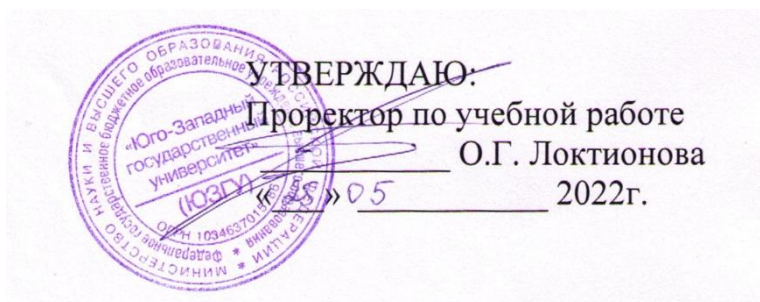


Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич  
Должность: ректор  
Дата подписания: 15.06.2024 13:12:51  
Уникальный программный ключ:  
9ba7d3e34c012eba476ffd2d064cf2781953be730df2374d16f3c0ce536ff9fc6

**МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ**  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра промышленного и гражданского строительства



**Конструкции из дерева и пластмасс**

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине  
«Конструкции из дерева и пластмасс» для студентов направления подготовки  
08.03.01

УДК 69

Составитель: А.В. Масалов

Рецензент

Кандидат экономических наук, доцент Шлеенко А.В.

**Конструкции из дерева и пластмасс:** методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Конструкции из дерева и пластмасс» для студентов направления подготовки 08.03.01/ Юго-Зап. гос. ун-т; сост. А.В. Масалов.- Курск, 2022. - 78с. - Библиогр.: с. 71.

Методические указания содержат сведения о методике расчета элементов и соединений из древесины и композиционных материалов на основе древесины, примеры расчета и задания для самостоятельного решения задач.

Содержат методические рекомендации по выполнению практических работ по дисциплине «Конструкции из дерева и пластмасс», способствующие развитию индивидуального творческого мышления у студентов, активизации учебного процесса на протяжении всего периода изучения дисциплины; организация самостоятельной и индивидуальной работы.

При составлении этих методических указаний использованы материалы, подготовленные к.т.н., доцентом кафедры ПГС ЮЗГУ А.А. Сморгочевым.

Предназначены для студентов направления подготовки 08.03.01 «Строительство».

Текст напечатается в авторской редакции.

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.

Усл. Печ. Л. 4,53. Уч.-изд. л. 4,1. Тираж 100 экз. Заказ . Бесплатно.

Юго-западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## Содержание

Введение	стр. 4
1. Общие сведения.....	5
2. Расчет элементов из древесины.....	8
2.1. Центральное растяжение.....	8
2.2. Центральное сжатие.....	14
2.3. Поперечный изгиб.....	27
2.3.1. Плоский изгиб.....	27
2.3.2. Косой изгиб.....	34
2.4. Сжатие с изгибом.....	39
2.5. Растяжение с изгибом.....	43
3. Расчет соединений.....	45
3.1. Контактные соединения.....	45
3.2. Соединения на дискретных связях.....	54
3.2.1. Соединения на цилиндрических нагелях.....	54
3.2.2. Соединения на пластинчатых нагелях.....	62
Библиографический список.....	71
Приложение. Справочный материал к расчетам элементов и соединений.....	72

## Введение

Дисциплина «Конструкции из дерева и пластмасс» (КДП) относится к циклу специальных дисциплин. Дисциплина КДП является базовой для бакалавров, обучающихся по направлению «Строительство».

Методические указания предназначены для овладения практическими методами расчета элементов, соединений и конструкций из древесины и композиционных материалов. Методические указания содержат задачи в соответствии с теоретическим курсом дисциплины, которые способствуют более полному усвоению тем этой программы.

К каждой теме практических занятий даны основные формулы и пояснения к ним, пример решения одного варианта задачи и контрольные задачи, решения которых осуществляется на практических занятиях по дисциплине КДП.

## 1. Общие сведения

Деревянные конструкции можно разделить на конструкции из цельной и клееной древесины. Для конструкций из цельной древесины используют бревна, брусья, доски, бруски, которые соединяют между собой с помощью гвоздей, болтов, нагелей, (цилиндрических и пластинчатых), скоб и т.п.

Клееные деревянные конструкции состоят из досок, склеенных по длине, высоте и, возможно, по ширине. Для склеивания используют синтетические клеи сращивая доски по длине с использованием зубчатых соединений (ЗС) и сплачивая их по высоте и по ширине.

Из древесных материалов наибольшее распространение получила фанера. Фанера получается путем склеивания нечетного числа листов березового шпона. Применяется фанера в виде листов и профилей (уголки, швеллеры, трубы).

Из пластмассовых материалов, получивших наибольшее применение в строительстве, следует отметить стеклопластики (полимер +стеклянное волокно). Древесно-слоистые пластики, стружечные плиты, винипласт, полиэтилен и др.

Потребительские свойства материалов строительных конструкций определяются их механической прочностью и деформативностью. Эквивалентом механической прочности является расчетное сопротивление, а деформативности - модули упругости и сдвига.

Древесина и пластмассы относятся к реономным материалам, прочность которых снижается в течении времени. Кроме этого на прочность материалов и конструкций в целом влияет ряд факторов:

- условия эксплуатации (температура, влажность);
- порода древесины;
- масштабный фактор (размеры конструкции);
- толщина и радиус гнутья досок;
- использование препаратов для защиты древесины от биологических вредителей (антисептики) и пожарной опасности (антипирены).

Учет факторов (частично или полностью) осуществляется путем умножения расчетного сопротивления на коэффициенты условий работы согласно СП 64.13330.2017 [1] и приложению настоящих указаний.

Модуль упругости  $E_x$  и сдвига  $G_{xy}$  для древесины всех пород принимают равным соответственно  $10^4$  МПа и 500 МПа.

При расчете конструкций принятые размеры сечений должны удовлетворять условиям прочности, устойчивости (формы и положения) и деформативности (прогибам).

Соответствующие условия прочности (расчет по первой группе предельных состояний) записываются в следующем виде:

- условие прочности по нормальным напряжениям

$$\sigma \leq R_{и}^A m_{дл} \Pi m_i / \gamma_n, \quad (1.1)$$

здесь  $\sigma$  - нормальное напряжение при растяжении, сжатии, изгибе в расчетном сечении;

- условие устойчивости плоской формы деформирования

$$\sigma \leq \varphi_m \cdot R_{и}^A m_{дл} \Pi m_i / \gamma_n, \quad (1.2)$$

здесь  $\varphi_m$  - коэффициент устойчивости плоской формы деформирования

$$\varphi_m = 140 \frac{b^2}{l_p \cdot h} \cdot k_\phi \cdot k_{пм}; \quad (1.3)$$

- условие устойчивости положения

$$\sigma_c \leq \varphi \cdot R_c^A m_{дл} \Pi m_i / \gamma_n, \quad (1.4)$$

здесь  $\varphi$  - коэффициент устойчивости

для древесины:

$$\text{при } \lambda \geq 70 \quad \varphi = 3000 / \lambda^2; \quad (1.5)$$

$$\text{при } \lambda < 70 \quad \varphi = 1 - 0,8 \cdot (\lambda / 100)^2; \quad (1.6)$$

- условие прочности по касательным напряжениям

$$\tau \leq R_{ск}^A \cdot m_{дл} \Pi m_i / \gamma_n, \quad (1.7)$$

здесь  $\tau$  - касательное напряжение;  $R_{ск}^A$  - кратковременное расчетное сопротивление скалыванию.

Расчет по второй группе предельных состояний заключается в определении прогиба и сравнении его с нормативным.

Соответствующее условие записывается в следующем виде:

$$f \leq [f], \quad (18)$$

здесь  $f$  - прогиб балки с учетом влияния деформаций сдвига:

$$f = \frac{f_0}{k} \cdot \left[ 1 + c \cdot \frac{h^2}{b^2} \right], \quad (1.9)$$

где  $f_0$  – прогиб от изгибающего момента без учёта деформаций сдвига;

$k$  - коэффициент, учитывающий влияние переменности высоты сечения, принимаемый равным 1 для балок постоянного сечения;

$c$  - коэффициент, учитывающий влияние деформаций сдвига от поперечной силы;

$h$ - наибольшая высота сечения;

$c$  – коэффициент, учитывающий дополнительный прогиб от деформаций сдвига.

Размеры сечений элементов деревянных конструкций назначают в соответствии с сортаментом согласно ГОСТ 8486-86.

## 2. Расчет элементов из древесины

### 2.1. Центральное растяжение

Расчет растянутых элементов производится на прочность по формуле

$$\sigma_p = N/A_{\text{нт}} \leq m_0 \cdot R_p^A m_{\text{дл}} \cdot \text{П}m_i, \quad (2.1)$$

где  $N$  - усилие в элементе;  $A_{\text{нт}}$  - площадь нетто ослабленного сечения;  $m_0 = 0,8$  - коэффициент учитывающий наличие ослаблений;  $R_p^A$  - кратковременное расчетное сопротивление древесины растяжению.

Ослабления, расположенные на участке в 200мм, считаются совмещенными в одном сечении.

При заданных параметрах сечения элемента можно определить его несущую способность по формуле:

$$[N] = A_{\text{нт}} \cdot m_0 \cdot R_p^A m_{\text{дл}} \cdot \text{П}m_i. \quad (2.2)$$

**Задача 2.1.** Определить несущую способность растянутого элемента (рис. 2.1.). Исходные данные приведены в таблице 2.1.

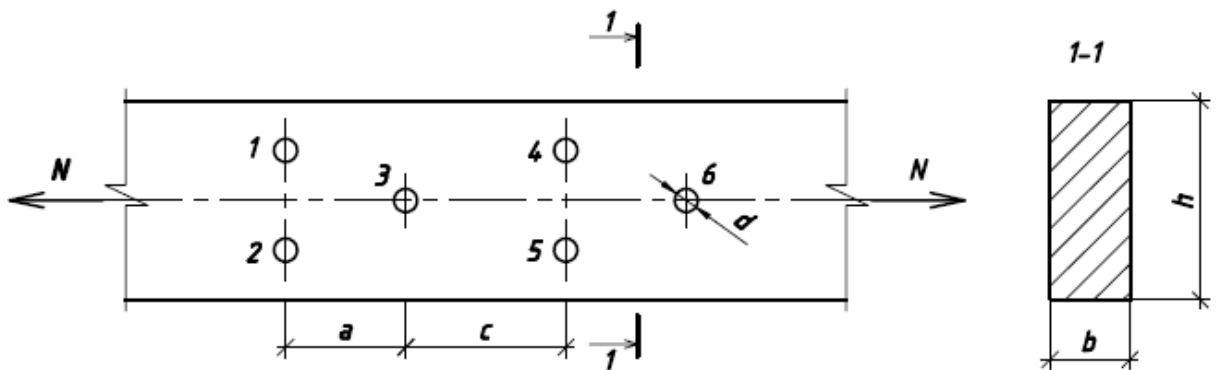


Рис. 2.1. Растянутый элемент (вариант 1)



Исходные данные к задаче 2.1. Таблица 2.1.

№ варианта	Исходные данные									
	h, мм	b, мм	a, мм	c, мм	d, мм	Материал	Условия эксплуатации	Сорт древесины	Температура, °С	$\gamma_n$
1	200	150	120	300	16	лиственница	1	1	35	,9
2	225	125	250	250	18	сосна	2	2	32	,85
3	250	150	225	150	14	ель	3	1	33	,85
4	275	100	250	120	20	береза	1	1	36	,0
5	175	100	300	100	12	пихта	2	1	44	,1
6	175	150	250	300	16	дуб	2	2	40	,1

№ варианта	Исходные данные									
	h, мм	b, мм	a, мм	c, мм	d, мм	Материал	Условия эксплуатации	Сорт древесин ы	Температур а, °С	$\gamma_n$
7	200	125	300	250	18	ясень	1	2	42	,0
8	225	150	300	150	12	кедр	1	1	50	,0
9	250	100	350	300	22	вяз	2	1	47	,85
10	250	125	120	250	16	клен	3	2	45	,1

Решение задачи 2.1. (вариант 1 из табл. 2.1.)

Несущую способность элемента при заданных условиях задачи вычислим по формуле:

$$[N] = (A_{нт} \cdot m_0 \cdot m_{п} \cdot m_{в} \cdot m_{т} \cdot R_p^A m_{дл}) / \gamma_n. \quad (2.3)$$

Коэффициенты  $m_0, m_{п}, m_{в}, m_{т}$ , - берем по таблицам СП 64.13330.2017,  $R_p^A = 15$  МПа - расчетное сопротивление древесины сосны 1 сорта (СП 64.13330.2017).  $m_{дл} = 0,66$  - коэффициент длительной прочности примем как для режима нагружения В.

Для определения  $A_{нт}$  берем участок с наибольшими ослаблениями. Это участок с отверстиями 1, 2 и 3.

Отсюда  $A_{нт} = b \cdot h - 3 \cdot d \cdot b = 15 \cdot 20 - 3 \cdot 1,6 \cdot 15 = 228$  (см<sup>2</sup>).

Несущая способность элемента равна

$$[N] = (228 \cdot 0,8 \cdot 1,2 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 150 \cdot 0,66 / 0,9) \cdot 10^{-2} = 243,20 \text{ (кН)}.$$

**Задача 2.2.** Проверить несущую способность растянутого элемента (рис. 2.2.). Исходные данные приведены в табл. 2.2.

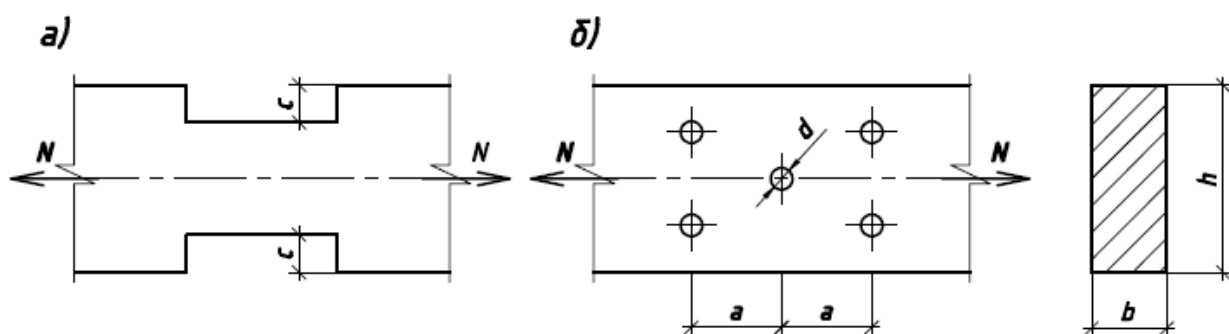


Рис. 2.2. Растянутые элементы с врезкой (а) и отверстиями (б)

Исходные данные к задаче 2.2.

Таблица 2.2.

№ варианта	Исходные данные											
	N, кН	h, мм	b, мм	a, мм	c, мм	d, мм	Материал	Условия эксплуатации	Сорт	№ схемы по рис.	Температура, °С	$\gamma_n$
1	60	100	100	-	10	-	сосна	1	1	а	30	0,95
2	70	125	100	250	-	10	ель	3	2	б	40	0,85
3	80	150	100	-	15	-	пихта	3	1	а	-	1
4	90	175	150	175	-	16	кедр	1	2	б	-	1
5	100	200	150	-	20	-	лиственница	2	1	а	-	1
6					-	18	сосна	2	2	б	-	0,85

№ варианта	Исходные данные											
	N, кН	h, мм	b, мм	a, мм	c, мм	d, мм	Материал	Условия эксплуатации	Сорт	№ схемы по рис.	Температура, °С	$\gamma_n$
	110	225	150	250								
7	120	250	150	-	25	-	пихта	1	1	а	-	1,1
8	130	225	125	150	-	12	береза	2	1	б	45	1,1
9	140	250	125	-	20	-	ясень	2	2	а	-	1
10	150	275	100	175	-	10	клен	1	2	б	-	0,85

Решением задачи будет выполнение условия

$$N \leq [N], \quad (2.4)$$

где  $N$  - усилие в элементе (см. табл. 2.2);

$[N]$  - несущая способность элемента (см. формулу 2.2).

## 2.2. Центральное сжатие

Расчет центрально-сжатых элементов постоянного по длине сечения следует производить по формулам:

а) на прочность (если  $7a \geq l_0$ , где  $a$  - минимальный из размеров поперечного сечения;  $l_0$  - расчетная длина элемента)

$$\sigma_c = \frac{N}{A_{\text{нт}}} \leq R_c^A m_{\text{дл}} \cdot \text{П} m_i / \gamma_n; \quad (2.5)$$

б) на устойчивость

$$\sigma_c = \frac{N}{\varphi \cdot A_{\text{рас}}} \leq R_c^A m_{\text{дл}} \cdot \text{П} m_i / \gamma_n, \quad (2.6)$$

где  $R_c^A$  - расчетное сопротивление сжатия;  $A_{\text{нт}}$  - площадь нетто поперечного сечения;  $A_{\text{рас}}$  - расчетная площадь поперечного сечения, принимаемая равной:

- при отсутствии ослаблений или ослаблениях в опасных сечениях, не выходящих на кромки, если площадь ослаблений не превышает 25%  $A_{\text{бр}}$ , то  $A_{\text{рас}} = A_{\text{бр}}$ , где  $A_{\text{бр}}$  - площадь сечения брутто;

- при ослаблениях, не выходящих на кромки, если площадь ослабления превышает 25%  $A_{\text{бр}}$ , то  $A_{\text{рас}} = (3/4) \cdot A_{\text{нт}}$ ;

- при симметричных ослаблениях, выходящих на кромки  $A_{\text{рас}} = A_{\text{нт}}$ ;

$\varphi$  - коэффициент продольного изгиба.

Коэффициент продольного изгиба для древесины определяется в зависимости от гибкости  $\lambda$  по формулам:

$$- \text{при } \lambda \leq 70 \quad \varphi = 1 - 0,8 \left( \frac{\lambda}{100} \right)^2; \quad (2.7)$$





$$- \text{при } \lambda > 70 \quad \varphi = \frac{3000}{\lambda^2}. \quad (2.8)$$

Гибкость элемента определяется по формуле:

$$\lambda = l_0 / i = \mu_0 \cdot l / \sqrt{I/A}, \quad (2.9)$$

где  $l_0$  - расчетная длина элемента;  $i$  - минимальный радиус инерции сечения (для прямоугольного сечения  $i_x=0,289h$ ,  $i_y=0,289b$ , здесь  $h$  и  $b$  - размеры поперечного сечения);  $\mu_0$  - коэффициент приведенной длины (см.табл.2.3)

Значение коэффициента  $\mu_0$  Таблица 2.3.

Способ закрепления стержня по концам				
Коэффициент $\mu_0$	1,0	2,2	0,8	0,65

Если элемент в разных плоскостях закреплен неодинаково, то устойчивость проверяется в двух плоскостях.

**Задача 2.3.** Вычислить несущую способность центрального сжатого элемента (рис. 2.3). Исходные данные приведены в таблице 2.4.

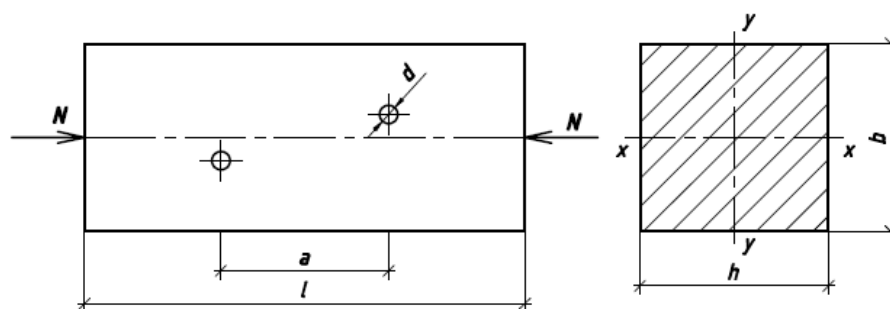


Рис. 2.3. Центально-сжатый элемент (к задаче 2.3)

## Исходные данные к задаче 2.3

Таблица 2.4.

№ варианта	Исходные данные											
	L, мм	h, мм	b, мм	a, мм	d, мм	Схема закрепления концов в плоскости		Материал	Условия эксплуа тации	Сорт	Температура °С	$\gamma_n$
						х-х	у-у					
1	3000	200	150	150	40	ш-ш	ш-ш	пихта	3	2	35	0,9
2	4000	225	150	300	24	з-ш	ш-ш	сосна	2	1	40	0,85
3	5000	225	200	180	18	з-з	з-с	ель	1	1	45	1,0
4	6000	250	150	300	28	з-с	ш-ш	кедр	3	1	-	0,85
5	6500	250	200	170	20	ш-з	з-з	лиственница	2	2	-	1,1



№ варианта	Исходные данные											
	L, мм	h, мм	b, мм	a, мм	d, мм	Схема закрепления концов в плоскости		Материал	Условия эксплуа тации	Сорт	Температура °С	$\gamma_n$
						х-х	у-у					
6	3000	200	175	250	24	ш-ш	з-з	дуб	1	2	-	1,1
7	4000	225	175	120	20	з-ш	ш-ш	граб	3	2	-	0,85
8	5000	250	150	350	24	з-з	з-с	береза	2	1	-	1
9	6000	250	175	190	22	з-с	ш-з	вяз	1	1	-	1
10	4500	225	150	160	20	ш-з	з-ш	ясень	2	2	35	1

Примечание. Буквы в графе «Схема закрепления концов плоскости» означают: Ш - шарнирное, З - защемление, С - свободное (без раскреплений).

Решение задачи 2.3 (вариант 1 из таблицы 2.4).

Несущую способность центрально-сжатого стержня с учетом его устойчивости вычислим по формуле

$$[N] = (A_{\text{рас}} \cdot \varphi \cdot R_c^A m_{\text{дл}} \cdot m_{\text{п}} \cdot m_{\text{в}} \cdot m_{\text{т}}) / \gamma_n. \quad (2.10)$$

Коэффициент  $m_{\text{п}}, m_{\text{в}}, m_{\text{т}}$  - берем по таблицам СП 64.13330.2017;  $R_c^A = 19,5$  МПа - расчетное сопротивление сосны второго сорта (СП 64.13330.2017).  $m_{\text{дл}}$  - коэффициент длительной прочности примем как для режима нагружения В.

Поскольку сечение ослаблено отверстием  $d=40$  мм, площадь ослабления равна:  $A_{\text{осл}} = dh = 4 \times 20 = 80$  (см<sup>2</sup>),

что составляет  $80 / (20 \cdot 15) \cdot 100\% = 26,7\% > 25\%$ .

Расчетная площадь сечения при проверке устойчивости

$$A_{\text{рас}} = (4/3) \cdot A_{\text{нт}} = (4/3) \cdot (300 - 80) = 293 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Для определения коэффициента  $\varphi$  подсчитаем гибкость элемента:

$$\lambda_x = \frac{\mu_0 \cdot l}{0,289 \cdot b} = \frac{1,0 \cdot 300}{0,289 \cdot 15} = 69,2;$$

$$\lambda_y = \frac{\mu_0 \cdot l}{0,289 \cdot h} = \frac{1,0 \cdot 300}{0,289 \cdot 20} = 51,9.$$

Расчет ведем на большую гибкость  $\lambda_x = 69,2$ . Для гибкости  $\lambda \leq 70$  определяем коэффициент  $\varphi$ :

$$\varphi = 1 - 0,8 \cdot \left( \frac{\lambda}{100} \right)^2 = 1 - 0,8 \cdot \left( \frac{69,2}{100} \right)^2 = 0,617.$$

Несущая способность стержня

$$[N] = 0,617 \cdot 0,0293 \cdot 0,66 \cdot 0,8 \cdot 0,9 \cdot 19,5 = 0,1692 \text{ (МН)} \\ = 169,2 \text{ (кН)}.$$

**Задача 2.4.** Проверить достаточность несущей способности центрально - сжатого стержня с ослаблениями, выходящими на кромку (рис. 2.4). Исходные данные приведены в таблице 2.5.

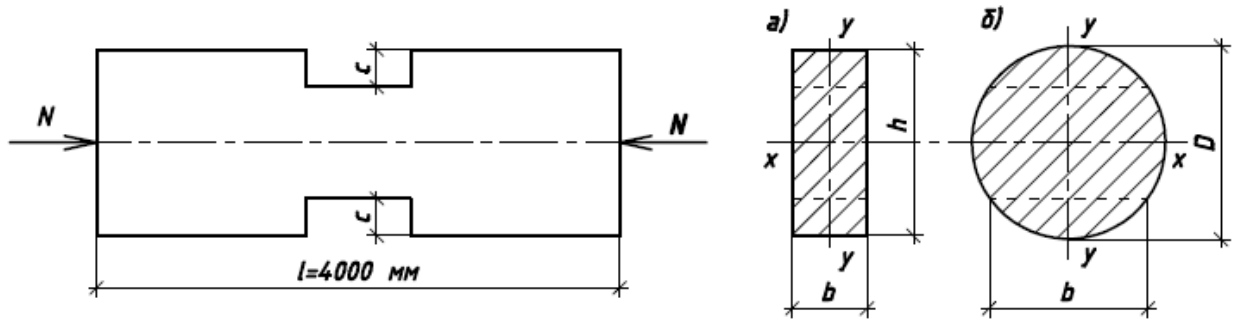


Рис. 2.4. Центрально-сжатый стержень к задаче 2.4: а) прямоугольного сечения; б) круглого сечения

Исходные данные к задаче 2.4. Таблица 2.5.

№ варианта	Исходные данные												
	N, кН	Тип сече ния	h, м	b, мм	D, мм	с, мм	Условия закрепления концов стержня в плоскости		Материал	Сорт	Условия эксплуата ции	Темпер атура °С	$\gamma_n$
							х-х	у-у					
1	100	а	225	150		20	3-Ш	Ш-Ш	сосна	2	1	30	0,95
2	110	б		d/2	240	-	3-С	3-3	пихта	1	2	35	0,85
3	120	а	250	175		30	3-3	Ш-3	береза	2	3	40	0,85
4	130	б		d/2	260	-	Ш-Ш	3-С	лиственница	1	1	-	0,85
5	140	а	250	150		40	Ш-3	3-Ш	дуб	2	2	-	1,1
6	150	б		d/3	280	-	Ш-3	3-С	ель	1	3	-	1

7	160	а	250	175	-	50	3-3	Ш-Ш	вяз	2	1	-	0,9
8	170	б		d/3	300	-	3-С	Ш-3	кедр	1	2	-	0,9
9	180	а	250	200	-	60	3-Ш	Ш-3	ясень	2	3	-	0,9
10	190	б		d/3	300	-	Ш-Ш	3-3	клен	2	2	50	0,9

Примечание. З – заземление; С – свободный; Ш – шарнир.

Решение задачи 2.4 (вариант 1 из таблицы 2.5).

Несущую способность центрально-сжатого стержня с ослаблениями вычислим по формуле

$$[N] = (A_{\text{рас}} \cdot \varphi \cdot R_c^A m_{\text{дл}} \cdot m_{\text{п}} \cdot m_{\text{в}} \cdot m_{\text{т}}) / \gamma_n. \quad (2.11)$$

Для рассматриваемого варианта  $m_{\text{п}}=1$ ,  $m_{\text{в}}=1$ ,  $m_{\text{т}}=1$ ;  $m_{\text{дл}} = 0,66$ ;  $\gamma_n=0,95$ ;  $R_c^A = 19,5$  МПа (СП 64.13330.2017).

Сечение имеет симметричное ослабление, выходящее на кромку сечения. Для такого стержня

$$A_{\text{нт}} = A_{\text{рас}} = (15 \cdot 22,5) - 2 \cdot 2 \cdot 15 = 277,5 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Гибкость стержня

$$\lambda_x = \frac{\mu_{0x} \cdot l}{0,289 \cdot b} = \frac{0,8 \cdot 400}{0,289 \cdot 22,5} = 49,2;$$

$$\lambda_y = \frac{\mu_{0y} \cdot l}{0,289 \cdot h} = \frac{1,0 \cdot 400}{0,289 \cdot 15} = 92,3.$$

Наибольшая гибкость  $\lambda_y = 92,3 > 70$ , для нее коэффициент продольного изгиба

$$\varphi = \frac{3000}{\lambda^2} = \frac{3000}{92,3^2} = 0,352.$$

Проверка несущей способности стержня:

$$\begin{aligned} N = 100 \text{ кН} &< [N] \\ &= [(277,5 \cdot 0,352 \cdot 195 \cdot 0,66 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1) / 0,95] \cdot 10^{-2} = \\ &= 133,67 \text{ (кН)}. \end{aligned}$$

Вывод: несущая способность стержня достаточна.

**Задача 2.5.** Подобрать поперечное сечение стойки и раскоса фермы с шарнирным закреплением по концам. Исходные данные взять из таблицы 2.6.  $m_{\text{дл}} = 0,66$  - коэффициент длительной прочности примем как для режима нагружения В.

Исходные данные к задаче 2.5. Таблица 2.6.

№ варианта	Исходные данные							
	Наименование стержня	Усилие N, кН	Длина элемента, мм	Состав сечения	Материал	Условия эксплуатации		$\gamma_n$
						$m_B$	t, °C	
1	стойка	+30,0	3000	O	фанера	1	35	0,9
	раскос опор	-40,0	4000					
2	стойка опор	-30,0	1500	2[	фанера	2	40	0,85
	раскос	+48,0	4800					
3	стойка опор	-35,0	3100	O	фанера		45	0,85
	раскос	+38,0	4400					
4	стойка	+36,0	3600	O	фанера	1	-	0,85
	раскос опор	-50,0	4800					
5	стойка опор	-35,0	2000	O	СВАМ	2	-	0,85

	раскос	+56,0	5600					
6	стойка опор	-40,0	3000	2[	фанера	3	-	0,85
	раскос	+40,0	4000					
7	стойка	+40,0	3000	O	СВАМ	1	45	0,85
	раскос опор	-54,0	4000					
8	стойка опор	-40,0	1700	2[	фанера	2	45	0,85
	раскос	+64,0	5100					
9	стойка опор	-30,0	4000	O	СВАМ	3	50	0,85
	раскос	+28,0	4800					
10	стойка	+33,0	3200	O	фанера	2	-	1,0
	раскос опор	-45,0	4300					



Примечание. Знаки усилий означают: «+» - растяжение; «-» - сжатие. О - труба, [ - швеллерный профиль.

Решение задачи 2.5 (вариант 1 из таблицы 2.6).

Определим требуемую площадь сечения растянутой стойки по формуле

$$A_{\text{тр}} = \frac{N}{R_p^A m_{\text{дл}} \cdot \prod m_i / \gamma_n} = \frac{30 \cdot 10}{37,9 \cdot 0,66 / 0,9} = 10,8 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Фанерная труба с внутренним диаметром 50 мм и толщиной стенки 6,5 мм имеет площадь сечения  $A=11,53 \text{ см}^2$ . Принимает предварительно эту трубу.

Напряжение в стойке равно

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{30 \cdot 10}{11,53} = 26 \text{ (МПа)} \leq 25 / 0,9 = 27,8 \text{ (МПа)}.$$

Гибкость элемента равна

$$\lambda = \frac{\mu_0 \cdot l_p}{i_x} = \frac{1 \cdot 300}{0,353 \cdot 5,65} = 150,4 < 200 = [\lambda].$$

Окончательно принимаем трубу диаметром 56,5 мм.

Опорный раскос  $l=4000\text{мм}$  с  $N=-40 \text{ кН}$ .

Требуемую площадь сечения определим по формуле:

$$A_{\text{тр}} = \frac{N}{0,5 \cdot R_c^A m_{\text{дл}} \cdot \prod m_i / \gamma_n} = \frac{40 \cdot 10}{0,5 \cdot 25 \cdot 1 \cdot 1 / 0,9} = 28,8 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Предварительно принимаем трубу диаметром 17,2 см с толщиной стенки 11 мм.

Геометрические характеристики сечения трубы:

$$A = 3,14 \cdot 17,2 \cdot 1,1 = 59,40 \text{ (см}^2\text{)}; \quad i = 0,353 \cdot 17,2 = 6,07 \text{ (см)};$$

$$\lambda = \mu_0 \cdot l / i = 1 \cdot 400 / 6,07 = 65,9 < [\lambda] = 120;$$

$$\varphi = 1 - 1,046 \cdot (65,9 / 100)^2 = 0,545.$$

Проверку принятого сечения на устойчивость производим по формуле (2.6):

$$\sigma_c = \frac{N}{\varphi \cdot A_{рас}} = \frac{40 \cdot 10}{0,545 \cdot 59,4} = 12,36 \text{ (МПа)} \leq \frac{25}{0,9} = 27,8 \text{ (МПа)}.$$

Условие выполняется.

## 2.3. Поперечный изгиб

### 2.3.1. Плоский изгиб

Расчет изгибаемых в одной плоскости элементов следует производить по формулам:

а) по первой группе предельных состояний:

- на прочность по нормальным напряжениям

$$\sigma = M/W_{HT} \leq R_{и}^A \cdot \text{Пм}_i / \gamma_n; \quad (2.12)$$

- на устойчивость плоской формы деформирования

$$\sigma = M/W_{HT} \leq \varphi_m \cdot R_{см90}^A; \quad (2.13)$$

- на прочность по касательным напряжениям

$$\tau = \frac{Q \cdot S}{I \cdot b_p} \leq R_{ск}^A \cdot m_{дл} \cdot \text{Пм}_i / \gamma_n; \quad (2.14)$$

б) по второй группе предельных состояний (оценка прогибов)

$$f_0 = k_0 \cdot \frac{M \cdot l_p^2}{E_x \cdot I}, \quad (2.15)$$

$$f = \frac{f_0}{k} \left[ 1 + c \cdot \frac{h^2}{l_p^2} \right] \leq [f]. \quad (2.16)$$

В приведенных формулах приняты следующие обозначения:

- M и Q - изгибающий момент и поперечная сила соответственно;
- I, W, S, h, b,  $l_p$  - геометрические характеристики;
- $R_{и}^A$  и  $R_{ск}^A$  - кратковременные расчетные сопротивления древесины изгибу и скалыванию соответственно;
- $\varphi_m$  - коэффициент продольного изгиба, определяемый по формуле

$$\varphi_m = 140 \cdot \frac{b^2}{l_p \cdot h} \cdot k_\phi, \quad (2.17)$$

где  $k_\phi$  - коэффициент формы эпюры изгибающих моментов (СП 64.13330.2017).

Величина коэффициента  $\varphi_m$  не может быть больше единицы. Однако иногда в расчетах при  $h/b \leq 8$  может получиться значение  $\varphi_m > 1$ . Это говорит о том, что устойчивость плоской формы деформирования обеспечена принятыми размерами поперечного сечения и коэффициент  $\varphi_m$  принимается равным единице. В сечениях с  $h/b \geq 8$  величина коэффициента может получиться значительно меньше единицы, а действующее напряжение превысит правую часть формулы (2.13), т.е.

$$\sigma > \varphi_m \cdot R_{и}^A m_{дл} \cdot P m_i / \gamma_n. \quad (2.18)$$

В этом случае возможно два решения:

- увеличить ширину сечения «b», приблизив величину  $\varphi_m \approx 1$ ;
- произвести установку вертикальных связей в пределах высоты сечения элемента, объединив их попарно. Этим уменьшается величина  $l_p$ , как расстояние между точками закрепления (см. рис. 2.5).

$$l_p' = l_p / 2.$$

Если одной связи недостаточно, то пролет делится на три части, т.е.  $l_p'' = l_p / 3$  и так далее до достижения  $\varphi_m \approx 1$ .

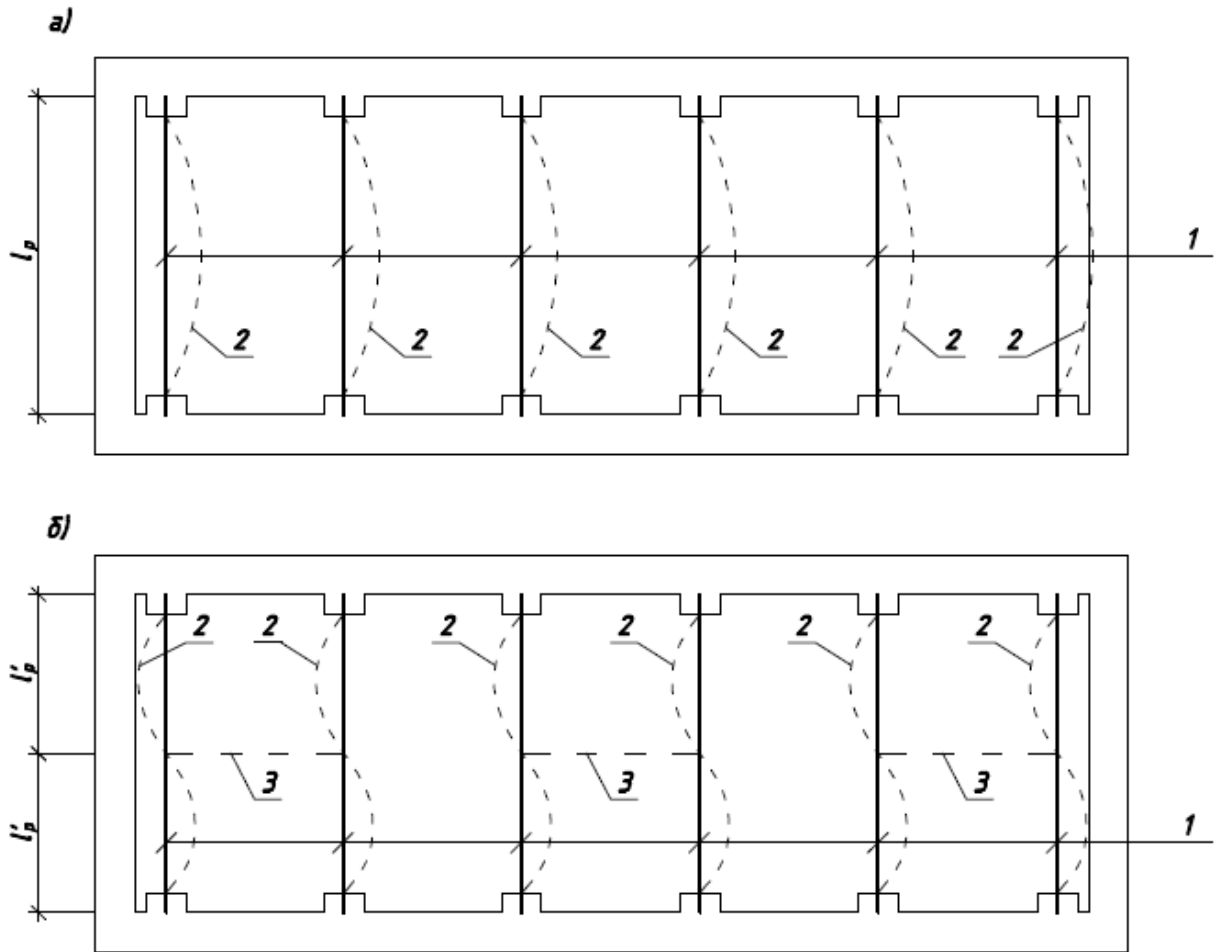


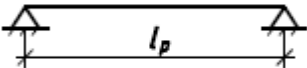
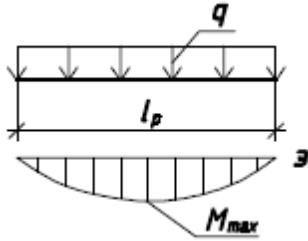
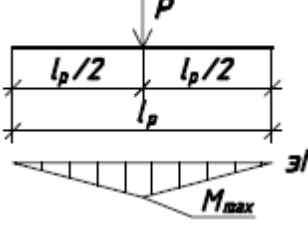
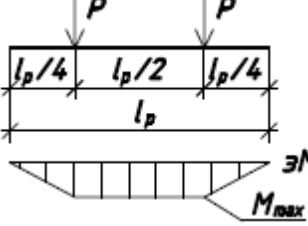
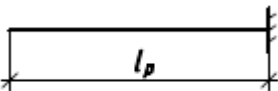
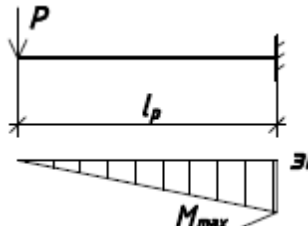
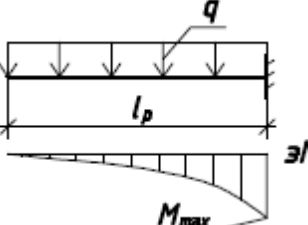
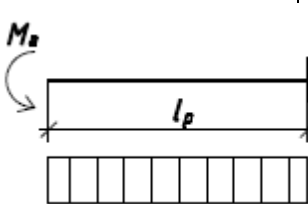
Рис. 2.5. Схема расположения балок Б1: 1 - балки Б1; 2 - возможная форма потери устойчивости; 3 - вертикальные связи

**Задача 2.6.** Проверить прочность, устойчивость плоской формы деформирования и прогибы балок (табл. 2.7.) цельного прямоугольного сечения. Исходные данные принять по таблице 2.7.

Схемы балок и расчетные формулы.

Таблица 2.7.

Схемы	Схема балки	№ нагр	Схема нагрузки и эпюра моментов	Расчетные формулы для определения $M, Q, f_0$

	1		$M_{max} = q \cdot l_p^2 / 8;$ $Q = q \cdot l_p / 2;$ $f_0 = \frac{5}{384} \cdot \frac{q^H \cdot l_p^4}{E \cdot I}.$
	2		$M_{max} = P \cdot l_p / 4;$ $Q = P / 2;$ $f_0 = \frac{1}{48} \cdot \frac{P^H \cdot l_p^3}{E \cdot I}.$
	3		$M_{max} = P \cdot l_p / 4;$ $Q = P;$ $f_0 = \frac{5}{48} \cdot \frac{P^H \cdot l_p^3}{E \cdot I}.$
	1		$M_{max} = P \cdot l_p;$ $Q = P;$ $f_0 = \frac{P^H \cdot l_p^3}{3 \cdot E \cdot I}.$
	2		$M_{max} = q \cdot l_p^2 / 2;$ $Q = q \cdot l_p;$ $f_0 = \frac{1}{8} \cdot \frac{q^H \cdot l_p^4}{E \cdot I}.$
	3		$M_{max} = M_a;$ $Q = 0;$ $f_0 = \frac{M_a^H \cdot l_p^2}{2 \cdot E \cdot I}.$

Исходные данные к задаче 2.6. Таблица 2.8.

№ варианта	Исходные данные											
	Схема балки	Номер схемы нагру жения	Нагрузка			Размеры элемента, мм			Материал	Сорт древесины	Условия эксплуатации	Температура, °С
			q, кН/м	P, кН	M <sub>a</sub> , кНм	l <sub>p</sub>	h	b				
1	1	1	3,5	-	-	6000	250	100	лиственница	2	1	35
2	1	2	-	8	-	4000	200	100	лиственница	2	2	40
3	1	3	-	8	-	6000	225	125	пихта	1	3	35
4	2	1	-	2,5	-	4000	200	125	береза	2	1	-
5	2	2	1,5	-	-	4000	200	100	кедр	1	2	-
6	2	3	-	-	25	4000	250	175	ель	2	3	-
7	1	1	2	-	-	6000	225	125	ясень	1	1	35
8	1	2	-	8	-	5000	250	100	пихта	2	2	40
9	1	3	-	7,5	-	6000	225	100	лиственница	1	3	35
10	2	3	-	-	30	4000	250	175	дуб	2	1	40

Решение задачи 2.6 (вариант 1 из таблицы 2.8).

Находим усилия от внешней нагрузки:

- изгибающий момент  $M_{max} = 3,5 \cdot 6^2/8 = 15,75$  (кНм);

- поперечная сила  $Q = 3,5 \cdot 6/2 = 10,5$  (кН).

Вычислим геометрические характеристики сечения:

- момент инерции  $I = b \cdot h^3/12 = 10 \cdot 25^3/12 = 13020,83$  (см<sup>4</sup>);

- момент сопротивления  $W_{нт} = b \cdot h^2/6 = 10 \cdot 25^2/6 = 1041,67$  (см<sup>3</sup>);

- статический момент  $S = b \cdot h^2/8 = 10 \cdot 25^2/8 = 781,25$  (см<sup>3</sup>).

Кратковременное расчетное сопротивление древесины второго сорта равно:  $R_{и}^A = 19,5$  МПа,  $R_{ск}^A = 2,4$  МПа. Коэффициенты условий работы:  $m_{п} = 1,2$ ;  $m_{в} = 1,0$ ;  $m_{т} = 1,0$ ,  $m_{дл} = 0,66$ . Коэффициент  $\gamma_n = 1$ .

Проверка условий прочности и устойчивости:

- прочность по нормальным напряжениям

$$\sigma = \frac{M}{W_{нт}} = \frac{15,75 \cdot 10^3}{1041,67} = 15,12 \text{ (МПа)} < 19,5 \cdot 0,66 \cdot 1,2 \cdot 1 \cdot 1/1 = 15,4 \text{ (МПа)};$$

- на устойчивость плоской формы деформирования

$$\sigma = \frac{M}{\varphi_m \cdot W_{нт}} = \frac{15,75 \cdot 10^3}{1 \cdot 1041,67} = 15,12 \text{ (МПа)} < 15,4 \text{ (МПа)};$$

$$\text{где } \varphi_m = 140 \cdot \frac{10^2}{600 \cdot 25} \cdot 1,13 = 1,05 > 1, \text{ принимаем } \varphi_m = 1;$$

- прочность по касательным напряжениям



$$\tau = \frac{10,5 \cdot 781,25 \cdot 10}{13020,83 \cdot 10} = 0,63 \text{ (МПа)} < 2,4 \cdot 0,66 \cdot 1,2 \cdot 1 \cdot 1 = 1,90 \text{ (МПа)}.$$

Таким образом прочность по нормальным и касательным напряжениям достаточна, а устойчивость плоской формы деформирования обеспечена принятыми размерами сечения.

Прогиб от изгибающего момента равен ( $q^H = q/\gamma_f$ ,  $\gamma_f = 1,2$ )

$$f_0 = \frac{5}{384} \cdot \frac{3,5 \cdot 600^4}{1,2 \cdot 13020,83 \cdot 10^5} = 3,78 \text{ (см)}.$$

Прогиб с учетом сдвига от касательных напряжений равен

$$f = \frac{3,78}{1} \left[ 1 + 19,2 \cdot \frac{25^2}{600^2} \right] = 3,89 \text{ (см)}.$$

Относительный прогиб равен

$$f/l = 3,89/600 = 1/154 > [1/200].$$

Прогиб балки превышает предельный и лимитирует несущую способность конструкции.

Необходимый размер поперечного сечения можно определить из следующих вычислений:

- находим требуемый момент инерции сечения

$$\frac{5}{384} \cdot \frac{3,5 \cdot 600^3}{1,2 \cdot I \cdot 10000} = \frac{1}{200}, \quad I = 16406,25 \text{ см}^4;$$

- принимая  $h=275$  мм (максимальная по ГОСТ 8486-86), находим ширину сечения из уравнения

$$\frac{b \cdot 27,5^3}{12} = 16406,25, \quad b = 9,47 \text{ см}.$$

Принимаем  $b=100$  мм по ГОСТ 8486-86.

Проверяем принятое сечение по прогибам

$$f_0 = \frac{5}{384} \cdot \frac{3,5 \cdot 600^4}{1,2 \cdot 17330,7 \cdot 100000} = 2,84 \text{ (см);}$$

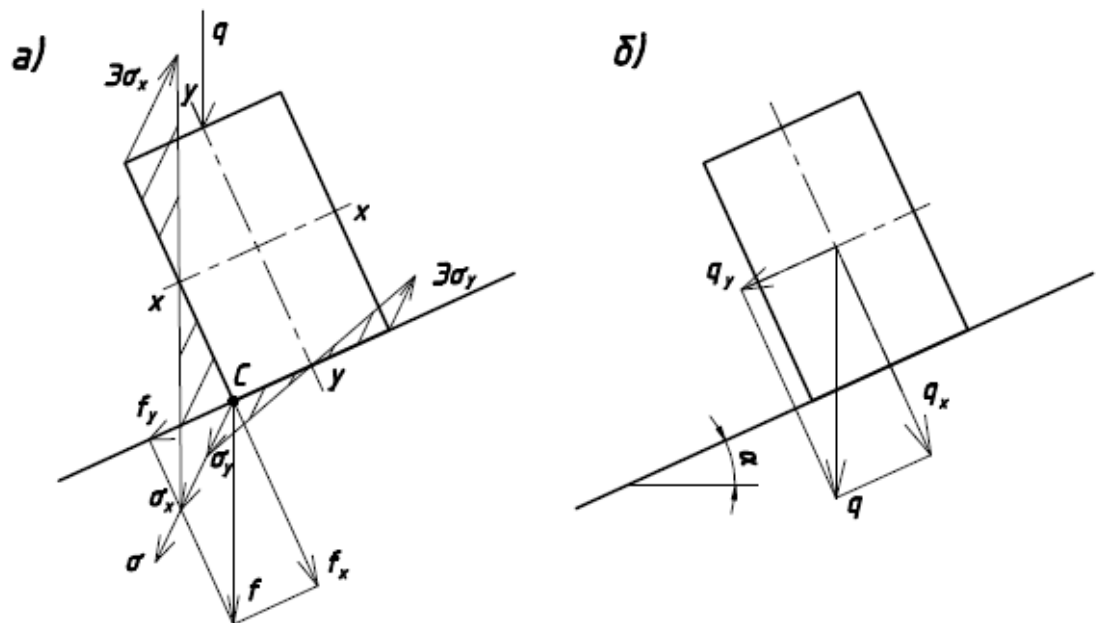
$$f = \frac{2,84}{1} \left[ 1 + 19,2 \cdot \frac{27,5^2}{600^2} \right] = 2,95 \text{ (см).}$$

$$f/l = 2,95/600 = 1/203 < [1/200].$$

Условие выполнено. Прогиб не превышает нормативный.

### 2.3.2. Косой изгиб

Косым называется изгиб, при котором действие усилия не совпадает с направлением одной из главных осей поперечного сечения (рис. 2.6).



$$q_x = q \cdot \cos \alpha; \quad q_y = q \cdot \sin \alpha$$

Рис. 2.6. Косой изгиб: а) схема напряжений и прогибов; б) схема разложения усилия

В этом случае действующее усилие раскладывается по направлению главных осей сечения.

Максимальные напряжения, возникающие в точке С от внешних нагрузок складываются, а прогиб равен геометрической сумме прогибов от усилий  $q_x$  и  $q_y$ :

- напряжение

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq R_{и}^A m_{дл} \cdot \Pi m_i / \gamma_n; \quad (2.19)$$

- прогиб

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \leq [f], \quad (2.20)$$

где  $M_x$  и  $M_y$  - изгибающие моменты от составляющих  $q_x$  и  $q_y$  нагрузки с учетом схемы закрепления на опорах;  $W_x$  и  $W_y$  - моменты сопротивления относительно оси  $x-x$  и  $y-y$ ;  $f_x$  и  $f_y$  - прогибы от составляющих  $q_x$  и  $q_y$  нагрузки с учетом схем закрепления на опорах.

**Задача 2.7.** Проверить прочность и оценить прогиб элемента, работающего на косой изгиб (рис. 2.7.) исходные данные приведены в таблице 2.9.

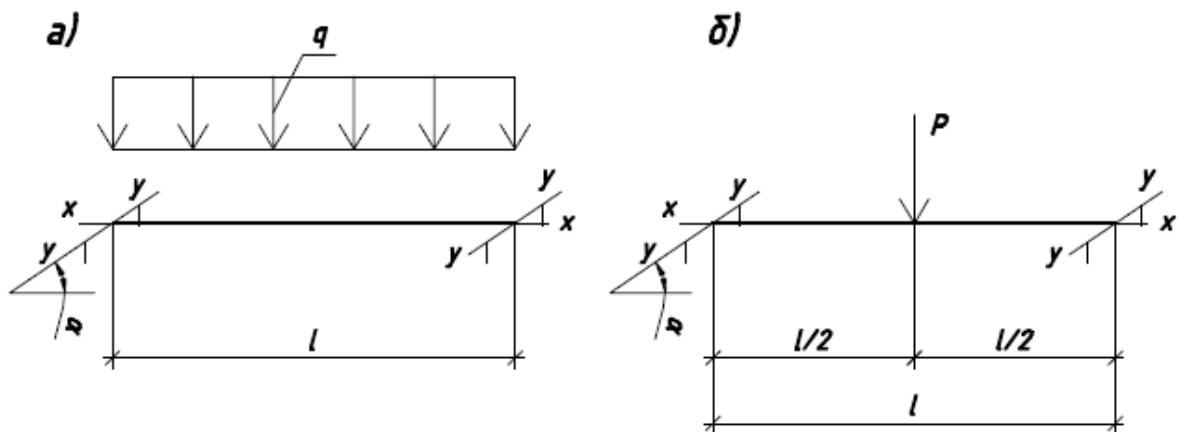


Рис. 2.7. Схемы нагружения элемента

Исходные данные к решению задачи 2.7.

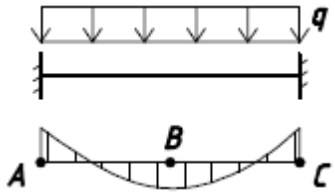
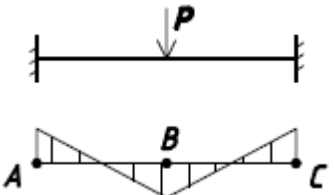
Таблица 2.9.

№ варианта	Исходные данные											
	Схема балки	Условия закрепления		L, мм	$\alpha_0$	h	b	Материал	Сорт древесины	q, кН/м	P, кН	$\gamma_n$
		х-х	у-у									
1	б	Ш-Ш	Ш-Ш	4000	30	200	125	сосна	2	-	6,0	0,95
2	а	Ш-Ш	Ш-Ш	3500	30	200	175	береза	1	3,0	-	1
3	б	Ш-Ш	З-З	3000	35	200	150	ясень	2	-	8,0	1
4	а	Ш-Ш	Ш-Ш	4000	35	225	125	лиственница	1	4,0	-	1
5	б	Ш-Ш	Ш-Ш	3500	25	225	150	ель	1	-	10,0	0,85
6	а	Ш-Ш	З-З	4500	25	225	150	дуб	2	5,0	-	0,85
7	б	Ш-Ш	Ш-Ш	4500	20	250	125	вяз	1	-	12,0	1
8	а	Ш-Ш	Ш-Ш	5000	20	250	150	клен	2	6,0	-	1
9	б	Ш-Ш	З-З	5000	15	250	175	пихта	1	-	14,0	1,1
10	б	Ш-Ш	З-З	5000	15	250	200	граб	2	7,0	-	1,1

Примечание: Ш - шарнир; З - защемление.

Схемы балок и формулы для определения моментов и прогибов в балках.

Таблица 2.10.

Схема нагружения балки	Формулы для определения М, f
	$M_A = M_C = q \cdot l^2 / 12$ $M_B = q \cdot l^2 / 24$ $f = P \cdot l^3 / (384 \cdot E \cdot I)$
	$M_A = M_C = P \cdot l / 8$ $M_B = P \cdot l / 8$ $f = P \cdot l^3 / (192 \cdot E \cdot I)$

Решение задачи 2.7 (вариант 1 из таблицы 2.9).

Проверка прочности элемента производится по формуле (2.19).  
Геометрические характеристики сечения:

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{12,5 \cdot 20^2}{6} = 833,3 \text{ (см}^3\text{)}; I_x = \frac{b \cdot h^3}{12} = 8333 \text{ (см}^4\text{)};$$

$$W_y = \frac{b^2 \cdot h}{6} = \frac{12,5^2 \cdot 20}{6} = 520,8 \text{ (см}^3\text{)}; I_y = \frac{b^3 \cdot h}{12} = 3255 \text{ (см}^4\text{)}.$$

Для определения  $M_x$  и  $M_y$  найдем составляющие нагрузки:

$$P_1 = P \cdot \cos \alpha = 6 \cdot 0,866 = 5,196 \text{ (кН)};$$

$$P_2 = P \cdot \sin \alpha = 6 \cdot 0,5 = 3,0 \text{ (кН)}.$$

Тогда изгибающие моменты будут равны:

$$M_x = P_1 \cdot l / 4 = 5,196 \cdot 4 / 4 = 5,196 \text{ (кНм)};$$

$$M_y = P_2 \cdot l / 4 = 3 \cdot 4 / 4 = 3 \text{ (кНм)}.$$

Проверка прочности:

$$\frac{5,196 \cdot 10^3}{833,3} + \frac{3 \cdot 10^3}{520,8} = 12 \text{ (МПа)} < R_u = \frac{19,5 \cdot 0,66}{0,95} = 13,55 \text{ (МПа)}.$$

Прочность обеспечена.

Прогиб от действия:

составляющей  $P_1$

$$f_x = \frac{1}{48} \cdot \frac{P_1 \cdot l^3}{E \cdot I_x \cdot \gamma_f} = \frac{1}{48} \cdot \frac{5,196 \cdot 4^3 \cdot 10^5}{10^5 \cdot 8333 \cdot 1,2} = 0,693 \text{ (см)};$$

составляющей  $P_2$

$$f_y = \frac{1}{48} \cdot \frac{P_2 \cdot l^3}{E \cdot I_y \cdot \gamma_f} = \frac{1}{48} \cdot \frac{3 \cdot 4^3 \cdot 10^5}{10^5 \cdot 3255 \cdot 1,2} = 1,024 \text{ (см)},$$

здесь  $\gamma_f = 1,2$  - условный коэффициент надежности по нагрузке.

Полный прогиб

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \sqrt{0,693^2 + 1,024^2} = 1,05 \text{ (см)}.$$

Проверка прогиба:

$$\frac{f}{l} = \frac{0,0105}{4} = \frac{1}{381} < \left[ \frac{1}{200} \right].$$

Прогиб балки не превышает предельного.

## 2.4 Сжатие с изгибом

Основными формулами при расчете сжато-изогнутых элементов являются следующие:

для проверки прочности

$$\sigma_c = \frac{N}{A_{HT}} + \frac{M_D}{W_{HT}} \leq R_c^A m_{дл} \cdot \Pi m_i / \gamma_n; \quad (2.20)$$

для проверки устойчивости

$$\frac{N}{\varphi_y \cdot A \cdot R_c^A m_{дл}} + \left( \frac{M_D}{\varphi_m \cdot W \cdot R_{и}^A m_{дл}} \right)^n \leq 1, \quad (2.21)$$

где  $\varphi_y$  - коэффициент продольного изгиба элемента в плоскости наименьшей жесткости;

$\varphi_m$  - коэффициент устойчивости, вычисляемый по формуле (2.17);

$M_D$  - изгибающий момент в деформированной схеме:

$$M_D = M / \xi, \quad (2.22)$$

где  $M$  - изгибающий момент;

$\xi$  - коэффициент, учитывающий дополнительный момент от продольной силы  $N_0$ , приложенный по концам элемента:

$$\xi = 1 - \frac{N_0}{\varphi \cdot A \cdot R_c^A m_{дл}}, \quad (2.23)$$

здесь  $\varphi$  - коэффициент продольного изгиба, принимаемый в зависимости от гибкости элемента;

$n=1$  – без закрепления кромки элемента связями;

$n=2$  – с закреплением кромки связями.

При отношении напряжений от изгиба к напряжениям от сжатия менее 0,1 сжато-изгибаемые элементы следует проверять также на устойчивость по формуле:

$$\sigma_c = \frac{N}{A_{рас}} \leq \varphi_y \cdot R_c^A m_{дл} \cdot \Pi m_i / \gamma_n. \quad (2.24)$$

При подкреплении из плоскости изгиба в промежуточных точках растянутой кромки элемента на участке  $l_p$  коэффициент  $\varphi_m$  в формуле (2.13) следует умножать на коэффициент  $k_{пм}$ :

$$k_{пм} = 1 + \left[ 0,142 \cdot \frac{l_p}{h} + 1,76 \cdot \frac{h}{l_p} - 1 \right] \cdot \frac{m^2}{m^2 + 1}, \quad (2.25)$$

где  $m$  - число подкреплённых точек на участке  $l_p$ .

**Задача 2.8.** Проверить прочность и устойчивость сжато-изогнутого элемента (рис. 2.8) прямоугольного поперечного сечения. Исходные данные принять по таблице 2.11.

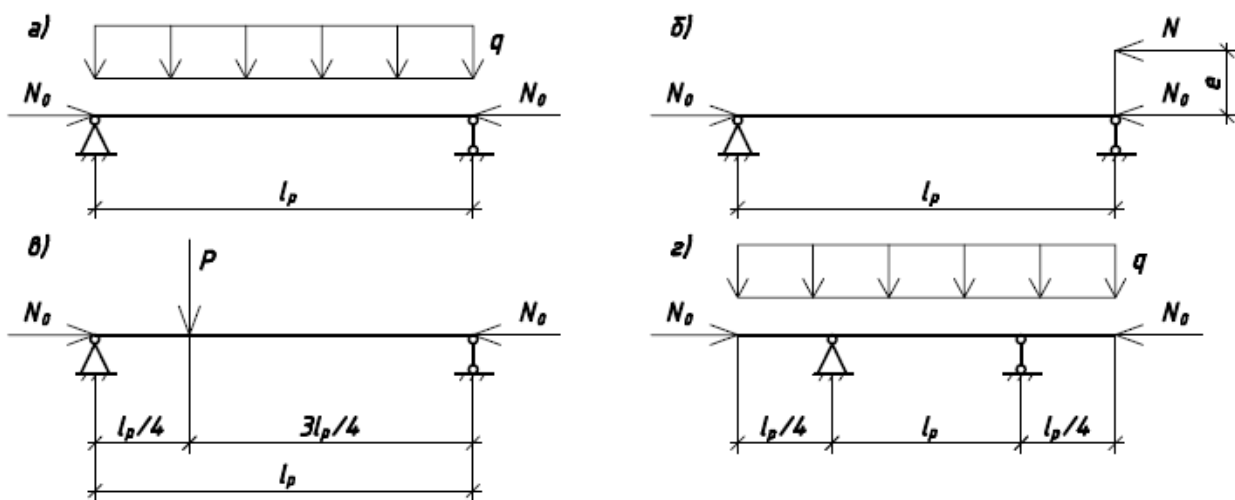


Рис.2.8 Схемы сжато-изогнутых элементов



Исходные данные к решению задачи 2.8 Таблица 2.11.

№ варианта	Исходные данные													
	Схема элемента	N, кН	N <sub>0</sub> , кН	q, кН/м	P, кН	l, мм	e, мм	h, мм	b, мм	Материал, сорт	Усл. экспл.	Кол-во закреп. из пл.	Темп., °С	γ <sub>n</sub>
1	а	-	30	4,0	-	3000	-	200	100	сосна, 2	1	-	30	1,0
2	б	10	50	-	-	4000	200	200	125	ель, 1	2	2	40	0,85
3	в	-	60	-	4,0	3500	-	225	125	пихта, 1	3	-	40	0,85
4	г	-	70	6,0	-	4000	-	250	100	кедр, 2	1	-	-	1,0
5	а	-	40	5,0	-	4000	-	225	125	листв., 2	2	-	-	1,0
6	б	15	40	-	-	5000	300	225	150	дуб, 2	3	-	-	1,1
7	в	-	90	-	3,0	4000	-	225	175	клен, 2	1	-	35	1,1
8	г	-	80	5,0	-	6000	-	225	200	вяз, 1	2	2	40	1,1
9	а	-	50	6,0	-	5000	-	250	150	береза, 1	3	-	45	0,85
10	б	20	30	-	-	4000	400	250	175	граб, 1	1	-	-	1,0
11	в	-	70	-	2,0	6000	-	250	200	сосна, 1	2	2	-	1,0
12	г	-	60	4,0	-	5000	-	250	250	листв., 1	3	-	-	1,0

Решение задачи 2.8 (вариант 1 из таблицы 2.11).

Проверку прочности производим по формуле (2.20). Предварительно подсчитаем величины, входящие в данную формулу:

$$A_{HT} = b \cdot h = 10 \cdot 20 = 200 \text{ (см}^2\text{)} \text{ (ослаблений нет);}$$

$$W_{HT} = b \cdot h^2 / 6 = 10 \cdot 20^2 / 6 = 666,6 \text{ (см}^3\text{);}$$

$$M_{max} = q \cdot l^2 / 8 = 4 \cdot 3^2 / 8 = 4,5 \text{ (кНм);}$$

$$\lambda = \mu_0 \cdot l_p / (0,289 \cdot h) = 1,0 \cdot 300 / (0,289 \cdot 20) = 51,9;$$

$$\varphi = 1 - 0,8 \cdot (51,9/100)^2 = 0,785;$$

$$R_c^A m_{дл} \cdot \frac{Pm_i}{\gamma_n} = 19,5 \cdot 0,66 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0 / 1,0 = 13 \text{ (МПа);}$$

$$\xi = 1 - \frac{30,0 \cdot 10^2}{0,785 \cdot 130 \cdot 200} = 0,853.$$

Проверка условий прочности

$$\sigma_c = \frac{30 \cdot 10}{200} + \frac{4,5 \cdot 10^3}{0,853 \cdot 666,6} = 9,41 \text{ (МПа)} < 13 \text{ МПа.}$$

Прочность принятых сечений обеспечена.

Проверка устойчивости плоской формы деформирования элемента

$$\lambda_y = \frac{\mu \cdot l_p}{0,289 \cdot b} = \frac{1 \cdot 300}{0,289 \cdot 10} = 103,8;$$

$$\varphi_y = \frac{3000}{103,8^2} = 0,278; \quad \varphi_m = 140 \cdot \frac{10^2}{300 \cdot 20} \cdot 1,13 = 2,63 > 1;$$

$$\frac{3000}{0,278 \cdot 200 \cdot 130} + \frac{45000}{1 \cdot 666,6 \cdot 130} = 0,934 < 1.$$

Устойчивость обеспечена.

## 2.5. Растяжение с изгибом

Проверка прочности растянуто-изгибаемых элементов производится по формуле:

$$\sigma_p = \frac{N}{A_{HT}} + \frac{M \cdot R_p^A}{W_{HT} \cdot R_{и}^A} \leq R_{и}^A m_{дл} \cdot \Pi m_i / \gamma_n, \quad (2.26)$$

где  $M$  и  $N$  - расчетный изгибаемый момент и продольная сила соответственно;

$A_{HT}$  и  $W_{HT}$  - площадь и момент сопротивления сечения соответственно.

**Задача 2.9.** Проверить прочность растянуто-изгибаемого элемента (рис. 2.9). Исходные данные принять по таблице 2.12.

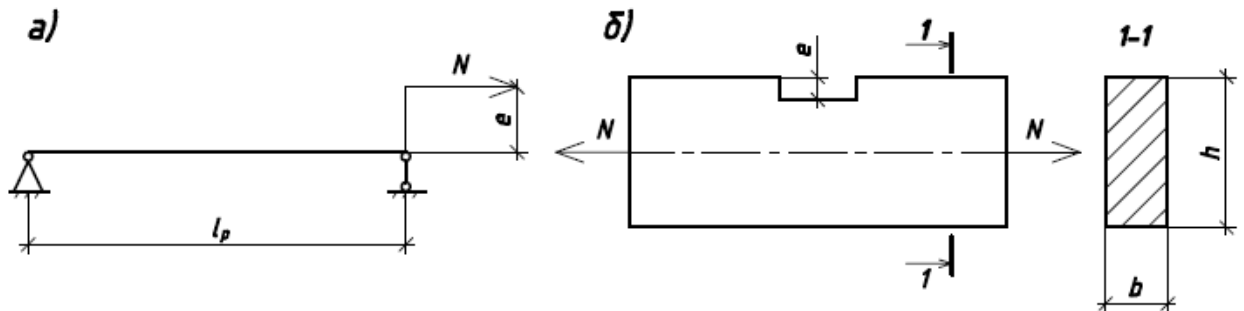


Рис. 2.9. Растянуто-изогнутые элементы

Изгибающие моменты по схемам на рис. 2.9 вычисляются по формулам:

- по схеме а)

$$M = N \cdot e; \quad (2.27)$$

- по схеме б)

$$M = N \cdot l/2. \quad (2.28)$$

Исходные данные к задаче 2.9. Таблица 2.12.

№ вар.	Исходные данные									
	Схема элем.	N, кН	l, мм	e, мм	b, мм	h, мм	Материал, сорт	Условия эксплуатации	Температура, °С	$\gamma_n$
1	а	200	3000	60	125	200	лиственница, 1	1	30	1,0
2	б	150	4000	60	150	200	дуб, 2	2	35	1,0
3	а	300	3000	50	150	175	лиственница, 1	3	40	1,0
4	б	250	4000	50	125	225	клен, 2	1	-	1,0
5	а	400	3000	40	200	250	вяз, 1	2	-	1,0
6	б	400	4000	40	150	275	граб, 2	3	-	1,0
7	а	350	3000	45	175	250	ель, 1	1	-	1,0
8	б	300	4000	45	125	250	ясень, 2	1	-	1,0
9	а	250	3000	70	150	225	пихта, 1	2	-	1,0
10	б	200	4000	70	150	175	акация, 2	1	-	1,0

Решение задачи 2.9 (вариант 1 из табл. 2.12).

Проверку прочности производим по формуле (2.26). Предварительно найдем величины, входящие в эту формулу:

$$A = b \cdot h = 12,5 \cdot 20 = 250 \text{ (см}^2\text{)};$$

$$W = b \cdot h^2 / 6 = 12,5 \cdot 20^2 / 6 = 833,3 \text{ (см}^3\text{)};$$

$$M = N \cdot e = 200 \cdot 0,06 = 12 \text{ (кНм)};$$

$$R_p^A m_{дл} \cdot P m_i / \gamma_n = 10 \cdot 1,2 \cdot 1,0 \cdot 1,0 / 1,0 = 12 \text{ (МПа)};$$

$$R_{и}^A m_{дл} \cdot P m_i / \gamma_n = 15 \cdot 1,2 \cdot 1,0 \cdot 1,0 / 1,0 = 18 \text{ (МПа)}.$$

Проверка прочности элемента:

$$\frac{200 \cdot 10}{250} + \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 12}{833,3 \cdot 18} = 17,2 \text{ (МПа)} > 12 \text{ МПа}.$$

Прочность не обеспечена.

### 3. Расчет соединений элементов

#### 3.1. Контактные соединения

Контактными называют такие соединения, в которых усилия от одного элемента к другому передаются через соответственно обработанные контактные поверхности. Дополнительно поставленные в таких соединениях механические связи несут обычно функции фиксации элементов или служат аварийными.

Наиболее распространенными контактными соединениями в деревянных конструкциях являются упоры и лобовые врубки. Упоры встречаются в соединениях стоек, в местах примыкания к горизонтальным ригелям, опирания прогонов, балок, ферм на стены и т.д.

В этих случаях расчет соединений сводится к проверке напряжений смятия по контактными поверхностям в деревянном элементе, в котором силы сжатия действуют перпендикулярно к волокнам. Проверка производится по формуле

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{N}{A_{\text{см}}} \leq R_{\text{см}90}^A m_{\text{дл}} \cdot \text{Пм}_i / \gamma_n, \quad (3.1)$$

где  $N$  - сила сжатия;  $A_{\text{см}}$  - площадь смятия (контакта);  $R_{\text{см}90}^A$  - кратковременное расчетное сопротивление древесины смятию поперек волокон.

Если смятие происходит под углом  $\alpha$  к волокнам древесины, то вместо  $R_{\text{см}90}^A$  необходимо подставить  $R_{\text{см}\alpha}^A$ , величина которого определяется по формуле

$$R_{\text{см}\alpha}^A = \frac{R_{\text{см}}^A}{1 + (R_{\text{см}}^A / R_{\text{см}90}^A - 1) \cdot \sin^3 \alpha}. \quad (3.2)$$

В тех случаях, когда смятие передается нижнему элементу поперек волокон лишь части длины (при длине незагруженных участков не менее длины площадки смятия и толщины элементов), в формулу (3.1) вместо  $R_{\text{см}90}^A$  подставляют величину  $R_{\text{см}90}^M$ , значение которой определяют по формуле

$$R_{\text{см}90}^M = R_{\text{см}90}^A \cdot \left( 1 + \frac{8}{l_{\text{см}} + 1,2} \right). \quad (3.3)$$

Задача 3.1. Рассчитать контактное соединение (проверить прочность), изображенное на рис. 3.1 по данным табл. 3.1.

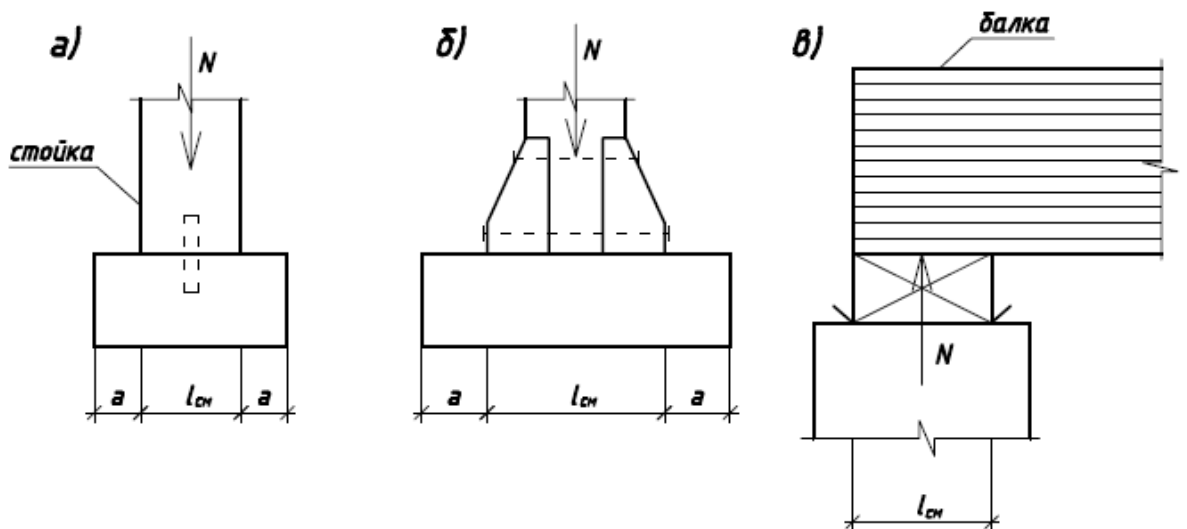


Рис. 3.1. Схемы лобовых упоров

Исходные данные к задаче 3.1. Таблица 3.1.

№ вар.	Исходные данные								
	Схема упора	N, кН	$l_{см}$ , мм	a, мм	Ширина соединения, мм	Материал упорного элемента, сорт	Условия эксплуатации	Температура, °С	$\gamma_n$
1	а	130	200	250	150	дуб, 2	1	30	1,0
2	б	100	400	100	125	сосна, 1	3	35	0,85
3	в	140	175	-	175	клен, 2	2	-	0,9
4	а	150	400	200	200	кедр, 1	1	-	1,0
5	б	150	450	200	175	ясень, 2	1	-	1,0
6	в	180	200	-	150	лиственница, 2	1	-	0,85
7	а	180	300	350	150	береза, 2	1	40	0,85
8	б	170	200	300	200	пихта, 1	2	40	0,85
9	в	200	250	-	200	ясень, 2	2	-	1,0
10	а	160	350	400	175	ель, 1	3	-	1,0

Решение задачи 3.1 (вариант 1 из таблицы 3.1).

Проверку прочности соединения производим по формуле (3.1). Для этого найдем необходимые величины:

$$A_{\text{см}} = l_{\text{см}} \cdot b = 20 \cdot 15 = 300 \text{ (см}^2\text{)};$$

$$R_{\text{см90}}^A = 2,7 \text{ МПа}; m_{\text{п}} = 2; m_{\text{в}} = 1,0, m_{\text{дл}} = 0,66$$

Поскольку  $a = 250 \text{ мм} > l_{\text{см}} = 200 \text{ мм}$ , то учитываем влияние незагруженных участков на величину  $R_{\text{см90}}^A$ . В этом случае расчетное сопротивление местному смятию подсчитываем по формуле (3.3), т.е.

$$\begin{aligned} R_{\text{см90}}^M &= m_{\text{дл}} \cdot m_{\text{п}} \cdot m_{\text{в}} R_{\text{см90}}^A \cdot \left(1 + \frac{8}{l_{\text{см}} + 1,2}\right) = 2 \cdot 1,0 \cdot \left(1 + \frac{8}{20 + 1,2}\right) \\ &= \\ &= 4,96 \text{ (МПа)}. \end{aligned}$$

Проверяем прочность соединения:

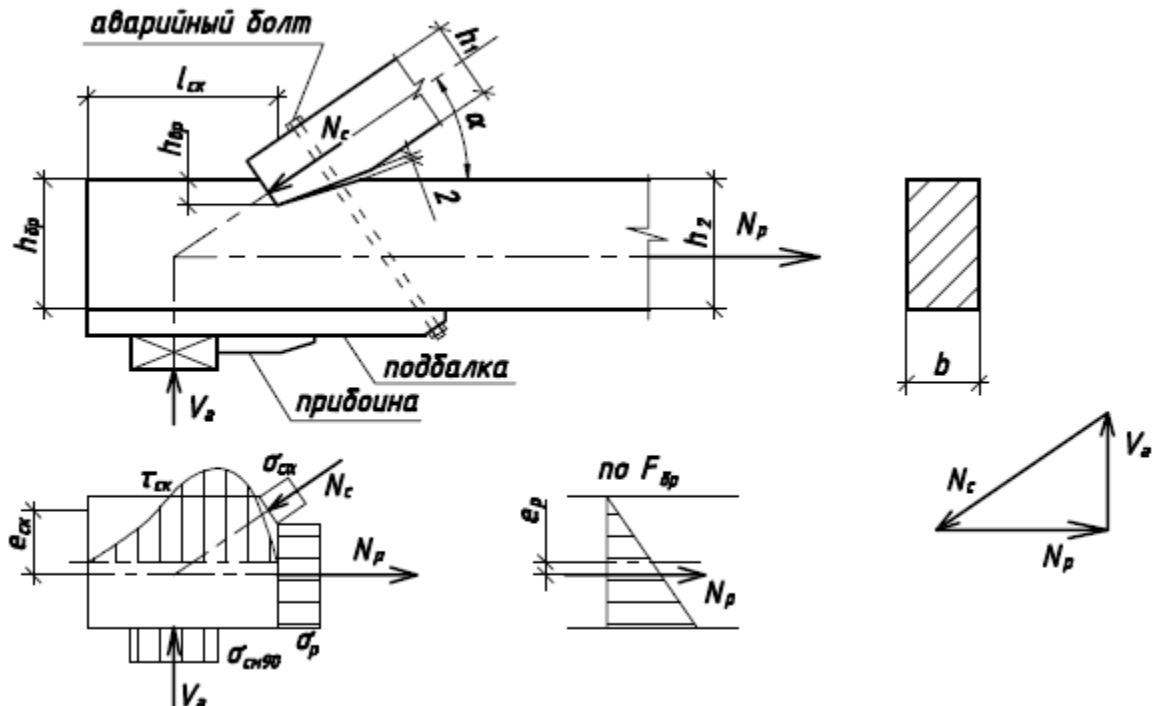
$$\sigma_{\text{см}} = \frac{N}{A_{\text{см}}} = \frac{1300 \cdot 10}{300} 4,33 \text{ (МПа)} < 4,96 \text{ МПа.}$$

Прочность обеспечена.

Лобовой врубкой называют такое соединение, когда усилие от одного элемента к другому передается под углом по площади взаимного упора без иных рабочих связей. В таких соединениях хотя и ставятся дополнительные рабочие связи в виде болтов, хомутов или скоб, но они не учитываются в основной работе врубки и могут включаться в работу только в случае аварии или при выполнении монтажа

Лобовая врубка показана на рис. 3.2.





$$1,5 \cdot h_{бр} \leq l_{ск} \leq 10 \cdot h_{вр}$$

$$2 \text{ см} \leq h_{вр} \leq 1/3 \cdot h_{бр}$$

Рис. 3.2 Лобовая врубка

К опасным видам работы лобовой врубки относятся скалывание, смятие и разрыв по ослабленному сечению. Проверка на смятие производится для нижнего элемента по площади контакта по формуле

$$\sigma_{см} = \frac{N_c}{A_{см}} \leq R_{см\alpha}^A m_{дл} \cdot \Pi m_i / \gamma_n, \quad (3.4)$$

где  $A_{см} = h_{вр} \cdot b / \cos \alpha$  – площадь смятия;  $R_{см\alpha}$  определяется по формуле (3.2).

Проверка этого же элемента на скалывание производится по формуле

$$\tau_{ск} = \frac{N_p}{A_{ск}} \leq R_{ск}^{ср}, \quad (3.5)$$

где  $A_{ск} = b \cdot l_{ск}$  – площадь скалывания;  $R_{ск}^{ср}$  – среднее по площади скалывания расчетное сопротивление древесины скалыванию, подсчитывается по формуле

$$R_{\text{СК}}^{\text{ср}} = \frac{R_{\text{СК}}^{\text{А}}}{1 + \beta \cdot (l_{\text{СК}}/e_{\text{СК}})} m_{\text{дл}}. \quad (3.6)$$

В формуле (3.6) коэффициент  $\beta$  принимается равным 0,25, как для одностороннего скалывания, а плечо сил скалывания  $e_{\text{СК}}$  – половине высоты нижнего пояса.

Проверка прочности ослабленного сечения нижнего элемента производится по формуле

$$\sigma_{\text{р}} = \frac{N_{\text{р}}}{A_{\text{нт}}} \leq m_0 \cdot R_{\text{р}}^{\text{А}} m_{\text{дл}} \cdot \text{П}m_{\text{і}}, \quad (3.7)$$

где  $A_{\text{нт}} = A_{\text{бр}} - A_{\text{осл}} = b \cdot h - h_{\text{вр}} \cdot b$  - площадь ослабленного сечения;  $m_0 = 0,8$  - коэффициент, учитывающий наличие ослаблений в растянутом элементе.

**Задача 3.2.** Рассчитать лобовую врубку (рис. 3.2). Исходные данные приведены в табл. 3.2.

Исходные данные к задаче 3.2. Таблица 3.2.

№ вар.	Исходные данные									
	$N_c$ , кН	$\alpha_0$	b, мм	h, мм	h <sub>вр</sub> , мм	l <sub>ск</sub> , мм	Материал, сорт	Условия эксплуатации	Температура, °С	$\gamma_n$
1	90	30	150	200	60	400	сосна, 1	1	35	0,9
2	80	35	125	225	70	450	дуб, 2	2	30	1,0
3	70	40	150	250	80	500	кедр, 1	3	35	1,0
4	60	45	150	275	90	600	клен, 2	1	-	1,0
5	100	40	175	250	75	600	лиственница, 1	2	-	1,1
6	90	35	150	225	60	550	ясень, 2	3	-	0,85
7	100	30	150	200	55	500	пихта, 1	1	-	0,85
8	70	25	175	200	65	400	береза, 2	2	-	0,85
9	90	45	175	275	80	550	вяз, 1	3	-	0,85
10	120	30	200	250	70	550	ель, 1	A2	40	1,0

Решение задачи 3.2 (вариант 1 из табл. 3.2).

Определим необходимые геометрические и прочностные характеристики для расчета напряжений:

$$A_{\text{см}} = (h_{\text{вр}} / \cos \alpha) \cdot b = (6,0 / 0,866) \cdot 15 = 1039,23 \text{ (см}^2\text{)};$$

$$A_{\text{ск}} = l_{\text{ск}} \cdot b = 40 \cdot 15 = 600 \text{ (см}^2\text{)};$$

$$A_{\text{нт}} = (h - h_{\text{вр}}) \cdot b = (20 - 6) \cdot 15 = 210 \text{ (см}^2\text{)};$$

$$R_{\text{ск}}^{\text{срА}} = \frac{R_{\text{ск}}^{\text{А}}}{1 + \beta \cdot l_{\text{ск}} / e_{\text{ск}}} = \frac{2,4}{1 + 0,25 \cdot 40 / 10} = 1,21 \text{ (МПа)};$$

$$R_{\text{см}\alpha}^{\text{А}} = \frac{R_{\text{см}}^{\text{А}}}{1 + (R_{\text{см}}^{\text{А}} / R_{\text{см}90}^{\text{А}} - 1) \cdot \sin^3 \alpha} = \frac{14}{1 + (19,5 / 4,5 - 1) \cdot 0,5^3} = 9,6 \text{ (МПа)}.$$

Вычислим напряжения от действующих усилий:

$$- \sigma_{\text{см}} = \frac{N_{\text{с}}}{A_{\text{см}}} = \frac{90 \cdot 10}{1039,23} = 0,87 \text{ (МПа)} < 9,6 / 0,9 = 10,67 \text{ (МПа)},$$

глубина врубки достаточна;

$$- \tau_{\text{ск}} = \frac{N_{\text{р}}}{A_{\text{ск}}} = \frac{90 \cdot 10 \cdot 0,866}{600} = 1,299 \text{ (МПа)} > 1,2 \cdot 0,66 / 0,9 = 0,89 \text{ (МПа)}$$

-длина площадки скалывания недостаточна;

$$- \sigma_{\text{р}} = \frac{N_{\text{р}}}{A_{\text{нт}}} = \frac{90 \cdot 10 \cdot 0,866}{210} = 3,71 \text{ (МПа)} < m_0 \cdot R_{\text{р}}^{\text{А}} m_{\text{дл}} = 0,8 \cdot 15 \cdot 0,66 =$$

= 8 (МПа), прочность по ослабленному сечению достаточна.

Вывод: необходимо увеличить длину площадки скалывания до 60 см.

**Задача 3.3.** Для врубки, изображенной на рис. 3.2, определить требуемый размер по данным табл. 3.3, учитывая все основные требования к конструированию врубки. Материал брусьев - сосна второго сорта. Условия эксплуатации – нормальные (А1).

Исходные данные к задаче 3.3. Таблица 3.3.

№ варианта	Исходные данные											
	N <sub>с</sub> , кН	Сечение верхнего пояса, мм		Сечение нижнего пояса, мм		$\alpha_0$		l <sub>ск</sub> , мм	h <sub>вр</sub> , мм	Искомый размер	Темп., °С	$\gamma_n$
		b <sub>1</sub>	h <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	h <sub>2</sub>							
1	105	150	150	150	-	30	-	-	-	h <sub>2</sub>	30	1,0
2	105	150	150	150	-	30	-	-	-	l <sub>ск</sub>	35	1,0
3	105	150	150	150	-	30	-	-	-	h <sub>вр</sub>	40	0,85
4	105	150	150	150	-	30	-	-	-	a <sub>оп</sub>	45	0,85
5	[N] <sub>ни</sub>	150	-	150	200	35	-	60	-	l <sub>ск</sub>	50	0,85
6	[N] <sub>ви</sub>	200	200	200	-	35	-	60	-	h <sub>2</sub>	30	1,0
7	[N] <sub>ви</sub>	200	200	200	-	35	-	60	-	l <sub>ск</sub>	35	1,1
8	[N] <sub>ви</sub>	200	200	200	-	35	-	60	-	a <sub>оп</sub>	40	1,1
9	120	175	-	175	-	40	-	-	-	h <sub>вр</sub>	45	1,0
10	120	175	-	175	-	40	-	-	-	h <sub>2</sub>	50	1,0
11	120	175	-	175	-	40	-	-	-	l <sub>ск</sub>	45	1,1
12	120	175	-	175	-	40	-	-	-	a <sub>оп</sub>	40	1,1

Примечание. Под символами [N]<sub>ни</sub> и [N]<sub>ви</sub> принимать предельную несущую способность «н» - нижнего пояса или «в» - верхнего пояса.

Решение задачи 3.3 (вариант 1 из табл. 3.3).

Для сосны второго сорта при нормальных условиях эксплуатации выписываем значение расчетных сопротивлений  $R_c^A = 19,5$  МПа;  $R_p^A \cdot m_0 = 10,5 \cdot 0,8 = 8,4$  (МПа);  $R_{см90}^A = 4,5$  МПа;

$R_{ск}^A = 3,2$  МПа; расчетное сопротивление древесины смятию под углом  $\alpha = 30^\circ$  будет равно:

$$R_{\text{см30}}^A = \frac{19,5}{1 + (19,5/4,5 - 1) \cdot \sin^3 \alpha} = 13,8 \text{ (МПа)}.$$

Для того чтобы определить требуемую высоту сечения нижнего растянутого бруса, необходимо найти глубину врубки. Требуемую площадь смятия определяем по формуле (3.4):

$$A_{\text{см}}^{\text{тр}} = \frac{N_c}{R_{\text{см30}}^A m_{\text{дл}}} = \frac{105 \cdot 10^{-3}}{13,8 \cdot 0,66} = 0,0114 \text{ (м}^2\text{)} = 114 \text{ (см}^2\text{)},$$

с другой стороны,  $A_{\text{см}} = b \cdot h_{\text{вр}} / \cos \alpha$ , откуда

$$h_{\text{вр}} = A_{\text{см}} \cdot \cos \alpha / b = 114 \cdot \cos 30^\circ / 15 = 6,6 \text{ (см)}.$$

Из условия прочности нижнего растянутого элемента по ослабленному сечению находим:

$$A_{\text{нт}}^{\text{тр}} = \frac{N_p}{R_p^A \cdot m_0 \cdot m_{\text{дл}}} = \frac{90,93 \cdot 10^{-3}}{5,6} = 0,0162 \text{ (м}^2\text{)} = 162 \text{ (см}^2\text{)},$$

где  $N_p = N_c \cdot \cos \alpha = 105 \cdot \cos 30^\circ = 90,33 \text{ (кН)}$  - усилие в нижнем элементе.

По известной площади  $A_{\text{нт}}^{\text{тр}}$  находим

$$h_2^{\text{тр}} = A_{\text{нт}}^{\text{тр}} / b + h_{\text{вр}} = 162 / 15 + 6,6 = 17,4 \text{ (см)}.$$

В соответствии с сортаментом пиломатериалов ближе к этому размеру брус высотой  $h=175 \text{ мм}$ . Однако принимаем  $h=200 \text{ мм}$ , учитывая требования правильного конструирования лобовых врубок, а именно, чтобы  $h_{\text{вр}} \leq (1/3)h$ . Окончательно принимаем для нижнего пояса брус сечением  $150 \times 200 \text{ мм}$  (для него  $h_{\text{вр}}=6,6 \text{ см} < (1/3)h=6,666 \text{ см}$ ).

## 3.2. Соединения на дискретных связях

### 3.2.1. Соединения на цилиндрических нагелях

Нагелями называют гибкие стержни, пластинки или иные вкладыши, препятствующие взаимному сдвигу соединяемых элементов и работающие в основном на изгиб. Нагельные соединения являются безраспорными, что обеспечивается защемлением нагеля в нагельном гнезде.

Нагели бывают пластинчатыми и цилиндрическими. К последним относятся болты, штыри, гвозди, шурупы, глухари. Наибольшее применение в практике строительства получили цилиндрические нагели, которые в зависимости от вида материала могут быть изготовлены из стали, алюминия, стеклопластика, прочных пород дерева - дуба, бука, березы. Цилиндрические нагели чаще всего используют при выполнении узловых и стыковых сопряжений элементов. Общий вид стыкового сопряжения показан на рис. 3.3.

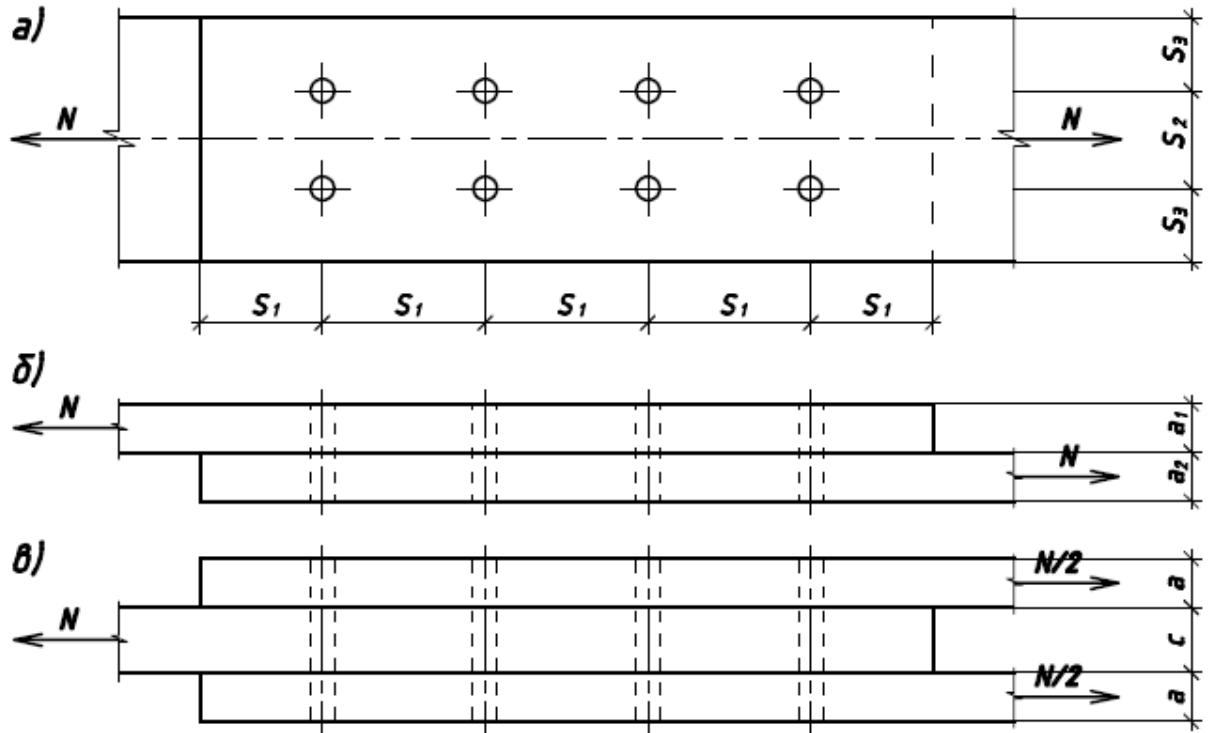


Рис.3.3 Соединение на цилиндрических нагелях: а) общий вид соединения; б) несимметричное соединение; в) симметричное соединение

Нагели располагают чаще всего в два или четыре ряда в прямом или шахматном порядке.

Расчетная несущая способность нагельного соединения определяется по формуле:

$$T = m \cdot n_{\text{ср}} \cdot [T], \quad (3.8)$$

где  $m$  - количество нагелей;  $n_{\text{ср}}$  - количество «срезов» нагеля;

$[T]$  - минимальная несущая способность нагеля на один «срез» из условий смятия крайнего или среднего элемента в симметричных соединениях или более тонкого в несимметричных соединениях или изгиба нагеля.

Под «срезом» понимается шов между сдвигаемыми в противоположном направлении элементами соединения. Формулы для расчета [Т] приведены в приложении.

Расчетную несущую способность цилиндрических нагелей при направлении передаваемого нагелем усилия под углом к волокнам следует определять с умножением:

а) на коэффициент  $k_\alpha$  (см. прил.) при расчете на смятие древесины в нагельном гнезде;

б) на величину  $\sqrt{k_\alpha}$  при расчете нагеля на изгиб; угол  $\alpha$  следует принимать равным большему из углов смятия нагелем элементов, прилегающих к рассматриваемому шву.

Расчетную несущую способность нагелей в соединениях элементов конструкций из древесины других пород, в различных условиях эксплуатации, в условиях повышенной температуры, при действии только постоянных и длительных временных нагрузок следует определять с умножением:

а) на соответствующий коэффициент  $m_{п}$ ,  $m_{в}$ ,  $m_{н}$  - при расчете нагельного соединения из условия смятия древесины в нагельном гнезде;

б) на корень квадратный из этого коэффициента при расчете нагельного соединения из условия изгиба нагеля.

**Задача 3.4.** Рассчитать и законструировать стык нижнего пояса фермы. Схема стыка представлена на рис. 3.4. Исходные данные взять из табл. 3.4

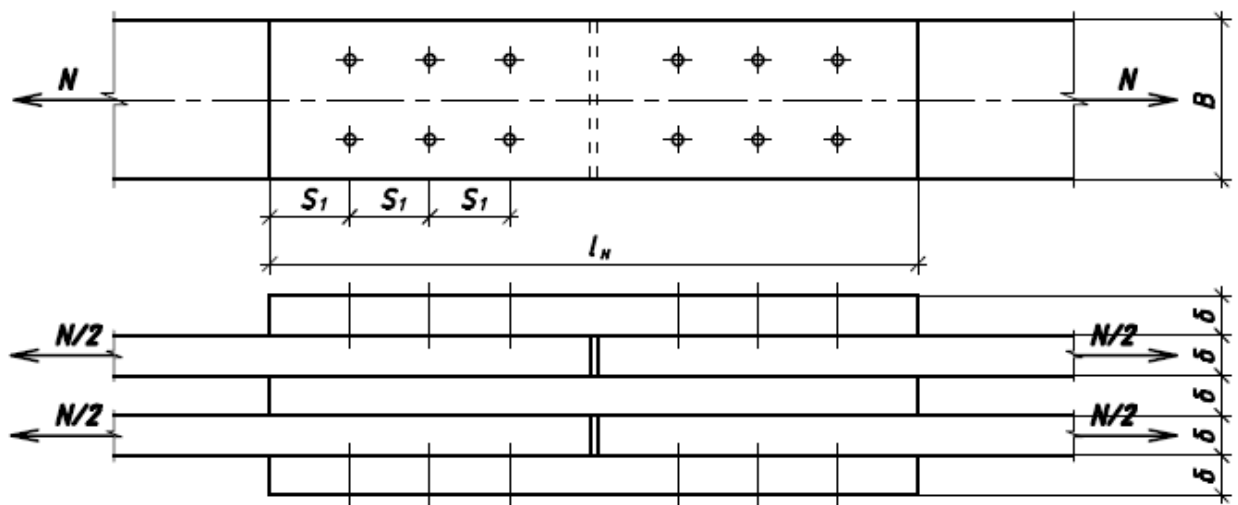


Рис. 3.4. Схема стыка нижнего пояса фермы



Исходные данные к задаче 3.4. Таблица 3.4.

№ варианта	Исходные данные						
	N, кН	Материал элемента, сорт	Условия эксплуатации	Материал нагеля	Диаметр нагеля, мм	Температура, °С	$\gamma_n$
1	70	сосна, 1	1	сталь	10	30	1,0
2	90	ель, 1	3	алюминий	12	35	1,0
3	100	лиственница, 1	2	стеклопластик	14	40	0,85
4	120	кедр, 1	1	сталь	16	45	0,85
5	130	ольха, 1	2	алюминий	16	50	1,0
6	140	пихта, 1	3	стеклопластик	18	45	1,0
7	150	сосна, 1	2	алюминий	20	40	1,1
8	160	лиственница, 1	2	сталь	18	35	1,1
9	80	пихта, 1	2	дуб	20	30	1,1
10	110	ель, 1	2	древесно- слоистый пластик	20	45	1,1

В результате решения задачи должны быть получены сечения поясных досок  $b \times \delta$ , определено необходимое количество нагелей и произведена их расстановка, определена длина накладок  $l_n$  и прокладок (сечения их принять, как для поясных досок), проверены напряжения растяжения в ослабленном сечении.

Решение задачи 3.4 (вариант 1 из табл. 3.4).

$N=70$  кН, материал элементов - сосна первого сорта, условия эксплуатации - А1, нагели стальные, диаметр нагелей – 10 мм.

Для материала сосны первого сорта, имеющего ослабления в сечении согласно приложению находим  $R_p^A \cdot m_0 = 15 \cdot 0,8 = 1,2$  (МПа). Для условий эксплуатации А1 имеем  $m_b = 1,0$ .

Из формулы (3.7) расчета растянутого элемента с ослаблениями находим требуемую площадь сечения:

$$A_{нт}^{тр} = \frac{N}{m_0 \cdot m_{дл} \cdot R_p} = \frac{70 \cdot 10^{-3}}{0,8 \cdot 0,66 \cdot 15} = 0,00875 \text{ (м}^2\text{)} = 87,5 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Пояс состоит из двух досок. Поэтому требуемая площадь одной доски будет равна  $A_{нт1}^{тр} = 87,5/2 \approx 44 \text{ (см}^2\text{)}$ .

Сечение ослаблено двумя отверстиями под нагели, поэтому площадь брутто одной доски будет равна  $A_{бр1}^{тр} = A_{нт1}^{тр} + 2 \cdot d \cdot \delta$ .

Принимаем по сортаменту доски сечением  $50 \times 125$  мм ( $A_{бр1} = 62,5 \text{ см}^2$ ;  $A_{нт1} = 52,5 \text{ см}^2 > 44 \text{ см}^2$ ). (Близкие по сортаменту сечения  $40 \times 125$  мм или  $50 \times 100$  мм не подходят, так как для них  $A_{нт1} < A_{нт1}^{тр}$ ).

Подсчитаем несущую способность нагеля согласно СП64.1330.2017 для симметричного соединения на стальных цилиндрических нагелях, несущая способность одного среза нагеля равна:

- из условия смятия древесины крайнего элемента

$$T_{см,а} = 1,2 \cdot a \cdot d \cdot m_{дл} = 1,2 \cdot 5 \cdot 1,0 \cdot 0,66 = 4 \text{ (кН)};$$

- из условия смятия древесины среднего элемента

$$T_{см,с} = 0,75 \cdot c \cdot d \cdot m_{дл} = 0,5 \cdot 5 \cdot 1,0 \cdot 0,66 = 2,5 \text{ (кН)};$$

- из условия изгиба нагеля

$$T_{и} = (2,2 \cdot d^2 + 0,025 \cdot a^2) m_{дл} = (2,2 \cdot 1,0^2 + 0,025 \cdot 5^2) \cdot 0,66 = 1,9 \text{ (кН)}$$

$$\text{(но не более } 2,2 \cdot d^2 m_{дл} = 1,45 \text{ кН).}$$

За несущую способность среза нагеля принимаем  $T_{min} = 1,45$  кН.

Нагель четырехсрезный, поэтому его несущая способность

$$T_{наг} = 4 \cdot T_{min} = 4 \cdot 1,45 = 5,8 \text{ (кН)}.$$

Необходимое количество нагелей с каждой стороны стыка должно быть не менее

$$n \geq N/T_{наг} = 70/5,8 = 12,06 \text{ (шт)}.$$

Принимаем 14 нагелей, располагая их в два ряда. По длине накладки нагели расстанавливаем с шагом  $S_1 = 15 \cdot d = 15 \cdot 10 = 150$  (мм). Тогда длина полунакладки (или полупрокладки) будет равна  $l_{н}/2 = 8 \cdot S_1 = 8 \cdot 150 = 1200$  (мм). Полная длина будет в два раза больше, т.е.  $l_{н} = 2400$  мм.

Проверяем возможность расстановки нагелей по высоте сечения пояса. Для этого подсчитаем предельные шаги расстановки нагелей:

$$S_2 = 3,5 \cdot d = 3,5 \cdot 10 = 35 \text{ (мм)}; S_3 = 3 \cdot d = 3 \cdot 10 = 30 \text{ (мм)}.$$

Вся высота пояса состоит из  $2S_3$  и  $S_2$ , т.е. равна  $(2 \cdot S_3 + S_2) = 2 \cdot 30 + 35 = 95$  (мм). Поскольку принят пояс высотой сечения  $h_{п} = 125$  мм  $> 95$  мм, шаг  $S_2$  и  $S_3$  можно увеличить и принять их равными

$$S_2 = 45 \text{ мм}; S_3 = 40 \text{ мм}.$$

Напряжение в ослабленном сечении пояса можно не проверять, так как для него принято  $A_{нт} > A_{нт}^{тр}$ .

**Задача 3.5.** Найти предельную нагрузку, которую может воспринять крепление раскоса, примыкающего под углом  $\alpha$  к поясу фермы (рис. 3.5). Данные для расчета взять по табл. 3.5 (проверку расстановки нагелей не производить, считая, что она удовлетворяет требованиям СП).

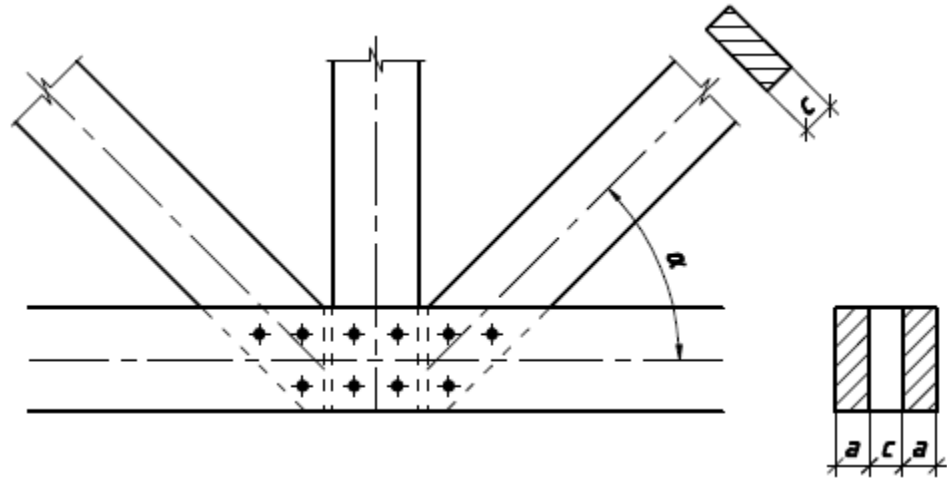


Рис. 3.5. Схема узла фермы

Исходные данные к задаче 3.5. Таблица 3.5.

№ варианта	Исходные данные							
	$\alpha^\circ$	Толщина элемента		Материал нагеля	Диаметр нагеля, мм	Древесина	$\gamma_n$	Условия эксплуатации
		а, мм	с, мм					
1	60	50	60	сталь	2Ø14	сосна	0,9	1
2	45	40	60	алюминий	3Ø12	лиственница	0,85	2
3	45	60	75	стеклопластик	2Ø16	пихта	0,85	3
4	30	40	50	сталь	3Ø14	кедр	1,0	1
5	30	50	75	алюминий	2Ø18	ясень	1,0	2
6	60	50	50	сталь	3Ø16	дуб	1,0	3
7	45	60	60	стеклопластик	3Ø18	клен	1,0	1
8	60	60	50	алюминий	2Ø14	осина	1,0	2
9	50	50	60	стеклопластик	3Ø16	граб	1,1	3
10	40	40	40	сталь	2Ø14	береза	1,1	1

Решение задачи 3.5 (вариант 1 из таблицы 3.5).

Определим несущую способность одного нагеля на один «срез» из следующих условий (см. таблицу приложения):

- смятие крайних элементов (усилие действует под углом  $\alpha = 60^\circ$ )

$$[T_1] = 1,2 \cdot a \cdot d \cdot k_\alpha \cdot m_{дл} = 0,8 \cdot 5 \cdot 1,4 \cdot 0,725 \cdot 0,66 = 4,06 \text{ (кН)};$$

- смятие среднего элемента

$$[T_2] = 0,75 \cdot c \cdot d \cdot m_{дл} = 0,5 \cdot 6 \cdot 1,4 \cdot 0,66 = 4,2 \text{ (кН)};$$

- изгиб нагеля

$$\begin{aligned} [T_3] &= (2,2 \cdot d^2 + 0,025 \cdot a^2) \cdot \sqrt{k_\alpha} \cdot m_{дл} \\ &= (2,2 \cdot 1,4^2 + 0,025 \cdot 5^2) \cdot \sqrt{0,725} \cdot 0,66 = \\ &= 2,77 \text{ (кН)}; \end{aligned}$$

$$[T_4] = 2,2 \cdot d^2 \cdot \sqrt{k_\alpha} \cdot m_{дл} = 2,5 \cdot 1,4^2 \cdot \sqrt{0,725} \cdot 0,66 = 4,45 \text{ (кН)}.$$

Принимаем  $[T_3]=2,77$  кН, как минимальную. Несущая способность соединения равна:

$$\begin{aligned} N &= ([T] \cdot n_{ср} \cdot m \cdot \sqrt{m_{п} \cdot m_{в} \cdot m_{н}}) / \gamma_n = (2,77 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{1 \cdot 1 \cdot 1,2}) / 0,9 \\ &= \\ &= 13,5 \text{ (кН)}. \end{aligned}$$

### 3.2.2. Соединения на пластинчатых нагелях

Соединения на пластинчатых нагелях в соединениях деревянных конструкций применяются лишь для сплачивания брусьев в составных балках, арках, верхних поясах ферм. Пластинчатые нагели изготавливаются из твердых пород дерева (дуб, бук, береза) с размерами, изображенными на рис. 3.6.

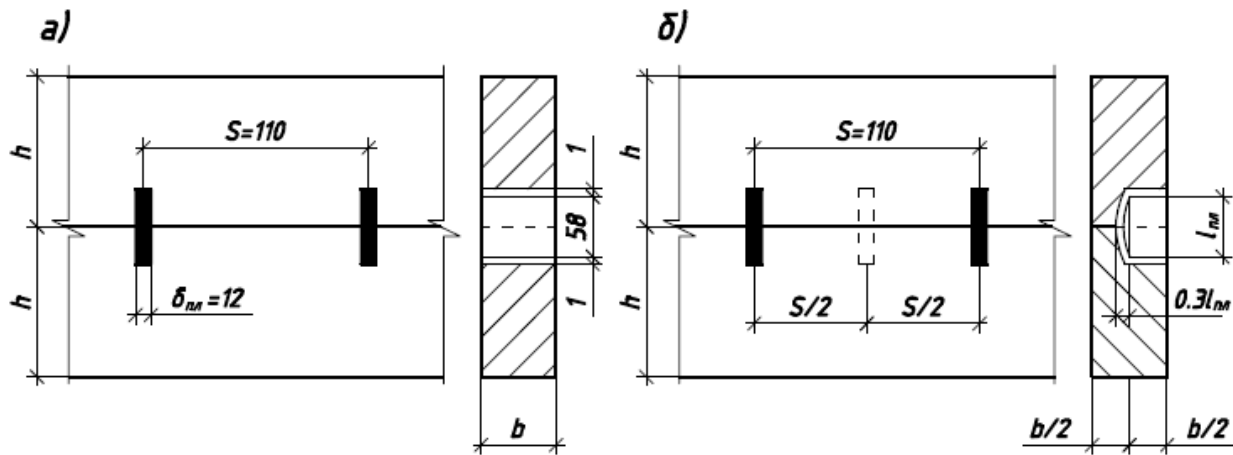


Рис. 3.6. Соединение на пластинчатых нагелях

Сплачивание по высоте более трех брусьев не допускается.

Расчетная несущая способность одного дубового или березового нагеля с размерами, изображенными на рис 3.6, определяется по формуле

$$T = 1,5 \cdot m_{дл} b_{пл} \cdot Пm_i \text{ (кН)}, \quad (3.9)$$

где  $b_{пл}$  - ширина пластинчатого нагеля в см, для сквозных нагелей  $b_{пл} = b$ , для глухих нагелей  $b_{пл} = 0,5 \cdot b$ .

Необходимое количество связей (пластин) от опоры до места с наибольшим изгибающим моментом определяется по формуле

$$n \geq \frac{1,5 \cdot M_{\max} \cdot S}{I \cdot T}, \quad (3.10)$$

где  $M_{\max}$  - расчетный изгибающий момент;  $S$  - статический момент ветви относительно нейтральной оси;  $I$  - момент инерции всего сечения.

**Задача 3.6.** Определить необходимое количество пластинчатых нагелей в составной балке из двух брусьев сечением 150x150 мм, расставленных в ней согласно рис. 3.6. Исходные данные взять из табл. 3.6 и рис. 3.7.

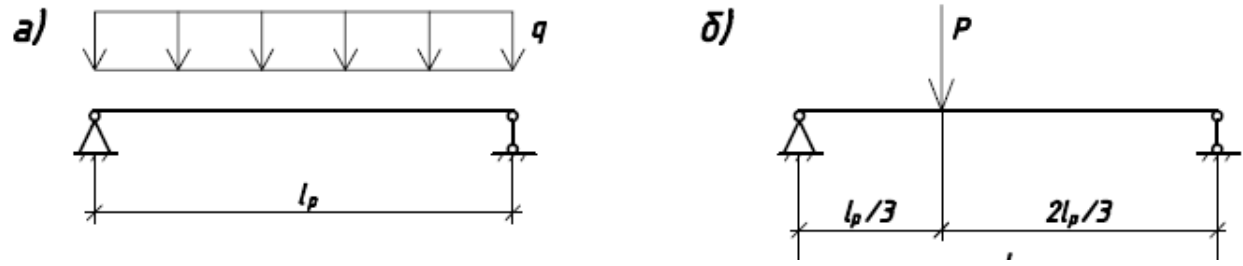


Рис. 3.7. Расчетные схемы балок



Исходные данные к задаче 3.6. Таблица 3.6.

№ варианта	Исходные данные								
	l, мм	q, кН/м	P, кН	Схема попер. сеч. по рис. 3.6	Материал брусьев, сорт	Схема балки по рис. 3.7	Условия . эксплуатации	Температура, °С	$\gamma_n$
1	4000	12,0	-	а	сосна, 2	а	1	30	1,0
2	5000	-	24,0	б	лиственница, 2	б	3	40	1,0
3	6000	7,0	-	а	пихта, 1	а	1	-	0,85
4	4500	-	28,0	б	береза, 2	б	2	-	0,85
5	5500	8,0	-	а	ясень, 2	а	1	-	0,85
6	6500	-	20,0	б	вяз, 1	б	3	-	0,85
7	5000	9,0	-	а	ель, 1	а	2	35	1,0
8	6000	-	22,0	б	клен, 2	б	3	-	1,0
9	4500	10,0	-	а	кедр, 1	а	2	-	0,85
10	4000	-	28,0	б	дуб, 2	б	1	-	0,85

Решение задачи 3.6 (вариант 1 из таблицы 3.6).

Определяем несущую способность одного пластинчатого нагеля по формуле (3.9):

$$T_{\text{пл}} = 1,5 \cdot m_{\text{дл}} b_{\text{пл}} = 1,5 \cdot 0,66 \cdot 15 = 15 \text{ (кН)},$$

где  $b_{\text{пл}} = b = 15$  см (принято как для сквозных нагелей).

Для балки имеем

$$M = q \cdot l^2 / 8 = 12 \cdot 4^2 / 8 = 24 \text{ (кНм)}.$$

Для балки прямоугольного сечения находим:

$$I = b \cdot h^3 / 12 = 15 \cdot 30^3 / 12 = 33750 \text{ (см}^4\text{)};$$

$$S = b \cdot h^2 / 8 = 15 \cdot 30^2 / 8 = 1687,5 \text{ (см}^3\text{)}.$$

По формуле (3.10) подсчитываем необходимое количество нагелей на участке, равном половине пролета балки:

$$n = \frac{1,5 \cdot M_{\text{max}} \cdot S}{I \cdot T_{\text{пл}}} = \frac{1,5 \cdot 24 \cdot 1687,5 \cdot 10^2}{33750 \cdot 15} = 12 \text{ (шт)}.$$

Проверяем возможность расстановки нагелей на расчетном участке с предельно минимальным шагом  $S = 9 \cdot \delta_{\text{пл}} = 7 \cdot 1,2 = 8,4$  (см):

$$(n + 1) \cdot S = (12 + 1) \cdot 8,4 = 109,2 \text{ (см)} < l/2 = 200 \text{ (см)}.$$

Поэтому нагели расставляем с шагом

$$S = 200/13 = 15,38 \text{ (см)} \approx 15 > [S] = 8,4 \text{ см}.$$

**Задача 3.7.** Подсчитать требуемый параметр в составной балке (рис. 3.8), выполненной из двух брусев, соединяемых между собой пластинчатыми нагелями. Исходные данные принять по табл. 3.7.

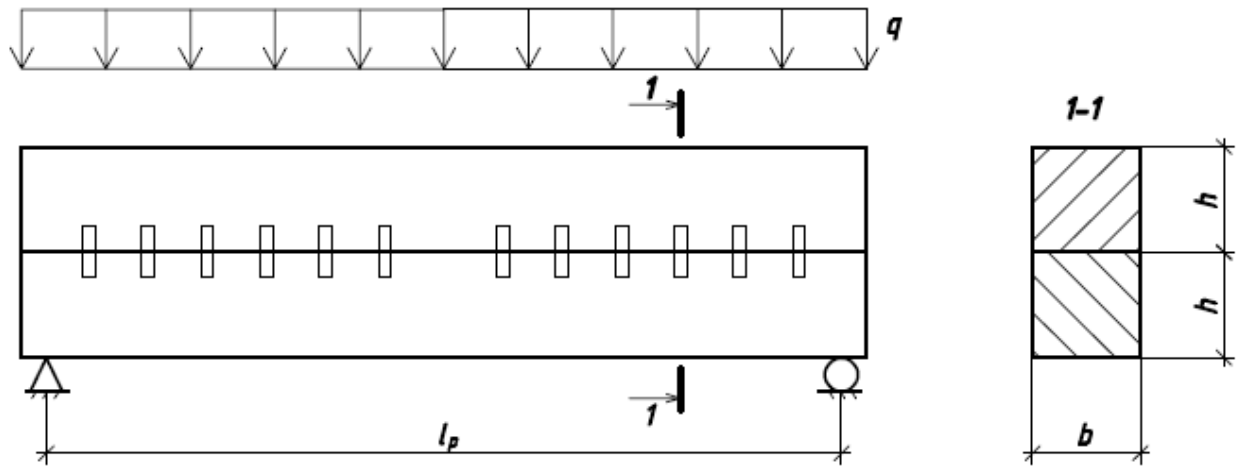


Рис. 3.8. Составная балка на пластинчатых нагелях

Исходные данные к задаче 3.7. Таблица 3.7.

№ варианта	Исходные данные							
	l, мм	q, кН/м	b, мм	h, мм	Материал брусьев, сорт	Условия эксплуатации	Параметр, определяемый из условия	
							несущей способ-ности	жесткости
1	7000	5,0	-	-	сосна, 2	1	hxb	-
2	8000	4,0	-	-	лиственница, 2	2	-	hxb
3	9000	3,5	250	250	пихта, 1	3	кол. наг.	-
4	6000	-	150	150	ясень, 2	1	[q]	-
5	5000	-	125	125	береза, 2	2	-	[q]
6	7000	4,0	175	175	вяз, 1	3	кол. наг.	-
7	8000	4,5	-	-	ель, 1	1	hxb	-
8	9000	3,0	-	-	клен, 2	2	-	hxb
9	6000	5,0	200	200	дуб, 2	3	кол. наг.	-
10	7000	-	175	175	кедр, 1	2	[q]	-

Примечание.

[q]

–

предельная

нагрузка.

Решение задачи 3.7 (вариант 1 из таблицы 3.7).

В балке возникает изгибающий момент

$$M = q \cdot l^2 / 8 = 5 \cdot 7^2 / 8 = 30,625 \text{ (кНм)}.$$

Материал балки – сосна второго сорта, для которой  $R_{и} = 19,5$  МПа, коэффициент  $m_{в} = 1$  (для группы А1). Согласно СП64.13330 для балки длиной  $l = 7000$  мм при числе слоев, равном 2, значение  $k_w = 0,9$ . Определяем требуемый момент сопротивления

$$W_{тр} = \frac{M}{k_w \cdot R_{и}^A m_{дл}} = \frac{30,625 \cdot 10^{-3}}{0,9 \cdot 19,5 \cdot 0,66} = 0,002617 \text{ (м}^3\text{)} = 2617 \text{ (см}^3\text{)}$$

и, задаваясь  $b = 150$  мм из условия  $W = b \cdot H^2 / 6$ , находим, что

$$H = \sqrt{6 \cdot 2617 / 15} = 32,35 \text{ (см)}.$$

Требуемая высота бруса

$$h = H / 2 = 32,35 / 2 = 16,2 \text{ (см)}.$$

Согласно сортаменту пиломатериалов, принимаем брус сечением 175x150 мм. Подсчитываем необходимое количество пластинчатых нагелей на участке, равном  $l/2 = 3500$  мм:

$$n = \frac{1,5 \cdot M_{\max} \cdot S}{I \cdot T_{пл} m_{дл}} = \frac{1,5 \cdot 30,625 \cdot 2296,8 \cdot 10^2}{53593,75 \cdot 14,85} = 13,3 \text{ (шт)},$$

$$\text{где } I = b \cdot H^3 / 12 = 15 \cdot 35^3 / 12 = 53593,75 \text{ (см}^4\text{)};$$

$$T_{пл} = 0,75 \cdot b_{пл} = 1,5 \cdot 15 \cdot 0,66 = 14,85 \text{ (кН)};$$

$$S = b \cdot h^2 / 2 = 15 \cdot 17,5^2 / 2 = 2296,8 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Принимаем 14 нагелей на участке, равном 3500 мм. Проверяем возможность расстановки этого количества нагелей на длине 3500 мм. Предельный шаг расстановки  $[S] = 9 \cdot d_{пл} = 9 \cdot 1,2 = 10,8$  (см). Равномерная расстановка 14 нагелей на участке 3500 мм позволяет это сделать с шагом  $S = 3500 / 15 = 23,3$  (см)  $> [S]$ . Поэтому оставляем принятое

сечение 175x150 мм балки из двух брусьев, соединенных пластинчатыми нагелями, расставленными по длине с шагом 185 мм.

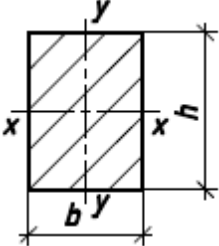
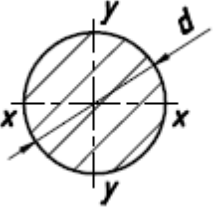
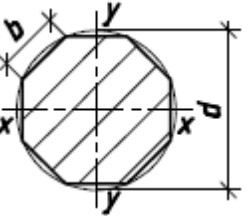
**Библиографический список**

1. СП 64.13330.2017. Деревянные конструкции. Актуализированная редакция. СНиП II-25-80. – М.: Минрегион России, 2011. – 88 с.
2. Расчет конструкций из дерева и пластмасс: учеб. пособие для студ. вузов/ Ф.А. Бойтемиров, В.М. Головина, Э.М. Улицкая; под ред. Ф.А. Бойтемирова. - М.: Изд.центр «Академия», 2006. – 160 с.
3. Вдовин В.М, Карпов В.Н. Сборник задач и практические методы их решения по курсу «Конструкции из дерева и пластмасс»: Учебное пособие. – М.: ИАСВ, 1999. – 133 с.

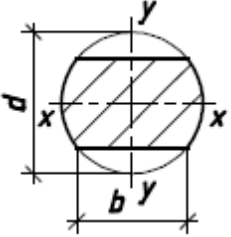
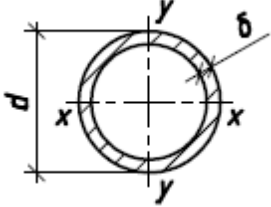
## Приложение

## Справочный материал к расчетам элементов и соединений

Геометрические характеристики поперечных сечений. Таблица 1

Сечение	Площадь $A, \text{см}^2$	Радиус инерции $r_x,$ см	Момент инерции $I, \text{см}^4$	Момент сопротивления $W, \text{см}^3$	Статический момент полусечения $S,$ $\text{см}^3$
	$b \cdot h$	$0,289 \cdot h$	$\frac{b \cdot h^3}{12}$	$\frac{b \cdot h^2}{6}$	$\frac{b \cdot h^2}{8}$
	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\frac{d}{4}$	$\frac{\pi \cdot d^4}{64}$	$\frac{\pi \cdot d^3}{32}$	$\frac{d^3}{12,5}$
	$b = 0,707 \cdot d$	$0,236 \cdot d$	$0,039 \cdot d^4$	$0,09 \cdot d^3$	$0,07 \cdot d^3$
	$b = 0,76 \cdot d$	$0,246 \cdot d$	$0,046 \cdot d^4$	$0,098 \cdot d^3$	$0,08 \cdot d^3$



Сечение		Площадь $A, \text{см}^2$	Радиус инерции $r_x,$ см	Момент инерции $I, \text{см}^4$	Момент сопротивления $W, \text{см}^3$	Статический момент полусечения $S,$ $\text{см}^3$
	$b =$	$0,74 \cdot d^2$	$0,231 \cdot d$	$0,039 \cdot d^4$	$0,09 \cdot d^3$	$0,07 \cdot d^3$
	$b =$	$0,77 \cdot d^2$	$0,244 \cdot d$	$0,046 \cdot d^4$	$0,098 \cdot d^3$	$0,08 \cdot d^3$
		$\pi \cdot d \cdot \delta$	$0,353 \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^3 \cdot \delta}{64}$	$\frac{\pi \cdot d^2 \cdot \delta}{32}$	

Сортамент пиломатериалов (ГОСТ 8486-86) Таблица 2

Толщина, мм	Ширина, мм										
	75	100	125	150	175	200	225	250	275	300	325
16	5	00	25	50	-	-	-	-	-	-	-
19	5	00	25	50	75	-	-	-	-	-	-
22	5	00	25	50	75	00	25	-	-	-	-
25	5	00	25	50	75	00	25	50	75	-	-

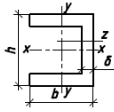
Толщина, мм	Ширина, мм										
	75	100	125	150	175	200	225	250	275	300	325
32	5	00	25	50	75	00	25	50	75	00	25
40	5	00	25	50	75	00	25	50	75	00	25
44	5	00	25	50	75	00	25	50	75	00	25
50	5	00	25	50	75	00	25	50	75	00	25
60	5	00	25	50	75	00	25	50	75	00	25
75	5	00	25	50	75	00	25	50	75	00	25
100	-	00	25	50	75	00	25	50	75	00	25
125	-	-	25	50	75	00	25	50	-	-	-
150	-	-	-	50	75	00	25	50	-	-	-
175	-	-	-	-	75	00	25	50	-	-	-
200	-	-	-	-	-	00	25	50	-	-	-
250	-	-	-	-	-	-	-	50	-	-	-

Примечание. При необходимости могут быть изготовлены брусковые заготовки с размерами, получаемыми путем распиловки досок на несколько равных частей, согласно ГОСТ 9685-61\*.

Сортамент фанерных труб Таблица 3

Наименование изделия	Внутренний диаметр, мм	Толщина стенки, мм
Фанерные трубы в звеньях длиной 1,4-1,5 м и с укрупнением до 5-7 м	50	6,5
	100	8,0
	150	11,0
	200	11,0
	250	13,0
	300	13,0

Сортамент фанерных швеллеров Таблица 4

Поперечное сечение	Геометрические характеристики							
	№ про-филя	h, мм	b, мм	$\delta$ , мм	$A_x$ , см <sup>2</sup>	$z_0$ , см	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$I_y$ , см <sup>4</sup>
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	10	100	60	10	20	2,0	253	62
	12	120	60	10	22	1,86	398	67
	12a	120	80	10	24	2,65	519	152
	14	140	80	10	26	1,65	584	71
	14a	140	80	10	28	2,5	753	169
	16	160	80	10	30	2,37	1040	171
	19	190	80	10	33	2,21	1579	182
	22	220	80	10	36	2,06	2259	191
	25	250	80	10	39	1,94	3096	199
	30	300	80	12	53	1,77	5863	252

Сортамент стеклопластиковых труб (СВАМ) Таблица 5

Наименование изделия	Внутренний диаметр, мм	Толщина стенки, мм
Стеклопластиковые трубы: - длиной 3000 мм - длиной 5000 мм	25,4; 38,0	1,4
	50	2,1
	62	2,8
	75	2,8
	100	4,2
	125	4,9
	150	5,6
	200	7,7

Расчетные характеристики фанерных профилей и некоторых конструкционных пластмасс Таблица 6

Наименование и марка материала	Расчетные сопротивления, МПа				Модули, МПа	
	$R_p$	$R_c$	$R_{и}$	$R_{СК}/R_{СР}$	упругости $E$	сдвига $G$
1. Фанерные трубы марки Ф-1: Ø 50-150	25	25	20	-	8100	-
	25	25	15	-	7300	-
2. Фанерные профили: вдоль волокон	14	11,5	16	0,6/3,5	11000	750
	5	5	-	0,8/5	500	750
наружных слоев						

Наименование и марка материала	Расчетные сопротивления, МПа				Модули, МПа	
	$R_p$	$R_c$	$R_{и}$	$R_{СК}/R_{СР}$	упругости E	сдвига G
поперек волокон наружных слоев						
3. Стеклопластики:	110	45	55	30	19000	-
КАСТ-В	160	140	250	50	24000	-
СВАМ (1:1)	220	90	110	-	15000	5,70
АГ-4С (1:1)	15	15	15	9	3000	-
полиэфирный						
4. Древесно- слоистый пластик марки ДСП-Б, толщиной 15-60 мм	109	80	130	7	15000	
5. Винипласт	14	14	20	8,5	1600	

Коэффициенты продольного изгиба для некоторых материалов Таблица 7

Материал	$\lambda_1$	$\varphi$ при $\lambda > \lambda_1$	$\varphi$ при $\lambda < \lambda_1$
Фанера строительная	70	$\frac{2500}{\lambda^2}$	$1 - \left(\frac{\lambda}{100}\right)^2$
Фанерные профили	60	$\frac{2150}{\lambda^2}$	$1 - 1,12 \cdot \left(\frac{\lambda}{100}\right)^2$
Фанерные трубы	70	$\frac{2390}{\lambda^2}$	$1 - 1,046 \cdot \left(\frac{\lambda}{100}\right)^2$
Стеклопластики: СВАМ (1:1)	40	$\frac{1260}{\lambda^2}$	$1 - \left(\frac{\lambda}{100}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{R_y}{R_T}\right),$ $R_y$ - условный предел пропорциональности; $R_T$ - условный предел текучести -
АГ-4С (1:1)	40	$\frac{1260}{\lambda^2}$	
КАСТ-В	62	$\frac{1260}{\lambda^2}$	
Винипласт	38	$\frac{1260}{\lambda^2}$	