

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 20.09.2024 13:43:00  
Уникальный программный ключ:  
0b817ca911e6668abb13a5042601e371c11eabb75e943df44851fda56d089

# МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра механики, мехатроники и робототехники

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

 О.Г. Локтионова

«10» 02 2022 г.



## ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ И РОБОТОВ

Методические указания по выполнению лабораторных работ  
для студентов направления 15.03.06 Мехатроника и робототехника

Курск 2022

УДК 62.83

Составители: А.В. Мальчиков

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент Е.Н. Политов

Программное обеспечение мехатронных систем и роботов: методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Программное обеспечение мехатронных систем и роботов» для студентов направления подготовки 15.03.06 «Мехатроника и робототехника» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: А.В. Мальчиков. Курск, 2022. 50 с.

Содержатся сведения по вопросам проектирования программного обеспечения систем автоматического управления приводами мехатронных систем и роботов. Приводятся задания, примеры выполнения лабораторных работ, краткие теоретические положения.

Предназначены для студентов направления подготовки 15.03.06 «Мехатроника и робототехника всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . . . . . Формат 60x84 1\16  
Усл.печ.л. . . . . Уч.изд.л. 2,9 . Тираж 50 экз. Заказ 803 Бесплатно.  
Юго-Западный государственный университет.  
305040, г.Курск, ул.50 лет Октября, 94.

## Содержание

Лабораторная работа №1. Программная реализация системы автоматического управления мехатронного электропривода.....	4
Лабораторная работа № 2. Программная реализация следящей системы автоматического управления .....	20
Лабораторная работа № 3. Программная реализация системы управления двухзвенным манипулятором .....	37
Библиографический список .....	50

# **Лабораторная работа №1. Программная реализация системы автоматического управления мехатронного электропривода**

## **1.1 Цель и задачи работы**

Целью работы является освоение студентами принципов построения и функционирования программного обеспечения для практической реализации системы автоматического управления мехатронного электропривода.

## **1.2 Задание на лабораторную работу**

1. Составить алгоритм программы для цифровой системы управления, реализующий следующие типы регуляторов:
  - П-регулятор;
  - ПИД-регулятор.
2. На основании полученного алгоритма, разработать программу для реализации и моделирования регулятора в среде Mathcad.
3. Провести моделирование работы системы автоматического управления, подобрать коэффициенты регулятора.
4. Сделать выводы на основе полученных результатов
5. (дополнительно) разработать функцию цифрового регулятора на языке высокого уровня

## **1.3 Краткая теория**

Привод, включает, прежде всего, двигатель и устройство управления им. Кроме того, в состав привода могут входить различные механизмы для передачи и преобразования движения (редукторы, преобразователи вращательного движения в поступательное и наоборот), тормоз и муфта.

К приводам, применяемым в мехатронных и робототехнических системах, предъявляют весьма жесткие специфические требования. В связи с необходимостью встраивания приводов в рабочие органы роботов — в манипуляторы и системы передвижения — габариты и масса приводов должны быть минимальными.

Приводы в робототехнических системах работают в основном в неуставившихся режимах и с переменной нагрузкой. При этом переходные процессы в них должны быть практически

неколебательными. Важными параметрами приводов МС являются также надежность, стоимость, удобство эксплуатации. Требования, предъявляемые к их способу управления, быстрдействию и точности, непосредственно определяются соответствующими требованиями к МС в целом.

Системы автоматического управления, включающие измерительную систему, аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи, цифровые регуляторы реализованные на микроконтроллерах способны обеспечивать жесткие требования к мехатронным приводам.

### ***ПИД-регулятор***

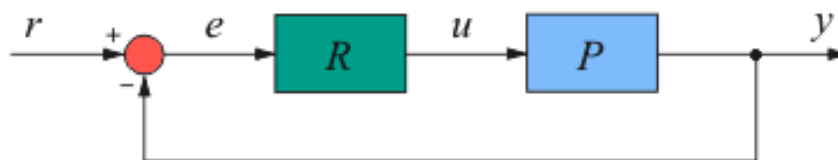


Рис. 1.1 Структурная схема САУ

В ней блок **R** называют регулятором (от слова Regulator), **P** – управляющим воздействием или уставкой (reference), **e** – сигналом рассогласования или ошибки (error), **u** – выходной величиной регулятора, **y** – регулируемой величиной.

Если выходная переменная **u** регулятора описывается выражением

$$u(t) = Ke(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt}$$

где  $t$  – время;  $k_p$ ,  $k_i$ ,  $k_d$  – пропорциональный коэффициент (безразмерный), постоянная интегрирования (размерность времени) и постоянная дифференцирования (размерность времени) регулятора, то такой регулятор называют ПИД-регулятором.

В частном случае пропорциональная, интегральная или дифференциальная компоненты могут отсутствовать и такие упрощенные регуляторы называют П, И или ПИ регуляторами.

Следует подчеркнуть, что входом объекта управления на всех рисунках является выход регулятора, т.е. величина **u** имеет ту же

размерность, что и рассогласование  $e$ , выходная величина  $y$  и уставка  $r$ . Т.е., если объект управляется, например, ШИМ-регулятором, током, или частотой вращения вала, во всех этих случаях управляющей величиной является  $u$ , а в модель объекта управления  $P$  следует ввести преобразователь величины  $u$  в ширину импульса ШИМ-регулятора, в ток или в частоту вращения вала соответственно. Это надо учитывать также при задании входного воздействия в экспериментах для настройки или моделирования регулятора. Таким воздействием во всех случаях должна быть величина  $u$  (выходная величина регулятора).

### ***Дискретный ПИД-регулятор***

Непрерывные переменные удобно использовать для анализа и синтеза ПИД-регуляторов. Для технического воплощения необходимо перейти к дискретной форме уравнений, поскольку основой большинства современных регуляторов является микроконтроллер, контроллер или компьютер, которые оперируют с переменными, полученными из аналоговых сигналов после их дискретизации по времени и квантования по уровню.

### ***Переход к конечно-разностным уравнениям***

Переход к дискретным переменным в уравнениях аналогового регулятора выполняется путем замены производных и интегралов их дискретными аналогами. Если уравнение записано в операторной форме, то сначала выполняют переход из области изображений в область оригиналов. При этом оператор дифференцирования заменяют производной, оператор интегрирования – интегралом.

Рассмотрим интегральный член ПИД-регулятора:

$$I(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt$$

Наиболее устойчивой и более распространенной формулой для численного интегрирования является формула интегрирования

с правыми разностями, когда значение ошибки берется в тот же момент времени, что и вычисляемый интеграл:

$$I_i = I_{i-1} + \frac{\Delta t}{T_i} e_i$$

Рассмотрим дифференциальный член ПИД-регулятора с фильтром

$$u_{Di} = \left( \frac{T_d}{T_d + N\Delta t} \right) u_{Di-1} + \frac{NT_d}{T_d + N\Delta t} (e_i - e_{i-1})$$

Здесь условие сходимости

$$\left| \frac{T_d}{T_d + N\Delta t} \right| < 1$$

выполняется для всех  $\Delta t$  и ни при каких значениях параметров не возникает колебаний. Кроме того, последняя формула позволяет "отключить" дифференциальную составляющую в ПИД регуляторе путем назначения  $T_d = 0$ .

На практике, величина шага дискретизации  $\Delta t$  выбирается как можно меньше, это улучшает качество регулирования.

Для обеспечения хорошего качества регулирования он не должен быть больше чем 1/15...1/6 от времени установления переходной характеристики объекта по уровню 0,95 или 1/4...1/6 от величины транспортной задержки. Однако при увеличении частоты дискретизации более чем в 2 раза по сравнению с верхней частотой спектра возмущающих сигналов (по теореме Котельникова) дальнейшего улучшения качества регулирования не происходит.

Если контроллер используется не только для регулирования, но и для аварийной сигнализации, то такт дискретизации не может быть меньше, чем допустимая задержка срабатывания сигнала аварии.

### ***Уравнение цифрового ПИД-регулятора***

Основываясь на изложенном выше, уравнение дискретного ПИД-регулятора можно записать в виде

$$u_{i+1} = Ke_i + I_i + u_{Di}$$

где  $i$  - номер временного такта. Величины  $I_i$  и  $u_{Di}$  вычисляются по ранее указанным формулам. Для начала работы алгоритма



выбирают обычно  $u_{D0} = 0$ ,  $I_0 = 0$ ,  $e_0 = 0$ , однако могут быть и другие начальные условия, в зависимости от конкретной задачи регулирования.

Отметим, что алгоритм, полученный путем простой замены операторов дифференцирования и интегрирования в базовой формуле конечными разностями и конечными суммами:

$$u_{i+1} = Ke_i + \frac{1}{T_i} \sum_{k=0}^i e_k + T_d \frac{e_{i+1} - e_i}{\Delta t}$$

(здесь  $k$  – индекс суммирования отсчетов от начала процесса до текущего  $i$ -того временного такта)

обладает плохой устойчивостью и низкой точностью. Однако в простых ПИД-регуляторах чаще всего используют именно его, а недостаток точности компенсируют высоким быстродействием системы, так как с ростом частоты дискретизации различие между приведенным методом и другими, более точными методами стирается.

### ***Настройка ПИД-регулятора***

Существует множество различных методов, позволяющих осуществить подбор параметров ПИД-регулятора. Некоторые основаны на численном моделировании системы автоматического управления. С этими методами вы можете ознакомиться в курсе "Теории автоматического управления". Однако часто расчет параметров по формулам не может дать оптимальной настройки регулятора, поскольку аналитически полученные результаты основываются на сильно упрощенных моделях объекта. В частности, в них не учитывается всегда присутствующая нелинейность типа "ограничение" для управляющего воздействия. Кроме того, модели используют параметры, идентифицированные с некоторой погрешностью. Поэтому после расчета параметров регулятора желательно сделать его подстройку.

Подстройку можно выполнить на основе правил, которые используются для ручной настройки. Эти правила получены из опыта, теоретического анализа и численных экспериментов. Они сводятся к следующему:

- увеличение пропорционального коэффициента увеличивает быстродействие и снижает запас устойчивости;



- с уменьшением интегральной составляющей ошибка регулирования с течением времени уменьшается быстрее;
- уменьшение постоянной интегрирования уменьшает запас устойчивости;
- увеличение дифференциальной составляющей увеличивает запас устойчивости и быстродействие.

Перечисленные правила применяются также для регуляторов, использующих методы экспертных систем и нечеткой логики.

Ручную настройку с помощью правил удобно выполнять с применением интерактивного программного обеспечения на компьютере, временно включенном в контур управления. Для оценки реакции системы на изменение уставки, внешние воздействия или шумы измерений подают искусственные воздействия и наблюдают реакцию на них. После выполнения настройки значения коэффициентов регулятора записывают в память ПИД-контроллера, а компьютер удаляют.

Отметим, что применение правил возможно только после предварительной настройки регулятора по формулам. Попытки настроить регулятор без начального приближенного расчета коэффициентов могут быть безуспешными. Сформулированные выше правила справедливы только в окрестности оптимальной настройки регулятора.

Для начального приближенного расчета коэффициентов можно использовать различные методы, например, широко известный метод *Зиглера–Никольса*.

### ***Метод подбора коэффициентов ПИД-регулятора Зиглера–Никольса***

Суть метода состоит в следующем:

1. Выставляем все коэффициенты ( $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ ) в ноль.
2. Начинаем постепенно увеличивать значение  $K_p$  и следим за реакцией системы. Нам нужно добиться, чтобы в системе начались устойчивые колебания (вызванные перерегулированием). Увеличиваем  $K_p$ , пока колебания системы не стабилизируются (перестанут затухать).

3. Запоминаем текущее значение  $K_p$  (обозначим его  $K_u$ ) и измеряем период колебаний системы ( $T_u$ ).

4. Теперь используем полученные значения  $K_u$  и  $T_u$  для расчета всех параметров ПИД регулятора по формулам:

$$K_p = 0.6K_u$$

$$K_i = 2K_p / T_u$$

$$K_d = K_p \cdot T_u / 8$$

Для дискретных регуляторов нужно еще учесть период дискретизации –  $T$  ( умножить  $K_i$  на  $T$ , разделить  $K_d$  на  $T$ ).

## 1.4 Ход работы

### *Описание мехатронного привода*

Исследуемый мехатронный привод (рис. 1.2) состоит из двигателя постоянного тока 1, редуктора 2, и стержня 3, закрепленного на выходном валу редуктора. На валу редуктора установлен также датчик угла поворота, определяющий положение вала (на рис.2 не показан).

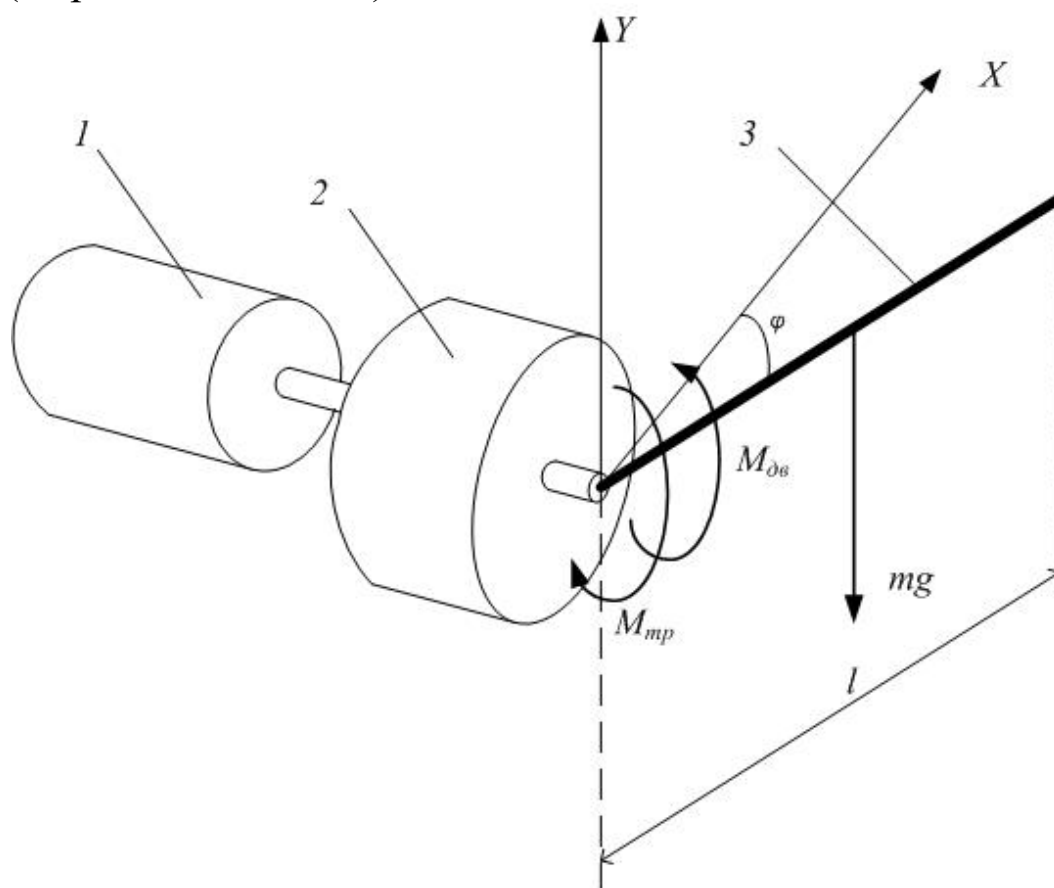


Рис. 1.2 Расчетная схема привода

Для моделирования дискретного регулятора необходима математическая модель объекта управления.

### **Математическая модель объекта управления**

Согласно приведенной расчетной схеме (рис. 1.2) запишем систему математических уравнений описывающих данную систему.

$$\begin{cases} J\ddot{\varphi} = M_{np} - mg \cdot \cos(\varphi) - \mu \cdot \dot{\varphi} - M_{тр} \\ L \frac{di}{dt} + RI + C_E(\dot{\varphi} \cdot i) = U \\ M_{np} = C_M I \end{cases},$$

где  $J$  – момент инерции,  $C_M$  – моментный коэффициент двигателя,  $C_E$  – коэффициент пропорциональности между противо-ЭДС и скоростью вращения вала;  $I$  – ток обмотки якоря двигателя постоянного тока,  $m$  – масса звена,  $\mu$  – коэффициент силы вязкого сопротивления,  $L$  – индуктивность цепи якоря,  $R$  – активное сопротивление цепи якоря,  $M_{тр}$  – момент силы трения, определяемое как:

$$M_{тр} = \begin{cases} -M^{тр.пред} \text{sign}(\dot{\varphi}), & \text{если } \dot{\varphi} \neq 0; \\ -\sum M^{внеш}, & \text{если } \dot{\varphi} = 0 \text{ и } \left| \sum M^{внеш} \right| \leq M^{тр.пред}; \\ -M^{тр.пред} \text{sign}(\sum M^{внеш}), & \text{если } \dot{\varphi} = 0 \text{ и } \left| \sum M^{внеш} \right| > M^{тр.пред}, \end{cases}$$

где:  $M^{тр.пред}$  – предельное значение момента сил трения в шарнире (редукторе),  $\sum M^{внеш}$  – сумма внешних сил.

Моделирование ограничения мощности управляющего питания

$$M_{\partial\partial} = \begin{cases} M_{\partial\partial} = k \cdot I & \text{если } U < U_{\max} \\ M_{\partial\partial} = M_{\partial\partial}^* & \text{если } U \geq U_{\max} \end{cases}$$

### **Математическое моделирование объекта управления в Mathcad**

Приведем листинг программы позволяющей получить решение системы уравнений, описывающих мехатронный привод (рис. 1.3-1.6). В данном случае используется метод Вереле с фиксированным шагом интегрирования.

```

A(Time) :=
dt ← 0.0001      постоянная интегрирования
Count ←  $\frac{\text{Time}}{\text{dt}}$       подсчет количества итераций расчета
m ← 0.5          масса звена
l ← 0.2          длина звена
L ← 0.00008     индуктивность обмоток двигателя
R ← 0.3          сопротивление обмотки
g ← 9.81        ускорение свободного падения
J ←  $\frac{(m \cdot l^2)}{3}$       расчет момента инерции
red ← 20         передаточное число редуктора
Cm ← 0.03       моментная постоянная двигателя
Ce ← 0.03       электрическая постоянная двигателя
W ← 27          предельная мощность источника питания

MtrPr ← 0.01    предельный момент трения
μ ← 0.001      коэффициент момента вязкого сопротивления

fs ← 1000      частота опроса датчика положения
fc ← 200       частота обновления управляющего воздействия
φ ← 0          начальные значения: положения
dφ ← 0         скорости
ddφ ← 0        ускорения
di ← 0         производной от тока
i ← 0          тока в обмотках двигателя

```

Рис. 1.3 Листинг программы (часть I, инициализация)

for j ∈ 0..Count	основной цикл моделирования привода
if mod(j, $\frac{1}{dt \cdot fc}$ ) = 0	условие вызова функции регулятора
U ← $\bullet$	программа регулятора задающая значение управляющего напряжения
di ← $\frac{U - R \cdot i - C_e \cdot d\varphi \cdot red}{L}$	уравнение для производной от тока
i ← i + di · dt	вычисление тока в обмотках двигателя
i ← $\begin{cases} i & \text{if }  i \cdot U  < W \\ \frac{W}{U} & \text{otherwise} \end{cases}$	моделирование ограниченного источника питания
Md ← Cm · i · red	расчет крутящего момента привода
SumM ← ddφ · J - Md + m · g · cos(φ) · $\frac{1}{2}$ + μ · dφ	расчет суммы моментов внешних сил, для определения момента сил трения
if dφ = 0	
Mtr ← MtrPr · sign(SumM) if  SumM  > MtrPr	расчет момента сил трения
Mtr ← SumM otherwise	
Mtr ← MtrPr · sign(dφ) otherwise	
ddφ ← $\frac{Md - m \cdot g \cdot \cos(\varphi) \cdot \frac{1}{2} - \mu \cdot d\varphi - Mtr}{J}$	определение углового ускорения
dφ ← dφ + ddφ · dt	определение угловой скорости
φ ← φ + dφ · dt + $\frac{dd\varphi \cdot dt^2}{2}$	расчет угла поворота
B <sub>j,0</sub> ← t	Сохранение результатов моделирования в массив данных
B <sub>j,1</sub> ← φ	

В

C := A(1)                    пример вызова функции моделирования

t := C<sup>(0)</sup>    φ :=  $\frac{C^{(1)} \cdot 360}{2 \cdot \pi}$     пример переобозначения результатов

Рис. 1.4 Листинг программы (часть II, моделирование)

$\text{if } \text{mod}\left(j, \frac{1}{dt \cdot fs}\right) = 0$	$sd\varphi \leftarrow \frac{[(\varphi_{zad} - s\varphi) - (\text{prev}s\varphi_{zad} - \text{prev}s\varphi)]}{dt \cdot fs}$	расчет дифференциальной составляющей ошибки
$i\varphi \leftarrow [(\varphi_{zad} - s\varphi) \cdot dt \cdot fs + i\varphi]$	$\text{prev}s\varphi \leftarrow s\varphi$	расчет интеграла от ошибки регулирования
$\text{prev}s\varphi_{zad} \leftarrow \varphi_{zad}$	$cU \leftarrow k_p \cdot (\varphi_{zad} - s\varphi) + k_d \cdot sd\varphi + k_i \cdot i\varphi$	формирование управляющего напряжения
$U \leftarrow \begin{cases} cU & \text{if }  cU  < 9 \\ 9 \cdot \text{sign}(cU) & \text{otherwise} \end{cases}$		

Рис. 1.5 Листинг программы (часть III, пример реализации ПИД-регулятора)

$s\varphi \leftarrow \text{round}\left(\frac{\varphi \cdot 360}{2\pi}, 0\right) \text{ if } \text{mod}\left(j, \frac{1}{dt \cdot fs}\right) = 0$	Моделирование измерительной системы
--	-------------------------------------

Рис. 1.6 Листинг программы (часть IV, пример моделирования датчика угла поворота звена)

### 1.5 Пример выполнения (Вариант №0)

Составим алгоритм управляющей программы ПИД-регулятора (рис. 1.7).

Проведем моделирование работы системы автоматического управления. Согласно варианту определим параметры модели.

Параметры электродвигателя подберем согласно электронному каталогу (рис. 1.8).

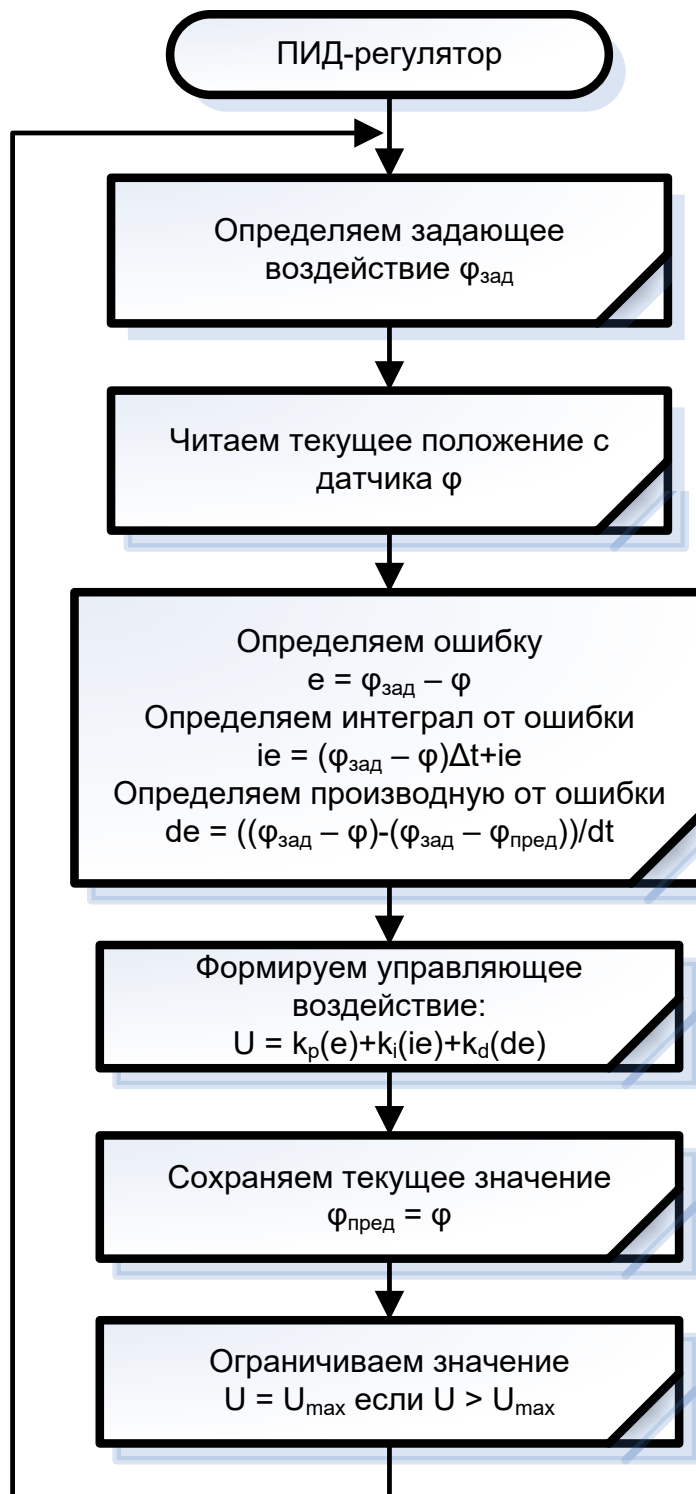
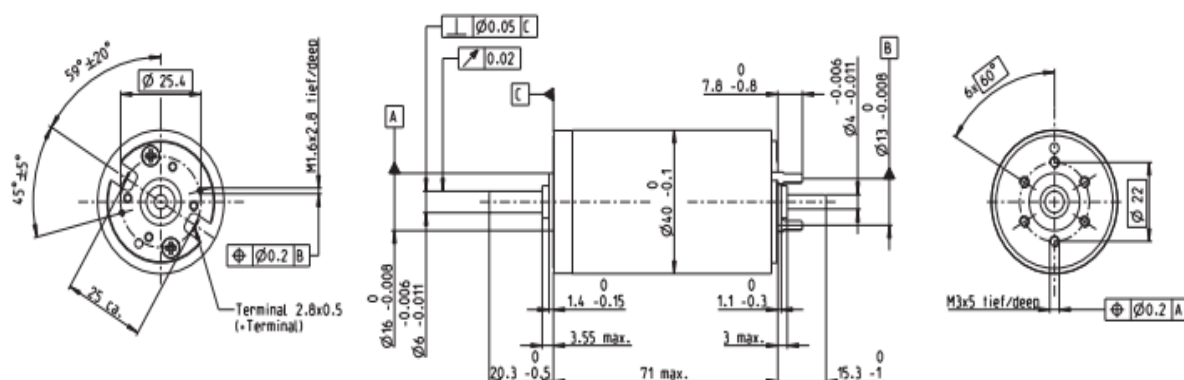


Рис. 1.7 Алгоритм формирования управляющего воздействия ПИД-регулятором



# RE 40 Ø40 mm, Precious Metal Brushes, 25 Watt

NEW



M 1:2

- Stock program
- Standard program
- Special program (on request)

## Part Numbers

448588    448589    **448590**    448591    448592

## Motor Data

Values at nominal voltage		448588	448589	448590	448591	448592	
1	Nominal voltage	V	9	18	24	42	48
2	No load speed	rpm	2850	2850	2780	2920	2690
3	No load current	mA	49.7	24.8	18.1	11	8.62
4	Nominal speed	rpm	2610	2600	2480	2640	2410
5	Nominal torque (max. continuous torque)	mNm	87.8	87.8	88.2	87.6	87.6
6	Nominal current (max. continuous current)	A	2.96	1.48	1.09	0.65	0.524
7	Stall torque	mNm	873	956	794	895	818
8	Starting current	A	29	15.9	9.66	6.53	4.81
9	Max. efficiency	%	92	92	92	92	92
Characteristics							
10	Terminal resistance	Ω	0.311	1.14	2.49	6.43	9.97
11	Terminal inductance	mH	0.0824	0.33	0.613	1.7	2.62
12	Torque constant	mNm/A	30.2	60.3	82.2	137	170
13	Speed constant	rpm/V	317	158	116	69.7	56.2
14	Speed / torque gradient	rpm/mNm	3.27	2.98	3.51	3.27	3.3
15	Mechanical time constant	ms	4.85	4.29	4.36	4.14	4.13
16	Rotor inertia	gcm <sup>2</sup>	142	137	119	121	120

Рис. 1.8 Технические характеристики двигателя RE40(9В)

Согласно таблице технических характеристик (рис. 8), зададимся параметрами двигателя:

$$U_{\text{ном}} = 9\text{В}$$

$$C_M = 0.0302$$

$$C_e = U_{\text{ном}} / \omega_{x.x} = 9 / 298,3 = 0,03 \text{ (Врад)}$$

$$L = 0.00008 \text{ Гн}$$

$$R = 0,3 \text{ Ом}$$

**Параметры нагрузки:**

$$m = 0,5 \text{ кг}$$

$$l = 0.2 \text{ м}$$

$$\text{red} = 20$$

$$M_{\text{тр}} = 0,01 \text{ Нм}$$

$$\mu = 0,001 \text{ кг/с}$$

## Параметры САУ

Разрешение датчика =  $360^\circ$

Частота опроса датчика = 1 кГц

## Результаты моделирования

Покажем результаты моделирования ПИД – регулятора (рис. 1.9-1.14).

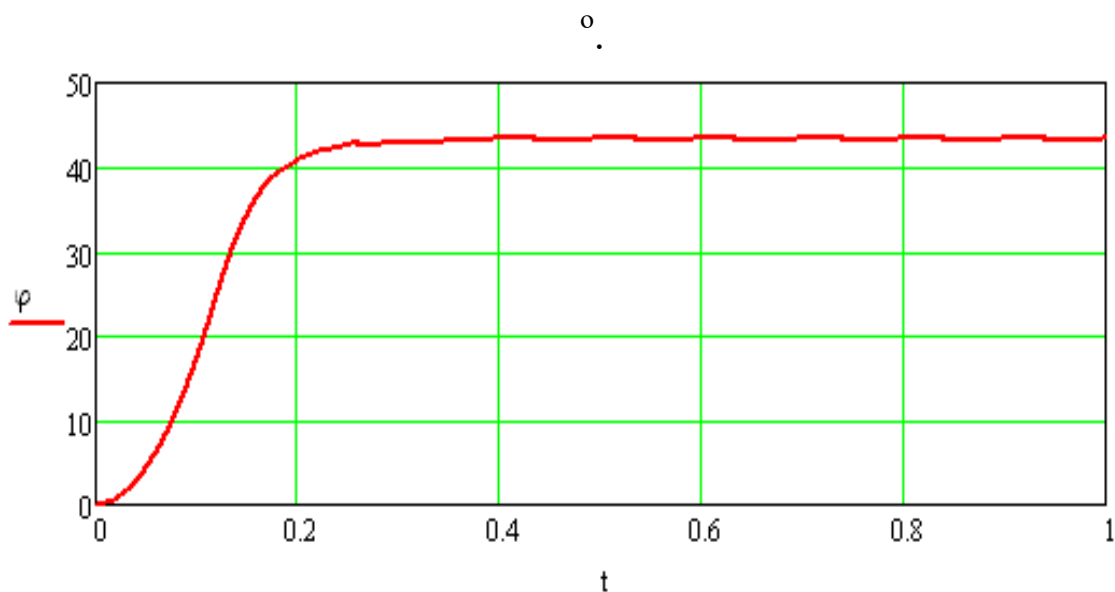


Рис. 1.9 График перемещения звена

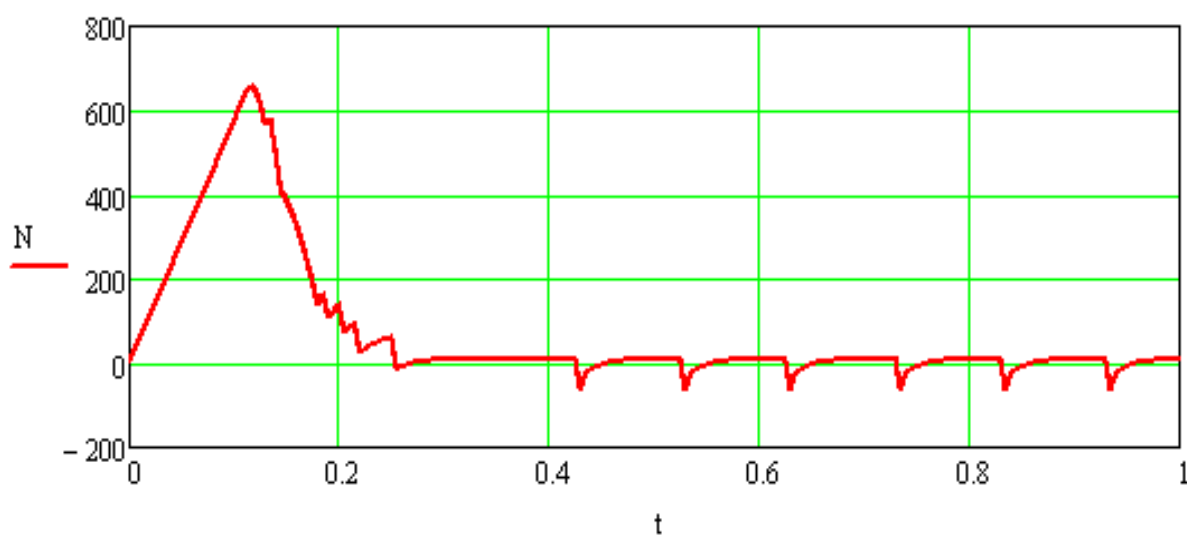


Рис. 1.10 График частоты вращения вала двигателя

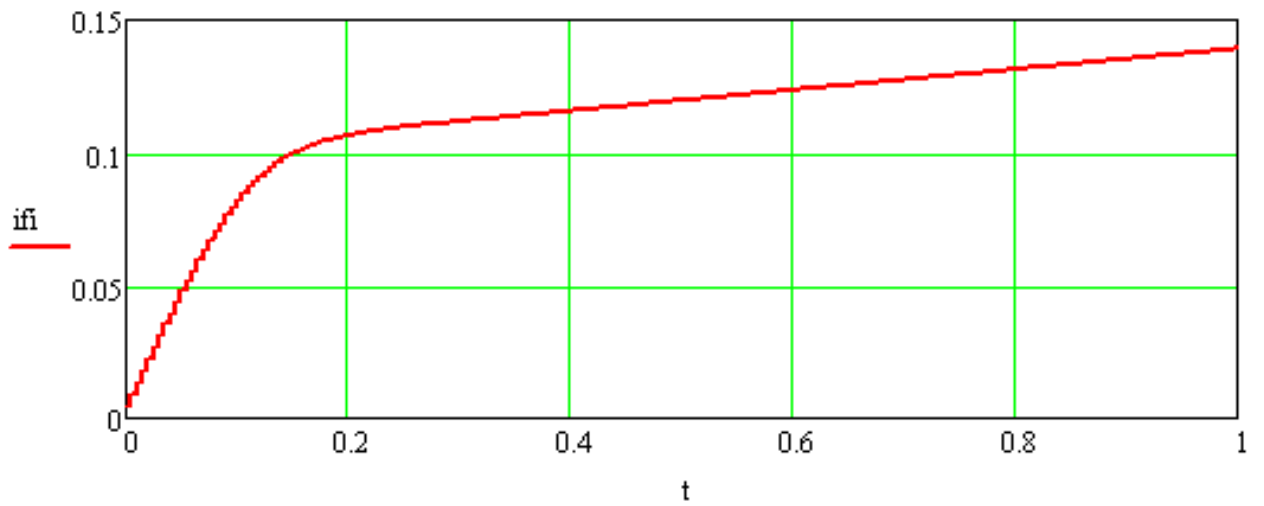


Рис. 1.11 График интегральной ошибки

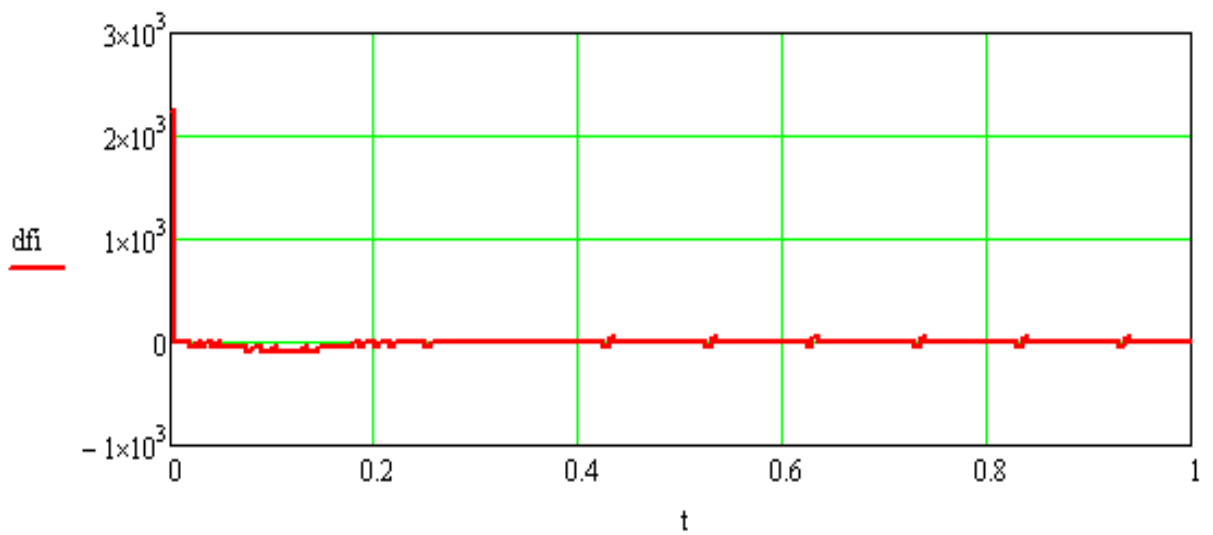


Рис. 1.12 График производной ошибки

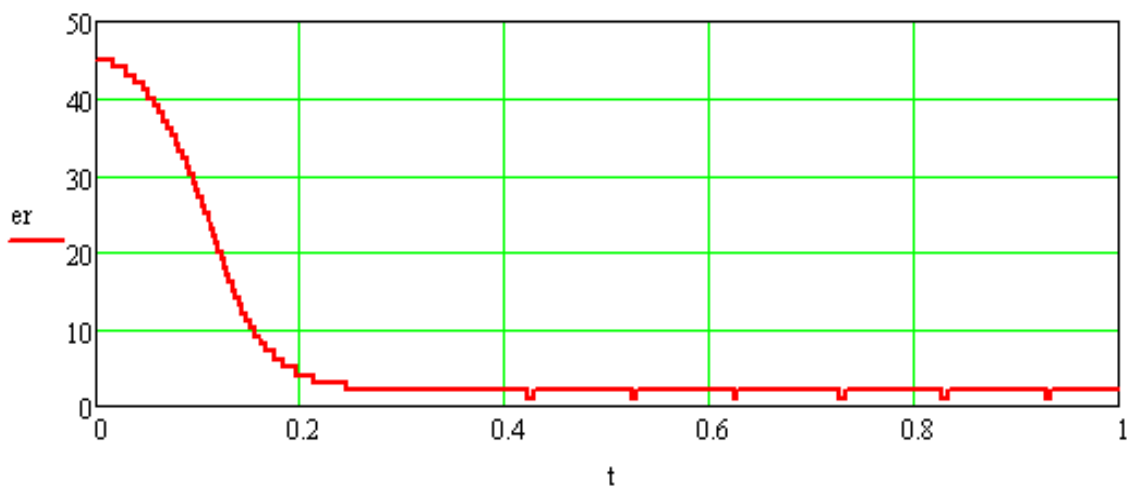


Рис. 1.13 График изменения ошибки

## 1.6 Исходные данные для выполнения работы

№ Варианта	Масса звена, кг	Длина звена, м	Момент силы трения	Модель двигателя	Перед. отнош. редуктора	Частота системы измерения	Частота САУ
0 (пример)	0,5	0,2	0,01	RE40	20	1000	200
1	0,8	0,1	0,015	RE40	20	1000	200
2	1	0,1	0,005	RE40	20	1100	300
3	1,5	0,2	0,02	RE40	30	1200	500
4	0,4	0,2	0,01	RE40	20	1000	200
5	0,8	0,2	0,015	RE40	25	1000	400
6	1	0,1	0,005	RE40	20	1100	300
7	1,5	0,1	0,02	RE40	25	1200	500
9	0,5	0,2	0,01	RE40	20	1000	200
10	0,5	0,2	0,04	RE40	20	1000	200
11	0,8	0,1	0,015	RE30	20	1000	200
12	1	0,1	0,005	RE30	20	1100	300
13	1,5	0,2	0,02	RE30	30	1200	500
14	0,4	0,2	0,01	RE30	20	1000	200
15	0,8	0,2	0,015	RE30	25	1000	400
16	1	0,1	0,005	RE30	20	1100	300
17	1,5	0,1	0,02	RE30	25	1200	500
18	0,5	0,2	0,01	RE30	20	1000	200
19	1,5	0,2	0,01	RE30	40	1000	200
20	1,8	0,1	0,015	RE30	45	1000	200

## **Лабораторная работа № 2. Программная реализация следящей системы автоматического управления**

### **2.1 Цель и задачи работы**

Целью работы является освоение студентами принципов построения и функционирования программного обеспечения для практической реализации следящей системы автоматического управления мехатронного электропривода.

### **2.2 Задание на лабораторную работу**

1. Составить алгоритм программы для цифровой системы управления, реализующий управляемое перемещение звена по требуемому закону.
2. Провести моделирование работы **П**, **ПИ**, **ПИД** регуляторов для требуемых траекторий.
3. Варьируя параметрами системы управления настроить систему управления с приемлемым качеством регулирования.
4. Сделать выводы на основе полученных результатов
5. (дополнительно) на основе составленных алгоритмов, разработать программу на языке высокого уровня.

### **2.3 Краткая теория**

Рассмотренный в курсе ТАУ ПИД-регулятор и его модификации являются теоретическими идеализациями реальных регуляторов, поэтому для их практического воплощения необходимо учесть особенности, порождаемые реальными условиями применения и технической реализации.

К таким особенностям относятся:

- конечный динамический диапазон изменений физических переменных в системе (например, ограниченная мощность нагревателя, ограниченная пропускная способность клапана);

$u < 0$

- ограниченная точность измерений, что требует специальных мер для выполнения операций дифференцирования с приемлемой погрешностью;
- наличие практически во всех системах типовых нелинейностей: насыщение (ограничение динамического диапазона изменения переменных), ограничение скорости нарастания, гистерезис и люфт;
- технологический разброс и случайные вариации параметров регулятора и объекта;
- дискретная реализация регулятора;
- необходимость плавного (безударного) переключения режимов регулирования.

### ***Погрешность дифференцирования и шум***

Проблема численного дифференцирования является достаточно старой и общей как в цифровых, так и в аналоговых регуляторах. Суть ее заключается в том, что производная вычисляется обычно как разность двух близких по величине значений функции, поэтому относительная погрешность производной всегда оказывается больше, чем относительная погрешность численного представления дифференцируемой функции.

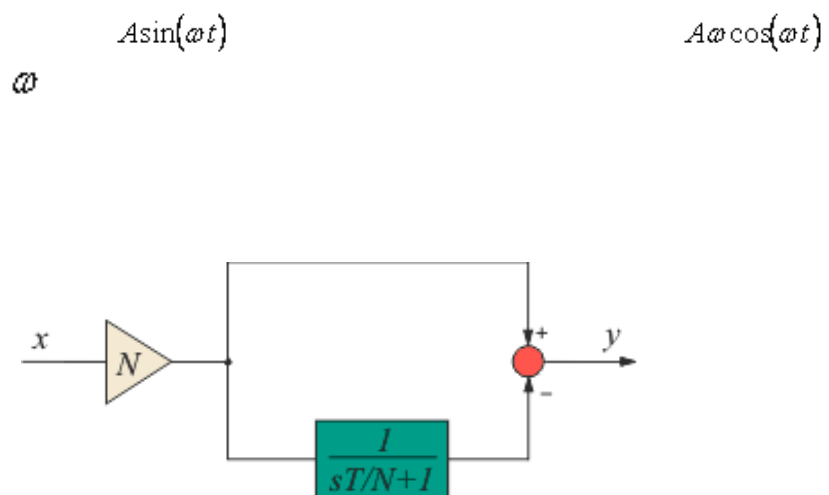


Рис. 2.1 Структурная реализация дифференциального члена ПИД-регулятора

Если помехи, усиленные дифференциатором, лежат за границей рабочих частот ПИД-регулятора, то их можно ослабить с

помощью фильтра верхних частот. Структурная реализация дифференциатора с фильтром показана на рис. 2.1.

$$y = Mx \left( 1 - \frac{1}{sT/N + 1} \right) = \left( \frac{sT}{sT/N + 1} \right) x, \quad D(s)$$

$$D(s) = (sT) \left( \frac{1}{sT/N + 1} \right),$$

где коэффициент  $N$  задает граничную частоту фильтра и обычно выбирается равным 2...20.

$$F(s) = \frac{1}{1 + sT_F + s^2 T_F^2 / 2}.$$

Постоянную времени фильтра обычно выбирают равной  $T_F = T_i / N$ , где  $N = 2...20$ . Граничную частоту фильтра желательно не выбирать ниже частоты  $1/T_i$ , т.к. это усложняет расчет параметров регулятора и запаса устойчивости.

и

Поскольку объект управления обычно является низкочастотным фильтром, шумы измерений редко проникают по контуру регулирования на выход системы. Однако они увеличивают погрешность измерений  $y(t)$  и снижают точность регулирования.



В ПИД регуляторах различают шум с низкочастотным спектром, вызванный внешними воздействиями на объект управления, и высокочастотный шум, связанный с электромагнитными наводками, помехами по шинам питания и земли, с дискретизацией измеряемого сигнала и другими причинами. Низкочастотный шум моделируют как внешние возмущения ( $d(s)$ ), высокочастотный - как шумы измерений ( $n(s)$ ).

### *Интегральное насыщение*

Наиболее типовым проявлением режима ограничения является так называемое "интегральное насыщение", которое возникает в процессе выхода системы на режим в регуляторах с ненулевой постоянной интегрирования  $T_i \neq 0$ .

рис. 2.2-2.3).

На рис. 2.2 Показана реакция выходной переменной  $y(t)$  на скачок входного воздействия  $r(t)$  для ПИ-регулятора при условии ограничения мощности на входе объекта  $w(t)$  и без ограничения. Объект управления – второго порядка,  $T_1 = 0,1с$ ,  $T_2 = 0,05с$ ,  $L = 0,02с$ . Параметры регулятора:  $K = 2$ ,  $T_i = 0,06с$ ,  $T_d = 0$ .

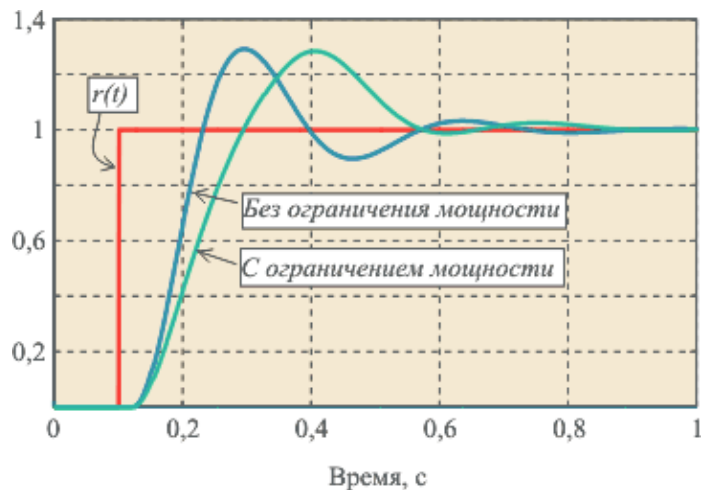


Рис. 2.2 График переходного процесса

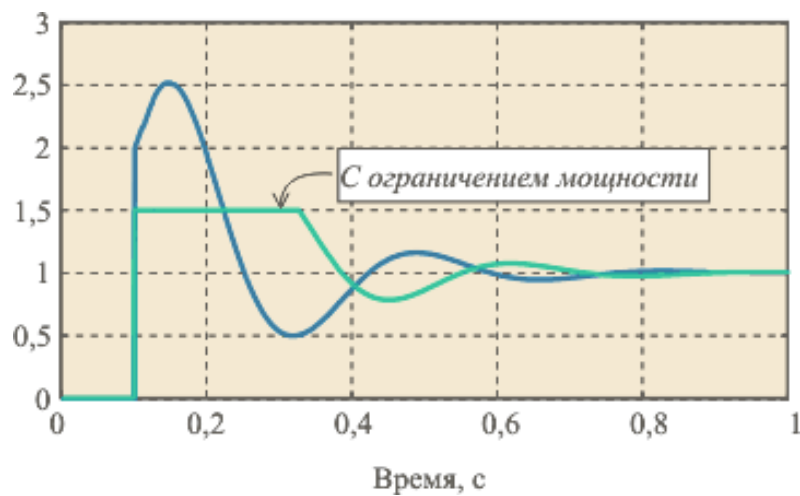


Рис. 2.3 График сигналов на входе объекта управления

На последнем рис. 2.3 показан сигнал на входе объекта  $w(t)$  при условии ограничения мощности и без. Объект – второго порядка,  $T_1 = 0,1с$ ,  $T_2 = 0,05с$ ,  $L = 0,02с$ . Параметры регулятора:  $K = 2$ ,  $T_i = 0,06с$ ,  $T_d = 0$

Аналогичный эффект возникает вследствие ограничения пропорционального и интегрального члена ПИД-регулятора (рис. 2.4-2.5).

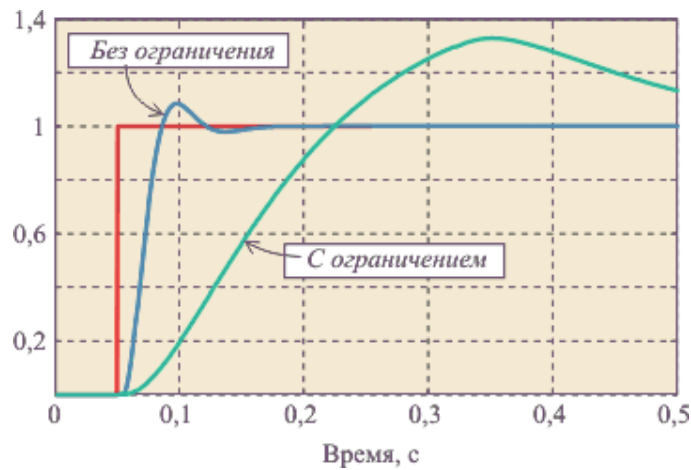


Рис.2.4 График переходного процесса

На рис. 2.4 показана реакция выходной переменной  $y(t)$  на скачок входного воздействия  $r(t)$  для ПИД-регулятора при условии ограничения мощности на входе объекта  $u(t)$  и без ограничения. Объект - второго порядка,  $T_1 = 0,1с$ ,  $T_2 = 0,05с$ ,  $L = 0,02с$ . Параметры регулятора:  $K = 10$ ,  $T_i = 0,014с$ ,  $T_d = 0,3с$ .

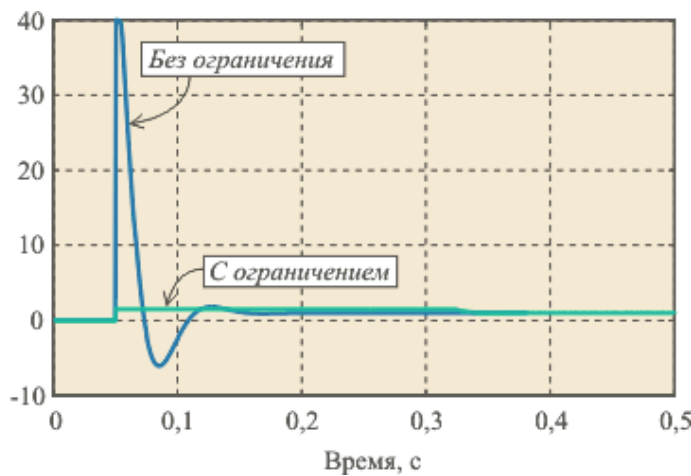


Рис. 2.5 График сигналов на входе объекта управления

На рис. 2.5 показаны сигналы на входе объекта  $u(t)$  в контуре с ПИД-регулятором при условии ограничения мощности и без. Объект – второго порядка,  $T_1 = 0,1с$ ,  $T_2 = 0,05с$ ,  $L = 0,02с$ . Параметры регулятора:  $K = 10$ ,  $T_i = 0,014с$ ,  $T_d = 0,3с$ .

Суть проблемы интегрального насыщения состоит в том, что если сигнал на входе объекта управления  $u(t)$  вошел в зону

насыщения (ограничения), а сигнал рассогласования  $r(t) - y(t) \neq 0$  не равен нулю, интегратор продолжает интегрировать т. е. сигнал на его выходе растет, но этот сигнал не участвует в процессе регулирования и не воздействует на объект вследствие эффекта насыщения. Система управления в этом случае становится эквивалентной разомкнутой системе, сигнал на входе которой равен уровню насыщения управляющего сигнала  $u(t)$ .

Для тепловых систем ограничением снизу обычно является нулевая мощность нагрева, в то время как ПИД-регулятор требует подачи на объект "отрицательной мощности нагрева", т.е. требует охлаждения объекта.

Эффект интегрального насыщения известен давно. В аналоговых регуляторах его устранение было достаточно проблематичным, поскольку в них проблема не могла быть решена алгоритмически, а только аппаратными средствами. С появлением микропроцессоров проблему удается решить гораздо эффективнее. Методы устранения интегрального насыщения обычно являются предметом изобретений, относятся к коммерческой тайне фирм-производителей и защищаются патентами.

Подробно с методами борьбы с различными проблемами реализации цифровых регуляторов можно ознакомиться в литературе, указанной в конце методического руководства.

### ***ПИД-регулятор при обработке траектории***

В предыдущей работе рассматривалась постоянная внутри цикла величина задающего воздействия  $\varphi_{зад}$ , таким образом в начальный момент времени рассогласование имело большое значение. В случае если задающая величина является функцией времени, и в начальный момент равна реальному положению, то ошибка будет иметь меньшие значения.

Для задания требуемой траектории можно использовать как линейную функцию задающего воздействия, так и функцию с плавным разгоном/торможением.

Уравнение для S-образной траектории может иметь вид:

$$T(t) = \frac{3H \cdot t^2}{\tau^2} - \frac{2H \cdot t^3}{\tau^3}, \text{ где } T(t) - \text{уравнение траектории, } H -$$

значение полного перемещения,  $\tau$  - время полного перемещения. Обратим внимание, что при программной реализации, необходимо

учитывать текущее положение объекта управления, а также время  $t$  - в данной формуле, начинается от 0 и заканчивается  $\tau$ . Для этого удобно создать вложенный цикл, рассчитывающий требуемое положение объекта на траектории в конкретный момент времени.

## 2.4 Ход работы

Для моделирования следящей системы автоматического управления при отработке траектории будем использовать математическую модель привода, используемую нами в первой лабораторно работе. Напомним схему мехатронного привода (рис. 2.6).

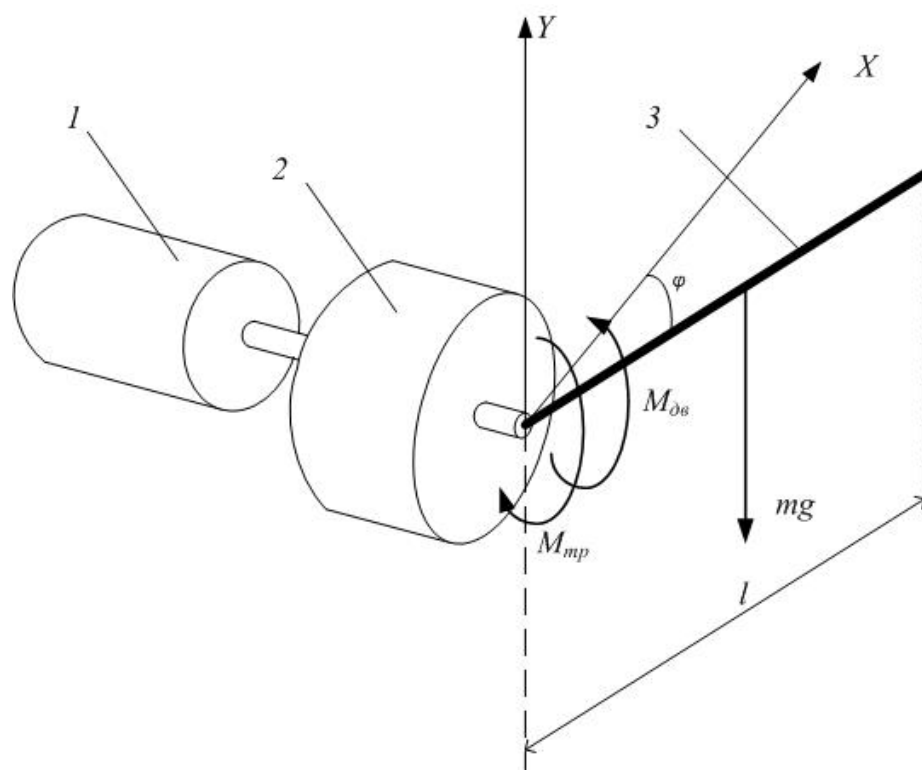


Рис. 2.6 Расчетная схема привода

Мехатронный привод состоит из двигателя постоянного тока 1, редуктора 2, и стержня 3, закрепленного на выходном валу редуктора. На валу редуктора установлен также датчик угла поворота, определяющий положение вала (на рис. не показан). Уравнения также будем использовать из первой работы.

Численное моделирование также проводится в системе MathCAD с использованием метода Верле. Листинг программы моделирования покажем в рамках примера выполнения работы.

## 2.5 Пример выполнения

Согласно вариантам задания определяем из таблице параметры мехатронного привода, массу и длину звена, и т.д. Приведем пример листинга программы моделирования для различных методик реализации траектории движения исполнительного механизма.

Покажем листинг программы моделирования линейной функции задающего воздействия.

```
A(Time) := dt ← 0.0001  
Count ←  $\frac{\text{Time}}{\text{dt}}$   
m ← 0.5  
l ← 0.2  
L ← 0.00005  
R ← 0.5  
g ← 9.807  
J ←  $\frac{(\text{m}\cdot\text{l}^2)}{3}$   
red ← 20  
Cm ← 0.03  
Ce ← 0.03  
MtrPr ← 0.01  
μ ← 0.002  
kp ← 0.5  
ki ← 0  
kd ← 0  
fs ← 1000  
fc ← 1000  
tmin ← 5000  
tmax ← 10000  
k ← 0.009
```

Рис. 2.7 Листинг программы (часть 1)

```

for t ∈ 0..Count
    φzad ←  $\begin{cases} 0 & \text{if } t < t_{\min} \\ \text{otherwise} \\ k \cdot (t - t_{\min}) & \text{if } t_{\min} \leq t \leq t_{\max} \\ 45 & \text{otherwise} \end{cases}$ 
    sφ ←  $\text{round}\left(\frac{\varphi \cdot 360}{2\pi}, 0\right)$  if  $\text{mod}\left(t, \frac{1}{dt \cdot fs}\right) = 0$ 
    if  $\text{mod}\left(t, \frac{1}{dt \cdot fc}\right) = 0$ 
        sdφ ←  $\frac{[(\varphi_{zad} - s\varphi) - (\text{prev}s\varphi_{zad} - \text{prev}s\varphi)]}{dt \cdot fc}$ 
        iφ ←  $[(\varphi_{zad} - s\varphi) \cdot dt \cdot fc + i\varphi]$ 
        prevsφ ← sφ
        prevsφzad ← φzad
        cU ←  $k_p \cdot (\varphi_{zad} - s\varphi) + k_d \cdot sd\varphi + k_i \cdot i\varphi$ 
        U ←  $\begin{cases} cU & \text{if } |cU| < 9 \\ 9 \cdot \text{sign}(cU) & \text{otherwise} \end{cases}$ 
        di ←  $\frac{U - R \cdot i - C_e \cdot d\varphi \cdot \text{red}}{L}$ 
        i ← i + di · dt
        i ←  $\begin{cases} i & \text{if } |i| < 3 \\ 3 \cdot \text{sign}(i) & \text{otherwise} \end{cases}$ 
        Md ←  $C_m \cdot i \cdot \text{red}$ 
        SumM ←  $dd\varphi \cdot J - Md + m \cdot g \cdot \cos(\varphi) \cdot \frac{1}{\gamma} + \mu \cdot d\varphi$ 

```

Рис. 2.8 Листинг программы (часть 2)



```

if dφ = 0
  | Mtr ← MtrPr·sign(SumM) if |SumM| > MtrPr
  | Mtr ← SumM otherwise
Mtr ← MtrPr·sign(dφ) otherwise
Md = m·g·cos(φ)· $\frac{1}{2}$  - μ·dφ - Mtr
ddφ ←  $\frac{Md - m·g·cos(φ)·\frac{1}{2} - μ·dφ - Mtr}{J}$ 
dφ ← dφ + ddφ·dt
φ ← φ + dφ·dt +  $\frac{ddφ·dt^2}{2}$ 
Bt,0 ← t·dt
Bt,1 ← φ
Bt,2 ← sφ
Bt,3 ← iφ
Bt,4 ← sdφ
Bt,5 ←  $\frac{dφ·45·red}{2·π}$ 
Bt,6 ← cU
Bt,7 ← φzad
t ← t + 1

```

Рис. 2.9 Листинг программы (часть 3)

Результаты моделирования можем отобразить в виде таблицы или временных зависимостей.

	0	1	2	3	4	5
E := A(2)	0	-1.126·10 <sup>-6</sup>	0	0	0	-1.075
t := E <sup>(0)</sup>	1·10 <sup>-4</sup>	-2.945·10 <sup>-6</sup>	0	0	0	-2.095
φ := $\frac{E^{(1)}·360}{2·3.14}$	2·10 <sup>-4</sup>	-5.465·10 <sup>-6</sup>	0	0	0	-3.105
sφ := E <sup>(2)</sup>	3·10 <sup>-4</sup>	-8.678·10 <sup>-6</sup>	0	0	0	-4.103
iφ := E <sup>(3)</sup>	4·10 <sup>-4</sup>	-1.258·10 <sup>-5</sup>	0	0	0	-5.091
dfi := E <sup>(4)</sup>	5·10 <sup>-4</sup>	-1.715·10 <sup>-5</sup>	0	0	0	-6.068
NN := E <sup>(5)</sup>	6·10 <sup>-4</sup>	-2.24·10 <sup>-5</sup>	0	0	0	-7.034
er := E <sup>(6)</sup>	7·10 <sup>-4</sup>	-2.831·10 <sup>-5</sup>	0	0	0	-7.99
	8·10 <sup>-4</sup>	-3.488·10 <sup>-5</sup>	0	0	0	-8.936
	9·10 <sup>-4</sup>	-4.21·10 <sup>-5</sup>	0	0	0	-9.871
	1·10 <sup>-3</sup>	-4.996·10 <sup>-5</sup>	0	0	0	-10.796
	1.1·10 <sup>-3</sup>	-5.846·10 <sup>-5</sup>	0	0	0	-11.711
	1.2·10 <sup>-3</sup>	-6.758·10 <sup>-5</sup>	0	0	0	-12.617
	1.3·10 <sup>-3</sup>	-7.733·10 <sup>-5</sup>	0	0	0	-13.512
	1.4·10 <sup>-3</sup>	-8.769·10 <sup>-5</sup>	0	0	0	-14.398
	1.5·10 <sup>-3</sup>	-9.866·10 <sup>-5</sup>	0	0	0	...

Рис. 2.10 Вывод результатов моделирования

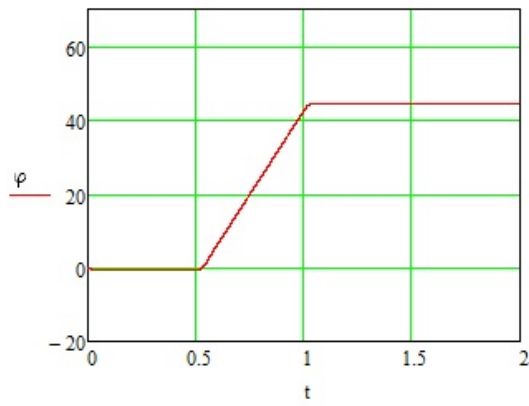


Рис. 2.11 График фактического перемещения звена

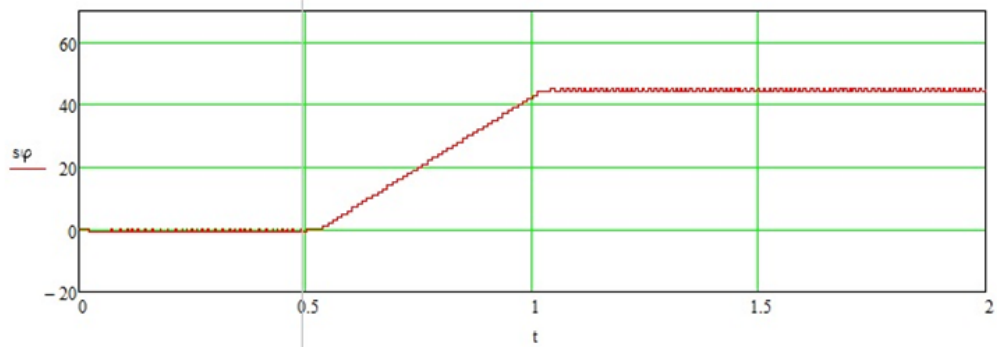


Рис. 2.12 Перемещение, полученное с датчика

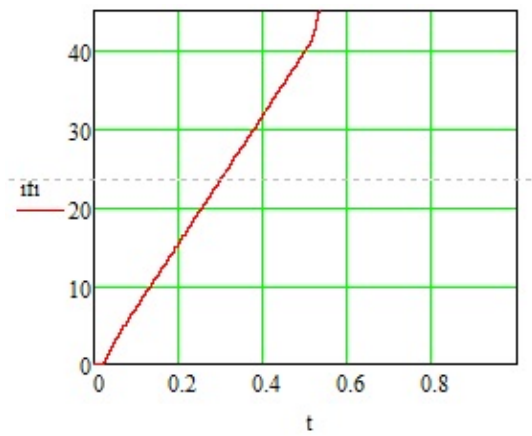


Рис. 2.13 График интегральной ошибки

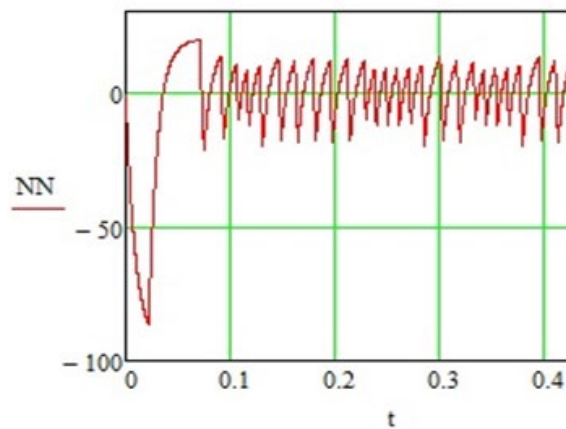


Рис. 2.14 График частоты вращения вала двигателя

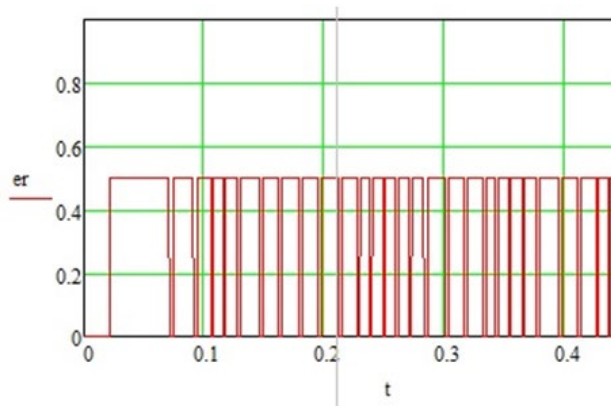


Рис. 2.15 График изменения ошибки

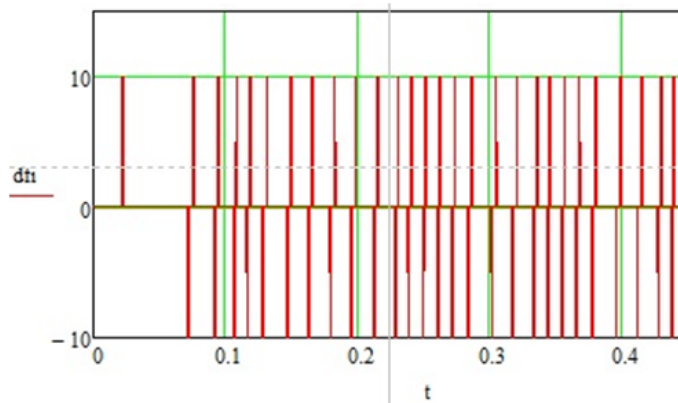


Рис. 2.16 График производной ошибки

***Тригонометрическая функция задающего воздействия***

```

for t ∈ 0..Count
  φzad ←
    0 if t < tmin
    otherwise
      -25·cos[w·(t - tmin)] + 25 if tmin ≤ t ≤ tmax
      45 otherwise

```

Рис. 2.17. Листинг программы (задание тригонометрической функции)

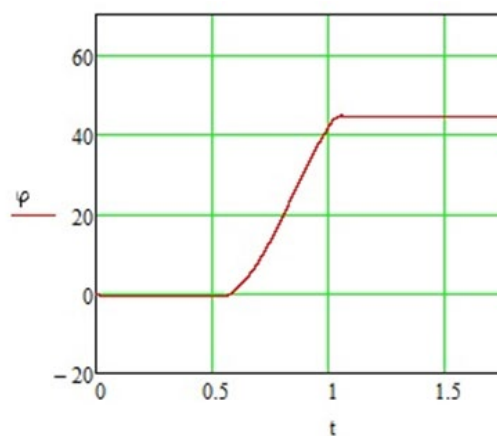


Рис. 2.18. График перемещения звена

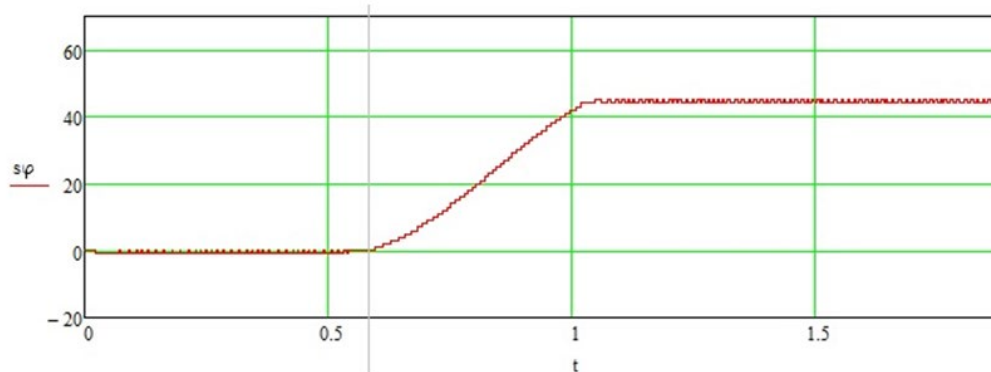


Рис. 2.19. График перемещения звена

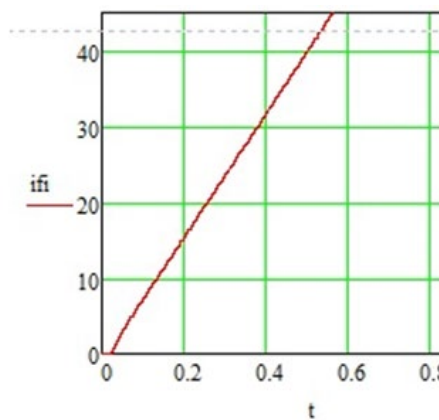


Рис. 2.20. График интегральной ошибки

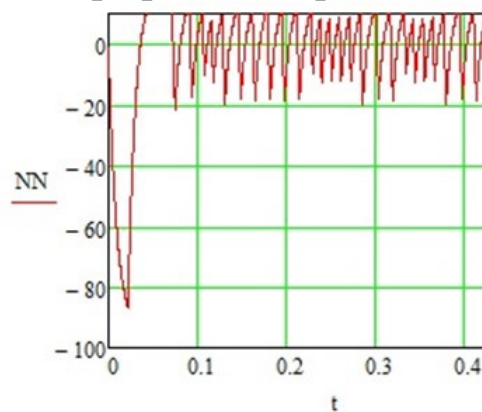
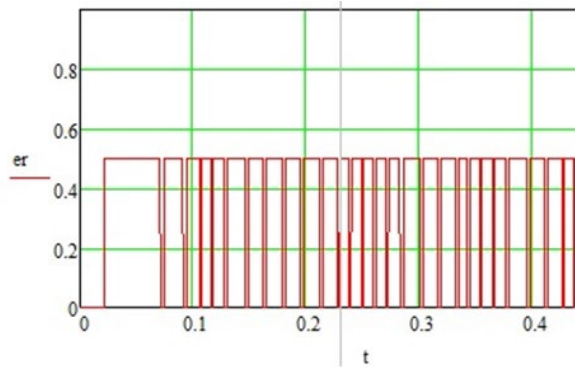


Рис. 2.21. График частоты вращения вала двигателя



### Степенная функция задающего воздействия

```

for t ∈ 0..Count
  φzad ← 0 if t < tmin
  otherwise
     $\frac{3H(t - tmin)^2}{(tmax - tmin)^2} - \frac{2H(t - tmin)^3}{(tmax - tmin)^3}$  if tmin ≤ t ≤ tmax
  45 otherwise

```

Рис. 2.23 Листинг программы (задание степенной функции)

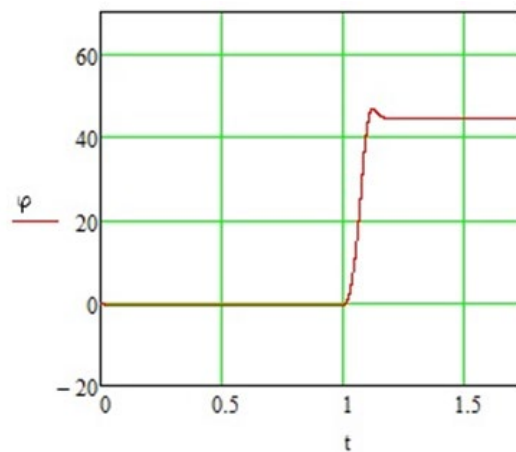


Рис. 2.24 График перемещения звена

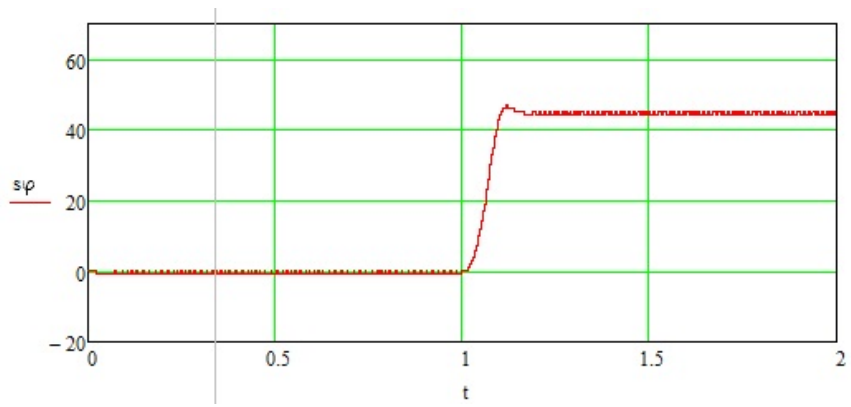


Рис. 2.25 График перемещения звена, полученные с датчика

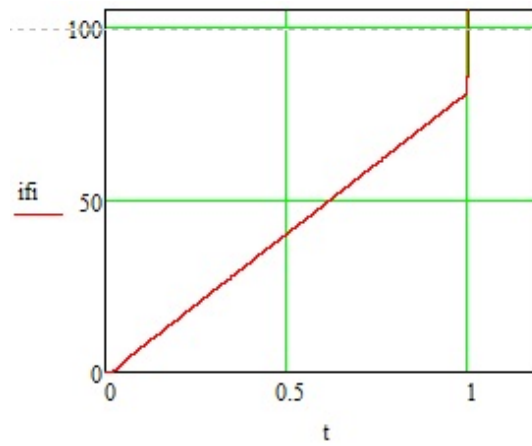


Рис. 2.26 График интегральной ошибки

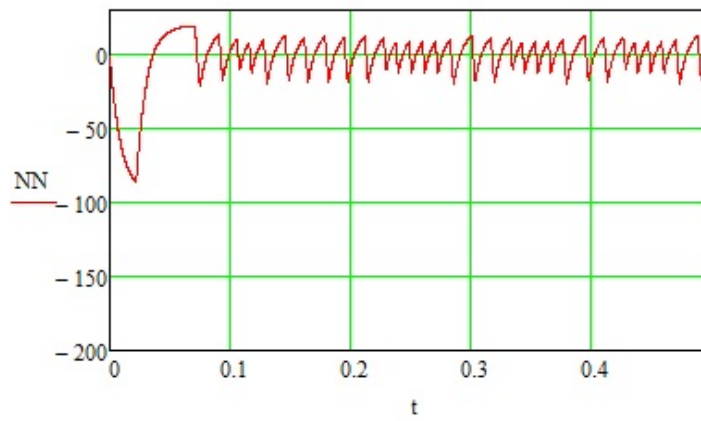


Рис. 2.27 График частоты вращения вала двигателя

## 2.6 Исходные данные для выполнения работы

№ Варианта	Масса звена, кг	Длина звена, м	Момент силы трения	Модель двигателя	Перед. отнош. редуктора	Частота системы измерения	Частота САУ
0 (пример)	0,5	0,2	0,01	RE40	20	1000	200
1	0,8	0,1	0,015	RE40	20	1000	200
2	1	0,1	0,005	RE40	20	1100	300
3	1,5	0,2	0,02	RE40	30	1200	500
4	0,4	0,2	0,01	RE40	20	1000	200
5	0,8	0,2	0,015	RE40	25	1000	400
6	1	0,1	0,005	RE40	20	1100	300
7	1,5	0,1	0,02	RE40	25	1200	500
9	0,5	0,2	0,01	RE40	20	1000	200
10	0,5	0,2	0,04	RE40	20	1000	200
11	0,8	0,1	0,015	RE30	20	1000	200
12	1	0,1	0,005	RE30	20	1100	300
13	1,5	0,2	0,02	RE30	30	1200	500
14	0,4	0,2	0,01	RE30	20	1000	200
15	0,8	0,2	0,015	RE30	25	1000	400
16	1	0,1	0,005	RE30	20	1100	300
17	1,5	0,1	0,02	RE30	25	1200	500
18	0,5	0,2	0,01	RE30	20	1000	200
19	1,5	0,2	0,01	RE30	40	1000	200
20	1,8	0,1	0,015	RE30	45	1000	200



## **Лабораторная работа № 3. Программная реализация системы управления двухзвенным манипулятором**

### **3.1 Цель и задачи работы**

Целью работы является освоение студентами принципов построения и функционирования программного обеспечения для практической реализации системы автоматического управления двухзвенным манипулятором.

### **3.2 Задание для лабораторной работы**

1. Разработать алгоритм формирования управляющего воздействия для приводов манипулятора согласно требуемому закону перемещения исполнительного органа.
2. Провести моделирование работы системы в среде Mathcad для требуемых траекторий.
3. Исследовать влияние параметров системы на качество управления и ошибку позиционирования звеньев.
4. Сделать выводы на основе полученных результатов

### **3.3 Краткая теория**

Для манипуляторов и других примеров многозвенных роботов актуальными являются решение основных задач кинематики.

Прямая задача – это вычисление положения  $(X, Y, Z)$  рабочего органа манипулятора по его кинематической схеме и заданной ориентации  $(A_1, A_2 \dots A_n)$  его звеньев ( $n$  – число степеней свободы манипулятора,  $A$  – углы поворота).

Обратная задача – это вычисление углов  $(A_1, A_2 \dots A_n)$  по заданному положению  $(X, Y, Z)$  рабочего органа и опять же известной схеме его кинематики.

Т.о., решение прямой задачи говорит – где будет находиться рабочий орган манипулятора, при заданных углах его суставов, а обратная задача, наоборот, говорит: как нужно переместиться звеньям манипулятора, чтобы его рабочий орган оказался в заданном положении.

Очевидно, что более распространённой и важной является именно обратная задача кинематики.

Но нужно иметь в виду, что эта задача редко может быть решена однозначно.

При решении обратной задачи аналитически, эта неоднозначность проявляется в явном виде (например, через квадратные корни).

Существует ряд методов позволяющих решить обратную задачу кинематики даже в случае наличия избыточных степеней свободы.

К аналитическим методам можно отнести:

- Метод обратных преобразований (суть метода заключается в определении углов поворотов звеньев из уравнений для отдельных элементов имеющегося матричного уравнения)
- Метод бикватернионных матриц (используются дуальные параметры Родрига – Гамильтона)
- Метод, основанный на геометрическом подходе.

К недостаткам аналитического решения относятся сложность получения обобщенных координат в явном виде и неопределенность, связанная с кинематической неоднозначностью и используемыми тригонометрическими функциями. Однако, основным недостатком все же является невозможность получения решения для произвольных конструкций манипуляторов. Вернее, манипуляторы уже проектируются с учетом того, что описание кинематики будет возможно с помощью аналитических выражений.

Кроме аналитических методов широко используются численные методы, методы локального поиска. Итеративный подход позволяет добиться требуемой точности для различных конфигураций манипуляторов.

Наиболее простым в программной реализации, является метод, основанный на геометрических соотношениях. Так, например, в промышленных манипуляторах SCARA используется следующий подход.

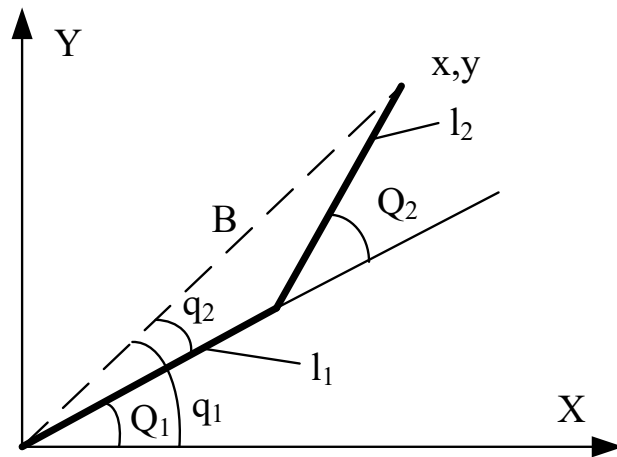


Рис. 3.1 Расчетная схема манипулятора

Для данной схемы, можно записать:

$$B = \sqrt{x^2 + y^2},$$

$$q_1 = \arctg(y / x),$$

$$q_2 = \arccos\left(\frac{l_1^2 - l_2^2 + B^2}{2l_1 B}\right),$$

$$Q_1 = q_1 - q_2,$$

$$Q_2 = \pi - \arccos\left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - B^2}{2l_1 l_2}\right),$$

где  $Q_1$  и  $Q_2$  – это и есть искомые углы относительного поворота звеньев.

### 3.4.Ход работы

#### *Математическая модель двухзвенного манипулятора*

На рис. 3.2 показана схема двухзвенного манипулятора, состоящего из основания 1, электроприводов 2 и 3, звеньев 4 и 5, и исполнительного органа 6.

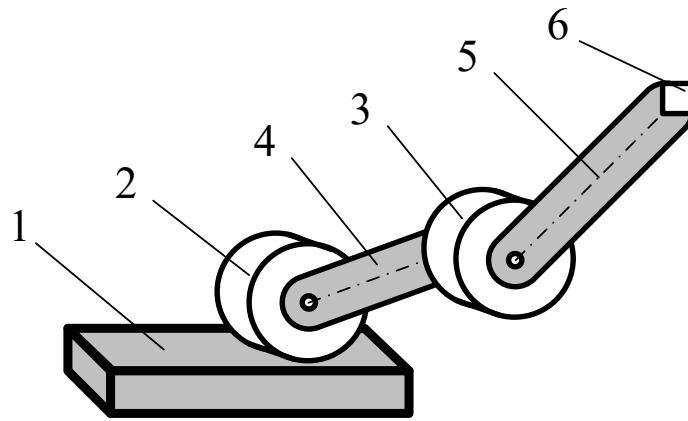


Рис. 3.2. Схема двухзвенного манипулятора

Для математического описания данной конструкции рассмотрим расчетную схему, показанную на рис. 3.3.

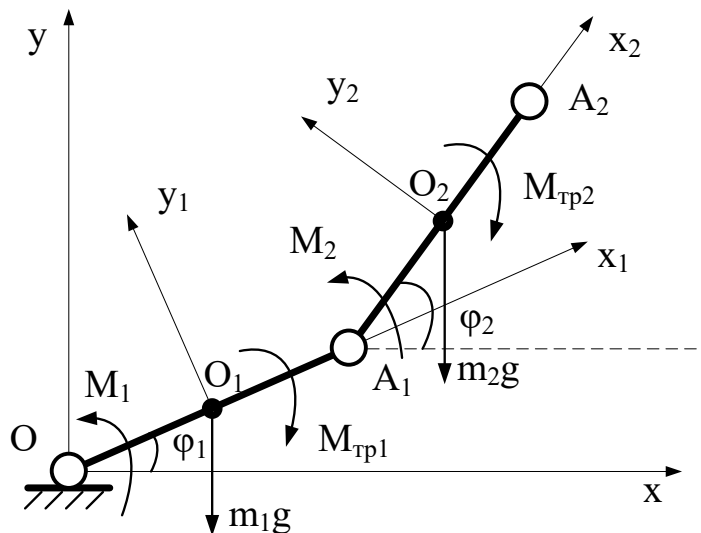


Рис. 3.3 Расчетная схема электромеханического устройства

Согласно приведенной схеме: Звенья  $OA_1$  и  $A_1A_2$  осуществляют перемещение рабочего органа, точки  $A_2$ , под действием крутящих моментов  $M_1$  и  $M_2$ . Примем, что центры масс звеньев  $OA_1$  и  $A_1A_2$  расположены в их геометрических центрах  $O_1$ ,  $O_2$ . Введем подвижные системы координат  $X_1Y_1O_1$  и  $X_2Y_2O_2$  связанные с центрами масс звеньев.

Рассмотрим частный случай, при котором, на манипулятор не действуют внешние силы, а нагрузка на приводы определяется силой тяжести, моментом силы трения, а также инерционными силами возникающими в системе.

Для исследования динамики движения устройства в качестве обобщенных координат примем абсолютные углы поворота обоих звеньев длинами  $l_1, l_2$  и массами  $m_1, m_2$ , относительно их центров масс:  $\varphi_1, \varphi_2$ . Далее, запишем дифференциальные уравнения, воспользовавшись уравнением Лагранжа 2-го рода, при этом правые части уравнения найдем методом возможных перемещений. Итоговая система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_2 \left( J_{A_2} + \frac{m_2 l_2^2}{4} \right) + \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 \ddot{\varphi}_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 \dot{\varphi}_1^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) = \\ = M_2 - M_{fr2} - m_2 g \frac{l_2}{2} \cos(\varphi_2) \\ \ddot{\varphi}_1 \left( J_{A_1} + m_1 l_1^2 \right) + \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 \ddot{\varphi}_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 \dot{\varphi}_2^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) = \\ = M_1 - M_{fr1} - m_2 g l_2 \cos(\varphi_1) - m_1 g \frac{l_1}{2} \cos(\varphi_1) \end{cases}$$

Здесь:  $J_{A_1}, J_{A_2}$  - моменты инерции звеньев, а моменты трения определяется как:

$$M_{tr_i} = \begin{cases} M^{тр.пред} \text{sign}(\dot{\varphi}_i), & \text{если } \dot{\varphi}_i \neq 0; \\ \sum M_i^{внеш}, & \text{если } \dot{\varphi}_i = 0 \text{ и } \left| \sum M_i^{внеш} \right| \leq M_i^{тр.пред}; \\ M^{тр.пред} \text{sign}(\sum M_i^{внеш}), & \text{если } \dot{\varphi}_i = 0 \text{ и } \left| \sum M_i^{внеш} \right| > M_i^{тр.пред}, \end{cases}$$

Для электроприводов можно записать следующее уравнение:

$$L_y \frac{dI_y}{dt} + r_y I_y + C_e \dot{\varphi}_i^* \cdot i_{ред} = U_i,$$

где  $L_y$  - индуктивность обмотки двигателя,  $r_y$  - сопротивление обмотки,  $C_e$  - электромеханический коэффициент двигателя,  $i_{ред}$  - передаточное отношение редуктора. При этом  $I_y$  - ток в цепи якоря определяющий крутящий момент электродвигателя:  $M_i = C_M I_y i_{ред} \cdot U_i$  - управляющее напряжение формируемое системой управления.

### ***Программная реализация модели в среде Mathcad***

Далее покажем листинг программы математического моделирования управляемого движения двухзвенного манипулятора в среде Mathcad.

M1 := 0    L1 := 0.1    m1 := 0.05

g := 9.81

M2 := 0    L2 := 0.1    m2 := 0.05

$$JA1 := \frac{m1 \cdot L1^2}{12} \quad JA2 := \frac{m2 \cdot L2^2}{12}$$

```
Func(Time) := | dt ← 0.00001  
                | Count ←  $\frac{Time}{dt}$   
                | d $\varphi$ 2 ← 0  
                | d $\varphi$ 2 ← 0  
                |  $\varphi$ 2 ← 0  
                | d $\varphi$ 1 ← 0  
                | d $\varphi$ 1 ← 0  
                |  $\varphi$ 1 ← 0  
                | L ← 0.00008  
                | R ← 0.3  
                | red ← 10  
                | Cm ← 0.03  
                | Ce ← 0.03  
                | MtrPr ← 0.01  
                | W ← 27  
                | I1 ← 0  
                | I2 ← 0  
                | kp ← 0.5  
                | ki ← 0  
                | kd ← 0  
                | fs ← 1000  
                | fc ← 200  
                | NULL ← 0.0001
```

Рис. 3.4 Листинг. Часть 1. Инициализация переменных

```

for i ∈ 0..Count
  if mod(i,  $\frac{1}{dt \cdot fs}$ ) = 0
    | s $\varphi$ 1 ← round( $\frac{\varphi_1 \cdot 360}{2 \cdot \pi}, 0$ )
    | s $\varphi$ 2 ← round( $\frac{(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot 360}{2 \cdot \pi}, 0$ )
  if mod(i,  $\frac{1}{dt \cdot fc}$ ) = 0
    |  $\varphi$ zad1 ← 45
    | sd $\varphi$ 1 ←  $\frac{[(\varphi_{zad1} - s\varphi_1) - (prevs\varphi_{zad1} - prevs\varphi_1)]}{dt \cdot fc}$ 
    | i $\varphi$ 1 ←  $[(\varphi_{zad1} - s\varphi_1) \cdot dt \cdot fc + i\varphi_1]$ 
    | prevs $\varphi$ 1 ← s $\varphi$ 1
    | prevs $\varphi$ zad1 ←  $\varphi$ zad1
    | cU1 ← kp · ( $\varphi$ zad1 - s $\varphi$ 1) + kd · sd $\varphi$ 1 + ki · i $\varphi$ 1
    | U1 ←  $\begin{cases} cU1 & \text{if } |cU1| < 9 \\ 9 \cdot \text{sign}(cU1) & \text{otherwise} \end{cases}$ 
    |  $\varphi$ zad2 ← 45
    | sd $\varphi$ 2 ←  $\frac{[(\varphi_{zad2} - s\varphi_2) - (prevs\varphi_{zad2} - prevs\varphi_2)]}{dt \cdot fc}$ 
    | i $\varphi$ 2 ←  $[(\varphi_{zad2} - s\varphi_2) \cdot dt \cdot fc + i\varphi_2]$ 
    | prevs $\varphi$ 2 ← s $\varphi$ 2
    | prevs $\varphi$ zad2 ←  $\varphi$ zad2
    | cU2 ← kp · ( $\varphi$ zad2 - s $\varphi$ 2) + kd · sd $\varphi$ 2 + ki · i $\varphi$ 2
    | U2 ←  $\begin{cases} cU2 & \text{if } |cU2| < 9 \\ 9 \cdot \text{sign}(cU2) & \text{otherwise} \end{cases}$ 

```

Рис. 3.5 Листинг. Часть 2. Программная реализация моделирования САУ

$$\begin{aligned}
dI1 &\leftarrow \frac{U1 - R \cdot I1 - Ce \cdot d\varphi1 \cdot \text{red}}{L} \\
dI2 &\leftarrow \frac{U2 - R \cdot I2 - Ce \cdot d\varphi2 \cdot \text{red}}{L} \\
I1 &\leftarrow I1 + dI1 \cdot dt \\
I2 &\leftarrow I2 + dI2 \cdot dt \\
I1 &\leftarrow \begin{cases} I1 & \text{if } |I1 \cdot U1| < W \\ \frac{W}{U1} & \text{otherwise} \end{cases} \\
I2 &\leftarrow \begin{cases} I2 & \text{if } |I2 \cdot U2| < W \\ \frac{W}{U2} & \text{otherwise} \end{cases} \\
M1 &\leftarrow Cm \cdot I1 \cdot \text{red} \\
M2 &\leftarrow Cm \cdot I2 \cdot \text{red} \\
\text{SumM1} &\leftarrow M1 - m2 \cdot g \cdot L2 \cdot \cos(\varphi1) + m1 \cdot g \cdot \frac{L1}{2} \cdot \cos(\varphi1) - \frac{1}{2} \cdot m2 \cdot L1 \cdot L2 \cdot dd\varphi2 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2) - \frac{1}{2} \cdot m2 \cdot L1 \cdot L2 \cdot d\varphi2^2 \cdot \sin(\varphi1 - \varphi2) - dd\varphi1 \cdot (JA1 + m1 \cdot L1^2) \\
\text{SumM2} &\leftarrow M2 - m2 \cdot g \cdot \frac{L2}{2} \cdot \cos(\varphi2) + \frac{1}{2} \cdot m2 \cdot L1 \cdot L2 \cdot d\varphi1^2 \cdot \sin(\varphi1 - \varphi2) - \frac{1}{2} \cdot m2 \cdot L1 \cdot L2 \cdot dd\varphi1 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2) - dd\varphi2 \cdot \left( JA2 + \frac{m2 \cdot L2^2}{4} \right) \\
dd\varphi2 &\leftarrow \frac{\left( M2 - 0 - m2 \cdot g \cdot \frac{L2}{2} \cdot \cos(\varphi2) + \frac{1}{2} \cdot m2 \cdot L1 \cdot L2 \cdot d\varphi1^2 \cdot \sin(\varphi1 - \varphi2) - \frac{1}{2} \cdot m2 \cdot L1 \cdot L2 \cdot dd\varphi1 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2) \right)}{JA2 + \frac{m2 \cdot L2^2}{4}} \\
d\varphi2 &\leftarrow d\varphi2 + dd\varphi2 \cdot dt \\
\varphi2 &\leftarrow \varphi2 + d\varphi2 \cdot dt + \frac{dd\varphi2 \cdot dt^2}{2} \\
dd\varphi1 &\leftarrow \frac{\left( M1 - 0 - m2 \cdot g \cdot L2 \cdot \cos(\varphi1) + m1 \cdot g \cdot \frac{L1}{2} \cdot \cos(\varphi1) - \frac{1}{2} \cdot m2 \cdot L1 \cdot L2 \cdot dd\varphi2 \cdot \cos(\varphi1 - \varphi2) - \frac{1}{2} \cdot m2 \cdot L1 \cdot L2 \cdot d\varphi2^2 \cdot \sin(\varphi1 - \varphi2) \right)}{JA1 + m1 \cdot L1^2} \\
d\varphi1 &\leftarrow d\varphi1 + dd\varphi1 \cdot dt \\
\varphi1 &\leftarrow \varphi1 + d\varphi1 \cdot dt + \frac{dd\varphi1 \cdot dt^2}{2} \\
x1 &\leftarrow L1 \cdot \cos(\varphi1) \\
y1 &\leftarrow L1 \cdot \sin(\varphi1) \\
x3 &\leftarrow L1 \cdot \cos(\varphi2) + L2 \cdot \cos(\varphi2) \\
y3 &\leftarrow L1 \cdot \sin(\varphi2) + L2 \cdot \sin(\varphi2)
\end{aligned}$$

Рис. 3.6 Листинг. Часть 3. Моделирование динамики манипулятора

$$\begin{aligned}
M_{i,0} &\leftarrow dt \cdot i \\
M_{i,1} &\leftarrow \varphi1 \\
M_{i,2} &\leftarrow \varphi2 \\
M_{i,3} &\leftarrow x1 \\
M_{i,4} &\leftarrow y1 \\
M_{i,5} &\leftarrow x3 \\
M_{i,6} &\leftarrow y3
\end{aligned}$$

A := Func(2)

Рис. 3.7 Листинг. Часть 4. Сохранение результатов



### 3.5 Пример выполнения

В работе требуется осуществить перемещение рабочего органа по окружности с центром в точке с координатами:  $X = 0.6l_1$   $Y = 0.4l_2$  и радиусом  $0.5l_1$

Рассмотрим схему перемещения звена робота

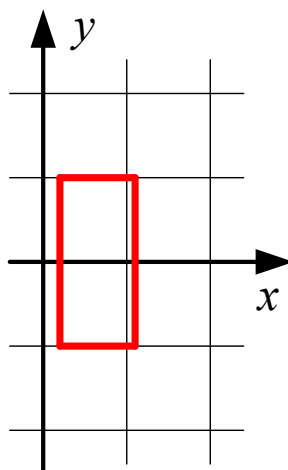


Рис. 3.8 Схема траектории выходного звена манипулятора

Зададим траекторию перемещения четырьмя точками, тогда фрагмент программы в `mathcad`, задающий координаты, будет иметь вид:

```

if i < 1000001
  if i < 200000
    xh ← 0.01
    yh ← -0.05
  otherwise
    if i < 400000
      xh ← 0.055
      yh ← -0.05
    otherwise
      if i < 600000
        xh ← 0.055
        yh ← 0.05
      otherwise
        if i < 800000
          xh ← 0.01
          yh ← 0.05
        otherwise
          if i < 1000000
            xh ← 0.01
            yh ← -0.05
          otherwise
            xh ← 0.01
            yh ← -0.05

```

Рис. 3.9 Фрагмент листинга задающие координаты выходного звена

Результаты моделирования представим в виде графиков. После решения обратной задачи, требуемые углы поворота будут иметь вид.

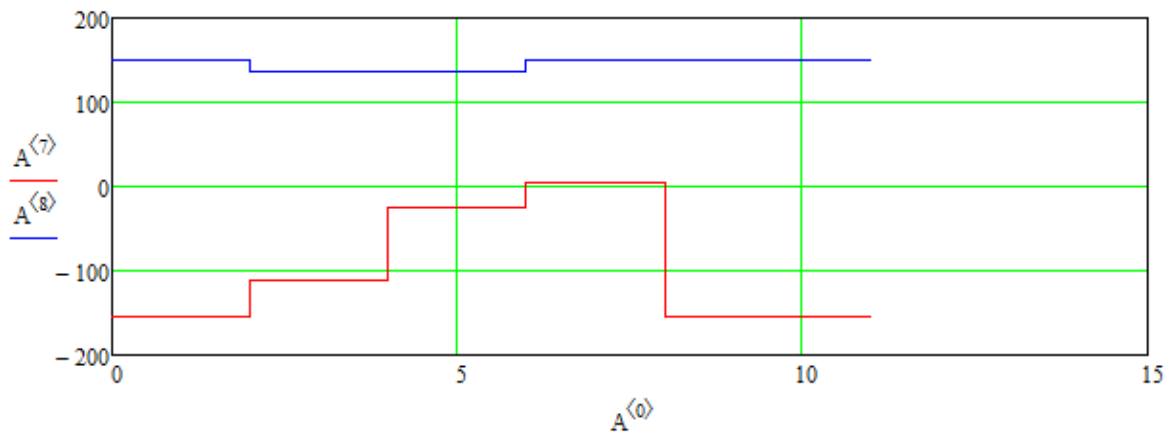


Рис. 3.10 Временные диаграммы задающих воздействий

Углы поворота, обрабатываемые манипулятором, при этом будут иметь вид.

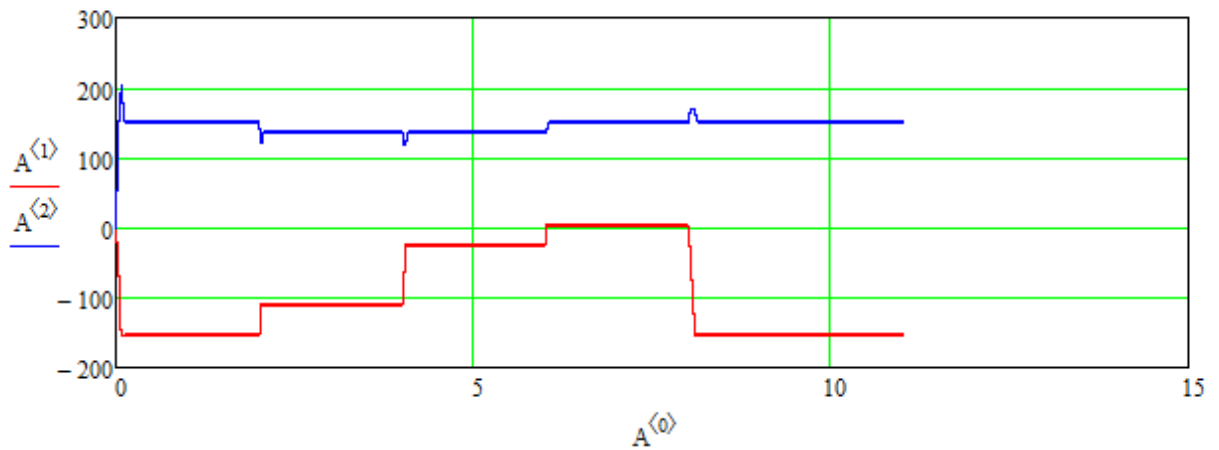


Рис. 3.11 Временные диаграммы углов

При этом траектория выходного звена выглядит следующим образом

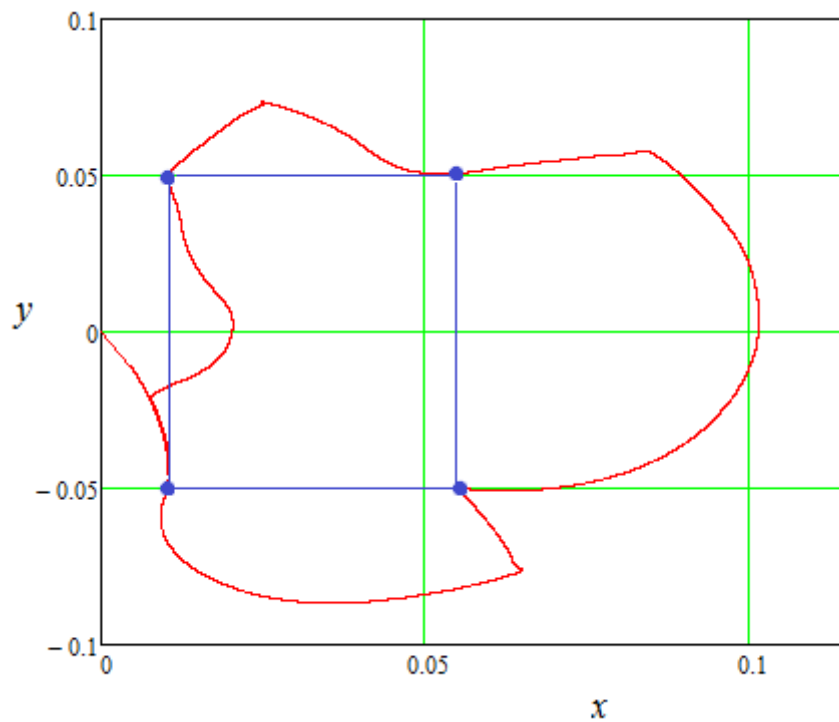


Рис. 3.12 График траектории выходного звена

Как показали результаты моделирования 4х точек для задания траектории недостаточно. Очевидно что при задании траектории большим количеством точек, можем получить более адекватную картину.

### 3.6 Исходные данные для выполнения работы

Номер варианта	Требуемая траектория
1	Окружность с центром в точке с координатами: $X = 0.6l_1$ $Y = 0.4l_2$ и радиусом $0.5l_1$
2	Прямоугольник с координатами начальной точки: $X = 0.1l_1$ $Y = 0.1l_2$ и сторонами длиной $0.8l_2$ и $0.4l_2$
3	Квадрат с координатами начальной точки: $X = 0.1l_1$ $Y = -0.2l_2$ и стороной длиной $0.6l_2$
4	Окружность с центром в точке с координатами: $X = 0.6l_1$ $Y = -0.4l_2$ и радиусом $0.2l_1$
5	Прямоугольник с координатами начальной точки: $X = 0.5l_1$ $Y = 0.5l_2$ и сторонами длиной $0.5l_2$ и $0.6l_2$
6	Квадрат с координатами начальной точки: $X = 0.5l_1$ $Y = -0.5l_2$ и стороной длиной $0.3l_2$
7	Окружность с центром в точке с координатами: $X = 0.5l_1$ $Y = 0$ и радиусом $0.3l_1$
8	Прямоугольник с координатами начальной точки: $X = 0.5l_1$ $Y = 0$ и сторонами длиной $0.3l_2$ и $0.2l_2$
9	Квадрат с координатами начальной точки: $X = 0.5l_1$ $Y = -0.6l_2$ и стороной длиной $0.4l_2$
10	Окружность с центром в точке с координатами: $X = 0.8l_1$ $Y = 0.1l_2$ и радиусом $0.4l_1$
11	Прямоугольник с координатами начальной точки: $X = 0.3l_1$ $Y = 0.5l_2$ и сторонами длиной $0.3l_2$ и $0.4l_2$
12	Квадрат с координатами начальной точки: $X = 0.3l_1$ $Y = -0.5l_2$ и стороной длиной $0.2l_2$
13	Окружность с центром в точке с координатами: $X = 0.7l_1$ $Y = -0.1l_2$ и радиусом $0.3l_1$
14	Прямоугольник с координатами начальной точки: $X = 0.3l_1$ $Y = 0.5l_2$ и сторонами длиной $0.2l_2$ и $0.4l_2$
15	Квадрат с координатами начальной точки: $X = 0.3l_1$ $Y = -0.5l_2$ и стороной длиной $0.3l_2$
16	Окружность с центром в точке с координатами: $X = l_1$ $Y = 0.1l_2$ и радиусом $0.5l_1$
17	Прямоугольник с координатами начальной точки: $X = 0,8l_1$ $Y = 0.5l_2$ и сторонами длиной $0.3l_2$ и $0.1l_2$
18	Квадрат с координатами начальной точки: $X = 0.7l_1$ $Y = -0.1l_2$ и стороной длиной $0.5l_2$
19	Окружность с центром в точке с координатами: $X = l_1$ $Y = l_2$ и радиусом $0.1l_1$
20	Прямоугольник с координатами начальной точки: $X = 0$ $Y = 0.5l_2$ и сторонами длиной $0.4l_2$ и $0.5l_2$

Параметры манипулятора, берутся из задания к первой лабораторной работе. При этом  $l_2=0.9l_1$  для четных номеров варианта, и  $l_2=1.1l_1$  для нечетных. Остальные параметры, включая массу звеньев, принимаются равными.

## Библиографический список

1. Astrom K.J., Hagglund T.. Advanced PID control. - ISA - The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006, 460 p.
2. Денисенко В.В. ПИД-регуляторы: вопросы реализации. - СТА, №4, 2007, с. 86 - 97, №1, 2008, с. 86-99.
3. Денисенко В.В. Разновидности ПИД-регуляторов. Автоматизация в промышленности, №6, 2007, с. 45 - 50.
4. Ротач В.Я. Теория автоматического управления. М.: МЭИ, 2004, 400 с.
5. Calcev G., Gorez R. Iterative technique for PID controller tuning. - Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control, 1995, vol. 3, 13-15 Dec 1995, p. 3209 - 3210.
6. Изерман Р. Цифровые системы управления. М.: Мир, 1984, 541 с.
7. Энциклопедия АСУ ТП, [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://bookasutp.ru>