Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна
Должность: проректор по учебной работе
Дата подписания: 08.09.2026 07:48:17
Уникальный программный ключ:
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра биомедицинской инженерии

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_____ О.Г. Локтионова
«___» _____ 2023 г.

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА БИОМЕДИЦИНСКИХ СИГНАЛОВ И ДАННЫХ

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Компьютерные технологии обработки и анализа биомедицинских сигналов и данных» для студентов специальности 30.05.03 «Медицинская кибернетика»

Курск 2023

УДК 004.93:61

Составители: С.А. Филист

Рецензент
Доктор технических наук, профессор Р.А. Томакова

Компьютерные технологии обработки и анализа биомедицинских сигналов и данных: методические указания к практическим занятиям / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: С.А. Филист. - Курск, 2023. - 121 с.

Предназначено для студентов по дисциплине «Компьютерные технологии обработки и анализа биомедицинских сигналов и данных» по специальности 30.05.03 «Медицинская кибернетика».

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 7,0. Уч.-изд. л. 6,4. Тираж 100 экз. Заказ 599.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ФОРМИРОВАНИЯ ФАЙЛОВ ДАННЫХ С ЦИФРОВЫМИ ОТСЧЕТАМИ СИГНАЛОВ

1.1 Краткие теоретические сведения

Во многих случаях непрерывные сигналы, поступающие с выхода измерительного устройства, не обрабатываются непосредственно, а сначала подвергаются дискретизации, то есть наблюдаются только в определенные моменты времени. В общем случае наблюдения производятся периодически через постоянный промежуток времени T – шаг дискретизации. Следовательно, для физической реализации процесса дискретизации необходимо осуществить свертку дискретизируемой функции $x(\tau)$ с импульсом Дирака:

$$x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-\tau)dt, \qquad (1.1)$$

при $\tau = 0$, T, $2T$, $3T\ldots$

Перейдем от периода дискретизации T к частоте дискретизации $F_c = \dfrac{1}{T}$ и перепишем равенство (1.1) в дискретной форме:

$$x(\tau) = x(t)\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(t - \frac{k}{F_c}\right). \qquad (1.2)$$

Учитывая формулу Пуассона, согласно которой $\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - \frac{k}{F_c}) \Leftrightarrow F_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\nu - nF_c)$, и теорему свертки, согласно которой умножение оригиналов соответствует свертка Фурье-образов, из (1.2) получим:

$$x(\tau) \Leftrightarrow F_c X(\nu) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\nu - nF_c). \qquad (1.3)$$

Из выражения (1.3) следует, что спектр дискретного сигнала $x(\tau)$ представляет собой «периодическую» функцию с периодом F_c, показанную на рисунке 1.1.

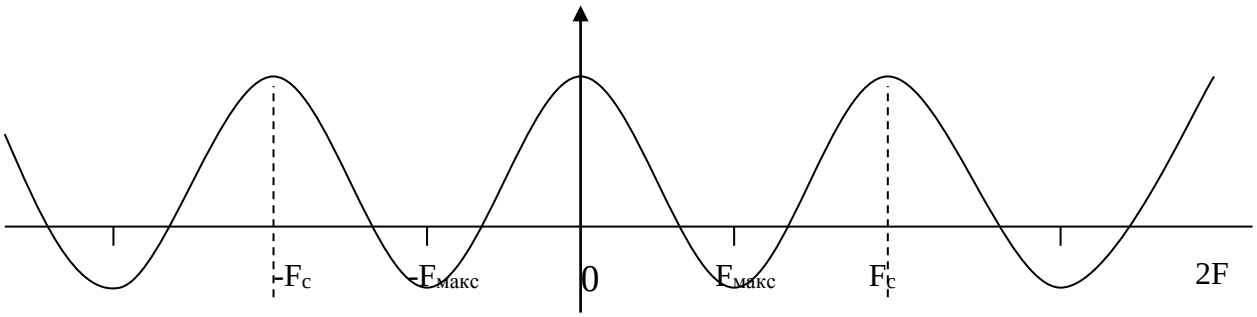


Рисунок 1.1 - Спектр дискретного сигнала

В данном случае спектр сигнала $x(t)$ расположен в интервале ($-F_{\text{макс}}$, $F_{\text{макс}}$) и, согласно теореме Шеннона, для того, чтобы периодическое повторение спектра, вызванное дискретизацией сигнала, не изменяло повторяемый спектр, необходимо и достаточно выполнения неравенства $F_c \geq 2F_{\text{макс}}$.

В этом случае сигнал может быть восстановлен по дискретным значениям по интерполяционной формуле

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x\left(\frac{k}{F_c}\right)\frac{\sin \pi F_c\left(t - k/F_c\right)}{\pi F_c\left(t - k/F_c\right)}. \qquad (1.4)$$

Для ответа на вопрос «Как следует на практике производить дискретизацию сигнала?» – необходимо знать, с какой целью осуществляется эта операция: в целях дальнейших вычислений или в целях восстановления сигнала.

Пусть мы дискретизируем сигнал $x(t)$, в целях дальнейших вычислений, который имеет спектр Фурье $X(\nu)$, где ν лежит в интервале $[-F; F]$. Согласно теореме Шеннона, шаг дискретизации T должен удовлетворять неравенству $T \leq 1/2 \cdot F$. Если дискретизация функции $x(t)$ произведена при выполнении этих условий, то по значениям $x_k = x(kT)$ функции $x(t)$ в точках дискретизации можно восстановить непрерывный сигнал $x(t)$ по интерполяционной формуле Шеннона (1.4).

Таким образом, вычисление любых значений функции $x(t)$ сводится к вычислению ее значений $x(kT)$ в точках дискретизации, то есть вся информация о функции $x(t)$ содержится в точках дискретизации.

Пусть мы дискретизируем сигнал с целью восстановления непрерывного сигнала.

Хотя интерполяционная формула Шеннона (1.4) теоретически обоснована, ее практическое применение, особенно при приближенных вычислениях, затруднительно.

Обозначим через $S(t)$ и $S_1(t)$ точный и восстановленный сигналы. Пусть $\varepsilon = \Delta S_M(t) / S_M(t) = (S_M(t) - S_1(t)) / S_M(t)$, где $S_M(t)$ – максимальное значение $S(t)$. Доказано, что для синусоидального сигнала с частотой F, частота дискретизации F_c должна удовлетворять неравенству

$$F_e \geq F\left(2{,}2 \Big/ \sqrt{\varepsilon}\right),$$

где ε – допустимая ошибка.

Если ε = 0,01, то $F_e \geq 22F$, т.е. частота дискретизации должна быть приблизительно в 10 раз больше частоты Шеннона.

Пусть спектр сигнала обрезан максимальной частотой F_c. Доказано, что в этом случае

$$F_e \geq F_c(2{,}2 / \sqrt{\varepsilon}).$$

Например, если ошибка $\varepsilon \leq 0{,}01$, то должно быть $F_e \geq 22F_c$.

После дискретизации из непрерывного сигнала получается дискретный сигнал. Ось времени t разбивается на равные интервалы τ. Получают, как показано на рисунке 1.2, а, N – 1 интервала дискретизации.

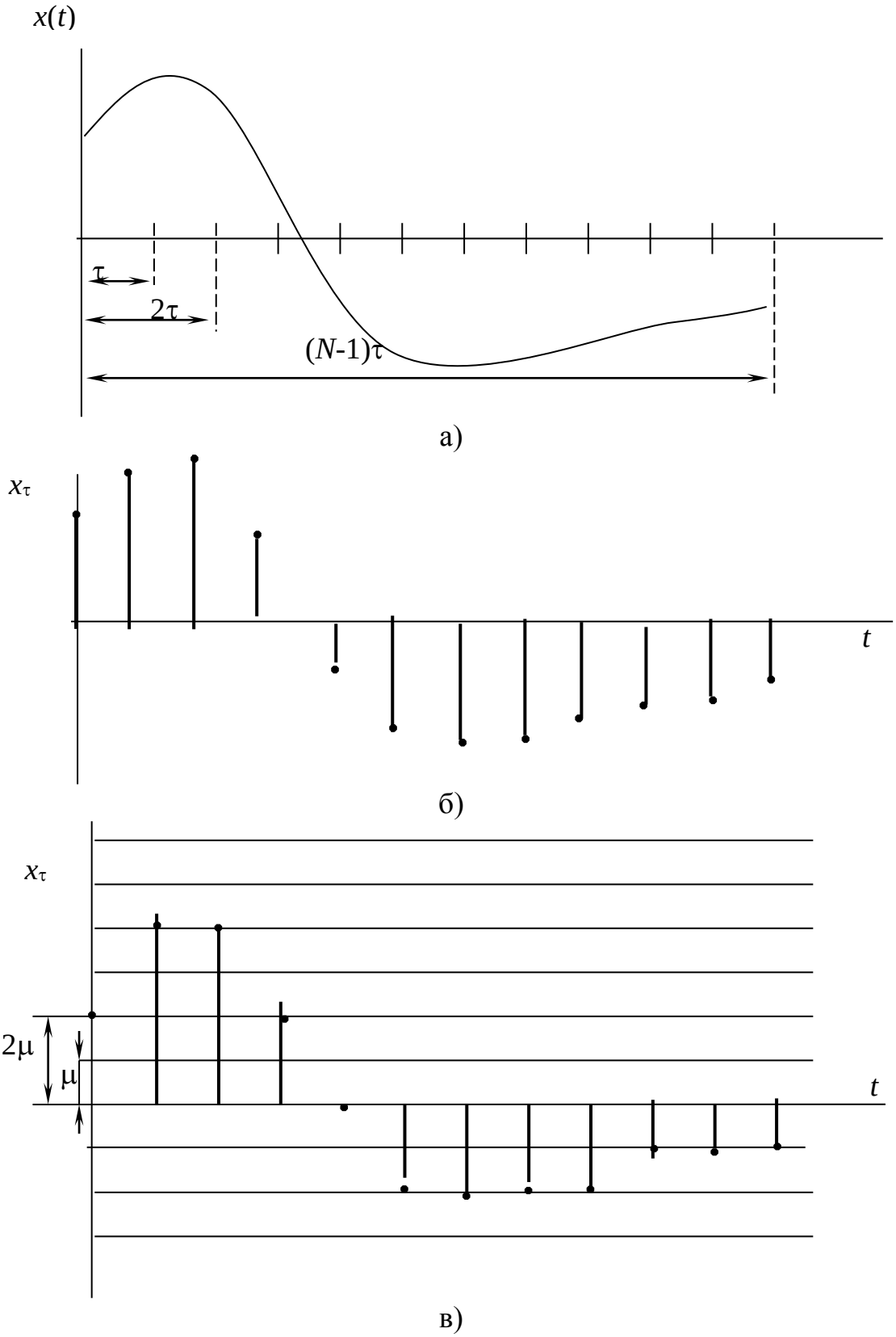


Рисунок 1.2 – Иллюстрация получения цифрового сигнала: а) исходный непрерывный сигнал; б) дискретизированный сигнал; в) цифровой сигнал

При этом на оси времени отмечают N точек, координатами которых являются следующие значения t: 0; τ; 2τ; …, (N – 1)τ. Для каждой из этих точек берется отвечающее ей значение x: производится отсчет исходной функции в данной точке.

Принято изображать полученное дискретное значение переменной величины, опуская из каждой из указанных точек перпендикуляр на ось t. Таким образом, получается, так называемая, решетчатая функция в виде дискретных значений x, для которых примем обозначение xτ (рисунок 1.2, б).

Для того, чтобы дискретизированные указанным образом величины могли быть подвергнуты обработке с помощью цифровых устройств, необходимо из дискретного сигнала получить цифровой сигнал. Для нахождения его производится квантование по уровню: ось xτ разбивается, как показано на рисунке 1.2, в, на ряд интервалов и с точностью до единицы отсчета μ определяется величина каждой из дискрет-ординат xτ. Полученные значения ординат кодируются и в таком виде вводятся в цифровое устройство.

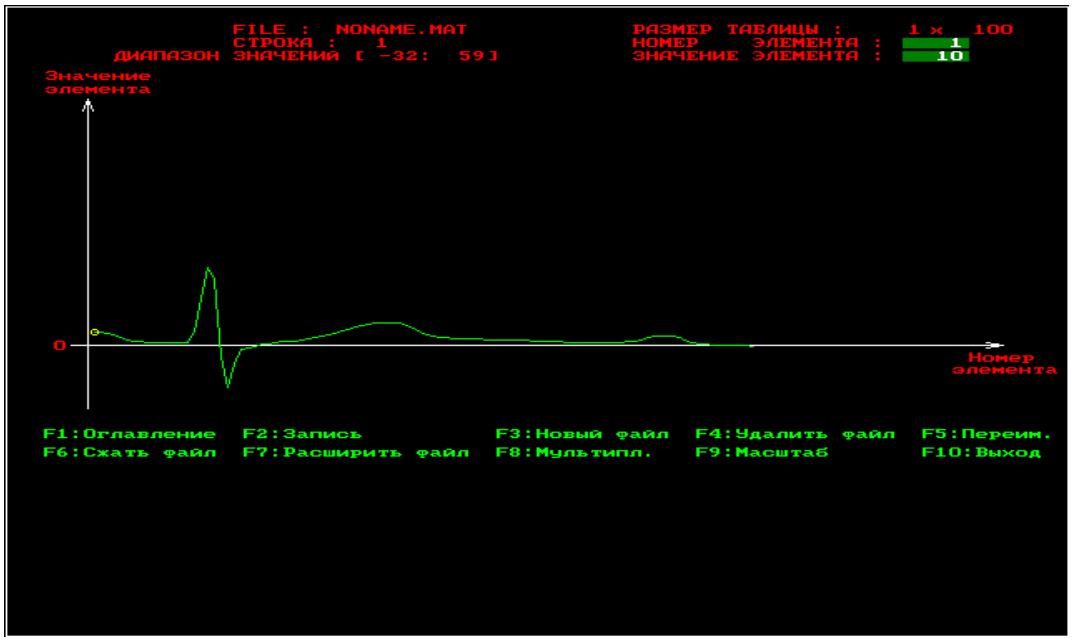
1.2 Объект исследования

Объектом исследования в данной практической работе является электрокардиосигнал с различными патологиями, взятый из атласа клинических электрокардиограмм. Рекомендуется использовать электрокардиограммы из атласа [3]. Выбранный электрокардиосигнал дискретизируется и квантуется. Необходимо сначала получить ксерокопию выбранного электрокардиосигнала, а затем с помощью программы REEBOK сохранить полученные отсчеты в файле данных.

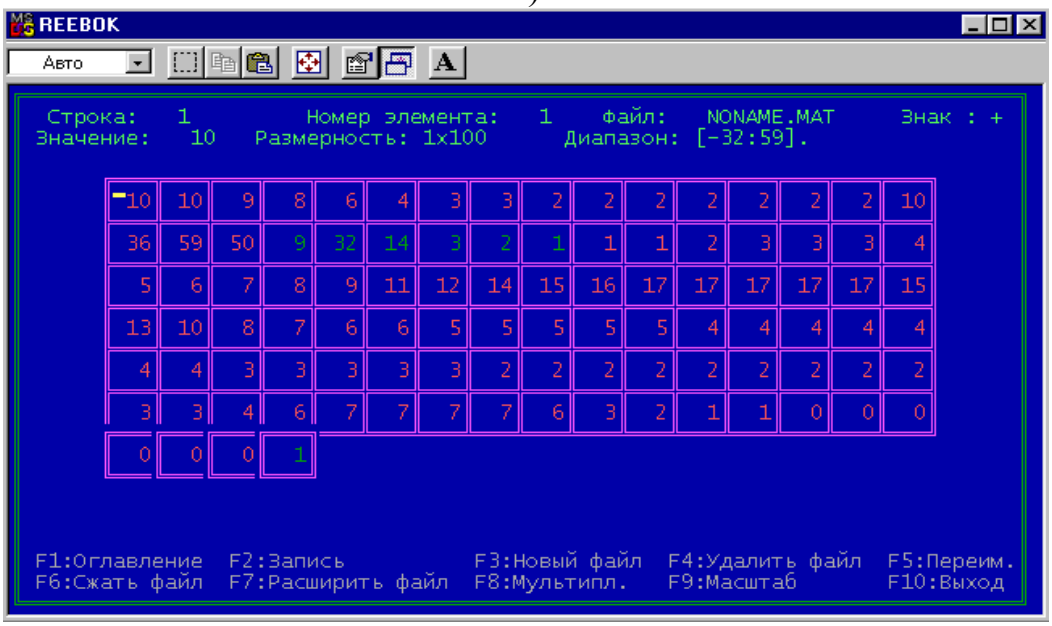
Разрешение, с которым электрокардиосигнал представлен в атласе [3], составляет 1 мм как по вертикали, так и по горизонтали. Масштабы сигналов, представленных в атласе, составляют 25 мм/с и 10 мм/мВ. Реально, на 1 мм мы можем получить не более двух отсчетов, следовательно, частота дискретизации составит не более 50 Гц. Однако это вполне достаточно для исследуемого сигнала, так как он получен с помощью электромеханического самописца,

который является фильтром нижних частот и имеет большую постоянную времени.

Оцифровка электрокардиосигнала осуществляется с помощью программы REEBOK, которая имеет два окна: окно графического редактора и окно текстового редактора. Возможные виды этих окон показаны на рисунке 1.3, а и 1.3, б.



а)



б)

Рисунок 1.3 - Окна программы REEBOK: а) окно графического редактора б) окно текстового редактора

В каждом окне имеется оконное меню, управляемое посредством функциональных клавиш. Процесс создания файла данных начинается с нажатия клавиши F3 – создать файл. Создаваемый файл имеет заголовок, после которого идут данные по умолчанию представляемые в виде матрицы целочисленных данных, которая может иметь произвольную размерность. Максимальная размерность матрицы файла 128x128 элементов. Если векторный сигнал имеет длину более 128 (точнее более 144) отсчетов, то его целесообразно сегментировать и представить в виде матрицы, которую записать в файле с помощью программы REEBOK. Если данные необходимо обрабатывать в векторной, а не в матричной форме, то после выборки данных из файла, полученная матрица разворачивается по строкам в вектор.

Формат файла данных, получаемый с помощью этой программы, иллюстрирует Листинг 1. Как видно из него перед размещением данных в файле вначале записывается заголовок длиной в 30 байт. Таким образом, файл данных является нетипизированным и запись и считывание из него ведется с помощью процедур работы с нетипизированными файлами, ознакомиться с которыми можно в [2].

Листинг 1.

```
PFHeader = ^FHeader;

FHeader = record                    { заголовок файла данных }
        DataType :string[4];        { тип данных REAL или INTG}
        Cols :longint;              { число столбцов }
        Lines :byte;            { число строк }
        Frequency :longint;         {частота дискретизации }
        Time :longint;              { время наблюдения }
        Period :longint;        { период наблюдения }
        Pause :longint;         { период паузы }
        Min,Max :integer;           {        минимальный        и
        максимальный}
                                { элементы }
        end;                    { всего 30 байт }
```

В программе REEBOK из элементов заголовка, представленных в Листинге 1, указываются только число столбцов, число строк, максимальный элемент массива и минимальный элемент массива. Необходимо помнить, что хотя целочисленные переменные могут принимать значения в диапазоне (–1024…+1024), динамический диапазон сигнала не должен превышать 200. Это объясняется тем, что не все режимы мониторов отображают более 200 точек по вертикали.

Данные целесообразно вводить в текстовом редакторе, а корректировать в графическом редакторе. При этом в окне текстового редактора отображаются элементы только одной строки. Переход по строкам, если их больше одной, осуществляется клавишами PageUp – PageDown. Выбор элемента строки осуществляется клавишами "→", "←", "↓", "↑". После ввода числа в ячейку необходимо подтвердить ввод клавишей "Enter". В противном случае в ячейке останутся старые данные.

Подсказки и параметры ввода расположены в верхней части окна. Меню располагается в нижней части окна. После ввода данных их необходимо записать с помощью клавиши F2. Имя файла вводится после команды создать файл (F3). Расширение файла данных .mat формируется автоматически.

1.3 Цель работы

Изучить методы получения цифровых сигналов и программное обеспечение для формирования файлов данных с цифровыми отсчетами сигналов.

1.4 Порядок выполнения работы

1. Изучите раздел «Дискретизация непрерывных сигналов» [1].

2. Из атласа [3] отксерокопируйте страницу с электрокардиосигналами выбранной патологии. Каждый студент получает свой индивидуальный вариант (номер страницы атласа с индивидуальным вариантом записывается в журнал преподавателя). Выберите три непрерывных сигнала из разных отведений (по консультации с преподавателем). В указанных трех сигналах обязательно должен присутствовать сигнал второго отведения. Изобразите теоретический спектр

электрокардиосигнала. Определите теоретическую частоту дискретизации сигналов.

3. Изучите программу моделирования данных REEBOK и ее графический и символьный интерфейсы. Обратите особое внимание на структуру файла и его заголовок.

4. Выбрав частоту дискретизации сигналов, полученных в п. 2, и задавшись остальными параметрами заголовка файла данных, получите с помощью программы REEBOK файлы данных согласно п. 1.

5. Сосчитайте заголовок файлов данных и сами данные с помощью программы, имеющейся в базе данных или разработанной самостоятельно. Сделайте необходимые выводы.

1.5 Содержание отчета

1. Ксерокопия исследуемого сигнала.
2. Распечатки окон графического редактора с исследуемыми сигналами.
3. Предполагаемый вид спектра исследуемого сигнала и расчет теоретических значений его частоты дискретизации.
4. Распечатка листингов созданных программ.
5. Распечатка заголовков созданных файлов данных.
6. Электронная форма на дискете 3.5”.
7. Выводы.

1.6 Контрольные вопросы

1. Чем отличается дискретный сигнал от цифрового?
2. Дайте определение Найквистовской частоты дискретизации.
3. Как изменится спектр сигнала, если он дискретизирован с частотой, меньшей, чем Найквистовская?
4. С какой целью перед дискретизацией аналоговый сигнал подвергают низкочастотной фильтрации? Как выбирается частота среза этого фильтра?
5. Нарисуйте структурную схему дискретизатора. Как в ней реализуется соотношение (1.1)?
6. Какие искажения имеют место при переходе от цифрового сигнала к непрерывному? Как реализуется этот переход?
7. Какие искажения дискретного сигнала вызывает отличие дискретизирующего импульса от δ-импульса Дирака?

8. Нарисуйте частотную характеристику усилительного тракта электрокардиосигнала.

9. С чем связаны искажения сигнала при его квантовании? Как изменится спектр функции в результате квантования?

10. С чем связаны искажения сигнала при его дискретизации? Как изменится спектр функции в результате дискретизации?

11. Объясните, почему в кино колесо отправляющего поезда сначала медленно вращается вперед, потом останавливается, а затем начинается вращаться назад?

12. Пусть мы имеем сигнал вида $\cos(8\pi/3t - \pi/3)$. Какова самая низкая искажаемая дискретизацией частота, если шаг дискретизации равен единице?

13. Как изменится спектр функции в результате квантования? Покажите, что это преобразование нелинейное.

14. Представьте алгоритм равномерного квантования функции $f(t)$.

15. Пусть мы дискретизируем функцию $\cos(13\pi/3t + \pi/3)$ с шагом дискретизации единица. Трансформируется ли при этом частота, если да, то в какую?

16. К каким сигналам: дискретным или непрерывным может быть применено поэлементное квантование?

17. Представьте алгоритм равномерного квантования функции f(t) в логарифмическом масштабе.

18. Чем определяются погрешности квантования?

19. Пусть мы имеем сигнал вида $\sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \cos(2\pi nx/9 + \pi/3)$. Какова самая низкая искажаемая дискретизацией частота, если дискретизация ведется в точках, соответствующих целым значениям x?

20. Чем принципиально отличается спектр непрерывной и спектр дискретной функции?

21. Колесо велосипеда вращается с частотой 100 Гц. Какова кажущая частота вращения колеса, если стробоскоп дает вспышки с частотой 99 вспышек в 1 с?

22. Используя простые тригонометрические соотношения показать, что в точках дискретизации любая синусоида произвольной частоты f равнозначна синусоиде, лежащей в

интервале [0, 1/(2*f*)]. Дискретизация ведется с найквистовской частотой в целые моменты t.

23. Приведите случаи, когда доказательство теоремы отсчетов будет некорректно.

24. Перечислите случаи, когда необходимо уменьшать шаг дискретизации по сравнения с расчетным. Почему рекомендуется это делать всегда.

25. Как изменится спектр сигнала при его дискретизации? Покажите, что это преобразование линейное.

1.7 Порядок защиты работы

Работа может быть зачтена, если студент представил отчет согласно п. 1.5, исследуемые в работе сигналы соответствуют индивидуальному варианту, электронная форма соответствует представленному тексту, и студент дал исчерпывающие ответы на 10 произвольных вопросов из п. 1.6.

Литература

1. Сергиенко, А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.

2. Зубов, В.С. Программирование на языке TURBO PASKAL (версии 6.0 и 7.0). – М.: Информационно-издательский дом «Филинъ», 1997. – 304 с.

3. Циммерман Франклин. Клиническая электрокардиография. – М.: «Издательство БИНОМ», 1997. – 448 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСКРЕТНОГО СПЕКТРА ФУРЬЕ ЭЛЕКТРОКАРДИОСИГНАЛА

2.1 Краткие теоретические сведения

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) широко применяется в цифровой технике для обработки сигналов. Прямое ДПФ выполняется над последовательностью дискретных комплексных величин $\{a_k\}$ конечной длительности. В результате получается также конечной длительности дискретная последовательность комплексных величин $\{\alpha_S\}$, представляющих спектр указанной исходной последовательности. При обратном ДПФ по второй последовательности находится первая из них. Каждая из этих последовательностей содержит одинаковое количество N дискретных отсчетов.

Преобразование Фурье можно рассматривать как линейное преобразование с ядром

$$H(f,t) = \exp(-i2\pi ft). \tag{2.1}$$

Если спектр сигнала a(t) лежит в интервале [$-F$, F], то такой сигнал согласно теореме Шеннона-Котельникова может быть восстановлен по своим дискретным отсчетам $a(k/2F)$, согласно интерполяционной формуле

$$a(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a\left(\frac{k}{2F}\right)\mathrm{sinc}\left[2\pi F\left(t-\frac{k}{2F}\right)\right], \tag{2.2}$$

где k-номер отсчета, $1/(2F)$ – найквистовская частота дискретизации.

Преобразование Фурье сигнала (2.2) имеет вид

$$\alpha(f) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t)\exp(-i2\pi ft)\,dt =$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} a\left(\frac{k}{2F}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\left[\sin c\left(2\pi F\left(t-\frac{k}{2F}\right)\right)\right]\exp(-i2\pi ft)\,dt =$$

$$= \frac{1}{2F} \sum_{k=-\infty}^{\infty} a\left(\frac{k}{2F}\right) \exp\left(-i2\pi f \frac{k}{2F}\right). \qquad (2.3)$$

Рассмотрим периодический сигнал с периодом T:

$$a_{пер}(t) = \sum_{n=\infty}^{\infty} a(t + nT). \qquad (2.4)$$

Пусть $\alpha_{пер}\left(\frac{s}{T}\right)$ – отсчеты спектра сигнала $a_{пер}(t)$, взятого на отрезке $\left(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right)$.

Если T достаточно велико, а сигнал $a(t)$ достаточно быстро спадает до нуля на интервале T, так что его искажениями в сумме (2.4) за счет наложения периодов можно пренебречь, то

$$\alpha_{пер}\left(\frac{s}{T}\right) \approx \alpha\left(\frac{s}{T}\right),$$

отсюда

$$\alpha_{пер}\left(\frac{s}{T}\right) \approx \frac{1}{2F} \sum_{k} a\left(\frac{k}{2F}\right) \exp\left(-i2\pi \frac{ks}{2TF}\right), \qquad (2.5)$$

причем суммирование по k проводится в пределах $|k| < TF$.

Значения T и F можно всегда выбрать так, чтобы величина $2TF$ была целой. Обозначим ее N. Обозначим также

$$\alpha_S = \sqrt{\frac{2F}{T}} \alpha\left(\frac{S}{T}\right) \exp\left(-i2\pi \frac{k_0 S}{N}\right), \qquad (2.6)$$

$$a_k = a\left(\frac{k - k_0}{2F}\right). \qquad (2.7)$$

Здесь k_0 выбрано так, чтобы суммирование в (2.5) могло производиться по k от 0 до $N - 1$. Тогда, подставляя (2.7) в (2.5), а (2.5) в (2.6), получим

$$\alpha_S = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} a_k \exp\left(-i2\pi \frac{kS}{N}\right). \tag{2.8}$$

Это соотношение называется ДПФ.

ДПФ обратимо:

$$a_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{S=0}^{N-1} \alpha_S \exp\left(i2\pi \frac{kS}{N}\right). \tag{2.9}$$

Ядро ДПФ – матрица

$$F_N = \left\{ \frac{1}{\sqrt{N}} \exp\left(-i2\pi \frac{kS}{N}\right) \right\}. \tag{2.10}$$

является дискретным представлением непрерывного преобразования Фурье (k – номер столбца, S – номер строки).

Коэффициенты $\{\alpha_S\}$ДПФ последовательности $\{a_k\}$ приближенно равны отсчетам спектра сигнала $a(t)$, периодически продолженного с периодом T, взятым с шагом $1/T$. Такова связь ДПФ с непрерывным преобразованием Фурье. Из предположения ограниченной протяженности сигнала вытекает, что для его спектра справедлива теорема отсчетов и что, следовательно, он может быть восстановлен по величине $\{\alpha_S\}$ – коэффициентам ДПФ отсчетов сигнала.

Вместо представлений ДПФ в виде сумм удобнее пользоваться матричными обозначениями. В этих обозначениях одномерное ДПФ можно записать так:

$$\alpha = F_N a, \tag{2.11}$$

где a – матрица-столбец, составленная из отсчетов преобразуемой последовательности $\{a_k\}$;

α – матрица-столбец, составленная из коэффициентов ДПФ $\{\alpha_S\}$;

FN – квадратная матрица ДПФ порядка *N*.

Матрица ДПФ относятся к классу так называемых унитарных матриц, для которых обратная матрица получается их транспонированием и заменой элементов на комплексно-сопряженные.

Общая формула для элемента матрицы, расположенного в k-м столбце и в s-й строки, выглядит так

$$F(s, k) = \exp(-i2\pi(s-1)(k-1)/N),$$

где $1 \le s \le N$, $1 \le k \le N$,
что соответствует формуле (2.10). Нормирование по *N* можно проводить после перемножения вектора a на столбец матрицы *F*, то есть нормирующий коэффициент может быть учтен в формуле (2.11), а не в (2.10).

2.2 Объект исследования

Объектом исследования в данной практической работе являются дискретные отсчеты электрокардиосигналов, записанные в файлах, полученных в результате выполнения практической работы №1.

2.3 Цель работы

Изучить методы получения дискретного спектра биомедицинских сигналов

2.4 Содержание работы и порядок ее выполнения

1. Задавшись соответствующим базисом (по умолчанию базисом Фурье) запишите матрицу спектрального преобразования для этого базиса.

2. Зарисуйте схему алгоритма и создайте программный модуль для выбранного спектрального преобразования.

3. Подайте на вход созданного в п. 3 программного модуля сигнал, файл данных которого получен в результате выполнения практической работы №1. Распечатайте сигнал на выходе программного модуля. Сравните полученный спектр с теоретической картиной спектра.

4. Получить обратное ДПФ найденного сигнала. Используя один из методов интерполяции постройте график найденной функции. Сравните полученный график с графиком исходного сигнала.

2.5 Содержание отчета

1. Распечатка графика исходного сигнала.
2. Распечатка графика ДПФ (спектральной плотности).
3. Распечатка графика обратного ДПФ.
3. Схемы алгоритмов и листинги созданных программ
4. Электронная форма на дискете 3.5”.
5. Выводы.

2.6 Контрольные вопросы

1. Как изменятся формулы (2.10) и (2.11), если в качестве ядра преобразования в формуле (2.1) использовать $\exp(i2\pi f\mathrm{t})$? Как при этом изменится спектр $a(t)$?

2. Составьте матрицу-ядро обратного ДПФ.

3. Какова связь угловой частоты с круговой? Какие преимущества дает использование круговой частоты в формулах (2.10) и (2.11)?

4. Что произойдет, если мы увеличим размерность матрицы отсчетов? Уменьшим размер?

5. Почему при разложении действительных функций времени $S(t)$ можно использовать систему комплексных базисных функций $\{\exp(i2\pi ftk)\}$?

6. При каких условиях можно пользоваться формулой прямого ДПФ?

7. Что происходит со спектром при сжатии (растяжении) сигнала?

8. Как осуществляется дискретизация непрерывного сигнала по времени? Чем определить интервал дискретизации?

9. В каких случаях целесообразно использовать ДПФ, и для каких целей?

10. С чем связано требование ограниченности спектра сигнала, представляемого дискретным рядом Фурье? Что будет, если это требование не выполнено?

11. Что будет, если спектр сигнала оказался шире, чем предполагалось при представлении его дискретным рядом Фурье?

12. Коэффициенты разложения функций $s(t)$ и $f(t)$ по базису $\{\exp(i\omega t)\}$ равны, соответственно, {1, 0, 1, 2, 1} и {4, 0, 1}. Определите коэффициенты разложения произведения этих функций в том же базисе.

13. Как изменится преобразование Фурье $G(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-i\omega t}dt$ при умножении $s(t)$ на $\cos\omega_0 t$?

14. Чем отличается комплексный спектр Фурье от вещественного?

15. Как изменится преобразование Фурье $G(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-i\omega t}dt$ при умножении $s(t)$ на $s(t - t_з)$, где $t_з$ – некоторая константа?

16. Произвольная функция $s(t)$ задана на интервале $(0; 3\pi/2)$. Как запишется тригонометрический базис для этой функции?

17. Как изменится преобразование Фурье $G(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-i\omega t}dt$, если аргумент t заменить на $t - t_з$, где $t_з$ – некоторая константа?

18. Чем отличается спектр функции, полученный при ее разложении в комплексный ряд, от спектра функции, полученного при ее разложении в ряд по множеству Фурье?

19. Доказать, что энергетический спектр белого шума $s(\omega) = N_0/2$.

20. Известно, что множество Фурье ортогонально на любом интервале, длина которого 2π. Как разложить функцию по этому базису на этом интервале, если ее период составляет $\sqrt{2}\pi$?

21. Произвольная функция $s(t)$ задана на интервале $(-1,1)$. Как запишется тригонометрический базис для этой функции?

22. Известно, что множество Фурье ортогонально на любом интервале, длина которого 2π. Как разложить функцию по этому базису на этом интервале, если ее период составляет $(6/2{,}2)\pi$?

23. Почему для разложения действительной функции $s(t)$ можно использовать систему комплексных базисных функций $\left\{e^{i\cdot n\cdot\omega_0\cdot t}\right\}$?

24. Пусть мы раскладываем в ряд Фурье функцию вида

$$y(x)=\begin{cases}1 & \text{при} \quad -\tau_и \le x \le \tau_и;\\ 0 & \text{при} \quad -T/2 \le x < -\tau/2 \quad и \quad \tau_и < x \le T/2.\end{cases}$$

25. Как изменится спектр этой функции при уменьшении τи?
26. Пусть мы определяем преобразование Фурье функции вида

$$y(x)=\begin{cases}1 & \text{при} \quad -\tau_и \le x \le \tau_и;\\ 0 & \text{при} \quad \text{любых других } x.\end{cases}$$

27. Как изменится спектр этой функции при увеличении τи?

2.7 Порядок защиты работы

Работа может быть зачтена, если студент представил отчет согласно п. 2.5, исследуемые в работе сигналы соответствуют индивидуальному варианту, электронная форма соответствует представленному тексту, и студент дал исчерпывающие ответы на 10 произвольных вопросов из п. 2.6.

Литература

1. Марпл.-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.

2. Методические указания к курсу лабораторных работ «Исследование линейных дискретных преобразований»; Курск. гос. техн. ун-т; сост. С.А. Филист. – Курск: КПИ, 1993. – 13 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МОДУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ

3.1 Краткие теоретические сведения

При модуляции параметров немодулированного (несущего) колебания

$$u\omega = U_0\cos(\omega_0 t + \varphi), \tag{3.1}$$

формируется модулированное колебание, которое в общем случае можно записать в виде

$$u = U(t)\cos[\omega_0 t + \varphi(t)] = U(t)\cos\Phi(t) \tag{3.2}$$

где (ω_0 – несущая частота; $\Phi(t)$ = ($\omega_0 t$ + $\varphi(t)$ – мгновенная фаза колебания.

Амплитуда $U(t)$ и фазовый сдвиг $\varphi(t)$ колебания (3.2) изменяются в зависимости от модулирующего сигнала $s(t)$.

Спектр модулированного колебания (3.2) обычно оказывается шире спектра модулирующего сигнала.

3.1.1 Амплитудно-модулированные колебания

При амплитудной модуляции происходит изменение амплитуды $U(t)$ модулированного колебания при постоянной начальной фазе φ. Выражение (3.2) принимает вид

$$u\text{AM} = U(t)\cos(\omega_0 t + \varphi). \tag{3.3}$$

Огибающая (амплитуда) модулированного колебания изменяется вокруг среднего значения U_0 и связана с модулирующим сигналом $s(t)$ линейным соотношением

$$U(t) = U_0 + k_A s(t), \tag{3.4}$$

где k_A – коэффициент пропорциональности, такой, что при любых t обеспечивается $U(t) \geq 0$.

Модуляция гармоническим сигналом (тональная модуляция). Если модулирующий сигнал $s(t)$ является гармоническим колебанием, т. е.

$$s(t) = S\cos(\Omega t + \psi), \tag{3.5}$$

то, согласно (3.4), огибающая модулированного колебания имеет вид

$$U(t) = U_0 + \Delta U\cos(\Omega t + \psi), \tag{3.6}$$

где Ω – частота модуляции ($\Omega << \omega_0$); ψ – начальная фаза огибающей; $\Delta U = k_A S$ – наибольшее отклонение амплитуды от среднего значения. Мгновенное значение подобного тонально-модулированного колебания выражается как

$$u_{\text{АМ}} = U_0[1 + M\cos(\Omega t + \psi)]\cos(\omega_0 t + \varphi), \tag{3.7}$$

где отношение $M = \Delta U/U0$, называемое коэффициентом модуляции, является одним из основных параметров АМ колебания.

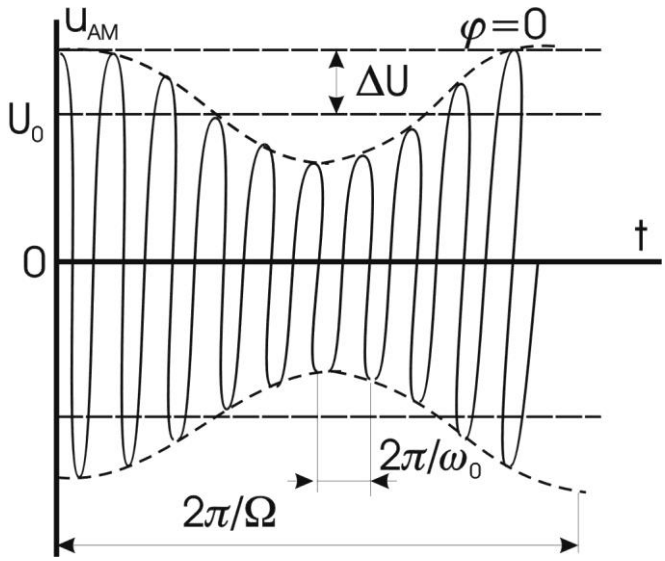


Рисунок 3.1 - Временная диаграмма колебания (3.7)

Колебание $u_{\text{АМ}}$ имеет дискретный спектр, состоящий из трех высокочастотных спектральных составляющих. Первое слагаемое в правой части представляет собой исходное немодулированное колебание с частотой ω_0 и начальной фазой φ. Второе и третье слагаемые называют соответственно верхней и нижней боковыми

составляющими. Они расположены симметрично относительно несущего колебания на верхней ($\omega_0 + \Omega$) и нижней ($\omega_0 - \Omega$) боковых частотах модуляции и имеют соответственно начальной фазы ($\varphi + \psi$) и ($\varphi - \psi$). Амплитуды боковых составляющих равны $U_0M/2$. При неискаженной модуляции $U_0M/2 \leq U_0/2$ ($M \leq 1$). Рисунок 3.2 иллюстрирует формирование спектра АМ колебания. На рисунке 3.2, а изображен спектр колебаний до модуляции. При модуляции (в результате перемножения функций $\cos \Omega t - \cos \omega_0 t$) происходит сдвиг спектра модулирующего сигнала на величину ω_0 и расширение спектра (рисунок 3.2, б). Ширина полосы частот $2\Delta\omega_{АМ}$, занимаемой АМ колебанием, определяется удвоенной частотой модулирующего сигнала.

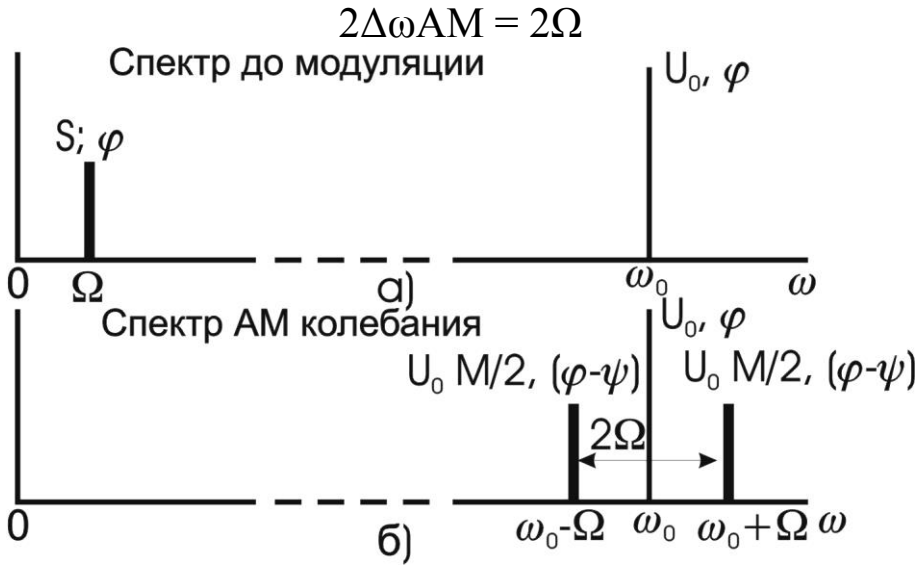


Рисунок 3.2 - Спектр колебаний до модуляции

Модуляция произвольным периодическим сигналом. Периодический модулирующий сигнал $s_n(t)$ может быть представлен рядом Фурье вида (2.8):

$$s_n(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\Omega t + \psi_n), \qquad (3.8)$$

где Ω – основная частота модулирующего сигнала.

Если отнести постоянную составляющую $A_0/2$ ряда Фурье к амплитуде несущего колебания U_0, то огибающую $U(t)$ модулированного колебания можно записать так:

$$U(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \Delta U_n \cos(n\Omega t + \psi_n), \qquad (3.9)$$

где $\Delta U_n = k_A A_n$.

Каждая спектральная составляющая модулирующего сигнала (3.8) так же, как при тональной модуляции, создает две боковые частоты в спектре модулированного колебания.

Если ширину спектра $\Delta\Omega$ модулирующего сигнала определить как

$$\Delta\Omega = \Omega_{max} = m\Omega,$$

где Ω_{max} – максимальная частота, которая учитывается в спектре этого сигнала, соответствующая m-й гармонике, то ширина спектра АМ колебания равна

$$2\Delta\omega_{AM} = 2\Omega_{max}.$$

Модуляция непериодическим сигналом. В случае модуляции непериодическим сигналом $s(t)$ со спектральной плотностью $G(\omega)$ огибающую $U(t)$ и АМ колебание $u_{AM}(t)$ можно записать в виде

$$U(t) = U_0 + k_A s(t), \qquad (3.10)$$

$$u_{AM}(t) = [U_0 + k_A s(t)]\cos(\omega_0 t + \varphi) \qquad (3.11)$$

спектральная плотность огибающей, сосредоточенная в области нижних частот, «раздваивается» и переносится в область высоких частот, смещаясь на $\pm\omega_0$. спектральная плотность $G_{AM}(\omega)$ АМ колебания имеет две составляющие: $1/2G_u(\omega - \omega_0)$ и $1/2G_u(\omega + \omega_0)$, сконцентрированные вблизи частот ω_0 и $-\omega_0$ соответственно. Ширина спектра $2\Delta\omega_{AM}$ АМ колебания вдвое превышает ширину спектра $\Delta\omega_U$ огибающей.

3.1.2 Колебания с угловой модуляцией

Общие понятия. При угловой модуляции под действием модулирующего сигнала происходит изменение фазового сдвига

$\varphi(t)$ несущего колебания (3.1) при постоянной амплитуде U_0. Модулированное колебание (3.2) принимает вид

$$u(t) = U_0\cos[\omega_0 t + \varphi] = U_0\cos\Phi(t) \qquad (3.12)$$

Изменение фазового сдвига $\varphi(t)$ происходит как при модуляции мгновенной частоты $\omega(t)$, так и при модуляции непосредственна фазового сдвига $\omega(t)$ колебания (3.12). Поэтому различают два вида угловой модуляции: частотную модуляцию (ЧМ) и фазовую модуляцию (ФМ).

При частотной модуляции имеет место линейная связь между мгновенной частотой $\omega(t)$ колебания (3.12) и модулирующим сигналом $s(t)$:

$$\omega(t) = \omega_0 + \omega_д s(t)^*, \qquad (3.13)$$

где $\omega_д$ – девиация частоты, т. е. максимальное отклонение частоты $\omega(t)$ от ω_0.

Полная фаза $\Phi(t)$ ЧМ колебания определяется как интеграл от мгновенной частоты (3.13)

$$\begin{aligned}\Phi(t) &= \int \omega(t)dt + \varphi = \int\left[\omega_0 + \omega_д s(t)\right]dt + \varphi = \\ &= \omega_0 t + \omega_д \int s(t)dt + \varphi = \omega_0 t + \varphi(t),\end{aligned} \qquad (3.14)$$

где фазовый сдвиг

$$\varphi(t) - \omega_д \int s(t)dt + \varphi. \qquad (3.15)$$

При этом ЧМ колебание принимает вид

$$u_{ЧМ} = U_0\cos\left[\omega_0 t + \omega_\partial \int s(t)dt + \varphi\right]. \qquad (3.16)$$

Таким образом, фазовый сдвиг $\varphi(t)$ ЧМ колебания изменяется по закону интеграла от модулирующего сигнала $s(t)$.

Частотно-модулированный сигнал можно получить на выходе частотного модулятора, в котором модулирующий сигнал $s(t)$ либо

непосредственно управляет угловой частотой $\omega(t)$ несущего колебания в соответствии с выражением (3.13), либо после интегрирования управляет фазовым сдвигом $\varphi(t)$ несущего колебания согласно выражению (3.15).

При фазовой модуляции в соответствии с модулирующим сигналом s(t) изменяется фазовый сдвиг

$$\varphi(t) = \varphi + ms(t), \tag{3.17}$$

где φ – начальная фаза немодулированного колебания; m – индекс угловой модуляции, т. е. максимальное отклонение фазы колебания (3.12) от начальной фазы φ. Учитывая (3.17), полную фазу $\Phi(t)$ модулированного колебания (3.12) можно определить по формуле

$$\Phi(t) = \omega_0 t + ms(t) + \varphi. \tag{3.18}$$

При этом фазомодулированное колебание принимает вид:

$$u_{ФМ} = U_0\cos[\omega_0 t + ms(t) + \varphi]. \tag{3.19}$$

Мгновенная частота ФМ колебания, равная

$$\omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = \omega_0 + m\frac{ds(t)}{dt}. \tag{3.20}$$

изменяется по закону производной от модулирующего сигнала $s(t)$.

Следовательно, ФМ сигнал можно получить на выходе фазового модулятора, в котором модулирующий сигнал $s(t)$ либо непосредственно управляет фазовым сдвигом $\varphi(t)$ несущего колебания согласно выражению (3.17), либо после дифференцирования управляет угловой частотой $\omega(t)$ несущего колебания в соответствии с (3.20).

Ограничимся рассмотрением ЧМ и ФМ колебаний при модуляции гармоническим сигналом

$$s(t) = S\cos\Omega t. \tag{3.21}$$

Сравним основные характеристики сигналов с частотной и фазовой модуляцией.

ЧМ колебание

Согласно (3.13)

$$\omega(t) = \omega_0 + \omega_д \cos\Omega t. \qquad (3.22)$$

Здесь $\omega_д = k_{чм}S$, т. е. девиация частоты ЧМ колебания пропорциональна амплитуде S модулирующего сигнала и не зависит от частоты модуляции Q. Тогда

$$\varphi(t) = m \sin\Omega t + \varphi, \qquad (3.23)$$

где $m = \omega_д/\Omega$. (3.24)

То есть индекс угловой модуляции m ЧМК пропорционален амплитуде модулирующего сигнала и обратно пропорционален частоте модуляции.

Таким образом

$$u_{ЧМ} = U_0 \cos(\omega_0 t + m \sin\Omega t + \varphi). \qquad (3.25)$$

ФМ колебание

Согласно (3.17)

$$\varphi(t) = \varphi + m \cos\Omega t. \qquad (3.26)$$

Здесь $m = k_{ФМ}S$, т. е. индекс угловой модуляции ФМ колебания пропорционален амплитуде S модулирующего сигнала и не зависит от частоты модуляции u. Тогда

$$\Phi(t) = \omega_0 t + \varphi(t) = \omega_0 t + m\cos\Omega t + \varphi, \qquad (3.27)$$

$$\omega(t) = \frac{d}{dt}\left[\omega_0 t + \varphi(t)\right] = \omega_0 - m\Omega\sin\Omega t = \omega_0 - \omega_\partial \sin\Omega t. \qquad (3.28)$$

где

$$\omega_д = m\Omega. \qquad (3.29)$$

Следовательно, девиация частоты $\omega_д$ ФМК пропорциональна амплитуде и частоте модулирующего сигнала.

Таким образом имеем

$$u_{ФМ} = U_0\cos(\omega_0 t + m\cos\Omega t + \varphi). \qquad (3.30)$$

Из выражений (3.25) и (3.30) и приведенных графиков видно, что при тональной модуляции нельзя определить, является ли сигнал частотно- или фазомодулированным. Различие между этими видами модуляции проявляется только при изменении частоты модуляции Ω. При ЧМ с увеличением Ω девиация частоты $\omega_д$ остается постоянной, а индекс модуляции m в соответствии с (3.24) уменьшается по закону гиперболы (рисунок 3.3, а), в то время как при ФМ постоянным остается индекс модуляции m, а девиация частоты $\omega_д$ в соответствии с (3.29) растет по линейному закону (рисунок 3.3, б).

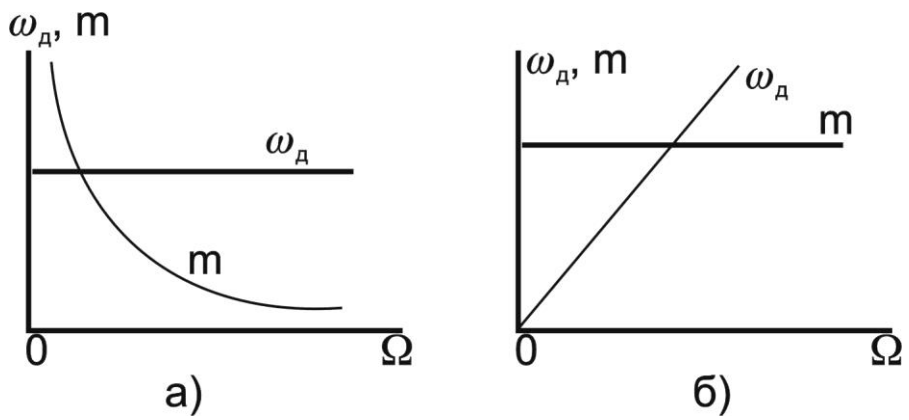


Рисунок 3.3 - График изменения модуляции по закон гиперболы (а) и по линейному закону (б)

Если модулирующий сигнал $s(t)$ негармонический, то ЧМ и ФМ колебания различаются по характеру изменения параметров $\omega(t)$ и $\varphi(t)$ На рисунке 3.4 приведены графики мгновенной частоты $\omega(t)$ и фазового сдвига $\varphi(t)$ ЧМ и ФМ колебаний для случая, когда модулирующий сигнал $s(t)$ имеет вид пилообразной функции. Как следует из рисунка 3.4, б, е, угловая частота ЧМ сигнала

изменяется монотонно в соответствии с модулирующим сигналом $s(t)$, тогда как частота $\omega(t)$ ФМ сигнала изменяется скачками.

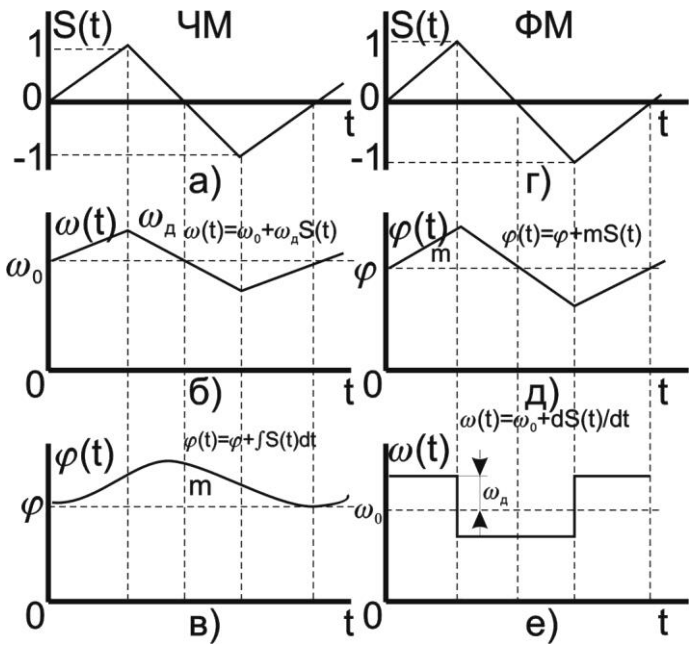


Рисунок 3.4 - Графики мгновенной частоты $\omega(t)$ и фазового сдвига $\varphi(t)$ ЧМ и ФМ колебаний

Спектр колебания при гармонической угловой модуляции. Как уже указывалось, модулированное колебание, представленное в виде

$$u = U_0\cos[\omega_0 t + m\sin(\Omega t + \psi) + \varphi] \qquad (3.31)$$

в равной степени соответствует ЧМ и ФМ колебаниям.

Спектр колебания, изображенный на рисунке 3.5, состоит из бесконечного числа боковых составляющих, расположенных попарно симметрично относительно несущей частоты ω_0 и имеющих частоты $(\omega_0 + n\Omega)$

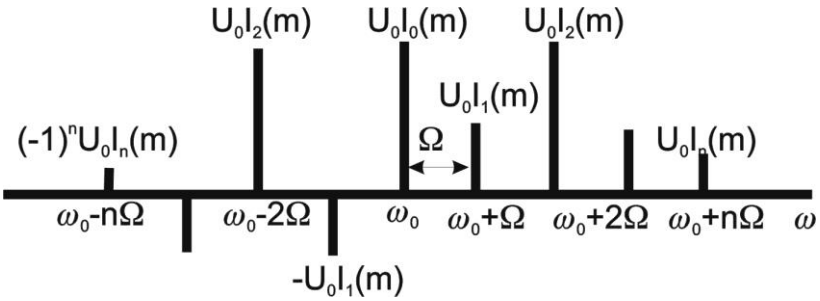


Рисунок 3.5 - Спектр колебания

Теоретически колебание с угловой модуляцией занимает бесконечную полосу частот. Однако для заданного индекса модуляции m практически можно не учитывать боковые составляющие порядка $n = m + 2$ и выше из-за малости их амплитуд.

Ширина спектра $2\Delta\omega$ колебания, ограниченного $(m + 1)$ парой боковых составляющих, выражается приближенным равенством

$$2\Delta\omega \approx 2\Omega(m + 1) \qquad (3.32)$$

а при $m >> 1$ примерно равна удвоенному значению девиации частоты $\omega_д$

$$2\Delta\omega \approx 2m\Omega = 2\omega_д. \qquad (3.33)$$

При изменении амплитуды S модулирующего сигнала (Ω = const) в ЧМ и ФМ колебаниях изменяется индекс модуляции m, и, следовательно, изменяются число боковых составляющих, ширина спектра $2\Delta\omega = 2\Omega(m + 1)$ и амплитуды $U_0J_n(m)$ составляющих спектра.

При изменении частоты модуляции Ω(S = const) в случае ЧМ изменяется согласно (3.24) индекс модуляции m, следовательно, число и амплитуды составляющих спектра. Ширина спектра $2\Delta\omega_{ЧМ}$, практически не меняется. При ФМ амплитуды составляющих и их число остаются без изменения (так как m = const), а ширина спектра $2\Delta\omega_{ФМ}$ изменяется пропорционально частоте модуляции.

3.2 Объект исследования

Объектом исследования является спектр модулированного сигнала. В этих целях предлагается использовать модулированный сигнал, полученный с помощью программы MODEL. Программа MODEL позволяет синтезировать сигнал, состоящий из десяти гармоник, причем каждая гармоника может модулироваться отдельно моногармоническим сигналом. Предусмотрена возможность как амплитудной, так и фазовой модуляции. Окно программы MODEL показано на рисунке 3.6.

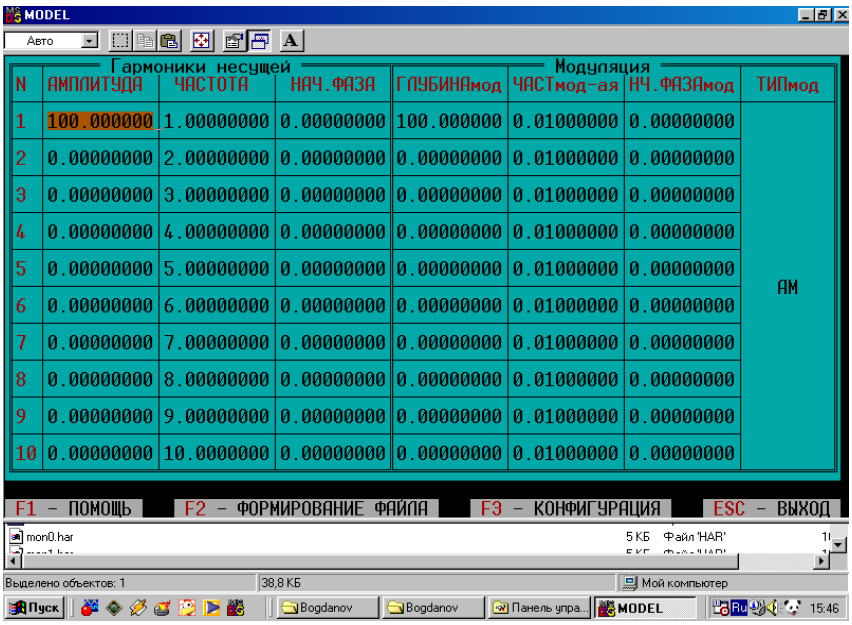


Рисунок 3.6 - Окно программы MODEL

С помощью клавиш перемещения курсора можно выбрать любую комбинацию из десяти несущих частот (исключение несущей частоты из континуума осуществляется путем задания нулевой амплитуды). Используя данные практической работы №2 нужно выбрать такие частоты, которые вошли в спектр электрокардиосигнала. В работе используется только амплитудная модуляция. Модулирующие частоты выбираются на основе анализа медленных волн, модулирующих электрокардиосигнал.

После заполнения таблицы, показанной на рисунке 3.6., нажимается клавиша F2, и появляется окно, показанное на рисунке 3.7.

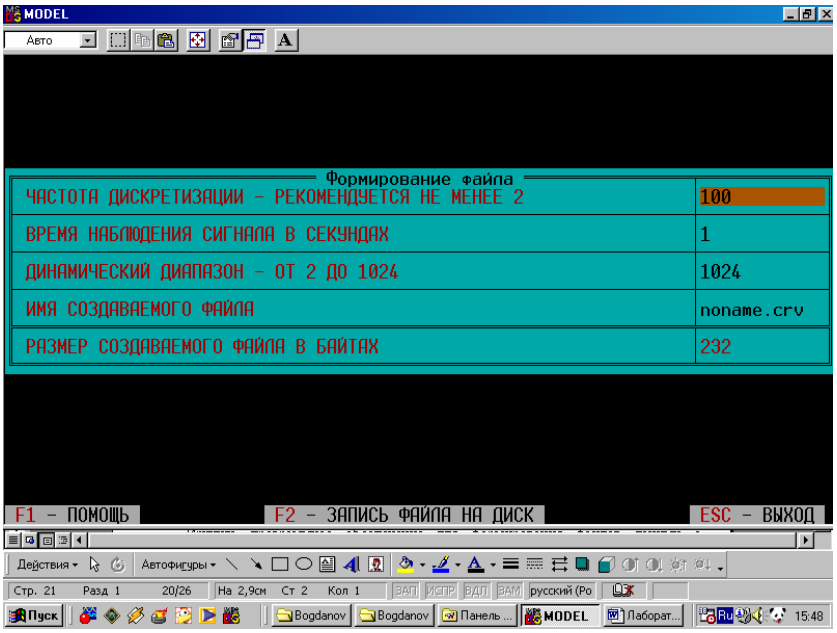


Рисунок 3.7 - Окно формирования файла данных программы MODEL

Частота дискретизации сигнала выбирается на основе соображений, изложенных в материалах практической работы №2. Время наблюдения сигнала и его динамический диапазон выбирается близкими к параметрам сигнала, файл которого был получен при выполнении практической работы №1. При нажатии клавиши F2 формируется файл, структура которого описана в материалах практической работы №1.

3.3 Цель работы

Изучить методы модуляции сигналов и программное обеспечение для формирования файлов данных с цифровыми отсчетами модулированных сигналов.

3.4 Содержание работы и порядок ее выполнения

Изучите раздел «Модуляция сигналов» [1].

Изучите программу моделирования данных MODEL, обращая особое внимание на структуру файла данных и его заголовок.

Запишите математические выражения амплитудно-модулированного и частотно - модулированного сигналов. Зарисуйте их спектры.

Изучите спектр электрокардиосигнала, полученный при выполнении практической работы №1. Выберите 5…10 значимых гармоник и задайте их значения и величину, согласно полученным спектральным характеристикам реального электрокардиосигнала.

Выберите модулирующие частоты и глубину модуляции для каждой несущей гармоники исходя из свойств реальных сигналов, которые модулируют электрокардиосигнал.

Исходя из п. 4, задайтесь частотой дискретизации синтезированного сигнала и с помощью программы MODEL создайте файл данных с этим сигналом.

Сосчитайте заголовок файла данных и сами данные с помощью программы, имеющейся в базе данных или разработанной самостоятельно при выполнении практической работы №1 и №2. Сделайте необходимые выводы.

3.5 Содержание отчета

1. Спектр исходного немодулированного сигнала.

2. Представление рядом Фурье модели немодулированного электрокардиосигнала.

3. Спектр медленных волн, модулирующих гармоники электрокардиосигнала

4. Распечатка графика модели электрокардиосигнала, полученного в результате выполнения п. 2.

5. Распечатка графика модели электрокардиосигнала, полученного в результате выполнения п. 2 и п. 3.

6. Электронная форма на дискете 3.5” с файлом .CRV.

7. Выводы.

3.6 Вопросы для самопроверки

1. Что понимается под несущим и модулирующим колебаниями? В чем заключается процесс модуляции?

2. Как записать АМ колебание при модуляции:

а) гармоническим колебанием;

б) произвольным периодическим колебанием;

в) непериодическим сигналом?

3. Как определяется коэффициент модуляции АМ колебаний?

4. Как формируется спектр АМ колебания при модуляции:

а) гармоническим колебанием;

б) произвольным периодическим колебанием;

в) непериодическим сигналом?

Дайте графическое представление спектра.

5. Запишите выражение для колебания с угловой модуляцией. Какими соотношениями связаны полная фаза и мгновенная частота колебания?

6. Как определяются и чем отличаются ЧМ и ФМ колебания?

7. Какой физический смысл имеют понятии «девиация частоты» $\omega_д$ и «индекс модуляции» m? Как они определяются при частотной и фазовой модуляции гармоническим сигналом?

8. По каким приближенным формулам можно определить ширину спектра ЧМ и ФМ колебаний при гармонической модуляции в случаях $m \ll 1$ и $m > 1$?

9. От каких параметров модулирующего гармонического сигнала и как зависят спектры ЧМ, ФМ и АМ колебаний?

10. Чем отличаются спектральные и диаграммы АМ и ЧМ колебаний при $m \ll 1$?

11. Дайте определение АЧМ сигнала.

12. Какой вид имеет амплитудный и фазовый спектры АЧМ сигнала при большой базе m сигнала?

13. Запишите в общем виде выражение для узкополосного сигнала. Как устраняется неоднозначность в определении огибающей, фазы и мгновенной частоты узкополосного сигнала?

14. Как представить в комплексной форме произвольный узкополосный сигнал? Что понимается под комплексной огибающей сигнала?

15. Как определить огибающую и фазу узкополосного сигнала, если известна его спектральная плотность?

16. Как осуществляется дискретизация по времени АМ и ЧМ колебания?

3.7 Порядок защиты работы

Работа может быть зачтена, если студент представил отчет согласно п. 3.5, исследуемые в работе сигналы соответствуют индивидуальному варианту, электронная форма соответствует представленному тексту, и студент дал исчерпывающие ответы на 10 произвольных вопросов из п. 3.6.

Литература

1. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. пособие для вузов / Д.В. Васильев, М.Р. Витоль, Ю.И. Горшенков [и др.]; под ред. К.А. Самойло. – М.: Радио и связь, 1982. – 528 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №4. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ

4.1 Краткие теоретические сведения

Фильтрация представляет собой одну из самых распространенных операций обработки сигналов. Цель фильтрации состоит в подавлении помех, содержащихся в сигнале, или в выделении отдельных составляющих сигнала, соответствующего тем или иным свойствам исследуемого процесса.

В электрических и электронных измерительных устройствах уже давно находят применение различные типы RLC-фильтров. С появлением доступных и дешевых интегральных операционных усилителей получили широкое распространение активные фильтры. Прогресс в развитии цифровых интегральных схем, повсеместное применение микропроцессоров для цифровой обработки измерительной информации обусловили интерес разработчиков аппаратуры к цифровым фильтрам.

Фильтрация сигнала – это целенаправленное изменение соотношения между различными компонентами спектра сигнала. Как известно, спектр сигнала, получаемого на выходе линейной цепи, $Y(f)$, равен произведению входного спектра $X(f)$ и частотной характеристики (ЧХ) цепи $G(f)$:

$$Y(f) = X(f)\, G(f). \tag{4.1}$$

На практике разложение сигнала в спектр и обратно занимает довольно большое время, поэтому рассмотрим теперь соотношения, позволяющие непосредственно находить временное описание сигнала. Как известно, спектр δ-импульса равен единице. Если такой δ-импульс подать на вход линейной цепи, то тогда $X(f) = 1$ и в соответствии с формулой (4.1) получим:

$$Y(f) = G(f). \tag{4.2}$$

Таким образом, ЧХ цепи можно найти как спектр выходного сигнала цепи при подаче на ее вход δ-импульса. Реакция цепи $g(t)$ на δ-импульс носит название импульсной характеристики (ИХ). В соответствии с (4.2) спектр этой функции равен ЧХ цепи. Отсюда

следует, что импульсная и частотная характеристики линейной цепи связаны между собой парой преобразований Фурье:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{j2\pi ft} df \,, \tag{4.3}$$

$$G(f) = \int_{0}^{\infty} g(t) e^{-j2\pi ft} dt \,. \tag{4.4}$$

В соответствии с теоремой свертки перемножение спектров соответствует свертке функций во временной области. Поэтому из равенства (4.1), определяющего спектр сигнала на выходе линейной цепи, следует, что выходной сигнал цепи может быть найден в виде свертки входного сигнала и импульсной характеристики цепи:

$$y(t) = x(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{t} x(t') g(t - t') dt' \,, \tag{4.5}$$

где $*$ – знак свертки.

Последнее соотношение показывает, что функция g(t) определяет веса, с которыми входят в выходной сигнал y(t) различные мгновенные значения входного сигнала x(t). Поэтому импульсную характеристику часто называют весовой функцией (ВФ).

Итак, динамические свойства линейной цепи (в том числе и цифровых фильтров) полностью определяются одной из двух характеристик: частотной характеристикой или импульсной. Одна из них может быть найдена из другой по формулам преобразования Фурье (4.3) и (4.4).

Если ИХ фильтра будет дискретной, то такие фильтры можно построить на цифровых элементах. Дискретную ИХ нерекурсивных фильтров $g(n)$ находят путем дискретного преобразования Фурье из дискретной ЧХ $G(k)$:

$$g(n) = \sum_{k=0}^{N-1} G(k) e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \,. \tag{4.6}$$

ЧХ фильтра, построенного по формуле (4.6), гарантированно будет проходить через точки заданной ЧХ $G(k)$. Однако между этими точками совпадение желаемой и реальной частотных характеристик не гарантируется.

На практике дискретный сигнал $s(n)$ фильтруют путем дискретной свертки самого сигнала и ИХ фильтра $g(n)$:

$$s_{вых}(n) = s(n) * g(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} s(m)g(n-m) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} s(n-m)g(m). \quad (4.7)$$

Эта операция занимает минимум вычислений. Однако анализ работы фильтров гораздо удобнее производить в частотной области.

Наибольшее распространение получили фильтры с четной ИХ. Они не вносят фазового сдвига в результирующий сигнал и их можно разложить в вещественный ряд косинусоид, что значительно облегчает их расчет.

4.2 Объект исследования

Для расчета дискретных цифровых фильтров используется программа filters.exe. Для запуска программы необходима ЭВМ IBM PC со стандартной конфигурацией. В текущем каталоге должен быть расположен драйвер видеоадаптера фирмы Borland (например, EGA, VGA.BGI).

Если на компьютере установлена операционная система WINDOWS XP, то необходимо воспользоваться командами: Программы/Командная строка/Filter.exe.

При запуске программы в диалоговом режиме необходимо ввести следующие входные данные:

• Частота дискретизации Fdiskr фильтруемого сигнала. От этой величины зависит полоса частот, на которой задается АЧХ фильтра. В соответствии с теоремой Котельникова ширина этой полосы от 0 до Fdiskr/2 Гц.

• Количество элементов N импульсной характеристики проектируемого фильтра. Это число должно быть нечетным и находиться в пределах от 3 до 4001 (верхняя граница зависит от количества свободной оперативной памяти). Чем выше значение N, тем выше порядок проектируемого фильтра.

• Значения АЧХ G(f) проектируемого фильтра. Шаг дискретизации Δf зависит от частоты дискретизации сигнала и количества элементов N и определяется программой автоматически.

Выходные данные:

• Изображение требуемой АЧХ фильтра.

• Изображение АЧХ фильтра, который был рассчитан программой. Этот график строится по дискретному аналогу формулы (4.4). Для выявления характера кривой АЧХ вне заданных точек $G(k)$ программа расширяет время наблюдения найденной ИХ $g(n)$, путем дополнения ее нулями, что согласно свойствам дискретного спектра позволяет уменьшить частоту дискретизации графика АЧХ.

• Значения элементов ИХ проектируемого фильтра.

Пример: требуется рассчитать ФНЧ для сигнала с частотой дискретизации 200 Гц и с частотой среза 50 Гц. Следовательно, значения ЧХ фильтра $G(f)$ будут принимать значения 1 в полосе пропускания фильтра (т. е. когда $0 < f < 50$ Гц), и 0 в полосе задержания фильтра (когда $f > 50$ Гц).

Пусть число элементов ИХ фильтра $N = 15$. На запросы программы вводим:

Fdiskr = 200 (это частота дискретизации нашего сигнала); $N = 15$ (число элементов ИХ фильтра);

$G[0] = 1$

$G[14] = 1$

$G[28] = 1$

$G[42] = 1$

$G[57] = 0.5$

$G[71] = 0$

$G[85] = 0$

$G[100] = 0$,

где 0, 14, 28, 42 и т. д. – отсчеты частот f, на которых должна задаваться АЧХ фильтра (рассчитываются программой);

значения $G[F] = 1$ характеризуют полосу пропускания фильтра, а значения $G[F] = 0$ характеризуют полосу задержания фильтра (вводятся пользователем).

В результате работы программы изображаются графики заданной и реальной АЧХ (рисунок 4.1).

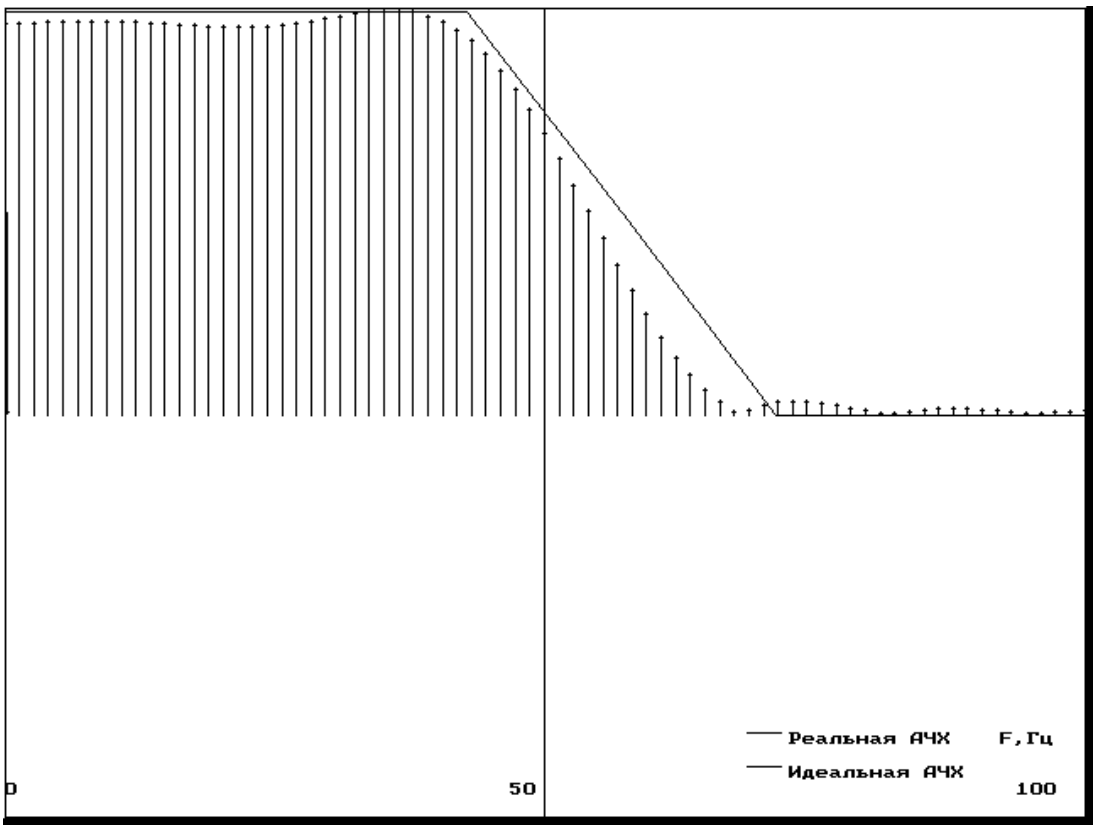


Рисунок 4.1 - Идеальная и реальная АЧХ НЧ фильтра

Далее на экран выводятся элементы ИХ фильтра, которые вычисляются программой по формуле (4.6) из заданной АЧХ $G(k)$. В нашем случае они равны [–0.07 –0.19 0.5 0.36 –1.3 –0.47 4.68 8 4.68 –0.47 –1.3 0.36 0.5 –0.19 –0.07].

4.3 Цель работы

Изучить методы синтеза цифровых фильтров и эффективность их применения.

4.4 Содержание работы и порядок ее выполнения

1. Получите у преподавателя задание на проектирование цифрового фильтра: АЧХ и порядок.

2. С помощью программы MODEL получите тестовый сигнал, в спектре которого присутствуют составляющие, лежащие как в полосе пропускания, так и в полосе задержания цифрового фильтра.

3. С помощью программы FILTERS.EXE получите коэффициенты цифрового фильтра.

4. Составьте схему алгоритма и программу цифровой фильтрации полученным в п. 3 цифровым фильтром тестового сигнала, созданного в п. 2.

5. Запустите полученную в п. 4 программу, подав на ее вход файл данных, полученный в п. 2. Сравните сигналы на входе и на выходе.

4.5 Содержание отчета

1. АЧХ и коэффициенты разработанного цифрового фильтра.
2. Спектральный состав и графическое изображение тестового сигнала.
3. Графическое изображение тестового сигнала после фильтрации.
4. Изображения реального сигнала до и после фильтрации.
5. Анализ спектрального состава реального сигнала, помех, присутствующих в нем, их спектра.
6. Выводы по эффективности цифровой фильтрации.

4.6 Вопросы для самопроверки

1. В чем состоят основные преимущества и недостатки цифровых фильтров?
2. Изобразите структурную схему цифровой обработки сигнала. Поясните этапы преобразования сигнала.
3. Какие методы математического описания и аппараты анализа дискретных сигналов и цепей Вы знаете?
4. Как выражается прямое (ДПФ) и обратное (ОДПФ) дискретные преобразования Фурье?
5. Как связаны коэффициенты ДПФ последовательности конечной длины с z-преобразованием этой последовательности?
5. Как связаны коэффициенты ДПФ последовательности конечной длины с ее непрерывным частотным спектром?
7. Как определяется линейная дискретная цепь с постоянными параметрами (ЛДЦПП)?
8. Что понимается под импульсной характеристикой $g(n)$ ЦФ?
9. Что понимается под системной функцией H (z) цифрового фильтра? Как выражается системная функция через импульсную характеристику и элементы схемы фильтра?
10. Как определить устойчивость ЦФ по его системной функции?

11. Что понимается под частотной характеристикой ЦФ? Что отличает ее от частотной характеристики соответствующего аналогового фильтра-прототипа?

12. Как связана частотная характеристика с системной функцией цифрового фильтра?

13. Как определяется нерекурсивный цифровой фильтр? Запишите алгоритм обработки сигнала и изобразите соответствующую структурную схему фильтра.

14. В чем заключается недостаток нерекурсивных фильтров?

15. В чем состоит особенность рекурсивных ЦФ? Запишите алгоритм обработки сигнала и изобразите структурную схему фильтра.

16. Какой вид имеет структурная схема прямого рекурсивного ЦФ? Чем отличается от нее структура канонического фильтра?

17. Определение корреляционной функции. Определить циклическую корреляционную функцию следующих последовательностей с числом элементов

$N = 8$:

а) {1 1 1 1 0 0 0 0}, 6) {1 1 1 1 1 0 0 0},

в) {1 1 1 1 1 1 0 0},

г) {1 1 1 1 1 1 1 0}.

18. Определение корреляционной функции. Какова циклическая корреляционная функция последовательностей

а) {1 0 1 0 1 0 1 0}, б) {1 0 0 1 0 0 1 0}, в) {1 0 0 0 1 0 0 1}?

Просуммировать элементы полученных корреляционных последовательностей и объяснить результат.

19. Определение корреляционной функции. Определить циклическую корреляционную функцию последовательностей

а) {1 1 0 0 0 0 0 0}, б) {1 0 1 0 0 0 0 0}, в) {1 1 0 1 0 0 0 0}, г) {1 1 0 0 1 0 1 0}.

20. Определение корреляционной функции. Определить циклическую корреляционную функцию последовательностей

а) {-3 –2 –1 0 1 2 3 4},

б) {-4 –3 –2 -1 1 2 3 4}.

Просуммировать элементы полученных корреляционных последовательностей и объяснить результат.

21. Корреляционные последовательности. Определить корреляционную функцию последовательностей

а) {1 1 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0},

б) {0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 0 1 0}.

Вычислить произведение 1100101 х 1010011 и использовать полученный результат для вывода очень простого алгоритма определения корреляционной функции. Если алгоритм столь прост, то почему бы не существовать еще более оптимальному методу?

22. Получите последовательность, корреляционная функция которой имеет вид {1,1 6 15 20 15 6 1,1}. Определение свертки. Выполнить свертку последовательности {1 1 1 1 1 0 0 0 0} с последовательностями вида

а) {1 1 0 0 0 0 0 0}, б) {1 1 1 0 0 0 0 0}, в) {1 1 1 1 1 0 0 0}, г) {1 1 1 1 1 1 1 1}.

23. Определение свертки. Выполнить свертку последовательности {1 (1/2) (1/4) (1/8) (1/16) (1/32) (1/64) (1/128)} с последовательностями:

а) {1-10 0 0 0 0 0}, б). {2-1 0 0 000-1}.

24. Свертка с нечетной функцией. Должна быть выполнена свертка последовательности данных с нечетной последовательностью, т. е. функцией, для которой $f(N - \tau) = - f(\tau)$. После определения ДПХ требуются только N произведений. Показать, что изменение знаков преобразования последовательности данных на обратные перед умножением и переходом в область обратного преобразования приводит к желаемому результату.

25. Уплотнение. Последовательность данных, состоящая из 1024 элементов, должна быть уплотнена до 256 элементов ценой потери тонкой структуры исходной последовательности. Показать, что это может быть осуществлено путем определения ДПХ для $N = 1024$ и последующего вычисления ДПХ первой четверти элементов преобразования для $N = 256$.

26. Скользящее среднее, а) Вычислить скользящее среднее пяти последовательных элементов биномиальной последовательности {0000 1464 1000}. •

б) Какова дисперсия полученной последовательности?

27. Циклическая функция $\mathrm{sinc}(x) = \sin x/x$. Показать, что $\mathrm{sinc}(x) + \mathrm{sinc}(x - N) + \mathrm{sinc}(x - 2N) + \ldots + \mathrm{sinc}(x + N) + \mathrm{sinc}(x + 2N) + \mathrm{sinc}(x + 3N) + \ldots = N^{-1} \sin(N\pi x) / \sin(\pi x)$.

4.7 Порядок защиты работы

Работа может быть зачтена, если студент представил отчет согласно п. 4.5, исследуемые в работе сигналы соответствуют индивидуальному варианту, электронная форма соответствует представленному тексту, и студент дал исчерпывающие ответы на 10 произвольных вопросов из п.4.6.

Литература

1. Гольденберг, Л.М. и др. Цифровая обработка сигналов: справочник / Л.М. Гольденберг, Б.Д. Матюшкин, М.Н. Поляк. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с.

2. Гутников, В.С. Фильтрация измерительных сигналов. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. – 192 с.

3. Каппелини В., Константинидис А.Дж., Эмилиани П. Цифровые фильтры и их применение. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 360 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №5. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ВЫДЕЛЕНИЯ ТРЕНДА ИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Цель работы: Изучить методы выделения тренда из временных рядов

5.1 Порядок выполнения работы

1. Запишите математическое выражение полигармонического сигнала с трендом. Нарисуйте его спектр.
2. Вычислите частоту дискретизации сигнала, полученного в п.1, и с помощью программы REEBOK создайте файл данных с этим сигналом.
3. Изучите методы выделения тренда из временных рядов [1].
4. Выбрав один из методов выделения тренда, составьте его схему алгоритма и реализуйте программный модуль.
5. Запустите на выполнение созданный в п.4 программный модуль, подав на его вход файл данных, полученный в п.2. Зарисуйте сигнал на выходе модуля. Сравните спектры сигнала на входе и на выходе модуля.

Литература

1. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Статистический анализ данных на компьютере / Под ред. В.Э. Фигурнова – М.: ИНФА – М, 1998. – 528 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №6. ДЕЦИМАЦИЯ И ИНТЕРПОЛЯЦИЯ СИГНАЛОВ

6.1 Краткие теоретические сведения

Наиболее удобной в обращении на практике функцией является алгебраический многочлен. Чтобы задать многочлен, нужно задать только конечное число его коэффициентов. Значения многочлена легко вычисляется, его легко продифференцировать, проинтегрировать и т. д. Поэтому алгебраические многочлены нашли широкое применение для приближения (аппроксимации) функций. Наряду с алгебраическими многочленами применяются также тригонометрические многочлены, которые являются более естественными для приближения периодических функций.

Интерполяция функций по формуле Лагранжа

Пусть известны значения некоторой функции f в $n+1$ различных точках x_0, x_1,…, x_n, которые обозначим следующим образом:

$$f_i = f(x_i),\ i = 0,1,\ \dots\ n.$$

Например, эти значения получены из эксперимента или найдены с помощью достаточно сложных вычислений. Возникает задача приближенного восстановления функции f в произвольной точке x. Часто для решения этой задачи строится алгебраический многочлен $L_n(x)$ степени n, который в точках x_i принимает заданные значения, т. е.

$$L_n(x_i) = f_i,\ \ i = 0,1,\ \dots\ ,\ n, \tag{6.1}$$

и называется интерполяционным. Точки x_i; $i = 0,1,\dots, n$ называются узлами интерполяции.

Приближенное восстановление функции f по формуле

$$f(x) = L_n\,(x) \tag{6.2}$$

называется интерполяцией функции f с помощью алгебраического многочлена.

Существует теорема, согласно которой имеется только один интерполяционный многочлен n-й степени, удовлетворяющий условию (1).

Интерполяционный многочлен, представленный в виде

$$L_n(x) = \sum_{i-0}^{n} P_{ni}(x) f_i \,, \tag{6.3}$$

где

$$P_{ni}(x) = \frac{(x - x_0)...(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})...(x - x_n)}{(x_i - x_0)...(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})...(x_i - x_n)}$$
$$x \in [ab] \tag{6.4}$$

называется интерполяционным многочленом Лагранжа, а функции (6.4) – Лагранжевыми коэффициентами.

Погрешность интерполяции (экстраполяции) в текущей точке оценивается по формуле

$$\left| f(x) - Ln(x) \right| \le \frac{Mn+1}{(n+1)!} \left| w_n(x) \right|, \tag{6.5}$$

$$M_{n+1} = \max_{[a,b]} \left| f^{(n+4)}(x) \right| \tag{6.6}$$

где

$$w_n(x) = (x - x_0)(x - x_1)...(x - x_n). \tag{6.7}$$

Максимальная погрешность интерполяции на всем отрезке $[a,b]$:

$$\max_{[a,b]} \left| f(x) - Ln(x) \right| \le \frac{Mn+1}{(n+1)!} \max_{[a,b]} \left| w_n(x) \right| \tag{6.8}$$

6.1.1 Линейная интерполяция

Интерполяция по формуле (2) при $n = 1$, т. е. с помощью линейной функции (3) называется линейной.

Если ввести обозначения $h = x_1 - x_0$, $q = (x - x_0)/h$, то формула линейной интерполяции может быть записана в следующем виде:

$$f(x) \approx L_1(x) = L_1(x_0 + qh) = (1-q)\, f_0 + q_1 f_1 \qquad (6.9)$$

Величина q называется фазой интерполяции, которая изменяется в пределах от 0 до 1, когда x пробегает значение от x_0 до x_1.

Геометрическая линейная интерполяция означает замену графика функции на отрезке $[x_0, x_1]$ хордой, соединяющей точки (x_0, f_0), (x_1, f_1), как показано на нижеприведенном рисунке 6.1.

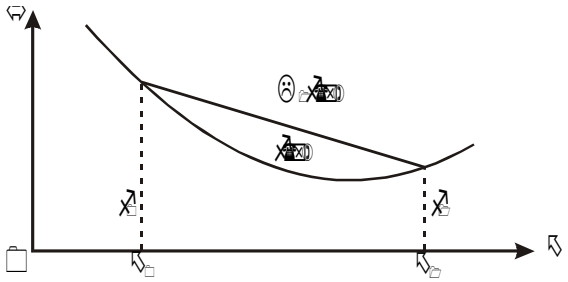


Рисунок 6.1 - Линейная интерполяция

Сплайны

Пусть отрезок $[a,b]$ разбит на N равных частичных отрезков $[x_i, x_{i+1}]$, где $x_j = a + ih$, $i = 0,1,\ldots, N-1$; $x_N = b$, $h = (b - q)$IN.

Сплайном называется функция, которая вместе с несколькими производными непрерывна на всем заданном отрезке $[a,b]$, а на каждом частичном отрезке $[x_i, x_j + 1]$ в отдельности является некоторым алгебраическим многочленом.

Максимальная по всем частичным отрезкам степень многочленов называется степенью сплайна, а разность между степенью сплайна и порядком наивысшей непрерывной на $[a,b]$ производной – дефектом сплайна.

На практике наиболее широко распространение получили кубические сплайны – сплайны третьей степени, имеющие на $[a,b]$ непрерывную, по крайне мере, первую производную. Величина $mi = S_3^1(x)$ называется наклоном сплайна в точке (узле) x_i.

$$S_3(x)=\frac{(x_{i+1}-x)^2(2(x-x_i)+h)}{h^3}f_i+\frac{(x-x_i)^2(2(x_{i+1}-x)+h)}{h^3}f_{i+1}+$$
$$+\frac{(x_{i+1}-x)^2(x-x_i)m_i}{h^2}+\frac{(x-x_i)^2(x-x_{i+1})^2m_{i+1}}{h^2} \qquad (6.10)$$

Нетрудно убедится, что кубический сплайн $S_3(x)$, принимающий в узлах x_i, x_{i+1}, соответственно значения f_i, f_{i+1}, имеет на частичном отрезке $[x_i, x_{i+1}]$ вид

Действительно, легко видеть, что $S_3(x_i) = f_i$, $S_3(x_{i+1}) = f_{i+1}$. Кроме того, простые вычисления показывают, что $S'_3(x_i) = m_i$, $S'(x_{i+1}) = m_{i+1}$ Можно доказать, что любой алгебраический многочлен третьей степени, принимающий в точках x_i, x_{i+1} значения, равные соответственно f_i, f_{i+1} и имеющий в этих точках производную, соответственно равную m_i, m_{i+1}, тождественно совпадает с многочленом (10).

Итак, чтобы задать кубический сплайн $S_3(x)$ на всем отрезке $[a, b]$, нужно задать в $N + 1$ узлах x_i его значения f_i и наклоны или касательные m_i, $i = 0,1, \ldots, N$.

Кубический сплайн, принимающий в узлах x_i те же значения, что и некоторая функция f называется интерполяционным. Он служит для аппроксимации функции f на отрезке $[a, b]$ вместе с несколькими производными.

Способы задания наклонов интерполяционного кубического сплайна.

1) Упрощенный способ.

$$m_i=\frac{f_{i+1}-f_{i-1}}{2h}2h,\ i=1,2,\ldots,N-1,$$
$$m_0=\frac{4f_1-f_2-3f_0}{2h},\ m_n=\frac{3f_n+f_{n-2}-4f_{n-1}}{2h}. \qquad (6.11)$$

2) Если известны значения f'_i производной f' в узлах x_i, то полагаем $m_i = f_1$, $i = 0,1,\ldots, N$.

Способы 1 и 2 – локальные, так как с их помощью сплайн строится отдельно на каждом частичном отрезке $[x_i, x_{i+1}]$.

3) Глобальный способ.

Обозначаем через $S_3''(x_i + 0)$ значение $S_3''(x)$ в узле x_i справа, найденное непосредственно из выражения (10), а через $S_3''(x_i - 0)$

значение S_3'' (x) в узле x_i слева, т. е. найденное из соответствующего выражения $S_3(x)$ на частичном отрезке $[x_i, x_{i+1}]$, которое получается из (10) заменой i на $i - 1$.

Имеем

$$S_3''(x_i+0) = \frac{4m_i}{h} - \frac{2m_{i+1}}{h} + 6\frac{f_{i+1} - f_i}{h^2},$$

$$S_3''(x_i - 0) = \frac{2m_{i-1}}{h} + \frac{4m_i}{h} - 6\frac{f_i - f_{i-1}}{h^2}$$

Требуем непрерывности $S''(x)$ в узлах:

$$S_3''(x_i - 0) = S''_3(x_i + 0),\ i = 1,2,\ \ldots,\ N - 1 \qquad (6.12)$$

и приходим к следующей системе линейных алгебраических уравнений относительно наклонов:

$$m_{i-1} + 4m_i + m_{i+1} = \frac{3(f_{i+1} - f_{i-1})}{h}, i = 1, 2, \ldots, N - 1.$$

Поскольку неизвестных $N + 1$, то необходимо задать еще два условия, которые называются краевыми (они обычно связаны с крайними значениями m_0, и m_N). Дадим три варианта краевых условий.

а) Если известны $f'_0 = f'(a)$, $f'_N = f'(b)$, то задать $m_0 = f'_0$, $m_N = f'_N$.

б) Производные f'_0 и f'_N аппроксимируем формулами численного дифференцирования третьего порядка точности:

$$m_0 = \frac{1}{6h}(-11 f_0 + 18 f_1 - 9 f_2 + 2 f_3);$$
$$m_n = \frac{1}{6h}(11 f_N - 18 f_{N-1} - 9 f_{N-2} - 2 f_{N-3}). \qquad (6.13)$$

в) В некоторых случаях бывают известны значения f'' на концах отрезка [a,b], т. е. величины $f_0'' = f''(a)$, $f_N'' = f''(b)$. Тогда требование $S_3''(a) = f_0''$, $S_3''(b) = f_N''$ приводит к краевым условиям:

$$m_0 = -\frac{m_1}{2} + \frac{3}{2}\frac{f_1 - f_0}{h} - \frac{h}{4} f_0''$$
$$m_N = -\frac{m_{N-1}}{2} + \frac{3}{2}\frac{f_N - f_{N-1}}{h} + \frac{h}{4} f_N'' \qquad (6.14)$$

Система (6.12) при всех рассматриваемых краевых условиях имеет единственное решение. Решая систему (6.12) при выбранных краевых условиях, находим наклоны m_i, $i = 0, 1,\ldots, N$, во всех узлах. Затем по формуле (6.10) задаем сплайн на каждом частичном отрезке $[x_i, x_{i+1}]$, $i = 0,1, \ldots, N - 1$.

Построенный данным глобальным способом сплайн $S_3(x)$ имеет дефект не больше единицы, т. к. этот сплайн обладает на отрезке $[a,b]$ непрерывной второй производной.

$$\max_{[x_i, x_{i+1}]} \left| f^{(m)}(x) - S_3^{(m)}(x) \right| \le ch^{k+1-m} \max_{[a,b]} \left| f^{(k+1)}(x), \right.$$

Интерполяционный сплайн $S_3(x)$ с наклоном, заданным способом 2 или 3, удовлетворяет неравенству

$$i = 0,1,\ldots, N-1; m = 0,1,\ldots, k; 0 \le k \le 3; \qquad (6.15)$$

где c – независящая от h, i, f – постоянная.

Точность аппроксимации функции f сплайном $S_3(x)$ управляется выбором N, т. е. шагом $h = (b - a)/N$.

6.2 Аппроксимация функций по методу наименьших квадратов

Интерполяция на практике хороша лишь для таких функций, значения которых не искажены шумом. Случайные ошибки в значениях функции сильно искажают интерполяционное многочлены высоких степеней, а при интерполяции многочленами низких степеней теряется существенная информация. Поэтому, в этом случае, целесообразно применять «сглаживающую» аппроксимацию с минимизацией взвешенной средней квадратической ошибки аппроксимации. Это значит, что для данной функции $f(x)$ требуется построить функцию $F(x)$ вида

$$F(x) = a_0\varphi_0(x) + a_1\varphi_1(x) + \ldots + a_n\varphi_m(x) \qquad (6.16)$$

так, чтобы минимизировать взвешенную среднюю квадратическую ошибку на интервале [a, b]:

$$\sigma^2 = \int_a^b \gamma(x)[F(x) - f(x)]^2 dx \qquad (6.17)$$

где $\gamma(x)$ – заданная весовая неотрицательная функция.

Если функции $\varphi(x)$ действительны и попарно ортогональны с весом $\gamma(x)$ на интервале [a, b], то есть если

$$\int_a^b \gamma(x)\varphi_i(x)\varphi_0(x)dx = 0; \text{ при } i \neq j, \qquad (6.18)$$

то искомые коэффициенты определяются по формуле

$$a_i = \frac{\int_a^b \gamma(x) f(x)\varphi_i(x)dx}{\int_a^b \gamma(x)\varphi_i^2(x)dx}, \quad (i = 0,1,2...). \qquad (6.19)$$

Аппроксимация ортогональными функциями, например, ортогональными многочленами или тригонометрическими полиномами имеет то замечательное преимущество, что улучшение аппроксимации путем добавления нового члена $a_{n+1}\ \varphi_{n+1}(x)$ не меняет ранее вычисленные коэффициенты $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$.

Таким образом, для аппроксимации функции f(x) необходимо задать класс приближающих функций или n-мерное пространство, где n – число заданных значений функции $f(x)$, и норму в этом пространстве. При приближении функций многочленами на дискретном множестве точек норма имеет вид:

$$\sigma^2 = \sum_{k=0}^{m} \gamma_k [F(x_k) - f(x_k)]^2, \qquad (6.20)$$

где γ_k заданные положительные веса; $m + 1$ – дискретное множество точек.

Согласно условию ортогональности (6.18):

$$\sum_{k=0}^{m} \gamma_k \varphi_i(x_k)\varphi_i(x_k) = 0, \quad (i \neq j). \tag{6.21}$$

и на основании (6.19) имеем:

$$a_i = \sum_{k=0}^{m} \gamma_k f(x_k)\varphi_i(x_k) / \sum_{k=0}^{m} \gamma_k \varphi_i^2(x_k), \quad (i = 0,1,2...n, n \leq m). \tag{6.22}$$

Отметим, что можно использовать другую норму (20), тогда получим другое приближение, которое может значительно отличатся от предыдущего

Приведем пример аппроксимации функций тригонометрическим многочленом:

$$F_m(x) = \alpha_0 + \sum_{p=1}^{m/2} (\alpha_p \cos px + \beta_p \sin px). \tag{6.23}$$

Коэффициенты этого многочлена при учете условия (6.20) находятся согласно формулам:

$$\begin{gathered} \alpha_0 = \frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n} f(\frac{2\pi i}{n+1}), \alpha_p = \frac{2}{n=1}\sum_{i=0}^{n} f(\frac{2\pi i}{n+1})\cos\frac{2\pi i}{n+1}p, \\ \beta_p = \frac{2}{n+1}\sum_{i=0}^{n} f(\frac{2\pi i}{n+1})\sin p\frac{2\pi i}{n+1}, p = 1,2,...,m, \end{gathered} \tag{6.24}$$

где

$$x_i = \frac{2\pi i}{n+1}, i = 0,1,...n.$$

6.3 Цель работы

Получить практические навыки децимации и интерполяции сигналов

6.4 Порядок выполнения работы

1. Запишите математическое выражение полигармонического сигнала с трендом. Нарисуйте его спектр.

2. Вычислите частоту дискретизации сигнала, полученного в п. 1, и с помощью программы REEBOK создайте файл данных с этим сигналом. Вычислите спектр сигнала, записанного в полученном файле данных, и сравните его с теоретическим, полученным в п. 1.

3. Составьте схему алгоритма и программный модуль для уменьшения в два раза числа отсчетов сигнала, полученного в п. 1, не изменяя интервал наблюдения сигнала (апертуру).

4. Запустите программный модуль, полученный в п. 3, подав на его вход сигнал, файл данных которого был получен в п. 2. Зарисуйте сигнал на выходе программного модуля. Получите его спектр. Сравните его со спектром исходного сигнала.

5. Составьте схему алгоритма и программный модуль для увеличения в два раза числа отсчетов сигнала, полученного в п. 1, не изменяя интервал наблюдения сигнала.

6. Запустите программный модуль, полученный в п. 5, подав на его вход сигнал, файл данных которого был получен в п. 2. Зарисуйте сигнал на выходе программного модуля. Получите его спектр. Сравните его со спектром исходного сигнала.

Литература

1. Интерполяция и аппроксимация кривых: методические указания к лабораторной работе / Курск. Политехн. Ин-т; сост. С.А. Филист. – Курск, 1993. – 13 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №7. ИССЛЕДОВАНИЕ КВАДРАТУРНОГО ДЕТЕКТОРА

Цель работы: изучить особенности квадратурного детектирования сигналов и реализовать метод квадратурного детектирования для цифровых сигналов.

Порядок выполнения работы.

1. Изучите работу синхронного детектора. Укажите его недостатки при детектировании амплитудно-модулированных сигналов. Установите, каким образом устраняются эти недостатки квадратурным детектированием. Нарисуйте структурную схему синхронного детектора. Нарисуйте амплитудно-частотную характеристику синхронного детектора. Нарисуйте структурную схему квадратурного детектора.
2. С помощью программы MODEL создайте три файла с амплитудно-модулированными сигналами. Приведите рисунки полученных сигналов. Нарисуйте спектры полученных сигналов. Приведите таблицы, описывающие формат представления сигналов в файле данных.
3. Создайте программные модули, реализующие синхронный и квадратурный детекторы, согласно структурным схемам, полученным в п.1. Нарисуйте схемы алгоритмов, реализующие эти модули.
4. Запустите программный модуль и подайте на его вход данные, полученные в п.2. Зарисуйте сигналы, полученные на выходе программного модуля.
5. Сделайте выводы.

Литература

1. Титце У., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника: Справочное руководство: Пер. с нем.-М.: Мир. 1982. – 512 с.
2. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: В 2-х томах. Пер. с франц. – М.: Мир, 1983.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №8. ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛЕЙ: МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ КОНЕЧНЫМИ СУММАМИ

1.1 Краткие теоретические сведения

Основной объект математического анализа – функция, т. е. зависимость одной переменной от другой, или от других, когда независимых переменных несколько. В практической деятельности инженеру необходимо иметь сведения о значении функций в каждой точке с некоторой точностью, т.е. нет необходимости вычислить абсолютно точные значения функции. Точность, с которой нужно знать функцию в каждой точке, - это некоторое положительное число, значение которого зависит от условий задачи, наших возможностей или желаний.

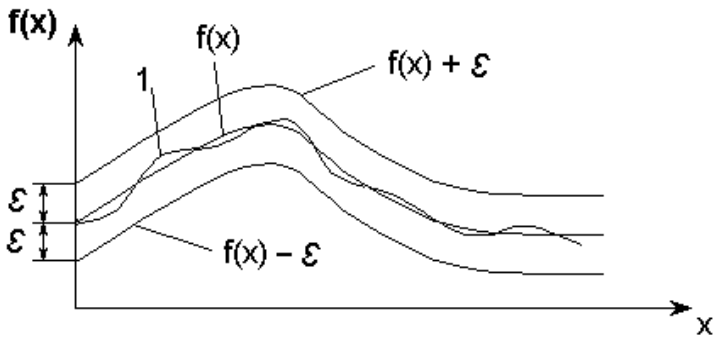


Рисунок 1 – График функции *f(x)* с погрешностями аппроксимации

На рисунке 1 вокруг графика *f(x)* нарисована полоса, ширина которой 2ε. Любая кривая (на рисунке 1 кривая 1), целиком лежащая в этой полосе, неотличима с точностью до ε от исходной, т.е. от *f(x)*.

Если функцию не надо знать абсолютно точно, то сколь угодно сложную функцию можно заменить какой-либо близкой к ней, но более простой. В качестве таких простых функций могут быть выбраны степенные функции, либо тригонометрические функции.

Можно утверждать, что как бы точно ни была устроена непрерывная функция, и какое бы маленькое ε ни выбрали, найдется некоторая сумма степенных функций (многочлены) или некоторая сумма последовательности тригонометрических

функций, не отличимая с точностью до ε от этой конкретной непрерывной функции.

Каждое слагаемое такой суммы зависит от аргумента x и номера n, определяющего место этого слагаемого в последовательности. Корень общего члена последовательности принадлежит к одному из трех типов:

а) $x^n / n!;\ (-1)^n \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)};\ x^{2n} /(2n)!;$

б) $\dfrac{\cos x}{n};\ \dfrac{\sin(2n-1)x}{2n-1};\ \dfrac{\cos 2nx}{4n-1};$

в) $\dfrac{x^{4n+1}}{4n+1};\ (-1)^n \dfrac{\cos nx}{n^2};\ \dfrac{n+1}{n!}\left(\dfrac{x}{2}\right)^n.$

В случае а) для вычисления члена суммы целесообразно использовать рекуррентные соотношения, т.е. выражать последующий член суммы через предыдущий. Это позволит существенно сократить объем вычислительной работы. Кроме того, вычисление члена суммы по общей формуле невозможно (например, содержащего $n!$)

В случае б) каждый член суммы вычисляется по общей формуле. В случае в) член суммы целесообразно представить в виде двух сомножителей, один из которых вычисляется по рекуррентному соотношению, а другой – непосредственно. Например, если общий член суммы $a_n = \dfrac{x^{4n+1}}{4n+1}$, то полагаем $C_n = x^{4n+1}$ и вычисляем рекуррентно $C_n = C_{n-1}x^4$, а $1/(4n+1)$ - непосредственно.

Работа сводится к нахождению суммы некоторого количества слагаемых $S = \sum_n a_n(x)$ при различных значениях параметра суммирования x. Алгоритмы решения задач суммирования при значениях параметра суммирования, изменяющегося в некотором диапазоне с заданным шагом, сводятся к двум вложенным циклам. Внутренний цикл суммирует слагаемые при фиксированном параметре x, а внешний организует изменение параметра x. Кроме

того, необходимо вычислить (для сравнения) точное значение функции *y=f(x)*, которая представлена данным рядом. Диапазон изменения аргумента *x* задается в виде $a \le x \le b$. Вычисление суммы проводится для следующих значений аргумента: *x=a, a+h,… a+9h*, где $h = \frac{b-a}{9}$.

В качестве примера составим программу для вычисления суммы $S = 1 + \frac{x^2}{2!} - \frac{3x^4}{4!} + ...(-1)^{N-1}\frac{2N-1}{(2N)!}x^{2N}$, *N=10* и функции $y = cos\,x + x\,sin\,x$ при $0 \le x \le 1$.

Вычислим $h = \frac{1-0}{9} = 0{,}11$.

Подставим сумму последовательности в виде

$$S = \sum_{n=0}^{9}(-1)^{n-1}\frac{2n-1}{(2n)!}x^{2n}.$$

Общий член суммы $a_n = (-1)^{n-1}\frac{2n-1}{(2n)!}x^{2n}$ относится к типу а).

Выразим *(n+1)*-й член через *n*-й:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(-1)(2n+1)x^{2(n+1)}(2n)!}{(2(n+1))!(-1)^{n-1}(2n-1)x^{2n}} = -\frac{x^2}{(2n-1)(2n+2)}.$$

Тогда $a_{n+1} = -a_n\frac{x^2}{(2n-1)(2n+2)}$ и вычисление суммы будем осуществлять с помощью рекуррентной формулы: $S_{n+1} = S_n + a_{n+1}$, *n=0,1…9*; $S_0=1$.

Схема алгоритма решения этой задачи показана на рисунке 2. При составлении схемы алгоритма нет необходимости использовать переменные с индексами S_n и a_n, поскольку одновременно в вычислениях участвуют лишь по два значения S_n и S_{n+1}, a_n и a_{n+1}. Поэтому вместо S_n, S_{n+1} и a_n, a_{n+1} можно использовать простые переменные *S* и *a*, значения которых будут изменяться каждый раз при прибавлении очередного члена суммы.

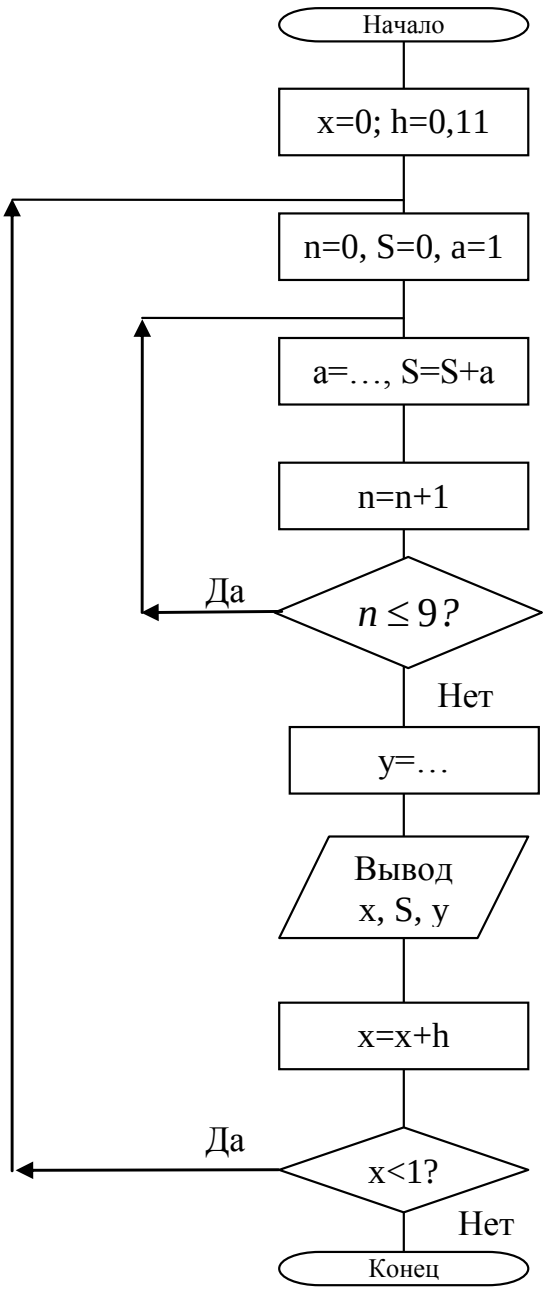


Рисунок 2 – Схема алгоритма построения модели

Для проверки правильности работы программы рассмотрим механизм вычисления конечных сумм в среде инженерных математических расчетов MathCad. Основное преимущество этой среды – большая наглядность математических расчетов. Документ системы MathCad выглядит как лист бумаги, испещренный «привычными» формулами, т.е. их вид нисколько не отличается от того, как мы их пишем. Например, функция для вычисления нашей конечной суммы будет выглядеть следующим образом:

$$s(x) := \sum_{n=0}^{9} (-1)^{n-1} \frac{(2n-1)}{(2n)!} x^{2n}$$

Все операторы (кроме знака суммы) набираются с помощью удобных наборных панелей путем простого нажатия мышкой на соответствующую иконку. Можно осуществлять ввод и только с клавиатуры. Например, для набора представленной выше функции в MathCad 7 Pro необходимо нажать следующую комбинацию клавиш:

S	(	X	)	:	Ctrl+shift+4	(	-	1	)	^	N	-	1	Space	Space	*	(	2

*	N	-	1	)	/	(	2	*	N	)	!	Space	*	X	^	2	*	N

где Space – клавиша “пробел”. Далее используя клавиши управления курсором необходимо заполнить пределы суммы (*n=0* и *9*). Для вывода значений функции на экран достаточно в скобках передать ей аргумент и нажать клавишу «=».

Например: $s(0.5)=1.117$

Или если Вам нужен ряд значений функции, то необходимо создать массив входных аргументов. Например, если надо иметь 10 значений аргумента в пределах 0<x<1, то вводим:

$x := 0,0.11..1$ (набирается: x : 0 , 0 . 11 ; 1),

где 0 – первое значение аргумента;

0.11- второе значение аргумента;

1 – последнее значение.

Теперь чтобы получить десять значений нашей функции, набираем ‘ *s(x)=* ‘, и на экране высветится десять искомых значений функции *s(x)*.

Ниже полностью приводится документ MathCad для нахождения значений заданной функции и значений эквивалентного степенного ряда.

$$s(x) := \sum_{n=0}^{9} (-1)^{n-1} \cdot \frac{(2n-1)}{(2n)!} \cdot x^{2n}$$

$s(0.5) = 1.117$

$y(x) := \cos(x) + x \cdot \sin(x)$

$x := 0, 0.11 .. 1$

x =	s(x) =	y(x) =
0	1	1
0.11	1.006	1.006
0.22	1.024	1.024
0.33	1.053	1.053
0.44	1.092	1.092
0.55	1.14	1.14
0.66	1.195	1.195
0.77	1.254	1.254
0.88	1.315	1.315
0.99	1.376	1.376

1.2 Цель работы

Приобрести навыки составления и отладки программ для решения задач, сводящихся к нахождению суммы некоторого количества слагаемых, которые могут быть определены по общей формуле.

1.3 Содержание и порядок выполнения работы

Из таблицы 1 взять необходимый вариант задания (номер варианта соответствует номеру студента в журнале преподавателя). Записать расчетные формулы для вычисления слагаемого и суммы. Составить схему алгоритма для вычисления заданной суммы в указанном диапазоне изменения аргумента *x* с заданным шагом. Для получения шага диапазон изменения *x* разделить на 10. Составить программу решения задачи на данном алгоритмическом языке. В программе предусмотреть вычисление точного значения функции *y*, представленной заданным функциональным рядом. Ввести программу в ЭВМ. Исправить синтаксические ошибки.

Таблица 1 - Варианты заданий

№	Функция $y=f(x)$	Представление функции f в виде ряда $S(x,n)$	Диапазон изменения аргумента x	Число членов ряда
1	$y=3^x$	$S=\sum_{n=0}^{19}\frac{ln^n 3}{n!}x^n$	0,1≤x≤1	20
2	$y=-ln\left\|2\sin\frac{x}{2}\right\|$	$S=\sum_{n=1}^{40}\frac{cos(nx)}{n}$	π/5≤x≤9π/5	40
3	$y=sin(x)$	$S=\sum_{n=0}^{9}(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$	0,1≤x≤1	10
4	$y=\frac{x}{2}$	$S=\sum_{n=1}^{40}(-1)^{n+1}\frac{sin(nx)}{n}$	π/5≤x≤4π/5	40
5	$y=e^x$	$S=\sum_{n=0}^{14}\frac{x^n}{n!}$	1≤x≤2	15
6	$y=cos(x)$	$S=\sum_{n=0}^{9}(-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!}$	0,1≤x≤1	10
7	$y=\frac{x\sin(\pi/4)}{1-2x\cos(\pi/4)+x^2}$	$S=\sum_{n=1}^{40}x^n\sin\left(n\frac{\pi}{4}\right)$	0,1≤x≤0,8	40
8	$y=e^{\cos x}\cdot\cos(\sin x)$	$S=\sum_{0}^{19}\frac{cos(nx)}{n!}$	0,1≤x≤1	20
9	$y=(1+2x^2)e^{x^2}$	$S=\sum_{n=0}^{9}\frac{2n+1}{n!}x^{2n}$	0,1≤x≤1	10
10	$y=\frac{1}{4}\left(x^2-\frac{\pi^2}{3}\right)$	$S=\sum_{n=1}^{20}(-1)^n\frac{cos(nx)}{n^2}$	π/5≤x≤π	20
11	$y=\frac{\pi}{4}$	$S=\sum_{n=1}^{40}\frac{sin(2n-1)x}{2n-1}$	π/10≤x≤9π/10	40
12	$y=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$	$\sum_{0}^{9}\frac{x^{2n}}{(2n)!}$	0,1≤x≤1	10
13	$y=\frac{1}{2}-\frac{\pi}{4}\left\|\sin x\right\|$	$S=\sum_{n=1}^{50}\frac{cos(2nx)}{4n^2-1}$	0,1≤x≤0,8	50
14	$y=arctgx$	$S=\sum_{n=1}^{40}(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$	0,1≤x≤0,5	40
15	$y=ln\frac{1}{2+2x+x^2}$	$S=\sum_{n=1}^{40}(-1)^n\frac{(1+x)^{2n}}{n}$	-2≤x≤-1	40

Отладить программу. Записать результаты счета по программе. Проверить результаты работы в системе MathCad. Сравнить результаты, полученные по точной формуле, с результатами, полученными при разложении функции в ряд.

1.4 Контрольные вопросы

1. Почему при вычислении члены суммы и самой суммы в программе не используются индексированные переменные?
2. Значения каких переменных необходимо "восстановить" (снова задать начальные значения) перед вычислением суммы при новом значении параметра суммирования *x*?
3. Из каких соображений выбираются начальные значения слагаемого и суммы при входе в блок 3, реализующий вычисления по рекуррентным формулам (см. рисунок 1)?
4. Из каких соображений выбирается начальное значение *n*.
5. Как целесообразно вычислять $(-1)^n$ непосредственно или по рекуррентной формуле?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 9. МЕТОДЫ ПРЕПАРИРОВАНИЯ РЕНТГЕНОВСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Задание. Изучение и освоение методов обработки и рентгеновских изображений в среде Matlab:

- Ввод и отображение на экране изображений в формате BMP;
- Контурный анализа изображения легких на рентгеновском снимке грудной клетки;
- Генерацию признаковых описаний на изображении.

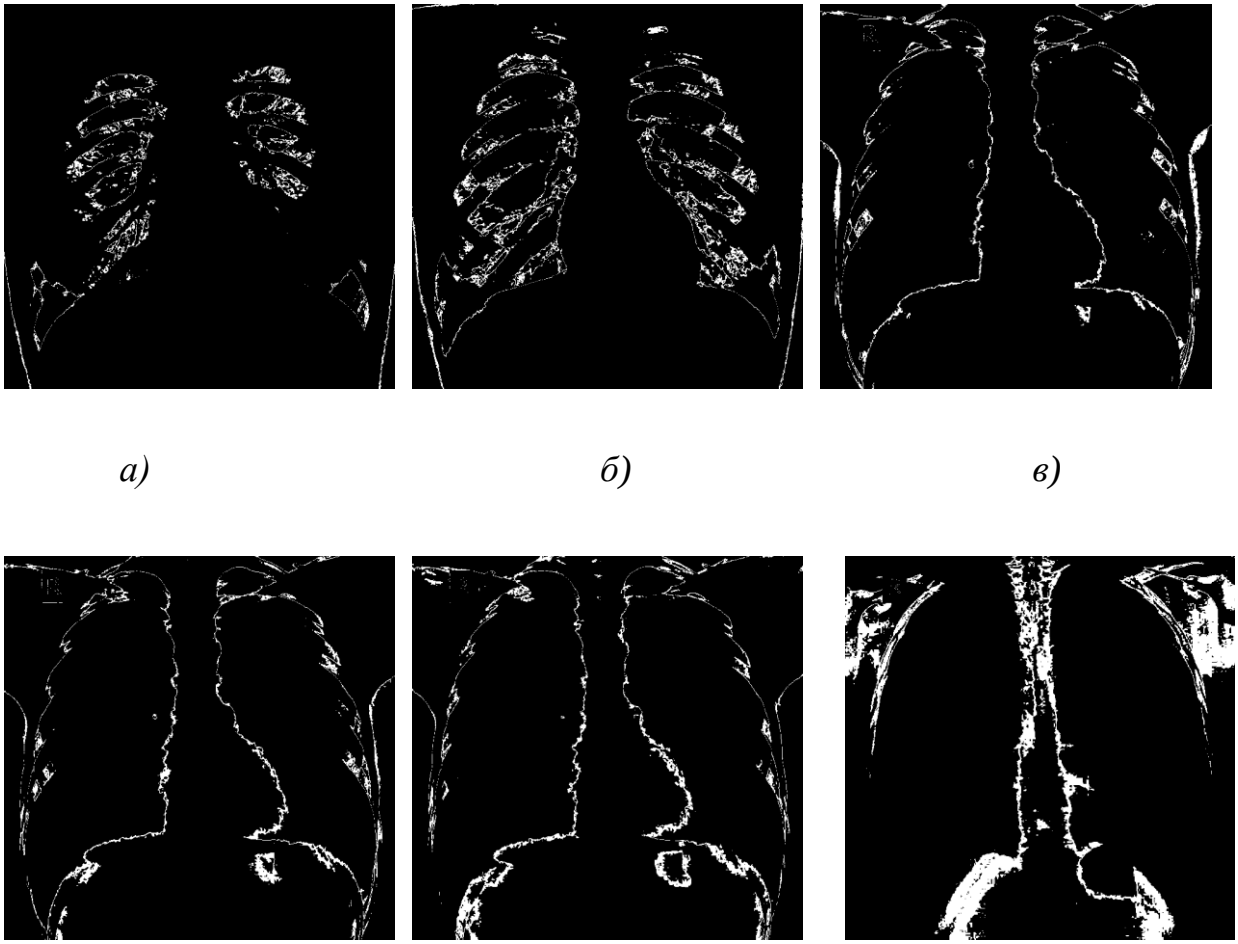
Выполнение задания

Работа интеллектуального агента контурного анализа ведется в следующей последовательности: выделение однопиксельного контура правого и левого легкого (пиксели, принадлежащие контурам легких, должны иметь только два смежных пикселя) → преобразование длины контура (выравнивание числа отсчетов в контурах) → анализ Фурье замкнутой кривой → формирование пространства информативных признаков из отсчетов спектра Фурье контуров легких (определение дескрипторов Фурье контуров легких).

Пример исходного изображения для контурного анализа показан на рисунке 1,*а*. Для выделения объектов на изображении (сегментации изображения) используются градиентные методы (операторы выделения края). Результат работы одного из них показан на рисунке 1,*б*. Для выделения контуров легких используется способ, основанный на «скользящей» двух пороговой бинаризация исходного изображения РС и морфологическом анализе. Сущность «скользящей» двух пороговой бинаризации состоит в делении диапазона 0…255 на десять поддиапазонов с образованием «порогового окна» между верхним и нижним порогами шириной 25 отсчетов. Для осуществления «скольжения» необходимо продвигать это окно вдоль линейки яркости, фиксируя его через определенное число отсчетов, получая посредством этого множество бинарных изображений, некоторые из которых представлены на рисунке 2.

а) *б)* *в)*

Рисунок 1 - Исходное изображение флюорограммы грудной клетки – *а*; изображение флюорограммы после обработки градиентным оператором - *б*; контуры легких, выделенные двухпороговой бинаризацией – *в*



а) *б)* *в)*

г) *д)* *е)*

Рисунок 2 – Некоторые подизображения флюорограммы грудной клетки, полученные путем «скользящей» двух пороговой бинаризации

В том случае, если вместо двух пороговой бинаризации используется преобразование контрастности изображения, имеют место те же процедуры: выбор расстояния между первым и вторым пороговым уровнем и «скольжения» «порогового окна», только подизображения получаются не бинарными, а полутоновыми.

Установив «ширину» *D* порогового «окна» осуществлялось его «продвижение» («скольжение») вдоль динамического диапазона 0…255 яркости пикселей с заданным шагом *T*. В результате формировалось множество из *N* бинарных изображений (см. рисунок 2). Из множества *N* бинарных изображений выделяется бинарное изображение, наиболее адекватно описывающее пиксели, соответствующие области на флюорограмме, занимаемой легкими. Процесс поиска этого изображения осуществляет двухальтернативный классификатор, построенный на основе корреляционных методов идентификации. Найденное этим классификатором такое бинарное изображение представлено на рисунке 3,*а*.

а) *б)* *в)*

Рисунок 3 - Контуры легких, выделенные двухпороговой бинаризацией – *а*; артефакты однопиксельной границы легких – *б*; области легких, полученные после морфологической обработки - *в*

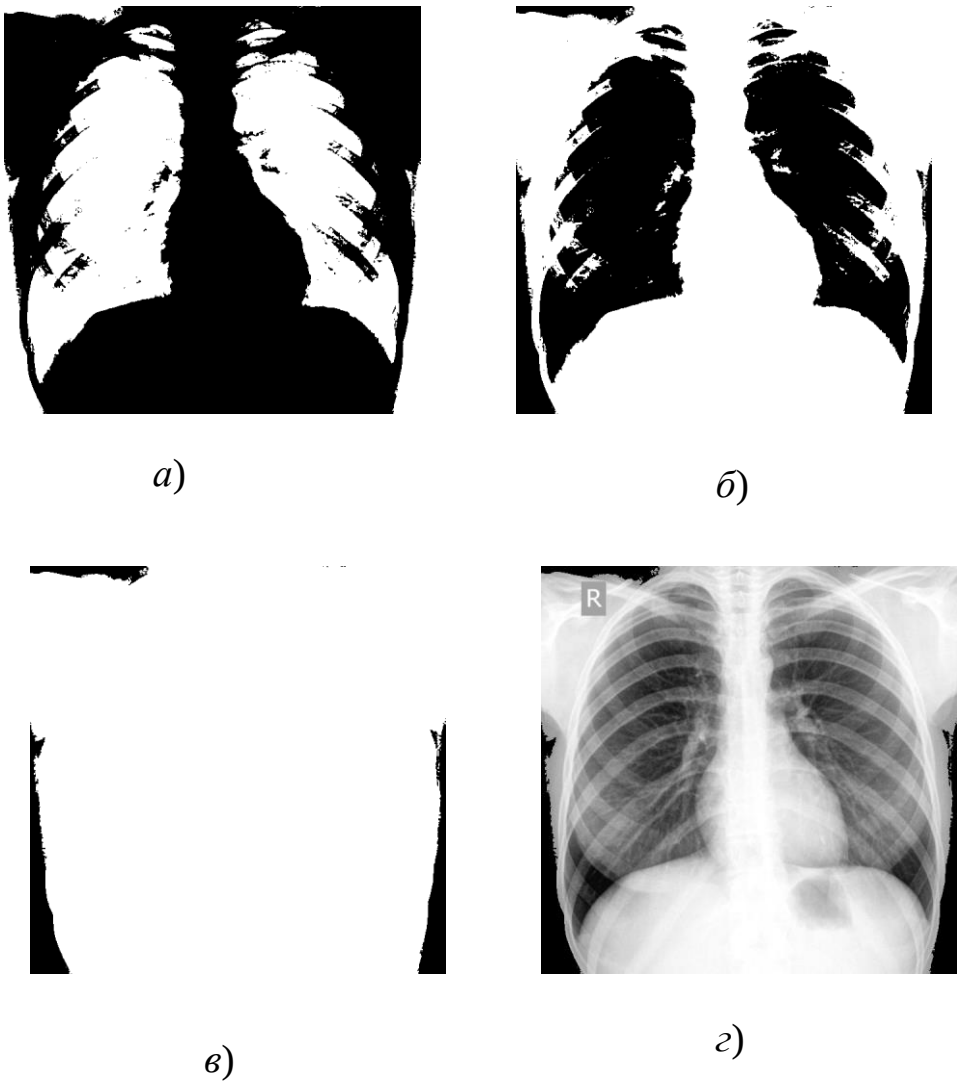
Затем осуществляется морфологическая обработка изображения, которая позволяет удалить с изображения «лишние» объекты, к которым относятся объекты, примыкающие к краю изображения, и объекты, размеры которых значительно меньше размеров легких.

Последующий морфологический анализ позволяет выделить однопиксельную границу легких без «изолированных областей» и

«усов». На рисунке 3,*б* показаны характерные дефекты контура легких, не позволяющие осуществлять Фурье-анализ контура. На рисунке 3,*в* показано изображение однопиксельных контуров легких, полученное в результате морфологической обработки.

Области, примыкающие к раю изображения, целесообразно убрать до двух пороговой бинаризации (эти области ограничены краем изображения и плеврой).

С этой целью получаем бинарное изображение РС посредством двух пороговой бинаризации (рисунок 4, *а*). Нижний порог при этом равен единице, а верхний порог подбирается в процессе анализа серии РС (в данном случае он равен 150).



а) *б*) *в*) *г*)

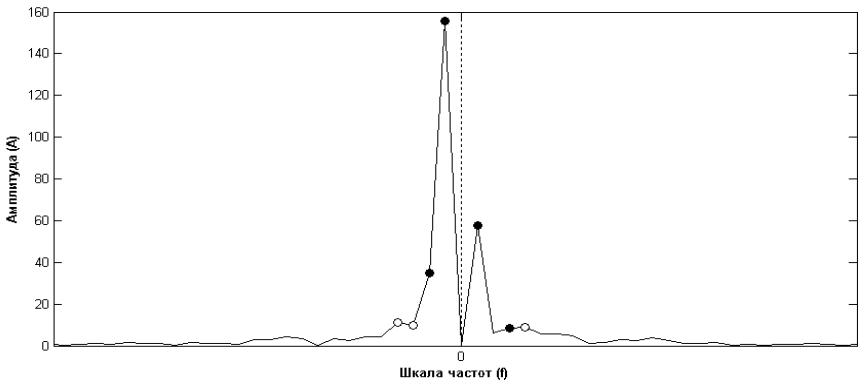
Рисунок 4 – Последовательность преобразования изображения РС при отстройке от областей, примыкающих к краю изображения

Для выделения областей, примыкающих к краю изображения, перейдем от изображения рисунок 4, *а* к его негативному

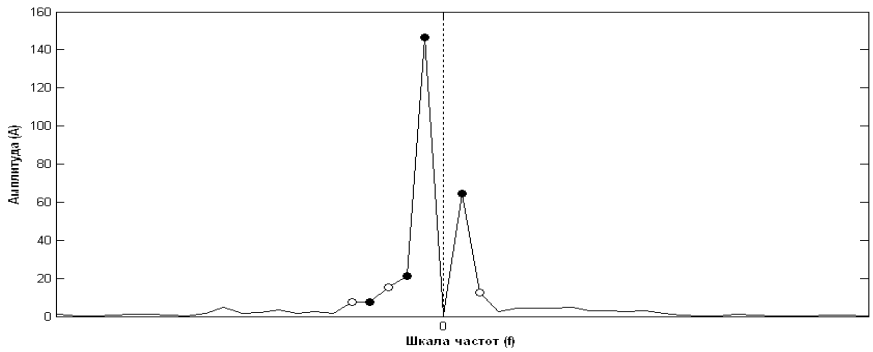
(дополнительному) изображению, представленному на рисунке 4, *б*. Такой переход позволит, используя морфологический оператор ***imfill*** (заполняет отверстия на исходном бинарном изображении), получить негативное изображение областей, примыкающих к краю изображения (рисунок 4, *в*). Умножив полутоновое изображение рисунок 1, *а* на бинарное изображение рисунок 4, *в* получаем изображение, представленное на рисунке 4, *г*, с удаленными фрагментами, примыкающими к краю изображения.

После получения однопиксельного изображения легких приступают к спектральному анализу контуров левого и правого легкого. Для проведения контурного анализа РС легких использовались дескрипторы Фурье.

На основе дескрипторов формировалось пространство информативных признаков, предназначенное для нейросетевой классификации рентгенологических синдромов. На рисунке 5,*а* показан спектр контура правого легкого, а на рисунке 5,*б* - спектр левого легкого.



а)



б)

Рисунок 5 - Спектр контура правого легкого – *а*; спектр контура левого легкого – *б*

Форма представления работы

1. Отчет о выполнении задания представляется в электронном виде (в виде MS Word- или PDF-документа), содержащий постановку задачи, описание метода решения, скриншоты, иллюстрирующие работу программы. Также представляется программный код. Архив тестовых изображений присылать не нужно.
2. При сдаче задания выполняется демонстрация работы программы (авторский показ).

Контрольные вопросы

1. Представление изображений в компьютере. Особенности работы с изображениями в компьютерной графике, обработке изображений и распознавании изображений.
2. Гистограмма яркости рентгеновского изображения, нормализованная и накопительная гистограммы.
3. Точечные операции обработки изображений (просветление, негативное изображение, изменение контрастности). Диаграмма изменения яркости. Изменения гистограммы при точечных преобразованиях.
4. Бинаризация изображений. Выбор порога бинаризации на основе гистограмм яркости.
5. Преобразование рентгеновского изображения средствами МАТЛАБ на основе эквализации гистограммы яркости.
6. Пространственные операции над изображениями. Пространственные фильтры: MIN, MAX, медианный, среднеарифметический.
7. Свёртка функций. Одномерная и двумерная свёртка и её свойства. Дискретная свертка изображений. Обработка края изображения при свёртке.
8. Пространственная частота изображения. Низкочастотные и высокочастотные фильтры, основанные на свертке.
9. Выделение краёв в изображении. Операторы Лапласа, Собеля, Кирша.
10. Алгебраические операции над изображениями и их назначение.
11. Сложение изображений для уменьшения влияния случайного шума. Оценка изменения отношения сигнал/шум.

12. Вычитание изображений для удаления фона и для определения изменений в динамической сцене.

13. Умножение изображений при выделении элементов с помощью маски.

14. Деление изображений для снятия низкочастотной помехи.

15. Одномерное дискретное преобразование Фурье. Представление базисных векторов преобразования.

16. Генерация признаков формы объектов изображения на основе анализа границы: периметр, площадь, округлость, энергия изгиба.

17. Задача поиска и прослеживания границ в бинарном изображении. Метод симплексного прослеживания границы.

18. Аппроксимация границы в бинарном изображении разделяющими многоугольниками минимального периметра.

19. Дискретное преобразование Фурье для границы объекта в бинарном изображении.

20. Скелет фигуры. Генерация топологических и метрических признаков формы для изображений на основе скелета.

Литература

1. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. - СПб. Питер, 2002. - 608 с.

2. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде Matlab. - М.: Техносфера, 2006. – 621 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 10. АНАЛИЗ И КЛАССИФИКАЦИЯ УЗИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Задание. Изучить и освоить методы классификации формы изображений путем разработки и реализации программы для классификации УЗИ изображений, обеспечивающей:

- Ввод и отображение на экране изображений в формате TIF;
- Сегментацию изображений на основе точечных и пространственных преобразований;
- Генерацию признаковых описаний формы сегментов изображений.

Выполнение работы

Основой программного обеспечения является Контроллер задач, который взаимодействует с хранилище данных – «Модель данных» (МД). Исходное изображение загружается с помощью сервиса ввода-вывода. На рисунке 1 показан программный интерфейс для создания базы данных (БД) обучающих и контрольных выборок.

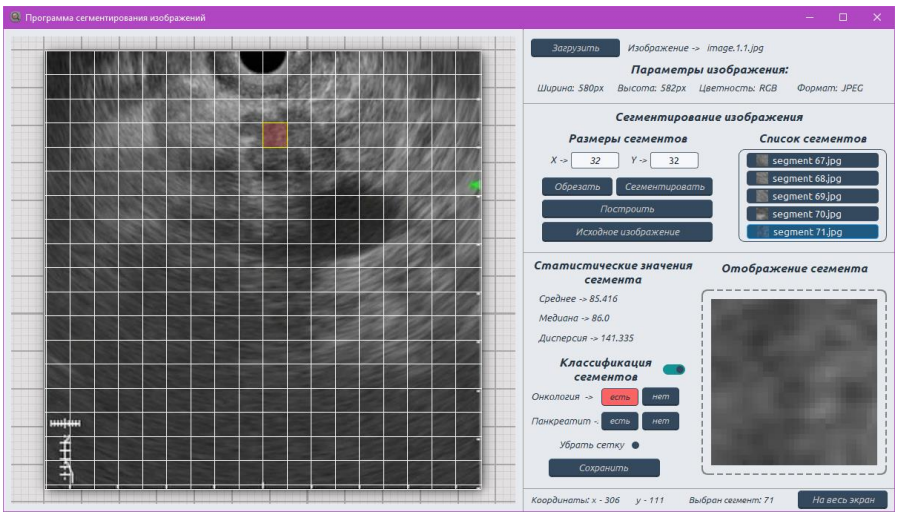


Рисунок 1 – Программный интерфейс для создания базы данных обучающих выборок

Исходное изображение разделено на сегменты квадратной формы с размерами, кратными двум. ЛПР устанавливает флаг индикатора класса (на рисунке 1 это класс «онкология») и отмечает указателем мыши сегмент, который принадлежит этому классу. После окончания выделения сегментов к определенному классу, ЛПР нажимает кнопку «Сохранить» и отмеченные сегменты отправляются в папку базы данных, в которой хранятся сегменты этого класса.

Основные вычислительные процедуры реализуются следующими модулями принятия решений: модуль быстрого преобразования Уолша (БПУ); модуль формирования окна; модуль вычисления дескрипторов (информативных признаков); модуль для формирования решающих правил (синтез классификатора).

На рисунке 2 показан вид окна интерфейса, когда модуль анализа сегментов работает с сегментом класса "онкология". Левая часть окна содержит фрагмент базы данных моментальных снимков этого класса. Пользователь может выбрать любой интересующий его сегмент и просмотреть его изображение в оттенках серого (представленное в верхней центральной части окна). В дальнейшем мы работаем только с полутоновыми изображениями.

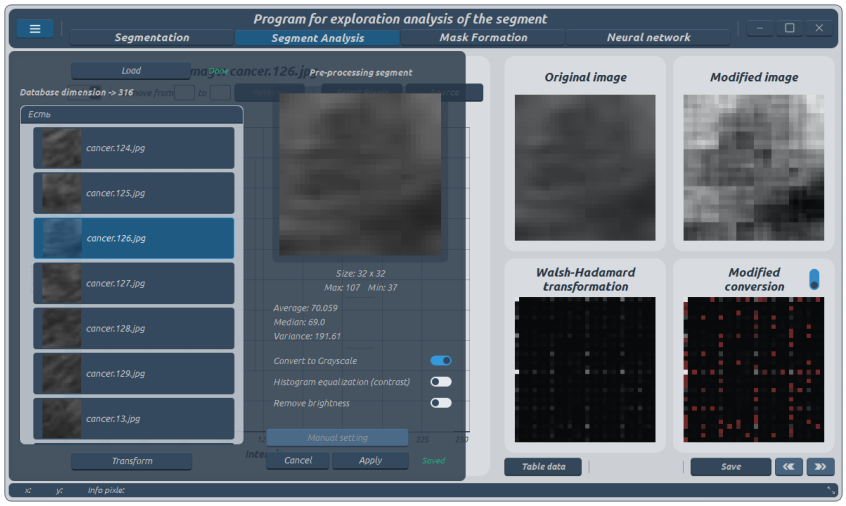


Рисунок 2 – Изображение интерфейса поддержки программного обеспечения

Кнопка «Transform» в левом нижнем углу окна позволяет рассчитать преобразование Уолша-Адамара выбранного сегмента (сегмента, изображение которого расположено в центральной части окна). В правой части окна есть четыре изображения. Первое изображение, «Source Image», является копией изображения сегмента в центральной части окна. Изображение «Walsh-Hadamard transformation» представляет собой представление спектра Уолша-Адамара исходного сегмента в оттенках серого, а изображение «Modified conversion» представляет собой представление спектра Уолша-Адамара с выделенными пикселями красного цвета, которые по усмотрению пользователя не являются информативно значимыми и не будут использоваться при формировании вектора информативных признаков. Изображение «Modified image»

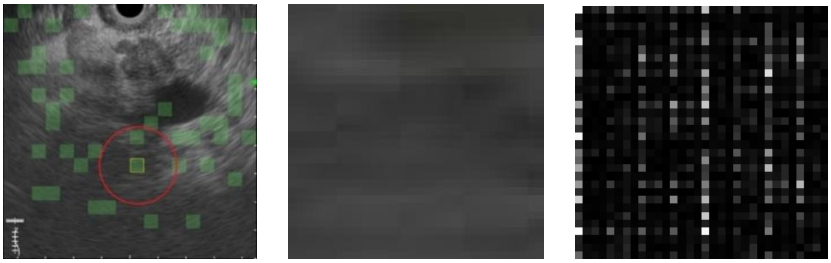
получается путем обратного преобразования Уолша-Адамара представленного в изображении «Modified conversion». Поскольку спектральные коэффициенты могут принимать как отрицательные, так и положительные значения, их полутоновые коды отображают их абсолютные значения.

Например, на рисунке 3 показано окно размером 32x32 пикселя (б), содержащее сегмент изображения класса «онкология». Соответствующий спектр Уолша-Адамара этого фрагмента, показанный на рисунке 3 (в). На рисунке 4 показано окно сегмента размером 32x32 пикселя (б), содержащее сегмент того же изображения (а) индифферентного класса, который соответствует спектру Уолша-Адамара на рисунке (в).

а) б) в)

Рисунок 3 – а) Изображение УЗИ поджелудочной железы с отображением дислокации сегмента класса "онкология"; б) выделенный сегмент класса "онкология"; в) двумерный спектр Уолша-Адамара выделенного сегмента

На рисунке 4 показано окно сегмента размером 32x32 пикселя (b), содержащее сегмент того же изображения (а) индифферентного класса, который соответствует спектру Уолша-Адамара на рисунке (с).



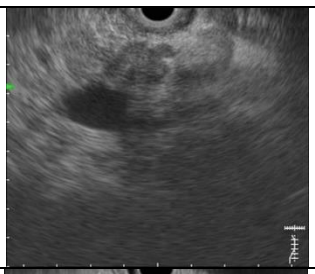
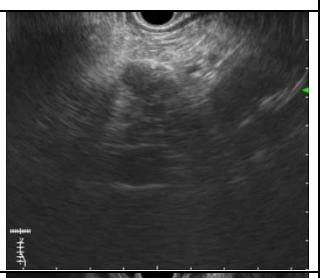
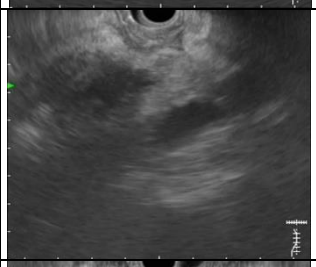
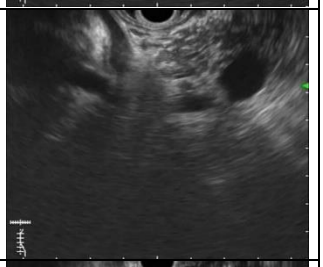
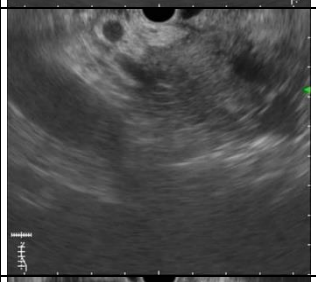
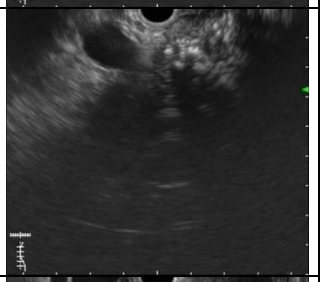
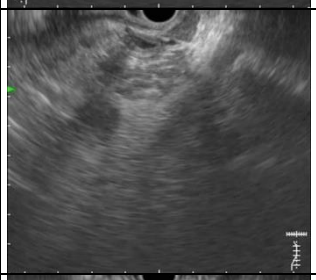
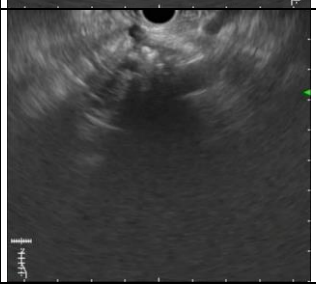
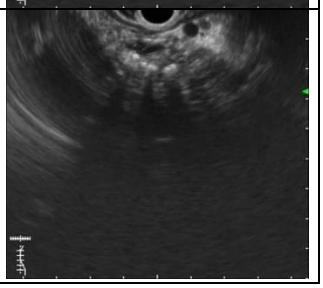
a) b) c)

Рисунок 4 – а) Изображение УЗИ поджелудочной железы с отображением дислокации сегмента индифферентного класса; б) выделенный сегмент индифферентного класса; в) двумерный спектр Уолша-Адамара выделенного сегмента

Варианты задания

Для экспериментальных исследований использовались видеопоследовательности УЗИ ПЖ, предоставленные врачом-эндоскопистом. Кадры некоторых использованных изображений из видеоматериалов и их свойства показаны в таблице 1.

Таблица 1 – Примеры тестовых снимков из базы данных

Описание тестового видеоряда	Образец кадра	Описание тестового видеоряда	Образец кадра
1	2	3	4
Database\image.1.1 Разрешение: 600x600		Database\image.30.1 Разрешение: 600x600	
Database\image.4.1 Разрешение: 600x600		Database\image.35.1 Разрешение: 600x600	
Database\image.7.1 Разрешение: 600x600		Database\image.40.1 Разрешение: 600x600	
Database\image.14.1 Разрешение: 600x600		Database\image.42.1 Разрешение: 600x600	
Database\image.23.1 Разрешение, пикселы: 600x600		Database\image.43.1 Разрешение, пикселы: 600x600	

Целью экспериментальных исследований - анализ показателей качества классификации классификаторов изображений с сегментами класса «онкология» и «панкреатит». В этом случае онкология или панкреатит считались обнаруженными, если на изображении УЗИ поджелудочной железы был обнаружен хотя бы один желаемый сегмент класса «онкология» или «панкреатит». Обучающая выборка видеоизображений (кадров видеопоследовательностей) включает в себя 200 примеров. Количество сегментов класса «онкология» в обучающем наборе составило 316, для класса «панкреатит» - 576, для индифферентного класса - 1242.

Для оценки качества предлагаемого метода использовались следующие показатели: точность (Т) - отношение сегментов, класс которых определен правильно, к общему количеству классифицированных сегментов; чувствительность (Ч) - отношение правильно классифицированных сегментов данного класса к общему числу сегментов этого класса в контрольной выборке; специфичность (СП) - отношение правильно классифицированных сегментов индифферентного класса к общему числу сегментов этого класса в контрольной выборке.

В таблице 2 приведены результаты экспериментальных исследований показателей качества классификации двух классов: «онкология».

Таблица 2 - Показателей качества классификации двух классов: «онкология»

Класс	Чувствительность, %	Специфичность, %	Точность, %	Количество сегментов
Онкология	88,4	94,8	90,1	316
Индифферентный	93	91		501

Форма представления работы

1. Отчет о выполнении задания представляется в электронном виде (в виде MS Word- , PDF- или HTML-документа), содержащий постановку задачи, описание метода решения, скриншоты, иллюстрирующие работу программы. Также представляется программный код. Архив тестовых изображений не прилагается.
2. При сдаче задания выполняется демонстрация работы программы (авторский показ).

Контрольные вопросы

1. Представление изображений в компьютере. Особенности работы с изображениями в компьютерной графике, обработке изображений и распознавании изображений.
2. Алгоритм определяем пороговое значение цвета УЗИ изображения.
3. Алгоритм выделяем по положению оттенка на шкале цветности аномальных пикселей.
4. Алгоритм выделения аномальных пикселей в УЗИ изображениях пороговым методом, взяв уже размытое изображение.
5. Алгоритм выделения круглых объектов.
6. Гистограмма яркости УЗИ изображения, нормализованная и накопительная гистограммы.
7. Точечные операции обработки УЗИ изображений (просветление, негативное изображение, изменение контрастности). Диаграмма изменения яркости. Изменения гистограммы при точечных преобразованиях.
8. Бинаризация изображений. Выбор порога бинаризации на основе гистограмм яркости.
9. Пространственная частота изображения. Низкочастотные и высокочастотные фильтры, основанные на свертке.
10. Выделение краёв в изображении. Операторы Лапласа, Собеля, Кирша.
11. Вычитание УЗИ изображений для удаления фона и для определения изменений в динамической сцене.
12. Генерация признаков формы объектов УЗИ изображения на основе анализа границы: периметр, площадь, округлость, энергия изгиба.
13. Алгоритм очистки УЗИ изображения от шумов.
14. Алгоритм пороговой фильтрация УЗИ изображения.
15. Алгоритм определение контуров патологий.

Литература

1. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. - СПб. Питер, 2002. - 608 с.
2. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде Matlab. - М.: Техносфера, 2006. – 621 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 11. СТАНДАРТНЫЕ ПРОЦЕДУРЫ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ В MATLAB

Цель работы: изучить методы обработки изображений средствами Matlab в программе untitled.

Порядок выполнения работы

Из среды Matlab загрузить программу untitled. В ее интерфейсном окне выбрав меню «файл» загрузить исследуемое изображение. Изучить возможности меню «изображение» (рисунок 1). В режиме «информация о пикселях изображения» вертикального раскрывающего меню с помощью указателя мыши исследуется фрагмент изображения, содержащий заданную морфологическую структуру. В левом нижнем углу интерфейсного окна рисунка 1 появляются три числа, соответствующих RGB-кодам пикселя, с координатами конца стрелки, являющейся указателем мыши (на рисунке не показана) и два числа, соответствующие координатам выбранного указателем пикселя.

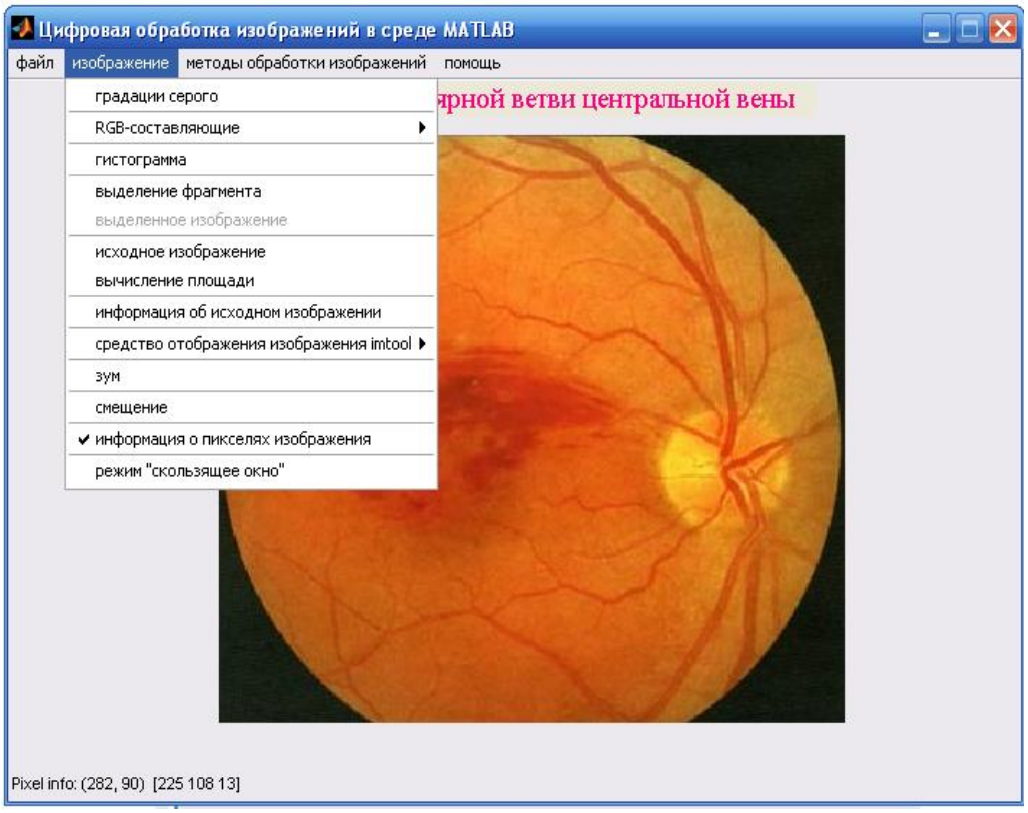


Рисунок 1 - Интерфейсное окно программы untitled для исследования изображений

Интерактивная среда для вычисления нелинейных отображений по классам фона показана на рисунке 2.

В правом верхнем углу рисунка 2 расположено окно с изображением, предназначенное для получения данных для построения нелинейных отображений по классам фона для признаков RGB-кодов. В левой части окна выводятся статистические характеристики RGB-кодов динамического окна: мода амплитуда моды, среднее, которое имеет прямоугольную форму и формируется с помощью указателя мыши. Размер прямоугольника динамического окна подбирается посредством экспертных оценок для каждого конкретного сегмента и объекта исследования.

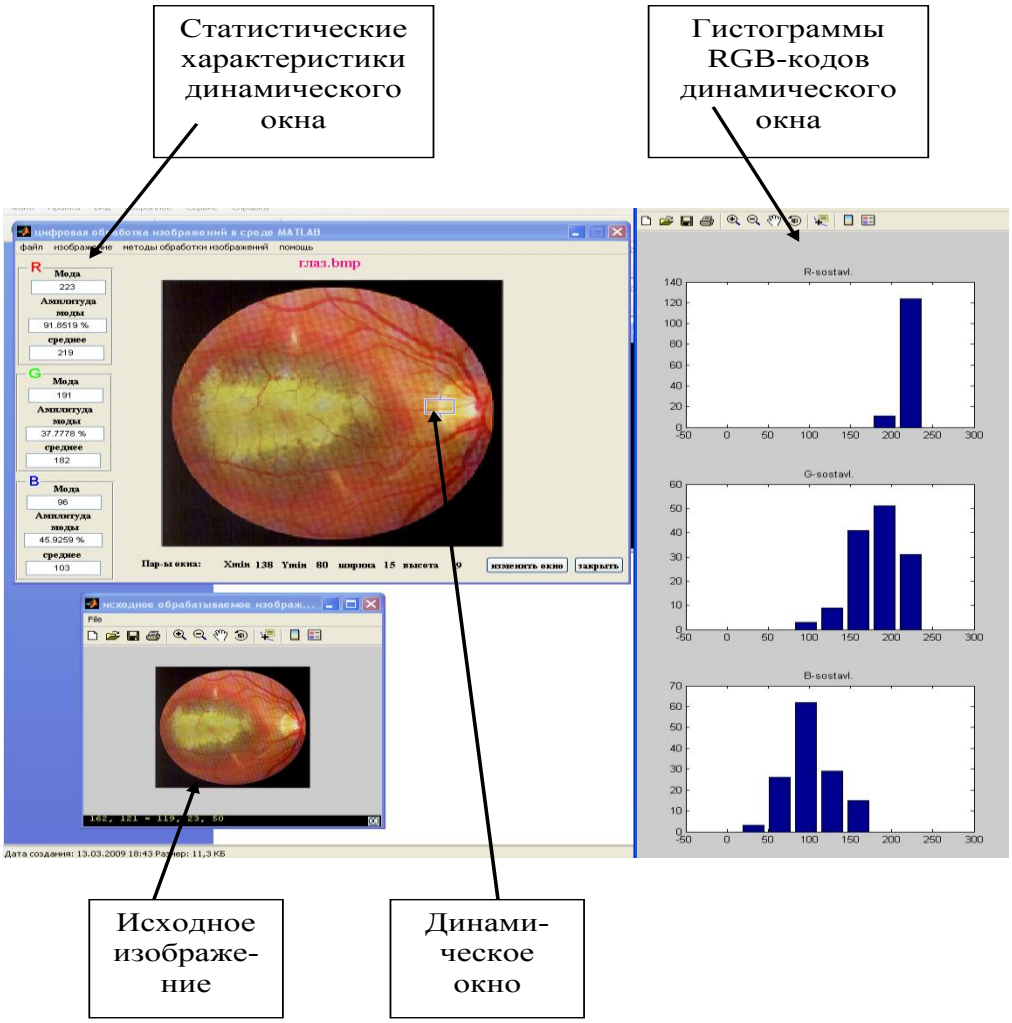


Рисунок 2 - Интерактивное окно для вычисления нелинейных отображений по классам фона

Динамическое окно можно перемещать с помощью левой кнопки мыши. Координаты окна могут быть определены с

помощью указателя мыши, перемещающегося по площади окна, и всплывающего транспаранта с координатами указателя мыши в левом нижнем углу окна. В правой части интерфейсного окна расположено окно с гистограммами RGB-кодов динамического окна. Гистограммы и статистические характеристики RGB-кодов динамического окна обновляются с помощью щелчка правой кнопкой мыши.

Так как могут быть использованы методы предварительной обработки изображения, то в нижнем верхнем углу интерфейсного окна расположено окно с исходным изображением.

Для формирования обучающих выборок используется интерфейсное окно, показанное на рисунке 3. В программном модуле «Цифровая обработка изображений» открывается файл с изображением, по которому получают обучающую выборку. Для получения векторов информативных признаков обучающей выборки необходимо выбрать путь «Методы обработки изображений» → «Сегментация изображений» → «Создание ТЭД».

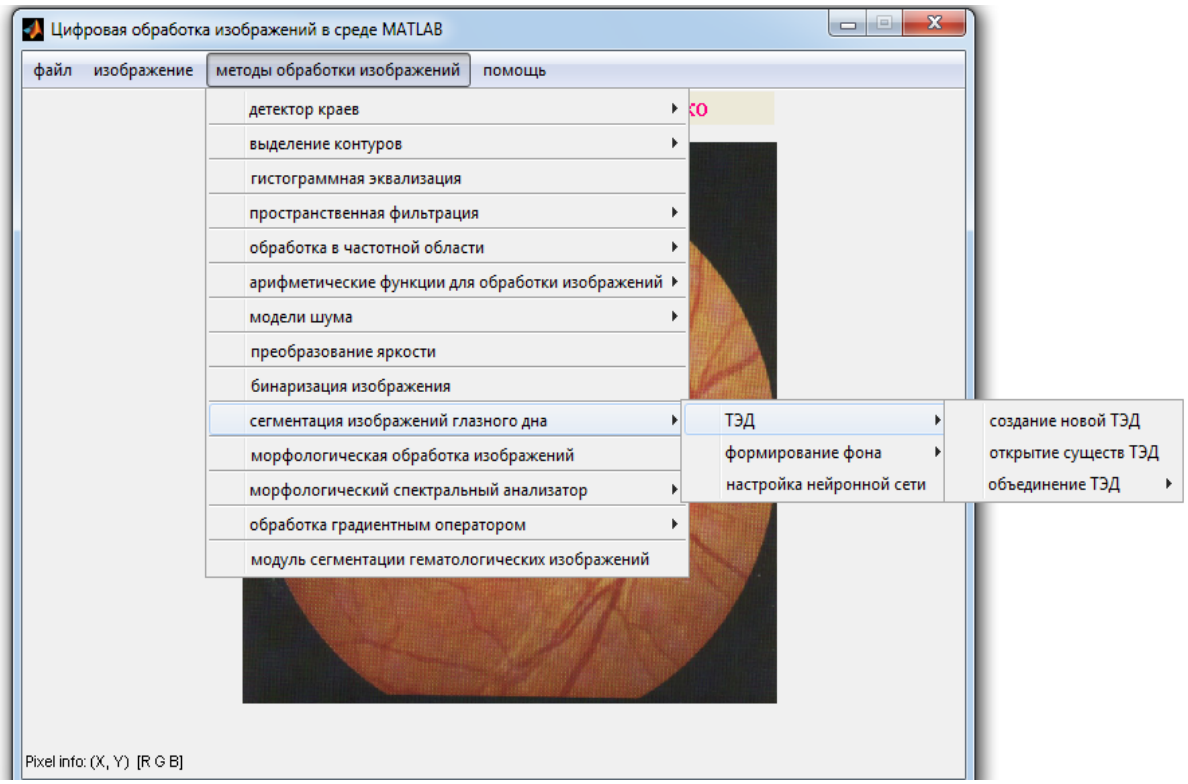


Рисунок 3 - Интерфейсное окно для создания файлов с обучающими выборками

Затем в раскрывающемся окне задается путь и имя фала с экспериментальными данными. После нажатия кнопки

«Сохранить» раскрывается окно с файлом *.txt, в которое с помощью «мыши» переносятся параметры пикселей с изображения глазного дна, находящегося в окне «Цифровая обработка изображений в среде MATLAB». Для каждого элемента выборки отводится отдельная строка, в которой последовательно записываются координаты пикселя и его RGB – коды. На рисунке 4 показано интерфейсное окно для переноса атрибутов пикселей в файл данных *.txt.

Обучающая выборка может создаваться по нескольким изображениям. Для этого программное обеспечение позволяет либо объединить несколько файлов данных, полученных на разных изображениях при одной и той же интенсивности освещения, либо дополнять уже существующий файл экспериментальных данных атрибутами пикселей другого изображения.

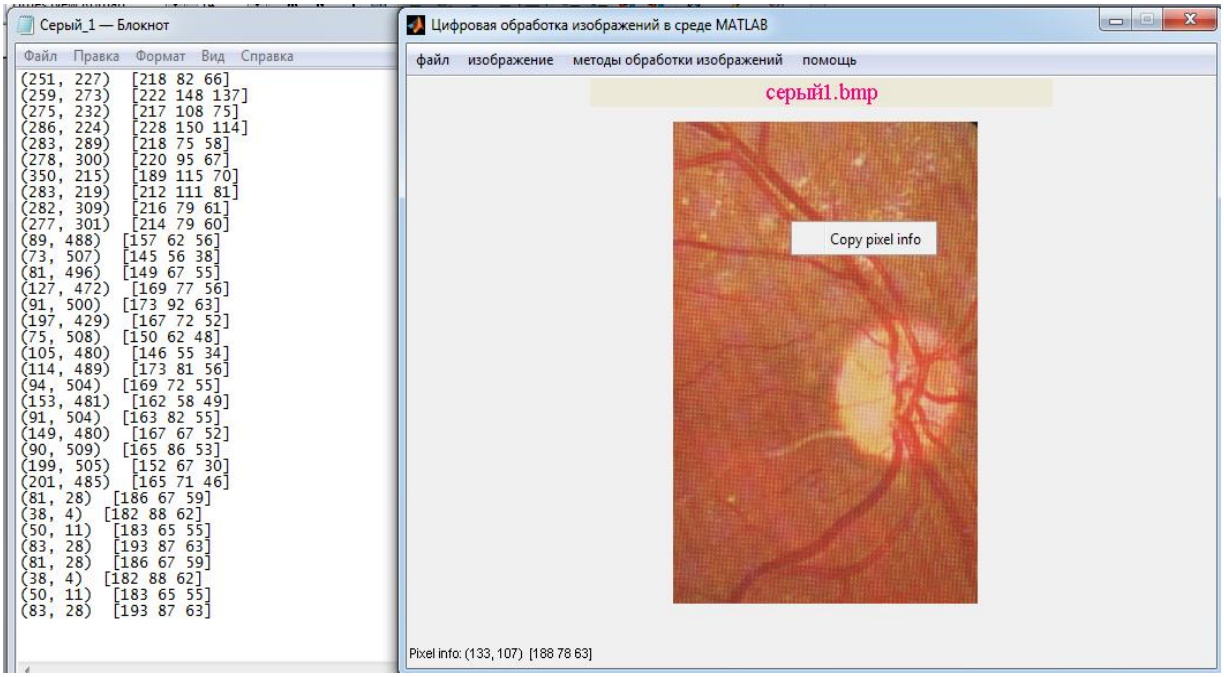


Рисунок 4 – Интерфейсное окно для переноса атрибутов пикселей в файл данных

Обучающая выборка может создаваться по нескольким изображениям. Для этого программное обеспечение позволяет либо объединить несколько файлов данных, полученных на разных изображениях при одной и той же интенсивности освещения, либо дополнять уже существующий файл экспериментальных данных атрибутами пикселей другого изображения.

Форма представления работы

Отчет о выполнении задания представляется в электронном виде (в виде MS Word- , PDF- или HTML-документа), содержащий постановку задачи, описание метода решения, скриншоты, иллюстрирующие работу программы. Также представляется программный код.

Контрольные вопросы

1. Основной принцип метода линейной пространственной фильтрации изображений.
2. Сглаживающие линейные пространственные фильтры.
3. Пространственные фильтры повышения резкости.
4. Пространственные фильтры повышения резкости на основе второй производной.
5. Пространственные фильтры повышения резкости на основе первой производной.
6. Нерезкое маскирование и фильтрация с подъемом высоких частот.
7. Особенности применения комбинированных методов пространственной обработки биомедицинских изображений.
8. Что представляет собой сегментация изображения?
9. В чем заключается сегментация по порогу?
10. В чем отличие процедуры сегментации по диапазону от сегментации по порогу?
11. В чем отличие метода центроидного связывания от метода разделение-слияния?
12. Поясните процесс выделения контуров изображения на основе градиентных фильтров.
13. Укажите основные виды градиентных фильтров.
14. В чем заключается процесс искажения/восстановления изображения?
15. На какие типы делятся шумы, вносимые в изображения?
16. На чем основаны пространственные фильтры?
17. Приведите примеры линейных пространственных фильтров.
18. Приведите примеры нелинейных пространственных фильтров.
19. Какие помехи и шумы устраняет медианный фильтр?

20. Поясните отличие взвешенной медианной фильтрации от просто медианной.

21. Каким образом осуществляется устранение зашумления изображения?

Литература

1. Сергиенко, А.Б. Цифровая обработка сигналов. - СПб. Питер, 2002. - 608 с.

2. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде Matlab. - М.: Техносфера, 2006. – 621 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 12. МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ ФАЙЛОВ ДАННЫХ С РАДОНОВСКИМИ ОБРАЗАМИ ДВУМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Цель работы: изучить методы формирования файлов данных с радоновскими образами двумерных изображений.

Порядок выполнения работы

1. Повторите разделы «Дискретизация непрерывных сигналов», «Спектральный анализ дискретных сигналов» [1] и изучите раздел «Рентгеновская томография» [2].
2. Создайте файл с изображением сечения $f(r,\varphi)$, преобразование Радона которого необходимо получить (файл можно создать с помощью программы REEBOK или оцифровать изображение в ручном режиме). Размерность изображения и его тип определяются в процессе консультации с преподавателем.
3. Используя программу SPWIN или свой оригинальный стандартный продукт вычислите двумерный спектр изображения $f(r,\varphi)$, и определите радиус круга b, в котором этот спектр лежит.

При вычислении спектра необходимо помнить, что определяется пространственный спектр, частота которого измеряется в $м^{-1}$. Для получения конкретных значений b необходимо определить шаг дискретизации изображения. При этом шаг дискретизации по горизонтали может не совпадать с шагом дискретизации по вертикали, и круг станет эллипсом. В этом случае целесообразно эллипс аппроксимировать описанным кругом.

Шаг дискретизации изображения по вертикали определяется путем деления его реального размера по вертикали на его размер по вертикали, выраженный в пикселях. Шаг дискретизации по горизонтали определяется аналогичным образом.

4. Определите шаг дискретизации радоновского образа $R_f[l,\Theta]$ для параллельной схемы сканирования по координате Θ как

$$\Delta\Theta=\pi/p, \text{ где } p>=b,$$

и по координате l как

$$\Delta l=1/q, \text{ где } q>= b/\pi.$$

5. Задавшись шагом дискретизации радоновского образа по координате *l*, получите линейные интегралы для каждой дискреты координаты *l* при Θ=0, тем самым, сформируйте первую строку радоновского образа заданного изображения. Линейные интегралы вычисляются либо с помощью простейших программ-калькуляторов (MathCad, Excel), либо посредством собственной оригинальной программы. Линейные интегралы могут быть вычислены вручную, путем накладывания линейки на матрицу изображения под соответствующим углом и суммирования всех чисел, попавших на соответствующую линию.

Выбрав следующий ракурс путем увеличения координаты Θ на шаг дискретизации, получите последующие строки радоновского образа изменяя Θ от нуля до π.

Радоновский образ функции f определяется для пары любых вещественных чисел (*1*,θ) следующим образом:

$$[R_f](l,\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(f\left(\sqrt{l^2 + z^2}\right), \theta + \operatorname{arctg}\left(\frac{z}{l}\right)\right) dz, \text{ при } l \neq 0;$$

$$[R_f](0,\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} f\left(z, \theta + \frac{\pi}{2}\right) dz, \qquad (1)$$

где z – координата вдоль направления прямой L.

Из рисунка 1 видно, что $[R_f](0,\theta)$ соответствует линейному интегралу от f вдоль прямой L. Такие интегралы называются проекционными.

При определении лучевой суммы (1) необходимо помнить, что мы имеем дело с дискретным изображением. Это значит, что число элементов изображения, лежащих на прямых L, будет различно как в разных ракурсах, так и в пределах одного ракурса. Поэтому здесь необходимо решить задачу по вычерчиванию линий в пиксельных координатах, которая хорошо известна в компьютерной графики, смотрите, например, Аммерал А. Машинная графика на персональных компьютерах. Пер. с англ. М.: «Сол Систем», 1992.- 232 с.

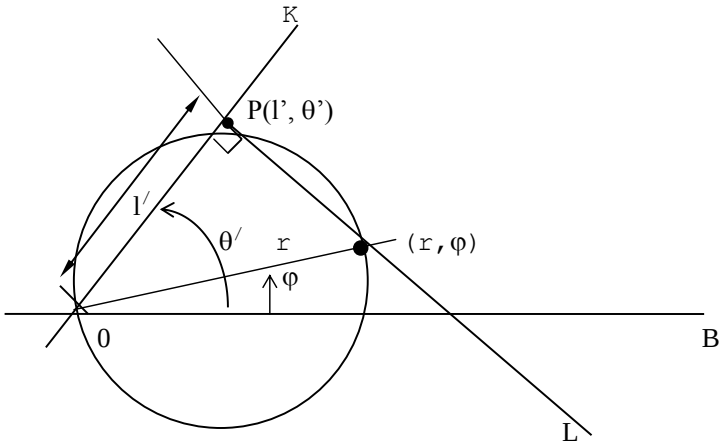


Рисунок 1 – Связь между полярными координатами и пространством Радона

Если число элементов, попавших на прямую L, неодинаково, то интегралы (1) или лучевые суммы будут зависеть не только от отсчетов изображения, но и от координат l, Θ. В реальных томографических системах такие искажения устраняются с помощью компенсаторов. В имитационном моделировании такие искажения могут быть устранены путем нормирования дискретных аналогов интегралов (1) по числу элементов, попавших в лучевую сумму.

6. Визуализируйте полученный радоновский образ и сравните его с исходным изображением.

Содержание отчета

1. Компьютерная распечатка исходного изображения или матрицы изображения. Если в исходном файле изображение представлено в формате RGB, то, используя стандарт NTS, получить файл с черно-белым изображением.
2. Компьютерная распечатка спектра Фурье исходного изображения с алгоритмом и листингом программы его получения.
3. Расчет величины b.
4. Расчет параметров дискретизации в радоновском пространстве.
5. Алгоритм и листинг программы определения лучевых сумм.
6. Компьютерная распечатка радоновского образа исходного изображения.
7. Выводы

Контрольные вопросы

1. С какой целью при получении данных в рентгеновской томографии используют компенсатор?
2. Для чего при получении данных в рентгеновской томографии используют эталонный детектор?
3. Сколько калибровочных измерений производится при получении данных в рентгеновской томографии?
4. Перечислите, от каких параметров зависит линейный коэффициент ослабления рентгеновского излучения?
5. Объясните, чем отличается полихроматическая лучевая сумма от монохроматической лучевой суммы? В каком количественном отношении между собой они находятся?
6. Изобразите преобразование Радона для отрезка, проходящего через начало координат.
7. Изобразите преобразование Радона для круга с центром в начале координат.
8. Докажите, что одной точке в радоновском пространстве соответствует множество прямых (в общем случае бесконечное) в полярных координатах исходного изображения $f(r,\varphi)$.
9. Какое предположение позволяет заменить в преобразовании Радона верхний предел интегрирования 2π на π?
10. Какой функцией является R_f: четной, нечетной, ни четной, ни нечетной?
11. Сколько проекций в ракурсе? Приведите необходимые расчеты.
12. Что является ядром преобразования Радона?
13. Каким параметром определяют координаты исследуемого сечения в традиционной рентгеновской томографии? Как выбрать новое сечение?
14. Пусть у нас имеется матрица исходных данных p, элементы которой $p[l,\theta]$ - дискретные отсчеты радоновского образа изображения $f(r,\varphi)$. Представьте схему алгоритма определения восстановления изображения $f^*(r,\varphi)$ методом обратного проецирования.
15. Пусть у нас имеется матрица исходных данных p, элементы которой $p[\theta_i, l_j]$, $i=\overline{1,M}$, $j=\overline{1,M}$ дискретные отсчеты радоновского образа изображения $f(r,\varphi)$. Представьте одну из

реализаций линейного цифрового фильтра, восстанавливающего исходное изображение $f^*(r,\varphi)$ методом обратного проецирования.

Литература

1. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. - СПб. Питер, 2002. - 608 с.

2. Кореневский Н.А., Попечителев Е.П., Филист С.А. Интроскопические медицинские приборы и системы: учеб. пособие; Курск. гос. техн. ун-т. - Курск, 2000. - 171 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №13. АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КЛАССИФИКАЦИИ РЕНТГЕНОВСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ГРУДНОЙ КЛЕТКИ

Создать интеллектуальную систему для выделения на рентгеновском снимке грудной клетки патологических структур. В качестве обучаемого классификатора в интеллектуальной системе использовать многослойную нейронную сеть.

Выполнение задания

1 Формирование обучающих выборок и контрольных выборок

В качестве информативных признаков выбираем структурные признаки. Структурные признаки образуют трехкомпонентный вектор с компонентами среднее, дисперсия и мода. Компоненты вектора определяем в окнах размерами 16x16, 32x32, 64x64 по заданию преподавателя.

Для формирования векторов в обучающих выборках запустим в Matlab программу untitled.m.

После загрузки изображения приступаем к формированию вектора информативных признаков для каждого окна. На рисунке 1 изображено окно программы, предназначенное для формирования векторов обучающей выборки.

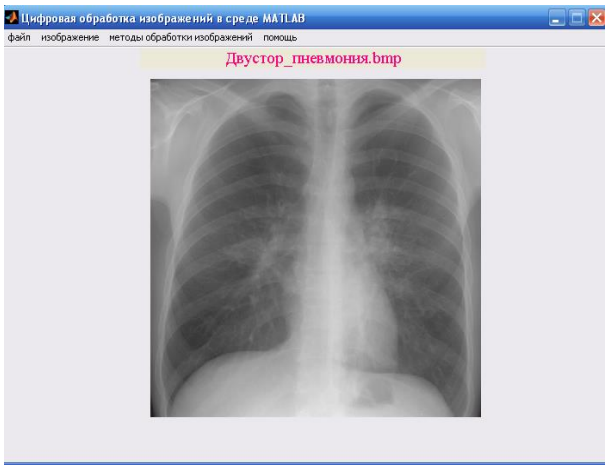


Рисунок 1 - Окно программы untitled.m для формирования векторов обучающей выборки

В таблице 1 представлен фрагмент выборки для окна 64x64.

Таблица 1 – Полученные данные

1 класс (патология)				2 класс (здоровые)		
№п/п	Мода	СКО	Среднее	Мода	СКО	Среднее
1	170	15,32	172	128	20,28	136
2	170	12,53	178	106	11,73	102
3	170	13,81	173	106	23,11	123
4	170	8,62	167	106	35,68	123
5	170	8,41	167	106	18,6	100

На рисунках 2-3 представлен фрагмент набора характеристик для 2-х классов: здоровые, больные, которые отображаются при нажатии клавиши «Отображать числовые значения»

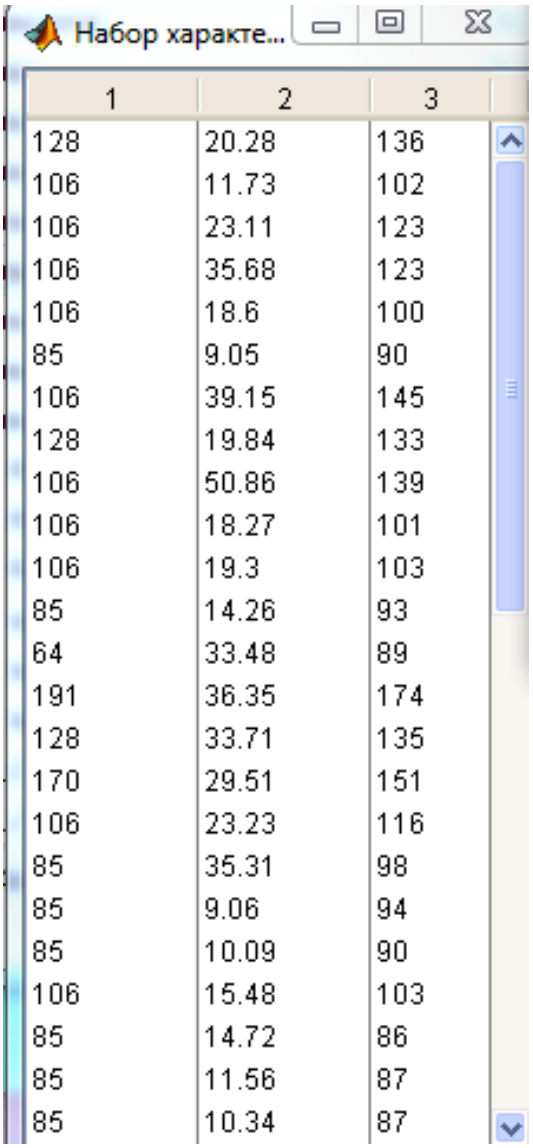


Рисунок 2 – Набор индикаторных характеристик для класса здоровых

Набор характе...

1	2	3
170	15.32	172
170	12.53	178
170	13.81	173
170	8.62	167
170	8.41	167
170	18.75	180
149	14.65	160
149	14.21	156
149	17.56	155
149	16.53	145
149	20.7	144
149	15.03	151
170	17.16	176
170	16	176
170	17.58	173
170	8.3	167
170	7.64	170
170	17.2	178
170	15.64	178
149	17.83	152
149	19.37	143
128	17.23	133
128	19.34	124
149	28.57	157

Рисунок 3 - Набор характеристик для класса патологии молочной железы

2 Обучение и проверка качества работы классификаторов выборках для окна 64x64

Для формирования классификаторов запустим в Matlab программу Neurowork.m.

По выборкам рисунка 2 и рисунка 3 строится многослойная нейронная сеть, содержащая по n нейронов в слое. Обучение производится в 50 циклов при предельном значении критерия обучения 0.07.

На рисунке 4 представлены результаты двухслойной нейронной сети, содержащей по 3 нейрона в слое.

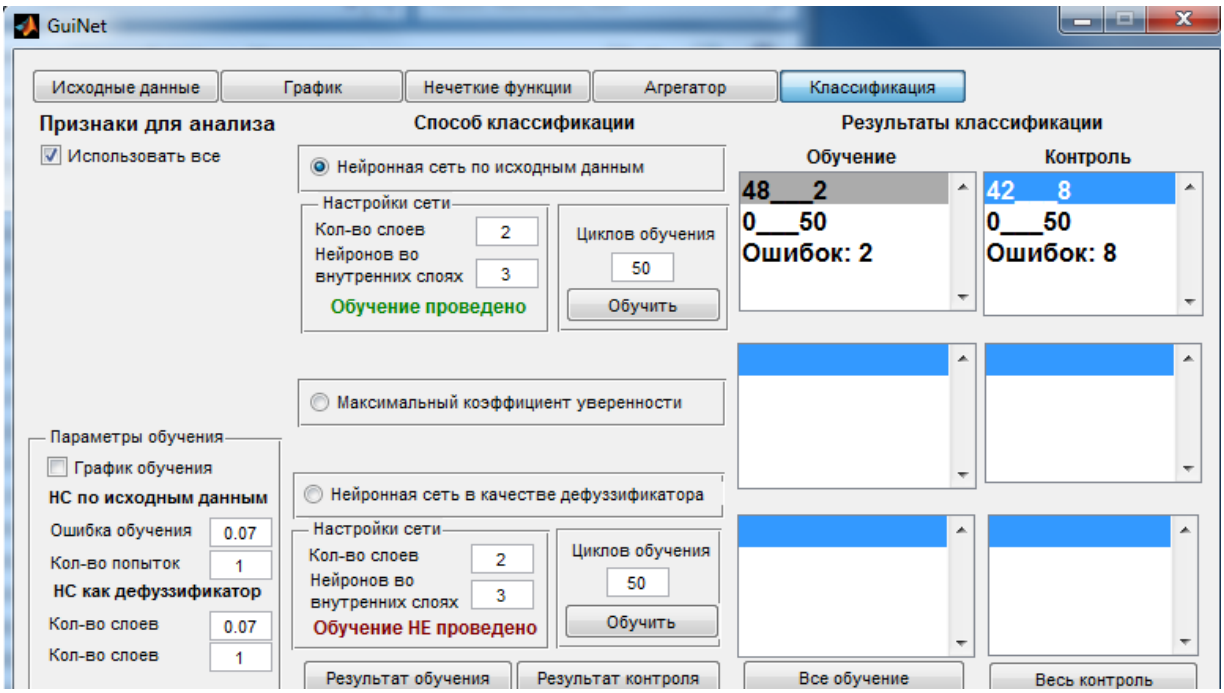


Рисунок 4 - Результаты обучения и контроля выборок двухслойной нейронной сети

На рисунке 5 представлены результаты трехслойной нейронной сети, содержащей по 4 нейрона в слое.

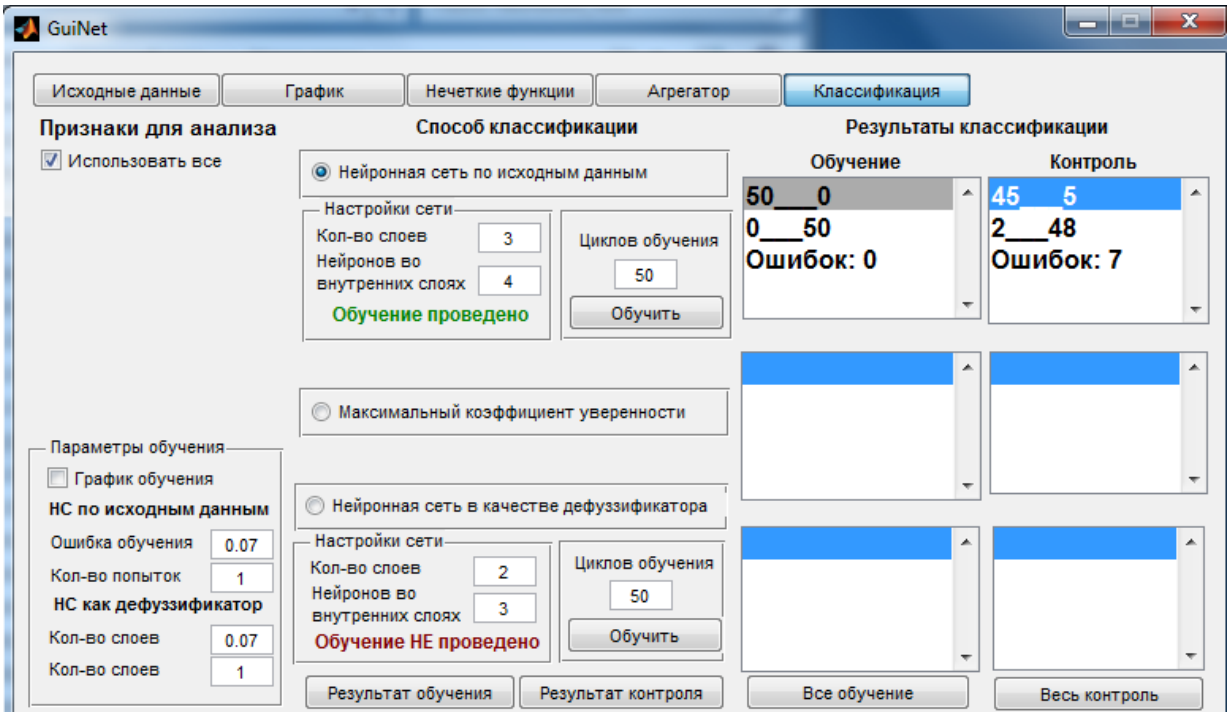


Рисунок 5 - Результаты обучения и контроля выборок трехслойной нейронной сети

На рисунке 6 представлены результаты четырехслойной нейронной сети, содержащей по 5 нейронов в слое.

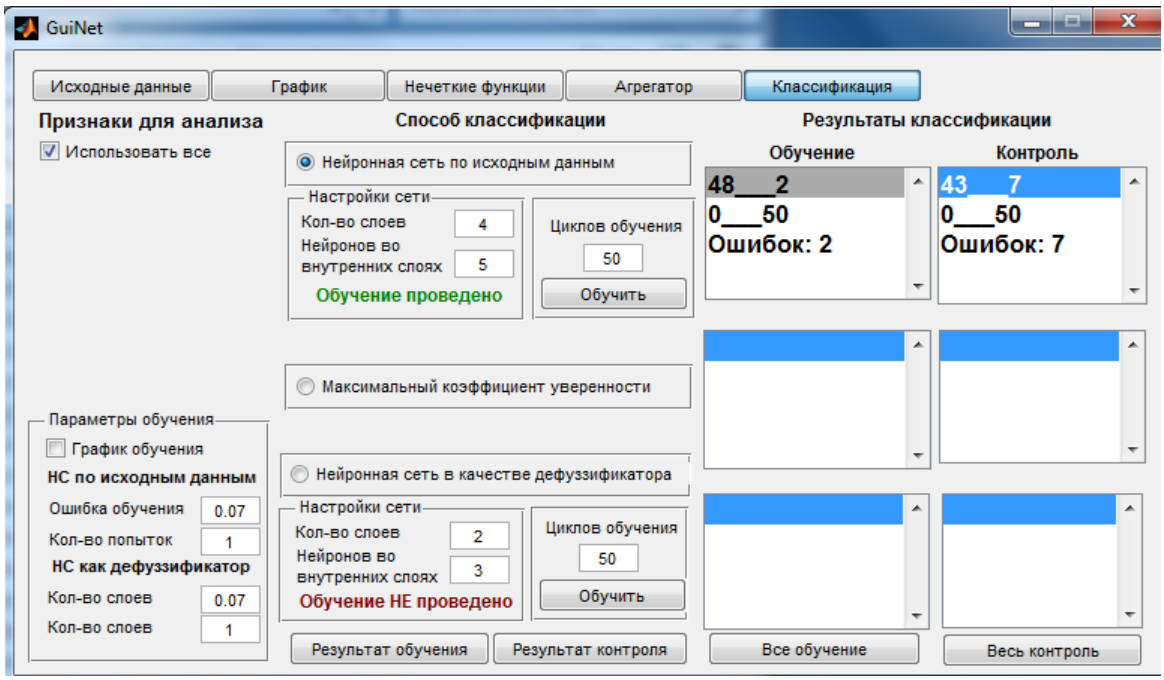


Рисунок 6 - Результаты обучения и контроля выборок четырехслойной нейронной сети

На рисунке 7 представлены результаты пятислойной нейронной сети, содержащей по 6 нейронов в слое.

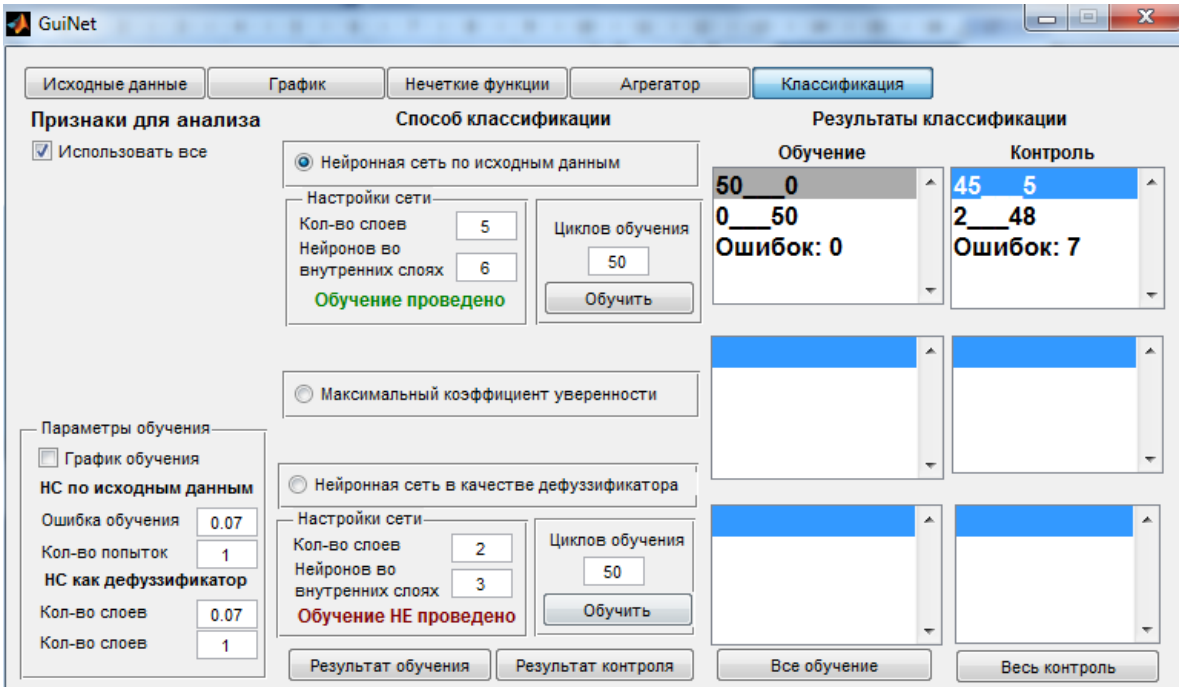


Рисунок 7 - Результаты обучения и контроля выборок пятислойной нейронной сети

На рисунке 8 представлены результаты шестислойной нейронной сети, содержащей по 7 нейронов в слое.

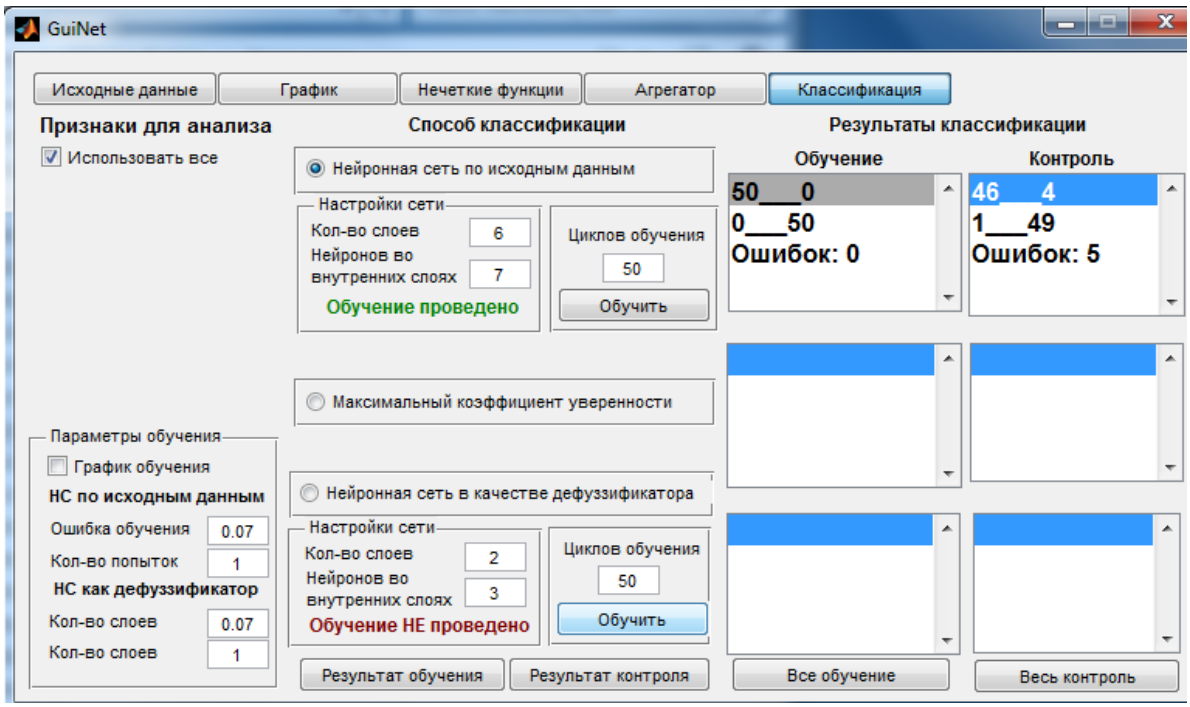


Рисунок 8 - Результаты обучения и контроля выборок шестислойной нейронной сети

В таблице 2 представлены показатели качества решающих правил для окна 64x64 обучающих и контрольных выборок

Таблица 2 – Показатели качества решающих правил для обучающих и контрольных выборок

Кол-во слоев/нейронов во внутренних слоях	Обучающие выборки			Контрольные выборки		
	ДЧ	*ДС*	*ДЭ*	*ДЧ*	*ДС*	*ДЭ*
2/3	1	0,96	0,98	1	0,84	0,92
3/4	1	1	1	0,96	0,9	0,93
4/5	1	0,96	0,98	1	0,86	0,93
5/6	1	1	1	0,96	0,9	0,93
6/7	1	1	1	0,98	0,92	0,95

Таким образом, диагностическая чувствительность модели по контрольным выборкам окна 64x64 равняется в среднем 98%, диагностическая специфичность – 88%, диагностическая эффективность – 93%.

Наиболее лучший результат показали шестислойная нейронная сеть, диагностическая эффективность равна 95%.

Получены результаты, приемлемы для применения в клинических условиях при диагностике патологий молочной железы. Поскольку значение диагностических показателей качества превышают в среднем уровень 0,91.

Содержание отчета

1. Компьютерная распечатка исходного изображения или матрицы изображения. Если в исходном файле изображение представлено в формате RGB, то, используя стандарт NTS, получить файл с черно-белым изображением.
2. Таблица экспериментальных данных для заданных размеров окна.
3. Структура нейронной сети, используемой для классификатора.
4. Таблица с показателями качества классификации заданной структуры классификатора.
5. Выводы

Контрольные вопросы

1. Представьте схему формирования обучающих выборок для классификации рентгеновских снимков молочной железы.
2. Расскажите, как получают файлы обучающей выборки и в каком формате.
3. Разработайте алгоритм заполнения полей записей файла базы данных обучающей выборки.
4. Нарисуйте схему соединения нейронных сетей для двухканального классификатора форменных элементов мазков периферической крови.
5. Нарисуйте схему алгоритма формирования базы данных моделей нейронной сети.
6. В чем заключаются задачи классификации?
7. Какие проблемы позволяют решать задачи классификации?
8. Опишите архитектуру нейронной сети.
9. Что такое функция активации?
10. Как сформировать однослойную модель персептрона в системе Matlab?
11. Как происходит инициализация параметров в нейронной сети?
12. Как вычисляются значения матриц весов в нейронной сети?

13. Каков алгоритм создания персептронной нейронной сети?
14. Каков алгоритм моделирования персептронной сети?
15. Как определить реакцию нейронной сети?

Литература

1. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. - СПб. Питер, 2002. - 608 с.
2. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде Matlab. - М.: Техносфера, 2006. – 621 с.
3. Медведев В.С. Нейронные сети / В.С. Медведев, В.Г. Потемкин. – М.: Диалог МИФИ, 2002. – 496 с.
4. Комашинский В.И. Нейронные сети и их применение в системах управления и связи / В.И. Комашинский, Д.А. Смирнов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2002. – 94 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №14. АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КЛАССИФИКАЦИИ РЕНТГЕНОВСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ МОЛОЧНОЙ ЖЕЛЕЗЫ

Создать интеллектуальную систему для выделения на рентгеновском снимке молочной железы патологических структур. В качестве обучаемого классификатора в интеллектуальной системе использовать многослойную нейронную сеть.

Выполнение задания

1 Формирование обучающих выборок и контрольных выборок

В качестве информативных признаков выбираем структурные признаки. Структурные признаки образуют трехкомпонентный вектор с компонентами среднее, дисперсия и мода. Компоненты вектора определяем в окнах размерами 16x16, 32x32, 64x64 по заданию преподавателя.

Для формирования векторов в обучающих выборках запустим в Matlab программу untitled.m.

После загрузки изображения приступаем к формированию вектора информативных признаков для каждого окна. На рисунке 1 изображено окно программы, предназначенное для формирования векторов обучающей выборки.

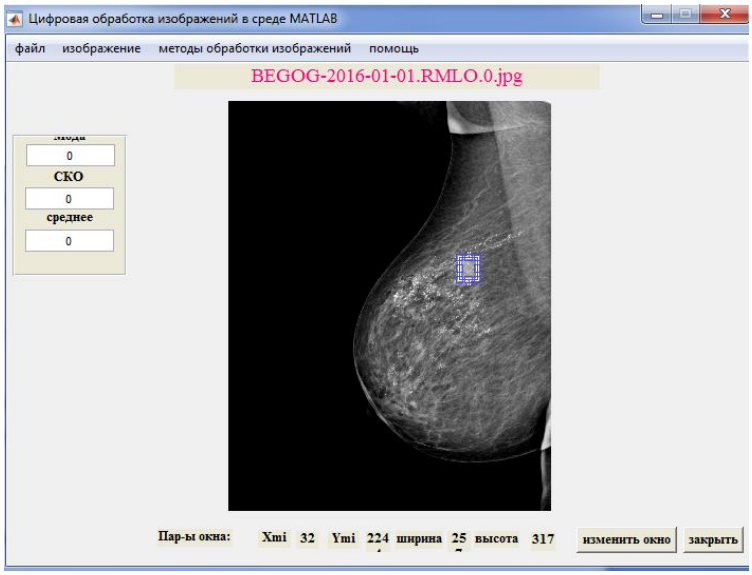


Рисунок 1 - Окно программы untitled.m для формирования векторов обучающей выборки

В таблице 1 представлен фрагмент выборка для окна 16х16.

Таблица 1 – Полученные данные

1 класс (патология)				2 класс (норма)		
№п/п	Мода	СКО	Среднее	Мода	СКО	Среднее
1	191	7,83	179	128	8,1	116
2	159	24,03	180	159	7,34	164
3	191	4,23	180	96	4,37	96
4	159	5,07	163	96	8,08	109
5	191	26,41	198	96	4,89	95
6	128	8,32	139	96	10,86	107

На рисунках 2-3 представлен фрагмент набора характеристик для 2-х классов: здоровые, больные, которые отображаются при нажатии клавиши «Отображать числовые значения»

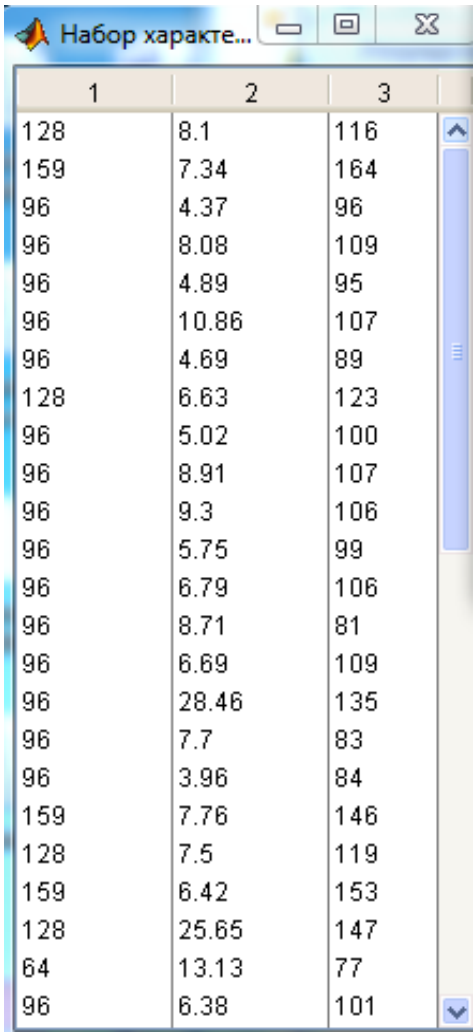


Рисунок 2 – Обучающая выборка для класса здоровых

Набор характе...

1	2	3
191	7.83	179
159	24.03	180
191	4.23	180
159	5.07	163
191	26.41	198
128	8.32	139
159	6.66	164
159	6.37	159
159	5.3	163
128	7.14	141
159	5.58	162
96	7.56	155
128	9.26	130
159	6.65	155
128	9.26	130
159	9.89	159
191	23.72	192
159	9.1	145
128	9.48	120
120	9.8	130
128	5.27	143
191	24.38	189
128	15	139
96	6.51	100

Рисунок 3 – Обучающая выборка для класса патологии молочной железы

2 Обучение и проверка качества работы классификаторов выборках для окна 16x16

Для формирования классификаторов запустим в Matlab программу Neurowork.m.

2.1 Классификаторы для окна 16x16

По выборкам рисунка 2 и рисунка 3 строится многослойная нейронная сеть, содержащая по n нейронов в слое. Обучение производится в 50 циклов при предельном значении критерия обучения 0.07.

На рисунке 4 представлены результаты двухслойной нейронной сети, содержащей по 3 нейрона в слое.

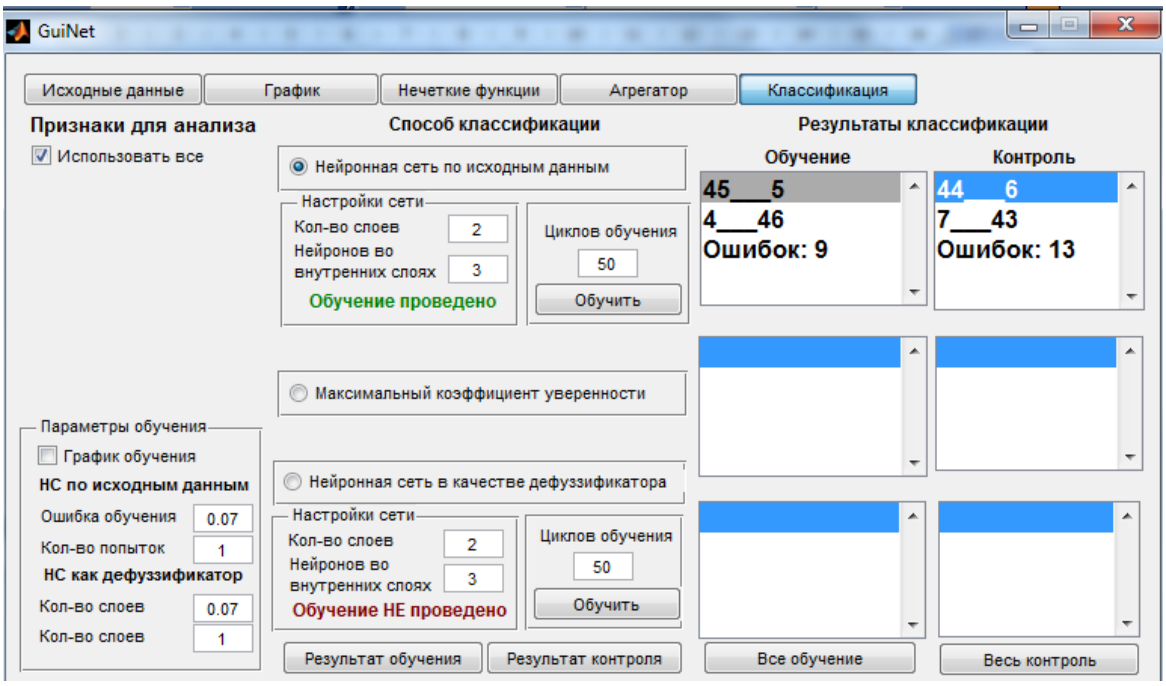


Рисунок 4 - Результаты обучения и контроля выборок двухслойной нейронной сети

На рисунке 5 представлены результаты трехслойной нейронной сети, содержащей по 4 нейрона в слое.

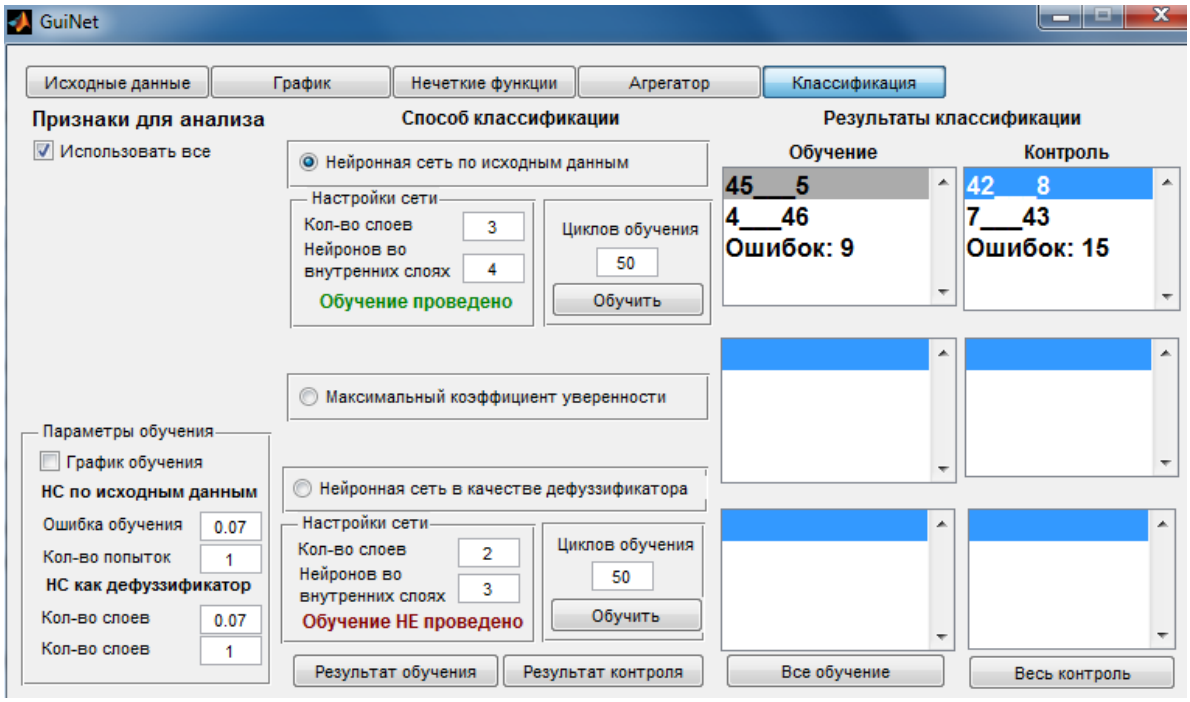


Рисунок 5 - Результаты обучения и контроля выборок трехслойной нейронной сети

На рисунке 6 представлены результаты четырехслойной нейронной сети, содержащей пять нейронов в слое.

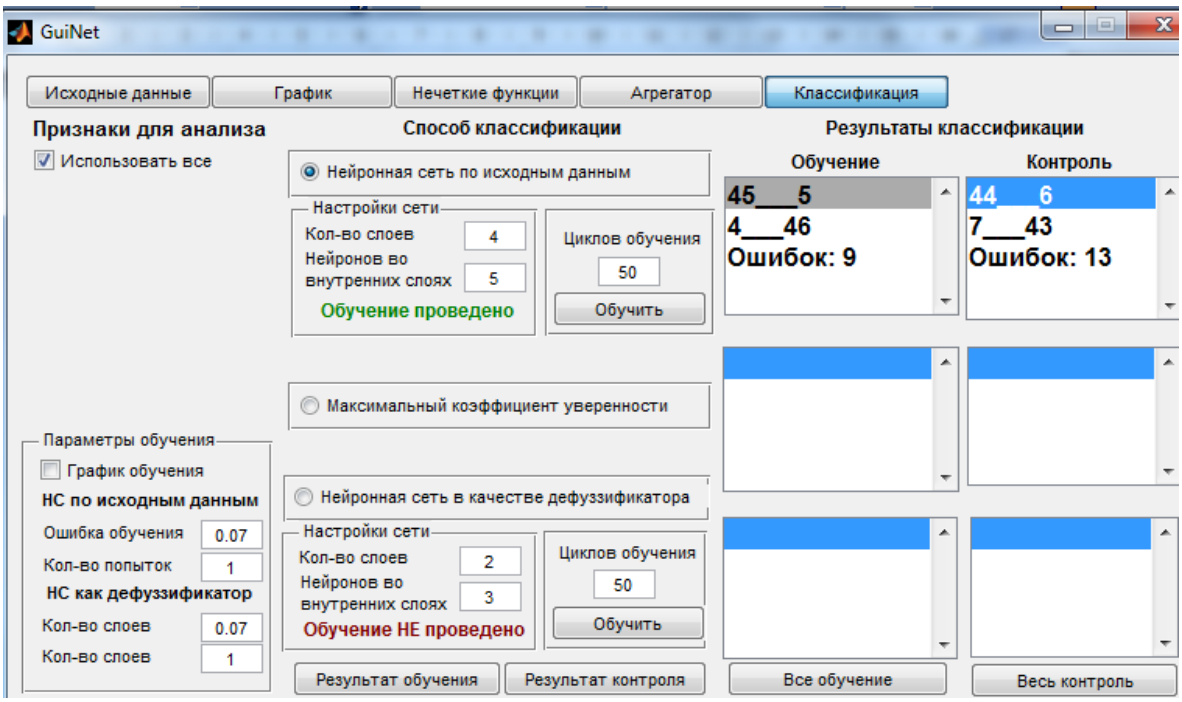


Рисунок 6 - Результаты обучения и контроля выборок четырехслойной нейронной сети

На рисунке 7 представлены результаты пятислойной нейронной сети, содержащей по 6 нейронов в слое.

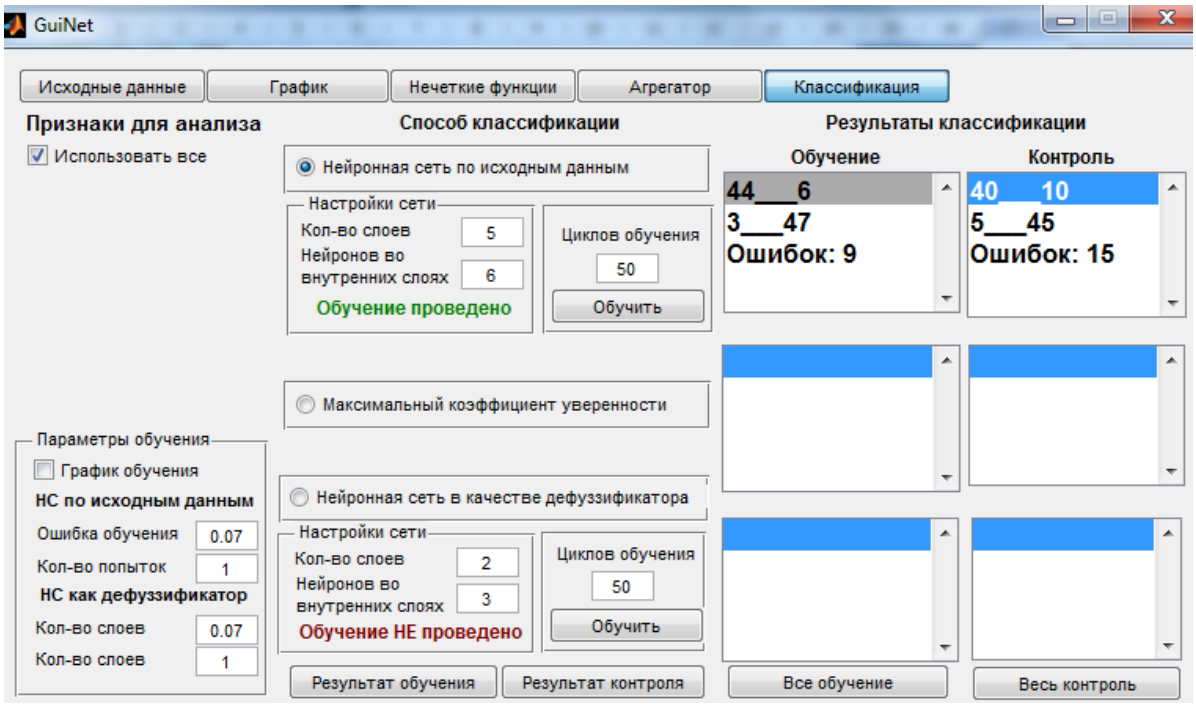


Рисунок 7 - Результаты обучения и контроля выборок пятислойной нейронной сети

На рисунке 8 представлены результаты шестислойной нейронной сети, содержащей по 7 нейронов в слое.

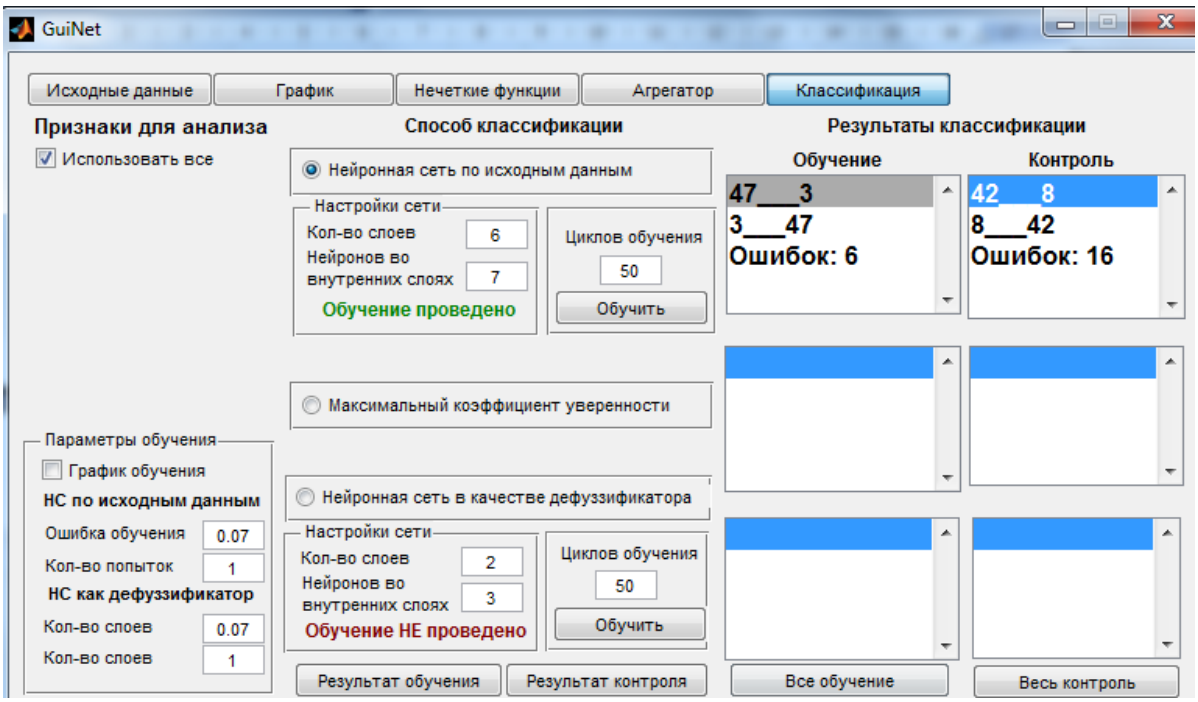


Рисунок 8 - Результаты обучения и контроля выборок шестислойной нейронной сети

В таблице 2 представлены показатели качества решающих правил для окна 16x16 обучающих и контрольных выборок.

Таблица 2 – Показатели качества решающих правил

Кол-во слоев/нейронов во внутренних слоях	Обучающие выборки			Контрольные выборки		
	ДЧ	*ДС*	*ДЭ*	*ДЧ*	*ДС*	*ДЭ*
2/3	0,9	0,92	0,91	0,88	0,86	0,87
3/4	0,9	0,92	0,91	0,84	0,86	0,85
4/5	0,9	0,92	0,91	0,88	0,86	0,87
5/6	0,88	0,94	0,91	0,8	0,9	0,85
6/7	0,94	0,94	0,94	0,84	0,84	0,84

Таким образом, диагностическая чувствительность модели по контрольным выборкам окна 16x16 равняется в среднем 85%, диагностическая специфичность – 86%, диагностическая эффективность – 86%.

Наиболее лучший результат показали двухслойная и четырехслойная нейронная сеть, диагностическая эффективность равна 87%

Получены результаты, приемлемы для применения в клинических условиях при диагностике патологий молочной железы. Поскольку значение диагностических показателей качества превышают в среднем уровень 0,91.

Содержание отчета

1. Компьютерная распечатка исходного изображения или матрицы изображения. Если в исходном файле изображение представлено в формате RGB, то, используя стандарт NTS, получить файл с черно-белым изображением.
2. Таблица экспериментальных данных для заданных размеров окна.
3. Структура нейронной сети, используемой для классификатора.
4. Таблица с показателями качества классификации заданной структуры классификатора.
5. Выводы

Контрольные вопросы

1. Представьте схему формирования обучающих выборок для классификации рентгеновских снимков молочной железы.
2. Расскажите, как получают файлы обучающей выборки и в каком формате.
3. Разработайте алгоритм заполнения полей записей файла базы данных обучающей выборки.
4. Нарисуйте схему соединения нейронных сетей для двухканального классификатора форменных элементов мазков периферической крови.
5. Нарисуйте схему алгоритма формирования базы данных моделей нейронной сети.
6. В чем заключаются задачи классификации?
7. Какие проблемы позволяют решать задачи классификации?
8. Опишите архитектуру нейронной сети.
9. Что такое функция активации?
10. Как сформировать однослойную модель персептрона в системе Matlab?
11. Как происходит инициализация параметров в нейронной сети?
12. Как вычисляются значения матриц весов в нейронной сети?

13. Каков алгоритм создания персептронной нейронной сети?
14. Каков алгоритм моделирования персептронной сети?
15. Как определить реакцию нейронной сети?

Литература

1. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. - СПб. Питер, 2002. - 608 с.
2. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде Matlab. - М.: Техносфера, 2006. – 621 с.
3. Медведев В.С. Нейронные сети / В.С. Медведев, В.Г. Потемкин. – М.: Диалог МИФИ, 2002. – 496 с.
4. Комашинский В.И. Нейронные сети и их применение в системах управления и связи / В.И. Комашинский, Д.А. Смирнов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2002. – 94 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №15. АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КЛАССИФИКАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ МАЗКОВ ПЕРИФЕРИЧЕСКОЙ КРОВИ

Цель работы: изучить алгоритмическое и программное обеспечение классификации мазков периферической крови в среде Matlab

1 Общая структура программного обеспечения

Программное обеспечение для интеллектуальной системы классификации форменных элементов крови выполняется в среде Matlab R2010a в виде модуля ***MedImProc*** и использует следующие пакеты этой программной среды: Image Processing Toolbox и Neural Network Toolbox [2].

Структурная схема функционального взаимодействия разработанных программных модулей представлена на рисунке 1. В процессе работы программного модуля автоматически формируется база данных, состоящая из четырех блоков: первый представляет собой базу изображений (в формате *.bmp, *.jpg, *.tif, *.mat), второй – базу моделей нейронных сетей (в формате *.mns), предназначенных для сегментации изображений, третий - базу моделей нейронных сетей (в формате *.mns), предназначенных для классификации сегментов изображения; четвертый – базу обучающих выборок (в формате *.xls). База изображений содержит цветные микроскопические изображения мазков крови, которые необходимо либо анализировать (определять количество лейкоцитов и эритроцитов, присутствующих на них), либо формировать по ним обучающие выборки. База изображений также содержит бинарные изображения контуров выделенных сегментов (в формате *.mat).

Изображение для анализа выбирается из базы данных изображений. Для того, чтобы перейти к анализу форменных элементов крови, представленных на цветном изображении, анализируемое изображение необходимо сегментировать, то есть обнаружить все форменные элементы крови на изображении и представить их пиксели «единицами», а пиксели сегментов изображения, не относящихся к форменным элементам крови,

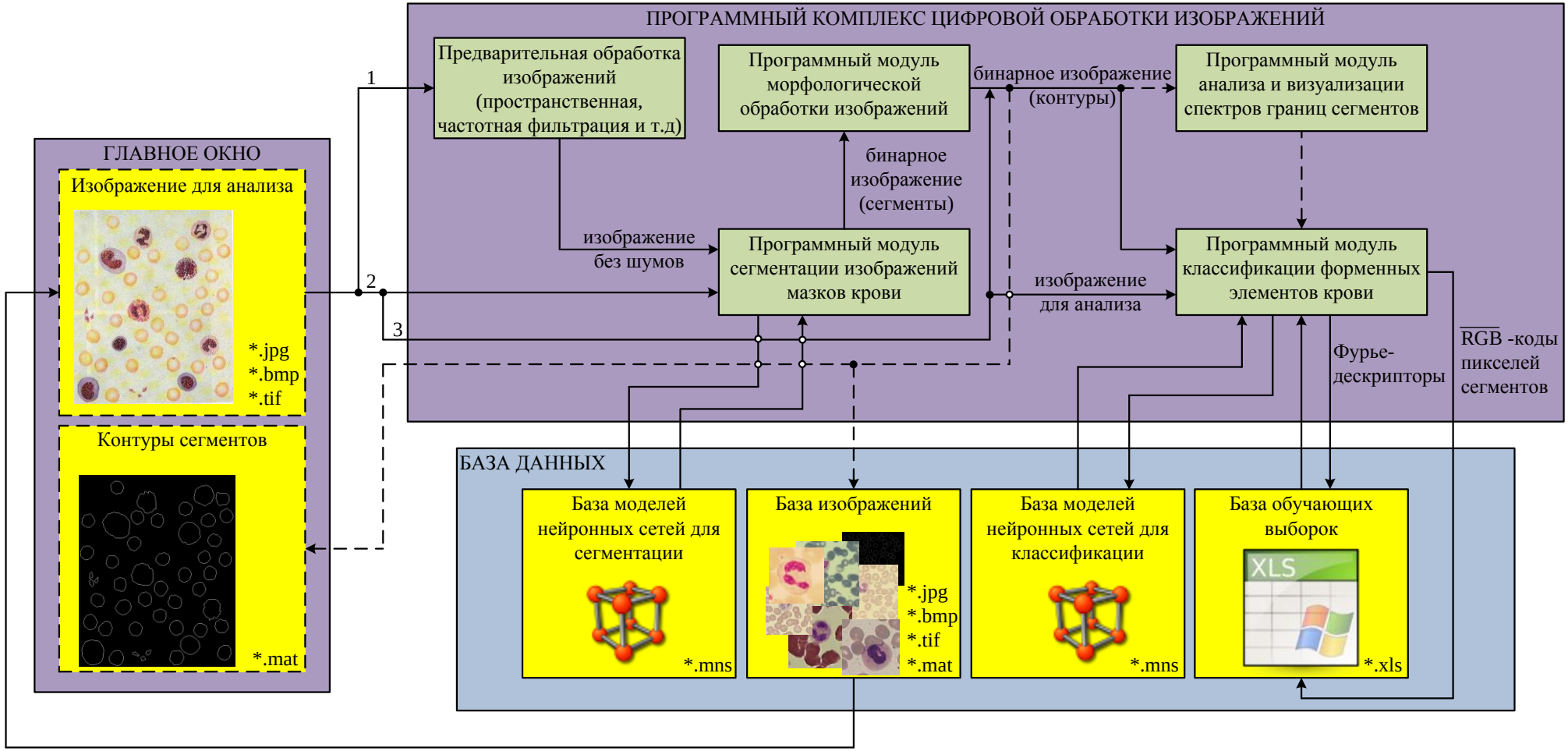


Рисунок 1 - Структурная схема функционального взаимодействия разработанных программных модулей

представить «нулями». Эта процедура соответствует маршруту «2», показанному на рисунке 1. Если требуется препарирование анализируемого изображения, то выбирается маршрут «1». После выполнения процедур препарирования, обработка продолжается по маршруту «2». После сегментации выбранного изображения модулем сегментации изображения осуществляется дополнительная обработка сегментированного бинарного изображения посредством модуля морфологической обработки изображения. На выходе этого модуля получаем изображения границ выделенных сегментов, которые могут поступать на вход модуля анализа и визуализации спектров границ сегментов (рисунок 2). Данный модуль позволяет определить и визуализировать действительную, мнимую и амплитудную составляющую спектра контура, анализировать зависимость изменение формы сегментов от числа используемых Фурье-дескрипторов.

Кроме этих двух маршрутов обработки данных, предусмотрен маршрут «3», которым можно воспользоваться в случае, если обрабатываемое исходное изображение уже было сегментировано и в базе данных хранится файл с сегментированным изображением, который имеет тоже имя, что и анализируемое изображение, но с расширением *.mat.

Все три маршрута обработки данных заканчиваются модулем классификации форменных элементов крови, в котором формируются информативные признаки «по геометрии» и «по цвету», и с выхода которого считываются межклеточные соотношения в мазке.

При обучении для модуля сегментации изображений выходными данными являются модели нейронной сети, которые поступают с данного программного модуля в базу данных моделей нейронных сетей для сегментации. Для модуля классификации форменных элементов крови выходными данными являются модели нейронной сети и обучающие выборки, которые поступают с данного программного модуля в базу данных моделей нейронных сетей для классификации и базу данных обучающих выборок соответственно.

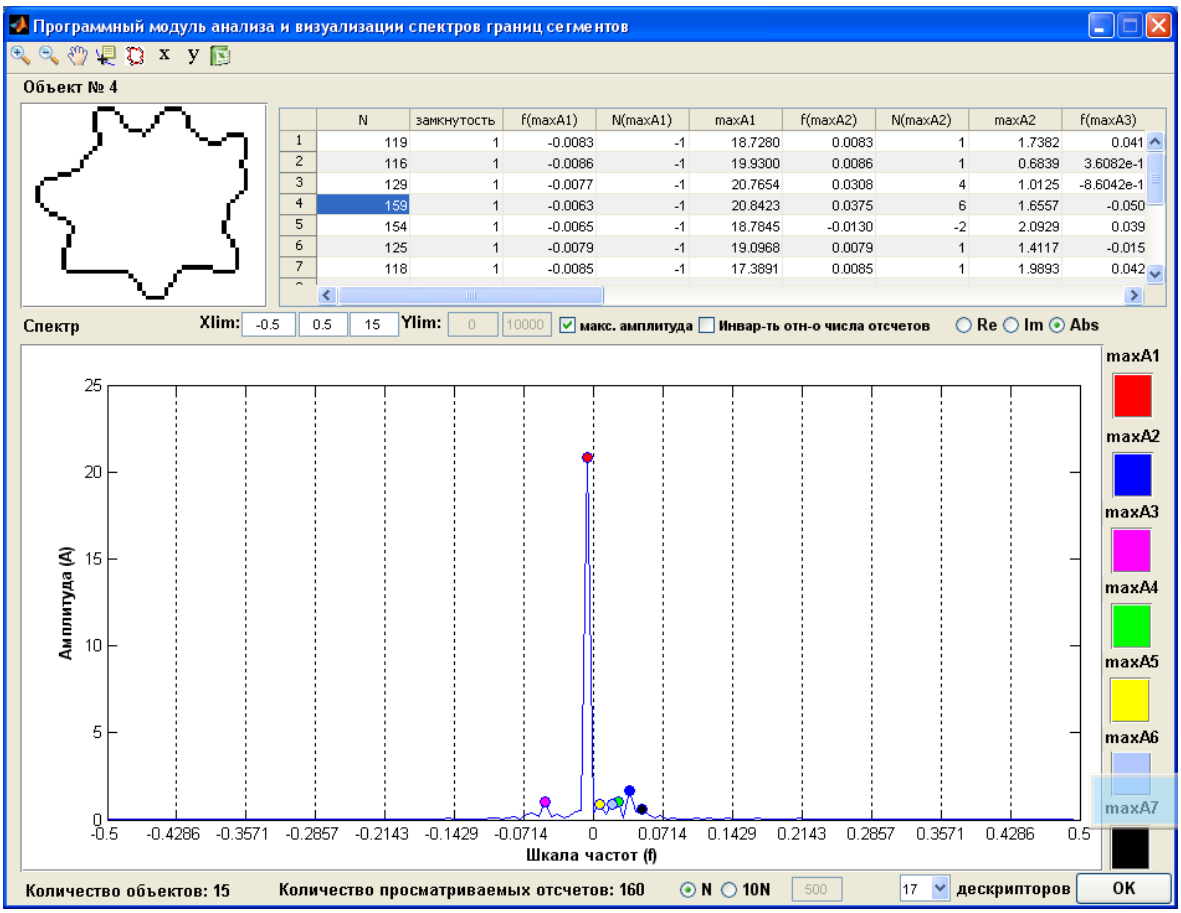


Рисунок 2 – Вид главного окна программного модуля анализа и визуализации спектров границ сегментов

2 Порядок выполнения работы

Загрузите программу Matlab. В окне программы Matlab в командной строке наберите untitled. Gявится главное окно программ, которое включает четыре пункта горизонтального меню: «Файл», «Изображение», «Методы обработки изображений» и «Помощь». Работа программы начинается с меню «Файл», которое позволяет вызвать из базы данных необходимое изображение. Анализируемое изображение располагается в основном поле экрана. Меню «Изображение» служит для вспомогательных операций, а основные программные модули специального программного изображения собраны в список группы «Методы обработки изображений».

Главное интерфейсное окно программного обеспечения, показано на рисунке 3.

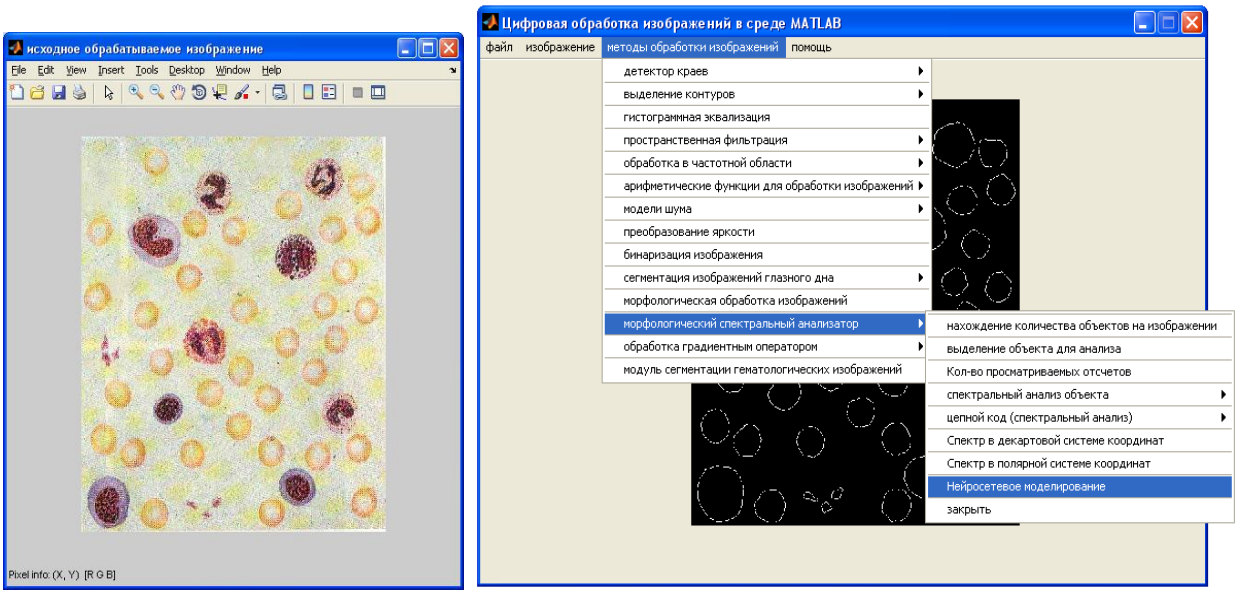


Рисунок 3 – Главное окно специального программного обеспечения

Оно включает четыре пункта горизонтального меню: «Файл», «Изображение», «Методы обработки изображений» и «Помощь».

Работа программы начинается с меню «Файл», которое позволяет вызвать из базы данных необходимое изображение. Анализируемое изображение располагается в основном поле экрана. Меню «Изображение» служит для вспомогательных операций, а основные программные модули специального программного изображения собраны в список группы «Методы обработки изображений».

2.1 Программный модуль сегментации микроскопических изображений мазков крови

Модуль программного обеспечения сегментации микроскопических изображений мазков крови состоит из двух программных блоков:

1) блок нейросетевой классификации пикселей изображения;

2) блок морфологического анализа сегментов изображения.

Программное обеспечение блока нейросетевой классификации пикселей изображения, оконный интерфейс которого показан рисунке 4, в процессе обучения осуществляет формирование моделей нейронных сетей для сегментации фотографий изображений мазков периферической крови.

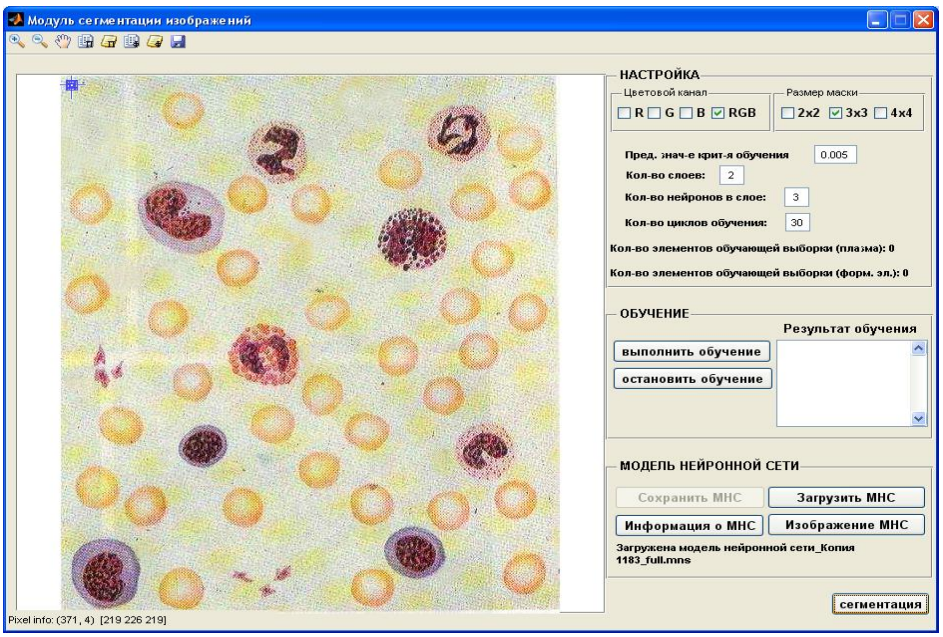


Рисунок 4 – Вид главного окна программного модуля сегментации микроскопических изображений мазков крови

Основными технологическими операциями при этом являются:

- выбор размера маски (окна) для формирования обучающей выборки;
- выбор цветового канала, по которому осуществляется обучение;
- формирование обучающей выборки для класса «плазма» путем перемещения окна и выбора соответствующей области на изображении;
- формирование обучающей выборки для класса «форменные элементы крови» путем перемещения окна и выбора соответствующей области на изображении;
- настройка параметров нейронной сети;
- обучение нейронной сети;
- сохранение модели нейронной сети в базу данных.

Модель нейронной сети для сегментации представляет собой файл с расширением *.mns, структура которого представлена на рисунке 5 и включает в себя:

NetRGB – массив, содержащий структуру нейронной сети для классификации пикселей изображения;

chanel – переменная, содержащая цветовой канал, по которому проводилось обучение (R, G, B, RGB -канал);

Name	Value
NetRGB	<1x1 network>
chanel	'RGB'
formel	20
image	<692x798x3 uint8>
infa	[0.0050;2;3;30;20;20;0]
okno	'3x3'
plazma	20

Рисунок 5– Структура файла модели нейронной сети для сегментации

formel, plazma – переменные, содержащие количество элементов (сегментов) класса «форменные элементы крови» и «плазма», соответственно;

image – массив, содержащий значения яркостей пикселей цветного изображения мазка крови, по которому проводилось обучение;

infa – массив, содержащий информацию о модели нейронной сети (предельное значение критерия обучения, количество слоев, количество нейронов во входном слое, количество циклов обучения).

okno – переменная, содержащая размер окна, в котором определяются цветовые характеристики пикселя.

По полученным моделям нейронной сети программный модуль реализует бинарную классификацию пикселей на классы «форменный элемент» – «плазма».

В процессе сегментации изображения программный модуль осуществляет выборку из базы моделей нейронных сетей необходимой модели, наиболее подходящей по цветовому окрасу к исследуемому изображению. Это осуществляется в интерактивном режиме. Такая процедура не увеличивает существенно время анализа, так как исследуется серия фотоснимков с одинаковым цветовым окрасом. На вход нейронной сети подается не RGB-код пикселя, а среднее значение кодов, попавших в окно. Поэтому модель нейронной сети подбирается не только по цветовому окрасу, но и по размеру окна, в котором определяются цветовые характеристики пикселя (средние, моды и т.п. RGB-кодов пикселей, попавших в окно).

В результате работы блока сегментации изображений мазков крови получаются изображения, представленные на рисунке 6, которые содержат объекты (ложные сегменты), образованные неправильно классифицированными пикселями.

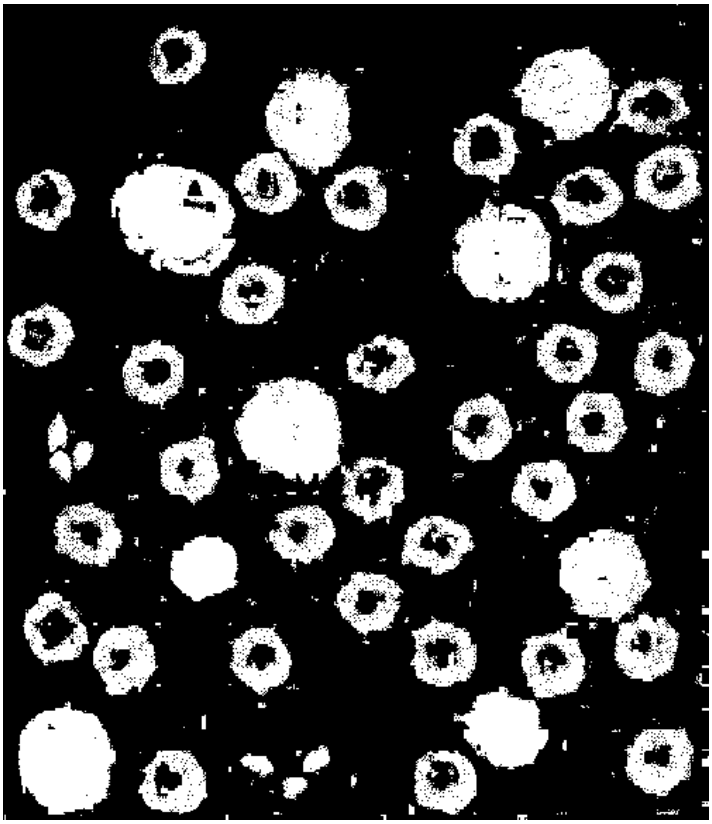


Рисунок 6 – Изображение, полученное на выходе программного модуля сегментации фотографий микроскопических изображений мазков крови

Причем характерной особенностью этих сегментов является то, что их размеры значительно меньше форменных элементов крови, поэтому для получения качественного бинарного изображения, содержащего контуры только форменных элементов крови, используется блок морфологической обработки изображения.

На изображении, представленном на рисунке 6, видно, что ядра эритроцитов при сегментации были отнесены к классу «плазма», поэтому для их заполнения применим морфологический оператор «imfill», который заполняет «отверстия» единицами на бинарном изображении. Интерфейсное окно для вызова этого оператора показано на рисунке 7, а результат работы – на рисунке 8, *а*.

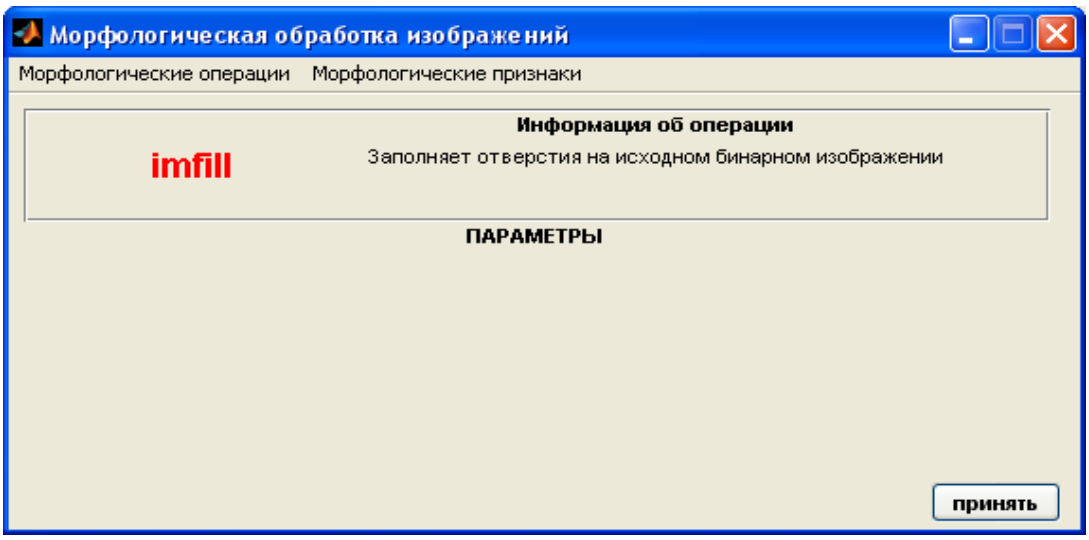
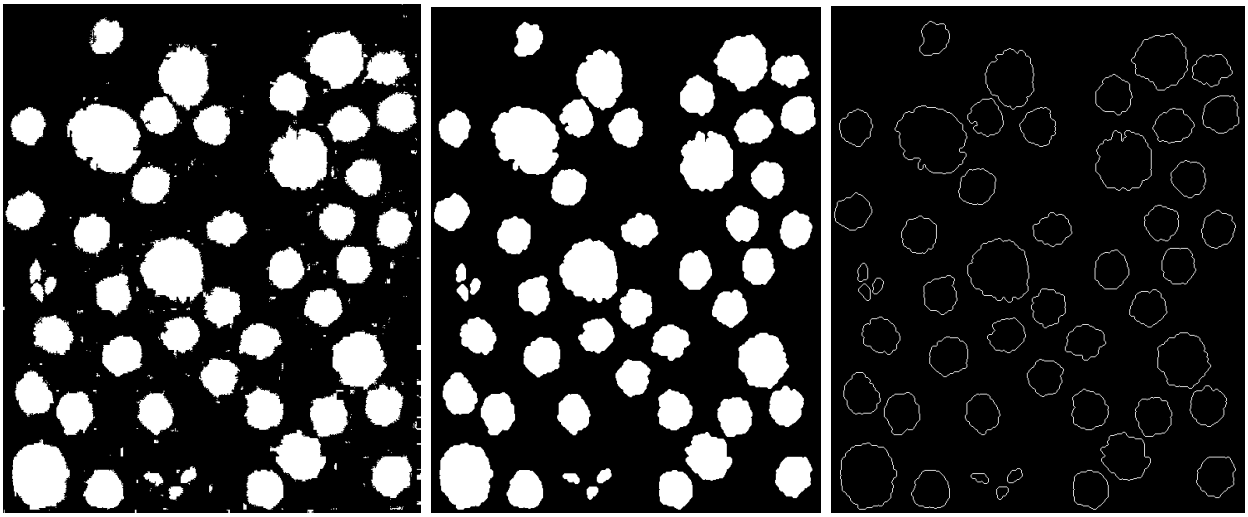


Рисунок 7 – Интерфейсное окно вызова операторов морфологической обработки изображений

Затем применение морфологического оператора размыкания «imopen», приводит к исчезновению мелких объектов (размер которых значительно меньше форменных элементов крови) и зубчатых элементов границ на изображении. При этом можно использовать структурообразующий элемент в форме плоского шестиугольника «octagon» с R=3 (R – расстояние от центра элемента до стороны шестиугольника, измеренное вдоль горизонтальной или вертикальной оси). Результат работы данного морфологического оператора представлен на рисунке 8, *б*.



а) *б)* *в)*

Рисунок 8 – Результаты работы морфологических операторов «imfill», «imopen» и «bwperim»

Для выделения границ бинарных объектов на изображении используем морфологический оператор «bwperim». Результат работы данного морфологического оператора представлен на рисунке 8, *в*.

В результате выполнения такой последовательности морфологических операторов получается бинарное изображение, представленное на рисунке 8, *в*, которое необходимо для работы программного модуля классификации форменных элементов крови.

2.2 Программный модуль для классификации форменных элементов крови

Исходное окно программного модуля для классификации форменных элементов крови («Нейросетевое моделирование») с выбранным изображением для анализа, представлено на рисунке 9.

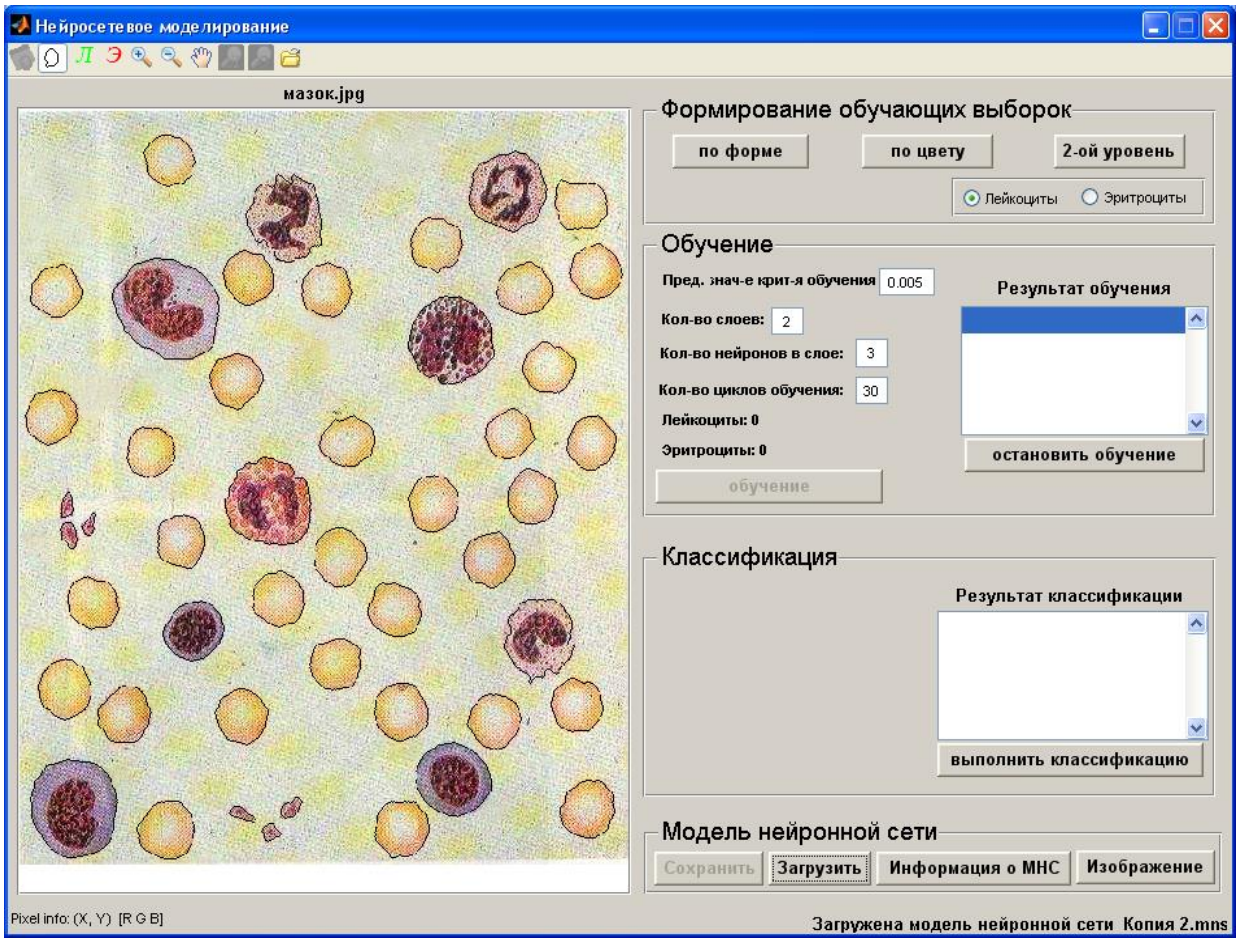


Рисунок 9 – Интерфейсное окно программного модуля «Нейросетевое моделирование»

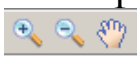
Изображение получено после обработки исходного цветного изображения модулем сегментации микроскопических изображений мазков крови. Окно модуля «Нейросетевое моделирование» условно можно разделить на левую и правую части. Левая часть предназначена для отображения исходного анализируемого изображения с возможностью наложения на него бинарного изображения, вторая – для управления работой программного модуля. В левой верхней части программы расположена панель с кнопками, осуществляющих выполнение следующих функций:

– загрузка исходного изображения (изображения для анализа);

– наложение бинарного изображения;

– формирование обучающей выборки лейкоцитов;

– формирование обучающей выборки эритроцитов;

 – управления визуализацией (зум, смещение);

– просмотр обучающей выборки лейкоцитов;

– просмотр обучающей выборки эритроцитов;

– загрузка обучающей выборки.

В данном программном модуле загрузку модели нейронной сети (МНС) можно осуществить по поиску в базе изображений необходимого мазка, т.к. сформированные файлы в базе данных (БД) имеют для одного файла одинаковые имена, но разные расширения. При выборе необходимого изображения будет запускаться МНС с именем изображения, но с расширением *.mns (например, если выбран файл мазок.jpg, то загружается МНС мазок.mns), а порядок загрузки реализуется по общепринятой схеме:

Загрузить → База изображений → Открыть.

После загрузки файла МНС в нижнем правом углу окна, показанного на рисунке 9, появляется информация о загрузке модели нейронной сети с именем файла базы данных МНС. Для получения подробной информации о модели нейронной сети необходимо нажать на кнопку «Информация», расположенную в нижней части окна, показанного на рисунке 9, в результате чего появится окно, вид которого показан на рисунке 10.

Информация о модели нейронной сети (База данных\База МНС для классификации\Копия 1183_full.mns)

Кол-во лейкоцитов	1
Кол-во эритроцитов	70
Др. форм. эл-ы	0
Общее кол-во	71

	МНС по форме (Л)	МНС по форме (Э)	МНС по цвету (Л)	МНС по цвету (Э)	МНС 2-ой уровень (Л)	МНС 2-ой уровень (Э)
Предельное значение крит-я обуч-я	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050
Кол-во слоев	2	2	2	2	2	2
Кол-во нейронов во входном в слое	39	39	3	3	4	4
Кол-во циклов обучения	30	30	30	30	30	30
Лейкоциты (эритроциты)	1	70	1	70	1	70
Др. форм. эл-ы	70	1	70	1	70	1
Ошибки	0	0	0	0	0	0

Рисунок 10 – Окно «Информации о модели нейронной сети»

Модель нейронной сети представляет собой файл с расширением *.mns, структура которого представлена на рисунке 11, включает в себя:

Name	Value
Leic	9
Net21	<1x1 network>
Net22	<1x1 network>
Net_cvet1	<1x1 network>
Net_cvet2	<1x1 network>
Net_forma1	<1x1 network>
Net_forma2	<1x1 network>
erit	33
ind_Leic	[10,21,32,38,19,15,3,...
ind_erit	<1x33 double>
infa	<7x6 double>
isx_image	<612x501 uint8>
segm_image	<612x501x3 uint8>

Рисунок 11 – Структура файла МНС для классификации

isx_image – массив, содержащий значения яркостей пикселей цветного изображение мазка крови, по которому проводилось обучение;

segm_image – массив из «0» и «1», содержащий бинарное изображение с выделенными контурами форменных элементов крови (см. рисунок 8, *в*);

Leic, erit – переменные, содержащие количество лейкоцитов и эритроцитов соответственно;

ind_Leic, ind_erit – переменные, содержащие номера (индексы) объектов на бинарном изображении, относящиеся к лейкоцитам и эритроцитам соответственно;

infa – массив, содержащий информацию о моделях нейронной сети (см. рисунок 10);

Net_forma1 – массив, содержащий структуру нейронной сети для классификации форменных элементов крови на лейкоциты и не лейкоциты по форме;

Net_forma2 – массив, содержащий структуру нейронной сети для классификации форменных элементов крови на эритроциты и не эритроциты по форме;

Net_cvet1 – массив, содержащий структуру нейронной сети для классификации форменных элементов крови на лейкоциты и не лейкоциты по цвету;

Net_cvet2 – массив, содержащий структуру нейронной сети для классификации форменных элементов крови на эритроциты и не эритроциты по цвету;

Net21 – массив, содержащий структуру нейронной сети для классификации форменных элементов крови по коэффициентам уверенности (2-ой уровень) на лейкоциты и не лейкоциты;

Net22 – массив, содержащий структуру нейронной сети для классификации форменных элементов крови по коэффициентам уверенности (2-ой уровень) на эритроциты и не эритроциты;

Для сегментации изображения необходимо загрузить нейросетевую модель, осуществляющую сегментацию изображения на основе анализа RGB-кодов пикселей. Модель выбирается на основе анализа цветового окраса микрофотографии путем сравнения его с окрасами, соответствующими моделям нейронных сетей, хранящихся в базе моделей. После выполнения сегментации, производится выделение границ сегментов. Эту операцию реализует блок морфологической обработки.

Анализ загруженного изображения выполняется по двум каналам. Выбрав класс форменных элементов крови, осуществляем загрузку соответствующей нейросетевой модели из базы данных моделей. Критерием выбора модели служат класс форменных элементов крови и цветовой окрас микрофотографии мазка крови.

2.3 Формирование файлов обучающих выборок

Входной информацией для формирования обучающей выборки служат пары файлов: файл цветного изображения мазка (расширение *.jpg, *.bmp, *.tif) и бинарный файл сегментированного изображения на классы «форменные элементы»

- «плазма» (расширение *.mat). Процесс формирования обучающих выборок начинается с формирования третьего файла, который принадлежит базе данных обучающих выборок и содержит информацию о принадлежности каждого сегмента бинарного изображения к определенному классу.

На первом этапе формирования обучающей выборки программа осуществляет опрос сегментов, согласно их нумерации, хранящейся во втором файле базы данных изображений (классификация сегментов осуществляется в интерактивном режиме по данным из первого файла базы изображений). Оператор видит выделенный сегмент на изображении 1 и сообщает программе класс этого сегмента, выделенный сегмент может не принадлежать ни к лейкоцитам, ни к эритроцитам. Поэтому классификация в интерактивном режиме должна осуществляться на три класса: третий класс «не лейкоциты и не эритроциты».

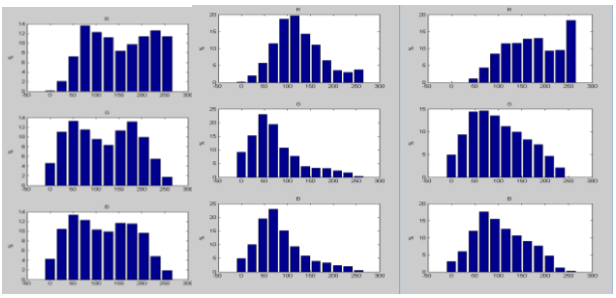
После того, как заполнится первая группа записей, начинает заполняться первая подгруппа второй группы полей первой записи. Эти поля формируются в авто режиме в результате взаимодействия триады файлов: файл цветного изображения; файл сегментированного изображения и файл обучающей выборки (первая группа полей).

После формирования третьего файла (классификация форменных элементов) выводится число эритроцитов и лейкоцитов в обучающей выборке. Если это число недостаточно для качественного обучения нейронных сетей, то к обучающей выборке присоединяют еще пару файлов продолжений микроскопических фотографий мазков из того же класса изображений.

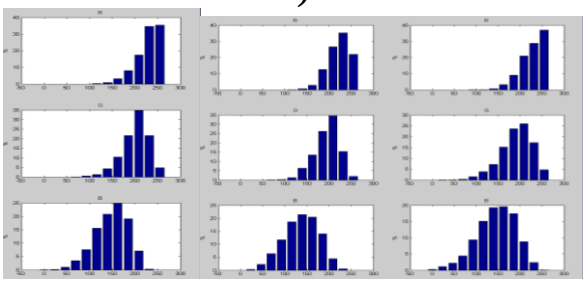
Алгоритм заполнения полей записей файла обучающей выборки осуществляет последовательный опрос сегментов в каждой диаде файлов базы данных изображений. Если в обучающую выборку входит больше одной диады, то используется сквозная нумерация записей. Каждому сегменту в обучающей выборке соответствует две записи. Каждая запись имеет две группы полей, причем первая группа полей в записях идентичны. В эту группу входят два поля: номер сегмента и номер класса. Вторая группа полей в первой записи разделена на две подгруппы. В первую подгруппу входят атрибуты цветного изображения, а во вторую – атрибуты черно-белого изображения.

В первую подгруппу второй группы полей первой записи входят информативные признаки, характеризующие RGB-коды пикселей сегментов.

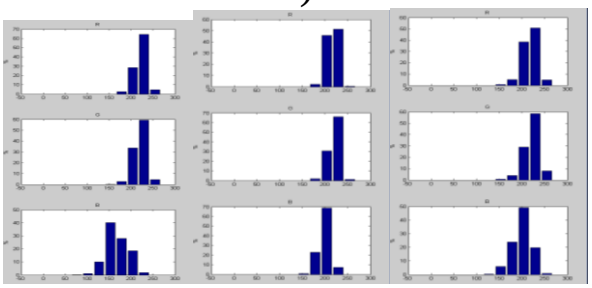
В качестве информативных признаков для нейронных сетей, предназначенных для классификации сегментов на первом уровне, используем отсчеты гистограммы распределения RGB- коды в окне размером 35^{x}26 пикселей. Это соответствует среднему размеру эритроцита (изображение микроскопического мазка крови, полученное при помощи микроскопа с увеличением 1000х, что соответствует ≈ 28 пикс/см). Примеры таких гистограмм показаны на рисунке 12. В диапазоне изменения RGB-кодов (0…255) выбрано 11 поддиапазонов. В итоге на один вход каждой из трех нейронных сетей первого уровня классификации подаются 11 информативных признаков.



а)



б)



в)

Рисунок 12 - Примеры гистограмм RGB-кодов микроскопической фотографии мазка крови: *а*- лейкоцитов; *б*- эритроцитов; *в*- плазмы

Вид интерфейса программного модуля, позволяющего формировать информативные признаки, показан на рисунке 13. Перемещать окно в пределах фотографии можно как в автоматическом, так и в интерактивном режиме. Окно накладывается на сегмент только один раз таким образом, чтобы в него попало максимальное количество пикселей сегментов. Если классифицируется плазма, то окно располагается таким образом, чтобы в него попало минимальное количество пикселей сегментов.

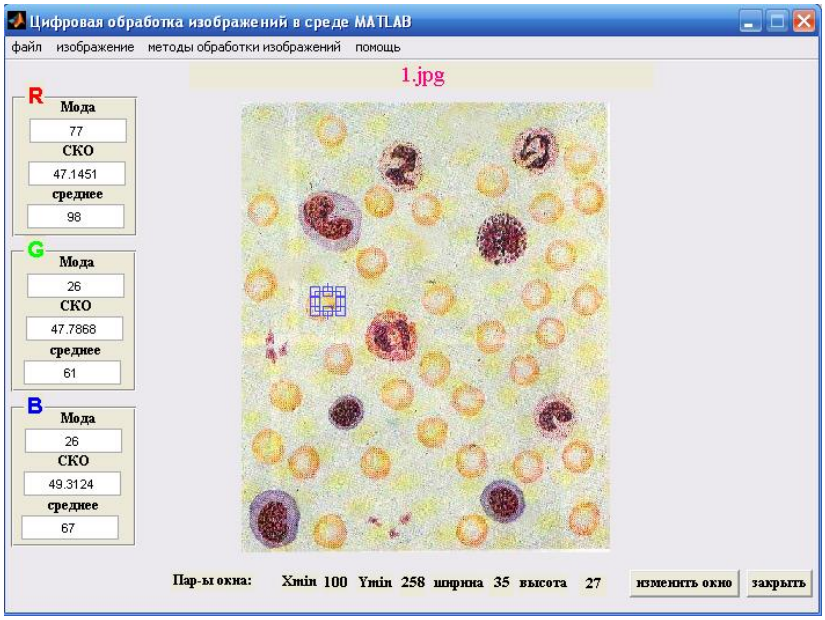


Рисунок 13– Интерфейс программного модуля, формирующего данные для первой подгруппы второй группы полей первой записи

На следующем этапе выполнения алгоритма заполняется вторая подгруппа второй группы полей первой записи. Интерфейсное окно, в котором просматривают содержание этих полей, представлено на рисунке 2.

В процессе формирования этих полей записи определяется кортеж дескрипторов. Для заполнения второй группы полей второй записи базы данных обучающих выборок, используется первая запись этой же обучающей выборки. В обучающей выборке столько первых записей, сколько контуров (сегментов) в обучающей выборке.

Вторая запись формируется после того, как настроены нейронные сети первого уровня. Для заполнения полей второй группы второй записи необходимо, чтобы на вход нейронных сетей первого уровня поступали данные, хранящиеся в соответствующих

полях первой записи. Выходные значения нейронных сетей первого уровня заносятся в соответствующие поля второй записи. После того, как такая процедура выполнена для всех первых записей обучающей выборки, обучающая выборка сформирована. Таким образом, процессы получения модели нейронный сети и формирования обучающей выборки совмещены.

Содержание отчета

1. Компьютерная распечатка исходного изображения или матрицы изображения. Если в исходном файле изображение представлено в формате RGB, то, используя стандарт NTS, получить файл с черно-белым изображением.
2. Компьютерная распечатка спектра Фурье границ мазков периферической крови.
3. Схема алгоритма автоматизированного анализа мазка крови.
4. Выводы

Контрольные вопросы

1. Представьте схему формирования обучающих выборок для классификации форменных элементов крови.
2. Расскажите, как получают файлы обучающей выборки в формате *.xls.
3. Разработайте алгоритм заполнения полей записей файла базы данных обучающей выборки.
4. Нарисуйте схему соединения нейронных сетей для двухканального классификатора форменных элементов мазков периферической крови.
5. Нарисуйте схему алгоритма формирования базы данных моделей нейронной сети.
6. Как бы Вы преобразовали изображение квадратной сеткой элементов в изображение с гексагональной сеткой?
7. Рассмотрите и сравните инвариантность формы объектов к повороту в случае квадратной сетки и в случае гексагональной сетки.
8. Предложите морфологический алгоритм для преобразования 4-связной двоичной границы в m-связную. Вы можете предполагать, что граница имеет толщину в 1 пиксель и состоит из одной компоненты связности.

9. Результат эрозии множества A по примитиву B является подмножеством A до тех пор, пока начало координат B содержится в B. Приведите пример случая, когда результат эрозии лежит вне множества A, полностью или частично.

10. Следующие четыре утверждения верны. Выдвиньте аргументы в поддержку их правильности. Пункт (а) справедлив в общем случае. Пункты (б)—(г) верны только для дискретных множеств. Чтобы показать правильность утверждений (б)—(г), нарисуйте квадратную дискретную сетку и приведите пример для каждого случая, используя множества точек на этой сетке. Указание: используйте в каждом случае минимально возможное число точек, при котором еще соблюдается проверяемое утверждение.

(а) Эрозия выпуклого множества по выпуклому примитиву приводит к получению выпуклого множества.

(б) Результат дилатации выпуклого множества по выпуклому примитиву не обязательно является выпуклым множеством.

(в) Точки выпуклого дискретного множества не всегда являются связными.

(г) Существует множество точек, в котором отрезки, соединяющие всевозможные пары точек, принадлежат этому множеству, но оно не является выпуклым.

11. Чем может ограничиваться многократная дилатация изображения, если не используется тривиальный примитив, состоящий из единственной точки?

12. Чем может ограничиваться многократная эрозия изображения, если не используется тривиальный примитив, состоящий из единственной точки?

13. Альтернативное определение эрозии формулируется следующим образом:

$$A \ominus B = \left\{ w \in Z^2 \mid w + b \in A, \forall b \in B \right\}$$

Покажите, что это определение эквивалентно классическому определению.

14. Объясните, каковы будут результаты двоичных операций эрозии и дилатации по примитиву, состоящему из одного элемента со значением 1. Ответ обоснуйте.

15. Для описания объектов изображения, полученных в результате утончения, полезно различать три их вида (озеро, залив

и отрезок), показанные на следующем рисунке. Разработайте морфолого-логический алгоритм для различения этих трех типов фигур. Исходными данными для алгоритма является изображение одного из этих типов, а на выходе должно даваться его название. Вы можете предполагать, что фигуры всегда имеют толщину в 1 элемент и являются связными, но они могут появляться в любой ориентации.

Литература

1. Сергиенко, А.Б. Цифровая обработка сигналов. - СПб.: Питер, 2002. - 608 с.
2. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде Matlab. - М.: Техносфера, 2006. – 621 с.