


МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ  
Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:  
И.о.зав.кафедрой  
высшей математики  
*(наименование кафедры полностью)*  
 О.А.Бредихина  
*(подпись)*  
«\_02\_» \_\_\_\_\_ 07\_\_\_\_\_ 2025г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА  
для текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации обучающихся  
по дисциплине

Математика

*(наименование дисциплины)*

43.03.03 Гостиничное дело

*(код и наименование ОПОП ВО)*

# 1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

## 1.1 ВОПРОСЫ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА

*Раздел (тема) 1 «Числа, проценты, прогрессии»*

1. Перечислите основные задачи на проценты.
2. Дайте определение понятиям наращивание, ставка наращивания, наращенная сумма, дисконтирование, современная (текущая) сумма.
3. Введите понятие простых процентов и формулу их нахождения.
4. Введите понятие сложных процентов и формулу их нахождения при ежегодном начислении процентов. По какой формуле рассчитываются сложные проценты при начислении процентов  $n$  раз в году?
5. Дайте определение арифметической и геометрической прогрессий. По какой формуле рассчитывается  $n$ -й член арифметической и геометрической прогрессий?
6. По какой формуле рассчитывается сумма  $n$  первых членов арифметической и геометрической прогрессий?
7. Дайте определение комплексного числа, мнимой единицы, действительной и мнимой частей комплексного числа.
8. Какие операции можно производить с комплексными числами? Какие комплексные числа называются сопряжёнными?
9. Какие вы знаете формы записи комплексных чисел?
10. Дайте определение модуля комплексного числа, аргумента комплексного числа.

*Раздел (тема) 2 «Действия со степенями, корнями, логарифмами. Тригонометрия. Элементарные функции»*

11. Перечислите правила действия со степенями.
12. Запишите формулы сокращённого умножения.
13. Что называется корнем степени  $n$  из числа, арифметическим корнем  $n$ -й степени из числа?
14. Дайте определение логарифма числа  $b$  по основанию  $a$ , десятичного логарифма, натурального логарифма.
15. Перечислите свойства логарифмов, запишите формулы перехода от одного основания логарифма к другому.
16. Опишите градусную и радианную меры угла. Что такое единичная окружность?
17. Дайте определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла.
18. Перечислите основные тригонометрические тождества.
19. Какие вы знаете обратные тригонометрические функции?
20. Какие бывают способы задания функции? Перечислите основные свойства функций.

*Раздел (тема) 3 «Уравнения и неравенства»*

21. Дайте определение уравнения.
22. Что называется областью допустимых значений уравнения?
23. Какие уравнения называются равносильными? В каком случае одно уравнение является следствием другого?
24. Приведите примеры действий с уравнениями, которые могут приводить к появлению посторонних корней. Приведите примеры действий с уравнениями, которые могут приводить к потере корней.
25. С помощью каких способов решаются квадратные уравнения?
26. Запишите формулы разложения квадратного трёхчлена на множители, выделения полного квадрата из квадратного трёхчлена.
27. Дайте определение неравенства. Перечислите основные свойства неравенств.
28. Как решаются неравенства следующих видов ( $a = const$ ):
  - 1)  $x^2 > a, x^2 \geq a, x^2 < a, x^2 \leq a$ ;
  - 2)  $|x| > a, |x| \geq a, |x| < a, |x| \leq a$ ;
  - 3)  $\sqrt{x} > a, \sqrt{x} \geq a, \sqrt{x} < a, \sqrt{x} \leq a$ ?
29. Как решаются неравенств вида  $ax^2 + bx + c > 0, ax^2 + bx + c \geq 0, ax^2 + bx + c < 0, ax^2 + bx + c \leq 0$  ( $a \neq 0$ )?
30. В чём заключается метод интервалов?

*Раздел (тема) 4 «Линейная алгебра»*

31. Дать определения операций сложения, умножения матриц, умножения матрицы на число. Каким условиям должны удовлетворять размеры матриц при сложении, умножении?
32. Дать общее определение определителя квадратной матрицы. В чём заключается правило треугольников?
33. Перечислить свойства определителей.
34. Что такое единичная матрица, каковы её свойства?
35. Что такое алгебраическое дополнение элемента матрицы?
36. Что такое обратная матрица? Для каких матриц она определена?
37. Какие системы называются эквивалентными?
38. Какие системы называются совместными, несовместными, определёнными, неопределёнными, однородными, неоднородными?
39. Как записать и решить систему в матричной форме? Запишите формулы Крамера.
40. Дайте понятия собственного числа и собственного вектора.

*Раздел (тема) 5 «Аналитическая геометрия»*

41. Охарактеризуйте декартову и полярную системы координат.
42. Приведите пример кривой, заданной в параметрическом виде.
43. Перечислите виды уравнения прямой на плоскости.
44. Приведите пример перевода одного вида уравнения прямой в другой.
45. Как могут располагаться две прямые на плоскости?

46. Назовите формулу для вычисления расстояния от точки до прямой.
47. Что такое направляющие косинусы прямой и как их вычислить?
48. Перечислите виды кривых второго порядка. Назовите канонические уравнения кривых второго порядка.
49. Как применяется аналитическая геометрия в экономике?
50. Назовите алгоритм графического метода линейного программирования.

*Раздел (тема) 6 «Введение в математический анализ»*

51. Дайте определение множества. Перечислите и опишите операции над множествами.
52. Дайте определение предела функции в точке. В каком случае функция называется бесконечно малой, бесконечно большой? Как связаны бесконечно малые и бесконечно большие величины?
53. Как вычисляется предел функции в точке? Какие правила следует помнить при вычислении пределов? Что такое односторонний предел?
54. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости  $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ .
55. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости  $\left(\frac{0}{0}\right)$  при отсутствии иррациональности и тригонометрических функций.
56. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости  $\left(\frac{0}{0}\right)$  при наличии иррациональности и отсутствии тригонометрических функций.
57. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости  $\left(\frac{0}{0}\right)$  при наличии тригонометрических функций.
58. Запишите формулы первого и второго замечательного пределов.
59. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости  $(1^\infty)$ .
60. Приведите пример использования пределов в экономике.

*Раздел (тема) 7 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»*

61. Дайте определение производной функции  $y = f(x)$ . Перечислите основные правила дифференцирования.
62. Как найти производную сложной функции?
63. Как найти уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = f(x)$  при известной фиксированной точке  $M_0(x_0; y_0)$ ?
64. Опишите алгоритм исследования поведения графика функции с использованием аппарата производных.
65. Как найти точку максимума (минимума) функции?
66. Как найти наибольшее (наименьшее) значение функции на отрезке?
67. Сформулируйте правило Лопиталья.
68. Дайте определение эластичности спроса (предложения). Как вычислить эластичность спроса (предложения)? В каком случае спрос эластичен, нейтрален и неэластичен относительно цены на товар?

69. Дайте определение средних и предельных издержек. Как их вычислить?

70. Опишите алгоритм нахождения наибольшей прибыли (дохода, налогов и т.п.) с помощью аппарата производных.

*Раздел (тема) 8 «Функции нескольких переменных»*

71. Дайте понятие функции двух переменных, функции нескольких переменных.

72. Как вычисляются частные производные первого порядка для функции двух переменных?

73. Сколько различных частных производных 2-го порядка имеет функция от двух переменных? Сформулируйте теорему Шварца.

74. Что такое полный дифференциал?

75. В чём заключается геометрический и функциональный смысл градиента?

76. Какая точка называется стационарной для функции двух переменных?

77. Сформулируйте необходимые условия экстремума функции двух переменных.

78. Сформулируйте достаточные условия экстремума функции двух переменных.

79. Приведите пример использования функции нескольких переменных в экономике.

80. В чём заключается метод наименьших квадратов?

*Раздел (тема) 9 «Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения»*

81. Дайте определение первообразной и неопределённого интеграла.

82. Опишите алгоритмы методов непосредственного интегрирования: использование приёма деления почленно и метода группировки.

83. Опишите варианты замены переменной в неопределённом интеграле.

84. Опишите способы вычисления определённого интеграла.

85. Как с помощью определённого интеграла вычислить площадь плоской фигуры в декартовой системе координат?

86. Как используются интегралы в экономике? Приведите примеры.

87. Дайте определение дифференциального уравнения. Как определить порядок дифференциального уравнения?

88. Дайте определение общего и частного решений дифференциального уравнения.

89. Какие виды дифференциальных уравнений первого порядка вы знаете? Опишите алгоритмы их решения.

90. Какие виды дифференциальных уравнений второго порядка вы знаете? Опишите алгоритмы их решения.

*Раздел (тема) 10 «Теория вероятностей и математическая статистика»*

91. Сформулируйте классическое определение вероятностей. Укажите недостатки этого определения.

92. Какое событие называется достоверным, невозможным, случайным?

93. Дайте определение полной группы событий.

94. Какие события называются несовместными, совместными, противоположными, независимыми?

95. Какие виды случайных величин вы знаете?

96. Перечислите важнейшие характеристики случайных величин.

97. Дайте понятие вариационного ряда.

98. Какие виды вариационных рядов вы знаете?

99. Перечислите важнейшие точечные характеристики выборки.

100. Дайте понятие доверительного интервала.

**Шкала оценивания:** 2-х балльная.

**Критерии оценивания:**

**2 балла** выставляется обучающемуся, если он отвечает на 10 вопросов из соответствующей темы, которую он готовил.

**1 балл** выставляется обучающемуся, если он отвечает на 5-9 вопросов из соответствующей темы, которую он готовил.

**0 баллов** выставляется обучающемуся, если он не владеет содержанием обсуждаемых вопросов или допускает грубые ошибки.

**1.2 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ**

*Раздел (тема) 1 «Числа, проценты, прогрессии»*

*Вариант 1 (Т 1)*

1. Число  $x$  увеличили на 21% и получили 181,5. Найти  $x$ .

2. Организация получила ссуду на 2 года в размере 300 тысяч рублей под простые проценты. Договор предусматривает следующую схему начисления простых процентов: за первый год 15%, за следующее полугодие 18%, в каждом последующем квартале ставка повышается на 2%. Определить наращенное значение долга (в рублях).

3. Решить уравнение  $\frac{3}{x} + \frac{5}{x} + \frac{7}{x} + \dots + \frac{23}{x} = 286$ .

4.

Задание на установление соответствия	Варианты ответов	Правильный ответ
<p>В геометрической прогрессии имеются следующие понятия:</p> <p>1) знаменатель</p> <p>2) n-й член</p> <p>3) сумма n первых членов</p> <p>4) первый член</p>	<p>Они обозначаются:</p> <p>а) <math>b_n</math></p> <p>б) <math>S_n</math></p> <p>в) <math>q</math></p> <p>г) <math>a_n</math></p> <p>д) <math>b_1</math></p>	

5. Установить соответствие действий с комплексными числами  $z_1 = 5 - 3i$  и  $z_2 = 2 + i$ .

<p>1) <math>z_1 \cdot z_2</math></p> <p>2) <math>\frac{z_1}{z_2}</math></p> <p>3) <math>\bar{z}_1^2</math></p> <p>4) <math>z_1 + z_2</math></p>	<p>а) <math>16 - 30i</math></p> <p>б) <math>7 - 2i</math></p> <p>в) <math>1,4 - 2,2i</math></p> <p>г) <math>13 - i</math></p> <p>д) <math>16 + 30i</math></p>
---	---

6. Сумма действительных решений уравнения  $(-2 + 5i)x + 2i = (1 - 2i)y + 3ix - 3$  равна

- 1) 9                      2) -4                      3) -9                      4) 4                      5) 5

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
<p>Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую</p>	<p>1) подстановка <math>\rho</math> и <math>\varphi</math> в формулу</p> <p>2) нахождения главного значения аргумента</p> <p>3) вычисление модуля комплексного числа</p> <p>4) вычисление <math>\sin \varphi</math> и <math>\cos \varphi</math></p> <p>5) определение значений действительной и мнимой частей</p>	

8. Тригонометрическая форма комплексного числа  $z = 6 - 6i$  имеет вид

- 1)  $6\sqrt{2} \left( \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right)$                       2)  $6\sqrt{2} \left( \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right)$

$$3) 6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{3\pi}{4}\right) \quad 4) 6\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{\pi}{4}\right) \quad 5) 6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} - i \cdot \sin\frac{3\pi}{4}\right)$$

Вариант 2 (Т 1)

1. 30% от числа 210 составляет  $x$ . Найти  $x$ .

2. Найти сумму накопленного долга (в тысячах рублей), если ссуда равна 250 тысяч рублей, срок долга 1 год и 4 месяца при ставке простых процентов, равной 15% годовых.

3.

Задание на установление соответствия	Варианты ответов	Правильный ответ
В арифметической прогрессии имеются следующие понятия: 1) разность 2) $n$ -й член 3) сумма $n$ первых членов 4) первый член	Они обозначаются: а) $a_n$ б) $S_n$ в) $d$ г) $a_1$ д) $b_1$	

4. В геометрической прогрессии  $b_1=3$ ,  $q=\frac{1}{2}$ ,  $n=4$ . Найти  $b_n$ .

5. Установить соответствие действий с комплексными числами  $z_1 = 2 + 4i$  и  $z_2 = 1 - 3i$ .

1) $z_1 \cdot z_2$	а) $3+i$
2) $\frac{z_1}{z_2}$	б) $i - 1$
3) $\bar{z}_1^2$	в) $-12 + 16i$
4) $z_1 + z_2$	г) $-12 - 16i$
	д) $14 - 2i$

6. Количество действительных корней многочлена

$$P(x) = 3x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 2 \text{ равно}$$

1) 2                      2) 3                      3) 0                      4) 4                      5) 1

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при возведении комплексного числа в натуральную степень (без использования формул сокращённого	1) подстановка $\rho$ и $\varphi$ в формулу Муавра 2) нахождения главного значения аргумента 3) вычисление модуля комплексного числа 4) вычисление $\sin \varphi$ и	

умножения)	$\cos \varphi$ 5) определение значений действительной и мнимой частей	
------------	--	--

8. Тригонометрическая форма комплексного числа  $z = 2 - 2i$  имеет вид

- 1)  $2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$                       2)  $2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$   
3)  $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{3\pi}{4}\right)$                                       4)  $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{\pi}{4}\right)$   
5)  $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} - i \cdot \sin\frac{3\pi}{4}\right)$

*Раздел (тема) 2 «Действия со степенями, корнями, логарифмами. Тригонометрия. Элементарные функции»*

*Вариант 1 (Т 2)*

1. Упростить выражение  $\left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right) \cdot \left(\frac{xy}{x^2-y^2}\right)^{-1}$ .

2. Упростить выражение  $\frac{\sqrt[3]{\sqrt[4]{n^5} \cdot \sqrt[6]{n^4}}}{\sqrt[3]{\sqrt[4]{n^7}}}$ .

- 1)  $\sqrt{n}$                       2)  $\sqrt[3]{n}$                       3)  $\frac{1}{n}$                       4)  $\frac{1}{\sqrt{n}}$                       5)  $\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$

3. Упростить выражение  $\sqrt{49 - 12\sqrt{5}}$ , представив подкоренное выражение в виде полного квадрата.

- 1)  $3 - 3\sqrt{5}$                       2)  $3\sqrt{5} - 2$                       3)  $6\sqrt{5} - 1$                       4)  $3 - 2\sqrt{5}$                       5)  $2\sqrt{5} - 3$

4. Найти значение выражения  $4 \log_3(\log_5 125)$ .

5.

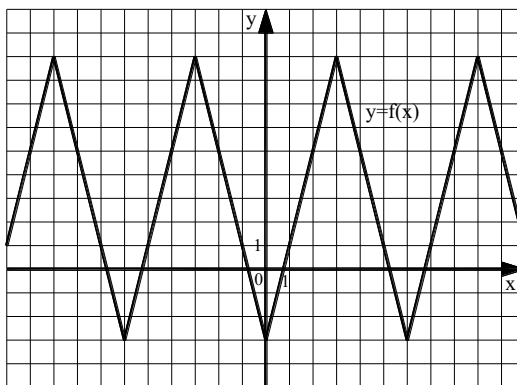
Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при нахождении значения выражения $\frac{\lg 15 - \lg 45}{\lg 18 - \lg 2}$	1) $-\frac{1}{2}$ 2) $\frac{\lg_3^1}{\lg 9}$ 3) $-\frac{1}{2} \log_3 3$ 4) $\frac{\lg_{45}^{15}}{\lg_{18}^2}$ 5) $\log_9 \frac{1}{3}$	

6.

Задание на установление соответствия	Варианты ответов	Правильный ответ
Известно, что $\cos \alpha = -\frac{3}{8}$ , $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ . Найти значения 1) $\sin \alpha$ 2) $\operatorname{tg} \alpha$ 3) $\operatorname{ctg} \alpha$	а) $-\frac{3}{\sqrt{55}}$ б) $\frac{3}{\sqrt{55}}$ в) $\frac{\sqrt{55}}{8}$ г) $\frac{\sqrt{55}}{3}$ д) $-\frac{\sqrt{55}}{3}$ е) $-\frac{3}{\sqrt{55}}$	

7. Найти значение функции  $y = 4g(-x) - f(-x) \cdot g(x)$  в точке  $x_0 \neq 0$ , если известно, что функция  $y = f(x)$  чётная, а функция  $y = g(x)$  – нечётная,  $f(x_0) = -3$ ,  $g(x_0) = 6$ .

8. Функция  $y = f(x)$ , изображённая на рисунке, является периодической. Найти  $f(74)$ .



Вариант 2 (Т 2)

1. Результат упрощения выражения  $\frac{a^2 - b^2}{a + b - 2\sqrt{ab}} \cdot \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$  имеет вид...

- 1)  $a+b$       2)  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$       3)  $a-b$       4)  $\sqrt{a} - \sqrt{b}$       5)  $2a$

2. Представить выражение в виде многочлена стандартного вида и найти его значение при заданных значениях переменных:

$$(a - 2b)(a + 2b)(a^2 + 4b^2) \text{ при } a = \sqrt{7}, b = \sqrt[4]{3}.$$

3. Упростить выражение  $\sqrt{29 - 12\sqrt{5}}$ , представив подкоренное выражение в виде полного квадрата.

- 1)  $3 - 3\sqrt{5}$       2)  $3\sqrt{5} - 2$       3)  $6\sqrt{5} - 1$       4)  $3 - 2\sqrt{5}$       5)  $2\sqrt{5} - 3$

4. Найти значение выражения  $20^{\frac{1}{2\log_8 5}} \cdot 0,25^{\frac{1}{2\log_8 5}}$ .

5.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при нахождении значения выражения $\log_9^3 \log_2 8$	1) $\log_9^3 3$ 2) $\frac{1}{8}$ 3) $(\log_{3^2} 3)^3$ 4) $\left(\frac{1}{2} \log_3 3\right)^3$ 5) $\log_9^3 \log_2 2^3$	

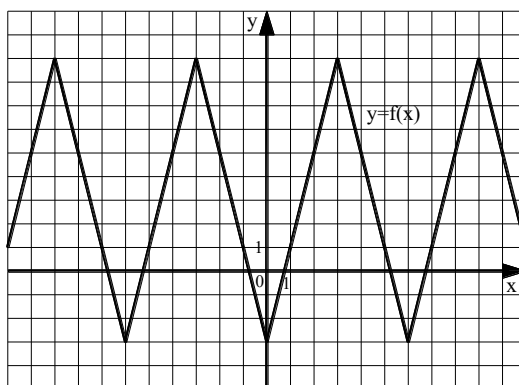
6.

Задание на установление соответствия	Варианты ответов	Правильный ответ
Известно, что $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ , $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ . Найти значения 1) $\sin \alpha$ 2) $\cos \alpha$ 3) $\operatorname{ctg} \alpha$	а) $-\frac{4}{5}$ б) $\frac{4}{5}$ в) $-\frac{3}{5}$ г) $\frac{3}{5}$ д) $-\frac{3}{4}$ е) $\frac{3}{4}$	

7. Найти значение функции  $y = \frac{2 \cdot f(-x) - g(-x)}{3 \cdot f(-x) + 2 \cdot g(-x)}$  в точке  $x_0 \neq 0$ , если

известно, что функция  $y = f(x)$  – чётная, а  $y = g(x)$  – нечётная,  $f(x_0) = -\frac{2}{3}$ ,  $g(x_0) = 4$ .

8. Функция  $y = f(x)$ , изображённая на рисунке, является периодической. Найти  $f(88)$ .



Раздел (тема) 3 «Уравнения и неравенства»

Вариант 1 (Т 3)

1. Решение линейного уравнения  $\frac{7x-1}{18} = \frac{2-4x}{30}$  равно...

- 1)  $\frac{1}{47}$                       2)  $\frac{11}{47}$                       3)  $\frac{11}{23}$                       4)  $\frac{1}{23}$                       5)  $4\frac{3}{11}$

2. Дано уравнение  $\frac{x+5}{2x-1} - \frac{4x-3}{21-x} = \frac{5x-3}{21-x} - \frac{8x-11}{2x-1}$ . В ответе указать сумму всех получившихся решений уравнения.

3. Сумма корней уравнения  $\frac{2x^2+3x+1}{x+1} = x^2 - 3x + 5$  равна...

- 1) -2                      2) -5                      3) 3                      4) 4                      5) 5

4. Найти больший корень уравнения  $(x-4)(x+8) + 11 = 0$ .

5.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при разложении на множители квадратного трёхчлена $6x^2 - (6\sqrt{3} - 1)x - \sqrt{3}$ .	1) $6(x - \sqrt{3})(x + \frac{1}{6})$ 2) $D = (6\sqrt{3} + 1)^2$ 3) $(x - \sqrt{3})(6x + 1)$ 4) $x_1 = \sqrt{3}, x_2 = -\frac{1}{6}$ 5) записываем уравнение $6x^2 - (6\sqrt{3} - 1)x - \sqrt{3} = 0$	

6. Выделение полного квадрата для квадратного трёхчлена  $2x^2 - 3x + 5$  имеет вид...

- 1)  $(x - \frac{3}{4})^2 + \frac{31}{8}$                       2)  $2(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{31}{8}$                       3)  $2(x - \frac{3}{4})^2 + \frac{49}{8}$   
4)  $2(x - \frac{3}{4})^2 + \frac{31}{8}$                       5)  $2(x - \frac{3}{4})^2 + 5$

7. Найти соответствие между неравенством и его решением.

Неравенство	Решение неравенства	Правильный ответ
1) $(x+5)^2 > 9$ 2) $(x+5)^2 \geq 9$ 3) $(x+5)^2 < 9$	а) нет решения б) $(-8; -2)$ в) $(-\infty; -8) \cup (-2; +\infty)$ г) $[-2; +\infty)$ д) $(-2; +\infty)$ е) $(-\infty; -8] \cup [-2; +\infty)$	

8. Решение неравенства  $\frac{x^2 - 12x + 36}{x^2 - 4x - 5} \leq 0$  имеет вид...

- 1)  $(-\infty; -1) \cup (5; \infty)$                       2)  $(-1; 5)$                       3)  $(-1; 5) \cup \{6\}$

4)  $[-1;5] \cup \{6\}$

5)  $(5;6]$

Вариант 2 (Т 3)

1.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при решении уравнения $\frac{6x-5}{22} = \frac{3-4x}{143}$	1) $\frac{6x-5}{2} = \frac{3-4x}{13}$ 2) $x = \frac{71}{86}$ 3) $78x - 65 = 6 - 8x$ 4) $\frac{6x-5}{2 \cdot 11} = \frac{3-4x}{11 \cdot 13}$ 5) $13(6x - 5) = 2(3 - 4x)$	

2. Дано линейное уравнение  $\frac{5x+1}{3} + \frac{2-8x}{7} = \frac{6}{21}$ . В ответе указать значение  $11x$ .

3. Найти сумму корней уравнения  $\frac{2x+1}{2x^2-3x-2} + \frac{3}{x-3} = 1$ .

4. Найти меньший корень уравнения  $(x+8)(x+2) + 10 = 0$ .

5. Разложение на множители квадратного трёхчлена  $3x^2 - (3\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2}$  имеет вид  $(x - \sqrt{2})(3x + a)$ . Найти  $a$ .

6.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при выделении полного квадрата для квадратного трёхчлена $3x^2 - 5x + 8$ .	1) $3 \left( x^2 - 2x \cdot \frac{5}{3} + \frac{25}{36} - \frac{25}{36} \right) + 8$ 2) $3 \left( x - \frac{5}{6} \right)^2 - \frac{25}{12} + 8$ 3) $3 \left( x - \frac{5}{6} \right)^2 + \frac{71}{12}$ 4) $3 \left( x^2 - \frac{5}{3}x \right) + 8$ 5) $3 \left( x^2 - 2x \cdot \frac{5}{3} + \frac{25}{36} \right) - \frac{25}{12} + 8$	

7. Найти соответствие между неравенством и его решением.

Неравенство	Решение неравенства	Правильный ответ
1) $ x + 5  > 9$ 2) $ x + 5  \leq 9$ 3) $ x + 5  < 0$	а) нет решения б) $(4; +\infty)$ в) $(-\infty; -14) \cup (4; +\infty)$ г) $x = -5$ д) $[-14; 4]$ е) $[-5; 4)$	

8. Решить неравенство  $\frac{x^2-4x+4}{x^2-3} \leq 0$ .

1)  $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$   
{2}

2)  $(-\sqrt{3}; \sqrt{3}) \cup \{2\}$

3)  $(-3; 3) \cup$

4)  $(-3; 3)$

5)  $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$

## Раздел (тема) 4 «Линейная алгебра»

## Вариант 1 (Т 4)

1. Найти  $x$  из уравнения  $\begin{vmatrix} 1 & x & 3 \\ 1 & 2 & -3 \\ 7 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0$ .

2. Найти  $x$ , если  $A = \begin{pmatrix} x & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 12 & -52 \\ 13 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $3A^2 - 2A + 3E = B$ , где  $E$  – единичная матрица.

3. На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов:  $P_1, P_2, P_3, P_4$ , при этом используют сырьё трёх типов:  $S_1, S_2$  и  $S_3$ . Нормам расхода сырья

соответствует матрица  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ , где каждый элемент  $a_{ij}$

( $i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3$ ) показывает, сколько единиц сырья  $j$ -го типа расходуется на производство единицы продукции  $i$ -го вида. План выпуска продукции представлен матрицей  $C = (150 \ 120 \ 90 \ 100)$ , а стоимость

единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей  $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 70 \\ 60 \end{pmatrix}$ . Определить

общую стоимость сырья.

4. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ . Найти элемент  $a_{12}$  обратной матрицы  $A^{-1}$ .

5. Установить соответствие.

1) $\begin{cases} 4x + 6y = -1, \\ 12x + 18y = -3 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение
2) $\begin{cases} 12x - 7y = 5, \\ -48x + 28y = -15 \end{cases}$	б) система имеет бесконечное множество решений
3) $\begin{cases} 3x - 5y = 6, \\ x + 2y = 25 \end{cases}$	в) система несовместна
4) $\begin{cases} 2x - 5y = 0, \\ 6x - 15y = 0 \end{cases}$	г) система имеет только тривиальное решение
	д) система имеет два решения



продукции представлен матрицей  $C = (130 \ 90 \ 120 \ 100)$ , а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей  $B = \begin{pmatrix} 50 \\ 60 \\ 40 \end{pmatrix}$ . Определить общую стоимость сырья.

4. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$ . Найти элемент  $a_{21}$  обратной матрицы  $A^{-1}$ .

5. Установить соответствие.

1) $\begin{cases} 6x + 7y = -5, \\ -18x - 21y = 8 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение
2) $\begin{cases} 3x - y = 0, \\ -9x + 3y = 0 \end{cases}$	б) система имеет бесконечное множество решений
3) $\begin{cases} 2x + 5y = -14, \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$	в) система несовместна
4) $\begin{cases} 2x - 3y = 4, \\ 16x - 24y = 32 \end{cases}$	г) система имеет только тривиальное решение
	д) система имеет два решения

6.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{3}x + 2y = 11, \\ 4x - \sqrt{3}y = 0 \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3. Замечание: вычисления производить в следующей последовательности	1) $-11\sqrt{3}$ 2) 4 3) -44 4) $\sqrt{3}$ 5) -11	
1) $\det A$ 2) $\det A_x$ 3) $x$ 4) $\det A_y$ 5) $y$		

7. Найти решение системы уравнений  $\begin{cases} x - y + z = 6, \\ x - 2y + z = 9, \\ x - 4y - 2z = 3. \end{cases}$  В ответ

записать произведение  $x \cdot y \cdot z$ .

8. Найти собственные числа матрицы  $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$ .

1)  $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 5$

2)  $\lambda_1 = 4, \lambda_2 = 10$

3)  $\lambda_1 =$

3,  $\lambda_2 = 9$

4)  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4$

5)  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 8$



8. Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x}\right)^x$  равен

- 1) 1                      2)  $e^3$                       3)  $\frac{3}{e}$                       4)  $\frac{1}{e^3}$                       5)  $e$

Вариант 2 (Т 5)

1. Даны два множества  $A = \{-2, 3, 8, 13, 18, 23\}$ ,  $B = \{-3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ . Найти  $A \setminus B$ .

- 1)  $\{-3, -2, -1, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 11, 13, 18, 23\}$                       2)  $\{-2, 8, 18, 23\}$   
 3)  $\{-3, -2, -1, 1, 5, 7, 8, 9, 11, 18, 23\}$                       4)  $\{-3, -1, 1, 5, 7, 9, 11\}$

2. Даны числовые промежутки  $A = [3; 5)$  и  $B = [0; 3]$ . Выполнить операции над множествами и установить соответствие

1) $A \cap B$	а) $[0; 5)$
2) $A \cup B$	б) $\emptyset$
3) $A \setminus B$	в) $(3; 5)$
4) $B \setminus A$	г) $[3; 5)$
	д) $\{3\}$

3. Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность  $\{x_n\}$  называется бесконечно малой, если \_\_\_\_\_ существует \_\_\_\_\_ такой, что если \_\_\_\_\_, то выполняется условие

- I.  $|x_n| < \varepsilon$   
 II.  $n > N(\varepsilon)$   
 III. для любого числа  $\varepsilon > 0$   
 IV. номер  $N(\varepsilon) > 0$

4. Предел  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{5-2x}$  равен

- 1) 1                      2) 0                      3)  $\infty$                       4)  $-\infty$                       5) 1,4

5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x+8}{3x+5}\right)^{6-9x}$ .

6. Предел  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$  равен

- 1) -48                      2) 48                      3) -32                      4) 0                      5) 32

7. Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(6x) - \sin(3x)}{\sin x + \sin(8x)}$  равен

- 1)  $\frac{1}{3}$                       2)  $\frac{1}{9}$                       3)  $-\frac{1}{3}$                       4) -1                      5) 0

8. Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$  равен
- 1)  $\frac{1}{e^8}$                       2)  $e^2$                       3)  $e^{-4}$                       4)  $\frac{1}{e^2}$                       5)  $e^4$

Раздел (тема) 7 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

Вариант 1 (Т 6)

1. Производная функции  $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$  равна

- 1)  $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$                       2)  $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$                       3)  $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$
- 4)  $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$                       5)  $5x - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

2. Производная функции  $y = x^2 \cdot \sin(2x)$  равна

- 1)  $2x \cdot \cos(2x)$                       2)  $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$                       3)  $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$
- 4)  $2x \cdot \sin(2x) - 2x^2 \cdot \cos(2x)$                       5)  $4x \cdot \cos(2x)$

3. Производная функции  $y = \ln^5(2x-1)$  равна

- 1)  $5 \ln^4(2x-1)$                       2)  $\frac{10 \cdot \ln^4(2x-1)}{2x-1}$                       3)  $\frac{10 \ln(2x-1)}{2x-1}$
- 4)  $10 \ln^4(2x-1)$                       5)  $\frac{5 \ln^4(2x-1)}{2x-1}$

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению	1) зафиксировать $x$ , вычислить значение функции $f(x)$ 2) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ 3) дать аргументу $x$ приращение $\Delta x$ и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$ 4) найти предел $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$	



1)  $\frac{12 \cdot \operatorname{ctg}^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

2)  $\frac{12 \cdot \operatorname{ctg}^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

3)  $\frac{3 \cdot \operatorname{ctg}^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

4)  $\frac{3 \cdot \operatorname{ctg}^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

5)  $\frac{12 \cdot \operatorname{ctg}(4x)}{\sin^2(4x)}$

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$	1) найти производные обеих частей равенства 2) прологарифмировать обе части равенства 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции 4) воспользоваться свойством $\ln a^b  = b \cdot \ln a $ 5) заменить $y$ исходной функцией	

5. Установить соответствие между функцией  $y = f(x)$  и способом нахождения ее первой производной  $y'$ .

1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$ 4) $y = e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции
---	---

6. Найти коэффициент  $k$  касательной  $y = kx + b$  к параболе  $y = 7x^2 - 14x + 5$  в точке  $x_0 = 2$ .

7. Найти точку максимума функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + 8$ .

8. Найти наименьшее значение функции  $y = 36 + \frac{\sqrt{3}\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}x - 3 \cos x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

*Раздел (тема) 8 «Функции нескольких переменных»*

*Вариант 1 (Т 7)*

1. Частная производная  $\frac{\partial z}{\partial y}$  от функции  $z = x - \frac{x}{y} + 1$  равна

- 1)  $1 - \frac{x}{y^2}$       2)  $x - \frac{1}{y^2} + 1$       3)  $\frac{x}{y^2}$       4)  $1 - \frac{1}{y}$       5)  $-\frac{x}{y^2}$

2. Частная производная  $\frac{\partial z}{\partial x}$  от функции  $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$  равна

- 1)  $e^{2x} \cdot \arcsin y^3$       2)  $2e^{2x} \cdot \arcsin y^3$       3)  $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$       4)  $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^2}}$       5)  $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$

3. Вычислите значения частных производных функции  $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$  в точке  $M_0(1; -1)$  и установите соответствие.

1) $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right _{M_0}$	а) -3
2) $\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right _{M_0}$	б) 8
3) $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right _{M_0}$	в) 2
4) $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right _{M_0}$	г) 6
5) $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right _{M_0}$	д) 9
	е) 1

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$	1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$ 2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$ 3) $(\ln(3xy-x^3))'_x$ 4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$ 5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$ 6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$	

5. Частная производная  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  от функции  $z = e^{x^2+2y^3}$  равна

- 1)  $12xy^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$       2)  $2 \cdot e^{x^2+2y^3} (2x^2 + 1)$       3)  $6y^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$   
 4)  $12y \cdot e^{x^2+2y^3} (1 + 3y)$       5)  $e^{x^2+2y^3}$

6. Найдите сумму  $a + b + c$ , где  $(a; b; c)$  – это координаты вектора градиента функции  $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$  в точке  $M(0; -2; 3)$ .

7. Исследуйте на экстремум функцию  $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$ . В ответе запишите значение  $z_0$ , если исследование дало результат  $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$ .

8. Производится два вида товаров в количестве  $x$  и  $y$ . Пусть цены на эти товары, соответственно,  $P_1 = 45$  и  $P_2 = 27$  тыс. руб. а функция издержек имеет вид  $C = 6x^2 + 3xy + 3y^2$ . Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

*Вариант 2 (Т 7)*

1. Частная производная  $\frac{\partial z}{\partial x}$  от функции  $z = x - \frac{x}{y} + 1$  равна

- 1)  $1 - \frac{x}{y^2}$       2)  $x - \frac{1}{y^2} + 1$       3)  $\frac{x}{y^2}$       4)  $1 - \frac{1}{y}$       5)  $-\frac{x}{y^2}$

2. Частная производная  $\frac{\partial z}{\partial x}$  от функции  $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$  равна

- 1)  $e^{2x} \cdot \arcsin y^3$       2)  $2e^{2x} \cdot \arcsin y^3$       3)  $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$       4)  $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^2}}$       5)  $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$

3. Вычислите значения частных производных функции  $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$  в точке  $M_0(1; 2)$  и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	а) 30
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) -14
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) -12
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) -6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) -4
	е) 3

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при	1) вычисляем значения $A, B, C$ 2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$ 3) определяем стационарные	

исследования функции двух переменных на экстремум	точки 4) находим частные производные функции первого и второго порядков 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума 6) вычисляем значение $\Delta$ 7) определяем наличие точки экстремума	
---	--	--

5. Частная производная  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  от функции  $z = e^{x^2+2y^3}$  равна

- 1)  $12xy^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$       2)  $2 \cdot e^{x^2+2y^3} (2x^2 + 1)$       3)  $6y^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$   
 4)  $12y \cdot e^{x^2+2y^3} (1 + 3y)$       5)  $e^{x^2+2y^3}$

6. Найдите сумму  $a + b + c$ , где  $(a; b; c)$  – это координаты вектора градиента функции  $u = 2x^2 - 3y^2 + 4z^2$  в точке  $M(1; -1; 2)$ .

7. Исследуйте на экстремум функцию  $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$ . В ответе запишите значение  $z_0$ , если исследование дало результат  $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$ .

8. Производится два вида товаров в количестве  $x$  и  $y$ . Пусть цены на эти товары, соответственно,  $P_1 = 32$  и  $P_2 = 24$  тыс. руб. а функция издержек имеет вид  $C = 1,5x^2 + 2xy + y^2$ . Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

*Раздел (тема) 9 «Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения»*

*Вариант 1 (Т 8)*

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции  $f(x) = 3 - 8x - \frac{4}{x^2}$ ?

- 1)  $F(x) = -8 + \frac{8}{x^3}$       2)  $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$   
 3)  $F(x) = 3x - 4x^2 - \frac{4}{x} - 6$       4)  $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x}$   
 5)  $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении	1) используем таблицу неопределённых интегралов 2) используем формулу квадрата разности	

неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$	3) добавляем постоянную $C$ в конце записи 4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$	
	5) используем почленное деление	

3. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$ 2) $\int (x + 1) \sin x dx$ 3) $\int 5^x dx$ 4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx + b) dx = \frac{1}{k} \int f(t) dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям
---	--

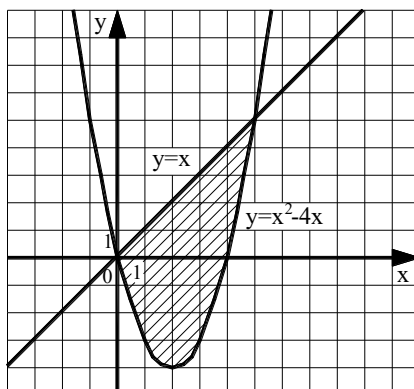
4. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$  равен

- 1)  $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 4x + C$       2)  $\frac{1}{4} \operatorname{tg} 2x + C$       3)  $-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} x + C$       4)  $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 2x + C$

5. Неопределённый интеграл  $\int \frac{\cos x}{\sqrt{5-2 \sin x}} dx$  равен

- 1)  $\sqrt{5-2 \sin x} + C$       2)  $2 \ln |5-2 \sin x| + C$   
 3)  $-\sqrt{5-2 \sin x} + C$       4)  $2\sqrt{5-2 \sin x} + C$

6. Вычислите площадь заштрихованной области. Ответ округлите до сотых.



7. Найдите постоянную  $C$  в частном решении дифференциального уравнения  $y \cdot y' = \sqrt{x}$  при  $y(9) = 4$ .

8. Найдите общее решение линейного однородного уравнения  $y'' - 10y' + 29y = 0$ .

1)  $y = e^{-5x}(C_1 \cdot \cos(2x) + C_2 \cdot \sin(2x))$   
 $e^{3x}$

2)  $y = C_1 \cdot e^{7x} + C_2 \cdot$

3)  $y = C_1 \cdot e^{-7x} + C_2 \cdot e^{-3x}$   
 $\sin(2x)$

4)  $y = e^{5x}(C_1 \cdot \cos(2x) + C_2 \cdot$

5)  $y = e^{5x}(C_1 + C_2x)$

*Вариант 2 (Т 8)*

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции  $f(x) = 2 + 5x - \frac{4}{x^2}$ ?

1)  $F(x) = 5 + \frac{8}{x^3}$

2)  $F(x) = 2x + 2,5x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$

3)  $F(x) = 5x + 2,5x^2 - \frac{4}{x} - 6$

4)  $F(x) = 5x + 2,5x^2 + \frac{4}{x}$

5)  $F(x) = 5x + 2,5x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$	1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1} + C$ 2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + C$ 3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$ 4) $\int x^{-\frac{4}{3}} dx$ 5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}} + C$ 6) $\int \frac{dx}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}}$	

3. Интеграл  $\int \frac{x dx}{x^2 + 4}$  равен

1)  $\frac{\ln|x^2 + 4|}{2} + C$

2)  $2 \cdot \ln|x^2 + 4| + C$

3)

$\frac{1}{2} \arctg\left(\frac{x}{2}\right) + C$

$$4) \frac{x}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{2}\right) + C$$

$$5) \ln|x^2 + 4| + C$$

4. Интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 - 9}}$  равен

$$1) \frac{1}{6} \arcsin 2x + C$$

$$2) \frac{1}{6} \arcsin \frac{2x}{3} + C$$

$$3) \frac{1}{6} \ln \left| \frac{2x+3}{2x-3} \right| + C$$

$$4) \frac{\ln|2x + \sqrt{4x^2 - 9}|}{2} + C$$

5. Интеграл  $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^2 x}}{x} dx$  равен

$$1) \frac{3\sqrt[3]{\ln^5 x}}{5} + C$$

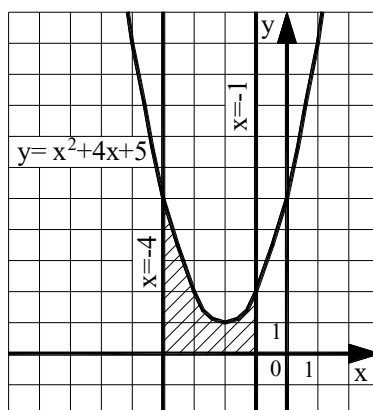
$$2) -\sqrt[3]{\ln^5 x} + C$$

$$3) 2\sqrt[3]{\ln^2 x} + C$$

4)

$$3\sqrt[3]{\ln x} + C$$

6. Вычислите площадь заштрихованной области. Ответ округлите до сотых.



7. Найдите постоянную  $C$  в частном решении дифференциального уравнения  $y \cdot y' = 4x^3$  при  $y(5) = 2$ .

8. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 6y = 0$	а) $y = e^{\alpha x} (C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$
2) $y'' - 10y' + 29y = 0$	б) $y = e^{kx} (C_1 + C_2 x)$
3) $y'' - 10y' + 25y = 0$	в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$
4) $y'' + 25y = 0$	г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$
	д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

**Шкала оценивания:** 8-ми балльная.

**Критерии оценивания:**

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

8 баллов соответствуют оценке «отлично»;

7, 6 баллов – оценке «хорошо»;

5, 4 балла – оценке «удовлетворительно»;

3 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».

### **1.3 ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ**

*Раздел (тема) 1 «Числа, проценты, прогрессии»*

*Лабораторная работа №1 «Комплексные числа»*

*Выполнение лабораторной работы №1*

1. Для комплексного числа  $z = 3 - 2i$  найти его действительную часть, мнимую часть, модуль, аргумент и сопряжённое ему число.
2. Даны комплексные числа  $z_1 = 5 + 2i$  и  $z_2 = 3 - i$ . Вычислите:
  - а)  $z_1 \cdot z_2$ ;
  - б)  $\frac{z_1}{z_2}$ ;
  - в)  $\bar{z}_1^2$ .
3. Решить уравнение  $(2 + i) \cdot z - 2 + 3i = 4i - 1$ .

*Защита лабораторной работы №1*

4. Записать комплексное число  $z = 4 + 4i$  в тригонометрической и показательной формах.
5. Найти корни уравнения  $x^2 - 6x + 13 = 0$  и проверить выполнение для них формул Виета.
6. Вычислить  $(\sqrt{2} - i)^8$ .
7. Вычислить  $\sqrt{-2 + i \cdot 2\sqrt{3}}$ .

*Раздел (тема) 2 «Действия со степенями, корнями, логарифмами. Тригонометрия. Элементарные функции»*

*Лабораторная работа №2 «Табулирование функций и построение их графиков»*

*Выполнение лабораторной работы №2*

1. Перейти из полярной системы координат в декартову. С помощью выделения полных квадратов и переноса начала координат упростить уравнение кривой, определить её тип, размеры и расположение на плоскости:

$$\rho = \frac{6}{5 - \cos \varphi}.$$

2. Записать уравнение прямой  $y = 3x - 1$  в полярных координатах.

3. От параметрических уравнений кривой  $\begin{cases} x = 3 - t^2, \\ y = \frac{t}{3} \end{cases}$  перейти к её явному заданию.

#### *Защита лабораторной работы №2*

4. Написать в полярных координатах уравнение прямой, перпендикулярной полярной оси и отсекающей на ней отрезок, равный 3.

5. Определить декартовы координаты центра и радиус окружности  $\rho = 4 \cos(2\pi + \varphi)$ .

6. Записать уравнения часто используемых в математике фигур, заданных в полярных координатах (кардиоида, окружность, лемниската Бернулли).

7. Записать уравнения часто используемых в математике фигур, заданных в параметрическом виде (циклоида, эвольвента, астроида)

#### *Раздел (тема) 4 «Линейная алгебра»*

#### *Лабораторная работа №3 «Операции над матрицами и определителями»*

#### *Выполнение лабораторной работы №3*

1. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ .

2. Пусть дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 1 & 0 & 6 \\ -4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ . Вычислить минор и алгебраическое дополнение элемента  $a_{23}$ .

3. Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти  $A \cdot B$ .

#### *Защита лабораторной работы №3*

4. Найти  $x$ , если  $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ x & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 7 & -33 \\ 55 & -26 \end{pmatrix}$ ,  $2A^2 - 3A + 2E = B$ , где  $E$  – единичная матрица.

5. Найти обратную матрицу для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ .

6. Найти ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ .

7. На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов:  $P_1, P_2, P_3, P_4$ , при этом используют сырьё трёх типов:  $S_1, S_2$  и  $S_3$ . Нормам расхода сырья

соответствует матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ , где каждый элемент  $a_{ij}$

( $i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3$ ) показывает, сколько единиц сырья  $j$ -го типа расходуется на производство единицы продукции  $i$ -го вида. План выпуска продукции представлен матрицей  $C = (200 \ 130 \ 90 \ 110)$ , а стоимость

единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей  $B = \begin{pmatrix} 50 \\ 60 \\ 40 \end{pmatrix}$ . Определите

общую стоимость сырья.

#### *Лабораторная работа №4 «Решение систем линейных уравнений»*

##### *Выполнение лабораторной работы №4*

Для системы  $\begin{cases} 4\sqrt{2}x + y = \sqrt{2}, \\ 24x + 3\sqrt{2}y = 6 \end{cases}$  найти:

1. определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы;
2. количество решений, которое имеет система;
3. если система совместна, то записать её решение в виде матрицы-столбца  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ .

##### *Защита лабораторной работы №4*

Решить систему линейных уравнений  $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 4x_2 - 5x_3 = -7, \\ 6x_1 - 7x_2 + 8x_3 = 16 \end{cases}$

4. методом Крамера;
5. матричным методом;
6. методом Гаусса.
7. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ .

#### *Раздел (тема) 7 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»*

##### *Лабораторная работа №5 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»*

##### *Выполнение лабораторной работы №5*

1. Найти значение производной функции  $y = \frac{x^5}{4} - \frac{2}{3}x^2 + \frac{x}{4} - \frac{8}{x} + 3$  в точке  $x_0 = 2$ .
2. Найти вторую производную функции  $y = \log_5(6 - x^2)$ .
3. Составить уравнения касательной и нормали в точке  $x_0 = -1$  к параболе  $y = 6x^2 + x + 2$  (уравнения записать в общем виде).
4. Найти наибольшее значение функции  $y = \frac{2x^2+50}{x}$  на отрезке  $[-8; -2]$ .

*Защита лабораторной работы №5*

5. Найти по определению производную функции  $y = (x + 2)^2$ . Найти производную функции  $y = 3 \cdot \sqrt[4]{x^3} - \frac{1}{x^3} + \frac{7}{x^2 \cdot \sqrt{x}} - \frac{4}{11 \cdot \sqrt{x}}$ , используя таблицу производных и правила дифференцирования.
6. Записать формулы производной произведения и производной частного. Доказать, что  $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ . Найти производную функции  $y = \sin x \cdot \ln(3x)$ .
7. Решить текстовую задачу.

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом:

1. если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей;
2. если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере  $\frac{x-4\,000}{50}$  рублей, где  $x$  – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде  $R(x_0) = R_0$ .

*Раздел (тема) 8 «Функции нескольких переменных»*

*Лабораторная работа №6 «Метод наименьших квадратов»*

*Выполнение лабораторной работы №6*

1. Экспериментально получены пять значений функции  $y = f(x)$  при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию вида  $y = ax + b$ , выражающую приближённо функцию  $y = f(x)$ . Сделать чертёж, на котором в декартовой прямоугольной системе координат построить экспериментальные точки и график функции  $y = ax + b$ .

Результаты эксперимента:

$x$	1	2	3	4	5
$y$	3,2	4,2	2,7	0,7	1,2

*Защита лабораторной работы №6*

2. Для функции  $z = 3x^3 - 5y^6 + x^4y^2$  найти частные производные первого порядка.
3. Для функции  $z = 3x^3 - 5y^6 + x^4y^2$  найти полный дифференциал первого порядка.
4. Для функции  $z = 3x^3 - 5y^6 + x^4y^2$  найти частные производные второго порядка.
5. Для функции  $z = \cos(3x - 4y)$  найти частные производные первого порядка.
6. Для функции  $z = \cos(3x - 4y)$  найти частные производные второго порядка.
7. Решить текстовую задачу.

Производится два вида товаров в количестве  $x$  и  $y$ . Пусть цены на эти товары, соответственно,  $P_1 = 32$  и  $P_2 = 24$  ден. ед. Какое количество обоих видов товаров нужно произвести, чтобы иметь наибольшее значение прибыли, если функция издержек имеет вид  $C = \frac{3}{2}x^2 - 2xy + y^2$ ?

*Раздел (тема) 9 «Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения»*

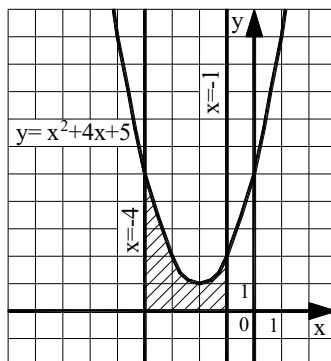
*Лабораторная работа №7 «Интегрирование функций. Приложения определенного интеграла»*

*Выполнение лабораторной работы №7*

1. Найти интеграл  $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$ . Сделать проверку.
2. Найти интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{8-3x^2}}$ . Сделать проверку.
3. Найти интеграл  $\int (2x^3 - 5 \cdot \sqrt[3]{x})^2 dx$ . Сделать проверку.
4. Найти интеграл  $\int \frac{\sqrt{5+x^2} - \sqrt{5-x^2}}{\sqrt{25-x^4}} dx$ . Сделать проверку.

*Защита лабораторной работы №7*

5. Найти интеграл  $\int \frac{x dx}{x^4+16}$ . Как производится замена переменной в неопределенном интеграле? В каких случаях можно использовать замену? Рассказать о частных случаях метода замены переменной в неопределенном интеграле: методе подведения под знак дифференциала и методе решения интегралов вида  $\int f(kx + b) dx$ .
6. Вычислить площадь заштрихованной области.



7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = 2x^2$ ,  $y = 2$ .

*Раздел (тема) 10 «Теория вероятностей и математическая статистика»*

*Лабораторная работа №8 «Исследование случайной величины по экспериментальным данным»*

*Выполнение лабораторной работы №8*

Задан вариационный ряд выборки.

$x_i$	3	5	6	8	9	10	14
$n_i$	2	10	15	20	38	11	4

Найти:

1. выборочное среднее;
2. выборочную дисперсию;
3. выборочное среднеквадратическое отклонение;
4. размах выборки;
5. моду.

*Защита лабораторной работы №8*

Имеются данные о стаже рабочих цеха: 6, 6, 10, 10, 7, 2, 2, 5, 8, 8, 12, 9, 10, 10, 7, 7, 6, 7, 2, 3.

6. Построить дискретный вариационный ряд и изобразить его графически с помощью полигон частот.
7. Построить интервальный вариационный ряд и изобразить его графически с помощью гистограммы частот.

**Шкала оценивания:** 3-х балльная.

**Критерии оценивания:**

– **3 балла** выставляется обучающемуся, если он выполнил все задания в лабораторной работе и «защитил» её;

– **2 балла** выставляется обучающемуся, если он выполнил задания в лабораторной работе, но «не защитил» её;

– **1 балл** выставляется обучающемуся, если он выполнил лабораторную работу, но допустил грубые ошибки;



1.8 Решение неравенства  $\frac{2x+1}{x-4} \geq 6$  имеет вид...

- 1)  $(4; 6,25]$       2)  $(4; 6,25)$       3)  $[4; 6,25)$       4)  $[4; 6,25]$       5)  $(-\infty; -0,5] \cup (4; +\infty)$

1.9 Определитель матрицы  $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$  равен...

- 1) 34      2) 24      3) -12      4) 11      5) -2

1.10 Пусть  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = A^T - A^2$ . Тогда матрица  $B$  равна...

- 1)  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -11 & -20 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} 6 & -15 \\ -10 & -14 \end{pmatrix}$       3)  $\begin{pmatrix} 6 & 15 \\ -20 & -14 \end{pmatrix}$   
4)  $\begin{pmatrix} -4 & -9 \\ 16 & 24 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} 6 & -15 \\ -13 & -21 \end{pmatrix}$

1.11 Для системы  $\begin{cases} 4\sqrt{2}x + y = \sqrt{2}; \\ 24x + 3\sqrt{2}y = 6 \end{cases}$  справедливо следующее утверждение...

- 1) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен нулю; система имеет одно решение  
2) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен нулю; система не имеет решений  
3) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен 11; система имеет одно решение  
4) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен нулю; система имеет бесконечное множество решений  
5) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен 11; система имеет два решения

1.12 Уравнение прямой, проходящей через точку  $M(1; -8)$  перпендикулярно прямой  $y = 2 - 3x$ , имеет вид ...

- 1)  $y = -3x - 5$       2)  $y = \frac{x}{3} + \frac{11}{3}$       3)  $y = \frac{x}{3} - \frac{25}{3}$   
4)  $y = -3x - 23$       5)  $y = \frac{x}{3} - \frac{23}{3}$

1.13 Даны два множества  $A = \{-5, -2, 1, 4, 7, 10, 13\}$  и  $B = \{-4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\}$ . Тогда  $A \cap B$  имеет вид...

- 1)  $\{-4, 0, 2, 6, 8\}$       2)  $\{-5, -4, -2, 0, 1, 2, 4, 6, 7, 8, 10, 13\}$   
3)  $\{-5, -4, 0, 1, 2, 6, 7, 8, 10, 13\}$       4)  $\{-2, 4\}$       5)  $\{-5, 1, 7, 10, 13\}$

1.14 Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 2x^3 - 1}{4x^3 + x}$  равен ...

- 1)  $\infty$       2) 0,5      3) 0      4)  $-\infty$       5) 0,25

1.15 Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(6x) - \sin(3x)}{\sin x + \sin(8x)}$  равен ...

- 1)  $\frac{1}{3}$                       2) 0                      3)  $\frac{1}{9}$                       4)  $-\frac{1}{3}$                       5) -

1.16 Производная функции  $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$  равна...

- 1)  $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$                       2)  $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$                       3)  $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt{x}}$
- 4)  $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$                       5)  $5x - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

1.17 Найдите производную функции  $y = \cos^3(x^2 + 2x)$ .

- 1)  $3 \cos^2(x^2 + 2x)(2x + 2)$                       2)  $3 \cos^2(x^2 + 2x)(-\sin(x^2 + 2x))(2x + 2)$
- 3)  $3 \sin^2(x^2 + 2x)(2x + 2)$                       4)  $3 \cos^2(x^2 + 2x) \sin(x^2 + 2x)(2x + 2)$
- 5)  $3 \cos(x^2 + 2x)(2x + 2)$

1.18 Укажите, как должен выглядеть график функции  $y(x)$  на отрезке  $[a; b]$ , если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия:  $y < 0$ ,  $y' < 0$ ,  $y'' > 0$ .

- 1) график лежит ниже оси ОХ;  $y(x)$  возрастает; выпуклость вниз
- 2) график лежит ниже оси ОХ;  $y(x)$  убывает; выпуклость вверх
- 3) график лежит ниже оси ОХ;  $y(x)$  возрастает; выпуклость вверх
- 4) график лежит ниже оси ОХ;  $y(x)$  убывает; выпуклость вниз
- 5) график лежит выше оси ОХ;  $y(x)$  убывает; выпуклость вверх

1.19 Частная производная  $\frac{\partial z}{\partial y}$  от функции  $z = x - \frac{x}{y} + 1$  равна...

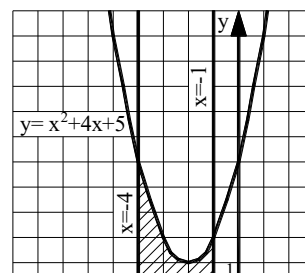
- 1)  $1 - \frac{x}{y^2}$                       2)  $x - \frac{1}{y^2} + 1$                       3)  $\frac{x}{y^2}$                       4)  $1 - \frac{1}{y^2}$                       5)  $-\frac{x}{y^2}$

1.20 Интеграл  $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$  равен...

- 1)  $\ln^3 x + C$                       2)  $\frac{\ln^3 x}{3} + C$                       3)  $\ln x + C$                       4)  $2 \ln x + C$                       5)  $-\frac{\ln^3 x}{3x} + C$

1.21 Площадь фигуры, изображенной на рисунке, равна...

- 1)  $\frac{230}{3}$                       2) 70                      3) 16                      4)  $\frac{100}{3}$                       5) 6





2.5 Найти  $x$  из уравнения  $\begin{vmatrix} 1 & x & 3 \\ 1 & 2 & -3 \\ 7 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0$ .

2.6 Найти  $x$ , если  $A = \begin{pmatrix} x & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 12 & -52 \\ 13 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $3A^2 - 2A + 3E = B$ .

2.7 Найти ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

2.8 Найти действительную часть комплексного числа  $z = 5 - 6i$ .

2.9 Найти мнимую часть комплексного числа  $z = 5 - 6i$ .

2.10 Вычислить модуль комплексного числа  $z = -4 + 3i$ .

2.11 Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+3}{2x} \right)^x$ .

2.12 Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{5 - 5x^2}$ .

2.13 Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{16 - x^2}{\sqrt{5 - x} - 3}$ .

2.14 Найти коэффициент  $k$  касательной  $y = kx + b$  к параболе  $y = 7x^2 - 14x + 5$  в точке  $x_0 = 2$ .

2.15 Найти точку минимума функции  $y = (2x + 1)^2 \cdot (x + 3) + 4$ .

2.16 Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{4\sqrt{x} - 3}{x + 1}$ .

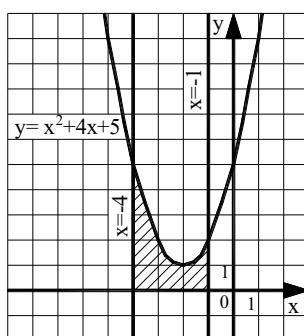
2.17 Найдите сумму  $a + b + c$ , где  $(a; b; c)$  – это координаты вектора градиента функции  $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$  в точке  $M(0; -2; 3)$ .

2.18 Исследуйте на экстремум функцию  $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$ . В ответе запишите значение  $z_0$ , если исследование дало результат  $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$ .

2.19 Исследуйте на экстремум функцию  $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$ . В ответе запишите значение  $z_0$ , если исследование дало результат  $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$ .

2.20 Вычислить определённый интеграл  $\int_1^9 \frac{1 + 2\sqrt{x}}{x^2} dx$ .

2.21 Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке. Ответ округлить до сотых.



2.22 Найдите постоянную  $C$  в частном решении дифференциального уравнения  $y \cdot y' = 4x^3$  при  $y(5) = 2$ .

2.23 Сколько существует перестановок слов в предложении: «Редактор вчера внимательно прочитал рукопись»?

2.24 В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады, равна 0,7, для второй – 0,8. Определить вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет стандартной. Результат округлите до сотых.

2.25 Дан вариационный ряд 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 7, 7. Найти моду.

### 3. Вопросы на установление последовательности.

3.1 Укажите последовательность действий при нахождении значения выражения  $\frac{\lg 15 - \lg 45}{\lg 18 - \lg 2}$ .

Варианты ответов:

1)  $-\frac{1}{2}$

2)  $\frac{\lg^1_3}{\lg 9}$

3)  $-\frac{1}{2} \log_3 3$

4)  $\frac{\lg^{\frac{15}{45}}}{\lg^{\frac{18}{2}}}$

5)  $\log_9 \frac{1}{3}$

3.2 Укажите последовательность действий при нахождении значения выражения  $\log_9^3 \log_2 8$

Варианты ответов:

1)  $\log_9^3 3$

2)  $\frac{1}{8}$

3)  $(\log_{3^2} 3)^3$

4)  $\left(\frac{1}{2} \log_3 3\right)^3$

5)  $\log_9^3 \log_2 2^3$

3.3 Укажите последовательность действий при разложении на множители квадратного трёхчлена  $6x^2 - (6\sqrt{3} - 1)x - \sqrt{3}$ .

Варианты ответов:

1)  $6(x - \sqrt{3})\left(x + \frac{1}{6}\right)$

2)  $D = (6\sqrt{3} + 1)^2$

3)  $(x - \sqrt{3})(6x + 1)$

4)  $x_1 = \sqrt{3}, x_2 = -\frac{1}{6}$

5) записываем уравнение  $6x^2 - (6\sqrt{3} - 1)x - \sqrt{3} = 0$

3.4 Укажите последовательность действий при выделении полного квадрата для квадратного трёхчлена  $3x^2 - 5x + 8$ .

Варианты ответов:

1)  $3\left(x^2 - 2x \cdot \frac{5}{3} + \frac{25}{36} - \frac{25}{36}\right) + 8$

2)  $3\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{25}{12} + 8$

3)  $3\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 + \frac{71}{12}$

4)  $3\left(x^2 - \frac{5}{3}x\right) + 8$

5)  $3\left(x^2 - 2x \cdot \frac{5}{3} + \frac{25}{36}\right) - \frac{25}{12} + 8$

3.5 Укажите последовательность действий при решении уравнения  $\frac{6x-5}{22} = \frac{3-4x}{143}$ .

Варианты ответов:

1)  $\frac{6x-5}{2} = \frac{3-4x}{13}$

2)  $x = \frac{71}{86}$

3)  $78x - 65 = 6 - 8x$

4)  $\frac{6x-5}{2 \cdot 11} = \frac{3-4x}{11 \cdot 13}$

5)  $13(6x - 5) = 2(3 - 4x)$

3.6 Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую.

- 1) подстановка  $\rho$  и  $\varphi$  в формулу
- 2) нахождения главного значения аргумента
- 3) вычисление модуля комплексного числа
- 4) вычисление  $\sin \varphi$  и  $\cos \varphi$
- 5) определение значений действительной и мнимой частей

3.7 Укажите последовательность действий при возведении комплексного числа в натуральную степень (без использования формул сокращённого умножения).

- 1) подстановка  $\rho$  и  $\varphi$  в формулу Муавра
- 2) нахождения главного значения аргумента
- 3) вычисление модуля комплексного числа
- 4) вычисление  $\sin \varphi$  и  $\cos \varphi$
- 5) определение значений действительной и мнимой частей

3.8 Решить систему линейных уравнений 
$$\begin{cases} \sqrt{5}x + 2y = 1, \\ 6x - 3\sqrt{5}y = 12\sqrt{5} \end{cases}$$

методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.

Замечание: вычисления производить в следующей последовательности: 1)  $\det A$ ; 2)  $\det A_x$ ; 3)  $x$ ; 4)  $\det A_y$ ; 5)  $y$ .

Варианты ответов:

- 1)  $\sqrt{5}$
- 2)  $-27\sqrt{5}$
- 3)  $-2$
- 4)  $-27$
- 5)  $54$

3.9 Решить систему линейных уравнений 
$$\begin{cases} \sqrt{3}x + 2y = 11, \\ 4x - \sqrt{3}y = 0 \end{cases}$$
 методом

Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.

Замечание: вычисления производить в следующей последовательности: 1)  $\det A$ ; 2)  $\det A_x$ ; 3)  $x$ ; 4)  $\det A_y$ ; 5)  $y$ .

Варианты ответов:

1)  $-11\sqrt{3}$

2) 4

3) -44

4)  $\sqrt{3}$

5) -11

3.10 Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Числовая последовательность  $\{x_n\}$  называется бесконечно малой, если \_\_\_\_\_ существует \_\_\_\_\_ такой, что если \_\_\_\_\_, то выполняется условие \_\_\_\_\_.

I.  $|x_n| < \varepsilon$

II.  $n > N(\varepsilon)$

III. для любого числа  $\varepsilon > 0$

IV. номер  $N(\varepsilon) > 0$

3.11 Ниже дано определение функции  $f(x)$ , бесконечно большой в действительной точке  $x_0$ . Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция  $f(x)$  называется бесконечно большой в точке  $x_0$ , если \_\_\_\_\_ существует \_\_\_\_\_ такое, что для всех  $x_0 \in D(f)$ , удовлетворяющих условию \_\_\_\_\_, выполняется условие \_\_\_\_\_.

I.  $\delta(\varepsilon) > 0$

II.  $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

III.  $|f(x)| > \varepsilon$

IV. для любого числа  $\varepsilon > 0$

3.12 Ниже сформулировано следствие теоремы о промежуточных значениях функций (следствие теоремы Больцмана-Коши). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Пусть функция  $f(x)$  \_\_\_\_\_, на концах отрезка \_\_\_\_\_, тогда \_\_\_\_\_, где выполняется условие \_\_\_\_\_.

I. принимает значение разных знаков

II. существует точка  $c \in (a, b)$

III. непрерывна на отрезке  $[a, b]$

IV.  $f(c) = 0$

3.13 Ниже дано определение функции  $f(x)$ , бесконечно малой в действительной точке  $x_0$ . Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция  $f(x)$  называется бесконечно малой в точке  $x_0$ , если \_\_\_\_\_ существует \_\_\_\_\_ такое, что для всех  $x_0 \in D(f)$ , удовлетворяющих условию \_\_\_\_\_, выполняется условие \_\_\_\_\_.

- I.  $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
- II.  $|f(x)| < \varepsilon$
- III. для любого числа  $\varepsilon > 0$
- IV.  $\delta(\varepsilon) > 0$

3.14 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.

- 1) зафиксировать  $x$ , вычислить значение функции  $f(x)$
- 2) найти приращение функции  $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$
- 3) дать аргументу  $x$  приращение  $\Delta x$  и вычислить значение функции  $f(x + \Delta x)$
- 4) найти предел  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- 5) определить отношение  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

3.15 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции  $y = (\sin x)^{\cos x}$ .

- 1) найти производные обеих частей равенства
- 2) прологарифмировать обе части равенства
- 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции
- 4) воспользоваться свойством  $\ln|a^b| = b \cdot \ln|a|$
- 5) заменить  $y$  исходной функцией

3.16 Расположите последовательность действий при нахождении частной производной  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  функции  $z = \ln(3xy - x^3)$ .

- 1)  $\frac{-6x(3xy - x^3) - (3y - 3x^2)(3y - 3x^2)}{(3xy - x^3)^2}$
- 2)  $\frac{(3xy - x^3)'}{3xy - x^3}$
- 3)  $(\ln(3xy - x^3))'_x$
- 4)  $\left(\frac{3y - 3x^2}{3xy - x^3}\right)'_x$
- 5)  $\frac{(3y - 3x^2)'(3xy - x^3) - (3y - 3x^2)(3xy - x^3)'}{(3xy - x^3)^2}$
- 6)  $\frac{3y - 3x^2}{3xy - x^3}$

3.17 Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

- 1) вычисляем значения  $A, B, C$
- 2) вычисляем  $z_0(x_0; y_0)$
- 3) определяем стационарные точки
- 4) находим частные производные функции первого и второго порядков
- 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума
- 6) вычисляем значение  $\Delta$
- 7) определяем наличие точки экстремума

3.18 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла  $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$ .

- 1) используем таблицу неопределённых интегралов
  - 2) используем формулу квадрата разности
  - 3) добавляем постоянную  $C$  в конце записи
  - 4) используем свойство неопределённого интеграла
- $$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

- 5) используем почленное деление

3.19 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла  $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$ .

- 1)  $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1} + C$
- 2)  $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + C$
- 3)  $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$
- 4)  $\int x^{-\frac{4}{3}} dx$
- 5)  $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}} + C$
- 6)  $\int \frac{dx}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}}$

3.20 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если функция  $F(x)$  – \_\_\_\_\_ функции  $f(x)$  на промежутке  $X$ , то множество функций  $F(x)+C$ , где  $C$  – произвольная постоянная, называется \_\_\_\_\_ от функции  $f(x)$  на этом промежутке и обозначается символом  $\int f(x)dx$ . При этом  $f(x)$  называется \_\_\_\_\_,  $f(x)dx$  называется \_\_\_\_\_.

I. подынтегральной функцией

II. первообразная

III. подынтегральным выражением

IV. неопределенным интегралом

3.21 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла  $\int (x+1) \cdot \sin x dx$ . (Например, I, III, IV, II.)

I. Вычислить  $du$  и  $v$

II. Установить, что нужно взять за  $u$ , а что за  $dv$

III. Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям

IV. Воспользоваться формулой  $\int u dv = uv - \int v du$ , подставив вместо  $u$ ,  $dv$ ,  $du$  и  $v$  их значения.

3.22 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка одного из свойств определенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если  $m$  и  $M$  – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции  $f(x)$  на \_\_\_\_\_, то \_\_\_\_\_  $\leq$  \_\_\_\_\_  $\leq$  \_\_\_\_\_.

I.  $M(b-a)$

II.  $m(b-a)$

III.  $\int_a^b f(x)dx$

IV.  $[a, b]$

3.23 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями:  $y = x$ ,  $y = \frac{1}{x}$ ,  $x = 2$ .

I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти  $a$  и  $b$  – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций  $y = x$  или  $y = \frac{1}{x}$  лежит выше, воспользоваться формулой:  $S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$ .

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.24 В урне находятся 3 белых и 5 черных шара. Из неё наугад вынимают (без возвращения) один за другим два шара. Какова вероятность того, что среди них будет ровно один чёрный шар?

Расположите последовательность получения чисел при решении задачи по предложенному алгоритму. Вычисляем: 1)  $P(б)$ ; 2)  $P(ч)$ ; 3)  $P(ч \setminus б)$ ; 4)  $P(б \setminus ч)$ ; 5)  $P(\text{ровно один чёрный шар})$ .

Варианты ответов:

1)  $\frac{5}{8}$

2)  $\frac{3}{7}$

3)  $\frac{3}{8}$

4)  $\frac{15}{28}$

5)  $\frac{5}{7}$

3.25 Расположите последовательность действий при построении интервального вариационного ряда по данным выборки.

1) составление таблицы, в которой в первой строке формируются границы интервалов, а число во второй строке – это общая сумма частоты встреч всех чисел дискретного ряда, попадающих в соответствующий интервал

2) формирование шкалы интервалов

3) нахождение величины интервала

4) построение дискретного вариационного ряда

4. Вопросы на установление соответствия.

4.1 Установите соответствие между понятиями в арифметической прогрессии и их обозначениями.

1) разность	а) $a_n$
2) n-й член	б) $S_n$
3) сумма n первых членов	в) $d$
4) первый член	г) $a_1$
	д) $b_1$

4.2 Установите соответствие между понятиями в геометрической прогрессии и их обозначениями.

1) знаменатель	а) $b_n$
2) n-й член	б) $S_n$
3) сумма n первых членов	в) $q$
4) первый член	г) $a_n$

д)  $b_1$

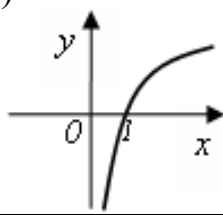
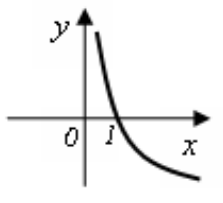
4.3 Известно, что  $\cos \alpha = -\frac{3}{8}$ ,  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ . Установите соответствие между тригонометрической функцией и её значением.

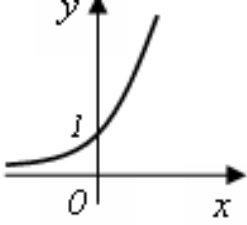
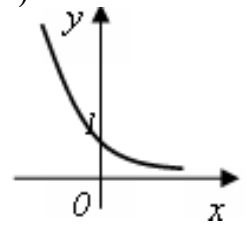
1) $\sin \alpha$	а) $-\frac{3}{\sqrt{55}}$
2) $\operatorname{tg} \alpha$	б) $\frac{3}{\sqrt{55}}$
3) $\operatorname{ctg} \alpha$	в) $\frac{\sqrt{55}}{8}$
	г) $\frac{\sqrt{55}}{3}$
	д) $-\frac{\sqrt{55}}{3}$
	е) $-\frac{3}{\sqrt{55}}$

4.4 Известно, что  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ ,  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ . Установите соответствие между тригонометрической функцией и её значением.

1) $\sin \alpha$	а) $-\frac{4}{5}$
2) $\cos \alpha$	б) $\frac{4}{5}$
3) $\operatorname{ctg} \alpha$	в) $-\frac{3}{5}$
	г) $\frac{3}{5}$
	д) $-\frac{3}{4}$
	е) $\frac{3}{4}$

4.5 Установить соответствие между графическим и аналитическим заданиями функций.

1) 	а) $y = 2^x$
2) 	б) $y = (0,5)^x$
3)	в) $y = \log_2 x$
	г) $y = \log_{0,5} x$

	д) $y = x^{\frac{1}{2}}$
4) 	

4.6 Найти соответствие между неравенством и его решением.

1) $(x + 5)^2 > 9$ 2) $(x + 5)^2 \geq 9$ 3) $(x + 5)^2 < 9$	а) нет решения б) $(-8; -2)$ в) $(-\infty; -8) \cup (-2; +\infty)$ г) $[-2; +\infty)$ д) $(-2; +\infty)$ е) $(-\infty; -8] \cup [-2; +\infty)$
---	---

4.7 Найти соответствие между неравенством и его решением.

1) $ x + 5  > 9$ 2) $ x + 5  \leq 9$ 3) $ x + 5  < 0$	а) нет решения б) $(4; +\infty)$ в) $(-\infty; -14) \cup (4; +\infty)$ г) $x = -5$ д) $[-14; 4]$ е) $[-5; 4)$
---	--

4.8 Установить соответствие действий с комплексными числами  $z_1 = 5 - 3i$  и  $z_2 = 2 + i$ .

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^2$ 4) $z_1 + z_2$	а) $16 - 30i$ б) $7 - 2i$ в) $1,4 - 2,2i$ г) $13 - i$ д) $16 + 30i$
--	---

4.9 Установить соответствие действий с комплексными числами  $z_1 = 2 + 4i$  и  $z_2 = 1 - 3i$ .

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^2$	а) $3 + i$ б) $i - 1$ в) $-12 + 16i$ г) $-12 - 16i$ д) $14 - 2i$
--	--

4) $z_1 + z_2$	
----------------	--

4.10 Установите соответствие между матрицей и ее размерностью.

1) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$	а) $[2 \times 3]$ б) $[3 \times 3]$ в) $[3 \times 2]$ г) $[2 \times 2]$
2) $\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix}$	
3) $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix}$	

4.11 Установите соответствие между матрицей и ее видом.

1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	а) строка б) единичная в) столбец г) нулевая
2) $(2 \quad -5 \quad 3)$	
3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	

4.12 Установите соответствие между минором и его значением для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

1) $M_{21}$	а) 10
2) $M_{32}$	б) -5
3) $M_{13}$	в) -9 г) 8

4.13 Установите соответствие между алгебраическим дополнением и его значением для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

1) $A_{21}$	а) -10
2) $A_{32}$	б) 5
3) $A_{13}$	в) -9 г) 10

4.14 Установить соответствие между системой и количеством её решений.

1) $\begin{cases} 4x + 6y = -1, \\ 12x + 18y = -3 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение б) система имеет бесконечное множество решений в) система несовместна г) система имеет только тривиальное решение д) система имеет два решения
2) $\begin{cases} 12x - 7y = 5, \\ -48x + 28y = -15 \end{cases}$	
3) $\begin{cases} 3x - 5y = 6, \\ x + 2y = 25 \end{cases}$	
4) $\begin{cases} 2x - 5y = 0, \\ 6x - 15y = 0 \end{cases}$	

4.15 Установить соответствие между системой и количеством её решений.

1) $\begin{cases} 6x + 7y = -5, \\ -18x - 21y = 8 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение
2) $\begin{cases} 3x - y = 0, \\ -9x + 3y = 0 \end{cases}$	б) система имеет бесконечное множество решений
3) $\begin{cases} 2x + 5y = -14, \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$	в) система несовместна
4) $\begin{cases} 2x - 3y = 4, \\ 16x - 24y = 32 \end{cases}$	г) система имеет только тривиальное решение д) система имеет два решения

4.16 Даны числовые промежутки  $A = [3; 5)$  и  $B = [0; 3]$ . Выполнить операции над множествами и установить соответствие.

5) $A \cap B$	а) $[0; 5)$
6) $A \cup B$	б) $\emptyset$
7) $A \setminus B$	в) $(3; 5)$
8) $B \setminus A$	г) $[3; 5)$ д) $\{3\}$

4.17 Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них.

5) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{\pi x}{2} \right)$	а) неопределённость $\left( \frac{0}{0} \right)$
6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	б) неопределённость $\left( \frac{\infty}{\infty} \right)$
7) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$	в) неопределённость $(1^\infty)$
8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0 \cdot \infty)$ д) неопределённость $(\infty + \infty)$

4.18 Установить соответствие между функцией  $y = f(x)$  и способом нахождения ее первой производной  $y'$ .

1) $y = \sin(\ln x)$	1) логарифмическое дифференцирование
2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$	2) табличная производная
3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$	3) производная неявно заданной функции
4) $y = 5^x$	4) производная произведения
	5) производная сложной функции

4.19 Установить соответствие между функцией  $y = f(x)$  и способом нахождения ее первой производной  $y'$ .

1) $y = \sqrt[3]{x}$	$y =$	1) логарифмическое дифференцирование
2) $y = (\lg x)^x$		2) табличная производная
3) $(5x + 2) \cdot \cos x$		3) производная неявно заданной функции
4) $y = e^{6x}$		4) производная произведения
		5) производная сложной функции

4.20 Вычислите значения частных производных функции  $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$  в точке  $M_0(1; -1)$  и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	$y =$	а) -3
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$		б) 8
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$		в) 2
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$		г) 6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$		д) 9
		е) 1

4.21 Вычислите значения частных производных функции  $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$  в точке  $M_0(1; 2)$  и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	$y =$	а) 30
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$		б) -14
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$		в) -12
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$		г) -6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$		д) -4
		е) 3

4.22 Установите соответствие между интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$	$y =$	а) использование почленного деления
2) $\int (x + 1) \sin x dx$		б) подведение под знак дифференциала
3) $\int 5^x dx$		в) использование формулы
4) $\int \frac{3+x}{x} dx$		г) непосредственное интегрирование
		д) метод интегрирования по частям

4.23 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 6y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$
------------------------	--

2) $y'' - 10y' + 29y = 0$	б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2x)$
3) $y'' - 10y' + 25y = 0$	в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$
4) $y'' + 25y = 0$	г) $y = C_1 \cdot e^{k_1x} + C_2 \cdot e^{k_2x}$
	д) $y = C_1 \cdot e^{k_1x} + C_2$

4.24 Установите соответствие между формулами из теории вероятностей и их названиями.

1) $P(A) = \frac{m}{n}$	а) формула полной вероятности
2) $P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1$	б) формула классической вероятности
3) $P(A) = P(B_1) \cdot P(A B_1) + P(B_2) \cdot P(A B_2) + \dots + P(B_n) \cdot P(A B_n)$	в) формула Байеса
4) $P(B_i A) = \frac{P(B_i) \cdot P(A B_i)}{P(A)}$	г) формула вероятности полной группы событий
	д) формула Бернулли

4.25 Для вариационного ряда 3, 4, 5, 9, 10, 10, 12, 12, 12 вычислены числовые характеристики. Установите соответствие между их названиями и значениями.

1) 10	а) мода
2) 9	б) медиана
3) $8\frac{5}{9}$	в) среднее арифметическое
4) 12	г) дисперсия
	д) размах

**Шкала оценивания результатов тестирования:** в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

### Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

<i>Сумма баллов по 100-балльной шкале</i>	<i>Оценка по 5-балльной шкале</i>
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

#### ***Критерии оценивания результатов тестирования:***

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – **2 балла**, не выполнено – **0 баллов**.

## ***2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ***

### *Компетентностно-ориентированная задача №1*

15 января планируется взять кредит в банке на сумму 2,4 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму в рублях нужно выплатить банку за последние 10 месяцев?

### *Компетентностно-ориентированная задача №2*

В мае планируется взять кредит в банке на сумму 2700 тыс. рублей на 9 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $p\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по апрель каждый год необходимо выплатить часть долга;
- в мае каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга за май предыдущего года.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за первые 6 лет, составила 3204 тыс. рублей. Найти  $p$ .

### *Компетентностно-ориентированная задача №3*

В мае планируется взять кредит в банке на 6 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 18% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по апрель каждый год необходимо выплатить часть долга;
- в мае каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга за май предыдущего года.

Известно, что за первые четыре года общая сумма долга с процентами составила 1448 тысяч рублей. Определить общую сумму денег (в тысячах рублей), которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования.

*Компенентностно-ориентированная задача №4*

На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов:  $P_1, P_2, P_3, P_4$ , при этом используют сырьё трёх типов:  $S_1, S_2$  и  $S_3$ . Нормам расхода сырья

соответствует матрица  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ , где каждый элемент  $a_{ij}$

( $i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3$ ) показывает, сколько единиц сырья  $j$ -го типа расходуется на производство единицы продукции  $i$ -го вида. План выпуска продукции представлен матрицей  $C = (150 \ 120 \ 90 \ 100)$ , а стоимость

единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей  $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 70 \\ 60 \end{pmatrix}$ . Определить

общую стоимость сырья.

*Компенентностно-ориентированная задача №5*

На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов:  $P_1, P_2, P_3, P_4$ , при этом используют сырьё трёх типов:  $S_1, S_2$  и  $S_3$ . Нормам расхода сырья

соответствует матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ , где каждый элемент  $a_{ij}$

( $i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3$ ) показывает, сколько единиц сырья  $j$ -го типа расходуется на производство единицы продукции  $i$ -го вида. План выпуска продукции представлен матрицей  $C = (200 \ 130 \ 90 \ 110)$ , а стоимость

единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей  $B = \begin{pmatrix} 50 \\ 60 \\ 40 \end{pmatrix}$ . Определить

общую стоимость сырья.

*Компенентностно-ориентированная задача №6*

По данным таблицы найти векторы конечного потребления и валового выпуска, а также матрицу коэффициентов прямых затрат и определить, является ли она продуктивной.

№	Отрасль	Потребление					Конечный продукт	Валовой выпуск, ден. ед.
		1	2	3	4	5		
1	Станкостроение	15	12	24	23	16	10	100
2	Энергетика	10	3	35	15	7	30	100
3	Машиностроение	10	5	10	10	10	5	50
4	Автомобильная промышленность	10	5	10	5	5	15	50
5	Добыча и	7	15	15	10	3	50	100

переработка углеводородов							
------------------------------	--	--	--	--	--	--	--

*Компенентностно-ориентированная задача №7*

В таблице приведены данные об исполнении баланса за отчётный период, усл. ден. ед. Вычислить необходимый объём валового выпуска каждой отрасли, если конечное потребление энергетической отрасли увеличится вдвое, а машиностроения сохранится на прежнем уровне.

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный пункт	Валовой выпуск
	энергетика	машиностроение		
Энергетика	7	21	72	100
Машиностроение	12	15	123	150

*Компенентностно-ориентированная задача №8*

Вектор непроеизводственного потребления задан матрицей  $Y = \begin{pmatrix} 40 \\ 15 \end{pmatrix}$ , а матрица межотраслевого баланса имеет вид  $A = \begin{pmatrix} 0,45 & 0,3 \\ 0,25 & 0,2 \end{pmatrix}$ . Найти вектор валового выпуска, обеспечивающий данный вектор потребления.

*Компенентностно-ориентированная задача №9*

Отрасль состоит из четырёх предприятий: вектор выпуска продукции и матрица коэффициентов прямых затрат имеют вид  $X = \begin{pmatrix} 400 \\ 300 \\ 250 \\ 300 \end{pmatrix}$ ,

$A = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,1 & 0,24 & 0,25 \\ 0,2 & 0,15 & 0,36 & 0,17 \\ 0,15 & 0,2 & 0,2 & 0,15 \\ 0,3 & 0,15 & 0,2 & 0,15 \end{pmatrix}$ . Найти вектор объёмов конечного продукта, предназначенного для реализации вне отрасли.

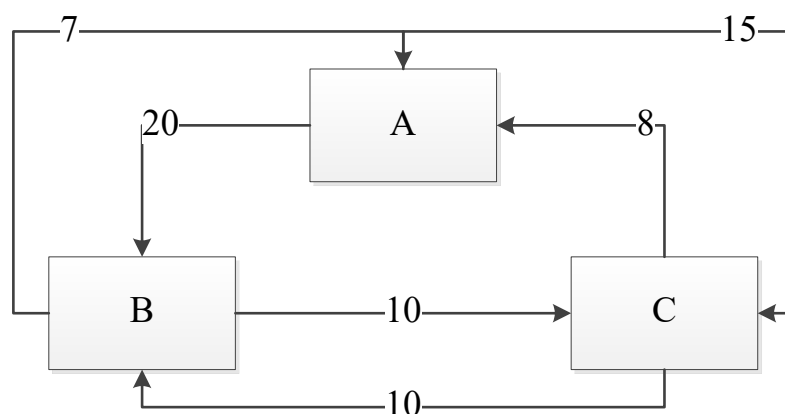
*Компенентностно-ориентированная задача №10*

Дана структурная матрица торговли трёх стран  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$ :

$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & \frac{2}{3} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ . Определить соотношение национальных доходов стран для сбалансированной торговли.

*Компенентностно-ориентированная задача №11*

В городе имеется три крупных завода, на которых работает 100000 рабочих. Других заводов в городе нет. Имеются данные о текучести кадров: за год из каждой тысячи работающих с завода А 20 человек переходят на завод В и 15 человек на завод С и т.д. (исходя из рисунка). Установить численность рабочих на каждом заводе при условии, что город живёт стабильной жизнью.



### Компенентностно-ориентированная задача №12

Обувная фабрика продаёт туфли по цене 35 руб. за пару. Издержки составляют 63 тыс. руб. за 100 пар туфель и 60,75 тыс. руб. за 85 пар.

- Найти точку безубыточности.
- Сколько пар туфель фабрика должна произвести и продать, чтобы получить 10% дохода на деньги, вложенные в фиксированные затраты?

### Компенентностно-ориентированная задача №13

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

### Компенентностно-ориентированная задача №14

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями  $D = 12 - 2Q$  и  $S = Q + 3$ .

- Найти точку рыночного равновесия.
- Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

### Компенентностно-ориентированная задача №15

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями  $D = 12 - 2Q$  и  $S = Q + 3$ .

- Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?
- Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

### Компенентностно-ориентированная задача №16

В прошлом году средняя цена данного товара была 15 денежных единиц, а в настоящем году – 18 денежных единиц. Найти зависимость

$P = f(n)$  цены товара  $P$  от номера года  $n$  при условии, что тенденция роста сохраниться, то есть цена будет увеличиваться на одно и то же число. Составить прогноз средней цены на три года вперед.

*Компенентностно-ориентированная задача №17*

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере  $\frac{x - 4000}{50}$

рублей, где  $x$  – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде:  $R(x_0) = R_0$ .

*Компенентностно-ориентированная задача №18*

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере  $\frac{x - 3000}{100}$

рублей, где  $x$  – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде:  $R(x_0) = R_0$ .

*Компенентностно-ориентированная задача №19*

Зависимость количества  $Q$  (в шт.,  $0 \leq Q \leq 30\,000$ ) купленного у фирмы товара от цены  $P$  (в руб. за шт.) выражается формулой  $Q = 30\,000 - P$ . Затраты на производство  $Q$  единиц товара составляют  $5\,000Q + 3\,000\,000$  руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог  $t$  руб. ( $0 < t < 15\,000$ ) с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет  $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$  руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна  $tQ$  руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении  $t$  (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

*Компенентностно-ориентированная задача №20*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме  $Q$  ед. Известны функция затрат  $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$  и функция цены продукции  $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$ . Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

*Компенентностно-ориентированная задача №21*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме  $Q$  ед. Известны функция затрат  $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$  и функция цены продукции  $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$ . Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

*Компенентностно-ориентированная задача №22*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме  $Q$  ед. Известны функция затрат  $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$  и функция цены продукции  $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$ . Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

*Компенентностно-ориентированная задача №23*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме  $Q$  ед. Известны функция затрат  $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$  и функция цены продукции  $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$ . Требуется определить участки роста и убывания прибыли при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

*Компенентностно-ориентированная задача №24*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме  $Q$  ед. Известны функция затрат  $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$  и функция цены продукции  $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$ . Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

*Компенентностно-ориентированная задача №25*

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение  $x$  единиц первого товара и  $y$  единиц второго товара. Заданы функция полезности  $u(x, y) = 0,5 \cdot \ln(x - 2) + 2 \ln(y - 1)$  и цены  $P_1 = 0,2$  и  $P_2 = 4$  за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

*Компенентностно-ориентированная задача №26*

Вычислить на сколько процентов приближённо изменится спрос, описываемый функцией  $D = e^{-\sqrt{n+P^2}}$ , где  $n$  – число производителей товара,  $P$  – цена товара, если число производителей товара уменьшится на 1%, а

цена возрастёт на 1%. На рынке имеется 7 производителей, цена товара составляет 3 ед.

*Компенентностно-ориентированная задача №27*

Данные о росте индекса Доу-Джонса и росте цены акций (усл. ед.) приведены в таблице:

x	2,0	2,5	3,0	3,1	3,5	3,7	4,3
y (усл. ед.)	4,3	4,6	4,7	4,7	4,9	5,1	4,6

Методом наименьших квадратов найти зависимость вида  $y = ax + b$  между ростом цены акций  $y$  и ростом индекса  $x$ . Вычислить рост цены акции при росте индекса, равном 2,6.

*Компенентностно-ориентированная задача №28*

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением  $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$ , где  $x$  — доля населения,  $y$  — доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

*Компенентностно-ориентированная задача №29*

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно  $k_1$  и  $k_2$ . Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

*Компенентностно-ориентированная задача №30*

Найти выражение объёма реализованной продукции  $Q = Q(t)$  и его значение при  $t = 2$ , если известно, что продукция продаётся на конкурентном рынке по цене  $P(Q) = 3 - 2Q$ , норма акселерации  $\frac{1}{l} = 1,5$ , норма инвестиций  $m = 0,6$ ,  $P(0) = 1$ .

Пояснение: полученный на момент времени  $t$  доход составит  $R(Q) = Q \cdot P(Q)$ , часть которого, равная  $I(t) = m \cdot P(Q) \cdot Q$ , инвестируется в производство при норме инвестиции  $m$ . В результате расширения производства (предполагается полная реализация производимой продукции) будет получен прирост дохода, часть которого опять инвестируется для расширения выпуска продукции. Это приведет к росту скорости выпуска (акселерации), причём скорость выпуска пропорциональна увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности  $l$ , т.е.  $Q'(t) = l \cdot I(t)$ , где  $l^{-1}$  — норма акселерации.

**Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:** в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

<i>Сумма баллов по 100-балльной шкале</i>	<i>Оценка по 5-балльной шкале</i>
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

**Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:**

**6-5 баллов** выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

**4-3 балла** выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

**2-1 балла** выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной

проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

**0 баллов** выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.