

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 05.08.2023 11:08:11

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eab0f754943d14a4851fda56d089

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

2023 г.



## МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ В ИНФОКОММУНИКАЦИЯХ

Методические указания  
по выполнению практических работ  
для студентов, обучающихся по направлению подготовки  
11.04.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»  
по дисциплине «Методы моделирования и оптимизации в  
инфокоммуникациях»

Курск 2023

УДК 654:004.7 (075.8)

Составители: В.Г. Довбня, Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,  
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи  
*В. Г. Андронов*

**Методы моделирования и оптимизации в инфокоммуникациях:** методические указания по выполнению практических работ / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: В.Г. Довбня, Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 55 с.

Методические указания по выполнению практических работ содержат краткие теоретические сведения о методах решения прикладных задач теории моделирования и оптимизации, задания для выполнения работ, а также перечень вопросов для самопроверки изучаемого материала.

Методические указания соответствуют учебному плану по направлению подготовки 11.04.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», а также рабочей программе дисциплины «Методы моделирования и оптимизации в инфокоммуникациях».

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.04.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», очной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 23.08.2023. Формат 60x84/16.  
Усл. печ. л. 3,19. Уч.-изд. л. 2,89. Тираж 100 экз. Заказ 770. Бесплатно  
Юго-Западный государственный университет.  
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

# Практическая работа №1

## Непрерывно-детерминированные модели (D-схемы)

### 1 Цель работы

- практическое закрепление знаний по непрерывно-детерминированному моделированию систем.

### 2 Основные теоретические сведения

К *непрерывно-детерминированным моделям (D-схемам)* (англ. dynamic) относятся модели, позволяющие формализовать процесс функционирования непрерывно-детерминированных систем и оценить их основные характеристики, применяя аналитический или имитационный подход, реализованный в виде соответствующего языка для моделирования непрерывных систем или использующий аналоговые и гибридные средства вычислительной техники.

Непрерывно-детерминированные модели (D-схемы) используются при описании и исследовании объектов, для которых отличительными характеристиками являются:

– отсутствие случайностей при работе и управлении объектом моделирования;

– явления в объектах моделирования рассматривают как непрерывные процессы, т.е. те, в которых основная переменная, часто это время, является непрерывной величиной.

Одним из наиболее распространенных способов описания систем в случае непрерывно-детерминированного подхода являются *дифференциальные уравнения или уравнений в частных производных*, в которых помимо неизвестной функции одной или нескольких переменных входят производные различных порядков этой самой функции.

Обычно в качестве независимой переменной в таких уравнениях выступает время  $t$ , а сами уравнениями (для производных первого порядка) представимы в общем виде как

$$\frac{dY}{dt} = F(Y, t), Y(t_0) = Y_0,$$

где  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  –  $n$ -мерный вектор искомой функции;

$F(Y, t)$  –  $(n+1)$ -мерная непрерывная функция.

Если система устойчива, то представляют практический интерес поведение системы во времени, максимальное отклонение регулируемой переменной  $y(t)$  в переходном процессе, время переходного процесса и т. п. Выводы о свойствах систем автоматического управления различных классов можно сделать по виду дифференциальных уравнений, приближенно описывающих процессы в системах. Порядок дифференциального уравнения и значения его коэффициентов полностью определяются статическими и динамическими параметрами системы  $S$ .

Примером такой  $D$ -схемы могут быть дифференциальное уравнение, описывающее свободные колебания элементарных систем различной природы, например, электрического заряда в контуре (рис. 1.1):

$$h_0 \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + h_1 \frac{dz(t)}{dt} + h_2 z(t) = 0, \quad (1.1)$$

где  $h_0, h_1, h_2$  – внутренние параметры системы;  
 $z(t)$  – состояние системы в момент времени  $t$ .

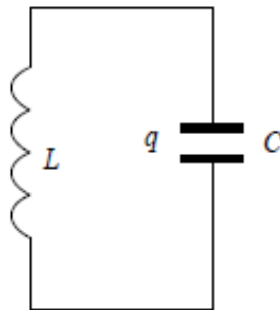


Рисунок 1.1 – Параллельный колебательный контур

Для колебательного контура:

$$\begin{aligned} h_0 &= L; \\ h_1 &= 0; \\ h_2 &= 1/C, \end{aligned}$$

где  $L$  и  $C$  – индуктивность и емкость контура;

$q(t) = z(t)$  – электрический заряд, определяющий состояние  $z(t)$  и выход  $y(t)$  системы.

Из уравнения (1.1) можно получить различные оценки характеристик процесса в колебательном контуре. Например, период электрических колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{h_0/h_2} = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Таким образом, поведение контура может быть проанализировано с помощью одной математической модели.

### Задание 1.1

Используя пакет программ VISSIM, предназначенный для имитационного моделирования процессов в системах управления, которые можно описать дифференциальными уравнениями, промоделировать решение обыкновенного неоднородного дифференциального уравнения

$$h_3 y''' + h_2 y'' + h_1 y' + h_0 y = 5t + 1,$$

где  $y$  – некоторая искомая функция времени на отрезке  $[0; T]$  при нулевых начальных условиях, примем  $h_3=1, h_2=3, h_1=1, h_0=3$ :

$$y''' + 3y'' + y + 3y = 5t + 1. \quad (1.2)$$

Представив уравнение (1.2) относительно наивысшей из производных, получим уравнение

$$y''' = -3y'' - y - 3y + 5t + 1. \quad (1.3)$$

которое можно промоделировать, используя набор стандартных блоков:

- арифметические блоки – Gain (умножение на константу), Summing-Junction (сумматор);

- блоки интегрирования – Integrator (численное интегрирование), Transfer Function (задание уравнения, представленного в виде передаточной функции);

- блоки задания сигналов – Const (константа), Step (единичная функция в виде «ступеньки»), Ramp (линейно нарастающий сигнал);

- блоки-приемники сигналов – Plot (отображение во временной области сигналов, которые анализируются исследователем в ходе моделирования).

На рис.1.3 представлены результаты моделирования системы, описываемой выражением (1.3), в программном пакете VISSIM.

При моделировании использовался набор стандартных блоков:

– арифметические блоки – Gain (умножение на константу), Summing-Junction (сумматор);

– блоки интегрирования – Integrator (численное интегрирование), Transfer Function (задание уравнения, представленного в виде передаточной функции);

– блоки задания сигналов – Const (константа), Step (единичная функция в виде «ступеньки»), Ramp (линейно нарастающий сигнал);

блоки-приемники сигналов – Plot (отображение во временной области сигналов, которые анализируются исследователем в ходе моделирования). Входу крайнего левого интегратора соответствует переменная  $y'''$ , входу среднего интегратора –  $y''$ , а входу крайнего правого интегратора –  $y'$ . Выход крайнего правого интегратора соответствует переменной  $y$ .

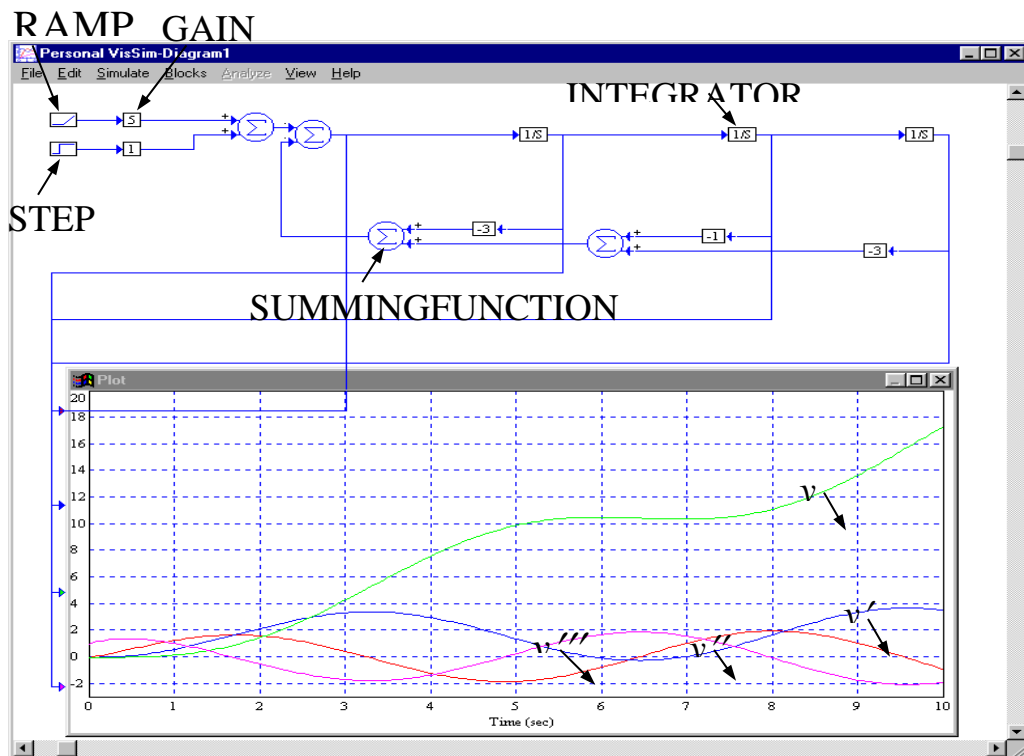


Рисунок 1.3 – Результаты моделирования системы, описываемой выражением (1.3)

## Задание 1.2

С помощью программного пакета Simulink MATLAB провести имитационного моделирования системы автоматического регулирования (САР) с П-регулятором.

Схема одноконтурной САР с П-регулятором приведена на рис.1.4.

Схема содержит следующие блоки:

- Transfer Fcn – блок задания передаточной функции динамического звена;
- Transport Delay – блок транспортного запаздывания (произвольная задержка передаваемого сигнала);
- Gain – блок-умножитель сигнала, поступающего на его вход, т.е. блок реализующий коэффициент усиления;
- Sum – блок суммирования входных сигналов;
- Scope – блок-осциллограф используемый при моделировании в качестве «смотрового окна»;
- Step – блок-источник воздействия в виде одиночного перепада;
- Input Point – блок на входе системы для построения характеристик (переходной, весовой, частотной и т.д.);
- Output Point – блок на выходе системы, применяется также для построения характеристик.

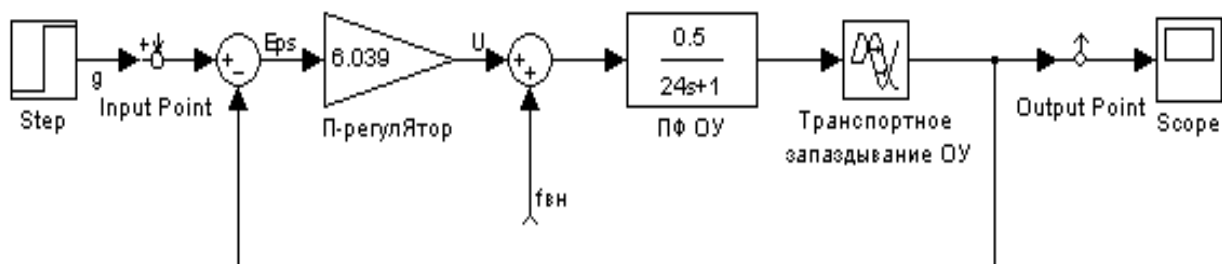


Рисунок 1.4 – Схема одноконтурной САР с П-регулятором

На рис. 1.5 представлен результат моделирования – переходная характеристика замкнутой САР. Точками на графике с помощью специальных блоков MATLAB определены максимальное динамическое отклонение и время регулирования.

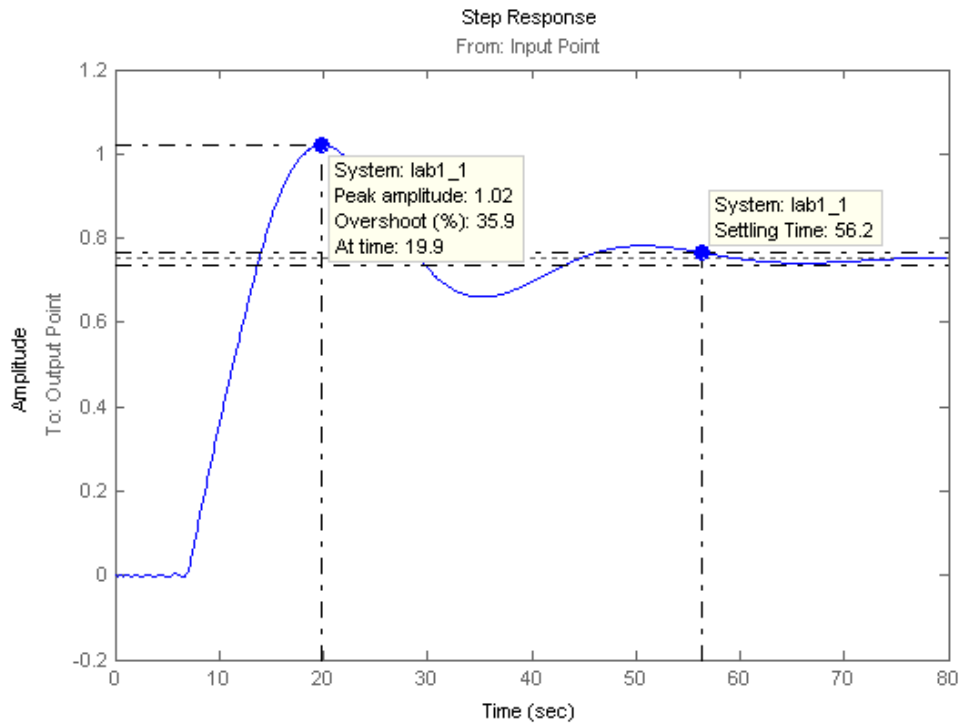


Рисунок 1.5 – Переходная характеристика при базовых значениях ОУ

### 3 Контрольные вопросы

1. Что называется непрерывно-детерминированной моделью?
2. Что показывает переходная характеристика?
3. Что такое D-схема моделирования?
4. Приведите примеры D-схем моделирования



## Практическая работа №2

### Дискретно-детерминированные модели (F-схемы)

#### 1 Цель работы

- практическое закрепление знаний по дискретно-детерминированному моделированию систем

#### 2 Основные теоретические сведения

К *дискретно-детерминированным моделям (F-схемам)* (англ. finite automata) относятся так называемые конечные автоматы. *Конечным автоматом* называется автомат, у которого множества внутренних состояний, входных и выходных сигналов являются конечными множествами.

Абстрактно конечный автомат представляют как математическую схему, содержащую шесть элементов:

- конечное множество входных сигналов  $X$  (входной алфавит);
- конечное множество выходных сигналов  $Y$  (выходной алфавит);
- конечное множество внутренних состояний  $Z$  (внутренний алфавит или алфавит состояний);
- функцию переходов  $\varphi(z, x)$ ;
- функцию выходов  $\psi(z, x)$ ;
- начальное состояние  $z_0$  ( $z_0 \in Z$ ).

Автомат, задаваемый  $F$ -схемой:  $F = (Z, X, Y, \varphi, \psi, z_0)$  – функционирует в дискретном времени, каждому моменту которого  $t = 0, 1, 2, \dots$  соответствуют свои постоянные значения входного и выходного сигналов и внутренних состояний.

Работу такого автомата можно описать следующим образом: в каждом  $t$ -м такте на вход автомата, находящегося в состоянии  $z(t)$ , подается некоторый сигнал  $x(t)$ , на который автомат реагирует переходом в  $(t + 1)$ -м такте в новое состояние  $z(t + 1)$  и выдачей некоторого выходного сигнала  $y(t)$ .

Работа автомата описывается уравнениями

$$z(t + 1) = \varphi[z(t), x(t)], \quad t = 0, 1, 2, \dots;$$

$$y(t) = \psi[z(t), x(t)], \quad t = 0, 1, 2, \dots,$$

соответствующими  $F$ -автомату первого рода, называемому также **автоматом Мили**.

Если же функция выходов автомата зависит от входной переменной на предыдущем шаге, т.е.

$$y(t) = \psi[z(t), x(t-1)], \quad t = 0, 1, 2, \dots,$$

то это  $F$ -автомат второго рода.

Если функция выходов  $F$ -автомата явно не зависит от входного сигнала

$$y(t) = \psi[z(t)], \quad t = 0, 1, 2, \dots,$$

то такой  $F$ -автомат называется **автоматом Мура**.

По числу состояний различают конечные **автоматы с памятью и без памяти**.

Автоматы с памятью имеют более одного состояния, а автоматы без памяти обладают лишь одним состоянием. Работа автомата без памяти (его также называют *комбинационной* или *логической схемой*) состоит в том, что он ставит в соответствие каждому входному сигналу  $x(t)$  определенный выходной сигнал  $y(t)$ , т. е. реализует логическую функцию вида

$$y(t) = \psi[x(t)], \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

Эту функцию называют *булевой*, если алфавиты  $X$  и  $Y$ , которым принадлежат значения сигналов  $x$  и  $y$  состоят только из двух символов.

По характеру отчета дискретного времени конечные автоматы делятся на **синхронные** и **асинхронные**.

В **синхронных  $F$ -автоматах** моменты времени, в которые автомат считывает входные сигналы, определяются принудительно синхронизирующими сигналами. После очередного сигнала, с учетом считанного, происходит переход в новое состояние и выдача сигнала на выходе, после чего автомат может воспринимать следующее значение входного сигнала. Таким образом, реакция автомата на каждое значение входного сигнала заканчивается за один такт, длительность которого определяется интервалом между соседними синхроимпульсами.

**Асинхронный  $F$ -автомат** считывает входной сигнал непрерывно, и поэтому, реагируя на достаточно длинный входной сигнал постоянной величины, он может несколько раз изменять состояние, выдавая соответствующее число выходных сигналов,

пока не перейдет в устойчивое состояние, которое уже не может быть изменено данным входным сигналом.

Автомат может быть задан своими функциями (переходов и выхода), таблично, в виде графа, матрицы, а также аналитически.

### Задание 2.1.

Автомат Мили с тремя состояниями задан в виде табл. 2.1. Необходимо его представить в графическом и матричном виде.

Таблица 2.1 – Автомат Мили с тремя состояниями

$x_i$	$z_k$		
	$z_0$	$z_1$	$z_2$
Переходы			
$x_1$	$z_2$	$z_0$	$z_0$
$x_2$	$z_0$	$z_2$	$z_1$
Выходы			
$x_1$	$y_1$	$y_1$	$y_2$
$x_2$	$y_1$	$y_2$	$y_1$

Граф автомата Мили с тремя состояниями будет иметь вид, представленный на рис.2.1.

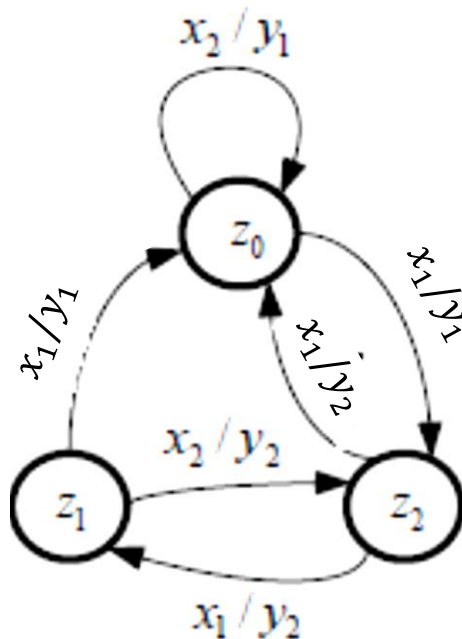


Рисунок 2.1 - Граф автомата Мили с тремя состояниями

Матрица соединений для автомата Мили с тремя состояниями будет иметь следующий вид:

$$C = \begin{pmatrix} x_2/y_1 & - & x_1/y_1 \\ x_1/y_1 & - & x_2/y_2 \\ x_1/y_2 & x_2/y_1 & - \end{pmatrix}.$$

### Задание 2.2.

Автомат Мура с пятью состояниями задан в виде таблицы 2.2. Необходимо его представить в графическом и матричном виде.

Таблица 2.2 – Автомат Мура с пятью состояниями

$x_i$	$y$				
	$y_1$	$y_1$	$y_3$	$y_2$	$y_3$
	$z_0$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$
$x_1$	$z_1$	$z_4$	$z_4$	$z_2$	$z_2$
$x_2$	$z_3$	$z_1$	$z_1$	$z_0$	$z_0$

Граф автомата Мура с пятью состояниями будет иметь вид, представленный на рис.2.2.

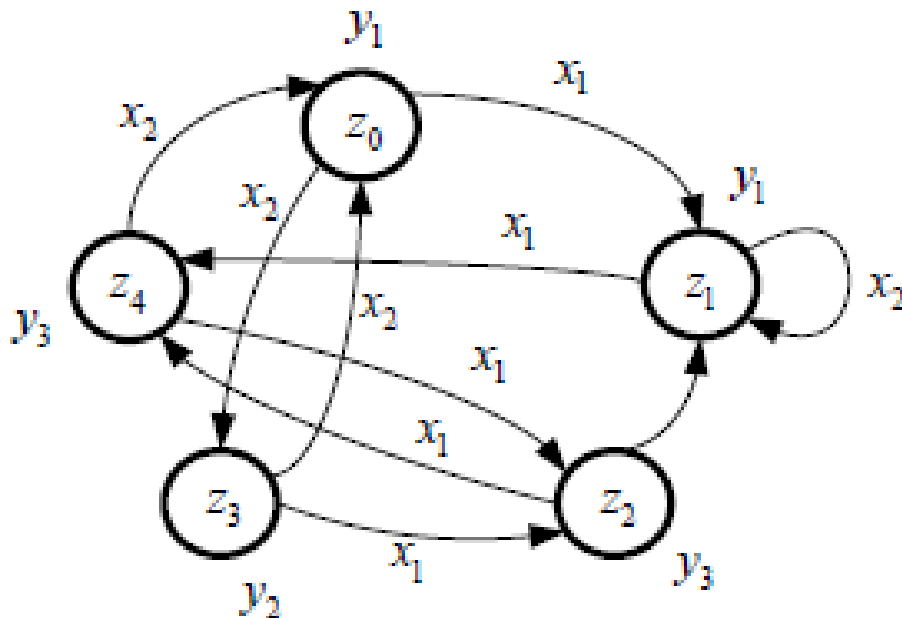


Рисунок 2.2 - Граф автомата Мура с пятью состояниями

Матрица состояний для автомата Мура с пятью состояниями будет иметь следующий вид:

$$C = \begin{pmatrix} - & x_1 & - & x_2 & - \\ - & x_2 & - & - & x_1 \\ - & x_2 & - & - & x_1 \\ x_2 & - & x_1 & - & - \\ x_2 & - & x_1 & - & - \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_1 \\ y_3 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}.$$

### 3 Контрольные вопросы

1. Что такое синхронные автоматы. Принцип действия?
2. Что такое асинхронные автоматы. Принцип действия?
3. Что такое F-схема моделирования?
4. Приведите примеры F-схем моделирования

## Практическая работа №3

### Дискретно-стохастические модели (P-схемы)

#### 1 Цель работы

- практическое закрепление знаний по дискретно-стохастическому моделированию систем.

#### 2 Основные теоретические сведения

К *дискретно-стохастическим моделям (P-схемам)* (англ. probabilistic automat) относятся вероятностные (стохастические) автоматы.

Модель вероятностного автомата отличается от модели детерминированного *F*-автомата тем, что в ней переходы из одного состояния в другое, а также выдача того или иного выходного сигнала происходит с некоторой вероятностью.

В общем виде *вероятностный автомат* можно определить как дискретный потактный преобразователь информации с памятью, функционирование которого в каждом такте зависит только от состояния памяти в нем и может быть описано статистически. Т.о. *P*-автомат предполагает, что функции перехода в новое состояние и определения выходного сигнала являются стохастическими.

Если ввести в рассмотрение множество  $G$ , элементами которого являются всевозможные пары  $(x_i, z_s)$ , где  $x_i$  и  $z_s$  – элементы множества входных сигналов  $X$  и множества состояний  $Z$  соответственно.

Тогда для *F*-автомата каждому элементу из множества  $G$  соответствуют вполне определенные значения из множества  $Z$  и множества  $Y$ , т. е. существуют функции  $\phi$  и  $\psi$  выполняющие соответственно отображения  $G \rightarrow Z$  и  $G \rightarrow Y$ .

В случае *P*-автомата, каждому элементу из множества  $G$  соответствует некоторое распределение вероятностей  $b_{kj}$  того, что этому элементу из множества  $G$  соответствует какой-либо элемент множества  $\Phi$  – совокупности всевозможных пар вида  $(z_k, y_j)$ , где  $z_k$  – новое состояние автомата, а  $y_j$  – сигнал на выходе автомата.

Заметим, что каждое такое распределение, соответствующее некоторому элементу  $G$  является элементом множества распределений  $B$ , собранных обычно в таблицу (табл.3.1), где в первом столбце расположены элементы из множества  $G$ , а в первой строке – элементы из множества  $\Phi$ , т.е. каждая строка такой таблицы является некоторым элементом множества  $B$ , а некоторая ячейка отражает вероятность  $b_{kj}^{is}$  того что автомат, находясь в состоянии  $z_s$  под действием входного сигнала  $x_i$  переходит в состояние  $z_k$  и выдает сигнал  $y_j$ . Таким образом вероятностный автомат ( $P$ -автомат) задается четверкой элементов  $P = \langle Z, X, Y, B \rangle$ .

Таблица 3.1

$G \setminus \Phi$	$(z_1, y_1)$	...	$(z_k, y_j)$	...		$(z_k, y_j)$
$(x_1, z_1)$	$b_{11}^{11}$	...	$b_{kj}^{11}$	...		$b_{KJ}^{11}$
	...	...	...	...	...	...
$(x_i, z_s)$	$b_{11}^{is}$	...	$b_{kj}^{is}$	...		$b_{KJ}^{is}$
	...	...	...	...		...
$(x_l, z_s)$	$b_{11}^{lS}$	...	$b_{kj}^{lS}$	...		$b_{KJ}^{lS}$

Помимо того, что каждому элементу из  $G$  может соответствовать некоторое распределение вероятностей  $b_{kj}^{is}$ , отображающее его на множество  $\Phi$ , возможен случай, когда для каждого элемента из  $G$  существуют два независимых распределения отображающие элемент из  $G$  на множество  $Z$  и множество  $Y$  соответственно. Т.е. для любого элемента  $(x_i, z_s)$  вероятности  $p_k^{is}$  и  $q_j^{is}$  – переходов в новое состояние  $z_k$  и выдачи сигнала  $y_j$  независимы друг от друга. При этом для соответствующих вероятностей выполняется соотношение

$$p_k^{is} q_j^{is} = b_{kj}^{is},$$

а сам автомат со свойством называют **вероятностным автоматом Мили**.

Если же вероятности  $r_j^s$  того или иного выходного сигнала  $y_j$  определяются только тем, в каком из состояний  $z_s$  находится автомат на данном такте работы, а для соответствующих вероятностей выполняется

$$r_j^s = b_{kj}^{is},$$

то такой автомат называют *вероятностным автоматом Мура*.

Заметим также, что при детерминированном выходном сигнале соответствующий  $P$ -автомат называют *Y-детерминированным вероятностным автоматом*, а при детерминированном выборе нового состояния – *Z-детерминированным вероятностным автоматом*.

### Задание 3.1.

Y-детерминированный  $P$ -автомат с пятью состояниями задан в виде табл. 3.1. Необходимо его представить в графическом и матричном виде и оценить суммарные финальные вероятности пребывания этого  $P$ -автомата в состояниях  $z_2$  и  $z_3$ .

Таблица 3.2 – Y-детерминированный  $P$ -автомат с пятью состояниями

$G \setminus \Phi$	$(z_0, 0)$	$(z_1, 0)$	$(z_2, 1)$	$(z_3, 1)$	$(z_4, 0)$
$(x, z_0)$	0	0,5	0	0	0,5
$(x, z_1)$	0	0	0	1,0	0
$(x, z_2)$	0	0	0,75	0	0,25
$(x, z_3)$	0	0	0,4	0	0,6
$(x, z_4)$	0	1,0	0	0	0

Граф Y-детерминированного  $P$ -автомата с пятью состояниями будет иметь вид, представленный на рис.3.1.

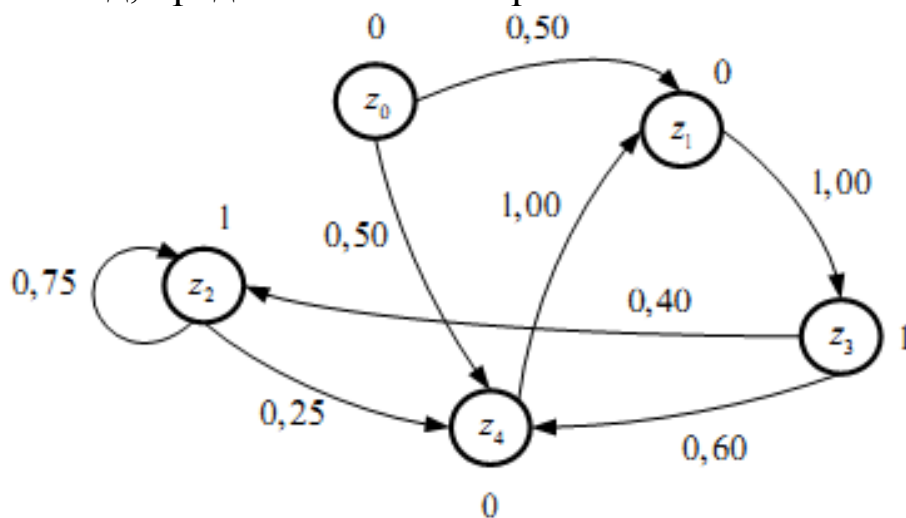


Рисунок 3.1 – Граф Y-детерминированного  $P$ -автомата с пятью состояниями



Матрица состояний для  $Y$ -детерминированного  $P$ -автомата с пятью состояниями будет иметь следующий вид:

$$P_p = \begin{pmatrix} 0 & 0,50 & 0 & 0 & 0,50 \\ 0 & 0 & 0 & 1,00 & 0 \\ 0 & 0 & 0,75 & 0 & 0,25 \\ 0 & 0 & 0,40 & 0 & 0,60 \\ 0 & 1,00 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} c_1 = c_4; \\ c_2 = 0,75c_2 + 0,4c_3; \\ c_3 = c_1; \\ c_4 = 0,25c_2 + 0,6c_3. \end{cases}$$

Добавим к этим уравнениям условие нормировки  $c_1 + c_2 + c_3 + c_4 = 1$ . Тогда, решая систему уравнений, получим  $c_1 = 5/23$ ,  $c_2 = 8/23$ ,  $c_3 = 5/23$ ,  $c_4 = 5/23$ . Таким образом,  $c_2 + c_3 = 13/23 = 0,5652$ . Другими словами, при бесконечной работе заданного в этом примере  $Y$ -детерминированного  $P$ -автомата на его выходе формируется двоичная последовательность с вероятностью появления единицы, равной 0,5652.

### 3 Контрольные вопросы

- 1) Что такое  $P$ -схема моделирования?
- 2) Приведите примеры  $P$ -схем моделирования.
- 3) Что такое математическая схема?
- 4) Приведите формальное описание математической модели объекта.
- 5) Перечислите типовые математические схемы.

## Практическая работа №4 Непрерывно-стохастические модели (Q-схемы)

### 1 Цель работы

- практическое закрепление знаний по непрерывно-стохастическому моделированию систем.

### 2 Основные теоретические сведения

*Непрерывно стохастическая модель (Q-схема)* (англ. queueing system) используется для формализованного описания и анализа систем массового обслуживания. При этом характерным для таких объектов является случайное появление заявок (требований) на обслуживание и завершение обслуживания в случайные моменты времени, т.е. стохастический характер процесса их функционирования.

Под СМО понимают динамическую систему, предназначенную для эффективного обслуживания случайного потока заявок при ограниченных ресурсах системы.

В общем случае Q-схема, описывающая процесс функционирования системы массового обслуживания любой сложности, однозначно задается в виде

$$Q = \langle W, U, R, A \rangle,$$

где  $W$  – описание входящих потоков (закон распределения интервалов времени между моментами поступления заявок);

$U$  – описание потоков обслуживания (закон распределения длительностей обслуживания в приборе);

$H$  – описание параметров (длина очереди, число обслуживающих приборов в системе);

$R$  – описание структуры (фазы обслуживания, разомкнутая/замкнутая сеть);

$A$  – описание алгоритмов обслуживания (приоритеты, прерывания, блокировки).

Для описания СМО, в простейшем случае, необходимо задать следующие параметры:

- количество обслуживающих приборов  $K$ ;
- количество  $k$  и емкости накопителей  $E_j$  ( $j=1, \dots, k$ );

- количество поступающих в систему классов заявок  $H$ ;
- интенсивность  $\lambda_i$  потока и коэффициент вариации  $\nu_{ai}$  интервалов времени между поступающими в систему заявками класса  $i=1, \dots, H$ ;
- среднее значение  $b_i$  и коэффициент вариации  $\nu_{bi}$  длительности обслуживания заявок класса  $i=1, \dots, H$ ;
- дисциплина буферизации и дисциплина обслуживания заявок.

В режиме перегрузки, когда система не справляется с нагрузкой, характеристики функционирования СМО с накопителем неограниченной емкости с течением времени растут неограниченно.

Для того чтобы в такой СМО не было перегрузок, необходимо, чтобы нагрузка системы была меньше, чем число обслуживающих приборов, или, что то же самое, загрузка системы была строго меньше единицы. В СМО с накопителем ограниченной емкости перегрузки не приводят к неустановившемуся режиму.

Для описания работы СМО используется понятие поток событий.

*Поток событий* – последовательность событий, происходящих одно за другим в какие-то случайные моменты времени.

В СМО можно выделить три потока:

- входной поток (множество моментов времени поступления в систему заявок);
- поток обслуживаний (множество моментов времени окончания обработки системой заявок в предположении, что обслуживание осуществляется непрерывно);
- выходной поток (последовательность моментов времени ухода из системы обслуженных заявок).

Потоки случайных событий в СМО (времени появления заявки, времени простоя в очереди, времени обслуживания) могут быть различными и отличаться своими характеристиками.

Основными характеристиками потоков являются:

- регулярность;
- однородность;
- стационарность;
- отсутствие последствия;

– ординарность.

Поток событий называется **регулярным**, если события поступают через равные промежутки времени. Поток – **нерегулярный**, если интервалы между событиями представляют собой случайные величины.

Поток событий называется **однородным**, если он характеризуется только моментами поступления этих событий (вызывающими моментами) и задается последовательностью  $\{t_n\} = \{0, t_1, t_2, \dots\}$  моментов наступления  $n$ -го события. Поток – **неоднородный**, если он кроме моментов наступления событий  $t_n$  характеризуется некоторым набором признаков события  $f_n$  и соответственно задается последовательностью пар  $\{t_n, f_n\}$ .

Поток событий называется **стационарным**, если вероятность наступления того или иного числа событий за какой-то промежуток времени зависит только от длины этого промежутка и не зависит от его начала. Т.о. стационарность потока означает, что его вероятностные характеристики не зависят от времени.

Поток событий называется потоком **без последействия**, если число событий, попадающих на один из произвольно выбранных промежутков времени, не зависит от числа событий, попавших на другой, также произвольно выбранный промежуток при условии, что эти промежутки не пересекаются между собой. Отсутствие последействия показывает, что последовательные события в таком потоке наступают независимо друг от друга.

Поток событий называется **ординарным**, если вероятность наступления за очень маленький отрезок времени сразу двух событий пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью попадания только одного события. Т.о. ординарность потока означает, что события в нем за достаточно малый промежуток времени либо не наступают, либо наступают только по одному.

Если поток событий одновременно обладает свойствами стационарности, ординарности и отсутствием последействия, то такой поток называется **простейшим или пуассоновским**.

Если поток событий обладает свойствами стационарности и ординарности, а интервалы времени между событиями представляют собой независимые случайные величины с одинаковым произвольным распределением, то такой поток называется **рекуррентным** или «**потоком Пальма**».

Для простейшего потока случайные интервалы между заявками имеют экспоненциальное распределение:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t};$$

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t},$$

где  $\lambda = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{P_1(t, \tau)}{\tau}$  – интенсивность потока;

$P_n(t, \tau)$  – вероятности наступления некоторого числа событий  $n$  на интервале времени  $\tau$ .

Для простейшего потока математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение длины интервала равны:

$$m_\tau = 1/\lambda;$$

$$\sigma_\tau = 1/\lambda,$$

а вероятность появления  $k$  заявок за интервал  $\tau$  определяется законом Пуассона:

$$p_k(\tau) = \frac{(\lambda\tau)^k}{k!} e^{-\lambda\tau}.$$

Именно такой входной поток предполагают проектировщики при разработке СМО.

Важной характеристикой входного потока является *коэффициент вариации*, отражающий степень неравномерности поступления заявок:

$$v = \frac{\sigma_\tau}{m_\tau}.$$

Для простейшего потока  $v = 1$ . Для большинства реальных потоков  $0 \leq v \leq 1$ . При  $v = 0$  поток регулярный, детерминированный.

#### **Задание 4.1.**

Интенсивность простейшего потока заявок равна  $\lambda$  (табл.4.1).

Определить:

- 1) средний интервал времени между соседними заявками в потоке;
- 2) среднее число заявок, поступающих в систему за время  $\tau$ ;
- 3) вероятность того, что за время  $\tau$  в систему не поступит ни одной заявки;
- 4) вероятность того, что за время  $\tau$  в систему поступит хотя бы одна заявка;
- 5) вероятность того, что за время  $\tau$  в систему поступит больше одной заявки.

Таблица 4.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lambda, c^{-1}$	0,25	0,25	0,5	0,5	1,0	1,0	1,5	1,5	2,0	2,0
$\tau, c$	2,0	4,0	8,0	2,0	2,0	5,0	2,0	1,0	1,0	2,0

**Задание 4.2.**

Интенсивность простейшего потока заявок равна  $\lambda$  (табл.4.2).

1) Определить, поступление какого числа заявок за промежуток времени  $(\tau_1; \tau_2)$  наиболее вероятно. 2) Сравнить это значение со средним числом заявок, поступающих за промежуток времени  $(\tau_1; \tau_2)$ . 3) Определить вероятность того, что промежуток времени между двумя соседними заявками в потоке будет находиться в интервале  $(\tau_1; \tau_2)$ .

Таблица 4.2

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lambda, c^{-1}$	0,25	0,25	0,5	0,5	1,0	1,0	1,5	1,5	2,0	2,0
$\tau_1, c$	0	2,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	0,5
$\tau_2, c$	2,0	6,0	2,0	4,0	1,5	2,0	3,0	2,0	4,0	1,0

**3 Контрольные вопросы**

- 1) Дайте определение модели.
- 2) Назовите основные свойства модели.
- 3) В чем сущность классического подхода к моделированию объектов?
- 4) В чем сущность системного подхода к моделированию объектов?
- 5) Дайте классификацию моделей в зависимости от характера изучаемых процессов в системе.

## Практическая работа №5 Сетевые модели (N-схемы)

### 1 Цель работы:

- практическое закрепление знаний по сетевому моделированию систем

### 2 Основные теоретические сведения

*Сетевая модель (N-схема)* используется для формализованного описания и анализа причинно-следственных связей в сложных системах, где одновременно параллельно протекает несколько процессов. Самой распространенной в настоящее время сетевой моделью, описывающей структуру и взаимодействие параллельных систем и процессов, являются сети Петри (англ. Petri Nets), предложенные К.Петри.

Сеть Петри можно представить как некоторое множество позиций и связанных с ними переходов, и формально задать четверкой вида

$$N = \langle P, T, I, O \rangle,$$

где  $P = \{p_i\}$  – конечное непустое множество позиций,  $P \neq \emptyset$ ;

$T = \{t_j\}$  – конечное непустое множество переходов,  $T \neq \emptyset$ ;

$I$  – входная функция (прямая функция инцидентности), которая для каждого перехода задает множество его входных позиций,  $I: T \rightarrow P$ ;

$O$  – выходная функция (обратная функция инцидентности), которая для каждого перехода задает множество его выходных позиций,  $O: T \rightarrow P$ .

Важной особенностью моделей процесса функционирования систем с использованием типовых N-схем является простота построения иерархических конструкций модели:

– каждая N-схема может рассматриваться как макропереход или макропозиция модели более высокого уровня;

– переход, или позиция N-схемы, может детализироваться в форме отдельной подсети для более углубленного исследования процессов в моделируемой системе  $S$ .

Наглядное представление  $N$ -схемы дается в виде ориентированного графа. Вершинами орграфа являются два вида узлов, отвечающих за позиции и переходы и изображенных соответственно кружками и вертикальными линиями (рис. 5.1).



Рисунок 5.1 – Графическое изображение в  $N$ -схеме:  
а) позиции; б) перехода

Ориентированные дуги могут соединять только узлы различных типов: позиции и переходы.

Так как множества позиций и переходов не пересекаются, граф является *двудольным*.

Сеть Петри является *мультиграфом*, так как допускается кратность дуг между позициями и переходами (вершинами графа).

Если число дуг велико, обычно указывается только одна дуга, сверху помечается количество. Ориентация ребер допускается в обоих направлениях.

*Входным функциям* соответствуют дуги от позиции к переходу (такие позиции называются входами перехода), *выходным* – в обратную сторону (такие дуги определяют выходные позиции перехода).

Сеть Петри называется *маркированной*, если существует функция  $M$ , называемая маркировкой (разметкой) сети, которая ставит в соответствие неотрицательное целое число каждому элементу множества  $V$ . Если  $b$  – позиция, то  $M(b)$  называется разметкой позиции  $b$ .

Маркированная (размеченная)  $N$ -схема может быть описана в виде пятерки

$$N_M = \langle P, T, I, O, M \rangle$$

и является совокупностью сети Петри и маркировки  $M$ .

Разметка множества на графе указывается с помощью черных точек, называемых метками (*фишками*), помещенных в кружки, которые обозначают позиции. Количество меток можно также указывать числом, записанном в кружке. Если кружок позиции  $p$



пуст, это означает, что в позиции  $p$  меток нет. Маркировка сети Петри аналогична состоянию конечного автомата.

Простейшая маркированная сеть Петри  $N_M = \langle P, T, I, O, M \rangle$ , для которой  $P = \{p_1; p_2\}$ ;  $T = \{t_1\}$ ;  $I(t_1) = \{p_1\}$ ;  $O(t_1) = \{p_2\}$ ;  $M = (1; 0)$ , приведена на рис.5.2.

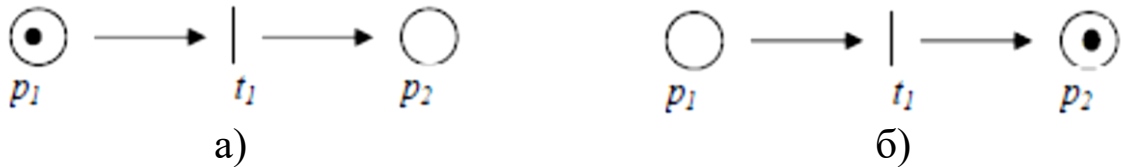


Рисунок 5.2 – Граф простейшей маркированной сети Петри:  
а) в исходном состоянии; б) после срабатывания перехода

Действия в сети отображаются срабатываниями переходов. Срабатывание перехода  $t$  означает удаление по одной метке из каждой позиции  $p_i$ , если существует дуга из  $p_i$  в  $t$ , и добавление метки в каждую позицию  $p_j$ , если имеется дуга из  $t$  в  $p_j$ . Срабатывание  $t_1$  в рассматриваемой схеме приводит к смене маркировку сети на  $M' = (0; 1)$  (рис.3.4 б).

Аналогично, срабатывание перехода  $t_1$  для сети  $N_M = \langle P, T, I, O, M \rangle$ ,  $P = \{p_1; p_2, p_3\}$ ;  $T = \{t_1\}$ ;  $I(t_1) = \{p_1; p_2\}$ ;  $O(t_1) = \{p_3\}$ ;  $M = (1; 1; 0)$  даст новую маркировку  $M' = (0; 0; 1)$  (рис.3.5).

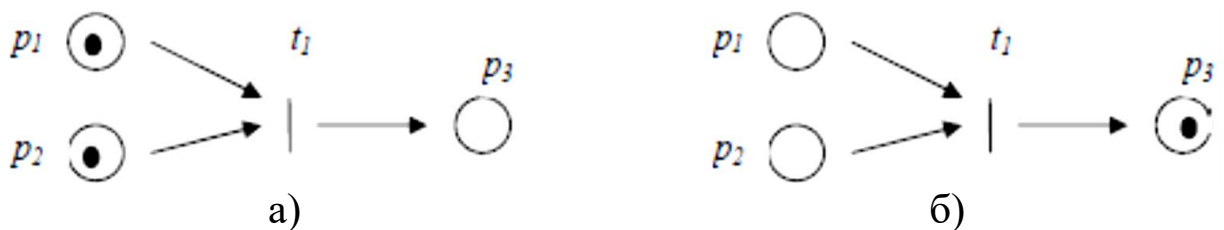


Рисунок 5.3 – Граф маркированной сети Петри:  
а) в исходном состоянии; б) после срабатывания перехода

Для сети  $N_M = \langle P, T, I, O, M \rangle$ ,  $P = \{p_1; p_2, p_3\}$ ;  $T = \{t_1\}$ ;  $I(t_1) = \{p_1\}$ ;  $O(t_1) = \{p_1; p_2\}$ ;  $M = (1; 0; 0)$  даст новую маркировку  $M' = (0; 1; 1)$  (рис.5.4).

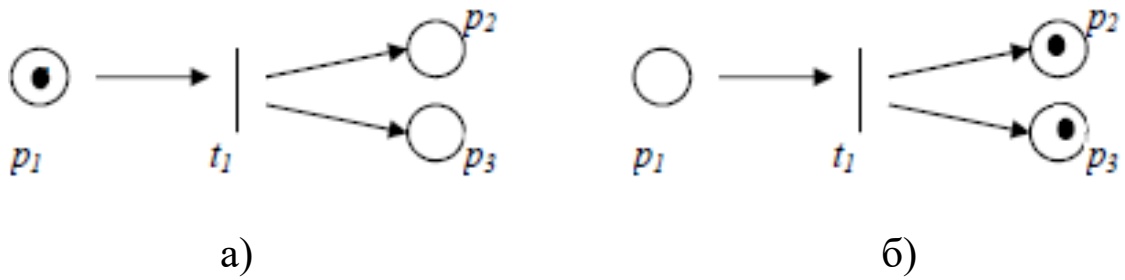


Рисунок 5.4 – Граф маркированной сети Петри:  
а) в исходном состоянии; б) после срабатывания перехода

Переход называется **разрешенным**, если каждая из его входных позиций имеет число меток не меньше, чем число дуг из позиции в переход. Переход срабатывает только в том случае, когда он разрешен.

Переход  $t_1$  не может сработать, поскольку в  $p_2$  нет метки (рис. 5.5 а). Он будет разрешен, если  $p_1$  и  $p_2$  и будут иметь хотя бы по одной метке (рис.5.5 б).

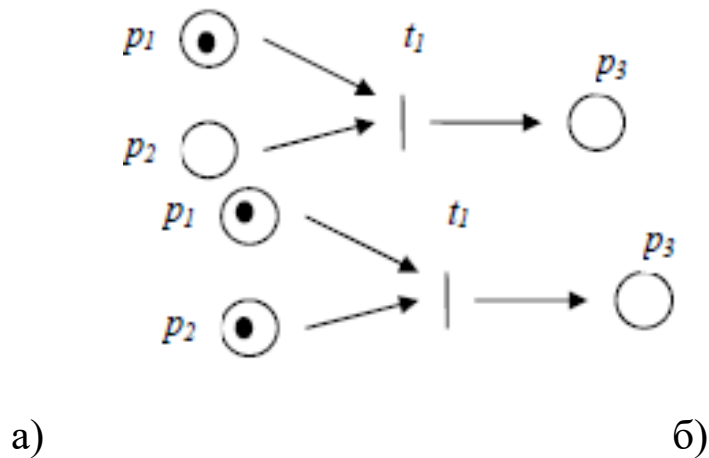


Рисунок 5.5 – Граф маркированной сети Петри:  
а) переход запрещен; б) переход разрешен

Кратные метки необходимы для кратных входных дуг. Метки во входной позиции, которые разрешают переход, называются его **разрешающими метками**.

В результате срабатывания во всех входных позициях перехода число меток уменьшается на величину, равную числу дуг, выходящих из соответствующей позиции в переход, а в выходные позиции данного перехода добавляется число меток, равное числу

дуг, исходящих из перехода в соответствующую выходную позицию. Заметим, что срабатывание перехода и изменение маркировок всех связанных с данным переходом позиций осуществляется мгновенно. Если в некоторый момент времени разрешен более чем один переход, первым может сработать любой из них.

### Задание 5.1.

Построить сеть Петри, моделирующую работу рабочей станции, обслуживающей группу пользователей. Пользователь присылает заявку на обработку задания. Если станция свободна, она начинает обработку задания. После выполнения задания станция передает обслуженную заявку, освобождается и либо начинает обрабатывать новую заявку (если заявка поступила), либо ждет поступления новой заявки.

Сеть Петри, моделирующая работу рабочей станции, обслуживающей группу пользователей, приведена на рис.5.6.

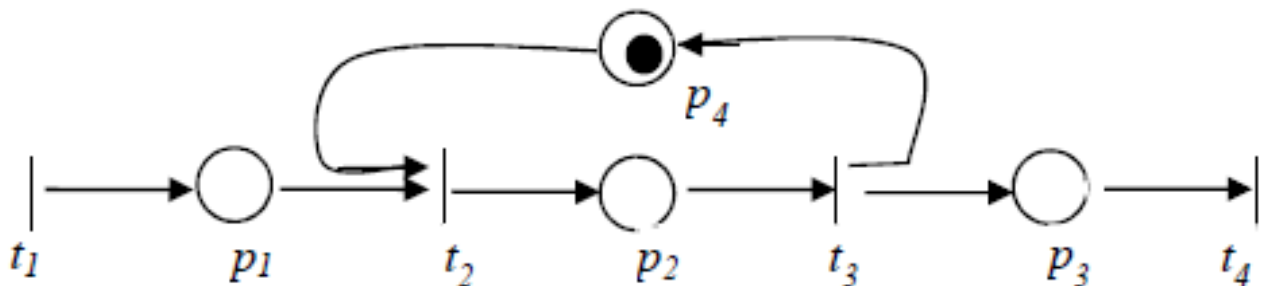


Рисунок 5.6 – Сеть Петри, моделирующая работу рабочей станции, обслуживающей группу пользователей

Переходы отображают следующие события:

- $t_1$  – поступила заявка на обработку;
- $t_2$  – задание начинает обрабатываться;
- $t_3$  – конец обработки задания;
- $t_4$  – передача выполненной заявки;
- $p_1$  – задание ждет освобождения станции;
- $p_2$  – задание обрабатывается;
- $p_3$  – задание ожидает очереди на выход;
- $p_4$  – рабочая станция свободна.

Позиция  $p_4$  показывает, свободна ли рабочая станция. Наличие метки в позиции указывает на то, что станция свободна. Как только задание начинает обрабатываться, срабатывает переход  $t_2$ , и маркировка позиции обнуляется. После окончания обработки запускается переход  $t_3$  и позиция  $p_4$  вновь получает метку. Таким образом, пока не сработает переход  $t_3$ , новая заявка не может быть обработана.

### Задание 5.2 (задача взаимного исключения)

Два пользователя имеют доступ к одним и тем же данным. Каждый пользователь может не только читать, но и изменять данные. Если оба пользователя одновременно изменяют данные, то может привести к сбою в работе. Эта проблема решается путем взаимного исключения. Пока один пользователь работает с данными, для другого доступ закрыт.

Сеть Петри, моделирующая задачу взаимного исключения, приведена на ри.5.7.

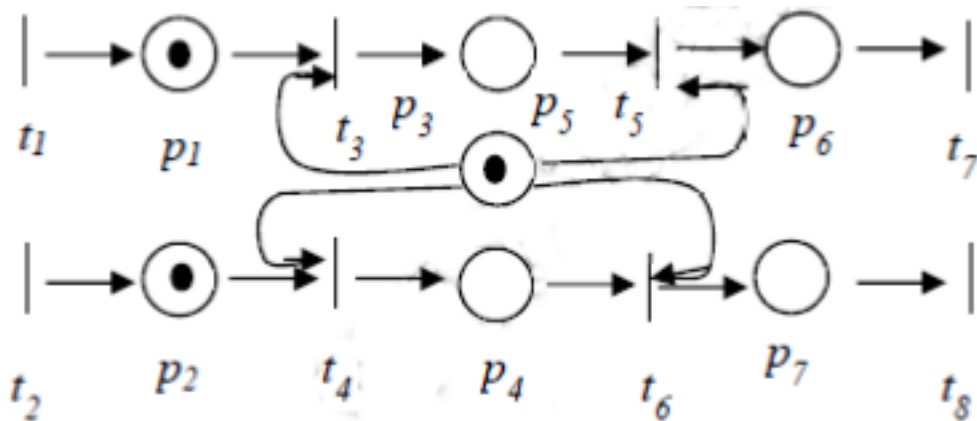


Рисунок 5.6 – Сеть Петри, моделирующая задачу взаимного исключения

Переходы  $t_3$  и  $t_4$  находятся в конфликте за метку в позиции  $p_5$ . При одновременном запросе на доступ к данным может сработать только один из этих переходов. Одному из пользователей придется ожидать до тех пор, пока не сработает переход, указывающий, что второй пользователь освободил данные, и метка не будет перемещена.

### Задание 5.3

Требуется описать с помощью сети Петри процессы возникновения и устранения неисправностей в некоторой технической системе, состоящей из  $M$  однотипных блоков; в запасе имеется один исправный блок; известны статистические данные об интенсивностях возникновения отказов и длительностях таких операций, как поиск неисправностей, замена и ремонт отказавшего блока.

На рис. 5.7 представлена сеть Петри, реализующая процессы возникновения и устранения неисправностей в технической системе. Следует отметить, что при числе меток в позиции, равном  $M$ , можно в ней не ставить  $M$  точек, а записать в позиции значение  $M$ .

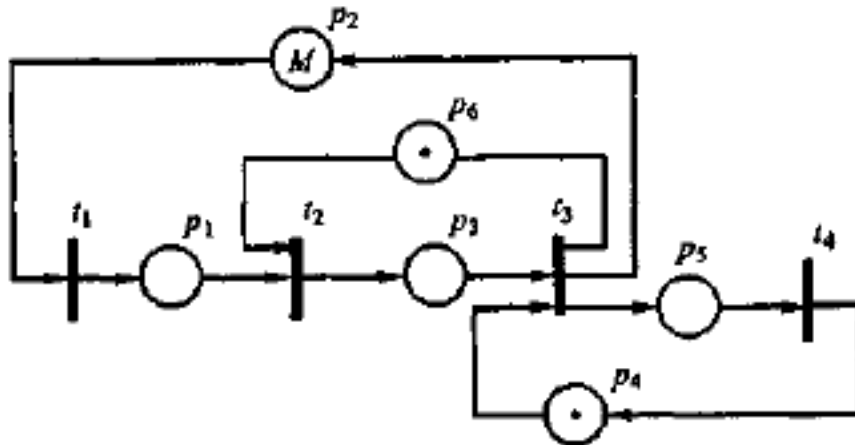


Рисунок 5.7 – Сеть Петри, реализующая процессы возникновения и устранения неисправностей в технической системе

На рисунке 5.7 значение  $M$  в позиции  $p_2$  соответствует числу имеющихся в системе блоков.

Переходы отображают следующие события:

- $t_1$  – отказ блока;
- $t_2$  – поиск неисправного блока;
- $t_3$  – его замена;
- $t_4$  – окончание ремонта.

Очевидно, что при непустой позиции  $p_2$  переход  $t_1$  срабатывает, но с задержкой, равной вычисленному случайному значению моделируемого отрезка времени между отказами. После выхода маркера из  $t_1$  он попадает через  $p_1$  в  $t_2$ , если имеется метка в

позиции  $p_6$ , это означает, что обслуживающая систему бригада специалистов свободна и может приступить к поиску возникшей неисправности. В переходе  $t_2$  метка задерживается на время, равное случайному значению длительности поиска неисправности. Далее маркер оказывается в  $p_3$  и если имеется запасной блок (маркер в  $p_4$ ), то запускается переход  $t_3$ , из которого маркеры выйдут в  $p_2$ ,  $p_5$  и  $p_6$  через отрезок времени, требуемый для замены блока. После этого в  $t_4$  имитируется восстановление неисправного блока.

Рассматриваемая модель описывает функционирование системы в условиях, когда отказы могут возникать и в рабочем, и в неисправном состояниях системы. Поэтому не исключены ситуации, при которых более чем один маркер окажется в позиции  $p_1$ .

### **3 Контрольные вопросы**

1. Что представляет собой N-схема?
2. Графическое представление сети Петри.
3. Какая сеть называется маркированной сетью Петри?
4. Разрешенный переход и разрешающие метки в сети Петри.

## Практическая работа №6 Комбинированные модели (А-схемы)

### 1 Цель работы

- практическое закрепление знаний по комбинированному моделированию систем

### 2 Основные теоретические сведения

*Агрегативная модель (А-схема)* (англ. aggregate system) используется для описания поведения непрерывных и дискретных, детерминированных и стохастических систем.

При агрегативном подходе сначала дается формальное определение объекта моделирования – агрегативной системы, которая является математической схемой, отображающей системный характер изучаемых объектов.

При агрегативном описании сложный объект (система) разбивается на конечное число частей (подсистем), сохраняя при этом связи, обеспечивающие их взаимодействие. Если некоторые из полученных подсистем оказываются в свою очередь еще достаточно сложными, то процесс их разбиения продолжается до тех пор, пока не образуются подсистемы, которые в условиях рассматриваемой задачи моделирования могут считаться удобными для математического описания. В результате такой декомпозиции сложная система представляется в виде многоуровневой конструкции из взаимосвязанных элементов, объединенных в подсистемы различных уровней.

В качестве элемента А-схемы выступает агрегат, а связь между агрегатами осуществляется с помощью оператора сопряжения  $R$ . Агрегат сам может рассматриваться как А-схема, т. е. может разбиваться на элементы (агрегаты) следующего уровня.

Любой агрегат характеризуется следующими множествами:

- моментов времени  $T$ ;
- входных сигналов  $X$ ;
- выходных  $Y$  сигналов;
- состояний  $Z$  в каждый момент времени  $t$ .

Состояние агрегата в момент времени  $t \in T$  обозначается как  $z(t) \in Z$ , а входные и выходные сигналы – как  $x(t) \in X$  и  $y(t) \in Y$  соответственно.

При этом полагают, что переход агрегата из состояния  $z(t_1)$  в состояние  $z(t_2) \neq z(t_1)$  происходит за малый интервал времени, т. е. имеет место скачок  $\delta z$ . Переходы агрегата из состояния  $z(t_1)$  в  $z(t_2)$  определяются собственными (внутренними) параметрами самого агрегата  $h(t) \in H$  и входными сигналами  $x(t) \in X$ .

Для описания скачков состояний  $\delta z$  в особые моменты времени  $t_\delta$  используют случайный оператор  $W$ , т. е.

$$z(t_\delta + 0) = W[t_\delta, z(t_\delta)].$$

В множестве состояний  $Z$  выделяется такое подмножество  $Z^{(Y)}$ , что если  $z(\delta t)$  достигает  $Z^{(Y)}$ , то это состояние является моментом выдачи выходного сигнала, определяемого оператором выходов

$$y = G[t_\delta, z(t_\delta)].$$

Таким образом, под агрегатом понимается любой объект, определяемый упорядоченной совокупностью рассмотренных множеств  $T, X, Y, Z, Z^{(Y)}, H$  и случайных операторов  $W, G$ :

$$A = \langle T, X, Y, Z, Z^{(Y)}, H, W, G \rangle.$$

Последовательность входных сигналов, расположенных в порядке их поступления в  $A$ -схему, называется **входным сообщением** или  $x$ -сообщением.

Последовательность выходных сигналов, упорядоченную относительно времени выдачи, называется **выходным сообщением** или  $y$ -сообщением.

Существует класс больших систем, которые ввиду их сложности не могут быть формализованы в виде математических схем одиночных агрегатов, поэтому их формализуют некоторой конструкцией из отдельных агрегатов  $A_n, n = \overline{1, N_A}$ , которая называется **агрегативной системой** или  $A$ -схемой.

Для описания некоторой реальной системы  $S$  в виде  $A$ -схемы необходимо иметь описание как отдельных агрегатов  $A_n$ , так и связей между ними.

Для построения агрегата вводятся предположения о закономерностях функционирования  $A$ -схем, в соответствии реальной системой:

– взаимодействие между  $A$ -схемой и внешней средой  $E$ , а также между отдельными агрегатами внутри системы  $S$



осуществляется при передаче сигналов, причем взаимные влияния, имеющие место вне механизма обмена сигналами, не учитываются;

– для описания сигнала достаточно некоторого конечного набора характеристик;

– элементарные сигналы мгновенно передаются в  $A$ -схеме независимо друг от друга по элементарным каналам;

– к входному контакту любого элемента  $A$ -схемы подключается не более чем один элементарный канал, к выходному контакту – любое конечное число элементарных каналов при условии, что ко входу одного и того же элемента  $A$ -схемы направляется не более чем один из упомянутых элементарных каналов.

Взаимодействие  $A$ -схемы с внешней средой  $E$  рассматривается как обмен сигналами между внешней средой  $E$  и элементами  $A$ -схемы.

В соответствии с этим внешнюю среду  $E$  можно представить в виде фиктивного элемента системы  $A_0$ , вход которого содержит  $I_0$  входных контактов, а выход –  $J_0$  выходных контактов.

Сигнал, выдаваемый  $A$ -схемой во внешнюю среду  $E$ , принимается элементом  $A_0$  как *входной сигнал*, состоящий из элементарных сигналов  $x_1^{(0)}(t), x_2^{(0)}(t), \dots, x_I^{(0)}(t)$ .

Сигнал, поступающий в  $A$ -схему из внешней среды  $E$ , является *выходным сигналом* элемента  $A_0$  и состоит из элементарных сигналов  $y_1^{(0)}(t), y_2^{(0)}(t), \dots, y_J^{(0)}(t)$ .

Таким образом, каждый  $A_n$  (в том числе и  $A_0$ ) как элемент  $A$ -схемы в рамках принятых предположений о механизме обмена сигналами достаточно охарактеризовать множеством входных контактов  $\{X_i^{(n)}\} = X_1^{(n)}, X_2^{(n)}, \dots, X_I^{(n)}$ , и множеством выходных контактов  $\{Y_j^{(n)}\} = Y_1^{(n)}, Y_2^{(n)}, \dots, Y_J^{(n)}$ , где  $n = \overline{0, N_A}$ . Полученная пара множеств  $\{X_i^{(n)}\}, \{Y_j^{(n)}\}$  является математической моделью элемента  $A_n$  используемого для формального описания сопряжения его с прочими элементами  $A$ -схемы и внешней средой  $E$ .

Если в  $A$ -схеме к контакту  $X_i^{(n)}$  не подключен никакой элементарный канал, то оператор  $R$  не определен на этом контакте. Оператор  $R$  называется *оператором сопряжения элементов* (агрегатов) в  $A$ -схему.

Оператор сопряжения  $R$  можно задать в виде таблицы, в которой на пересечении строк с номерами элементов (агрегатов)  $n$

и столбцов с номерами контактов  $i$  располагаются пары чисел  $(k, j)$ , указывающие номер агрегата  $k$  и номер контакта  $l$ , с которым соединен входной контакт  $X_i^{(n)}$ .

Совокупность множеств  $\{X_i^{(n)}\}$ ,  $\{Y_j^{(k)}\}$  и оператор  $R$  образуют *схему сопряжения* элементов в систему  $S$ .

Причем в  $A$ -схеме должны соблюдаться следующие условия:

– входные и выходные контакты агрегата  $A_0$ , описывающего внешнюю среду, не должны соединяться между собой;

– сигналы в  $A$ -схеме передаются непосредственно от агрегата к агрегату без каких-либо фильтрующих, задерживающих или искажающих структуру сигнала устройств.

Следует отметить, что для многих реальных систем второе условие оказывается невыполнимым. Однако чтобы  $A$ -схема такой системы была адекватна реальному объекту достаточно описать селектирующие и другие реальные средства передачи сигналов как самостоятельные агрегаты со связями удовлетворяющими нужным условиям.

### Задание 6.1

Для  $A$ -схемы, представленной на рисунке 6.1, записать оператор сопряжения в табличном виде.

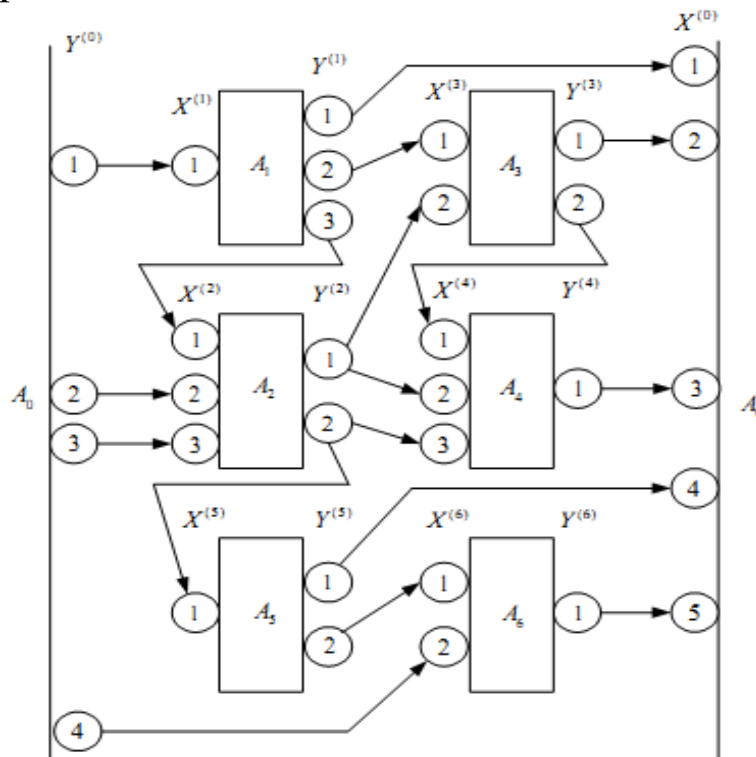


Рисунок 6.1 – Структура агрегативной системы

Оператор сопряжения, для А-схемы, представленной на рисунке 6.1 приведен в таблице 6.1.

Таблица 6.1 – Оператор сопряжения А-схемы

<i>n</i>	<i>i</i>				
	1	2	3	4	5
0	1,1	3,1	4,1	5,1	6,1
1	0,1				
2	1,3	0,2	0,3		
3	1,2	2,1			
4	3,2	2,1	2,2		
5	2,2				
6	5,2	0,4			

### 3 Контрольные вопросы

- 1) Что представляет собой А-схема?
- 2) Какие функции должна выполнять А-схема?
- 3) Назовите предположения о закономерностях функционирования А-схем.
- 4) Что представляет собой оператор и схема сопряжения элементов?

## Практическая работа №7

### Потенциальная помехоустойчивость приема цифровых сигналов с простыми видами модуляции

#### 1 Цель работы:

- практическое закрепление знаний по расчету потенциальной помехоустойчивости цифровых сигналов с простыми видами модуляции

#### 2 Основные теоретические сведения

Для построения демодулятора необходимо определить его решающую схему или правило принятия решения, в соответствии с которым он выдает определенную последовательность символов, когда на его вход поступает сигнал, искаженный помехами.

Если решающая схема демодулятора предусматривает обработку принятого сигнала на протяжении одного тактового интервала так, что решения принимаются последовательно для каждого элемента сигнала, то такой способ демодуляции называется **поэлементным приемом**. Если производится обработка всей последовательности элементов сигнала, передаваемых на протяжении сеанса связи, то такой способ называется **приемом в целом**. Поскольку решающая схема при этом оказывается сложной и в общем случае ее сложность растет экспоненциально с увеличением сеанса связи, целесообразным является использование поэлементной решающей схемы.

Принятие решения является задачей выбора гипотез. Для ее решения необходимо знать:

- элементы передаваемого сигнала (определяются модулятором);
- априорные вероятности передаваемых элементов сигнала (определяются источником сообщения и используемым кодом);
- модель непрерывного канала.

Кроме того, необходимо установить критерий сравнения качества (помехоустойчивости) демодуляторов. В качестве такого критерия принят **критерий максимального правдоподобия**, вытекающий из критерия идеального наблюдателя в частном

случае равенства всех априорных вероятностей передаваемых сигналов. Количественной мерой помехоустойчивости является **средняя вероятность ошибочного приема элемента сигнала**, называемая сокращенно **вероятностью ошибки**.

Вероятность битовой ошибки приема сигналов с простыми видами (амплитудной, частотной и фазовой) манипуляции в канале с аддитивным белым гауссовским шумом может быть определена из следующих выражений:

$$P_{b_{AM-M}} = \frac{2}{\log_2 M} \frac{M-1}{M} Q \left[ \sqrt{\frac{6}{M^2-1} \cdot \frac{\bar{E}_b \log_2 M}{N_0}} \right] \quad (7.1)$$

$$P_{b_{ЧМ-M}} = \frac{2}{\log_2 M} \frac{M-1}{M} Q \left[ \sqrt{\frac{1 - \frac{\sin(2\pi m)}{2\pi m}}{(M-1)m+1} \cdot \frac{E_b \log_2 M}{N_0}} \right]; \quad (7.2)$$

$$P_{b_{ФМ-2}} = Q \left( \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right); \quad (7.3)$$

$$P_{b_{ФМ-M}} = \frac{2}{\log_2 M} Q \left[ \sin \left( \frac{\pi}{M} \right) \sqrt{\frac{2E_b \log_2 M}{N_0}} \right], \quad (7.4)$$

где  $Q(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_y^\infty \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$  – интеграл ошибок;

$M$  – позиционность сигнала;

$m = 2\Omega T$  – индекс модуляции для ЧМн сигнала;

$2\Omega$  – разнос между тональными частотами ЧМн сигнала;

$E_b, \bar{E}_b$  – энергия бита и средняя энергия бита для сигналов ЧМн, ФМ и АМ соответственно;

$N_0$  – односторонняя спектральная плотность мощности шума.

В классе сигналов с частотной манипуляцией в ЦРРЛС широкое распространение получили сигналы ММС. Для этого подкласса сигналов вероятность битовой ошибки можно получить, подставив в выражение (8.7) значение индекса модуляции для этих сигналов ( $m = 0,5$ ):

$$P_{b_{ММС-M}} = \frac{2}{\log_2 M} \frac{M-1}{M} Q \left[ \sqrt{\frac{1}{0,5(M-1)+1} \cdot \frac{E_b \log_2 M}{N_0}} \right]. \quad (7.5)$$

Выражения (8.6) – (8.10) справедливы для случая абсолютного модуляционного кодирования, выполняемого в соответствии с

правилом: минимальному Евклидовому расстоянию соответствует минимальное Хеммингово расстояние.

В большинстве практических случаев удобнее использовать зависимость вероятности битовой ошибки не от отношения  $h_b^2 = \overline{E}_b / N_0$ , а от отношения средней энергии символа к односторонней спектральной плотности мощности шума  $h^2 = \overline{E} / N_0$ , которые связаны следующим соотношением

$$h^2 = h_b^2 \log_2 M.$$

В этом случае выражения (7.1) – (7.5) могут быть записаны в обобщенном виде

$$P_b = \frac{k_1}{\log_2 M} \operatorname{erfc}(\sqrt{k_2 h^2}), \quad (7.6)$$

где  $\operatorname{erfc}(y) = 2Q(\sqrt{2} y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_y^\infty \exp(-x^2) dx$  – дополнительная функция ошибок;

$k_1, k_2$  – коэффициенты, принимающие значения в соответствии с табл. 7.1

Таблица 7.1 – Значения коэффициентов  $k_1, k_2$  для сигналов АМн, ЧМн, ММС, ФМ

Вид модуляции и	АМн-М	ЧМн-М	ММС	ФМ-2	ФМ-М
$k_1$	$\frac{M-1}{M}$	$\frac{M-1}{M}$	$\frac{M-1}{M}$	0,5	1
$k_2$	$\frac{3}{M^2-1}$	$\frac{1 - \sin(2\pi m)/(2\pi m)}{2m(M-1)+2}$	$\frac{1}{M+1}$	1	$\sin^2(\pi/M)$

### Задание 7.1

В программном пакете MathCad построить графики потенциальной помехоустойчивости для сигналов АМн-2, -4, -8; ММС, ММС-4, ММС-8; ФМ-2, -4, -8, -16. С помощью полученных графических зависимостей провести сравнительный анализ помехоустойчивости цифровых сигналов с простыми видами модуляции.

Зависимости вероятности битовой ошибки приема сигналов АМн, ММС и ФМ от отношения сигнал/шум, рассчитанные с помощью выражения (7.6) для значений коэффициентов  $k_1$ ,  $k_2$  из табл. 7.1, приведены на рис. 7.1 и 7.2 соответственно.

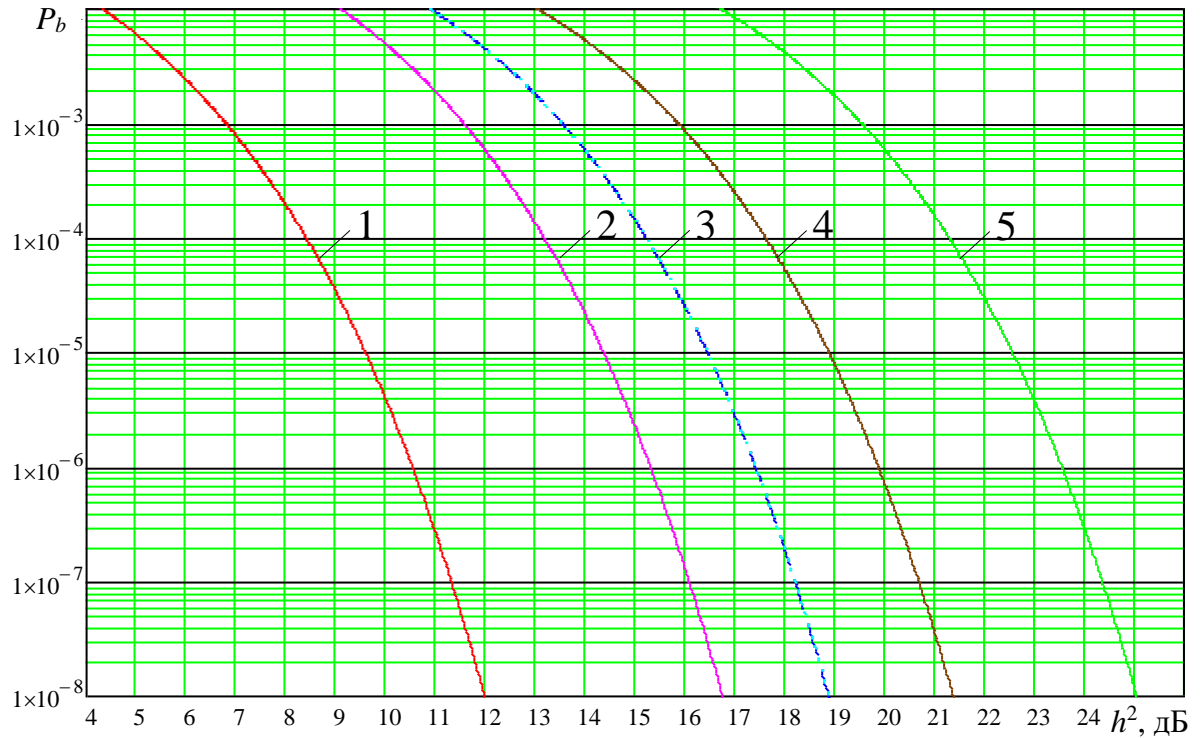


Рисунок 7.1 – Потенциальная помехоустойчивость приема цифровых сигналов: АМн-2 (1); АМн-4 (2); АМн-8 (3); ММС (4); ММС-4 (5); ММС-8 (6)

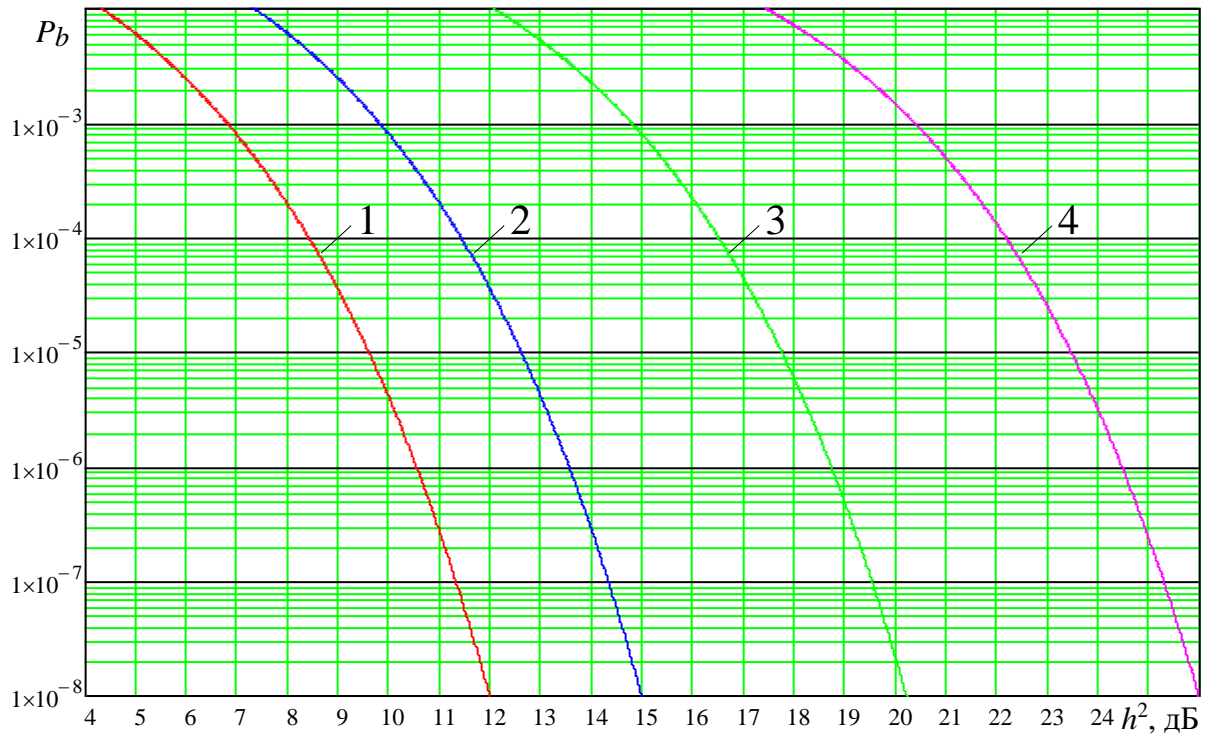


Рисунок 7.2 – Потенциальная помехоустойчивость приема цифровых сигналов: ФМ-2 (1); ФМ-4 (2); ФМ-8 (3); ФМ-16 (4)

Сравнительный анализ графиков, представленных рис. 7.1 – 7.2, показывает:

– сигналы АМн-2 и ФМ-2 обладают одинаковой помехоустойчивостью;

– с возрастанием позиционности большей помехоустойчивостью обладают сигналы с фазовой манипуляцией;

– сигналы ММС существенно проигрывают сигналам ФМ в помехоустойчивости (от 5 до 7,5 дБ).

### 3 Контрольные вопросы

1. Какая модуляция называется цифровой?
2. Дайте определение энергетической эффективности цифрового сигнала.
3. Дайте определение эквивалентных энергетических потерь.
4. Дайте определение спектральной эффективности цифрового сигнала.



5. Модель сигнала с амплитудной манипуляцией.
6. Модель сигнала с частотной манипуляцией.
7. Модель сигнала с частотной манипуляцией и непрерывной фазой.
8. Модель сигнала ММС.
9. Модель сигнала ММС с гаусовкой огибающей.
10. Модель сигнала с фазовой манипуляцией.
11. Модель сигнала ФМ-4 со сдвигом.
12. Модель сигнала с  $\pi/4$ -дифференциальной ФМ-4.
13. Модель сигнала ФМ-4 с постоянной огибающей.
14. Модель сигнала с квадратурной амплитудной манипуляцией.
15. Модель сигнала с амплитудно-фазовой манипуляцией.

## Практическая работа №8

### Потенциальная помехоустойчивость приема цифровых сигналов с многопозиционными видами модуляции

#### 1 Цель работы

- практическое закрепление знаний по расчету потенциальной помехоустойчивости цифровых сигналов с многопозиционными видами модуляции

#### 2 Основные теоретические сведения

Вероятность битовой ошибки приема сигналов с квадратурной амплитудной манипуляцией в канале с аддитивным гауссовским белым шумом может быть определена из выражения

$$P_{b_{КАМ-M}} = \frac{4}{\log_2 M} \frac{L-1}{L} Q \left[ \sqrt{\frac{3}{M-1} \cdot \frac{\bar{E}_b \log_2 M}{N_0}} \right] \quad (8.1)$$

или

$$P_{b_{КАМ-M}} = \frac{2}{\log_2 M} \frac{L-1}{L} \operatorname{erfc} \left[ \sqrt{\frac{1,5}{M-1} \cdot h^2} \right], \quad (8.2)$$

где  $L$  – число уровней амплитуд огибающих квадратурных составляющих КАМ сигнала, равное,  $\sqrt{M}$  если кратность вида модуляции сигнала  $K = \log_2 M$  четная, и  $\sqrt{1,125M}$ , если – нечетная;

$\bar{E}_b$  – средняя энергия бита для КАМ сигнала.

Нахождение выражения для расчета вероятности ошибки для сигналов АФМ представляет собой довольно сложную задачу.

Поскольку каждый из рассматриваемых сигналов представляет собой совокупность элементарных сигналов  $s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)$ , то для такой системы сигналов, передаваемых в любом канале, справедлива следующая оценка вероятности ошибки, называемая верхней аддитивной границей (границей Буля):

$$P_i \leq \sum_{j=1}^M P_{i,j}, i \neq j,$$

где  $P_i$  – вероятность ошибочного приема при передаче  $s_i(t)$  сигнала;

$P_{i,j}$  – вероятность ошибочного приема в двоичной системе, использующей сигналы  $s_i(t)$  и  $s_j(t)$ .

При равенстве априорных вероятностей передаваемых сигналов, верхняя граница для средней вероятности ошибочного приема символа  $P$  может быть определена из следующего выражения

$$P = \frac{1}{M} \cdot \sum_{j=1}^M P_i = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M P_{i,j} \leq (M-1) \max P_{i,j}, \quad i \neq j,$$

где  $\max P_{i,j}$  – максимальная по всем парам  $i, j$  вероятность ошибки в двоичной системе с сигналами  $s_i(t)$  и  $s_j(t)$ .

Тогда выражение для верхней границы вероятности битовой ошибки будет иметь вид

$$P_b = \frac{M-1}{2 \cdot \log_2 M} \cdot \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{d_{E \min}^2}{4 \cdot N_0}} \right), \quad (8.3)$$

где  $d_{E \min}$  – минимальное евклидовое расстояние в двоичной системе с сигналами  $s_i(t)$  и  $s_j(t)$ .

Граница (8.3) может быть неплотной при достаточно большом  $M$ . В этом случае множитель  $(M-1)$  может быть заменен на множитель  $M_{E \min}$ , равный наибольшему числу ближайших точек, находящихся на расстоянии  $d_{E \min}$  от любой точки созвездия. Для сигналов АФМ-16 множитель  $M_{E \min}$  можно положить равным трем, для АФМ-32 и АФМ-64 – четырем, а  $d_{E \min}$  равным

$$d_{E \min}^2 = 2 \cdot R_1^2,$$

что справедливо для большинства кодовых скоростей.

В этом случае

$$d_{E \min, \text{АФМ-16}}^2 = \frac{8}{1 + 3 \cdot \gamma_1^2} \cdot \bar{E}; \quad (8.4)$$

$$d_{E \min, \text{АФМ-32}}^2 = \frac{16}{1 + 3 \cdot \gamma_1^2 + 4 \cdot \gamma_2^2} \cdot \bar{E}; \quad (8.5)$$

$$d_{E \min, \text{АФМ-64}}^2 = \frac{32}{1 + 3 \cdot \gamma_1^2 + 5 \cdot \gamma_2^2 + 7 \cdot \gamma_3^2} \cdot \bar{E}, \quad (8.6)$$

где  $\bar{E} = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^M E_i$  – средняя энергия символа;

$E_i$  – энергия элемента сигнала.

По аналогии, для сигнала АФМ-8  $M_{E_{\min}}$  принимает усредненное значение  $18/8$ , а  $d_{E_{\min}}^2$  можно определить по формуле

$$d_{E_{\min \text{КАМ-8}}}^2 = \frac{4}{5} \cdot \bar{E}. \quad (8.7)$$

Выражение (8.3) с учетом (8.4) – (8.7) целесообразно записать в обобщенном виде

$$P_b = \frac{k_1}{\log_2 M} \operatorname{erfc}(\sqrt{k_2 h^2}), \quad (8.8)$$

где  $\operatorname{erfc}(y) = 2Q(\sqrt{2} y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_y^\infty \exp(-x^2) dx$  – дополнительная функция

ошибок;

$k_1, k_2$  – коэффициенты, принимающие значения в соответствии с табл. 8.1.

Таблица 8.1 – Значения коэффициентов  $k_1, k_2$  для сигналов КАМ и АФМ

Вид модуляции	КАМ-М	АФМ-8	АФМ-16	АФМ-32	АФМ-64
$k_1$	$2 \cdot \frac{L-1}{L}$	$9/8$	$3/2$	$2$	$2$
$k_2$	$\frac{1,5}{M-1}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{1+3 \cdot \gamma_1^2}$	$\frac{4}{1+3 \cdot \gamma_1^2 + 4 \cdot \gamma_2^2}$	$\frac{8}{1+3 \cdot \gamma_1^2 + 5 \cdot \gamma_2^2 + 7 \cdot \gamma_3^2}$

### Задание 8.1

В программном пакете MathCad построить графики потенциальной помехоустойчивости для сигналов КАМ-16, -32, -64, -128, -256, -512, -1024; КАМ-8, АФМ-16, -32, -64. С помощью полученных графических зависимостей провести сравнительный анализ помехоустойчивости цифровых сигналов с многопозиционными видами модуляции.

Зависимости вероятности битовой ошибки приема сигналов КАМ и АФМ от отношения сигнал/шум, рассчитанные с помощью выражения (8.8) для значений коэффициентов  $k_1, k_2$  из табл. 8.1, приведены на рис. 8.1 и 8.2 соответственно.

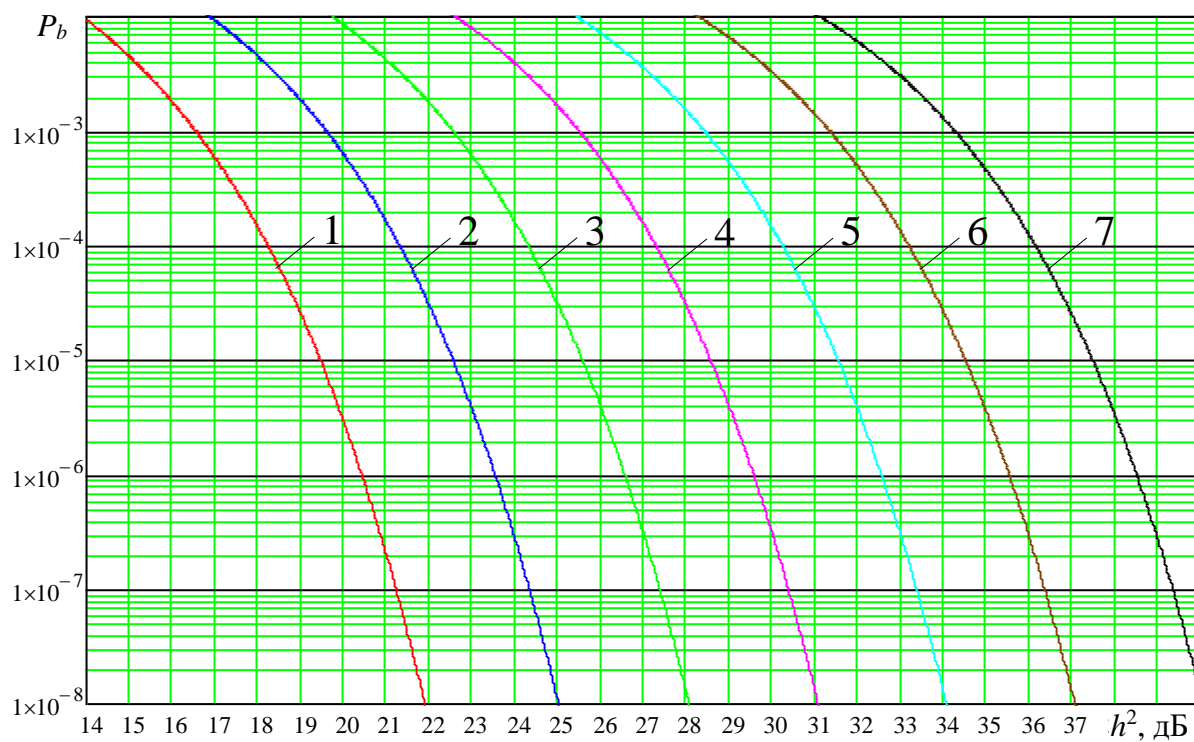


Рисунок 8.1 – Потенциальная помехоустойчивость приема сигналов цифровых сигналов: КАМ-16 (1); КАМ-32 (2); КАМ-64 (3); КАМ-128 (4); КАМ-256 (5); КАМ-512 (6); КАМ-1024 (7)

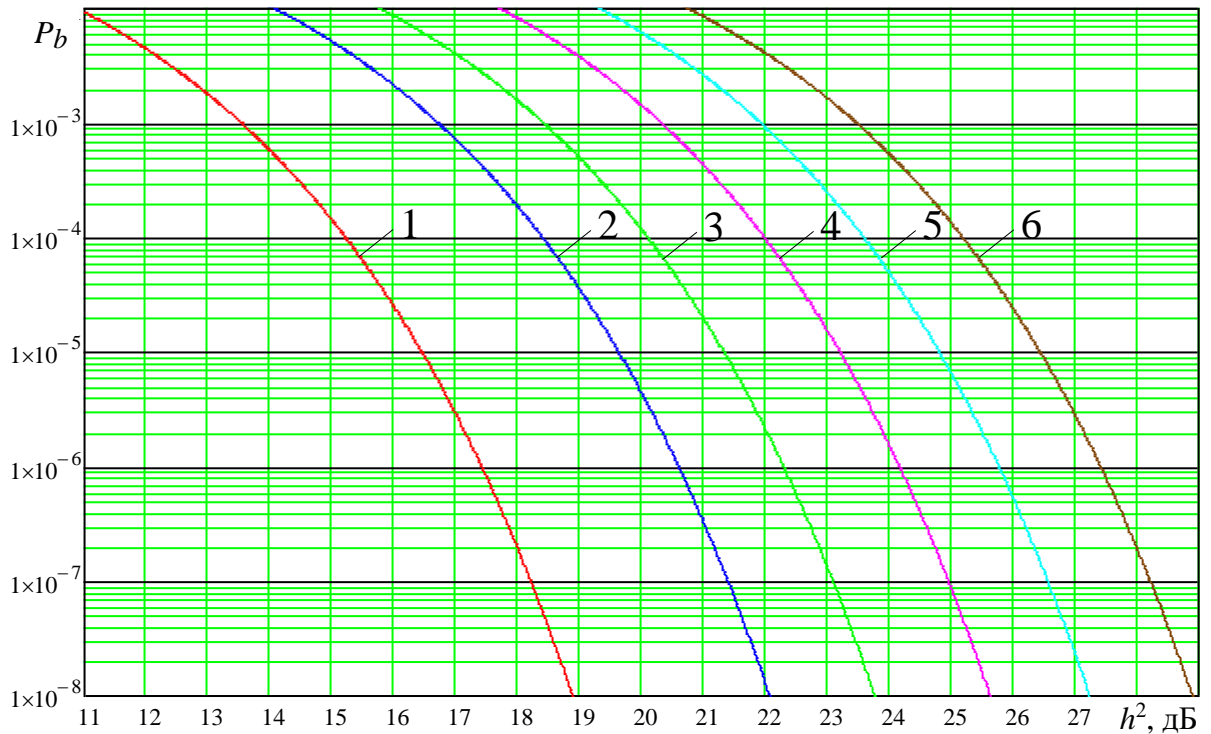


Рисунок 8.2 – Потенциальная помехоустойчивость приема цифровых сигналов: КАМ-8 (1); АФМ-16 (2 –  $r=9/10$ ; 3 –  $r=2/3$ ); АФМ-32 (4 –  $r=9/10$ ; 5 –  $r=3/4$ ); АФМ-64 (6)

Сравнительный анализ графиков, представленных рис. 8.1 – 8.2, показывает:

- потенциальная помехоустойчивость приема сигналов КАМ-8 превышает помехоустойчивость сигнала ФМ-8 на 1,0 – 1,2 дБ;

- сигналы с АФМ по помехоустойчивости незначительно (на 0,2 – 1,7 дБ) уступают сигналам КАМ той же позиционности. В тоже время существенно более узкий динамический диапазон сигналов с АФМ определяет перспективность использования указанных сигналов в спутниковых линиях связи с нелинейными транспондерами.

### 3 Контрольные вопросы

1) Приведите обобщенную схему системы передачи дискретных сообщений.

2) Какой способ демодуляции называется поэлементным приемом?

- 3) Какой способ демодуляции называется приемом в целом?
- 4) Что необходимо знать для построения решающей схемы?
- 5) Какой критерий сравнения демодуляторов используется в системах телекоммуникаций? Приведите выражение для него.
- 6) Запишите упрощенное выражение для правила максимального правдоподобия.
- 7) Нарисуйте схему корреляционного приемника.

## Практическая работа №9

### Энергетический расчет бюджета цифровой линии связи спутниковых систем связи с подвижными объектами

#### 1 Цель работы

- практическое закрепление знаний по расчету энергетического баланса цифровой линии связи спутниковых систем связи с подвижными объектами

#### 2 Основные теоретические сведения

Для обеспечения качественной связи в ССС ПО необходимо обеспечить во всех радиопереходах определенный энергетический баланс. В ССС ПО используются пять типов радиопереходов: радиопереходы вверх «Земля-Космос» (З-К) типа «Земная станция-Спутниковый ретранслятор» (ЗС-СП), «Центральная ЗС-СП» (ЦЗС-СП); радиопереходы вниз «Космос-Земля» (К-З) типа СП-ЗС, СП-ЦЗС и радиопереходы «Космос-Космос» (К-К) типа СП-СП. При этом наиболее напряженными в энергетическом отношении являются радиопереходы ЗС-СП и СП-ЗС в связи с тенденцией перехода в ССС ПО от мобильных земных терминалов к «ручным» терминалам, т.е. к существенному снижению мощности передатчика ЗС.

В общем случае при проектировании радиопереходов спутниковой связи необходимо рассчитывать на их работу в наиболее неблагоприятных условиях с наименьшими энергетическими затратами.

При проведении энергетического расчета ССС ПО будем полагать атмосферу однородной, а влияние Земли, гидрометеоров и поляризационных потерь пренебрежительно малыми.

Каждая радиопереходная линия состоит из передающей части и приемной части. К основным характеристикам радиопереходной линии относятся:

- мощность передатчика  $P_{\text{п}}$ , отнесенная к одному каналу;
- коэффициент потерь в фидере передатчика  $\eta_{\text{п}}$ ;
- коэффициент усиления передающей антенны  $G_{\text{п}}$ ;
- коэффициент потерь в свободном пространстве  $L_0$ ;



- коэффициент дополнительных потерь в радиолинии  $\Delta L$ ;
- коэффициент усиления приемной антенны  $G_{\text{пр}}$ ;
- коэффициент потерь в фидере приемника  $\eta_{\text{пр}}$ ;
- мощность принимаемого сигнала  $P_{\text{пр}}$ , отнесенная к одному каналу.

Коэффициент усиления антенны ЗС определяется из выражения

$$G = \frac{4\pi S_a}{\lambda^2},$$

где  $S_a$  – эффективная площадь антенны, [м<sup>2</sup>];

$\lambda = 0,3/f$  – длина волны, [м];

$f$  – частота передатчика, [ГГц].

Для зеркально-параболической антенны коэффициент усиления антенны

$$G = k_a \left( \frac{\pi D}{\lambda} \right)^2,$$

или в [дБ]

$$G = 20,4 + 20\lg(D) + 20\lg(f) + 10\lg(k_a)$$

где  $D$  – диаметр отражателя (зеркала) антенны ЗС, [м];

$k_a = 0,5 \dots 0,7$  – коэффициент использования поверхности.

Коэффициент потерь в свободном пространстве учитывает рассеяние электромагнитной энергии в пространстве при изотропном распространении радиоволн и определяется по формуле

$$L_0 = \frac{(4\pi r)^2}{\lambda^2},$$

или в [дБ]

$$L_0 = 152,44 + 20\lg(f) + 20\lg(r),$$

где  $r$  – расстояние между ЗС и СР, [м].

Протяженность спутниковой линии (расстояние между ЗС и СР) можно рассчитать по формуле, [км]:

$$r = \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR\cos(\theta_E - \theta_S)\cos(\psi_E)},$$

где  $R = 6378$  [км] – радиус Земли;

$r$  – радиус орбиты СР;

$\theta_E, \psi_E$  – географические долгота и широта ЗС;

$\theta_s$  – географические долготы СР.

При расположении СР на геостационарной орбите ( $r = 42164$  км) протяженность СЛС можно определить по формуле

$$r = 42644 \sqrt{1 - 0,295 \cos(\theta_E - \theta_S) \cos(\psi_E)}.$$

Величина  $\Delta L$ , обусловленная поглощением радиоволн в атмосфере, замиранием вследствие многолучевости, существенно зависит от угла места антенны ЗС и меняется в пределах 1,5 дБ до 6 дБ.

Основные энергетические параметры радиолинии взаимосвязаны уравнением радиопередачи

$$P_{\text{пр}} = \frac{P_{\text{п}} G_{\text{п}} G_{\text{пр}}}{\eta_{\text{п}} \eta_{\text{пр}} L},$$

где  $L = L_0 + \Delta L$  – коэффициент потерь в линии связи.

Энергетический потенциал радиолинии характеризуется отношением мощности принимаемого сигнала  $P_{\text{пр}}$  к спектральной плотности шумов на входе приемника  $N_0$

$$\frac{P_{\text{пр}}}{N_0} = \frac{P_{\text{п}} G_{\text{п}} G_{\text{пр}}}{k T_{\text{пр}} \eta_{\text{п}} \eta_{\text{пр}} L} = \frac{HQ}{k \eta_{\text{пр}} L},$$

где  $N_0 = k T_{\text{пр}}$ ;

$k = 1,39 \cdot 10^{-23}$  Вт/Гц·К – постоянная Больцмана;

$T_{\text{пр}}$  – шумовая температура приемного устройства по шкале Кельвина;

$H = \frac{P_{\text{п}} G_{\text{п}}}{\eta_{\text{п}}}$  – эквивалентная изотропно-излучаемая мощность

(ЭИИМ) передатчика;

$Q = G_{\text{пр}} / T_{\text{пр}}$  – добротность приемника,  $K^{-1}$ .

При использовании в СР многостанционного доступа на основе частотного разделения каналов необходимо дополнительно учитывать помехи за счет взаимной модуляции (интермодуляционной), которые рассматриваются как флюктуационный шум со спектральной плотностью  $I_0$ .

При этом результирующее отношение сигнал/помеха на выходе СР определяется из соотношения

$$\frac{P_{\text{пр}}}{N_0 + I_0} = \frac{P_{\text{пр}}}{N_0} \cdot \frac{P_{\text{пр}}}{I_0} \left( \frac{P_{\text{пр}}}{N_0} + \frac{P_{\text{пр}}}{I_0} \right)^{-1}.$$

Структура ССС ПО при использовании СР с прямой ретрансляцией и частотным разделением каналов при передаче информации от ЗС<sub>1</sub> к ЗС<sub>2</sub> приведена на рис. 9.1, где приняты следующие обозначения:

- $P_1, G_1, \eta_1$  – соответственно мощность передатчика, усиление передающей антенны и потери в фидере ЗС<sub>1</sub>;
- $P_2, G_2, \eta_2, T_2$  – соответственно мощность сигнала на входе СР, усиление приемной антенны и потери в антенном фидере СР, шумовая температура СР;
- $P_3, G_3, \eta_3, P_{\text{ин}}$  – соответственно мощность сигнала на выходе СР, усиление передающей антенны и потери в фидере СР, мощность интермодуляционной помехи на выходе СР;
- $P_4, G_4, \eta_4, T_4$  – соответственно мощность сигнала на входе приемника ЗС<sub>2</sub>, усиление приемной антенны ЗС<sub>2</sub>, потери в антенном фидере и шумовая температура приемника ЗС<sub>2</sub>;
- $K_{\text{ср}}, B_{\text{ср}}, B_{\text{к}}$  – соответственно коэффициент передачи СР по мощности в линейном режиме, ширина частотного диапазона СР и полоса пропускания одного канала СР;
- $r_{12}, r_{34}, f_1, f_2$  – соответственно расстояние между ЗС<sub>1</sub> и СР и СР-ЗС<sub>2</sub>, рабочие частоты передачи ЗС<sub>1</sub> и приема ЗС<sub>2</sub>.

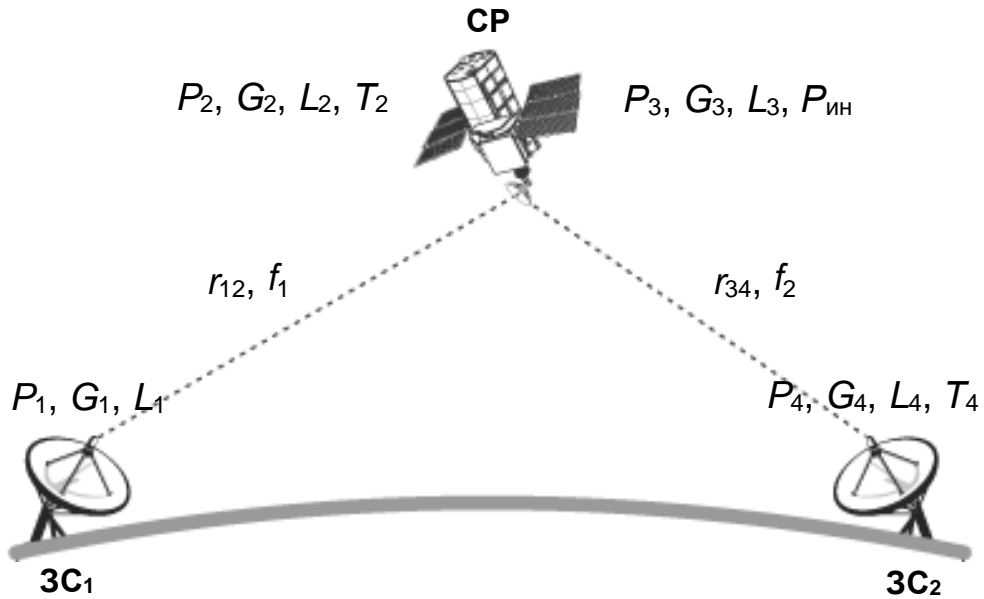


Рисунок 9.1 – Структура ССС ПО

В данном случае ССС ПО состоит из прямого и обратного каналов связи. Прямой канал включает в себя радиолинии ЗС<sub>1</sub>-СР и СР-ЗС<sub>2</sub>, а обратный – ЗС<sub>2</sub>-СР и СР-ЗС<sub>1</sub>. При дуплексной связи допустимо автономное рассмотрение каждого из упомянутых каналов.

При энергетическом расчете прямого канала необходимо, наряду с характеристиками радиолиний ЗС<sub>1</sub>-СР и СР-ЗС<sub>2</sub> учитывать нелинейный характер обработки сигналов в СР.

Наиболее сложно обеспечить энергетический баланс на участке СР-ЗС<sub>2</sub>, поскольку мощность помехи  $P_p$  на входе приемника ЗС<sub>2</sub>, определяется не только тепловыми шумами ЗС<sub>2</sub>  $P_{шзс}$ , но и переизлученными СР шумами ЗС<sub>1</sub> на входе СР  $P_{шср}$  и интермодуляционными помехами  $P_{ин}$ . При этом результирующее отношение сигнал/помеха по мощности  $h^2$  в рассматриваемой ССС ПО может быть представлено следующим образом

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{h_{ср}^2} + \frac{1}{h_{ин}^2} + \frac{1}{h_{зс}^2},$$

где  $h_{ср}^2 = \frac{P_2}{P_{шср}}$ ,  $h_{зс}^2 = \frac{P_4}{P_{шзс}}$ ,  $h_{ин}^2 = \frac{P_3}{P_{шин}}$  – соответственно отношение

сигнал/шум по мощности на входе СР, ЗС<sub>2</sub> и отношение сигнал/интермодуляционная помеха на выходе СР.

При использовании в ССС ПО сигналов ФМ-4 для обеспечения допустимого уровня вероятности битовой ошибки ( $P_b = 10^{-6} \dots 10^{-7}$ ) необходимо, чтобы отношение сигнал/помеха по мощности  $h^2$  в случае использования корректирующих кодов (например, сверточных, 3/4) составляло 10,6...11,3 дБ.

Мощность сигнала на входе СР и ЗС<sub>2</sub> соответственно:

$$P_2 = \frac{P_1 G_1 G_2}{\eta_1 \eta_2 L_{12}};$$

$$P_4 = \frac{P_3 G_3 G_4}{\eta_3 \eta_4 L_{34}}.$$

где  $L_{12}, L_{34}$  – ослабление сигнала на участках ЗС<sub>1</sub>-СР и СР-ЗС<sub>2</sub> соответственно.

Мощность сигнала на выходе СР

$$P_3 = K_{\text{cp}} P_2.$$

При функционировании СР в многосигнальном режиме

$$P_3 = K_{\text{и}} P_{\text{м}} / n,$$

где  $P_{\text{м}}$  – максимальная мощность на выходе СР, функционирующего в многосигнальном режиме, которая на 2 дБ меньше максимальной мощности в односигнальном режиме;

$n \leq B_{\text{cp}} / B_{\text{к}}$  – количество сигналов на входе СР;

$K_{\text{и}}$  – коэффициент снижения мощности на выходе СР относительно максимальной для уменьшения интермодуляционных помех (для  $n > 20$ ,  $K_{\text{и опт}} = 0,63$ ).

Мощность шума на входе СР и ЗС<sub>2</sub> соответственно:

$$P_{\text{ш ср}} = k T_2 B_{\text{к}};$$

$$P_{\text{ш зс}} = k T_4 B_{\text{к}},$$

где  $B_{\text{к}} = \frac{1,2R}{r_{\text{FEC}} \log_2 M}$ ;

$R$  – информационная скорость, [бит/с];

$M$  – позиционность сигнала;

$r_{\text{FEC}}$  – результирующая кодовая скорость (для сверточного кода 3/4,  $r_{\text{FEC}} = 0,75$ ).

Отношение сигнал/шум на входе СР и ЗС<sub>2</sub> соответственно

$$h_{\text{cp}}^2 = \frac{H_1 Q_2}{k \eta_2 L_{12}};$$

$$h_{\text{зс}}^2 = \frac{H_3 Q_4}{k \eta_4 L_{34}},$$

где  $H_1 = \frac{P_1 G_1}{\eta_1}$ ,  $H_3 = \frac{P_3 G_3}{\eta_3}$  – ЭИИМ передатчика ЗС<sub>1</sub> и СР

соответственно;

$Q_2 = G_2/T_2$ ,  $Q_4 = G_4/T_4$  – добротность приемника СР и ЗС<sub>2</sub> соответственно.

### Задание 9.1

Произвести расчет и оптимизацию энергетических компонент ( $H_1$ ,  $Q_4$ ) прямого канала для следующих исходных данных:

- местоположение ЗС<sub>1</sub> – г. Курск (51°42'с.ш., 36°12'в.д.);
- местоположение ЗС<sub>2</sub> – Калининград (54°43'с.ш., 20°25'в.д.);
- местоположение СР – геостационарная орбита, 64° в.д.
- рабочая частота направления ЗС-СР – 1626,5 МГц, СР-ЗС – 1525 МГц;
- ЭИИМ СР – 33 дБ Вт;
- добротность СР – минус 13 дБ/К
- вид сигнала – ФМ-4;
- вид кодирования – сверточное,  $3/4$ ;
- информационная скорость передачи данных – 64 кбит/с.

## 3 Контрольные вопросы

- 1) Дайте определение канала передачи информации.
- 2) По каким признакам классифицируют каналы передачи информации?
- 3) Какими параметрами характеризуется канал передачи информации?
- 4) Дайте определение непрерывного канала связи.
- 5) Математическая модель идеального канала без помех.
- 6) Математическая модель канала с аддитивным гауссовским шумом.

- 7) Математическая модель гауссовского канала с неопределенной фазой сигнала.
- 8) Математическая модель однолучевого гауссовского канала с общими замираниями.