


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:

И.о. зав. кафедрой

высшей математики

(наименование кафедры полностью)


(подпись)

О.А. Бредихина

«*01*» *07* 2025 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине

Высшая математика

(наименование дисциплины)

30.05.03 Медицинская кибернетика

шифр и наименование направления подготовки (специальности)

направленность (профиль, специализация) «Медицинские информационные системы»

наименование направленности (профиля, специализации)

форма обучения очная

(очная, очно-заочная, заочная)

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

1.1 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

Раздел (тема) 1 «Введение в математический анализ. Элементы функционального анализа»

Вариант 1 (Т 1)

1. Даны два множества $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ и $B = \{b, d, e, m, n, p\}$. Найти $A \cap B$.

- 1) $\{a, b, c, d, e, f, m, n, p\}$ 2) $\{a, b, b, c, d, d, e, e, f, m, n, p\}$ 3) $\{b, d\}$
4) $\{a, c, f\}$ 5) $\{b, d, e\}$

2. Найти $A \cap (B \cup C)$, если $A = (-3; 11]$, $B = [-2; 5]$, $C = (4; 9)$

- 1) $(4; 5]$ 2) $[-2; 9]$ 3) $(-3; 9]$ 4) $(-3; 4) \cup [5; 11]$

3. Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Число A называется пределом функции $f(x)$ в точке x_0 , если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____, выполняется условие _____

- I. $|f(x) - A| < \varepsilon$
II. для любого числа $\varepsilon > 0$
III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

4. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

| | |
|--|--|
| 1) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} \right)$ | а) неопределённость $\left(\frac{0}{0} \right)$ |
| 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$ | б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty} \right)$ |
| 3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$ | в) неопределённость (1^∞) |
| 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3-4x}$ | г) неопределённость $(0 \cdot \infty)$ |
| | д) неопределённость $(\infty + \infty)$ |

5. Предел $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x-7}{5-x}$ равен

- 1) 1 2) 0 3) ∞ 4) $-\infty$ 5) 0,8

6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^4 - 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$.

7. Предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{27 - x^3}$ равен

- 1) 1 2) $\frac{7}{27}$ 3) $-\frac{7}{9}$ 4) $-\frac{7}{27}$ 5) $\frac{7}{9}$
8. Предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$ равен
- 1) 24 2) -24 3) 0 4) -6 5) 6
9. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg^2(3x)}{\tg(2x^2)}$ равен
- 1) 4,5
1,25 2) 1,5 3) 0 4) 2,25 5)
10. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x}\right)^x$ равен
- 1) 1 2) e^3 3) $\frac{3}{e}$ 4) $\frac{1}{e^3}$ 5) e

Вариант 2 (Т 1)

1. Даны два множества $A = \{-2, 3, 8, 13, 18, 23\}$, $B = \{-3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$.
Найти $A \setminus B$.

- 1) $\{-3, -2, -1, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 11, 13, 18, 23\}$ 2) $\{-2, 8, 18, 23\}$
3) $\{-3, -2, -1, 1, 5, 7, 8, 9, 11, 18, 23\}$ 4) $\{-3, -1, 1, 5, 7, 9, 11\}$

2. Даны числовые промежутки $A = [3; 5)$ и $B = [0; 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

| | |
|--------------------|----------------|
| 1) $A \cap B$ | а) $[0; 5)$ |
| 2) $A \cup B$ | б) \emptyset |
| 3) $A \setminus B$ | в) $(3; 5)$ |
| 4) $B \setminus A$ | г) $[3; 5)$ |
| | д) $\{3\}$ |

3. Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если _____ существует _____ такой, что если _____, то выполняется условие _____

- I. $|x_n| < \varepsilon$
II. $n > N(\varepsilon)$
III. для любого числа $\varepsilon > 0$
IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

5. Предел $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{5-2x}$ равен
- 1) 1 2) 0 3) ∞ 4) $-\infty$ 5) 1,4
6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x+8}{3x+5}\right)^{6-9x}$.

7. Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен

- 1) 1 2) 2 3) $\frac{2}{5}$ 4) 0 5) $\frac{4}{5}$

8. Предел $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен

- 1) -48 2) 48 3) -32 4) 0 5) 32

9. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(6x)-\sin(3x)}{\sin x+\sin(8x)}$ равен

- 1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{9}$ 3) $-\frac{1}{3}$ 4) -1 5) 0

10. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$ равен

- 1) $\frac{1}{e^8}$ 2) e^2 3) e^{-4} 4) $\frac{1}{e^2}$ 5) e^4

Раздел (тема) 2 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Вариант 1 (Т 2)

1. Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна

- 1) $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt{x}}$ 2) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt{x^3}}$ 3) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt{x}}$
 4) $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt{x}$ 5) $5x - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt{x}$

2. Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна

- 1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$
 4) $2x \cdot \sin(2x) - 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 5) $4x \cdot \cos(2x)$

3. Производная функции $y = \ln^5(2x-1)$ равна

- 1) $5\ln^4(2x-1)$ 2) $\frac{10 \cdot \ln^4(2x-1)}{2x-1}$ 3) $\frac{10\ln(2x-1)}{2x-1}$
 4) $10\ln^4(2x-1)$ 5) $\frac{5\ln^4(2x-1)}{2x-1}$

4.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|--|------------------|
| Расположите последовательность действий при | 1) зафиксировать x , вычислить значение функции $f(x)$ | |

$$1) \frac{3 + 50x^2}{\sqrt{2x} \cdot (10x^2 + 3)^2}$$

$$2) \frac{10x^2 + 3 - 40\sqrt{2} \cdot x^2}{2\sqrt{x} \cdot (10x^2 + 3)^2}$$

$$3) \frac{10x^2 + 3 + 40\sqrt{2} \cdot x^2}{2\sqrt{x} \cdot (10x^2 + 3)^2}$$

$$4) \frac{\sqrt{2}}{40x\sqrt{x}}$$

$$5) \frac{3 - 30x^2}{\sqrt{2x} \cdot (10x^2 + 3)^2}$$

3. Производная функции $y = ctg^3(4x)$ равна

$$1) \frac{12 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$$

$$2) -\frac{12 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$$

$$3) \frac{3 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$$

$$4) -\frac{3 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$$

$$5) \frac{12 \cdot ctg(4x)}{\sin^2(4x)}$$

4.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|--|---|------------------|
| Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$ | 1) найти производные обеих частей равенства 2) прологарифмировать обе части равенства 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции 4) воспользоваться свойством $\ln a^b = b \cdot \ln a $ 5) заменить y исходной функцией | |

5. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y' .

| | |
|---|---|
| 1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$ 4) $y = e^{6x}$ | 1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции |
|---|---|

6. Найти коэффициент k касательной $y = kx + b$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ в точке $x_0 = 2$.

7. Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке $[a; b]$, если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y < 0$, $y' < 0$, $y'' > 0$.

1) график лежит ниже оси Ox ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз

2) график лежит ниже оси Ox ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

3) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх

4) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз

5) график лежит выше оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

8. Найти точку максимума функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + 8$.

9. Найти наименьшее значение функции $y = 36 + \frac{\sqrt{3}\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}x - 3\cos x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

10. Функции долговременного спроса D и предложения S от цены P на мировом рынке нефти имеют, соответственно, вид $D = 30 - 0,9P$ и $S = 1,2P + 16$. Найти эластичность спроса в точке равновесной цены.

Раздел (тема) 3 «Интегральное исчисление функций одной переменной»

Вариант 1 (Т 3)

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 3 - 8x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = -8 + \frac{8}{x^3}$

2) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$

3) $F(x) = 3x - 4x^2 - \frac{4}{x} - 6$

4) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x}$

5) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2. Пусть $F(x) = a \cdot \cos \frac{x}{2} + b \cdot x^2 + c \cdot x$ – первообразная для функции $f(x) = \sin \frac{x}{2} + x - 8$, график которой проходит через точку $M(0; -2)$. Найти произведение $a \cdot b \cdot c$.

3. Установите соответствие между интегралами и их значениями.

| | |
|---|--|
| 1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$ | а) $\frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + c$ |
| 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$ | б) $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$ |
| 3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ | в) $\operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + c$ |
| 4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$ | г) $\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$ |
| | д) $\ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + c$ |

4.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|--|--------------------------------------|------------------|
| Расположите | 1) используем таблицу неопределённых | |

| | | |
|---|---|--|
| последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$ | интегралов 2) используем формулу квадрата разности 3) добавляем постоянную C в конце записи 4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x)+g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ 5) используем почленное деление | |
|---|---|--|

5. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

| | |
|---|---|
| 1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$ 2) $\int (x+1) \sin x dx$ 3) $\int 5^x dx$ 4) $\int \frac{3+x}{x} dx$ | а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k} \int f(t)dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям |
|---|---|

6. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

- 1) $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 4x + C$ 2) $\frac{1}{4} \operatorname{tg} 2x + C$ 3) $-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} x + C$ 4) $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 2x + C$

7. Неопределённый интеграл $\int \frac{\cos x}{\sqrt{5-2 \sin x}} dx$ равен

- 1) $\sqrt{5-2 \sin x} + C$ 2) $2 \ln |5-2 \sin x| + C$
3) $-\sqrt{5-2 \sin x} + C$ 4) $2\sqrt{5-2 \sin x} + C$

8. Найти неопределённый интеграл $\int (2x+1) \cdot e^{2x+1} dx$

- 1) $x e^{2x+1} + C$ 2) $2x e^{2x+1} + C$
3) $(x^2 + x) e^{2x+1} + C$ 4) $2(x^2 + x) e^{2x+1} + C$

9. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int (x+1) \cdot \sin x dx$.

- 1) Вычислить du и v
2) Установить, что нужно взять за u , а что за dv
3) Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям
4) Воспользоваться формулой $\int u dv = uv - \int v du$, подставив вместо u , dv , du и v их значения.

10. Указать вид разложения дроби $\frac{x-4}{x^3+6x^2+8x}$ на простейшие.

5. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

| | |
|--|---|
| 1) $\int x \cdot \cos(3x) dx$ | а) использование почленного деления |
| 2) $\int \frac{dx}{x^2}$ | б) подведение под знак дифференциала |
| 3) $\int \frac{dx}{\operatorname{tg}(6x-8)}$ | в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k} \int f(t)dt$ |
| 4) $\int \frac{3-2x}{x} dx$ | г) непосредственное интегрирование |
| | д) метод интегрирования по частям |

6. Интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-9}}$ равен

1) $\frac{1}{6} \arcsin 2x + C$

2) $\frac{1}{6} \arcsin \frac{2x}{3} + C$

3) $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{2x+3}{2x-3} \right| + C$

4) $\frac{\ln |2x + \sqrt{4x^2 - 9}|}{2} + C$

7. Интеграл $\int \frac{x dx}{x^2 + 4}$ равен

1) $\frac{\ln |x^2 + 4|}{2} + C$

2) $2 \cdot \ln |x^2 + 4| + C$

3)

$\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{2} \right) + C$

4) $\frac{x}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{2} \right) + C$

5) $\ln |x^2 + 4| + C$

8. Найти неопределённый интеграл $\int 2x \ln x dx$

1) $x^2 \ln x + C$

2) $x^2 \ln x - x^2 + C$

3) $x + \ln x + C$

4) $x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + C$

5) $x^2 \ln x + \frac{x^2}{2} + C$

9. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{2-6x}{3x} dx$.

1) $\int \left(\frac{2}{3x} - 2 \right) dx$

2) $\int \frac{2}{3x} dx - \int 2 dx$

3) $\frac{2}{3} \ln |x| - 2x + C$

4) $\int \left(\frac{2}{3x} - \frac{6x}{3x} \right) dx$

5) $\frac{2}{3} \int \frac{dx}{x} - 2 \int dx$

10. Определить вид разложения дроби $\frac{3x-4}{x^4+6x^3+10x^2}$ на простейшие дроби

$$1) \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^2+6x+10}$$

$$3) \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+6x+10}$$

$$2) \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+6x+10}$$

$$4) \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^2+6x+10}$$

$$3) \frac{A}{x} + \frac{Bx}{x^2+6x+10}$$

Вариант 1 (Т 4)

1. Указать равенства и утверждения, которые являются верными

$$1) \int_a^b Cf(x) dx = C \int_a^b f(x) dx$$

$$2) \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$$

$$3) \int_a^b dx = a - b$$

$$4) \text{ Если } f(x) \geq g(x), \text{ то } \int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$$

2. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{6}{\pi \sqrt{4-x^2}} dx$

3. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

| | |
|---|--------------------------------|
| 1) $\int_{-a}^a f(x) dx$, если $f(x)$ — четная функция | а) 0 б) $-\int_a^b f(x) dx$ |
| 2) $\int_{-a}^a f(x) dx$, если $f(x)$ — нечетная функция | в) $\int_a^b f(x) dx$ |
| 3) $\int_b^a f(x) dx$ | г) $2 \cdot \int_0^a f(x) dx$ |
| 4) $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ | д) $\int_0^a f(x) dx$ |

4. Вычислить определенный интеграл $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx$

1) 1

2) 2

3) 0

4) $-\ln 2$

5) $\ln 2$

5. Указать интегралы, которые являются несобственными

$$1) \int_0^2 \frac{dx}{x^2-1}$$

$$2) \int_0^2 e^{2x-1} dx$$

$$3) \int_0^2 \ln x dx$$

$$4) \int_0^2 (x-2)x dx$$

6. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

$$1) \int_0^3 \left(\frac{4}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$$

$$2) \int_1^8 (x-1)(x-8) dx$$

$$3) \int_0^e \ln x dx$$

4)

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} (\operatorname{ctg} x) dx$$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \sqrt[3]{x}$ и прямой, проходящей через точки $A(1; 1)$ и $B(8; 2)$.

8. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

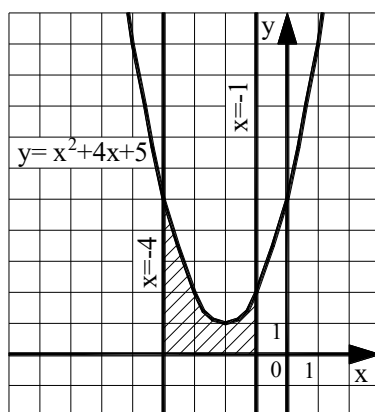
I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

9. Вычислите площадь заштрихованной области. Ответ округлите до сотых.



10. Найти работу силы $F(x) = \frac{4}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки $x = -2$ в точку $x = -1$.

Вариант 2 (Т 4)

1. Указать равенства, которые являются верными

1) $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

2) $\int_a^b f(x) dx \geq 0$

3) $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$

4) $\int_a^a f(x) dx = 0$

2. Вычислить определенный интеграл $\int_1^8 \left(2\sqrt[3]{x} - \frac{4}{x^2} \right) dx$.

3. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке.

| | |
|--|--|
| 1) $\int_b^a f(x)dx$ | а) 0 |
| 2) $\int_a^a f(x)dx$ | б) $-\int_a^b f(x)dx$ |
| 3) $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ | в) $\int_a^b f(x)dx$ |
| 4) $\int_a^b (f(x) + g(x))dx$ | г) $\int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$ |
| | д) $\int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ |

4. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x} + 2}{e^x} dx$.

5. Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int_{-1}^1 \frac{x}{x+1} dx$ 2) $\int_{-1}^1 e^{\frac{x+1}{x}} dx$ 3) $\int_{-1}^1 \ln(x+5) dx$ 4)

$\int_{-1}^1 (x-1)(x+1) dx$

6. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_1^3 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$ 2) $\int_1^8 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$ 3) $\int_1^3 \ln x dx$ 4)
 $\int_0^\pi (tg x) dx$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = -x^3$ и прямой, проходящей через точки $A(-1; 4)$ и $B(1; -4)$.

8. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

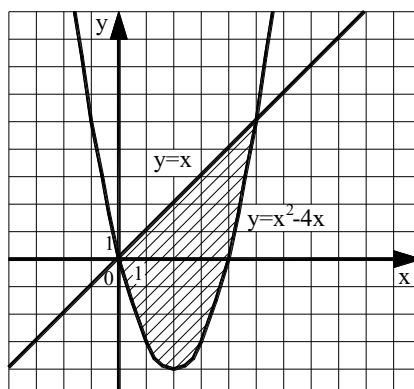
1) Доказать, что расходится хотя бы один из интегралов: $\int_{-1}^0 \frac{1}{x^2} dx$ или $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$.

2) Представить интеграл в виде $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = \int_{-1}^0 \frac{1}{x^2} dx + \int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$.

3) Установить, что подынтегральная функция не определена в точке $x=0$, в окрестности которой она не ограничена.

4) Сделать вывод о расходимости интеграла $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$.

9. Вычислите площадь заштрихованной области. Ответ округлите до сотых.



10. Найти работу силы $F(x) = \frac{-3}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки $x=1$ в точку $x=2$.

Раздел (тема) 4 «Числовые и функциональные ряды. Гармонический анализ»

Вариант 1 (Т 5)

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{3n+1} - 8}{3^{2n}}$.

2. Выбрать сходящиеся среди рядов.

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 - 1}}{n + 3}$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2 - 2}{n(n^2 + 1)^2}$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n + 1}{5n - 1}$

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{6^n + n}$

3. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

| | |
|--|--|
| <p>1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n + 1}{5n - 1}$</p> <p>2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^5 + 1}$</p> <p>3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n + 1}{(n - 1)!}$</p> <p>4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$</p> | <p>а) признак сравнений</p> <p>б) необходимый признак сходимости</p> <p>в) радикальный признак Коши</p> <p>г) признак Даламбера</p> <p>д) теорема Лейбница</p> |
|--|--|

4. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости.

- 1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x) = \frac{1}{x^3}$
- 2) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1, +\infty)$
- 3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится
- 4) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$

5. Выбрать верные утверждения для рядов $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{2^n}$ и $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$

- 1) оба сходятся абсолютно
- 2) оба сходятся условно
- 3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно
- 4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

6. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n \cdot n!}{5n - 2}$.

- 1) $[0; \infty)$
- 2) $(-\infty; 0]$
- 3) $(-\infty; \infty)$
- 4) $\{0\}$

7. Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

| | |
|--------------------|---|
| 1) $(1+x)^m$ | а) $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$ |
| 2) $\sin x$ | б) $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$ |
| 3) $\cos x$ | в) $1 + x + x^2 + x^3 + \dots,$ |
| 4) $\frac{1}{1-x}$ | г) $1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \dots,$ д) $1 - x + x^2 - x^3 + \dots$ |

8. Определить значение выражения $\ln 0,6$, вычисленное с точностью до $\varepsilon = 0,01$.

9. Найти коэффициент b_2 разложения функции $f(x) = x - 2$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi; \pi]$.

10. Запишите верную последовательность действий при нахождении области

сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 \cdot 4^n}$.

- 1) Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости
- 2) Записать интервал сходимости ряда
- 3) Найти радиус сходимости ряда
- 4) Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{n^2 + 9n + 20}$.

2. Выбрать расходящиеся среди рядов.

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 1}}{2n - 1}$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n^4}$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n + 3}{n^3 + n - 1}$

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}}{4^n}$

3. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости.

| | |
|--|-----------------------------------|
| 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n + 4}{8n + 3}$ | а) признак сравнений |
| 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 7}{n^7}$ | б) необходимый признак сходимости |
| 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + n}{(n + 1)!}$ | в) радикальный признак Коши |
| 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{n^2}$ | г) признак Даламбера |
| | д) теорема Лейбница |

4. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости.

1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$

2) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится

3) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$

4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1, +\infty)$

5. Выбрать верное утверждение для рядов $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}$ и $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n(n+1)}{n^2 - 2}$

1) оба сходятся абсолютно

2) оба сходятся условно

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

6. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{2n + 1}$.

1) $[-1/5; 1/5)$

2) $[-1/5; 1/5]$

3) $(-5/2; 5/2]$

4) $(-1/5; 1/5)$

7. Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой.

| | |
|--|--------------------|
| 1) $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots$ | а) e^x |
| 2) $x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{x^7}{7} + \dots$ | б) $\frac{1}{1+x}$ |
| 3) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n} + \dots$ | в) $\arctg x$ |
| 4) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$ | г) $\arcsin x$ |
| | д) $\ln(1+x)$ |

8. Определить значение выражения $\sqrt{4,8}$, вычисленное с точностью до $\varepsilon = 0,01$.

9. Какой (какие) из коэффициентов a_0, a_n, b_n разложения функции $f(x) = x^3 \cos x$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi; \pi]$ равен 0?

- 1) a_0 2) a_n 3) b_n 4) ни один из них

10. Ниже сформулирована теорема Абеля. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ сходится при $x = x_0$, то он _____ для всех x ,

удовлетворяющих условию _____ . Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ расходится при

$x = x_0$, то он _____ для всех x , удовлетворяющих условию _____ .

I. $|x| < |x_0|$

II. $|x| > |x_0|$

III. сходится

IV. расходится

Раздел (тема) 5 «Дифференциальное исчисление функций многих переменных»

Вариант 1 (Т 6)

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна

- 1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y}$ 5) $-\frac{x}{y^2}$

2. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ равна

- 1) $e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 2) $2e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 3) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$ 4) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^2}}$ 5) $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$

3. Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

| | |
|---|-------|
| 1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$ | a) -3 |
| 2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$ | б) 8 |
| 3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$ | в) 2 |
| 4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$ | г) 6 |
| 5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$ | д) 9 |
| | е) 1 |

4.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|------------------|
| Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$ | 1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$ 2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$ 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$ 4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$ 5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$ 6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$ | |

5. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ от функции $z = e^{x^2+2y^3}$ равна

- 1) $12xy^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$ 2) $2 \cdot e^{x^2+2y^3} (2x^2 + 1)$ 3) $6y^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$
 4) $12y \cdot e^{x^2+2y^3} (1 + 3y)$ 5) $e^{x^2+2y^3}$

6. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0; -2; 3)$.

7. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите координаты стационарной точки (стационарных точек).

8. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение z_0 , если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

9. Производится два вида товаров в количестве x и y . Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 45$ и $P_2 = 27$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид $C = 6x^2 + 3xy + 3y^2$. Найдите значения x и y , если известно, что прибыль от продажи товаров должна быть максимальной.

10. Производится два вида товаров в количестве x и y . Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 45$ и $P_2 = 27$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид $C = 6x^2 + 3xy + 3y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна

- 1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y}$ 5) $-\frac{x}{y^2}$

2. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ равна

- 1) $e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 2) $2e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 3) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$ 4) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^2}}$ 5) $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$

3. Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

| | |
|---|--------|
| 1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$ | а) 30 |
| 2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$ | б) -14 |
| 3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$ | в) -12 |
| 4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$ | г) -6 |
| 5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$ | д) -4 |
| | е) 3 |

4.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|--|------------------|
| Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум | 1) вычисляем значения A, B, C 2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$ 3) определяем стационарные точки 4) находим частные производные функции первого и второго порядков 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума 6) вычисляем значение Δ 7) определяем наличие точки экстремума | |

5. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ от функции $z = e^{x^2+2y^3}$ равна

- 1) $12xy^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$ 2) $2 \cdot e^{x^2+2y^3} (2x^2 + 1)$ 3) $6y^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$
4) $12y \cdot e^{x^2+2y^3} (1 + 3y)$ 5) $e^{x^2+2y^3}$

6. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 2x^2 - 3y^2 + 4z^2$ в точке $M(1; -1; 2)$.

7. Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите координаты стационарной точки (стационарных точек).

8. Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x, y) dx dy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями:

| | |
|--|---|
| а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$ | 1) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x, y) dy$ |
| б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$ | 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy$ |
| в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$ | 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x, y) dy$ |
| г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) | 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x, y) dy$ |
| д) $x^2 + y^2 = 4x$ | 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x, y) dy$ |

9. Вычислить $\iint_S (z + 2x + \frac{4}{3}y) dS$, где S – часть плоскости $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$, лежащая в первом октанте.

10.

| | | |
|---|--|--|
| Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D \cos(x + y) dx dy$, где область D ограничена линиями $x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$ | 1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} \cos(x + y) dy$ | |
| | 2) Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin 2x) dx = 0$ | |
| | 3) Построить область $D: x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$ | |
| | 4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}} \cos(x + y) dy = \cos x - \sin 2x$ | |

Вариант 2 (Т 7)

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (2x - 3y) dx dy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми $x=2, y=4$.

2. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2 + 1}$, где область D ограничена полуокружностью $y = \sqrt{1 - x^2}$ и осью Oх.

| | | |
|---|---|--|
| <p>последовательность действий при вычислении</p> $\iint_D (x + 2y) dx dy, \text{ где}$ <p>область D ограничена линиями</p> $x = 2, y = x, x = 2y$ | $\int_{\frac{x}{2}}^x (x + 2) dy = \frac{5}{4} \int_0^2 x^2 dx$ <p>2) Перейти от двойного интеграла к повторному</p> $\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^x (x + 2) dy$ <p>3) Построить область</p> $D: x = 2, x = 2y, y = x$ <p>4) Вычислить</p> $\frac{5}{4} \int_0^2 x^2 dx = \frac{10}{3}$ | |
|---|---|--|

Раздел (тема) 7 «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1 (Т 8)

1. Указать тип дифференциального уравнения $xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$

- 1) уравнением с разделяющимися переменными
 2) однородным уравнением
 3) линейным уравнением
 4) уравнением Бернулли
 5) уравнением в полных дифференциалах

2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = xy^2$.

- 1) $y = Ce^{-\frac{x^3}{3}}$ 2) $y = (x^2 + C)^{-1}$ 3) $y = \sqrt{x + C}$ 4) $y = -2(x^2 + C)^{-1}$

3. Найдите постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$.

4. При решении уравнения Бернулли $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2 y^2$ было определено, что $v = \frac{1}{x^2}$, $u = -\frac{1}{3x+C}$. Найти значение C , если известно, что $y(1) = -\frac{1}{5}$.

5. Определить последовательность действий при нахождении общего решения дифференциального уравнения $(1 + x^2)y' + 2xy = 3x^2$.

- 1) $v = \frac{1}{1+x^2}$
 2) $y = \frac{x^3+C}{1+x^2}$
 3) $u'v + u \left(v' + \frac{2xv}{1+x^2} \right) = \frac{3x^2}{1+x^2}$
 4) $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$
 5) $u = x^3 + C$

6. Указать уравнение, к которому сводится уравнение $yy'' - y' = 0$ с помощью введения переменной $z = y'$.

- 1) $y^2 dz = z dy$ 2) $y dz = z^2 dy$ 3) $y dz = z dy$ 4) $y dz = dy$

7. Указать замену, целесообразную для понижения порядка дифференциального уравнения $y'y'' = y^2$.

- 1) $z(y) = y'$ 2) $z(x) = y$ 3) $z(y) = y'$ 4) $z(x) = y'$

8. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения $x^2 y'' = 1$, если $y(1) = 3$, $y'(1) = 1$.

- 1) $y = -\ln|x| + 2x + 1$ 2) $y = \ln|x| + 2$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = \frac{1}{x^2} + 3x$

9. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

| | |
|---------------------------|--|
| 1) $y'' + y' - 6y = 0$ | а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ |
| 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ | б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ |
| 3) $y'' - 10y' + 25y = 0$ | в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ |
| 4) $y'' + 25y = 0$ | г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ |
| | д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$ |

10. Указать вид частного решения дифференциального уравнения $y'' + 3y = x e^{3x}$

- 1) $Ax e^{3x}$ 2) $(Ax + B)e^{3x}$ 3) $x(Ax + B)e^{3x}$ 4) $x^2(Ax + B)e^{3x}$

Вариант 2 (Т 8)

1. Дифференциальное уравнение $(3x^2 + y)dx + (x + 2y)dy = 0$ является

- 1) уравнением с разделяющимися переменными
 2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
 4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

2. Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{xy}$.

- 1) $y = C \left(\frac{x\sqrt{x}}{3} \right)^2$ 2) $y = Cx - 3\sqrt{x}$ 3) $y = \frac{C}{\sqrt{x}}$ 4) $y = \left(\frac{x\sqrt{x} + C}{3} \right)^2$

3. Найдите постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = \sqrt{x}$ при $y(9) = 4$.

4. При решении линейного уравнения $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$ было определено, что $v = \frac{1}{1+x^2}$, $u = x^3 + C$. Найти значение C , если известно, что $y(1) = 3$.

5. Определить последовательность действий при нахождении частного решения дифференциального уравнения $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2 y^2$ при $y(1) = -\frac{1}{5}$.

- 1) $u = -\frac{1}{3x+C}$
 2) $v = \frac{1}{x^2}$
 3) $u'v + u \left(v' + \frac{2v}{x} \right) = 3x^2 (uv)^2$
 4) $y = \frac{1}{x^2} \left(-\frac{1}{3x+C} \right)$

$$5) y = -\frac{1}{3x^3+2x^2}$$

6. Дифференциальное уравнение $(xy^2 + e^x)dx - \frac{dy}{y} = 0$ является

- 1) уравнением с разделяющимися переменными
 2) однородным уравнением
 3) линейным уравнением
 4) уравнением Бернулли
 5) уравнением в полных дифференциалах

7. Понижение порядка в дифференциальном уравнении $yy'' = 2$ с помощью введения переменной $z = y'$ приводит к уравнению

- 1) $yz dz = 2dy$ 2) $z dz = 2dy$ 3) $y dz = 2dy$ 4) $dz = 2 \ln y dy$

8. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения $y'' = x^{-2}$, если $y(1) = 3$, $y'(1) = 0$.

- 1) $y = \ln|x| + 2$ 2) $y = -\ln|x| + x + 2$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = x^{-2} + 3x$

9. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

| | |
|---------------------------|--|
| 1) $y'' + 2y' + 3y = 0$ | а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ |
| 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ | б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ |
| 3) $y'' - 2y' + y = 0$ | в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ |
| 4) $y'' + 49y = 0$ | г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ |
| | д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$ |

10. Установить вид частного дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = (3x+2)e^x$.

- 1) Axe^x 2) $(Ax+B)e^x$ 3) $x(Ax+B)e^x$ 4) $x^2(Ax+B)e^x$

Шкала оценивания: 10-ти балльная для Т 1, Т 2, Т 3, Т 4, Т 5, Т 6, Т 7, Т 8.

Критерии оценивания:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

- 9, 10 баллов соответствуют оценке «отлично»;
 7, 8 баллов – оценке «хорошо»;
 5, 6 баллов – оценке «удовлетворительно»;
 4 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».

2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

2.1 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Вопросы в закрытой форме.

1.1 Даны два множества $A = \{-5, -2, 1, 4, 7, 10, 13\}$ и $B = \{-4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\}$. Тогда $A \cap B$ имеет вид...

- 1) $\{-4, 0, 2, 6, 8\}$ 2)
 $\{-5, -4, -2, 0, 1, 2, 4, 6, 7, 8, 10, 13\}$
3) $\{-5, -4, 0, 1, 2, 6, 7, 8, 10, 13\}$ 4) $\{-2, 4\}$ 5)
 $\{-5, 1, 7, 10, 13\}$

1.2 Найти $A \cap (B \cup C)$, если $A = (-3; 11]$, $B = [-2; 5]$, $C = (4; 9)$

- 1) $(4; 5]$ 2) $[-2; 9]$ 3) $(-3; 9]$ 4) $(-3; 4) \cup [5; 11]$

1.3 Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 2x^3 - 1}{4x^3 + x}$ равен ...

- 1) ∞ 2) $0,5$ 3) 0 4) $-\infty$ 5) $-0,25$

1.4 Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg^2(3x)}{\tg(2x^2)}$ равен ...

- 1) $4,5$ 2) $\frac{3}{2}$ 3) 0 4) $\frac{4}{9}$ 5) $\frac{9}{4}$

1.5 Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна...

- 1) $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$
4) $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

1.6 Найти производную y' функции $y = \tg^2 5x$

- 1) $y' = \frac{2 \tg 5x}{\cos^2 5x}$ 2) $y' = 2 \tg 5x$ 3) $y' = \frac{10}{\cos^2 5x}$ 4) $y' = \frac{10 \tg 5x}{\cos^2 5x}$

1.7 Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна...

- 1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$
4) $2x \cdot \sin(2x) - 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 5) $4x \cdot \cos(2x)$

1.8 Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке $[a; b]$, если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y < 0$, $y' < 0$, $y'' > 0$.

- 1) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз
2) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх
3) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх
4) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз
5) график лежит выше оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

1.9 Одной из первообразных от функции $y = 2x - 3$ является функция...

- 1) $x^2 - 3 + C$ 2) 2 3) $2x^2 - 3 + C$
4) $x^2 - 3x + C$ 5) $2 - 3x$

1.10 Интеграл $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ равен...

- 1) $\ln^3 x + C$ 2) $\frac{\ln^3 x}{3} + C$ 3) $\ln x + C$ 4) $2 \ln x + C$ 5) $-\frac{\ln^3 x}{3x} + C$

1.11. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$ равен...

- 1) $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 4x + C$ 2) $\frac{1}{4} \operatorname{tg} 2x + C$ 3) $-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} x + C$ 4) $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 2x + C$

1.12. Найти неопределённый интеграл $\int (2x+1) \cdot e^{2x+1} dx$

- 1) $x e^{2x+1} + C$ 2) $2x e^{2x+1} + C$ 3) $(x^2 + x) e^{2x+1} + C$ 4) $2(x^2 + x) e^{2x+1} + C$

1.13. Разложение дроби $\frac{x+5}{x^3+6x^2}$ на простейшие дроби имеет вид

- 1) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2+6x}$ 2) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+6}$ 3) $\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+6x}$ 4) $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x+6}$

1.14. Вычислить определенный интеграл $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx$

- 1) 0 2) 1 3) $\ln 2$ 4) $-\ln 2$

1.15. Для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n}\right)^{n^2}$ верным является утверждение

- 1) сходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 0$ 2) сходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = e$
 3) расходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \infty$ 4) расходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = e^3$

1.16. Для рядов $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{2^n}$ и $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$ верно утверждение

- 1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно
 3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно
 4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

1.17. Если степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty} c_n (x+1)^n$ сходится в точке $x=6$, то он

обязательно сходится и в точке

- 1) $x=-9$ 2) $x=7$ 3) $x=-3$ 4) $x=-8$

1.18. Область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n (n^2+1)}$ равна

- 1) $[-3; 3)$ 2) $[-3; 3]$ 3) $(-3; 3]$ 4) $[-1/3; 1/3]$

1.19. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна...

- 1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y^2}$ 5) $1 - \frac{x}{y}$

1.20. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна...

$$1) 1 - \frac{x}{y^2} \quad 2) x - \frac{1}{y^2} + 1 \quad 3) \frac{x}{y^2} \quad 4) 1 - \frac{1}{y^2} \quad 5) 1 - \frac{x}{y}$$

1.21 Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x; y) dx dy$, где область D ограничена линиями $y = x^2$, $y = -\sqrt{x}$, $x = 1$, имеет вид...

$$1) \int_0^1 dx \int_{x^2}^{-\sqrt{x}} f(x; y) dy \quad 2) \int_{-\sqrt{x}}^{x^2} dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x; y) dy \quad 3) \int_0^1 dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x; y) dy$$

$$4) \int_{-1}^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x; y) dx \quad 5) \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x; y) dy$$

1.22 Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x; y) dx dy$, где область D ограничена линиями $y = x^2 - 1$, $y = \sqrt{1 - x^2}$, имеет вид...

$$1) \int_{-1}^1 dy \int_{\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x; y) dx \quad 2) \int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1} f(x; y) dy \quad 3) \int_{-1}^1 dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x; y) dy$$

$$4) \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x; y) dy \quad 5) \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x; y) dy$$

1.23 Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{y-1}$ имеет вид

$$1) y = 1 + \left(\frac{x+C}{2} \right)^{-1} \quad 2) y = 1 + \left(\frac{x+C}{2} \right)^{-2} \quad 3) y = 1 + \left(\frac{x+C}{2} \right)^2$$

$$4) y = C + \left(\frac{x}{2} \right)^2 \quad 5) y = 1 + C \left(\frac{x}{2} \right)^2$$

1.24 Общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $e^x dx - (e^x + 2) \cdot 4y dy = 0$ имеет вид...

$$1) \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{\sqrt{2}} = 2y^2 + C \quad 2) \ln|e^x + 2| = C - 2y^2 \quad 3) \ln|e^x + 2| = 2y^2 + C$$

$$4) e^x \cdot \ln|e^x + 2| = 2y^2 + C \quad 5) \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{\sqrt{2}} = C - 2y^2$$

1.25 Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' - y = -x^2 + 6x - 3$ имеет вид

$$1) x^2 \quad 2) 2x^2 - x \quad 3) x^2 + 2 \quad 4) x^2 - 2x + 1 \quad 5) x^2 + 3x + 1$$

2. Вопросы в открытой форме

2.1 Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{2x} \right)^x$ равен ...

2.2 Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен ...

2.3 Предел $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен ...

2.4 Найти коэффициент k касательной $y = kx + b$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ в точке $x_0 = 2$.

2.5 Найти точку минимума функции $y = (2x + 1)^2 \cdot (x + 3) + 4$.

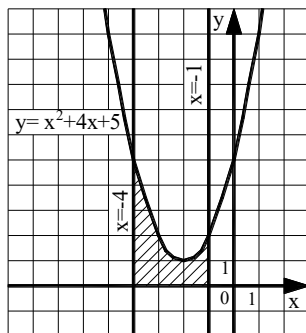
2.6 Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{4\sqrt{x}-3}{x+1}$.

2.7 Длина промежутка убывания функции $y = (x+1)(x-2)^2$

2.8 Пусть $F(x) = a \cdot \cos \frac{x}{2} + b \cdot x^2 + c \cdot x$ – первообразная для функции $f(x) = \sin \frac{x}{2} + x - 8$, график которой проходит через точку $M(0; -2)$. Найти произведение $a \cdot b \cdot c$.

2.9 Вычислить определённый интеграл $\int_1^9 \frac{1+2\sqrt{x}}{x^2} dx$.

2.10 Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке. Ответ округлить до сотых.



2.11 Найти работу силы $F(x) = \frac{4}{x^2}$ по перемещению материальной точки вдоль оси Ox из точки $x = -2$ в точку $x = -1$.

2.12 Сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 2^n}{5^n}$ равна ...

2.13 Частичная сумма S_2 ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{15}{2n+1}$ равна ...

2.14 Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n}}{6 \cdot 5^{n+2}}$ равен ...

2.15 Вычислить с точностью до 0,001 значение функции $\ln 1,5$.

2.16 Коэффициент b_2 разложения функции $f(x) = x + 1$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi; \pi]$ равен ...

2.17 Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0; -2; 3)$.

2.18 Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 2x^2 - 3y^2 + 4z^2$ в точке $M(1; -1; 2)$.

2.19 Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение z_0 , если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

2.20 Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение z_0 , если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

2.21 Вычислить двойной интеграл $\iint_D (2x - 3y) dx dy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми $x=2, y=4$.

2.22 Вычислить массу дуги циклоиды $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, 0 \leq t \leq 2\pi$, если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(t) = \sin \frac{t}{2}$.

2.23 Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $y = \frac{1}{4}x^2, y + z = 1, z = 0$.

2.24 Найти постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = \sqrt{x}$ при $y(9) = 4$.

2.25 Найдите постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$.

3. Вопросы на установление последовательности.

3.1 Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Число A называется пределом функции $f(x)$ в точке x_0 , если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____, выполняется условие _____.

I. $|f(x) - A| < \varepsilon$

II. для любого числа $\varepsilon > 0$

III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.2 Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если _____ существует _____ такой, что если _____, то выполняется условие _____.

I. $|x_n| < \varepsilon$

II. $n > N(\varepsilon)$

III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

3.3 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно большой в действительной точке x_0 . Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция $f(x)$ называется бесконечно большой в точке x_0 , если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____, выполняется условие _____.

I. $\delta(\varepsilon) > 0$

II. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

III. $|f(x)| > \varepsilon$

IV. для любого числа $\varepsilon > 0$

3.4 Ниже сформулировано следствие теоремы о промежуточных значениях функций (следствие теоремы Больцмана-Коши). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Пусть функция $f(x)$ _____, на концах отрезка _____, тогда _____, где выполняется условие _____.

I. принимает значение разных знаков

II. существует точка $c \in (a, b)$

III. непрерывна на отрезке $[a, b]$

IV. $f(c) = 0$

3.5 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно малой в действительной точке x_0 . Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция $f(x)$ называется бесконечно малой в точке x_0 , если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____, выполняется условие _____.

I. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

II. $|f(x)| < \varepsilon$

III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.6 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.

1) зафиксировать x , вычислить значение функции $f(x)$

2) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$

3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$

4) найти предел $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

3.7 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$.

- 1) найти производные обеих частей равенства
- 2) прологарифмировать обе части равенства
- 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции
- 4) воспользоваться свойством $\ln|a^b| = b \cdot \ln|a|$
- 5) заменить y исходной функцией

3.8 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$.

- 1) используем таблицу неопределённых интегралов
- 2) используем формулу квадрата разности
- 3) добавляем постоянную C в конце записи
- 4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
- 5) используем почленное деление

3.9 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$.

- 1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1} + C$
- 2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + C$
- 3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$
- 4) $\int x^{-\frac{4}{3}} dx$
- 5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}} + C$
- 6) $\int \frac{dx}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}}$

3.10 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если функция $F(x)$ – _____ функции $f(x)$ на промежутке X , то множество функций $F(x)+C$, где C – произвольная постоянная, называется _____ от функции $f(x)$ на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x) dx$. При этом $f(x)$ называется _____, $f(x)dx$ называется _____.

- I. подынтегральной функцией
- II. первообразная
- III. подынтегральным выражением
- IV. неопределенным интегралом

3.11 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int (x+1) \cdot \sin x dx$. (Например, I, III, IV, II.)

- I. Вычислить du и v
- II. Установить, что нужно взять за u , а что за dv
- III. Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям
- IV. Воспользоваться формулой $\int u dv = uv - \int v du$, подставив вместо u , dv , du и v их значения.

3.12 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{2x^3 - x^2 + 2x - 1}{x(x-1)} dx$.

- 1) Проинтегрировать $Q(x)$ и полученные простейшие дроби и сложить результаты
- 2) Определить вид разложения $\frac{R(x)}{x(x-1)}$ дроби на простейшие дроби
- 3) Выполнить деление многочлена в числителе подынтегральной функции на многочлен в знаменателе, то есть представить подынтегральную функцию в виде $f(x) = Q(x) + \frac{R(x)}{x(x-1)}$
- 4) Вычислить коэффициенты в разложении дроби $\frac{R(x)}{x(x-1)}$ на простейшие дроби, воспользовавшись методом неопределенных коэффициентов

3.13 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка одного из свойств определенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если m и M – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции $f(x)$ на _____, то _____ \leq _____ \leq _____.

- I. $M(b-a)$
- II. $m(b-a)$
- III. $\int_a^b f(x) dx$
- IV. $[a, b]$

3.14 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

- I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.
- II. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.15 Ниже сформулированы факты о сходимости и расходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждения оказались верными (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _____, то _____. Если _____, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _____.

I. расходится

II. сходится

III. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

IV. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$

3.16 Ниже сформулирован интегральный признак сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Пусть дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$, члены которого являются значениями некоторой функции $f(x)$, _____ на _____. Тогда, если _____ сходится (расходится), то сходится (расходится) и _____.

I. $\int_1^{+\infty} f(x) dx$

II. $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$

III. $[1, +\infty)$

IV. положительной, непрерывной и не возрастающей

3.17 Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании гармонического ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости

1) Сделать вывод о расходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

2) Ввести в рассмотрение функцию $f(x) = \frac{1}{x}$

3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x) dx$ расходится

4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1, +\infty)$

3.18 Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{n^2}$.

Запишите верную последовательность действий, которая при этом должна быть осуществлена.

- 1) Применить теорему Лейбница
- 2) Сделать вывод, является ряд абсолютно сходящимся или нет
- 3) Выбрать признак сходимости ряда с положительными членами и воспользоваться им
- 4) Составить ряд из модулей членов данного ряда

3.19 Запишите верную последовательность действий при нахождении области

сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 5^{n+1}}$.

- 1) Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости
- 2) Записать интервал сходимости ряда
- 3) Найти радиус сходимости ряда
- 4) Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

3.20 Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$.

- 1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$
- 2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$
- 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$
- 4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$
- 5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$
- 6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$

3.21 Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

- 1) вычисляем значения A, B, C
- 2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$
- 3) определяем стационарные точки
- 4) находим частные производные функции первого и второго порядков
- 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума
- 6) вычисляем значение Δ
- 7) определяем наличие точки экстремума

3.22 Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D (x + 2y) dx dy$, где область D ограничена линиями $x = 2, y = x, x = 2y$.

1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^x (x + 2) dy = \frac{5}{4} \int_0^2 x^2 dx$

2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^x (x + 2) dy$

3) Построить область $D: x = 2, x = 2y, y = x$

4) Вычислить $\frac{5}{4} \int_0^2 x^2 dx = \frac{10}{3}$

3.23 Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D \cos(x + y) dx dy$, где область D ограничена линиями $x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$.

1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} \cos(x + y) dy$

2) Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin 2x) dx = 0$

3) Построить область $D: x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$

4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}} \cos(x + y) dy = \cos x - \sin 2x$

3.24 Определить последовательность действий при нахождении общего решения дифференциального уравнения $(1 + x^2)y' + 2xy = 3x^2$.

1) $v = \frac{1}{1+x^2}$

2) $y = \frac{x^3 + C}{1+x^2}$

3) $u'v + u \left(v' + \frac{2xv}{1+x^2} \right) = \frac{3x^2}{1+x^2}$

4) $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$

5) $u = x^3 + C$

3.25 Определить последовательность действий при нахождении частного решения дифференциального уравнения $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2 y^2$ при $y(1) = -\frac{1}{5}$.

1) $u = -\frac{1}{3x+C}$

2) $v = \frac{1}{x^2}$

3) $u'v + u \left(v' + \frac{2v}{x} \right) = 3x^2 (uv)^2$

$$4) y = \frac{1}{x^2} \left(-\frac{1}{3x+c} \right)$$

$$5) y = -\frac{1}{3x^3+2x^2}$$

4. Вопросы на установление соответствия.

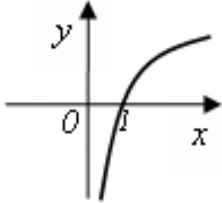
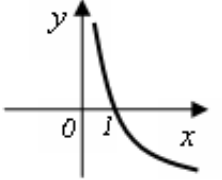
4.1 Даны числовые промежутки $A = [3; 5)$ и $B = [0; 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие.

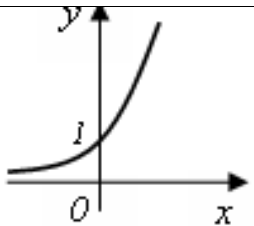
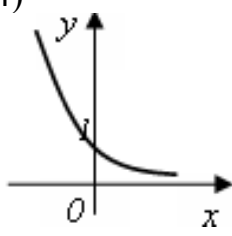
| | |
|---------------------|----------------|
| 9) $A \cap B$ | а) $[0; 5)$ |
| 10) $A \cup B$ | б) \emptyset |
| 11) $A \setminus B$ | в) $(3; 5)$ |
| 12) $B \setminus A$ | г) $[3; 5)$ |
| | д) $\{3\}$ |

4.2 Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

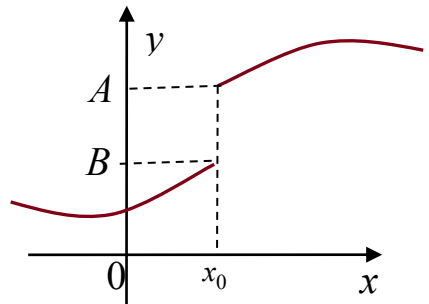
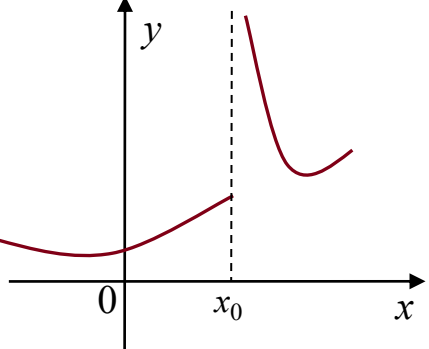
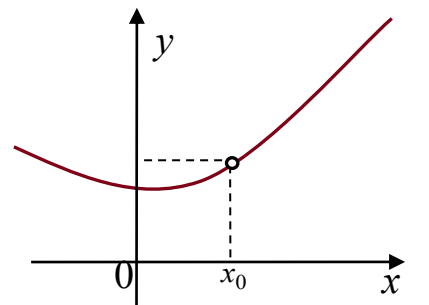
| | |
|--|--|
| 5) $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} \right)$ | а) неопределённость $\left(\frac{0}{0} \right)$ |
| 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$ | б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty} \right)$ |
| 7) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$ | в) неопределённость (1^∞) |
| 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3-4x}$ | г) неопределённость $(0 \cdot \infty)$ |
| | д) неопределённость $(\infty + \infty)$ |

4.3 Установить соответствие между графическим и аналитическим заданиями функций.

| | |
|---|-----------------------|
| 1)  | а) $y = 2^x$ |
| 2)  | б) $y = (0,5)^x$ |
| 3) | в) $y = \log_2 x$ |
| | г) $y = \log_{0,5} x$ |

| | |
|--|--------------------------|
|  | д) $y = x^{\frac{1}{2}}$ |
| 4)  | |

4.4 Пользуясь графиками функций, исследуйте вопрос о непрерывности функции в точке x_0 и поставьте в соответствие каждой указанной точке x_0 ее характеристику.

| | |
|--|--|
| 1)  | а) x_0 – точка непрерывности функции б) x_0 – точка устранимого разрыва 1го рода в) x_0 – точка неустранимого разрыва 1го рода |
| 2)  | г) x_0 – точка разрыва 2го рода |
| 3)  | |



4.5 Исследуйте вопрос о непрерывности функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 0 \\ (x+1)^2, & 0 \leq x \leq 2 \\ -x+4, & 2 < x < 3, x > 3 \\ 4, & x = 3 \end{cases}$$

в точках, указанных в левой колонке, и установите

соответствие

| | |
|------------|---|
| 1) $x = 0$ | а) точка непрерывности функции |
| 2) $x = 1$ | б) точка устранимого разрыва 1го рода |
| 3) $x = 2$ | в) точка неустранимого разрыва 1го рода |
| 4) $x = 3$ | г) точка разрыва 2го рода |

4.6 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y' .

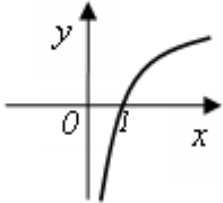
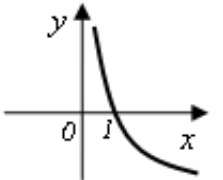
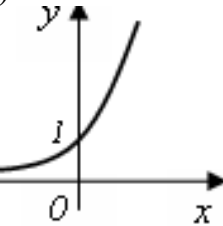
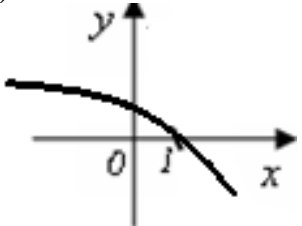
| | |
|--------------------------------------|--|
| 1) $y = \sin(\ln x)$ | 1) логарифмическое дифференцирование |
| 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ | 2) табличная производная |
| 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ | 3) производная неявно заданной функции |
| 4) $y = 5^x$ | 4) производная произведения |
| | 5) производная сложной функции |

4.7 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y' .

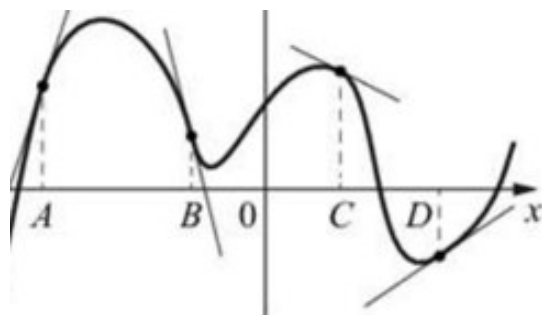
| | |
|--------------------------------|--|
| 1) $y = \sqrt[3]{x}$ | 1) логарифмическое дифференцирование |
| 2) $y = (\lg x)^x$ | 2) табличная производная |
| 3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$ | 3) производная неявно заданной функции |
| 4) $y = e^{6x}$ | 4) производная произведения |
| | 5) производная сложной функции |

4.8 Установить соответствие между графиками функций и знаками первой и второй производной этих функций

| | |
|----|--|
| 1) | |
|----|--|

| | |
|--|---|
|  | <p>а) $y' > 0, y'' > 0$</p> <p>б) $y' < 0, y'' < 0$</p> |
| <p>2)</p>  | <p>в) $y' > 0, y'' < 0$</p> <p>г) $y' < 0, y'' > 0$</p> |
| <p>3)</p>  | |
| <p>4)</p>  | |

4.9 На рисунке изображен график функции и касательные к нему, проведенные в точках с абсциссами А, В, С, D. Поставьте в соответствие каждой точке значение ее производной в этой точке.



| | |
|---|--|
| <p>1) A</p> <p>2) B</p> <p>3) C</p> <p>4) D</p> | <p>а) - 4</p> <p>б) 3</p> <p>в) -0,5</p> <p>г) 0,7</p> |
|---|--|

4.10 Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке

| | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| <p>1) $\frac{1}{x^2}$</p> | <p>а) $\frac{x^2}{4}$</p> |
|--------------------------------------|--------------------------------------|

| | |
|-----------------------|------------------------|
| 2) $\frac{x}{2}$ | б) $\ln x + x^2$ |
| 3) $3x^2$ | в) $\frac{1}{x^2} + 2$ |
| 4) $\frac{1}{x} + 2x$ | г) $-\frac{1}{x}$ |
| | д) x^3 |

4.11 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y' .

| | |
|------------------------------|--|
| 1) $y = \sin(\sqrt{x+1}-2)$ | 1) логарифмическое дифференцирование |
| 2) $y = x \cdot \lg x$ | 2) табличная производная |
| 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ | 3) производная неявно заданной функции |
| 4) $y = x^6$ | 4) производная произведения |
| | 5) производная сложной функции |

4.12 Установите соответствие между интегралами и их значениями

| | |
|---|--|
| 1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$ | а) $\frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + c$ |
| 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$ | б) $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$ |
| 3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ | в) $\operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + c$ |
| 4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$ | г) $\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$ |
| | д) $\ln x + \sqrt{x^2 \pm a^2} + c$ |

4.13 Установите соответствие между неопределенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

| | |
|---------------------------------|------------------------------|
| 1) $\int Af(x)dx$ | а) $\int f dx \pm \int g dx$ |
| 2) $\int (f \pm g)dx$ | б) $f(x)$ |
| 3) $\left(\int f(x)dx \right)$ | в) $A \int f(x)dx$ |
| 4) $\int dF(x)$ | г) $F(x) + C$ |
| | д) $f(x)dx$ |

4.14 Установите соответствие между неопределенными интегралами и заменами, которые целесообразно применить для вычисления интегралов

| | |
|--|-------------------------------|
| 1) $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$ | а) $t = \operatorname{tg} x$ |
| | б) $t = \operatorname{ctg} x$ |
| 2) $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$ | в) $t = \sin x$ |
| | г) $t = \cos x$ |

| | |
|---|-------------------|
| 3) $\int \sin^4 x \cdot \cos x dx$ | д) $t = \cos^2 x$ |
| 4) $\int \frac{\operatorname{ctgx}}{\sin^2 x} dx$ | |

4.15 Установите соответствие между интегралом и способом его решения.

| | |
|--------------------------------------|--|
| 1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$ | а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k} \int f(t)dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям |
| 2) $\int (x+1) \sin x dx$ | |
| 3) $\int 5^x dx$ | |
| 4) $\int \frac{3+x}{x} dx$ | |

4.16 Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

| | |
|---|---|
| 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{5n}$ | а) признак сравнений б) необходимый признак сходимости в) радикальный признак Коши г) признак Даламбера д) теорема Лейбница |
| 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^5+1}$ | |
| 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-3}{(n+2)!}$ | |
| 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{n^2}$ | |

4.17 Установить соответствие между степенными рядами и областями их сходимости

| | |
|--|--|
| 1) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \cdot n!$ | а) $(-\infty; \infty)$ б) $\{0\}$ в) $[-1, 1]$ г) $(-1, 1)$ д) $[-1, 1)$ |
| 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ | |
| 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ | |
| 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$ | |

4.18 Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

| | |
|---------------|---|
| 1) $\ln(1+x)$ | а) $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots$ |
|---------------|---|

| | |
|--------------------|---|
| 2) $\frac{1}{1-x}$ | б) $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$ |
| 3) e^x | в) $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$ |
| 4) $\arctg x$ | г) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n} + \dots$ |
| | д) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$ |

4.19. Известно, что функцию, заданную на отрезке $[-\pi, \pi]$ можно разложить в ряд Фурье, то есть представить в виде $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cdot \cos nx + b_n \cdot \sin nx)$. Установить соответствие между коэффициентами Фурье и формулами, по которым они вычисляются.

| | |
|----------|--|
| 1) a_0 | а) $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ |
| 2) a_n | б) $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \cos nx dx$ |
| 3) b_n | в) $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \sin nx dx$ |
| | г) $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos nx dx$ |
| | д) $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin nx dx$ |

4.20 Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

| | |
|---|-------|
| 1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$ | а) -3 |
| 2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$ | б) 8 |
| 3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$ | в) 2 |
| 4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$ | г) 6 |
| 5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$ | д) 9 |
| | е) 1 |

4.21 Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

| | |
|---|--------|
| 1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$ | а) 30 |
| 2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$ | б) -14 |
| 3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$ | в) -12 |
| 4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$ | г) -6 |
| 5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$ | д) -4 |
| | е) 3 |

4.22 Установить соответствие при переходе от

$\iint_D f(x, y) dx dy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если

D ограничена линиями:

| | |
|---|---|
| а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$ | 1) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy$ |
| б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$ | 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy$ |
| в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$ | 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x, y) dy$ |
| г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) | 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x, y) dy$ |
| д) $x^2 + y^2 = 4x$ | 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x, y) dy$ |

4.23 Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x, y) dx dy$

к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями

| | |
|---|---|
| а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$ | 1) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy$ |
| б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$ | 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy$ |
| в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$ | 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x, y) dy$ |
| г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) | 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x, y) dy$ |
| д) $x^2 + y^2 = 4x$ | 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x, y) dy$ |

4.24 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

| | |
|---------------------------|---|
| 1) $y'' + y' - 6y = 0$ | а) $y = e^{\alpha x} (C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ |
| 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ | б) $y = e^{kx} (C_1 + C_2 x)$ |

| | |
|---------------------------|--|
| 3) $y'' - 10y' + 25y = 0$ | в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ |
| 4) $y'' + 25y = 0$ | г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ |
| | д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$ |

4.25 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

| | |
|---------------------------|--|
| 1) $y'' + 2y' + 3y = 0$ | а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ |
| 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ | б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ |
| 3) $y'' - 2y' + y = 0$ | в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ |
| 4) $y'' + 49y = 0$ | г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ |
| | д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$ |

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

| <i>Сумма баллов по 100-балльной шкале</i> | <i>Оценка по 5-балльной шкале</i> |
|---|-----------------------------------|
| 100–85 | отлично |
| 84–70 | хорошо |
| 69–50 | удовлетворительно |
| 49 и менее | неудовлетворительно |

Критерии оценивания результатов тестирования:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – **2 балла**, не выполнено – **0 баллов**.

2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

Компетентностно-ориентированная задача №1

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

Компенентностно-ориентированная задача №2

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Найти точку рыночного равновесия.

б) Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

Компенентностно-ориентированная задача №3

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?

б) Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

Компенентностно-ориентированная задача №4

В прошлом году средняя цена данного товара была 15 денежных единиц, а в настоящем году – 18 денежных единиц. Найти зависимость $P = f(n)$ цены товара P от номера года n при условии, что тенденция роста сохраниться, то есть цена будет увеличиваться на одно и то же число. Составить прогноз средней цены на три года вперед.

Компенентностно-ориентированная задача №5

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x –

количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №6

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №7

Зависимость количества Q (в шт., $0 \leq Q \leq 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. ($0 < t < 15\,000$) с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компенентностно-ориентированная задача №8

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

Компенентностно-ориентированная задача №9

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №10

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №11

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены

продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить участки роста и убывания прибыли при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №12

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №13

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$, где x – доля населения, y – доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

Компенентностно-ориентированная задача №14

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно k_1 и k_2 . Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

Компенентностно-ориентированная задача №15

Найти выражение объёма реализованной продукции $Q = Q(t)$ и его значение при $t = 2$, если известно, что продукция продаётся на конкурентном рынке по цене $P(Q) = 3 - 2Q$, норма акселерации $\frac{1}{l} = 1,5$, норма инвестиций $m = 0,6$, $P(0) = 1$.

Пояснение: полученный на момент времени t доход составит $R(Q) = Q \cdot P(Q)$, часть которого, равная $I(t) = m \cdot P(Q) \cdot Q$, инвестируется в производство при норме инвестиции m . В результате расширения производства (предполагается полная реализация производимой продукции) будет получен прирост дохода, часть которого опять инвестируется для расширения выпуска продукции. Это приведет к росту скорости выпуска (акселерации), причём скорость выпуска пропорциональна увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности l , т.е. $Q'(t) = l \cdot I(t)$, где l^{-1} – норма акселерации.

Компенентностно-ориентированная задача №16

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение x единиц первого товара и y единиц второго товара. Заданы функция полезности $u(x, y) = 0,5 \cdot \ln(x - 2) + 2 \ln(y - 1)$ и цены $P_1 = 0,2$ и $P_2 = 4$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

Компенентностно-ориентированная задача №17

Вычислить на сколько процентов приближённо изменится спрос, описываемый функцией $D = e^{-\sqrt{n+P^2}}$, где n – число производителей товара, P – цена товара, если число производителей товара уменьшится на 1%, а цена возрастёт на 1%. На рынке имеется 7 производителей, цена товара составляет 3 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №18

Данные о росте индекса Доу-Джонса и росте цены акций (усл. ед.) приведены в таблице:

| | | | | | | | |
|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 2,0 | 2,5 | 3,0 | 3,1 | 3,5 | 3,7 | 4,3 |
| y (усл. ед.) | 4,3 | 4,6 | 4,7 | 4,7 | 4,9 | 5,1 | 4,6 |

Методом наименьших квадратов найти зависимость вида $y = ax + b$ между ростом цены акций y и ростом индекса x . Вычислить рост цены акции при росте индекса, равном 2,6.

Компенентностно-ориентированная задача №19

Кооператив открывает линию по производству жестяных консервных банок объемом 0,25 литра для последующей расфасовки в них консервированного горошка. В качестве инженера-экономиста рассчитайте такие радиус основания x и высоту y консервной банки, чтобы на ее изготовление потребовалось минимум материала. Напомним, что $1 \text{ л} = 1000 \text{ см}^3$.

Компенентностно-ориентированная задача №20

В таблице приведены данные численности занятого населения (x , млн.) и валового выпуска продукции (y , у.е.).

| | | | | | | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| x_i | 80 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 88 | 89 | 90 | 91 |
| y_i | 32 | 34 | 35 | 36 | 36 | 37 | 38 | 40 | 39 | 40 |

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать валовой выпуск продукции в случае, если занятое население увеличится на 10% по сравнению с последними данными (90 млн.)

Компенентностно-ориентированная задача №21

Торговое предприятие имеет сеть, состоящую из 10 магазинов, информация о деятельности которых: годовой товарооборот (y , млн. руб.) и торговая площадь (x , тыс. м²) представлена в таблице.

| | | | | | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| x_i | 0,24 | 0,41 | 0,55 | 0,58 | 0,78 | 0,94 | 0,98 | 1,21 | 1,28 | 1,32 |
| y_i | 19,8 | 38,1 | 41,0 | 43,1 | 56,3 | 68,5 | 75,0 | 89,1 | 91,1 | 91,3 |

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать годовой товарооборот в случае, если торговая площадь составит ровно 1 тыс. м².

Компенентностно-ориентированная задача №22

В таблице приведены данные о росте объема выручки (y , тыс. у.е.) косметической компании в зависимости от числа клиентов (x).

| | | | | | | | | | | |
|----------------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| x_i | 900 | 950 | 1000 | 1040 | 1080 | 1100 | 1120 | 1130 | 1135 | 1140 |
| $y_i \cdot 10$ | 992 | 1101 | 1203 | 1289 | 1381 | 1432 | 1478 | 1505 | 1514 | 1530 |

В предположении, что между x и y существует квадратичная зависимость, определить параметры регрессии $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать объем выручки, если число клиентов достигнет 1150 человек.

Компенентностно-ориентированная задача №23

В таблице приведены данные о показателях конкуренции (x) и средневзвешенные по частоте упоминания количества патентов (y).

| | | | | | | | | | | |
|-------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| x_i | 0,9 | 0,91 | 0,92 | 0,93 | 0,94 | 0,95 | 0,96 | 0,97 | 0,98 | 0,9 |
| y_i | 4,5 | 4,8 | 5,3 | 5,9 | 6,1 | 6,4 | 6,1 | 5,4 | 4,8 | 4,3 |

В предположении, что между x и y существует квадратичная зависимость, определить параметры регрессии $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать количество патентов в случае, если показатель конкуренции составит 1.

Компенентностно-ориентированная задача №24

Найти момент инерции квадратной пластины $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq a$ относительно оси Oy .

Компенентностно-ориентированная задача №25

Определить массу круглой пластины радиуса R с центром в начале координат, если поверхностная плотность материала пластины в точке $M(x; y)$ равна $\rho(x, y) = k\sqrt{x^2 + y^2}$.

Компенентностно-ориентированная задача 265

Найти массу пластины, ограниченной кривыми $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, если её плотность равна $\rho(x, y) = x + 2y$.

Компенентностно-ориентированная задача №27

Найти значение цены $p(t)$, при котором достигается равновесное состояние рынка, заключающееся в равенстве спроса $d(t)$ и предложения $s(t)$, если $d(t) = 3p'' - p' - 2p + 18$, $s(t) = 4p'' + p' + 3p + 3$.

Компенентностно-ориентированная задача №28

Пирамида Хеопса представляет собой правильную четырёхугольную пирамиду высотой 146,6 м, а в основании которой - квадрат со стороной 232 м. Она построена из камня, плотность которого 2,5 г/см³. Найдите работу, затраченную при постройке (учитывая лишь подъем).

Компенентностно-ориентированная задача №29

Зависимость суточного удоя y в литрах от возраста коров x в годах определяется уравнением $y(x) = -9,53 + 6,86x - 0,49x^2$, где $x > 2$. Найдите возраст дойных коров, при котором суточный удой будет наибольшим.

Компенентностно-ориентированная задача №30

Реакция организма на введённое лекарство может выражаться в повышении кровяного давления, уменьшении температуры тела, изменении пульса или других физиологических показателей. Степень реакции зависит от назначенного лекарства, его дозы. Предположим, что x обозначает дозу назначенного лекарства, а степень реакции y описывается функцией $f(x) = x^2(a - x)$, где a – некоторая положительная постоянная. При каком значении x реакция максимальна?

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

| <i>Сумма баллов по 100-балльной шкале</i> | <i>Оценка по 5-балльной шкале</i> |
|---|-----------------------------------|
| 100–85 | отлично |
| 84–70 | хорошо |
| 69–50 | удовлетворительно |
| 49 и менее | неудовлетворительно |

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно

правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.