

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна
Должность: проректор по учебной работе
Дата подписания: 02.05.2024
Уникальный программный ключ:
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eab0f75e943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра программной инженерии

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

« 04 » 02

(ЮЗГУ) 2024 г.



ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Методические рекомендации по самостоятельной работе бакалавров направлений подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», 09.03.02 «Информационные системы и технологии» и 09.03.04 «Программная инженерия»

Курск 2024

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время трудно найти такую область человеческой деятельности, где не используется вычислительная техника. Развитие вычислительной техники стало причиной бурного развития дискретной математики, которая занимается исследованием структур и задач на конечных множествах. Методы дискретной математики описывают объекты, процессы и зависимости реального мира, находящие приложение в технике, информатике, при анализе, композиции и декомпозиции информационных процессов. Дискретная математика включает в себя такие разделы, как теория множеств и отношений, математическая логика, комбинаторный анализ, теория графов, а также некоторые другие.

«Дискретная математика» представляет собой дисциплину вариативной части учебного плана и изучается бакалаврами направлений подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», 09.03.02 «Информационные системы и технологии» и 09.03.04 «Программная инженерия».

1.1. Цель дисциплины

Приобретение совокупности знаний, умений и навыков использования основных понятий, моделей и методов дискретной математики, как в процессе обучения в вузе, так и в будущей профессиональной деятельности.

1.2. Задачи дисциплины

- получение знаний в следующих областях: теории множеств и бинарных отношений, комбинаторике, теории булевских функций, теории графов;
- овладение методикой разработки моделей компонентов информационных систем;
- получение навыков применения моделей и методов дискретной математики в профессиональной деятельности

1.3. Планируемые результаты обучения

Знать:

- основные понятия, составляющие предмет дискретной математики;
- основные методы решения задач предметной области с применением дискретных моделей.

Уметь:

- строить математические модели задач предметной области;
- применять стандартные методы дискретной математики для решения типовых задач;
- осуществлять поиск научной информации и работу с реферативной, справочной, периодической и монографической литературой по различным областям дискретной математики.

Владеть:

- навыками решения комбинаторных задач;
- навыками нахождения различных параметров и представлений булевых функций;
- методами математической логики;
- методами теории графов.

У обучающихся формируются следующие компетенции:

- способностью разрабатывать модели компонентов информационных систем, включая модели баз данных и модели интерфейсов «человек – электронная вычислительная машина» (ПК-1).

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Самостоятельная работа студентов (СРС) - одна из форм индивидуальной работы, важнейшая составная часть процесса подготовки будущих специалистов.

Целями СРС являются формирование у студентов навыков к самостоятельному творческому труду, умение решать профессиональные задачи с использованием всего арсенала современных средств, потребность к непрерывному самообразованию и совершенствованию своих знаний; приобретение опыта планирования и организации рабочего времени и расширение кругозора.

Самостоятельная работа студентов способствует активизации умственной деятельности и самостоятельному усвоению знаний, формированию профессиональных умений и навыков, обеспечивает формирование общекультурных, профессиональных компетенции будущего специалиста. Она максимально развивает познавательные и творческие способности личности в рамках актуализации компетентностного подхода.

Кроме того, СРС позволяет студенту развивать свои возможности, потребности, интересы посредством проектирования собственного индивидуального образовательного маршрута, побуждает к научно-исследовательской работе.

Самостоятельная работа студентов включает в себя два вида: аудиторную и внеаудиторную работу.

Самостоятельная аудиторная работа студентов (САРС) по дисциплине выполняется под непосредственным руководством и контролем преподавателя, по его заданию. САРС осуществляется в сроки, определяемые учебным планом и расписанием занятий.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентами по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия и не регламентируется расписанием занятий. Она может выполняться студентами с использованием дистанционных образовательных технологий в различных формах, главным принципом которых является удаленная СРС, где студент и преподаватель взаимодействуют (передают и получают задания, методические материалы, контрольные вопросы, тестовые задания и т. п. в электронном виде) посредством локальной и глобальной сетей. Формами реализации такой работы могут быть различные способы ИТ-коммуникаций, выбираемые преподавателем с учетом особенностей преподавания дисциплины.

Объем времени на САРС включается в общий объем времени, отведенного на СРС, согласно учебному плану. При этом на САРС не переносятся лабораторные, практические, семинарские и другие занятия, предусмотренные расписанием.

Самостоятельная аудиторная работа студентов включает следующие формы работ:

- дополнительные занятия;
- текущие консультации по дисциплине;
- консультация и прием индивидуальных домашних заданий.

Внеаудиторная СРС, в том числе с использованием дистанционных образовательных технологий, включает следующие формы работ:

- работа с учебниками, учебными и методическими пособиями (как на бумажных, так и на электронных носителях);
 - работа с первоисточниками;
 - работа с конспектами лекций, научными статьями;
 - составление конспектов в виде электронного документа, презентаций на базе рекомендованной лектором учебной литературы, включая электронные учебные издания (электронные учебники, курсы, презентации, модели, анимированные изображения, видео - кейсы, библиотеки, контрольно-измерительные материалы и др.);
 - подготовка к лабораторным занятиям, в том числе по материалам электронных учебных изданий, специализированных тематических сайтов, электронных копий научных статей и т. п.;
 - составление отчетов по лабораторным работам;
 - научный эксперимент, размышления и обсуждения, выполнение
 - осуществление самоконтроля (компьютерное тестирование и т. д.);
- подготовка к тестированию;
- выполнение домашних заданий в виде решения отдельных задач, проведения типовых расчетов, индивидуальных работ по отдельным разделам содержания дисциплин и т. д.;

- проработка тем, вынесенных в рабочей программе дисциплины на самостоятельное изучение.

Формы, объем и содержание заданий по СРС устанавливается кафедрой в соответствии с учебными планами и рабочими программами учебных дисциплин.

ПЛАНИРОВАНИЕ СРС

Основой для планирования СРС являются:

- федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) и государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования (ГОС ВПО);
- учебный план специальности (направления подготовки);
- рабочая программа дисциплины.

В соответствии с требованиями ГОС ВПО и ФГОС ВПО объем изучаемых дисциплин в рабочих учебных планах установлен (нормирован) в академических часах и включает в себя аудиторную и самостоятельную (внеаудиторную) работу студентов. Трудоемкость самостоятельной работы по дисциплине определяется из рабочих учебных планов.

Затраты времени на выполнение всех форм СРС по каждой дисциплине строго соответствуют действующему учебному плану специальности (направления подготовки), а содержание - требованиям основной образовательной программы ВПО.

Методика планирования самостоятельной работы складывается из следующих элементов:

$$T_{\text{сум}} = T_{\text{лп}} + T_{\text{сп}} + T_{\text{зэ}} + T_{\text{из}},$$

$T_{\text{сум}}$ – суммарное время на СРС по данной дисциплине, определенное учебным планом, ч;

$T_{\text{лп}}$ – время на подготовку к лекциям, лабораторным, практическим, семинарским занятиям, ч;

$T_{\text{сп}}$ – время на самостоятельное изучение разделов и тем учебной дисциплины;

$T_{\text{зэ}}$ - время на подготовку к зачетам и экзаменам;

Т_{из} - время на самостоятельное выполнение индивидуальных заданий (курсовой проект, курсовая работа, расчетно-графическая работа, конспект, реферат, упражнение и др.).

Сведения о СРС указываются в рабочей программе каждой дисциплины и утверждаются зав. кафедрой и деканом до начала учебного семестра. В них указываются перечень выполняемых работ, их содержание, объем заданий в часах, сроки выполнения и проведения контроля.

После ознакомления с этой информацией, каждый студент составляет график самостоятельной работы и график сдачи модулей с указанием сроков их выполнения.

При составлении графика СРС необходимо исходить из условий:

- согласования сроков выполнения СРС по всем дисциплинам;
- обеспечения ритмичности работы в течение семестра;
- отсутствия перегрузки заданиями в течение какой-либо недели.

Рекомендуется планировать завершение на одной неделе не более 2 заданий по СРС.

2. ОРГАНИЗАЦИОННО - МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ СРС

Организационно-методическое обеспечение СРС включает разработку и проведение комплекса мероприятий по планированию и организации СРС:

- планирование СРС;
- обеспечение учебной литературой, методическими пособиями, в том числе электронными учебными изданиями, компьютерной техникой, программными продуктами;
- создание учебно-лабораторной базы и ее оснащение в соответствии с содержанием самостоятельной работы по курсам учебных дисциплин;
- создание необходимых условий для СРС в общежитиях, библиотеках, читальных залах, компьютерных классах.

Активизация СРС при проведении различных видов учебных занятий включает:

- переработку учебных планов и программ в рамках существующих ГОСов и ФГОСов с целью увеличения доли СРС. При этом должна учитываться обеспеченность тем и разделов учебной литературой и ее доступность для всех обучающихся;
- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс современных образовательных и информационных технологий с учетом компетентностного подхода;
- разработку собственных электронных учебных изданий на основе имеющихся инструментов и средств;
- совершенствование системы текущего оперативного контроля СРС в течение семестра (использование возможностей балльно-рейтинговой системы, компьютеризированного тестирования и др.);
- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы студентов;
- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования для увеличения самостоятельности студентов на всех этапах работы.

Работа по учебно-методическому и техническому обеспечению СРС включает:

- определение тем дисциплины для самостоятельного изучения;
- определение форм самостоятельной работы;
- определение приемов контроля результатов СРС;
- техническое обеспечение СРС с использованием дистанционных образовательных технологий;
- обучение и консультация профессорско-преподавательского состава по разработке электронных учебных изданий и применению дистанционных образовательных технологий;
- разработка нового специализированного ПО.

Руководство СРС осуществляется преподавателями кафедры. В функции преподавателя входит:

- разработка календарно-тематического плана выполнения СРС по учебному курсу;
- определение объема учебного содержания и количества часов, отводимых на СРС, с учетом компетентностного подхода;
- подготовка пакета контрольно-измерительных материалов и определение периодичности контроля;
- определение системы индивидуальной работы со студентами.

Мониторинг СРС предусматривает организацию и корректировку учебной деятельности студентов, помощи при возникающих затруднениях. Контроль СРС предусматривает соотнесение содержания контроля с целями обучения; соответствие предъявляемых заданий тому, что предполагается проверить; дифференциацию контрольно-измерительных материалов.

К видам контроля СРС относятся

- текущий (оперативный) контроль;
- рубежный контроль;
- итоговый контроль (зачет, экзамен);
- самоконтроль.

Формами контроля СРС являются

- устный контроль;
- письменный контроль;
- тестовый контроль.

В качестве примеров можно привести индивидуальные собеседования, проверка выполнения домашних заданий, дискуссия, решение задач, защита лабораторных работ и др.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Вариант 0

1. Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, если $A = [2, 7)$, $B = (3, +\infty)$.

Решение.

Изобразим числовые множества на оси Ox (рис. 1).



Рис. 1

Исходя из определений операций над множествами и рис. 11, получим:

$$A \cup B = [2; +\infty),$$

$$A \cap B = (3; 7),$$

$$A \setminus B = [2; 3],$$

$$B \setminus A = [7; +\infty).$$

2. Упростите выражение: $A \cap (B \cap (\bar{A} \cup \bar{B}))$.

Решение.

Применяя к исходному выражению ассоциативный закон, получим:

$$(A \cap (\bar{A} \cup \bar{B})) \cap B. \quad (1)$$

Применим к выражению $A \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$ дистрибутивный закон, вместо (1) получим:

$$((A \cap \bar{A}) \cup (A \cap \bar{B})) \cap B. \quad (2)$$

Согласно свойству 5' операций над множествами $A \cap \bar{A} = \emptyset$, тогда (2) переписывается в виде:

$$(\emptyset \cup (A \cap \bar{B})) \cap B. \quad (3)$$

Согласно свойству 4 объединение пустого множества с любым множеством есть само множество: $\emptyset \cup (A \cap \bar{B}) = A \cap \bar{B}$, тогда вместо (3) получим:

$$(A \cap \bar{B}) \cap B. \quad (4)$$

Применим к выражению (4) ассоциативный закон и перепишем его в виде:

$$A \cap (\bar{B} \cap B). \quad (5)$$

$\bar{B} \cap B = \emptyset$ по свойству 5', тогда вместо (5) получим:

$$A \cap \emptyset. \quad (6)$$

По свойству 4' $A \cap \emptyset = \emptyset$.

Итак,

$$A \cap (B \cap (\bar{A} \cup \bar{B})) = \emptyset.$$

3. Докажите равенство: $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.

Решение.

1 способ

Согласно определению множества A и B равны ($A = B$), если $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$. Следовательно, необходимо доказать, что:

$$1. (A \cup B) \setminus C \subseteq (A \setminus C) \cup (B \setminus C),$$

$$2. (A \setminus C) \cup (B \setminus C) \subseteq (A \cup B) \setminus C.$$

Для доказательства вышеуказанных включений будем использовать определения операций над множествами.

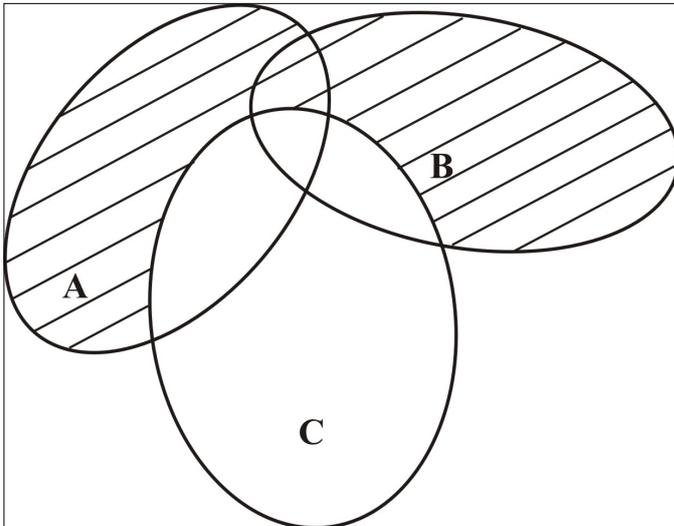
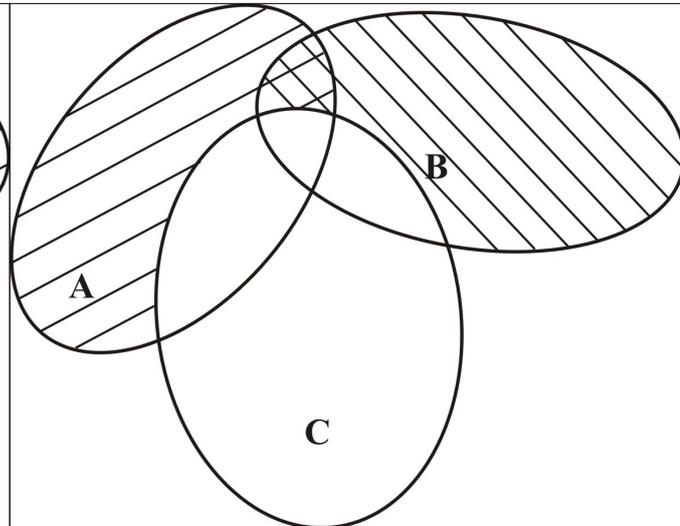
1. Пусть $x \in (A \cup B) \setminus C \Leftrightarrow x \in (A \cup B)$ и $x \notin C \Leftrightarrow x \in A$ или $x \in B$ и $x \notin C \Leftrightarrow x \in A$ и $x \notin C$ или $x \in B$ и $x \notin C \Leftrightarrow x \in (A \setminus C)$ или $x \in (B \setminus C) \Leftrightarrow x \in (A \setminus C) \cup (B \setminus C) \Leftrightarrow (A \cup B) \setminus C \subseteq (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.

2. Пусть $x \in (A \setminus C) \cup (B \setminus C) \Leftrightarrow x \in (A \setminus C)$ или $x \in (B \setminus C) \Leftrightarrow x \in A$ и $x \notin C$ или $x \in B$ и $x \notin C \Leftrightarrow x \in A$ или $x \in B$ и $x \notin C \Leftrightarrow x \in (A \cup B)$ и $x \notin C \Leftrightarrow x \in (A \cup B) \setminus C \Leftrightarrow (A \setminus C) \cup (B \setminus C) \subseteq (A \cup B) \setminus C$.

Следовательно, равенство доказано.

2 способ

Для доказательства исходного равенства изобразим множества слева и справа от знака равенства с помощью диаграмм Эйлера-Венна (рис. 2, 3):

Рис. 2. $(A \cup B) \setminus C$ Рис. 3. $(A \setminus C) \cup (B \setminus C)$

Так как диаграммы Эйлера-Венна множеств слева и справа от знака равенства совпадают, то исходное равенство доказано.

4. Каждая из 30 невест красива, воспитана или умна. Воспитанных невест - 21, красивых - 18, умных - 15, красивых и

воспитанных – 11, умных и воспитанных – 9, умных и красивых – 7. Сколько невест обладает всеми тремя из указанных качеств?

Решение.

Пусть U – множество невест, $A = \{x \mid x \text{ – красивая невеста}\}$, $B = \{x \mid x \text{ – воспитанная невеста}\}$, $C = \{x \mid x \text{ – умная невеста}\}$.

Пусть D – некоторое конечное множество. Обозначим $m(D)$ – число элементов в этом множестве.

Множества A , B и C – конечны. По условию:

$$m(A) = 18,$$

$$m(B) = 21,$$

$$m(C) = 15,$$

$$m(A \cap B) = 11,$$

$$m(B \cap C) = 9,$$

$$m(A \cap C) = 7,$$

$$m(A \cup B \cup C) = 30.$$

Требуется найти $x = m(A \cap B \cap C)$.

Изобразим указанные выше множества с помощью диаграмм Эйлера-Венна (рис. 4).

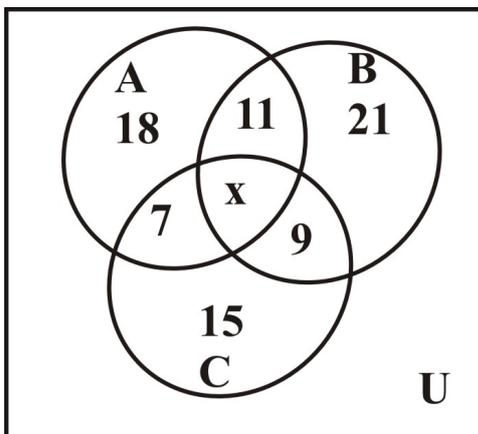


Рис. 4

Для решения задачи будем использовать следующий вывод теории множеств. Пусть A , B и C – некоторые конечные множества. Тогда для них справедливо равенство:

$$m(A \cup B \cup C) = m(A) + m(B) + m(C) - m(A \cap B) - m(B \cap C) - m(A \cap C) + m(A \cap B \cap C) \quad (7)$$

Для двух произвольных конечных множеств A и B справедливо равенство:

$$m(A \cup B) = m(A) + m(B) - m(A \cap B) \quad (8)$$

Выразим из формулы (7) $x = m(A \cap B \cap C)$:

$$x = m(A \cup B \cup C) - m(A) - m(B) -$$

$m(C) + m(A \cap B) + m(B \cap C) + m(A \cap C)$. Подставляя числовые значения в последнее выражение, получим:

$$x = 30 - 18 - 21 - 15 + 11 + 9 + 7 = 3.$$

Итак, 3 невесты одновременно умны, воспитаны и красивы.

5. Составьте таблицу истинности следующей формулы алгебры высказываний: $(P \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow (Q \wedge P))$.

Решение.

Исходная формула содержит две элементарные формулы P и Q, поэтому в таблице истинности для нее будет $2^2 = 4$ строки.

	P \rightarrow Q	Q \wedge P	P \rightarrow (Q \wedge P)	$(P \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow (Q \wedge P))$
	1	0	1	1
	1	0	1	1
	0	0	0	0
	1	1	1	1

6. Докажите равносильность: $\neg A \wedge (A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge B$.

Решение.

Две формулы алгебры высказываний равносильны (логически эквивалентны), если их таблицы истинности совпадают. Поэтому для доказательства равносильности составим таблицы истинности формул слева $F_1 = \neg A \wedge (A \vee B)$ и справа $F_2 = \neg A \wedge B$ от знака логической эквивалентности.

Формулы F_1 и F_2 содержат два простых высказывания A и B , поэтому их таблицы истинности будут содержать $2^2 = 4$ строки.

A	B	\neg A	A \vee B	$F_1 = \neg A \wedge ($ A $\vee B)$	$F_2 = \neg$ A $\wedge B$
0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0

Поскольку таблицы истинности F_1 и F_2 совпадают (выделенные столбцы), то равносильность доказана.

Контрольные вопросы

1. Понятие множества.
2. Числовые множества.
3. Конечные и бесконечные множества. Способы задания множеств.
4. Понятие подмножества. Свойства включений.
5. Равенство множеств.
6. Понятие универсального множества, пустого множества, дополнения множества.
7. Графическое изображение множеств: понятие диаграммы Эйлера-Венна.
8. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность.
9. Свойства операций над множествами.

10. Понятие высказывания. Простые и сложные высказывания.

11. Понятие таблицы истинности, значений истинности.

12. Операции над высказываниями: отрицание.

13. Операции над высказываниями: конъюнкция, дизъюнкция.

14. Операции над высказываниями: импликация.

15. Операции над высказываниями: эквивалентность.

16. Порядок выполнения логических операций.

17. Понятие логически эквивалентных формул.

18. Свойства логических операций.

19. Понятие тавтологии (тождественно истинной формулы), противоречия.

Соответствие понятий теории множеств и математической логики

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Бережной, В.В. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.В. Бережной, А.В. Шапошников. - Ставрополь: СКФУ, 2016. - 199 с. – Режим доступа: biblioclub.ru.
2. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебное пособие / И.П. Болодурина, Т.М. Отрыванкина, О.С. Арапова, Т.А. Огурцова. - Оренбург: ОГУ, 2016. - Ч. 1. - 108 с. – Режим доступа: biblioclub.ru.
3. Зайцева, О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов. - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с. . – Режим доступа: biblioclub.ru.
4. Зюзьков, В.М. Математическая логика и теория алгоритмов [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.М. Зюзьков. - Томск: Эль Контент, 2015. - 236 с. – Режим доступа: biblioclub.ru.
5. Математическая логика и теория алгоритмов [Электронный ресурс]: учебное пособие / сост. А.Н. Макоха, А.В. Шапошников, В.В. Бережной. - Ставрополь: СКФУ, 2017. - 418 с. – Режим доступа: biblioclub.ru.