке «удовлетворительно»;

4 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».

# 2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

## 2.1 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Вопросы в закрытой форме.

1.1 Определитель матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ равен…

1) 34 2) 24 3) –12 4) 11 5) –2

1.2 Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $B = A^T - A^2$. Тогда матрица $B$ равна…

1) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -11 & -20 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 6 & -15 \\ -10 & -14 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 6 & 15 \\ -20 & -14 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} -4 & -9 \\ 16 & 24 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 6 & -15 \\ -13 & -21 \end{pmatrix}$

1.3 Для системы $\begin{cases} 4\sqrt{2}x + y = \sqrt{2}; \\ 24x + 3\sqrt{2}y = 6 \end{cases}$ справедливо следующее утверждение…

1) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен нулю; система имеет одно решение; если $x = -3\sqrt{2}$, то соответствующий $y$ равен…

2) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен нулю; система не имеет решений

3) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен 11; система имеет одно решение; если $x = -3\sqrt{2}$, то соответствующий $y$ равен…

4) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен нулю; система имеет бесконечное множество решений; если $x = C$, то соответствующий $y$ равен…

5) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен 11; система имеет два решения; если $x = -3\sqrt{2}$, то соответствующий $y$ равен…

Замечание: если система имеет решения, то необходимо их указать в соответствии с утверждением!

1.4 Если $\vec{a}(3;4;-1), \vec{b}(2;1;-4)$ , то проекция $\text{пр}_{\vec{b}}\vec{a}$, равна ...

1) $\frac{14}{\sqrt{26}}$ 2) $\frac{14}{\sqrt{21}}$ 3) 14 4) $\frac{2}{7}$ 5) $\frac{7}{\sqrt{6}}$

1.5 Уравнение прямой, проходящей через точку М(1;–8) перпендикулярно прямой $y=2-3x$, имеет вид …

1) $y=-3x-5$ 2) $y=\frac{x}{3}+\frac{11}{3}$ 3) $y=\frac{x}{3}-\frac{25}{3}$

4) $y=-3x-23$ 5) $y=\frac{x}{3}-\frac{23}{3}$

1.6 Даны два множества $A=\{-5,\ -2,\ 1,\ 4,\ 7,\ 10,\ 13\}$ и $B=\{-4,\ -2,\ 0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$. Тогда $A\cap B$имеет вид…

1) $\{-4,\ 0,\ 2,\ 6,\ 8\}$ 2) $\{-5,\ -4,\ -2,\ 0,\ 1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10,\ 13\}$

3) $\{-5,\ -4,\ 0,\ 1,\ 2,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10,\ 13\}$ 4) $\{-2,\ 4\}$ 5) $\{-5,\ 1,\ 7,\ 10,\ 13\}$

1.7 Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^5+2x^3-1}{4x^3+x}$ равен …

1) $\infty$ 2) 0,5 3) 0 4) $-\infty$ 5) –0,25

1.8 Производная функции $y=x^5-\frac{1}{x}+\sqrt[4]{x^3}$ равна...

1) $5x^4-\frac{1}{x^2}+\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4+\frac{1}{x^2}+\frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4+\frac{1}{x^2}+\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

4) $5x+\frac{1}{x^2}+\frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x-\frac{1}{x^2}+\frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

1.9 Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y$ <0, $y'$ <0, $y''$ >0.

1) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз

2) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

3) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх

4) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз

5) график лежит выше оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

1.10 Одной из первообразных от функции $y=2x-3$ является функция…

1) $x^2-3+C$ 2) 2 3) $2x^2-3+C$

4) $x^2-3x+C$ 5) $2-3x$

1.11 Интеграл $\int\frac{\ln^2 x}{x}dx$ равен…

1) $\ln^3 x+C$ 2) $\frac{\ln^3 x}{3}+C$ 3) $\ln x+C$ 4) $2\ln x+C$ 5) $-\frac{\ln^3 x}{3x}+C$

1.12 Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z=x-\frac{x}{y}+1$ равна…

1) $1-\frac{x}{y^2}$ 2) $x-\frac{1}{y^2}+1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1-\frac{1}{y^2}$ 5) $1-\frac{x}{y}$

1.13 Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z=x-\frac{x}{y}+1$ равна…

1) $1-\frac{x}{y^2}$ 2) $x-\frac{1}{y^2}+1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1-\frac{1}{y^2}$ 5) $1-\frac{x}{y}$

1.14 Общее решение дифференциального уравнения $y'=\sqrt{y-1}$ имеет вид

1) $y=1+\left(\frac{x+C}{2}\right)^{-1}$ 2) $y=1+\left(\frac{x+C}{2}\right)^{-2}$ 3) $y=1+\left(\frac{x+C}{2}\right)^{2}$

4) $y=C+\left(\frac{x}{2}\right)^{2}$ 5) $y=1+C\left(\frac{x}{2}\right)^{2}$

1.15 Общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $e^x dx-\left(e^x+2\right)\cdot 4ydy=0$ имеет вид…

1) $\frac{1}{\sqrt{2}}arctg\frac{e^x}{\sqrt{2}}=2y^2+C$ 2) $\ln\left|e^x+2\right|=C-2y^2$ 3) $\ln\left|e^x+2\right|=2y^2+C$

4) $e^x\cdot\ln\left|e^x+2\right|=2y^2+C$ 5) $\frac{1}{\sqrt{2}}arctg\frac{e^x}{\sqrt{2}}=C-2y^2$

1.16 Для ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{3n}\right)^{n^2}$ верным является утверждение

1) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=0$ 2) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=e$

3) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=\infty$ 4) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=e^3$

1.17 Область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{3^n\ (n^2+1)}$ равна

1) [–3; 3) 2) [–3; 3] 3) (–3; 3] 4) [–1/3; 1/3]

1.18 Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2$, $y=-\sqrt{x}$, $x=1$, имеет вид…

1) $\int_0^1 dx\int_{x^2}^{-\sqrt{x}} f(x;y)dy$ 2) $\int_{-\sqrt{x}}^{x^2} dx\int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$ 3) $\int_0^1 dx\int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$

4) $\int_{-1}^1 dy\int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dx$ 5) $\int_0^1 dx\int_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x;y)dy$

1.19 Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2-1$, $y=\sqrt{1-x^2}$, имеет вид…

1) $\int_{-1}^1 dy\int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dx$ 2) $\int_{-1}^1 dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1} f(x;y)dy$ 3) $\int_{-1}^1 dx\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x;y)dy$

4) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx\int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$ 5) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx\int_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$

1.20 Восстановить аналитическую функцию $W = u(x,y) + i \cdot v(x,y)$ по её известной мнимой части $v(x,y) = e^y \cdot \cos x$.

1) $W = i \cdot e^{-iz} + C$ 2) $W = i \cdot e^{iz} + C$ 3) $W = i \cdot e^{-z} + C$

4) $W = e^{iz} + C$ 5) $W = i \cdot e^{z} + C$

1.21 Определить вид особой точки $z = 2i$ для функции $f(z) = \frac{z^2+4}{z-2i}$.

1) полюс первого порядка
2) устранимая особая точка
3) полюс второго порядка
4) существенно особая точка

1.22 Фабрика выпускает сумки. В среднем на 180 качественных сумок приходится две сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

1) 0,99 2) 0,90 3) 0,10 4) 0,01 5) 0,11

1.23 Формула для вычисления вероятности события «при выборе 4 мячей из 7 красных и 5 синих выберут 4 синих» имеет вид

1) $\frac{C_{12}^4}{C_5^4}$ 2) $\frac{C_4^5}{C_4^{12}}$ 3) $\frac{C_5^4}{C_{12}^4}$ 4) $\frac{C_{12}^4}{C_{12}^5}$ 5) $\frac{4}{C_{12}^4}$

1.24 Статистическое распределение выборки имеет вид

| $x_i - x_{i+1}$ | 0-1,5 | 1,5-3,0 | 3,0-4,5 | 4,5-6,0 | 6,0-7,5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 10 | 32 | 60 | 28 | 20 |

Тогда объем выборки равен

1) 225 2) 140 3) 100 4) 150

1.25 Из предложенных вариантов выберите $\chi^2_{\text{крит.}}$, используя условие задачи.

1) 9,5 2) 10,5 3) 8,5 4) 7 5) 10

ЗАДАЧА. Используя критерий Пирсона при уровне значимости 0,05, установить, случайно или значимо расхождение между эмпирическими и теоретическими частотами, которые вычислены, исходя из предположения о нормальном распределении признака X генеральной совокупности:

| $m_i^{\text{э}}$ | 14 | 18 | 32 | 70 | 20 | 36 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $m_i^{\text{т}}$ | 10 | 24 | 34 | 80 | 18 | 22 | 12 |

2. Вопросы в открытой форме

2.1 Определитель $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 6 \end{vmatrix}$ равен…

2.2 Найти x, если $A = \begin{pmatrix} x & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 12 & -52 \\ 13 & -1 \end{pmatrix}$, $3A^2 - 2A + 3E = B$.

2.3 Ранг матрицы $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ равен…

2.4 Найти скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $|\vec{a}| = \sqrt{2}$ , $|\vec{b}| = 3$ и $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 45^0$.

2.5 Найти $m$, если прямая, проходящая через точки $M(1;2;3)$ и $N(-1;0;8)$, записана в параметрическом виде $\begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 2 + mt, \\ z = 3 + 5t. \end{cases}$

2.6 Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{2x}\right)^x$ равен …

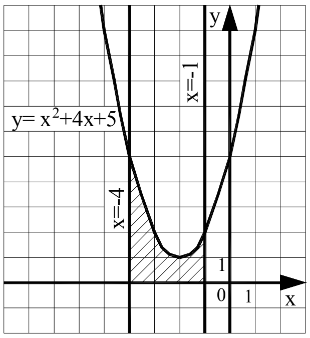
2.7 Предел $\lim_{x\to1}\frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен …

2.8 Найти коэффициент $k$ касательной $y = kx + b$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ в точке $x_0 = 2$.

2.9 Найти точку минимума функции $y = (2x+1)^2 \cdot (x+3) + 4$.

2.10 Пусть $F(x) = a \cdot \cos\frac{x}{2} + b \cdot x^2 + c \cdot x$ – первообразная для функции $f(x) = \sin\frac{x}{2} + x - 8$, график которой проходит через точку $M(0;-2)$. Найти произведение $a \cdot b \cdot c$.

2.11 Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке. Ответ округлить до сотых.




2.12 Найдите сумму $a + b + c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0;-2;3)$.

2.13 Найдите сумму $a + b + c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 2x^2 - 3y^2 + 4z^2$ в точке $M(1;-1;2)$.

2.14 Найти постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = \sqrt{x}$ при $y(9) = 4$.

2.15 Найдите постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$.

2.16 Сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n-2^n}{5^n}$ равна …

2.17 Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^{2n}}{6\cdot 5^{n+2}}$ равен...

2.18 Вычислить двойной интеграл $\iint_D (2x-3y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=4.

2.19 Вычислить массу дуги циклоиды $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$, $0 \le t \le 2\pi$, если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(t) = \sin\frac{t}{2}$.

2.20 Вычислить $f'(3)$, если $f(z) = 4x^2 - 4y^2 + 3x + (8xy + 3y)i$.

2.21 Вычислить интеграл $\oint_{|z-1|=1}\frac{dz}{(z-1)(z+2)}$.

2.22 На каждые 1000 электрических лампочек приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

2.23 Вероятность того, что аккумулятор не заряжен, равна 0,15. Покупатель в магазине приобретает случайную упаковку, которая содержит два таких аккумулятора. Найти вероятность того, что оба аккумулятора в этой упаковке окажутся заряжены.

2.24 Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n=100

| $x_i$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 7 | $n_2$ | 45 | 21 | 2 |

Найти относительную частоту варианты $x_i = 4$.

2.25 Дан доверительный интервал (13,5; 17,3) для оценки математического ожидания нормально распределённого количественного признака. Найти точность этой оценки.

3. Вопросы на установление последовательности.

3.1 Решить систему линейных уравнений $\begin{cases}\sqrt{5}x + 2y = 1,\\ 6x - 3\sqrt{5}y = 12\sqrt{5}\end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.

Замечание: вычисления производить в следующей последовательности: 1) $\det A$; 2) $\det A_x$; 3) $x$; 4) $\det A_y$; 5) $y$.

Варианты ответов:

1) $\sqrt{5}$

2) $-27\sqrt{5}$

3) $-2$

4) $-27$

5) 54

3.2 Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{3}x + 2y = 11, \\ 4x - \sqrt{3}y = 0 \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.

Замечание: вычисления производить в следующей последовательности: 1) $\det A$; 2) $\det A_x$; 3) $x$; 4) $\det A_y$; 5) $y$.

Варианты ответов:
1) $-11\sqrt{3}$

2) 4

3) −44

4) $\sqrt{3}$

5) −11

3.3 Расположите последовательность действий при вычислении площади треугольника ABC, если $A(2;-1;2)$, $B(1;2;-1)$, $C(3;2;1)$.
1) вычислить $\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|$

2) найти определитель $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$

3) вычислить $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$

4) разделить модуль векторного произведения на два

3.4 Расположите последовательность действий при вычислении объёма треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(3;4;5)$, $B(1;2;1)$, $C(-2;-3;6)$, $D(3;-6;-3)$. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.

Замечание: вычисления производить в следующей последовательности: 1) $\overrightarrow{AB}$; 2) $\overrightarrow{AC}$; 3) $\overrightarrow{AD}$; 4) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$; 5) объём пирамиды.

Варианты ответов:
1) $(-5;-7;1)$

2) $(-2;-2;-4)$

3) 42

4) −252

5) $(0;-10;-8)$

3.5 Составьте последовательность действий при выводе общего уравнения прямой:

а) $\left.\begin{array}{l} \overline{n} \perp \lambda \\ \overline{M_0 M} \subset \lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \overline{n} \perp \overline{M_0 M} \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \overline{M_0 M} = 0$

б) даны точка $M_0(x_0, y_0)$, принадлежащая прямой, и вектор $\overline{n} = (A, B)$, ей перпендикулярный

в) $\overline{n} \cdot \overline{M_0 M} = A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow Ax + By + C = 0,$ где $C = -Ax_0 - By_0$.

г) составим вектор $\overline{M_0 M} = (x - x_0, y - y_0)$, где $M(x, y)$ – текущая точка прямой.

3.6 Ниже дано определение предела $A$ функции $f(x)$ в точке $x_0$ (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Число A называется пределом функции f(x) в точке $x_0$, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.

I. $|f(x) - A| < \varepsilon$

II. для любого числа $\varepsilon > 0$

III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.7 Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если ______ существует ______ такой, что если _______ , то выполняется условие _________.

I. $|x_n| < \varepsilon$

II. $n > N(\varepsilon)$

III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

3.8 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.

1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$

2) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$

3) дать аргументу x приращение $\Delta x$ и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$

4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

3.9 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$.

1) найти производные обеих частей равенства

2) прологарифмировать обе части равенства

3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции

4) воспользоваться свойством $\ln\left|a^b\right| = b\cdot\ln|a|$

5) заменить $y$ исходной функцией

3.10 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int\frac{(4-5x)^2}{x}dx$.

1) используем таблицу неопределённых интегралов

2) используем формулу квадрата разности

3) добавляем постоянную C в конце записи

4) используем свойство неопределённого интеграла $\int(f(x)+g(x))dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$

5) используем почленное деление

3.11 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если функция F(x) – ______ функции f(x) на промежутке X, то множество функций F(x)+C, где C – произвольная постоянная, называется ______ от функции f(x) на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x)\,dx$ . При этом f(x) называется ______ , f(x)dx называется ______ .

I. подынтегральной функцией

II. первообразная

III. подынтегральным выражением

IV. неопределенным интегралом

3.12 Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z=\ln(3xy-x^3)$.

1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$

2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$

3) $(\ln(3xy-x^3))'_x$

4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$

5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$

6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$

3.13 Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

1) вычисляем значения $A, B, C$

2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$

3) определяем стационарные точки

4) находим частные производные функции первого и второго порядков

5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума

6) вычисляем значение $\Delta$

7) определяем наличие точки экстремума

3.14 Определить последовательность действий при нахождении общего решения дифференциального уравнения $(1+x^2)y' + 2xy = 3x^2$.

1) $v = \frac{1}{1+x^2}$

2) $y = \frac{x^3+C}{1+x^2}$

3) $u'v + u\left(v' + \frac{2xv}{1+x^2}\right) = \frac{3x^2}{1+x^2}$

4) $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$

5) $u = x^3 + C$

3.15 Определить последовательность действий при нахождении частного решения дифференциального уравнения $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2y^2$ при $y(1) = -\frac{1}{5}$.

1) $u = -\frac{1}{3x+C}$

2) $v = \frac{1}{x^2}$

3) $u'v + u\left(v' + \frac{2v}{x}\right) = 3x^2(uv)^2$

4) $y = \frac{1}{x^2}\left(-\frac{1}{3x+C}\right)$

5) $y = -\frac{1}{3x^3+2x^2}$

3.16 Ниже сформулированы факты о сходимости и расходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждения оказались верными (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _________, то _________ . Если _________, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _________ .

I. расходится

II. сходится

III. $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

IV. $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$

3.17 Запишите верную последовательность действий при нахождении области сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n\cdot 5^{n+1}}$ .

1) Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости
2) Записать интервал сходимости ряда
3) Найти радиус сходимости ряда
4) Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

3.18 Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D (x+2y)dxdy$ , где область D ограничена линиями $x=2, y=x, x=2y$.

1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy=\frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx$

2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy$

3) Построить область $D: x=2, x=2y, y=x$

4) Вычислить $\frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx=\frac{10}{3}$

3.19 Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D cos(x+y)dxdy$ , где область D ограничена линиями $x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$.

1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}}dx\int_x^{\frac{\pi}{2}}cos(x+y)dy$

2) Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(cosx-sin2x)dx=0$

3) Построить область $D: x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$

4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}}cos(x+y)dy=cosx-sin2x$

3.20 Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую.

1) подстановка $\rho$ и $\varphi$ в формулу

2) нахождения главного значения аргумента

3) вычисление модуля комплексного числа

4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$

5) определение значений действительной и мнимой частей

3.21 На столе лежат четыре стопки карточек, каждая стопка содержит одинаковый набор из восьми карточек с буквами А, В, Д, К, О, О, П, Р. Все стопки перемешивают и из получившейся большой стопки выбирают 6 карточек. Укажите последовательность решений по порядку вопросов.

Найти число способов получить из выбранных карточек

а) две буквы О;

б) не менее четырёх букв О;

в) хотя бы пять букв О;

г) более двух букв О;

д) три или четыре буквы О.

Варианты решений:

1) $C_8^5 \cdot C_{24}^1 + C_8^6 \cdot C_{24}^0$

2) $C_8^3 \cdot C_{24}^3 + C_8^4 \cdot C_{24}^2 + C_8^5 \cdot C_{24}^1 + C_8^6 \cdot C_{24}^0$

3) $C_8^2 \cdot C_{24}^4$

4) $C_8^3 \cdot C_{24}^3 + C_8^4 \cdot C_{24}^2$

5) $C_8^4 \cdot C_{24}^2 + C_8^5 \cdot C_{24}^1 + C_8^6 \cdot C_{24}^0$

Замечание: ответ записать в виде последовательности цифр от 1 до 5, например, 13245.

3.22 Определите последовательность получения чисел при вычислении вероятности того, что среди 100 новорождённых окажется 50 мальчиков, если вероятность рождения мальчика равна 0,51. Предложен следующий порядок вычислений: 1) $p$; 2) $q$; 3) $x$; 4) $\varphi(x)$; 5) $P_{100}(50)$. Ответ представить в виде, например, 34521.

1) –0,20

2) 0,49

3) 0,3910

4) 0,51

5) 0,0782

3.23 Установить последовательность действий для вычисления дисперсии случайной величины $\xi$, если $\xi$ задана законом распределения

| $x_i$ | 2 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|
| $p_i$ | $p_1$ | 0,5 | 0,3 |

1) Вычислить M($\xi$)

2) Вычислить M($\xi^2$)

3) Вычислить M($\xi^2$) – M$^2$($\xi$)

4) Найти вероятность того, что $\xi$ примет значение 2

3.24 Расположите последовательность действий при построении интервального вариационного ряда по данным выборки

1) составление таблицы, в которой в первой строке формируются границы интервалов, а число во второй строке – это общая сумма частоты встреч всех чисел дискретного ряда, попадающих в соответствующий интервал

2) формирование шкалы интервалов

3) нахождение величины интервала

4) построение дискретного вариационного ряда

3.25 Расположите последовательность действий при проверке гипотезы

1) вычисляется наблюдаемый критерий

2) записываются основная и конкурирующая гипотезы

3) вычисляется критический критерий

4) делается вывод о подтверждении или опровержении $H_0$

5) сравниваются полученные величины

4. Вопросы на установление соответствия.

4.1 Установите соответствие между матрицей и ее размерностью.

| | |
|---|---|
| 1) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$<br>2) $\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix}$<br>3) $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix}$ | а) $[2 \times 3]$<br>б) $[3 \times 3]$<br>в) $[3 \times 2]$<br>г) $[2 \times 2]$ |

4.2 Установите соответствие между минором и его значением для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

| | |
|---|---|
| 1) $M_{21}$<br>2) $M_{32}$<br>3) $M_{13}$ | а) 10<br>б) –5<br>в) –9<br>г) 8 |

4.3 Установить соответствие между системой и количеством её решений.

| | |
|---|---|
| 1) $\begin{cases} 4x + 6y = -1, \\ 12x + 18y = -3 \end{cases}$<br>2) $\begin{cases} 12x - 7y = 5, \\ -48x + 28y = -15 \end{cases}$<br>3) $\begin{cases} 3x - 5y = 6, \\ x + 2y = 25 \end{cases}$ | а) система имеет единственное ненулевое решение<br>б) система имеет бесконечное множество решений<br>в) система несовместна<br>г) система имеет только тривиальное решение |

| | |
|---|---|
| 4) $\begin{cases} 2x - 5y = 0, \\ 6x - 15y = 0 \end{cases}$ | д) система имеет два решения |

4.4 Установить соответствие между действием и формулой.

| | |
|---|---|
| 1) нахождение скалярного произведения векторов<br>2) нахождение векторного произведения векторов<br>3) нахождение смешанного произведения векторов<br>4) нахождение длины вектора | а) $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$<br>б) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$<br>в) $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$<br>г) $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert}$<br>д) $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$ |

4.5 Установить соответствие взаимного расположение прямой $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$ и плоскости $Ax+By+Cz+D=0$.

| ПРЯМАЯ | ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО |
|---|---|
| 1) параллельна плоскости<br>2) перпендикулярна плоскости<br>3) образует с плоскостью угол | а) $\frac{A}{l} = \frac{B}{m} = \frac{C}{n}$<br>б) $Al + Bm + Cn = 0$<br>в) $ABC = lmn$<br>г) $\cos\alpha = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$<br>д) $\sin\alpha = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$ |

4.6 Даны числовые промежутки $A = [3;\ 5)$ и $B = [0;\ 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие.

| | |
|---|---|
| 9) $A \cap B$<br>10) $A \cup B$<br>11) $A \setminus B$<br>12) $B \setminus A$ | а) $[0;\ 5)$<br>б) $\emptyset$<br>в) $(3;\ 5)$<br>г) $[3;\ 5)$<br>д) $\{3\}$ |

4.7 Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

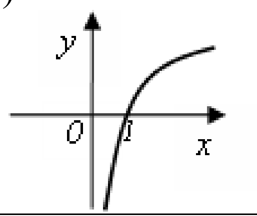
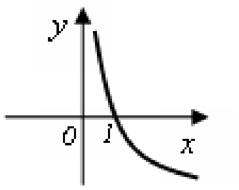
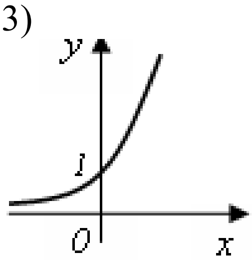
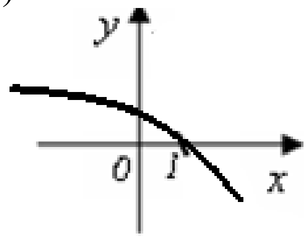
| | |
|---|---|
| 5) $\lim_{x\to 1}(1 - x) \cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$<br>6) $\lim_{x\to\infty} \frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$ | а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$<br>б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$<br>в) неопределённость $(1^{\infty})$ |

| | |
|---|---|
| 7) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$ | г) неопределённость $(0\cdot\infty)$ |
| 8) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$ | д) неопределённость $(\infty+\infty)$ |

4.8 Установить соответствие между функцией $y=f(x)$ и способом нахождения ее первой производной $y'$.

| | |
|---|---|
| 1) $y=\sin(\ln x)$<br>2) $y=x\cdot\operatorname{tg}x$<br>3) $y=(\log_2 x)^{\cos x}$<br>4) $y=5^x$ | 1) логарифмическое дифференцирование<br>2) табличная производная<br>3) производная неявно заданной функции<br>4) производная произведения<br>5) производная сложной функции |

4.9 Установить соответствие между графиками функций и знаками первой и второй производной этих функций

| | |
|---|---|
| 1)<br> | а) $y'>0,\ y''>0$<br>б) $y'<0,\ y''<0$ |
| 2)<br> | в) $y'>0,\ y''<0$<br>г) $y'<0,\ y''>0$ |
| 3)<br> | |
| 4)<br> | |

4.10 Установите соответствие между интегралами и их значениями

| | |
|---|---|
| 1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$<br>2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$<br>3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$<br>4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$ | а) $\frac{1}{2a} \ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\| + c$<br>б) $\frac{1}{a} arc\,tg \frac{x}{a} + c$<br>в) $arc\sin \frac{x}{a} + c$<br>г) $arc\,tg \frac{x}{a} + c$<br>д) $\ln\left\|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right\| + c$ |

4.11 Установите соответствие между неопределенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

| | |
|---|---|
| 1) $\int Af(x)dx$<br>2) $\int (f \pm g)dx$<br>3) $\left(\int f(x)dx\right)'$<br>4) $\int dF(x)$ | а) $\int f\,dx \pm \int g\,dx$<br>б) $f(x)$<br>в) $A\int f(x)dx$<br>г) $F(x) + C$<br>д) $f(x)dx$ |

4.12 Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

| | |
|---|---|
| 1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$<br>2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$<br>3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$<br>4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$<br>5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$ | а) −3<br>б) 8<br>в) 2<br>г) 6<br>д) 9<br>е) 1 |

4.13 Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

| | |
|---|---|
| 1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$<br>2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$<br>3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$<br>4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$<br>5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$ | а) 30<br>б) −14<br>в) −12<br>г) −6<br>д) −4<br>е) 3 |

4.14 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

| | |
|---|---|
| 1) $y'' + y' - 6y = 0$<br>2) $y'' - 10y' + 29y = 0$<br>3) $y'' - 10y' + 25y = 0$<br>4) $y'' + 25y = 0$ | а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$<br>б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$<br>в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$<br>г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$<br>д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$ |

4.15 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

| | |
|---|---|
| 1) $y'' + 2y' + 3y = 0$<br>2) $y'' - 10y' + 29y = 0$<br>3) $y'' - 2y' + y = 0$<br>4) $y'' + 49y = 0$ | а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$<br>б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$<br>в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$<br>г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$<br>д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$ |

4.16 Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

| | |
|---|---|
| 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{5n}$ | а) признак сравнений |
| 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^5+1}$ | б) необходимый признак сходимости |
| 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-3}{(n+2)!}$ | в) радикальный признак Коши |
| 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{2}{n}\right)^{n^2}$ | г) признак Даламбера |
| | д) теорема Лейбница |

4.17. Известно, что функцию, заданную на отрезке [-□, □ ] можно разложить в ряд Фурье, то есть представить в виде $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cdot \cos nx + b_n \cdot \sin nx)$. Установить соответствие между коэффициентами Фурье и формулами, по которым они вычисляются.

| | |
|---|---|
| 1) $a_0$<br><br>2) $a_n$<br><br>3) $b_n$ | а) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx$<br><br>б) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cdot\cos nx\,dx$<br><br>в) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cdot\sin nx\,dx$<br><br>г) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \cos nx\,dx$<br><br>д) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \sin nx\,dx$ |

4.18 Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями:

| | |
|---|---|
| а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$ | 1) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ |
| б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$ | 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ |
| в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$ | 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ |
| г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) | 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ |
| д) $x^2 + y^2 = 4$x | 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$ |

4.19 Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями

| | |
|---|---|
| а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$ | 1) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ |
| б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$ | 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ |
| в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$ | 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ |
| г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) | 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ |
| д) $x^2 + y^2 = 4$x | 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$ |

4.20 Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = 2 + i$.

| | |
|---|---|
| 1) $z_1 \cdot z_2$<br>2) $\dfrac{z_1}{z_2}$<br>3) $\bar{z}_1^{\,2}$<br>4) $z_1 + z_2$ | а) $16 - 30i$<br>б) $7 - 2i$<br>в) $1{,}4 - 2{,}2i$<br>г) $13 - i$<br>д) $16 + 30i$ |

4.21 Установить соответствие между условием задачи и способом ее решения.

| | |
|---|---|
| 1) Если вероятность наступления события А в каждом испытании равна 0,003, то для нахождения вероятности того, что событие А наступит 2 раза в 1000 испытаниях, вы воспользуетесь<br>2) Если вероятность наступления события А в каждом испытании равна 0,25, то для нахождения вероятности того, что событие А наступит от 215 до 300 раз в 1000 испытаниях, вы воспользуетесь<br>3) Если вероятность промышленного содержания металла в каждой пробе постоянна и равна 0,7, то для нахождения вероятности того, что среди 400 проб руды окажется 275 проб с промышленным содержанием металла, вы воспользуетесь<br>4) Для нахождения вероятности того, что в семье с восемью детьми будет два сына, вы воспользуетесь | а) формулой Бернулли<br>б) формулой Пуассона<br>в) локальной теоремой Муавра-Лапласа<br>г) интегральной теоремой Муавра-Лапласа<br>д) формулой полной вероятности |

4.22 Установить соответствие между случайной величиной и законом распределения.

| | |
|---|---|
| 1) Точка С делит отрезок АВ в отношении 2:1. Наудачу на отрезок АВ бросаются 4 точки. Случайная величина ξ – число точек, попавших на отрезок АС<br>2) Случайная величина ξ – ошибка измерительного прибора длины некоторого изделия<br>3) 400 изделий проходят контроль. Вероятность того, что изделие браковано, равна 0,001. Случайная величина ξ − число бракованных изделий<br>4) Вероятность попадания в цель 0,1. Случайная величина ξ − число выстрелов до первого попадания | а) Биномиальное распределение дискретной случайной величины<br>б) Распределение Пуассона дискретной случайной величины<br>в) Нормальное (гауссовское) распределение непрерывной случайной величины<br>г) Геометрическое распределение дискретной случайной величины<br>д) Показательное (экспоненциальное) распределение непрерывной случайной величины |

4.23 Установить соответствие между характеристиками случайной величины и применяемыми формулами.

| | |
|---|---|
| 1) Математическое ожидание дискретной случайной величины<br>2) Математическое ожидание непрерывной случайной величины<br>3) Дисперсия дискретной случайной величины<br>4) Дисперсия непрерывной случайной величины | а) $\sum_i x_i p_i$<br>б) $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)\,dx - \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\,dx\right)^2$<br>в) $\sum_i x_i^2 p_i - \left(\sum_i x_i p_i\right)^2$<br>г) $\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\,dx$<br>д) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx$ |

4.24 Для вариационного ряда 3, 4, 5, 9, 10, 10, 12, 12, 12 вычислены числовые характеристики. Установите соответствие между их названиями и значениями.

| | |
|---|---|
| 1) 10<br>2) 9<br>3) $8\frac{5}{9}$<br>4) 12 | а) мода<br>б) медиана<br>в) среднее арифметическое<br>г) дисперсия<br>д) размах |

4.25 При проверке гипотезы о виде закона распределения признака X основная и конкурирующая гипотезы имеют вид:

$H_0$: признак X имеет нормальный закон распределения.

$H_1$: признак X имеет закон распределения, отличный от нормального.

Рассматривается правосторонняя критическая область. При решении задачи получили следующие данные: $\chi^2_{\text{набл}} \approx 13{,}93$; $\chi^2_{\text{крит}}(0{,}05;\ 4) = 9{,}5$. Установите соответствие между гипотезой и ее справедливостью.

| | |
|---|---|
| 1) $H_0$<br>2) $H_1$ | а) нулевая гипотеза отвергается<br>б) нулевая гипотеза принимается<br>в) конкурирующая гипотеза отвергается<br>г) конкурирующая гипотеза принимается |

**Шкала оценивания результатов тестирования:** в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения

(36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

| *Сумма баллов по 100-балльной шкале* | *Оценка по 5-балльной шкале* |
|---|---|
| 100–85 | отлично |
| 84–70 | хорошо |
| 69–50 | удовлетворительно |
| 49 и менее | неудовлетворительно |

***Критерии оценивания результатов тестирования:***

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – **2 балла**, не выполнено – **0 баллов**.

## *2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ*

*Компенентностно-ориентированная задача №1*

На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: $P_1$, $P_2$, $P_3$, $P_4$, при этом используют сырьё трёх типов: $S_1$, $S_2$ и $S_3$. Нормам расхода сырья соответствует матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$, где каждый элемент $a_{ij}$ $(i = 1,2,3,4; j = 1,2,3)$ показывает, сколько единиц сырья $j$-го типа расходуется на производство единицы продукции $i$-го вида. План выпуска продукции представлен матрицей $C = (150 \quad 120 \quad 90 \quad 100)$, а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 70 \\ 60 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

*Компенентностно-ориентированная задача №2*

По данным таблицы найти векторы конечного потребления и валового выпуска, а также матрицу коэффициентов прямых затрат и определить, является ли она продуктивной.

| № | Отрасль | Потребление | | | | | Конечный продукт | Валовой выпуск, ден. ед. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | |
| 1 | Станкостроение | 15 | 12 | 24 | 23 | 16 | 10 | 100 |
| 2 | Энергетика | 10 | 3 | 35 | 15 | 7 | 30 | 100 |
| 3 | Машиностроение | 10 | 5 | 10 | 10 | 10 | 5 | 50 |
| 4 | Автомобильная промышленность | 10 | 5 | 10 | 5 | 5 | 15 | 50 |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | Добыча и переработка углеводородов | 7 | 15 | 15 | 10 | 3 | 50 | 100 |

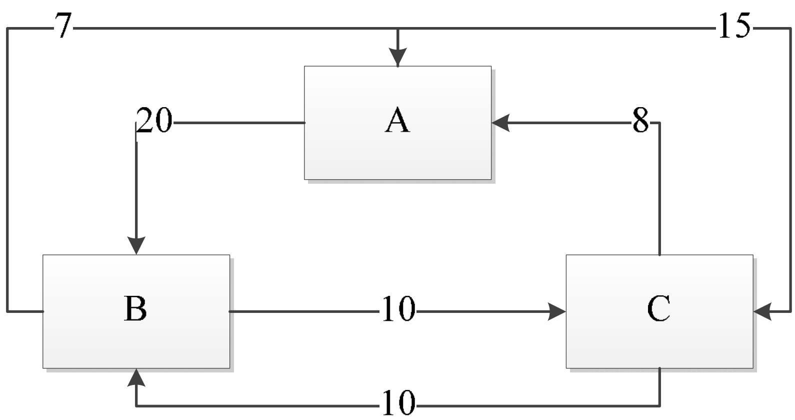
*Компенентностно-ориентированная задача №3*

В таблице приведены данные об исполнении баланса за отчётный период, усл. ден. ед. Вычислить необходимый объём валового выпуска каждой отрасли, если конечное потребление энергетической отрасли увеличится вдвое, а машиностроения сохранится на прежнем уровне.

| Производящие отрасли | Потребляющие отрасли | | Конечный пункт | Валовой выпуск |
|---|---|---|---|---|
| | энергетика | машиностроение | | |
| Энергетика | 7 | 21 | 72 | 100 |
| Машиностроение | 12 | 15 | 123 | 150 |

*Компенентностно-ориентированная задача №4*

В городе имеется три крупных завода, на которых работает 100000 рабочих. Других заводов в городе нет. Имеются данные о текучести кадров: за год из каждой тысячи работающих с завода А 20 человек переходят на завод В и 15 человек на завод С и т.д. (исходя из рисунка). Установить численность рабочих на каждом заводе при условии, что город живёт стабильной жизнью.




*Компенентностно-ориентированная задача №5*

Отрасль состоит из четырёх предприятий: вектор выпуска продукции и матрица коэффициентов прямых затрат имеют вид $X = \begin{pmatrix} 400 \\ 300 \\ 250 \\ 300 \end{pmatrix}$,
$A = \begin{pmatrix} 0{,}25 & 0{,}1 & 0{,}24 & 0{,}25 \\ 0{,}2 & 0{,}15 & 0{,}36 & 0{,}17 \\ 0{,}15 & 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}15 \\ 0{,}3 & 0{,}15 & 0{,}2 & 0{,}15 \end{pmatrix}$. Найти вектор объёмов конечного продукта, предназначенного для реализации вне отрасли.

*Компенентностно-ориентированная задача №5*

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0)=R_0$.

*Компенентностно-ориентированная задача №6*

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0)=R_0$.

*Компенентностно-ориентированная задача №7*

Зависимость количества $Q$ (в шт., $0 \le Q \le 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство $Q$ единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. $(0 < t < 15\,000)$ с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна $tQ$ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

*Компенентностно-ориентированная задача №8*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме $Q$ ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

*Компенентностно-ориентированная задача №9*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме $Q$ ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

*Компетентностно-ориентированная задача №10*

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$, где $x -$ доля населения, $y -$ доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

*Компенентностно-ориентированная задача №11*

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно $k_1$ и $k_2$. Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

*Компенентностно-ориентированная задача №12*

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение х единиц первого товара и у единиц второго товара. Заданы функция полезности $\boldsymbol{u(x,y) = 0,5 \cdot \ln(x-2) + 2\ln(y-1)}$ и цены $\boldsymbol{P_1 = 0,2}$ и $\boldsymbol{P_2 = 4}$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

*Компенентностно-ориентированная задача №13*

Торговое предприятие имеет сеть, состоящую из 10 магазинов, информация о деятельности которых: годовой товарооборот (*y*, млн. руб.) и торговая площадь (*x*, тыс. м$^2$) представлена в таблице.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 0,24 | 0,41 | 0,55 | 0,58 | 0,78 | 0,94 | 0,98 | 1,21 | 1,28 | 1,32 |
| $y_i$ | 19,8 | 38,1 | 41,0 | 43,1 | 56,3 | 68,5 | 75,0 | 89,1 | 91,1 | 91,3 |

В предположении, что между $x$ и $y$ существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать годовой товарооборот в случае, если торговая площадь составит ровно 1 тыс. м$^2$.

*Компенентностно-ориентированная задача №14*

Найти момент инерции квадратной пластины $0 \le x \le a$, $0 \le y \le a$ относительно оси Оу.

*Компенентностно-ориентированная задача №15*

Определить массу круглой пластины радиуса R с центром в начале координат, если поверхностная плотность материала пластины в точке $M(x;y)$ равна $\rho(x,y) = k\sqrt{x^2 + y^2}$.

*Компенентностно-ориентированная задача 16*

Найти массу пластины, ограниченной кривыми $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, если её плотность равна $\rho(x, y) = x + 2y$.

*Компенентностно-ориентированная задача №17*

Цифровая система содержит 5 электронных блоков и выходит из строя при отказе любых двух блоков. Какова вероятность того, что цифровая система выйдет из строя по причине отказа чётных блоков (№2 и №4), если известно, что $p_1$=$p_2$=0.9; $q_3$=$q_4$=$q_5$=0.25.

*Компенентностно-ориентированная задача №18*

Определить вероятность повреждения энергетического блока, $q_{бл}$, представляющего собой последовательное соединение парового котла с паровой турбиной и электрическим генератором. Паровая турбина получает весь пар от парового котла. Генератор расположен на одном валу с турбиной, т.е. использует всю её мощность. Вероятности повреждения отдельных элементов блока известны и составляют: $q_к$=0.02; $q_т$=0,01 и $q_г$=0,001 для котла, турбины и генератора соответственно.

*Компенентностно-ориентированная задача №19*

По результатам измерений параметра тока, I в течение часа с дискретностью 10 минут вычислить основные статистические характеристики: M(x); D(x); σ(x)

*Данные измерений тока*

| № измерения | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| I, A | 9 | 12 | 10 | 17 | 24 | 18 |

*Компенентностно-ориентированная задача №20*

Определить область изменений уровней напряжения при условии нормального закона распределения. При этом имеются следующие исходные данные.

*Исходные данные*

| Параметр | Уровни напряжения | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| U,кВ | 106,5 | 108,0 | 111,5 | 110,2 | 109,4 | 112,0 | 107,9 | 109,6 |

*Компенентностно-ориентированная задача №21*

В работу вводится 2 идентичных энергоблока. Вероятность включения каждого из них равна 0,5. Записать в виде таблицы закон распределения случайной величины X.

*Компенентностно-ориентированная задача №22*

За месяц завод произвёл 5000 вольтметров. Вероятность того, что какой-либо прибор находится вне класса точности равна 0,0002. Требуется найти вероятность того, что в указанной партии три прибора находятся вне класса точности

*Компенентностно-ориентированная задача №23*

Найти вероятность того, что 80 из 400 цифровых вольтметров не будут соответствовать классу точности, если вероятность появления такого события в каждом испытании составляет 0,2

*Компенентностно-ориентированная задача №24*

В лаборатории двумя приборами в течение нескольких дней были проведены измерения напряжения. Из полученных генеральных совокупностей $U_1$ и $U_2$ были извлечены независимые выборки объёмами $N_1$ =12 и $N_2$ =15, и найдены выборочные дисперсии $D(U_1)$ =11.41 кВ$^2$, $D(U_2)$ =6.52 кВ$^2$ . При уровне значимости 0.05 проверить нулевую гипотезу $H_0$ : $D(U_1)=D(U_2)$ о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе $H_1$ : $D(U_1)>D(U_2)$.

*Компенентностно-ориентированная задача №25*

В испытательной лаборатории четырьмя амперметрами в течение нескольких дней были проведены измерения электрического тока. Из полученных генеральных совокупностей $I_1$, I2, $I_3$, $I_4$ были извлечены независимые выборки $N_1$ =10, $N_2$ =12, $N_3$ =15, $N_4$ =16. Выборочные дисперсии в этом случае соответственно равны 0.25, 0.40, 0.36, 0.46 A$^2$. При уровне значимости 0.05 проверить гипотезу об однородности дисперсий.

*Компенентностно-ориентированная задача №26*

В испытательной лаборатории четырьмя ваттметрами выполнены измерения активной мощности. Из полученных генеральных совокупностей $P_1$, $P_2$, $P_3$, $P_4$ были извлечены независимые выборки N=17. Найдены «исправленные» дисперсии, которые в этом случае соответственно равны 0.26, 0.36, 0.40, 0.42 Вт$^2$. Требуется проверить нулевую гипотезу об однородности дисперсий генеральных совокупностей при уровне значимости 0.05

*Компенентностно-ориентированная задача №27*

Сформирован месячный массив данных измерений напряжения в узле. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении ГС измерений напряжения, если известны эмпирические и теоретические частоты.

*Исходные данные*

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Эмпирические частоты | 6 | 13 | 38 | 74 | 106 | 85 | 30 | 14 |
| Теоретические частоты | 6 | 14 | 42 | 82 | 99 | 76 | 37 | 13 |

*Компенентностно-ориентированная задача №28*

Амперметр со шкалой 0…5 А и классом точности 0.5 подключен через трансформатор тока (коэффициент трансформации 20/5, класс точности 0,2) к электрической цепи. Показания прибора – 4,1 А. Определить величину измеренного тока и предел основной допустимой погрешности.

*Компенентностно-ориентированная задача №29*

При измерении частоты цифровым частотомером с пределом 100 кГц и классом точности 0,05/0,02 получен результат 78 кГц. Оценить величину погрешности измерения.

*Компенентностно-ориентированная задача №30*

Для двух случайных величин X, Y проведена серия испытаний. Результаты испытаний записаны в следующую корреляционную таблицу

| Y \ X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | — | 3 | 1 | — | — | — |
| 2 | 1 | 2 | 2 | — | — | — |
| 3 | — | — | 1 | 4 | 3 | 1 |
| 4 | — | — | — | — | 1 | 2 |

Вычислить выборочный коэффициент линейной корреляции и проверить его значимость при $\alpha = 0{,}05$.

**Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:** в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

| *Сумма баллов по 100-балльной шкале* | *Оценка по 5-балльной шкале* |
|---|---|
| 100–85 | отлично |
| 84–70 | хорошо |
| 69–50 | удовлетворительно |
| 49 и менее | неудовлетворительно |

***Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:***

**6-5 баллов** выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

**4-3 балла** выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

**2-1 балла** выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

**0 баллов** выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.