МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_________ О.Г. Локтионова
«18» 04 _________ 2024 г.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические рекомендации
к выполнению практических заданий по дисциплине
«Теория вероятностей и математическая статистика»
для направления подготовки
ОПОП ВО 39.03.01 Социология
шифр и наименование направления подготовки (специальности)
направленность (профиль)
«Социология маркетинга и управление организацией»
наименование направленности (профиля, специализации)

ОПОП ВО с присвоением двух квалификаций одного уровня высшего образования

Курск 2024

УДК 51

Составитель: Т.В. Шевцова

Рецензент
Кандидат технических наук,
доцент кафедры высшей математики
О.А. Бредихина

Теория вероятностей и математическая статистика: методические указания к выполнению практических заданий по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для направления подготовки ОПОП ВО 39.03.01 Социология направленность (профиль) «Социология маркетинга и управление организацией»/ Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Т.В. Шевцова – Курск, 2024. – 20 с.

В методических указаниях имеется список изучаемых разделов, тематическое планирование практических занятий, шкала и критерии оценивания практических заданий для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации, список рекомендуемой литературы, приводятся примеры типовых заданий для проведения промежуточной аттестации и текущего контроля успеваемости. В указаниях также даны примеры выполнения наиболее трудных заданий.

Методические указания соответствуют требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования для направления подготовки ОПОП ВО 39.03.01 Социология направленность (профиль) «Социология маркетинга и управление организацией».

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 18.04.24 Формат 60x84 1/16.
Усл. печ. л. 1,16. Уч.-изд. л. 1,05.Тираж 100 экз. Заказ 266. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Цель дисциплины: Формирование профессиональных знаний теории вероятностей и математической статистики, под которыми понимается готовность и способность личности использовать в профессиональной деятельности приобретённую совокупность знаний, умений и навыков математики.

Планируемые результаты освоения основной профессиональной образовательной программы (компетенции, закрепленные за дисциплиной)

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

> УК-1.3 Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов;
>
> УК-1.4 При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы, в том числе с применением философского понятийного аппарата.

УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений

> УК-2.5 Оценивает решение поставленных задач в зоне своей ответственности в соответствии с запланированными результатами контроля, при необходимости корректирует способы решения задач.

Разделы, изучаемые в курсе «Теория вероятностей и математическая статистика» представлены в табл. 1.

Таблица 1

№	Раздел (тема) дисциплины
1	Случайные события
2	Повторные испытания.
3	Случайные величины
4	Математическая статистика

Темы практических занятий представлены в табл. 2.

Таблица 2

№	Наименование практического занятия
1	2
1	Элементы комбинаторики
2	Классический подход к определению вероятности
3	Геометрический подход к определению вероятности
4	Сложение и умножение вероятностей
5	Формула полной вероятности. Формула Байеса
6	Повторные испытания. Схема Бернулли
7	Повторные испытания. Приближенные вычисления
8	Дискретные случайные величины
9	Непрерывные случайные величины
10	Законы распределения случайных величин
11	Выборочный метод. Точечные оценки
12	Интервальные оценки параметров распределения
13	Проверка статистических гипотез
14	Корреляционный и регрессионный анализ

Рабочая программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предусматривает для проведения текущего контроля успеваемости выполнение четырех работ, называемых далее Т 1, Т 2, Т 3, Т 4.

Шкала оценивания - 10-ти балльная для каждой работы.

Критерии оценивания:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Применяется шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

9, 10 баллов соответствуют оценке «отлично»;

7, 8 баллов – оценке «хорошо»;

5, 6 баллов – оценке «удовлетворительно»;

4 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».

Для проверки знаний используются вопросы и задания в различных формах:

– закрытой (с выбором одного или нескольких правильных ответов),
– открытой (необходимо вписать правильный ответ),
– на установление соответствия,
– на установление правильной последовательности.

ПРИМЕРЫ ТИПОВЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Задания в закрытой форме:

Если событие А исключает появление события В, то такие события называются

1) несовместными 2) независимыми 3) противоположными

4) совместными 5) равновозможными

Задание в открытой форме:

В шахматном турнире участвуют N + 5 школьников и N + 15 студентов. Сколькими способами могут распределиться три призовых места, занятые в турнире, если никакие два участника не набрали одинаковое количество очков?

Задание на установление соответствия:

невозможное	событие, которое всегда происходит в условиях опыта
случайное	событие, которое никогда не происходит в условия опыта
достоверное	событие, которое происходит только тогда, когда исходное событие не происходит
противоположное	событие, которое может произойти, а может и не произойти в условиях опыта

Задание на установление правильной последовательности:

Порядок действий при доказательстве теоремы о вероятности совместного появления двух событий.

1 шаг	Вывод выражения вероятности совместного появления двух событий
2 шаг	Формулировка теоремы
3 шаг	Запись формулы сложения вероятностей несовместных событий

Компетентностно-ориентированная задача:

Сформирован месячный массив данных измерений напряжения в узле. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении ГС измерений напряжения, если известны эмпирические и теоретические частоты.

Исходные данные

Эмпирические частоты	6	13	38	74	106	85	30	14
Теоретические частоты	6	14	42	82	99	76	37	13

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

Т 1 *«Случайные события»*

1. Если события А и В несовместны, то произведение этих событий
   1) является достоверным событием
   2) является невозможным событием
   3) совпадает с событием А
   4) совпадает с событием В.

2. Количество трехзначных чисел, которые можно составить из четных цифр, равно…

3. Количество способов, которыми можно расставить в ряд пять музейных экспонатов, равно…

4. На площадку, покрытую кафельной плиткой в виде квадрата со стороной $a = 6$ см, случайно падает монета радиуса $r = 2$ см. Вероятность того, что монета целиком окажется внутри квадрата, равна

   1) $\frac{\pi}{2}$ 2) $\frac{\pi}{3}$ 3) $\frac{\pi}{9}$ 4) $\frac{\pi}{6}$ 5) $\frac{\pi}{18}$

5. Формула для вычисления вероятности события «при выборе 4 мячей из 7 красных и 5 синих выберут 4 синих» имеет вид

1) $\frac{C_{12}^4}{C_5^4}$ 2) $\frac{C_4^5}{C_4^{12}}$ 3) $\frac{C_5^4}{C_{12}^4}$ 4) $\frac{C_{12}^4}{C_{12}^5}$ 5) $\frac{4}{C_{12}^4}$

6. Установить верную последовательность действий, при решении следующей задачи.

Наудачу взяты два положительных числа X и Y, каждое из которых не превышает единицы. Найти вероятность того, что сумма X+Y не превышает единицы, а произведение XY не меньше 0,09.

1) Построить область, соответствующую системе неравенств $\begin{cases} X+Y \le 1, \\ XY \ge 0{,}09 \end{cases}$

2) Вычислить $\frac{mes\ g}{mes\ G}$

3) Построить область, соответствующую неравенствам $0 \le X \le 1$, $0 \le Y \le 1$

4) Вычислить площади областей g и G

Замечание: сначала строится область G, затем – область g.

7. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,1 независимо от другого автомата. Вероятность того, что оба автомата исправны, равна …

8. В урне 5 белых шаров и 3 черных. Вероятность события: второй раз извлекут черный шар, если первый раз извлекли белый шар:

1) 3/4; 2) 3/8; 3) 1/2; 4) 3/7

9. В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады, равна 0,7, для второй – 0,8. Взятая наугад единица продукции оказалась нестандартной. Вероятность, что она из второй бригады, равна

1) ≈0,18 2) 0,725 3) 0,276 4) 0,275 5) 0,56

10. Установите соответствие между формулами теории вероятностей и их названиями.

1) $P(A) = \frac{m}{n}$ 2) $P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1$ 3) $P(A) = P(B_1) \cdot P(A\|B_1) + \dots$ $\dots + P(B_2) \cdot P(A\|B_2) + \dots +$ $+ P(B_n) \cdot P(A\|B_n)$ 4) $P(B_i\|A) = \frac{P(B_i) \cdot P(A\|B_i)}{P(A)}$	а) формула полной вероятности б) формула классической вероятности в) формула Байеса г) формула вероятности полной группы событий д) формула Бернулли

Т 2 *«Повторные испытания»*

1. Задачи, для решения которых может быть использована формула Бернулли:

1) В магазин зашли три женщины. Вероятность того, что каждая из них что-то купит, равна 0,7. Найти вероятность того, что только две из них что-то купят.

2) В магазин зашли три женщины. Вероятность того, что первая что-то купит, равна 0,8, что вторая – 0,5, что третья – 0,9. Найти вероятность того, что только две из них что-то купят.

3) Женщина зашла в три разных магазина. Вероятность того, что она купит хоть что-то в каждом из них равна 0,7. Найти вероятность того, что она купит что-то только в одном магазине.

4) Женщина зашла в три разных магазина. Вероятность того, что она купит хоть что-то в первом магазине равна 0,7, во втором – 0,9, в третьем – 0,5. Найти вероятность того, что она купит что-то только в одном магазине.

2. Орудие производит 4 независимых выстрела по цели. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,6. Вероятность того, что мишень будет поражена более 2 раз, равна

1) 0,3174 2) 0,6544 3) 0,3456 4) 0,4752

3. Вероятность того, что саженец не погибнет из-за внезапного мороза, равна 0,6. Вероятность того, что из четырех саженцев погибнут только два, равна…

4. Формула, по которой можно найти вероятность того, что в n независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна p, событие наступит ровно k раз.

1) $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ 2) $P_n(k) = p^k q^{n-k}$

3) $P_n(k) = p^{n-k} q^k$ 4) $P_n(k) = C_n^k p^{n-k} q^k$

5. Монета подбрасывается 4 раза. Вероятность того, что решка выпадет более 3 раз, равна…

6. Данные длительной проверки качества выпускаемых стандартных деталей показали, что в среднем брак составляет 7,5%. Наиболее вероятное число вполне исправных деталей в партии из 39 штук равно …

7. Определите последовательность получения чисел при вычислении вероятности того, что среди 100 новорождённых окажется 50 мальчиков, если вероятность рождения мальчика равна 0,51. Предложен следующий порядок

вычислений: а) p; б) q; в) x; г) $\varphi(x)$; д) $P_{100}(50)$. Ответ представить в виде, например, 34521.

1) –0,20
2) 0,49
3) 0,3910
4) 0,51
5) 0,0782

8. Вероятность появления события в каждом из 900 независимых испытаний равна 0,5. Вероятность того, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,01, равна …

9. Установить соответствие между условием задачи и способом ее решения.

1) Если вероятность наступления события А в каждом испытании равна 0,003, то для нахождения вероятности того, что событие А наступит 2 раза в 1000 испытаниях, вы воспользуетесь 2) Если вероятность наступления события А в каждом испытании равна 0,25, то для нахождения вероятности того, что событие А наступит от 215 до 300 раз в 1000 испытаниях, вы воспользуетесь 3) Если вероятность промышленного содержания металла в каждой пробе постоянна и равна 0,7, то для нахождения вероятности того, что среди 400 проб руды окажется 275 проб с промышленным содержанием металла, вы воспользуетесь 4) Для нахождения вероятности того, что в семье с восемью детьми будет два сына, вы воспользуетесь	а) формулой Бернулли б) формулой Пуассона в) локальной теоремой Муавра-Лапласа г) интегральной теоремой Муавра-Лапласа д) формулой полной вероятности

10. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,5. Число испытаний, при котором с вероятностью 0,7698 можно ожидать, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,02, равно …

Т 3 *«Случайные величины»*

1. Дискретными случайными величинами являются

1) ошибка округления при взвешивании, если цена деления весов 0,1 грамм
2) отметка, полученная на экзамене

3) время ожидания автобуса, если автобусы ходят с интервалом 10 минут

4) длина детали, помещаемой в кольцевидное отверстие размером 3 – 5 мм

5) количество попаданий в корзину при трехкратном бросании мяча

2. Вероятность того, что дискретная случайная величина ξ – число раз выпадения герба при трехкратном подбрасывании монеты, примет значение 3, равна

1) 3/8 2) 1/3 3) 1/8 4) 2/9

3. Способы задания дискретной случайной величины

1) функцией распределения вероятности

2) плотностью распределения вероятности

3) законом распределения

4) математическим ожиданием

4. Плотностью распределения вероятностей непрерывной случайной величины является

1) $f(x) = F^{/}(x)$

2) $f(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} F(x)\,dx$

3) $f(x) = P(\xi < x)$

4) $f(x) = P(\xi = x)$

5. Дан закон распределения случайной величины ξ.

x_i	1	2	3
p_i	0,3	0,6	0,1

Математическое ожидание случайной величины равно…

6. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения

x_i	1	2	3	4
p_i	0,1	0,1	0,6	0,2

Дисперсия случайной величины равна…

7. Дискретная случайная величина ξ задана функцией распределения вероятностей:

$$F(x)=\begin{cases}0, & если\ x\le 1,\\ 0{,}3, & если\ 1<x\le 2,\\ 0{,}5, & если\ 2<x\le 3,\\ 0{,}8, & если\ 3<x\le 4,\\ 0{,}9, & если\ 4<x\le 5,\\ 1, & если\ x>5.\end{cases}$$

Вероятность того, что $\xi<4$, равна…

8. Установить соответствие между случайной величиной и законом распределения.

1) Точка С делит отрезок АВ в отношении 2:1. Наудачу на отрезок АВ бросаются 4 точки. Случайная величина ξ – число точек, попавших на отрезок АС 2) Случайная величина ξ – ошибка измерительного прибора длины некоторого изделия 3) 400 изделий проходят контроль. Вероятность того, что изделие браковано, равна 0,001. Случайная величина ξ − число бракованных изделий 4) Вероятность попадания в цель 0,1. Случайная величина ξ − число выстрелов до первого попадания	а) Биномиальное распределение дискретной случайной величины б) Распределение Пуассона дискретной случайной величины в) Нормальное (гауссовское) распределение непрерывной случайной величины г) Геометрическое распределение дискретной случайной величины д) Показательное (экспоненциальное) распределение непрерывной случайной величины

9. Условие нормировки для непрерывной случайной величины

1) $\sum_i x_i p_i = 1$ 2) $\sum_i p_i = 1$ 3) $\int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx = 1$ 4) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx = 1$

10. Установить последовательность действий для вычисления дисперсии случайной величины ξ, если ξ задана законом распределения

x_i	2	4	5
p_i	p_1	0,5	0,3

1) Вычислить $M(\xi)$
2) Вычислить $M(\xi^2)$
3) Вычислить $M(\xi^2) - M^2(\xi)$
4) Найти вероятность того, что ξ примет значение 2

Т 4 «Математическая статистика»

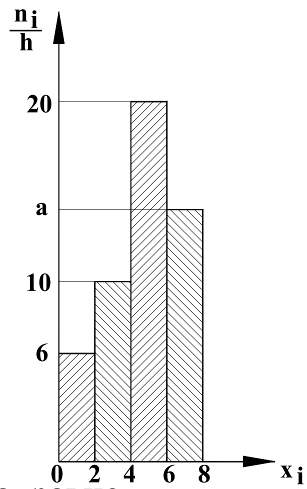
1. Интервальный вариационный ряд графически можно изобразить
1) полигоном 2) гистограммой 3) кумулятивной кривой

2. Статистическое распределение выборки имеет вид

$x_i - x_{i+1}$	0-1,5	1,5-3,0	3,0-4,5	4,5-6,0	6,0-7,5
n_i	10	32	60	28	20

Объем выборки равен ….

3. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n = 100, гистограмма частот которой изображена на рисунке.



Значение параметра а, равно…

4. Из генеральной совокупности извлечена выборка.

x_i	3	5	9
n_i	2	7	1

Несмещенная оценка математического ожидания, равна …

5.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ

Расположите последовательность действий при построении интервального вариационного ряда по данным выборки	1) составление таблицы, в которой в первой строке формируются границы интервалов, а число во второй строке – это общая сумма частоты встреч всех чисел дискретного ряда, попадающих в соответствующий интервал 2) формирование шкалы интервалов 3) нахождение величины интервала 4) построение дискретного вариационного ряда	

6. Дан доверительный интервал (13,5; 17,3) для оценки математического ожидания нормально распределённого количественного признака. Точность этой оценки равна…

7. Для вариационного ряда 4, 5, 5, 6, 10 вычислены числовые характеристики. Установите соответствие между их названиями и значениями.

1) 4 2) 33,2 3) 5,6 4) 5	а) мода б) среднее квадратическое в) среднее арифметическое г) дисперсия д) размах

8. Дан доверительный интервал (13,5; 17,3) для оценки математического ожидания нормально распределённого количественного признака. Точечная оценка математического ожидания равна …

9. Основная гипотеза имеет вид $H_0\colon a = 20$. Тогда конкурирующей может явится гипотеза

1) $H_1\colon a \geq 19$ 2) $H_1\colon a > 18$ 3) $H_1\colon a \neq 20$

4) $H_1\colon a \leq 21$ 5) $H_1\colon a < 21$

10. Левосторонняя критическая область может определяться из соотношения

1) $P(K > 2{,}2) = 0{,}05$ 2) $P(K < -2{,}2) = 0{,}05$

3) $P(K < -2{,}2) + P(K > 2{,}2) = 0{,}05$ 4) $P(-2{,}2 < K < 2{,}2) = 0{,}95$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

№ 1.

В коробке 12 деталей, причём 8 из них стандартные. Наудачу извлечены 3 детали. Найти вероятность события A – все три стандартные.

Решение:

Рассмотрим множество всех деталей X, состоящее из 12 элементов:

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}.$$

Пространство элементарных событий Ω состоит из всевозможных выборов из 12 деталей по 3:

$$\Omega = \{\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, ..., \{10, 11, 12\}\}.$$

Определим общее число n элементарных исходов и число исходов, благоприятных указанным событиям.

Общее число элементарных исходов равно числу способов, которыми можно извлечь 3 детали из 12, то есть равно числу сочетаний из 12 по 3:

$$n = C_{12}^{3}.$$

Так как это число конечно и все исходы равновероятны, то имеет место классическая схема определения вероятности.

Определим вероятность события A.

Число исходов, благоприятных событию A, равно числу способов, которыми можно три детали извлечь из восьми стандартных, то есть равно числу сочетаний из 8 по 3 (C_8^3), следовательно,

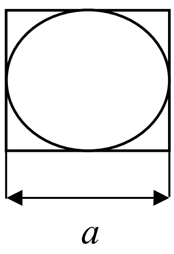
$$P(A) = \frac{C_8^3}{C_{12}^3} = \frac{\dfrac{8!}{3!\cdot(8-3)!}}{\dfrac{12!}{3!\cdot(12-3)!}} = \frac{8!\cdot 3!\cdot 9!}{3!\cdot 5!\cdot 12!} = \frac{8!\cdot 9!}{5!\cdot 12!} = \frac{5!\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9!}{5!\cdot 9!\cdot 10\cdot 11\cdot 12} = \frac{6\cdot 7\cdot 8}{10\cdot 11\cdot 12} = \frac{14}{55}.$$

№ 2.

В квадрат со стороной a вписан круг. Найти вероятность события A – точка, наудачу брошенная в квадрат, попадет в круг.

Решение:

Очевидно, имеет место геометрический подход к определению вероятности, поэтому



$$P(A) = \frac{S_{круга}}{S_{квадрата}}.$$

$$S_{квадрата} = a^2,\ S_{круга} = \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2,$$ так как радиус круга $r = \frac{a}{2}$.

$$P(A) = \frac{\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2}{a^2} = \frac{\pi a^2}{4a^2} = \frac{\pi}{4}.$$

№ 3.

В корзине 4 синих и 3 красных шара. Два раза подряд наудачу вытаскивается шар. Найти вероятности следующих событий, если известно, что шары извлекаются без возвращения в корзину:

1) второй раз вытащен синий шар, если первый раз вытащили красный шар;

2) второй раз вытащен синий шар, если первый раз вытащили синий шар.

Решение:

Введем события:

A_1 – первый раз вытащили синий шар, тогда $\overline{A_1}$ – первый раз вытащили красный шар,

A_2 – второй раз вытащили синий шар, тогда $\overline{A_2}$ – второй раз вытащили красный шар,

1) Всего шаров 7: 4 синих и 3 красных. Если первый раз вытащили красный шар, то осталось 6 шаров: 4 синих и 2 красных. Следовательно, вероятность того, что второй раз вытащили синий шар

$$P(A_2|\overline{A_1}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

2) Если первый раз вытащили синий шар, то осталось 6 шаров: 3 синих и 3 красных. Следовательно, вероятность того, что второй раз вытащили синий шар:

$$P(A_2|A_1) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

№ 4.

Два работника изготавливают одинаковые детали. Более опытный изготавливает 0,6 всех деталей, менее опытный изготавливает 0,4 всех деталей. Вероятность того, что деталь будет исправна, если ее выполнил более опытный работник 0,95. Вероятность того, что деталь будет исправна, если ее выполнил менее опытный работник 0,85. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь оказалась исправной.

Решение:

Введем гипотезы:

H_1 − деталь сделана более опытным работником,

H_2 −деталь сделана менее опытным работником.

$P(H_1)=0,6$,

$P(H_2)=0,4$.

Введем событие A − извлеченная наудачу деталь исправна.

Вероятность того, что деталь исправна, если сделана более опытным работником, равна

$$P(A|H_1)=0,95.$$

Вероятность того, что деталь исправна, если сделана менее опытным работником, равна

$$P(A|H_2)=0,85.$$

Искомая вероятность $P(A)$ по формуле полной вероятности равна:

$$P(A)= P(H_1)\cdot P(A|H_1)+P(H_2)\cdot P(A|H_2)=0,6\cdot 0,95+0,4\cdot 0,85=0,91.$$

№ 5.

По условию задачи № 4 найти вероятность того, что деталь была сделана более опытным работником.

Решение:

Требуется найти условную вероятность того, что деталь сделана более опытным рабочим при условии, что она исправна, то есть требуется найти вероятность $P(H_1|A)$.

Воспользуемся формулой Байеса:

$$P(H_1|\,A)=\frac{P(H_1)\cdot P(A|H_1)}{P(A)}.$$

$$P(H_1|\,A)=\frac{0,6\cdot 0,95}{0,91}=\frac{57}{91}\approx 0,63.$$

№ 6.

Найти вероятность того, что событие A, вероятность которого в каждом испытании равна 0,6, появится в пяти независимых испытаниях ровно три раза.

Решение:

Имеет место вероятностная схема Бернулли с параметрами (5; 0,6), так как проводится 5 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность наступления события A постоянна и равна 0,6.

По формуле Бернулли вероятность того, что событие A появится 3 раза, равна

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot 0{,}6^3 \cdot (1-0{,}6)^{5-3} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 0{,}216 \cdot (0{,}4)^2 = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5}{3! \cdot 2!} \cdot 0{,}216 \cdot 0{,}16 = 0{,}3456.$$

№ 7.

Найти вероятность того, что событие A, вероятность которого в каждом испытании равна 0,6, появится в пяти независимых испытаниях не менее двух раз.

Решение:

Событие, заключающееся в том, что A появится не менее двух раз в пяти независимых испытаниях, означает, что A появится два, три, четыре или пять раз, следовательно, вероятность искомого события равна:

$$P_5(2) + P_5(3) + P_5(4) + P_5(5).$$

Такой способ рассуждений очевидно приводит к громоздким вычислениям, поэтому можем решить задачу иным способом. Рассмотрим событие, противоположное событию: A появится <u>не менее</u> двух раз в пяти независимых испытаниях. Это событие заключается в том, что A появится <u>менее</u> двух раз в пяти независимых испытаниях, то есть A появится один раз или не появится вообще. Вероятность этого события равна:

$$P_5(0) + P_5(1) = C_5^0 \cdot 0{,}6^0 \cdot 0{,}4^5 + C_5^1 \cdot 0{,}6^1 \cdot 0{,}4^{5-1} = 0{,}01024 + 0{,}0768 = 0{,}08704.$$

Тогда вероятность искомого события равна:

$$1 - 0{,}08704 = 0{,}91296.$$

№ 8.

Составить закон распределения с.в. ξ − числа попаданий мяча в корзину при трех бросках, если вероятность попадания при одном броске $p = 0{,}4$.

Решение:

С.в. в. ξ − число попаданий мяча в корзину при трех бросках – дискретная с.в., так как множество ее значений $\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$ конечно.

Определим вероятность каждого значения с.в. Очевидно, имеет место вероятностная схема Бернулли с параметрами (3; 0,4), так как проводится 3 независимых испытания (броски мяча в корзину), в каждом из которых фиксируется попадание в корзину, вероятность которого $p = 0{,}4$.

$$P_3(0) = C_3^0 \cdot 0{,}4^0 \cdot 0{,}6^3 = 0{,}216.$$

$$P_3(1) = C_3^1 \cdot 0{,}4^1 \cdot 0{,}6^2 = 3 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}36 = 0{,}432.$$

$$P_3(2) = C_3^2 \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6^1 = 3 \cdot 0{,}16 \cdot 0{,}6 = 0{,}288.$$

$$P_3(3) = C_3^3 \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^0 = 0{,}064.$$

Заметим выполнимость условия нормировки:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 0{,}216 + 0{,}432 + 0{,}288 + 0{,}064 = 1.$$

Представим закон распределения в виде таблицы.

x_i	0	1	2	3
p_i	0,216	0,432	0,288	0,064

№ 9.

По условию задачи № 7 определить мат. ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение с.в. ξ.

Решение:

Математическое ожидание:

$$M(\xi)=\sum_{i=1}^{n}x_i p_i=0\cdot 0{,}216+1\cdot 0{,}432+2\cdot 0{,}288+3\cdot 0{,}064=1{,}2.$$

Для нахождения дисперсии воспользуемся формулой:

$$D(\xi)=M(\xi^2)-M^2(\xi).$$

$$M(\xi^2)=\sum_{i=1}^{n}x_i^2 p_i=0\cdot 0{,}216+1\cdot 0{,}432+4\cdot 0{,}288+9\cdot 0{,}064=2{,}16.$$

$$D(\xi)=M(\xi^2)-M^2(\xi)=2{,}16-(1{,}2)^2=2{,}16-1{,}44=0{,}72.$$

Найдем среднее квадратическое отклонение.

$$\sigma(\xi)=\sqrt{D(\xi)}=\sqrt{0{,}72}\approx 0{,}85.$$

№ 10.

Из генеральной совокупности извлечена выборка: 1, 3, 4, 2, 2, 1, 2, 2, 3, 1. Составить статистическое распределение частот и построить полигон частот.

Решение:

Статистическое распределение частот:

x_i	1	2	3	4
n_i	3	4	2	1

Построим полигон частот

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

8.1 Основная учебная литература

1. Кундышева, Е. С. Математика : учебник / Е. С. Кундышева. - 4-е изд. - Москва : Дашков и К°, 2015. - 562 с. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=452840 (дата обращения 13.10.2023) . - Режим доступа : по подписке. - Текст : электронный.

2. Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. - 4-е изд., стер. - Москва : Дашков и К°, 2021. - 472 с. - URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=684276 (дата обращения 13.10.2023) . - Режим доступа : по подписке. - Текст : электронный.

8.2 Дополнительная учебная литература

3. Теория вероятностей: учебное пособие : [для студентов техн. и экон. спец. дневной, заочной и дистан. форм обучения] / Е. В. Журавлева [и др.] ; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск : ЮЗГУ, 2015. – 175 с.- Текст : электронный

4. Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. - 10-е изд., стер. - Москва : Дашков и К°, 2021. - 432 с. - (Учебные издания для бакалавров). - URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=684406 (дата обращения 13.10.2023) . - Режим доступа : по подписке. - Текст : электронный.

8.3 Перечень методических указаний

1. Характеристики случайных процессов : индивидуальные задания и методические указания по выполнению модуля для студентов технических специальностей / Юго-Зап. гос. ун-т ; сост. Н. К. Зарубина. - Курск : ЮЗГУ, 2017. - 18 с. - Текст : электронный.

2. Повторные испытания. Случайные величины : индивидуальные задания к модулю / Юго-Зап. гос. ун-т ; сост.: Е. В. Журавлева, Е. А. Панина. - Электрон. текстовые дан. (540 КБ). - Курск : ЮЗГУ, 2019. - 54 с. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц. - Текст : электронный.

3. Элементы математической статистики : методические указания по выполнению модуля «Элементы математической статистики и корреляционного анализа» / Юго-Зап. гос. ун-т ; сост.: О. А. Бредихина, С. В. Шеставина. - Курск : ЮЗГУ, 2018. - 28 с. - Текст : электронный.

4. Теория вероятностей и математическая статистика : методические указания к выполнению практических заданий по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов очной, заочной и очно-заочной форм обучения различных направлений / Юго-Зап. гос. ун-т ; сост. Н.

А. Хохлов. - Курск : ЮЗГУ, 2022. - 18 с. - Загл. с титул. экрана. - Текст : электронный.

5. Теория вероятностей и математическая статистика : методические указания для самостоятельной работы по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов очной, заочной и очно-заочной форм обучения различных направлений / Юго-Зап. гос. ун-т ; сост. Н. А. Хохлов. - Курск : ЮЗГУ, 2022. - 10 с. - Загл. с титул. экрана. - Текст : электронный.