МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:
И.о.зав.кафедрой
высшей математики
(наименование кафедры полностью)
____________ О.А.Бредихина
(подпись)
«_02_» _____07_____2024г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине

Математический анализ
(наименование дисциплины)

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем
шифр и наименование направления подготовки (специальности)

направленность (профиль, специализация) «Интеллектуальный анализ данных в экономике»
наименование направленности (профиля, специализации)

форма обучения ____________ очная ____________
(очная, очно-заочная, заочная)

Курск – 2024

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

1.1 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

Раздел (тема) 1 «Введение в математический анализ.»

Вариант 1 (Т 1)

1. Даны два множества $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ и $B = \{b, d, e, m, n, p\}$. Найти $A \cap B$.

1) $\{a, b, c, d, e, f, m, n, p\}$ 2) $\{a, b, b, c, d, d, e, e, f, m, n, p\}$ 3) $\{b, d\}$
4) $\{a, c, f\}$ 5) $\{b, d, e\}$

2. Найти $A \cap (B \cup C)$, если $A = (-3; 11]$, $B = [-2; 5]$, $C = (4; 9)$

1) $(4; 5]$ 2) $[-2; 9]$ 3) $(-3; 9]$ 4) $(-3; 4) \cup [5; 11]$

3. Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Число А называется пределом функции f(x) в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________

I. $|f(x) - A| < \varepsilon$
II. для любого числа $\varepsilon > 0$
III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

4. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim_{x\to 1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$
2) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$
3) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$	в) неопределённость (1^∞)
4) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0\cdot\infty)$
	д) неопределённость $(\infty+\infty)$

5. Предел $\lim_{x\to 5}\frac{3x-7}{5-x}$ равен

1) 1 2) 0 3) ∞ 4) $-\infty$ 5) 0,8

6. Вычислить предел $\lim_{x\to -\infty}\frac{2x^4-2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$.

Вариант 2 (Т 1)

1. Даны два множества $A=\{-2, 3, 8, 13, 18, 23\}$, $B=\{-3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$. Найти $A \setminus B$.

1) $\{-3, -2, -1, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 11, 13, 18, 23\}$ 2) $\{-2, 8, 18, 23\}$

3) $\{-3, -2, -1, 1, 5, 7, 8, 9, 11, 18, 23\}$ 4) $\{-3, -1, 1, 5, 7, 9, 11\}$

2. Даны числовые промежутки $A=[3;\ 5)$ и $B=[0;\ 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

1) $A \cap B$	а) $[0;\ 5)$
2) $A \cup B$	б) $\emptyset$
3) $A \setminus B$	в) $(3;\ 5)$
4) $B \setminus A$	г) $[3;\ 5)$
	д) $\{3\}$

3. Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если ______ существует ______ такой, что если _______ , то выполняется условие _________

I. $|x_n| < \varepsilon$

II. $n > N(\varepsilon)$

III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

5. Предел $\lim\limits_{x \to 7} \frac{x-7}{5-2x}$ равен

1) 1 2) 0 3) ∞ 4) $-\infty$ 5) 1,4

6. Вычислить предел $\lim_{x\to 0}\left(\frac{2x+8}{3x+5}\right)^{6-9x}$.

Раздел (тема) 2 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Вариант 1 (Т 2)

1. Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна

1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$

4) $2x \cdot \sin(2x) - 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 5) $4x \cdot \cos(2x)$

2. Производная функции $y = \ln^5(2x-1)$ равна

1) $5\ln^4(2x-1)$ 2) $\frac{10 \cdot \ln^4(2x-1)}{2x-1}$ 3) $\frac{10\ln(2x-1)}{2x-1}$ 4) $10\ln^4(2x-1)$ 5) $\frac{5\ln^4(2x-1)}{2x-1}$

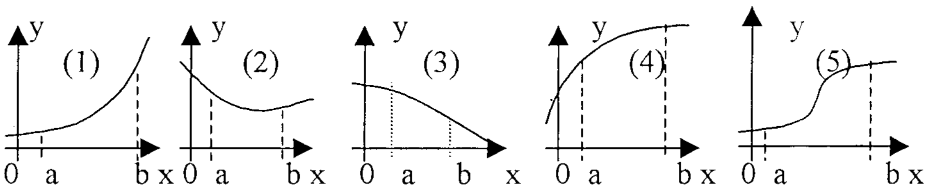
3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению	1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$ 2) найти приращение функции $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$ 3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x+\Delta x)$ 4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$	

4. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

5. Укажите, на каком рисунке изображён график функции, для которой в каждой точке отрезка [a;b] выполняются три условия: $y > 0, y' < 0, y'' < 0$.



6. Найти точку минимума функции $y = (2x+1)^2 \cdot (x+3) + 4$.

Вариант 2 (Т 2)

1. Производная функции $y = \dfrac{\sqrt{2x}}{10x^2+3}$ равна

1) $\dfrac{3+50x^2}{\sqrt{2x}\cdot(10x^2+3)^2}$ 2) $\dfrac{10x^2+3-40\sqrt{2}\cdot x^2}{2\sqrt{x}\cdot(10x^2+3)^2}$ 3) $\dfrac{10x^2+3+40\sqrt{2}\cdot x^2}{2\sqrt{x}\cdot(10x^2+3)^2}$

4) $\dfrac{\sqrt{2}}{40x\sqrt{x}}$ 5) $\dfrac{3-30x^2}{\sqrt{2x}\cdot(10x^2+3)^2}$

2. Производная функции $y = ctg^3(4x)$ равна

1) $\frac{12 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$ 2) $-\frac{12 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$ 3) $\frac{3 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

4) $-\frac{3 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$ 5) $\frac{12 \cdot ctg(4x)}{\sin^2(4x)}$

3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$	1) найти производные обеих частей равенства 2) прологарифмировать обе части равенства 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции 4) воспользоваться свойством $\ln\left\|a^b\right\| = b \cdot \ln\|a\|$ 5) заменить y исходной функцией	

4. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$ 4) $y = e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

5. Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y<0$, $y'<0$, $y''>0$.

1) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз

2) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

3) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх

4) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз

5) график лежит выше оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

6. Найти наименьшее значение функции $y = 36 + \frac{\sqrt{3}\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}x - 3\cos x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Раздел (тема) 3 «Интегральное исчисление функций одной переменной»

Вариант 1 (Т 3)

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 3 - 8x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = -8 + \frac{8}{x^3}$

2) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$

3) $F(x) = 3x - 4x^2 - \frac{4}{x} - 6$

4) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x}$

5) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2. Пусть $F(x) = a \cdot \cos\frac{x}{2} + b \cdot x^2 + c \cdot x$ – первообразная для функции $f(x) = \sin\frac{x}{2} + x - 8$, график которой проходит через точку $M(0; -2)$. Найти произведение $a \cdot b \cdot c$.

3. Установите соответствие между интегралами и их значениями.

1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$ 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$ 3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ 4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	а) $\frac{1}{2a} \ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\| + c$ б) $\frac{1}{a} arc\,tg\frac{x}{a} + c$ в) $arc\sin\frac{x}{a} + c$ г) $arc\,tg\frac{x}{a} + c$ д) $\ln\left\|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right\| + c$

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$	1) используем таблицу неопределённых интегралов 2) используем формулу квадрата разности 3) добавляем постоянную С в конце записи 4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ 5) используем почленное деление	

5. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$ 2) $\int (x+1)\sin x\, dx$ 3) $\int 5^x dx$ 4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям

6. Неопределённый интеграл $\int \frac{\cos x}{\sqrt{5-2\sin x}} dx$ равен

1) $\sqrt{5-2\sin x}+C$ 2) $2\ln|5-2\sin x|+C$

3) $-\sqrt{5-2\sin x}+C$ 4) $2\sqrt{5-2\sin x}+C$

Вариант 2 (Т 3)

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 2 + 5x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = 5 + \frac{8}{x^3}$ 2) $F(x) = 2x + 2{,}5x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$

3) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 - \frac{4}{x} - 6$ 4) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 + \frac{4}{x}$

5) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2. Пусть $F(x) = a \cdot \sin(5x) + b \cdot x^4 + c \cdot x^2 + 6$ – первообразная для функции $f(x) = 10\cos(5x) + 8x^3 + 6x$, график которой проходит через точку $M(0; 6)$. Найти произведение $a \cdot b \cdot c$.

3. Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке.

1) $\frac{1}{x^2}$ 2) $\frac{x}{2}$ 3) $3x^2$ 4) $\frac{1}{x}+2x$	а) $\frac{x^2}{4}$ б) $\ln\|x\|+x^2$ в) $\frac{1}{x^2}+2$ г) $-\frac{1}{x}$ д) x^3

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x\cdot\sqrt[3]{x}}$	1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1}+C$ 2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}+C$ 3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$ 4) $\int x^{-\frac{4}{3}}dx$ 5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}}+C$ 6) $\int \frac{dx}{x\cdot x^{\frac{1}{3}}}$	

5. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

1) $\int x\cdot\cos(3x)\,dx$ 2) $\int \frac{dx}{x^2}$ 3) $\int \frac{dx}{\mathrm{tg}\,(6x-8)}$ 4) $\int \frac{3-2x}{x}dx$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx+b)dx=\frac{1}{k}\int f(t)dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям

6. Интеграл $\int \frac{xdx}{x^2+4}$ равен

1) $\frac{\ln\left|x^2+4\right|}{2}+C$ 2) $2\cdot\ln\left|x^2+4\right|+C$ 3) $\frac{1}{2}arctg\left(\frac{x}{2}\right)+C$

4) $\frac{x}{2}arctg\left(\frac{x}{2}\right)+C$ 5) $\ln\left|x^2+4\right|+C$

Раздел (тема) 4 «Определённый интеграл и его приложения»

Вариант 1 (Т 4)

1. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{6}{\pi\sqrt{4-x^2}}dx$

2. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int_{-a}^{a} f(x)dx$, если $f(x)$ – четная функция	а) 0
2) $\int_{-a}^{a} f(x)dx$, если $f(x)$ – нечетная функция	б) $-\int_{a}^{b} f(x)dx$
3) $\int_{b}^{a} f(x)dx$	в) $\int_{a}^{b} f(x)dx$
4) $\int_{a}^{c} f(x)dx + \int_{c}^{b} f(x)dx$	г) $2\cdot\int_{0}^{a} f(x)dx$
	д) $\int_{0}^{a} f(x)dx$

3. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_0^3 \left(\frac{4}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$ 2) $\int_1^8 (x-1)(x-8)dx$ 3) $\int_0^e \ln x \; dx$ 4) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (ctg\, x)dx$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y=\sqrt[3]{x}$ и прямой, проходящей через точки $A(1;\ 1)$ и $B(8;2)$.

5. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

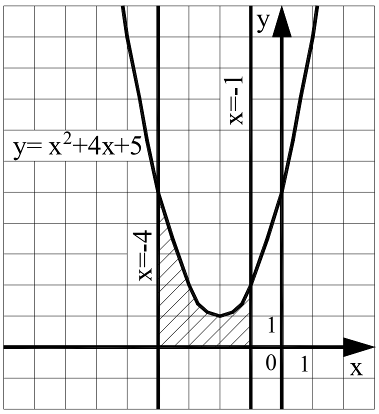
I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b \left(f(x) - g(x)\right)dx$.

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

6. Вычислите площадь заштрихованной области. Ответ округлите до сотых.



Вариант 2 (Т 4)

1. Вычислить определенный интеграл $\int_1^8 \left(2\sqrt[3]{x} - \frac{4}{x^2}\right)dx$.

2. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке.

1) $\int_b^a f(x)dx$	а) 0
2) $\int_a^a f(x)dx$	б) $-\int_a^b f(x)dx$
3) $\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$	в) $\int_a^b f(x)dx$
4) $\int_a^b (f(x)+g(x))dx$	г) $\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$
	д) $\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$

3. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_1^3 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)dx$ 2) $\int_1^8 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)dx$ 3) $\int_1^3 \ln x \; dx$ 4) $\int_0^{\pi} (tg\ x)dx$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y=-x^3$ и прямой, проходящей через точки $A(-1;\ 4)$ и $B(1;-4)$.

5. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

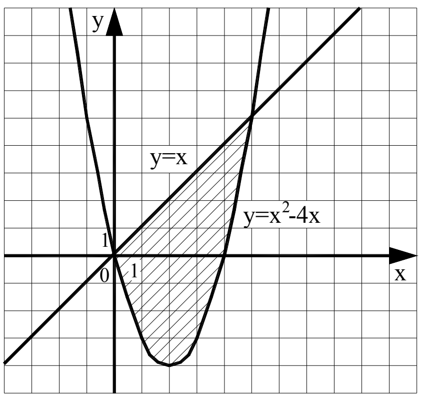
1) Доказать, что расходится хотя бы один из интегралов: $\int_{-1}^{0}\frac{1}{x^2}dx$ или $\int_{0}^{1}\frac{1}{x^2}dx$.

2) Представить интеграл в виде $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}dx = \int_{-1}^{0}\frac{1}{x^2}dx + \int_{0}^{1}\frac{1}{x^2}dx$.

3) Установить, что подынтегральная функция не определена в точке x=0, в окрестности которой она не ограничена.

4) Сделать вывод о расходимости интеграла $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}dx$.

6. Вычислите площадь заштрихованной области. Ответ округлите до сотых.



Раздел (тема) 5 «Числовые и функциональные ряды»

Вариант 1 (Т 5)

1. Выбрать сходящиеся среди рядов.

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt[3]{n^2-1}}{n+3}$ 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{5n^2-2}{n\,(n^2+1)^2}$ 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{3n+1}{5n-1}$ 4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{6^n+n}$

2. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^3}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости.

1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x)=\frac{1}{x^3}$

2) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1,+\infty)$

3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится

4) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^3}$

3. Выбрать верные утверждения для рядов $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n\cdot n^2}{2^n}$ и $1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{7}+\ldots$

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно
3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно
4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

4. Найти область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n\cdot n!}{5n-2}$.

1) $[0;\infty)$ 2) $(-\infty;0]$ 3) $(-\infty;\infty)$ 4) $\{0\}$

5. Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $(1+x)^m$	а) $1-\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^4}{4!}-\dfrac{x^6}{6!}+\mathrm{K}+(-1)^n\cdot\dfrac{x^{2n}}{(2n)!}+\mathrm{K}$
2) $\sin x$	б) $\dfrac{x}{1!}-\dfrac{x^3}{3!}+\dfrac{x^5}{5!}-\mathrm{K}+(-1)^n\cdot\dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\mathrm{K}$
3) $\cos x$	в) $1+x+x^2+x^3+\mathrm{K}$,
4) $\dfrac{1}{1-x}$	г) $1+mx+\dfrac{m(m-1)}{2!}x^2+\dfrac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3+\mathrm{K}$,
	д) $1-x+x^2-x^3+\mathrm{K}$

6. Определить значение выражения $\ln 0{,}6$, вычисленное с точностью до $\varepsilon=0{,}01$.

Вариант 2 (Т 5)

1. Выбрать расходящиеся среди рядов.

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{2n-1}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n}{n^4}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7n+3}{n^3+n-1}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n+1}}{4^n}$

2. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости.

1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x)=\frac{1}{x\sqrt{x}}$

2) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится

3) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$

4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1,+\infty)$

3. Выбрать верное утверждение для рядов $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n!}$ и $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+1)}{n^2-2}$

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно
3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно
4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

4. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n x^n}{2n+1}$.

1) [-1/5;1/5) 2) [-1/5;1/5] 3) (-5/2;5/2] 4) (-1/5;1/5)

5. Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой.

1) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+\ldots$	а) e^x
2) $x+\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}+\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\frac{x^5}{5}+\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\frac{x^7}{7}+\ldots$	б) $\frac{1}{1+x}$
3) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+\ldots$	в) $arctg\, x$
4) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$	г) $arcsin\, x$
	д) $\ln(1+x)$

6. Определить значение выражения $\sqrt{4{,}8}$, вычисленное с точностью до $\varepsilon=0{,}01$.

Раздел (тема) 6 «Дифференциальное исчисление функций многих переменных»

Вариант 1 (Т 6)

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ равна

1) $e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 2) $2e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 3) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$ 4) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^2}}$ 5) $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$

2. Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) –3 б) 8 в) 2 г) 6 д) 9 е) 1

3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$	1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$ 2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$ 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$ 4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$ 5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$ 6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$	

4. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ от функции $z = e^{x^2+2y^3}$ равна

1) $12xy^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$ 2) $2 \cdot e^{x^2+2y^3}(2x^2 + 1)$ 3) $6y^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$
4) $12y \cdot e^{x^2+2y^3}(1 + 3y)$ 5) $e^{x^2+2y^3}$

5. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0; -2; 3)$.

6. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

Вариант 2 (Т 6)

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ равна

1) $e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 2) $2e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 3) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$ 4) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^2}}$ 5) $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$

2. Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) 30 б) −14 в) −12 г) −6 д) −4 е) 3

3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум	1) вычисляем значения A, B, C 2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$ 3) определяем стационарные точки 4) находим частные производные функции первого и второго порядков 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума 6) вычисляем значение Δ 7) определяем наличие точки экстремума	

4. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ от функции $z = e^{x^2+2y^3}$ равна

1) $12xy^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$ 2) $2 \cdot e^{x^2+2y^3}(2x^2+1)$ 3) $6y^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$

4) $12y \cdot e^{x^2+2y^3}(1+3y)$ 5) $e^{x^2+2y^3}$

5. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 2x^2 - 3y^2 + 4z^2$ в точке $M(1; -1; 2)$.

6. Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

Раздел (тема) 7 «Интегральное исчисление функций многих переменных»

Вариант 1 (Т 7)

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (3x-2y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=5.

2. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;2), B(4;0), C (7;2). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

3. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2$, $y=-\sqrt{x}$, $x=1$, имеет вид…

1) $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{-\sqrt{x}} f(x;y)dy$ 2) $\int_{-\sqrt{x}}^{x^2} dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$ 3) $\int_0^1 dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$

4) $\int_{-1}^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dx$ 5) $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x;y)dy$

4. Вычислить массу отрезка прямой, от точки A(3;0) до точки B(0;1), если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(x,y)=x+3y$.

5. Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями:

а) $x=1, y=2, x+y=6$ б) $y=\frac{x^2}{2}, y=8$ в) $y=2x^2, y=\sqrt{x}$ г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) д) $x^2+y^2=4$x	1)$\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$

6.

Расположите последовательность действий при вычислении	1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy$ 2) Вычислить	

$\iint\limits_D cos(x+y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$	$\int_0^{\frac{\pi}{2}}(cosx - sin2x)dx = 0$ 3) Построить область $D: x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$ 4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy = cosx - sin2x$	

Вариант 2 (Т 7)

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (2x-3y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=4.

2. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;–2), B(5;3), C (5;–3). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

3. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2-1$, $y=\sqrt{1-x^2}$, имеет вид…

1) $\int_{-1}^{1} dy \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dx$ 2) $\int_{-1}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1} f(x;y)dy$ 3) $\int_{-1}^{1} dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x;y)dy$

4) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$ 5) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$

4. Вычислить массу дуги циклоиды $x = t - sin\,t$, $y = 1 - cos\,t$, $0 \le t \le 2\pi$, если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(t) = sin\frac{t}{2}$.

5. Установить соответствие при перемене порядка интегрирования в повторном интеграле:

а) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$ б) $\int_2^4 dx \int_{\frac{4}{x}}^{\frac{6-x}{2}} f(x,y)dy$ в) $\int_{-2}^{-1} dx \int_{-\sqrt{x+2}}^{\sqrt{x+2}} f(x,y)dy + \int_{-1}^{2} dx \int_{x}^{\sqrt{x+2}} f(x,y)dy$	1) $\int_{-1}^{2} dy \int_{y^2}^{y} f(x,y)dx$ 2) $\int_{-2}^{2} dy \int_{y^2}^{4} f(x,y)dx$ 3) $\int_1^2 dy \int_{\frac{4}{y}}^{6-2y} f(x,y)dx$

6.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении $\iint\limits_D (x+2y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=2, y=x, x=2y$	1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy = \frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx$ 2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy$ 3) Построить область $D: x=2, x=2y, y=x$ 4) Вычислить $\frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx = \frac{10}{3}$	

Раздел (тема) 8 «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1 (Т 8)

1. Указать тип дифференциального уравнения $xy' + 2y + x^5y^3e^x = 0$

1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением
3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли
5) уравнением в полных дифференциалах

2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = xy^2$.

1) $y = Ce^{-\frac{x^3}{3}}$ 2) $y = (x^2 + C)^{-1}$ 3) $y = \sqrt{x+C}$ 4) $y = -2(x^2 + C)^{-1}$

3. При решении уравнения Бернулли $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2y^2$ было определено, что $v = \frac{1}{x^2}$, $u = -\frac{1}{3x+C}$. Найти значение C, если известно, что $y(1) = -\frac{1}{5}$.

4. Определить последовательность действий при нахождении общего решения дифференциального уравнения $(1 + x^2)y' + 2xy = 3x^2$.

1) $v = \frac{1}{1+x^2}$
2) $y = \frac{x^3+C}{1+x^2}$
3) $u'v + u\left(v' + \frac{2xv}{1+x^2}\right) = \frac{3x^2}{1+x^2}$
4) $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$
5) $u = x^3 + C$

5. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения $x^2 y'' = 1$, если $y(1) = 3$, $y'(1) = 1$.

1) $y = -\ln|x| + 2x + 1$ 2) $y = \ln|x| + 2$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = \frac{1}{x^2} + 3x$

6. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 6y = 0$ 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ 3) $y'' - 10y' + 25y = 0$ 4) $y'' + 25y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

Вариант 2 (Т 8)

1. Дифференциальное уравнение $(3x^2 + y)dx + (x + 2y)dy = 0$ является

1) уравнением с разделяющимися переменными

2) однородным уравнением 3) линейным уравнением

4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

2. Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{xy}$.

1) $y = C\left(\frac{x\sqrt{x}}{3}\right)^2$ 2) $y = Cx - 3\sqrt{x}$ 3) $y = \frac{C}{\sqrt{x}}$ 4) $y = \left(\frac{x\sqrt{x} + C}{3}\right)^2$

3. При решении линейного уравнения $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$ было определено, что $v = \frac{1}{1+x^2}$, $u = x^3 + C$. Найти значение C, если известно, что $y(1) = 3$.

4. Определить последовательность действий при нахождении частного решения дифференциального уравнения $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2 y^2$ при $y(1) = -\frac{1}{5}$.

1) $u = -\frac{1}{3x+C}$

2) $v = \frac{1}{x^2}$

3) $u'v + u\left(v' + \frac{2v}{x}\right) = 3x^2(uv)^2$

4) $y = \frac{1}{x^2}\left(-\frac{1}{3x+C}\right)$

5) $y = -\frac{1}{3x^3+2x^2}$

5. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения $y'' = x^{-2}$, если $y(1) = 3$, $y'(1) = 0$.

1) $y = \ln|x| + 2$ 2) $y = -\ln|x| + x + 2$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = x^{-2} + 3x$

6. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + 2y' + 3y = 0$ 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$

3) $y'' - 2y' + y = 0$ 4) $y'' + 49y = 0$	в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

Шкала оценивания: 6-ти балльная для Т 1, Т 2, Т 3, Т 4, Т 5, Т 6, Т 7, Т 8.

Критерии оценивания:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

6 баллов соответствуют оценке «отлично»;

5 баллов – оценке «хорошо»;

4 баллов – оценке «удовлетворительно»;

3 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».

2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

2.1 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Вопросы в закрытой форме.

1.1 Даны два множества $A = \{-5,\ -2,\ 1,\ 4,\ 7,\ 10,\ 13\}$ и $B = \{-4,\ -2,\ 0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$. Тогда $A \cap B$имеет вид…

1) $\{-4,\ 0,\ 2,\ 6,\ 8\}$ 2) $\{-5,\ -4,\ -2,\ 0,\ 1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10,\ 13\}$

3) $\{-5,\ -4,\ 0,\ 1,\ 2,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10,\ 13\}$ 4) $\{-2,\ 4\}$ 5) $\{-5,\ 1,\ 7,\ 10,\ 13\}$

1.2 Найти $A \cap (B \cup C)$, если $A = (-3;11]$, $B = [-2;\ 5]$, $C = (4;9)$

1) $(4;5]$ 2) $[-2;\ 9]$ 3) $(-3;9]$ 4) $(-3;4) \cup [5;\ 11]$

1.3 Предел $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^5 + 2x^3 - 1}{4x^3 + x}$ равен …

1) ∞ 2) 0,5 3) 0 4) $-\infty$ 5) –0,25

1.4 Предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{arctg^2(3x)}{tg(2x^2)}$ равен …

1) 4,5 2) $\dfrac{3}{2}$ 3) 0 4) $\dfrac{4}{9}$ 5) $\dfrac{9}{4}$

1.5 Предел $\lim\limits_{x\to -4} \dfrac{16 - x^2}{\sqrt{5-x} - 3}$ равен

1) –48 2) 48 3) –32 4) 0

1.6 Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна...

1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$

4) $2x \cdot \sin(2x) - 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 5) $4x \cdot \cos(2x)$

1.7 Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y<0$, $y'<0$, $y''>0$.

1) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз
2) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх
3) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх
4) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз
5) график лежит выше оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

1.8 Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна...

1) $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$
4) $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

1.9 Найти точку разрыва функции $y = \dfrac{3}{(x+1)\ \ln x}$

1) e 2) 0 3) -1 4) 1

1.10. Интеграл $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ равен…

1) $\ln^3 x + C$ 2) $\frac{\ln^3 x}{3} + C$ 3) $\ln x + C$ 4) $2\ln x + C$ 5) $-\frac{\ln^3 x}{3x} + C$

1.11. Неопределенный интеграл $\int \dfrac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

1) $-\frac{1}{4} ctg 4x + C$ 2) $\frac{1}{4} tg\, 2x + C$ 3) $-\frac{1}{2} ctg\, x + C$ 4) $-\frac{1}{4} ctg\, 2x + C$

1.12 Одной из первообразных от функции $y = 2x - 3$ является функция…

1) $x^2 - 3 + C$ 2) 2 3) $2x^2 - 3 + C$
4) $x^2 - 3x + C$ 5) $2 - 3x$

1.13 Разложение дроби $\dfrac{x+5}{x^3 + 6x^2}$ на простейшие дроби имеет вид

1) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2 + 6x}$ 2) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+6}$ 3) $\frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 6x}$ 4) $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x+6}$

1.14 Интеграл $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ равен…

1) $\ln^3 x + C$ 2) $\frac{\ln^3 x}{3} + C$ 3) $\ln x + C$ 4) $2\ln x + C$ 5) $-\frac{\ln^3 x}{3x} + C$

1.15 Определённый интеграл $\int_0^{15} \frac{xdx}{\sqrt{1+x}}$ равен…

1) 36   2) 64   3) 45   4) 10   5) 24

1.16 Определенный интеграл $\int_0^{2\pi} x^2 \cos x dx$ равен…

1) 4π 2) 6π 3) 5π 4) π 5) 2π

1.17 Область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n\ (n^2+1)}$ равна…

1) [–3; 3)   2) [–3; 3]   3) (–3; 3]   4) [–1/3; 1/3]

1.18 Для рядов $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{2^n}$ и $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$ верно утверждение

1) оба сходятся абсолютно   2) оба сходятся условно

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

1.19 Для рядов $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{2^n}$ и $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$ верно утверждение

1) оба сходятся абсолютно   2) оба сходятся условно

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

1.20 Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна…

1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y^2}$ 5) $1 - \frac{x}{y}$

1.21 Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна…

1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y^2}$ 5) $1 - \frac{x}{y}$

1.22 Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y = x^2$, $y = -\sqrt{x}$, $x = 1$, имеет вид…

1) $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{-\sqrt{x}} f(x;y)dy$ 2) $\int_{-\sqrt{x}}^{x^2} dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$ 3) $\int_0^1 dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$

4) $\int_{-1}^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dx$ 5) $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x;y)dy$

1.23 Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y = x^2 - 1$, $y = \sqrt{1-x^2}$, имеет вид…

1) $\int_{-1}^{1} dy \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dx$ 2) $\int_{-1}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1} f(x;y)dy$ 3) $\int_{-1}^{1} dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x;y)dy$

4) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$ 5) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$

1.24 Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{y-1}$ имеет вид

1) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{-1}$ 2) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{-2}$ 3) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{2}$

4) $y = C + \left(\frac{x}{2}\right)^{2}$ 5) $y = 1 + C\left(\frac{x}{2}\right)^{2}$

1.25 Общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $e^x dx - \left(e^x + 2\right) \cdot 4ydy = 0$ имеет вид…

1) $\frac{1}{\sqrt{2}} arctg \frac{e^x}{\sqrt{2}} = 2y^2 + C$ 2) $\ln\left|e^x + 2\right| = C - 2y^2$ 3) $\ln\left|e^x + 2\right| = 2y^2 + C$

4) $e^x \cdot \ln\left|e^x + 2\right| = 2y^2 + C$ 5) $\frac{1}{\sqrt{2}} arctg \frac{e^x}{\sqrt{2}} = C - 2y^2$

2. Вопросы в открытой форме

2.1 Предел $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{x+3}{2x}\right)^x$ равен …

2.2 Предел $\lim_{x \to 1} \frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен …

2.3 Предел $\lim\limits_{x \to -4} \frac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен …

2.4 Найти коэффициент k касательной $y = kx + b$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ в точке $x_0 = 2$.

2.5 Найти точку минимума функции $y = (2x+1)^2 \cdot (x+3) + 4$.

2.6 Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{4\sqrt{x}-3}{x+1}$.

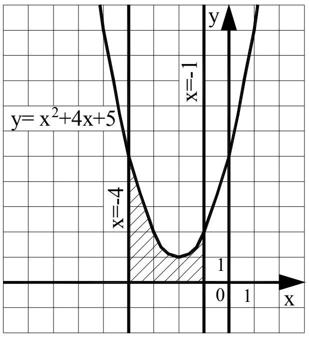
2.7 Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ при x=1 равна...

2.8 Определенный интеграл $\int\limits_0^{2\pi} x^2 \cos x dx$ равен…

2.9 Определённый интеграл $\int\limits_0^{15} \frac{xdx}{\sqrt{1+x}}$ равен…

2.10 Вычислить определённый интеграл $\int_1^9 \frac{1+2\sqrt{x}}{x^2}dx$.

2.11 Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке. Ответ округлить до сотых.



2.12 Вычислить с точностью до 0,001 значение функции ln1,5.

2.13. Коэффициент b_2 разложения функции $f(x) = x+1$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi;\pi]$ равен …

2.14 Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{3^n\ (n^2+1)}$ равен…

2.15 Сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n-2^n}{5^n}$ равна …

2.16 Частичная сумма S_2 ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{15}{2n+1}$ равна…

2.17 Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^{2n}}{6\cdot 5^{n+2}}$равен...

2.18 Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x-y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

2.19 Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

2.20 Найдите сумму $a+b+c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0;-2;3)$.

2.21 Вычислить двойной интеграл $\iint_D dxdy$, где область D ограничена линиями $y = x^2 - 1$, $y = \sqrt{1-x^2}$, имеет вид…

2.22 Вычислить двойной интеграл $\iint_D (2x-3y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=4.

2.23 Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $y = \frac{1}{4}x^2, y + z = 1, z = 0$.

2.24 Найдите постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$.

2.25 Найти постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = \sqrt{x}$ при $y(9) = 4$.

3. Вопросы на установление последовательности.

3.1 Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).
Число А называется пределом функции f(x) в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.
I. $|f(x) - A| < \varepsilon$
II. для любого числа $\varepsilon > 0$
III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.2 Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).
Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если ______ существует ______ такой, что если _______ , то выполняется условие _________.
I. $|x_n| < \varepsilon$
II. $n > N(\varepsilon)$
III. для любого числа $\varepsilon > 0$
IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

3.3 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно большой в действительной точке x_0. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).
Функция f(x) называется бесконечно большой в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.
I. $\delta(\varepsilon) > 0$
II. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
III. $|f(x)| > \varepsilon$
IV. для любого числа $\varepsilon > 0$

3.4 Ниже сформулировано следствие теоремы о промежуточных значениях функциях (следствие теоремы Больцмана-Коши). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).
Пусть функция f(x) ________, на концах отрезка ________, тогда ________, где выполняется условие _________.
I. принимает значение разных знаков
II. существует точка $c \epsilon (a, b)$
III. непрерывна на отрезке $[a, b]$
IV. $f(c) = 0$

3.5 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно малой в действительной точке x_0. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция f(x) называется бесконечно малой в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.
I. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
II. $|f(x)| < \varepsilon$
III. для любого числа $\varepsilon > 0$
IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.6 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.
1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$

2) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$

3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$

4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

3.7 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$.
1) найти производные обеих частей равенства

2) прологарифмировать обе части равенства

3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции

4) воспользоваться свойством $\ln\left|a^b\right| = b \cdot \ln|a|$

5) заменить y исходной функцией

3.8 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$.
1) используем таблицу неопределённых интегралов

2) используем формулу квадрата разности

3) добавляем постоянную C в конце записи

4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

5) используем почленное деление

3.9 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$.

1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1}+C$

2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}+C$

3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$

4) $\int x^{-\frac{4}{3}}dx$

5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}}+C$

6) $\int \frac{dx}{x\cdot x^{\frac{1}{3}}}$

3.10 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если функция F(x) – ______ функции f(x) на промежутке X, то множество функций F(x)+C, где C – произвольная постоянная, называется ______ от функции f(x) на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x)\,dx$. При этом f(x) называется ______ , f(x)dx называется ______ .

I. подынтегральной функцией

II. первообразная

III. подынтегральным выражением

IV. неопределенным интегралом

3.11 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int (x+1)\cdot \sin x\,dx$. (Например, I, III, IV, II.)

I. Вычислить du и v

II. Установить, что нужно взять за u, а что за dv

III. Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям

IV. Воспользоваться формулой $\int u\,dv = uv - \int v du$, подставив вместо u, dv, du и v их значения.

3.12 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка одного из свойств определенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если m и M – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции f(x) на ______ , то ______ ≤ ______ ≤ ______ .

I. $M(b-a)$

II. $m(b-a)$

III. $\int_a^b f(x)dx$

IV. $[a,b]$

3.13 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b \left(f(x) - g(x)\right)dx$.

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.14 Ниже сформулированы факты о сходимости и расходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждения оказались верными (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _________, то _________ . Если _________, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _________ .

I. расходится

II. сходится

III. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$

IV. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$

3.15 Ниже сформулирован интегральный признак сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Пусть дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$, члены которого являются значениями некоторой функции f (x), _________ на _________ . Тогда, если _________ сходится (расходится), то сходится (расходится) и_________ .

I. $\int_1^{+\infty} \mathrm{f(x)dx}$

II. $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$

III. $[1, +\infty)$

IV. положительной, непрерывной и не возрастающей

3.16 Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании гармонического ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости

1) Сделать вывод о расходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

2) Ввести в рассмотрение функцию $f(x) = \frac{1}{x}$

3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ расходится

4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1, +\infty)$

3.17 Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{n^2}$. Запишите верную последовательность действий, которая при этом должна быть осуществлена.

1) Применить теорему Лейбница
2) Сделать вывод, является ряд абсолютно сходящимся или нет
3) Выбрать признак сходимости ряда с положительными членами и воспользоваться им
4) Составить ряд из модулей членов данного ряда

3.18 Запишите верную последовательность действий при нахождении области сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 5^{n+1}}$.

1) Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости
2) Записать интервал сходимости ряда
3) Найти радиус сходимости ряда
4) Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

3.19 Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$.

1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$

2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$

3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$

4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$

5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$

6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$

3.20 Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

1) вычисляем значения A, B, C

2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$

3) определяем стационарные точки

4) находим частные производные функции первого и второго порядков

5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума

6) вычисляем значение Δ

7) определяем наличие точки экстремума

3.21

3.22

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$	1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$ 2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$ 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$ 4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$ 5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$ 6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$	

3.23 Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D (x + 2y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x = 2, y = x, x = 2y$.

1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^{x} (x + 2)dy = \frac{5}{4}\int_0^2 x^2 dx$

2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^{x} (x + 2)dy$

3) Построить область $D: x = 2, x = 2y, y = x$

4) Вычислить $\frac{5}{4}\int_0^2 x^2 dx = \frac{10}{3}$

3.24

Расположите последовательность действий при вычислении $\iint\limits_D cos(x+y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$	1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy$ 2) Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(cosx - sin2x)dx = 0$ 3) Построить область $D: x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$ 4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy = cosx - sin2x$	

3.25 Определить последовательность действий при нахождении общего решения дифференциального уравнения $(1+x^2)y' + 2xy = 3x^2$.

1) $v = \frac{1}{1+x^2}$
2) $y = \frac{x^3+C}{1+x^2}$
3) $u'v + u\left(v' + \frac{2xv}{1+x^2}\right) = \frac{3x^2}{1+x^2}$
4) $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$
5) $u = x^3 + C$

4. Вопросы на установление соответствия.

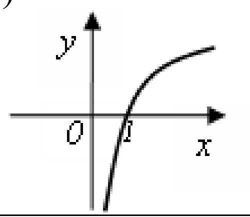
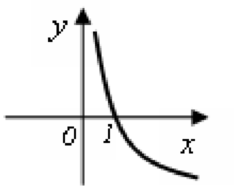
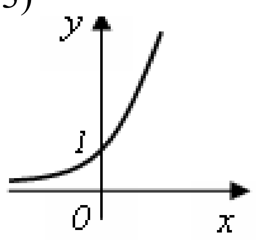
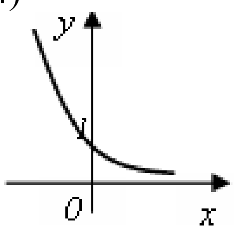
4.1 Даны числовые промежутки $A=[3;\ 5)$ и $B=[0;\ 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие.

5) $A \cap B$ 6) $A \cup B$ 7) $A \setminus B$ 8) $B \setminus A$	а) $[0;\ 5)$ б) $\emptyset$ в) $(3;\ 5)$ г) $[3;\ 5)$ д) $\{3\}$

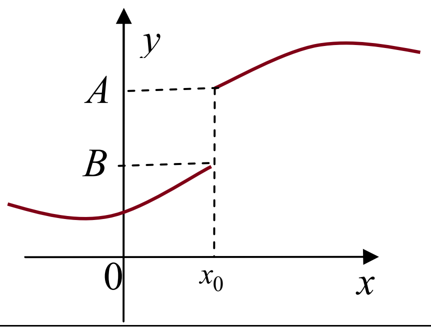
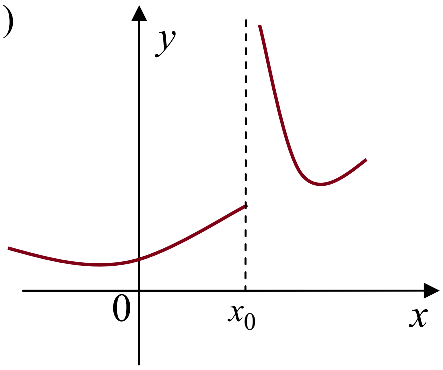
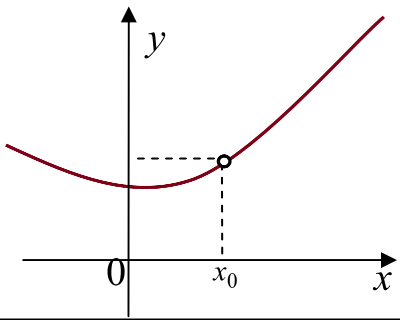
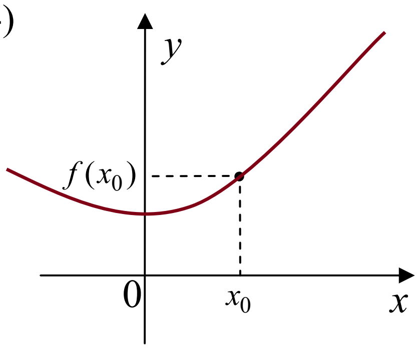
4.2 Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

5) $\lim_{x\to1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$
6) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$
7) $\lim_{x\to3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$	в) неопределённость (1^{∞})
8) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0\cdot\infty)$
	д) неопределённость $(\infty+\infty)$

4.3 Установить соответствие между графическим и аналитическим заданиями функций.

<table>
<tr><td>1)
</td><td rowspan="4">а) $y=2^x$
б) $y=(0{,}5)^x$
в) $y=\log_2 x$
г) $y=\log_{0,5} x$
д) $y=x^{\frac{1}{2}}$</td></tr>
<tr><td>2)
</td></tr>
<tr><td>3)
</td></tr>
<tr><td>4)
</td></tr>
</table>

4.4 Пользуясь графиками функций, исследуйте вопрос о непрерывности функции в точке x_0 и поставьте в соответствие каждой указанной точке x_0 ее характеристику.

1) 	а) x_0 – точка непрерывности функции
2) 	б) x_0 – точка устранимого разрыва 1го рода
3) 	в) x_0 – точка неустранимого разрыва 1го рода
4) 	г) x_0 – точка разрыва 2го рода

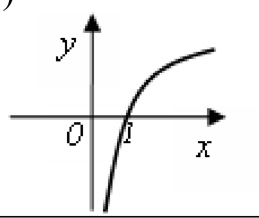
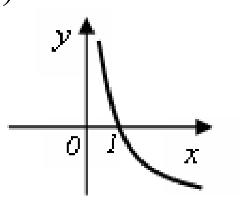
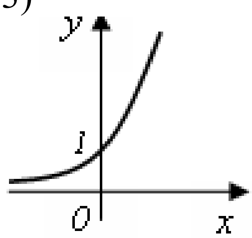
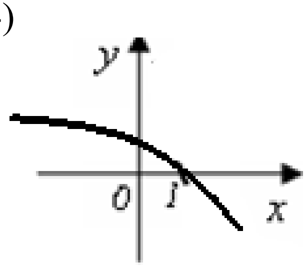
4.5 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sin(\ln x)$	1) логарифмическое дифференцирование
2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$	2) табличная производная
3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$	3) производная неявно заданной функции
4) $y = 5^x$	4) производная произведения
	5) производная сложной функции

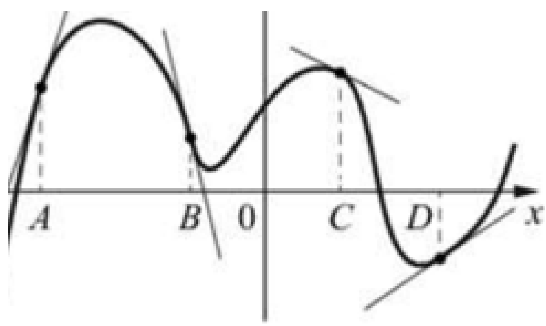
4.6 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y=\sqrt[3]{x}$ 2) $y=(\lg x)^x$ 3) $y=(5x+2)\cdot\cos x$ 4) $y=e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

4.7 Установить соответствие между графиками функций и знаками первой и второй производной этих функций

<table>
<tr><td>1)

</td><td rowspan="4">а) $y'>0,\ y''>0$
б) $y'<0,\ y''<0$
в) $y'>0,\ y''<0$
г) $y'<0,\ y''>0$</td></tr>
<tr><td>2)

</td></tr>
<tr><td>3)

</td></tr>
<tr><td>4)

</td></tr>
</table>

4.8 На рисунке изображен график функции и касательные к нему, проведенные в точках с абсциссами A, B, C, D. Поставьте в соответствие каждой точке значение ее производной в этой точке.



1) A 2) B 3) C 4) D	а) - 4 б) 3 в) -0,5 г) 0,7

4.9 Установите соответствие между неопределенными интегралами и заменами, которые целесообразно применить для вычисления интегралов

1) $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x\, dx$ 2) $\int \frac{\sqrt{tgx}}{\cos^2 x} dx$ 3) $\int \sin^4 x \cdot \cos x\, dx$ 4) $\int \frac{ctgx}{\sin^2 x} \quad dx$	а) $t = tg\, x$ б) $t = ctg\, x$ в) $t = \sin x$ г) $t = \cos x$ д) $t = \cos^2 x$

4.10 Установите соответствие между неопределенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int Af(x)dx$ 2) $\int (f \pm g)dx$ 3) $\left(\int f(x)dx\right)'$ 4) $\int dF(x)$	а) $\int f\, dx \pm \int g\, dx$ б) $f(x)$ в) $A\int f(x)dx$ г) $F(x)+C$ д) $f(x)dx$

4.11 Установите соответствие между интегралами и их значениями

1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$ 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$ 3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ 4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	а) $\frac{1}{2a}\ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\| + c$ б) $\frac{1}{a} arc\,tg \frac{x}{a} + c$ в) $arc\sin \frac{x}{a} + c$ г) $arc\,tg \frac{x}{a} + c$ д) $\ln\left\|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right\| + c$

4.12 Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке

1) $\frac{1}{x^2}$ 2) $\frac{x}{2}$ 3) $3x^2$ 4) $\frac{1}{x}+2x$	а) $\frac{x^2}{4}$ б) $\ln\lvert x\rvert + x^2$ в) $\frac{1}{x^2}+2$ г) $-\frac{1}{x}$ д) x^3

4.13 Установите соответствие между интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$ 2) $\int (x+1)\sin x\, dx$ 3) $\int 5^x dx$ 4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям

4.14 Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{5n}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^5+1}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-3}{(n+2)!}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{2}{n}\right)^{n^2}$	а) признак сравнений б) необходимый признак сходимости в) радикальный признак Коши г) признак Даламбера д) теорема Лейбница

4.15 Установить соответствие между степенными рядами и областями их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \cdot n!$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$	а) $(-\infty;\infty)$ б) $\{0\}$ в) $[-1,\ 1]$ г) $(-1,\ 1)$ д) $[-1,\ 1)$

4.16 Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $\ln(1+x)$ 2) $\dfrac{1}{1-x}$ 3) e^{x} 4) $\mathrm{a}rctg\, x$	а) $x-\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^5}{5}-\mathrm{K}+(-1)^n\cdot\dfrac{x^{2n+1}}{2n+1}+\mathrm{K}$ б) $\dfrac{x}{1!}-\dfrac{x^3}{3!}+\dfrac{x^5}{5!}-\mathrm{K}+(-1)^n\cdot\dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\mathrm{K}$ в) $1+x+x^2+x^3+\mathrm{K}$ г) $x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}-\mathrm{K}+(-1)^{n-1}\cdot\dfrac{x^n}{n}+\ldots$ д) $1+\dfrac{x}{1!}+\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+\mathrm{K}+\dfrac{x^n}{n!}+\mathrm{K}$

4.17 Вычислите значения частных производных функции $z=4x^2-xy^3+5y$ в точке $M_0(1;-1)$ и установите соответствие.

1) $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\dfrac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right\|_{M_0}$	а) -3 б) 8 в) 2 г) 6 д) 9 е) 1

4.18 Вычислите значения частных производных функции $z=5x^3-3xy^2-2y$ в точке $M_0(1;2)$ и установите соответствие.

1) $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\dfrac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right\|_{M_0}$	а) 30 б) -14 в) -12 г) -6 д) -4 е) 3

4.19 Вычислите значения частных производных функции $z=4x^2-xy^3+5y$ в точке $M_0(1;1)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) –3 б) 7 в) 2 г) -6 д) 8 е) 1

4.20 Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями:

а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$ б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$ в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$ г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) д) $x^2 + y^2 = 4$x	1)$\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$

4.21 Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями

а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$ б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$ в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$ г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) д) $x^2 + y^2 = 4$x	1)$\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$

4.22 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' + 3y = 0$ 2) $y'' - y' + y = 0$ 3) $y'' - 2y' + y = 0$ 4) $y'' + 49y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

4.23 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 4y = 0$ 2) $y'' - 8y' + 4y = 0$ 3) $y'' - 6y' + 4y = 0$ 4) $y'' + 25y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

4.24 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 6y = 0$ 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ 3) $y'' - 10y' + 25y = 0$ 4) $y'' + 25y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

4.25 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + 2y' + 3y = 0$ 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ 3) $y'' - 2y' + y = 0$ 4) $y'' + 49y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания результатов тестирования:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – **2 балла**, не выполнено – **0 баллов**.

2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

Компенентностно-ориентированная задача №1

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

Компенентностно-ориентированная задача №2

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Найти точку рыночного равновесия.

б) Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

Компенентностно-ориентированная задача №3

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?

б) Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

Компенентностно-ориентированная задача №4

В прошлом году средняя цена данного товара была 15 денежных единиц, а в настоящем году – 18 денежных единиц. Найти зависимость $P = f(n)$ цены товара P от номера года n при условии, что тенденция роста сохраниться, то есть цена будет увеличиваться на одно и то же число. Составить прогноз средней цены на три года вперед.

Компенентностно-ориентированная задача №5

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №6

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №7

Зависимость количества Q (в шт., $0 \le Q \le 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. $(0 < t < 15\,000)$ с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компенентностно-ориентированная задача №8

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

Компенентностно-ориентированная задача №9

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №10

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №11

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить участки роста и убывания прибыли при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №12

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компетентностно-ориентированная задача №13

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$, где x — доля населения, y — доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

Компенентностно-ориентированная задача №14

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно k_1 и k_2. Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

Компенентностно-ориентированная задача №15

Найти выражение объёма реализованной продукции $Q = Q(t)$ и его значение при $t = 2$, если известно, что продукция продаётся на конкурентном рынке по цене $P(Q) = 3 - 2Q$, норма акселерации $\frac{1}{l} = 1{,}5$, норма инвестиций $m = 0{,}6$, $P(0) = 1$.

Пояснение: полученный на момент времени t доход составит $R(Q) = Q \cdot P(Q)$, часть которого, равная $I(t) = m \cdot P(Q) \cdot Q$, инвестируется в производство при норме инвестиции m. В результате расширения производства (предполагается полная реализация производимой продукции) будет получен прирост дохода, часть которого опять инвестируется для расширения выпуска продукции. Это приведет к росту скорости выпуска (акселерации), причём скорость выпуска пропорциональна увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности l, т.е. $Q'(t) = l \cdot I(t)$, где $l^{-1} -$ норма акселерации.

Компенентностно-ориентированная задача №16

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение x единиц первого товара и y единиц второго товара. Заданы функция полезности $\boldsymbol{u(x,y) = 0,5 \cdot \ln(x-2) + 2\ln(y-1)}$ и цены $\boldsymbol{P_1 = 0,2}$ и $\boldsymbol{P_2 = 4}$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

Компенентностно-ориентированная задача №17

Вычислить на сколько процентов приближённо изменится спрос, описываемый функцией $D = e^{-\sqrt{n+P^2}}$, где $n -$число производителей товара, $P -$ цена товара, если число производителей товара уменьшится на 1%, а цена возрастёт на 1%. На рынке имеется 7 производителей, цена товара составляет 3 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №18

Данные о росте индекса Доу-Джонса и росте цены акций (усл. ед.) приведены в таблице:

x	2,0	2,5	3,0	3,1	3,5	3,7	4,3
y (усл. ед.)	4,3	4,6	4,7	4,7	4,9	5,1	4,6

Методом наименьших квадратов найти зависимость вида $y = ax + b$ между ростом цены акций y и ростом индекса x. Вычислить рост цены акции при росте индекса, равном 2,6.

Компенентностно-ориентированная задача №19

Кооператив открывает линию по производству жестяных консервных банок объемом 0,25 литра для последующей расфасовки в них консервированного горошка. В качестве инженера-экономиста рассчитайте такие радиус основания x и высоту y консервной банки, чтобы на ее изготовление потребовалось минимум материала. Напомним, что 1 л = 1000 см^3.

Компенентностно-ориентированная задача №20

В таблице приведены данные численности занятого населения (x, млн.) и валового выпуска продукции (y, у.е.).

x_i	80	82	83	84	85	86	88	89	90	91
y_i	32	34	35	36	36	37	38	40	39	40

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать валовой выпуск продукции в случае, если занятое население увеличится на 10% по сравнению с последними данными (90 млн.)

Компенентностно-ориентированная задача №21

Торговое предприятие имеет сеть, состоящую из 10 магазинов, информация о деятельности которых: годовой товарооборот (y, млн. руб.) и торговая площадь (x, тыс. м^2) представлена в таблице.

x_i	0,24	0,41	0,55	0,58	0,78	0,94	0,98	1,21	1,28	1,32
y_i	19,8	38,1	41,0	43,1	56,3	68,5	75,0	89,1	91,1	91,3

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать годовой товарооборот в случае, если торговая площадь составит ровно 1 тыс. м^2.

Компенентностно-ориентированная задача №22

В таблице приведены данные о росте объема выручки (y, тыс. у.е.) косметической компании в зависимости от числа клиентов (x).

x_i	900	950	1000	1040	1080	1100	1120	1130	1135	1140
$y_i \cdot 10$	992	1101	1203	1289	1381	1432	1478	1505	1514	1530

В предположении, что между x и y существует квадратичная зависимость, определить параметры регрессии $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать объем выручки, если число клиентов достигнет 1150 человек.

Компенентностно-ориентированная задача №23

В таблице приведены данные о показателях конкуренции (x) и средневзвешенные по частоте упоминания количества патентов (y).

x_i	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,9
y_i	4,5	4,8	5,3	5,9	6,1	6,4	6,1	5,4	4,8	4,3

В предположении, что между x и y существует квадратичная зависимость, определить параметры регрессии $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать количество патентов в случае, если показатель конкуренции составит 1.

Компенентностно-ориентированная задача №24

Найти момент инерции квадратной пластины $0 \le x \le a$, $0 \le y \le a$ относительно оси Оу.

Компенентностно-ориентированная задача №25

Определить массу круглой пластины радиуса R с центром в начале координат, если поверхностная плотность материала пластины в точке $M(x;y)$ равна $\rho(x,y) = k\sqrt{x^2+y^2}$.

Компенентностно-ориентированная задача №26

Найти массу пластины, ограниченной кривыми $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, если её плотность равна $\rho(x,y) = x + 2y$.

Компенентностно-ориентированная задача №27

Найти значение цены $p(t)$, при котором достигается равновесное состояние рынка, заключающееся в равенстве спроса $d(t)$ и предложения $s(t)$, если $d(t) = 3p'' - p' - 2p + 18$, $s(t) = 4p'' + p' + 3p + 3$.

Компенентностно-ориентированная задача №28

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $\mathrm{C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15}$ и функция цены продукции $\mathrm{P9Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28}$. Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №29

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение х единиц первого товара и у единиц второго товара. Заданы функция полезности $\mathrm{u(x,y) = 0{,}5 \cdot \ln(x-2) + 2\ln(y-1)}$ и цены $\mathrm{P_1 = 0{,}2}$ и $\mathrm{P_2 = 4}$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

Компенентностно-ориентированная задача №30

Зависимость количества Q (в шт., $0 \le Q \le 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены Р (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. $(0 < t < 15\,000)$ с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.