Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна
Должность: проректор по учебной работе
Дата подписания: 26.10.2026 15:31:16
Уникальный программный ключ:
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_____ О.Г. Локтионова
«20» 06 2025 г.

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Методические рекомендации
к выполнению практических заданий по дисциплине
«Методы математического моделирования»
для направления подготовки
ОПОП ВО 28.04.01 Нанотехнологии и микросистемная техника,
шифр и наименование направления подготовки (специальности)
направленность (профиль)
«Нанотехнологии»
наименование направленности (профиля, специализации)

ОПОП ВО реализуется по модели дуального обучения

Курск 2025

УДК 51

Составитель: И.В. Лупехина

Рецензент
Кандидат технических наук,
доцент кафедры высшей математики
О.А. Бредихина

Методы математического моделирования: методические указания к выполнению практических заданий по дисциплине «Методы математического моделирования» для направления подготовки ОПОП ВО 28.04.01 Нанотехнологии и микросистемная техника направленность (профиль) «Нанотехнологии» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: И.В. Лупехина – Курск, 2025. – 10 с.

В методических указаниях имеется список заданий для самостоятельного решения обучающимися, также даны примеры выполнения наиболее трудных заданий.

Методические указания соответствуют требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования для направления подготовки ОПОП ВО 28.04.01 Нанотехнологии и микросистемная техника направленность (профиль) «Нанотехнологии».

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 20.06.2025. Формат 60х84 1/16.
Усл. печ. л. 0,6 . Уч.-изд. л. 0,5 .Тираж 100 экз. Заказ 805. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Цель дисциплины: Цель дисциплины – формирование у будущих инженеров, младших научных сотрудников способности самостоятельной постановки и решения инженерных и научно-технических задач в области нанотехнологий и микросистемной техники и новых междисциплинарных направлений на основе естественнонаучных и математических моделей для успешной профессиональной деятельности в данной сфере.

Планируемые результаты освоения основной профессиональной образовательной программы (компетенции, закрепленные за дисциплиной)

ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в области нанотехнологий и микросистемной техники и новых междисциплинарных направлениях на основе естественнонаучных и математических моделей

ОПК-1.1 Владеет математическим аппаратом для описания, анализа, теоретического и экспериментального исследования и моделирования процессов синтеза, диагностики и функционирования материалов и компонентов нано- и микросистемной техники,

ОПК-1.4 Использует прикладные программы и средства автоматизированного проектирования при решении инженерных задач

ОПК-5 Способен использовать инструментарий формализации инженерных, научно-технических задач, прикладное программное обеспечение для моделирования и проектирования объектов, систем и процессов

ОПК-5.2 Определяет перечень ресурсов и программного обеспечения для использования в профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности

Разделы, изучаемые в курсе «Методы математического моделирования», представлены в табл. 1.

Таблица 1

№	Раздел (тема) дисциплины
1	Введение
2	Математические модели и их классификация.
3	Построение математической модели и вычислительный эксперимент.
4	Численные методы решения систем нелинейных уравнений в математических моделях

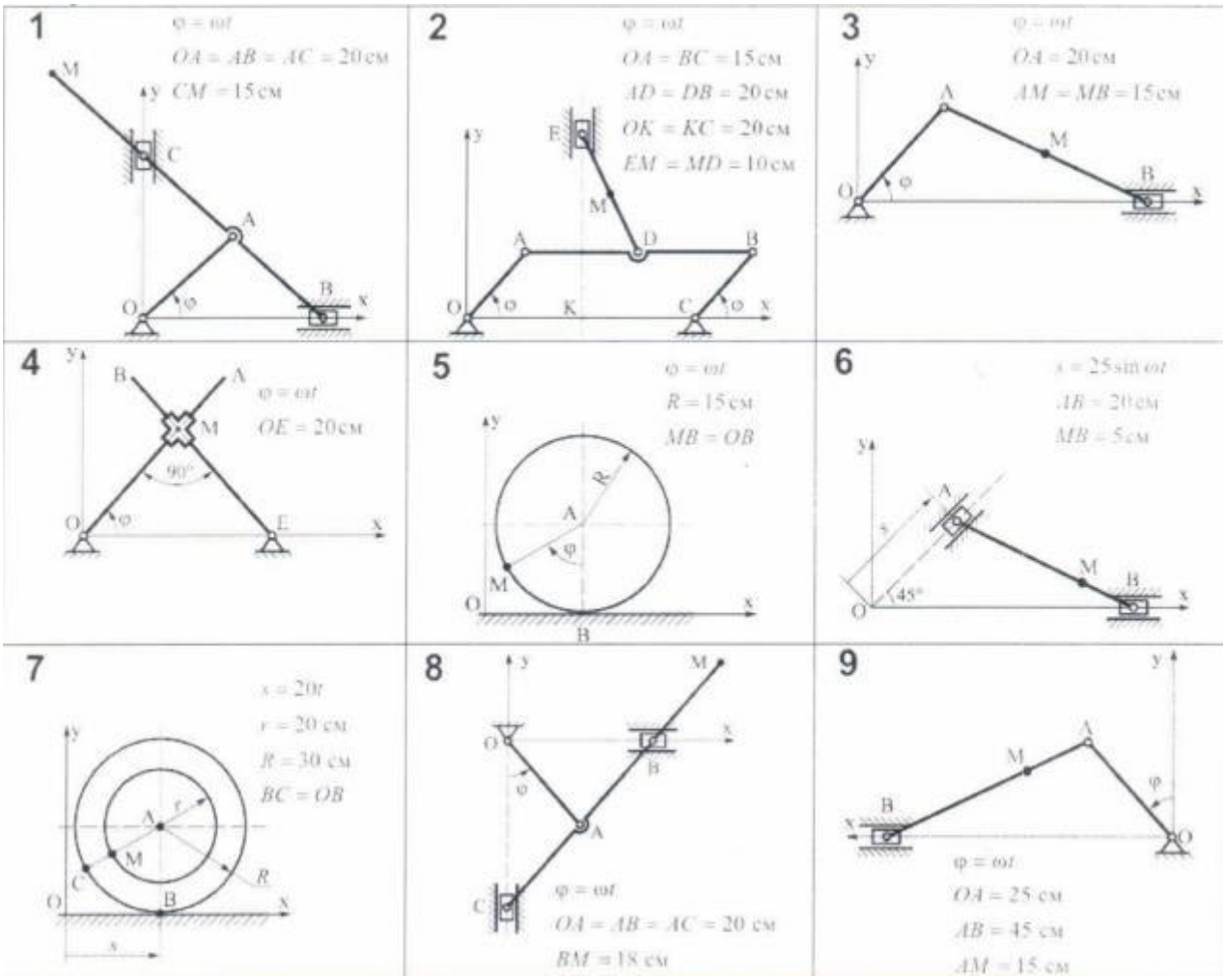
Темы практических занятий представлены в табл. 2.

Таблица 2

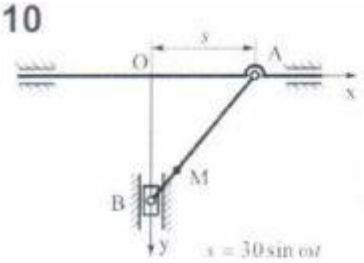
№	Наименование практического занятия
1	2
1	Введение.
2,3	Математические модели и их классификация.
4,5	Построение математической модели и вычислительный эксперимент.
6,7	Численные методы решения систем нелинейных уравнений в математических моделях

ПРИМЕРЫ ТИПОВЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Для указанных ниже схем записать выражения, описывающие изменение координат точек механизма, их скоростей и ускорений. Угловую скорость ω считать постоянной.



10

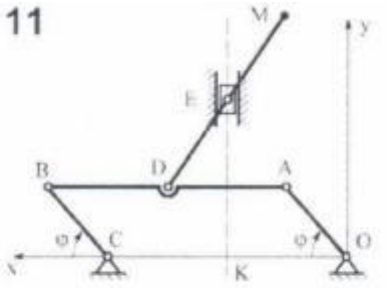


$s = 30\sin\omega t$

$AB = 40$ см

$BM = 10$ см

11

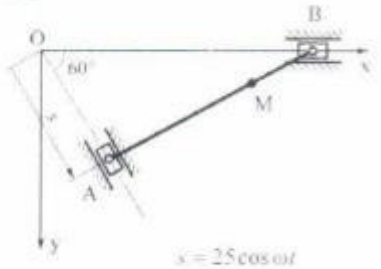


$\varphi = \omega t$

$OA = BC = 20$ см

$BD = AD = CK = KO = DE = EM = 25$ см

12

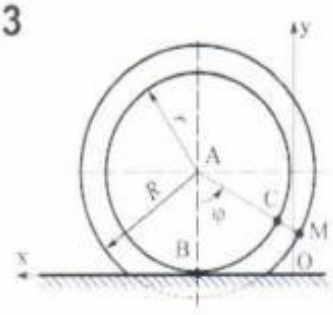


$s = 25\cos\omega t$

$AB = 35$ см

$MB = 10$ см

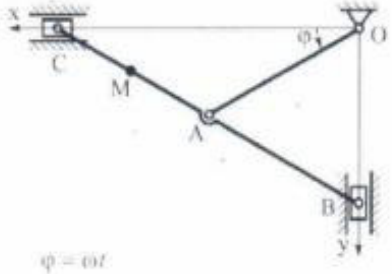
13



$r = 40$ см; $R = 50$ см

$\varphi = \omega t$; $BC = OB$

14

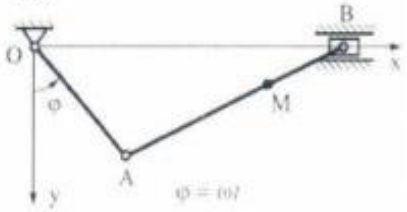


$\varphi = \omega t$

$OA = AB = AC = 30$ см

$AM = 15$ см

15



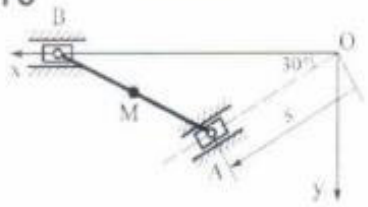
$\varphi = \omega t$

$OA = 15$ см

$AB = 25$ см

$BM = 10$ см

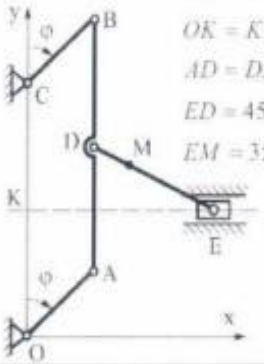
16



$s = 40\sin\omega t$

$AM = MB = 15$ см

17



$\varphi = \omega t$;

$BC = AO = 30$ см

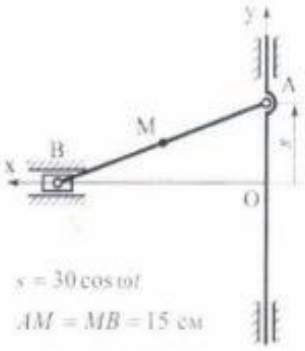
$OK = KC = 40$ см

$AD = DB = 40$ см

$ED = 45$ см

$EM = 35$ см

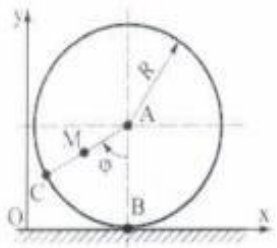
18



$s = 30\cos\omega t$

$AM = MB = 15$ см

19



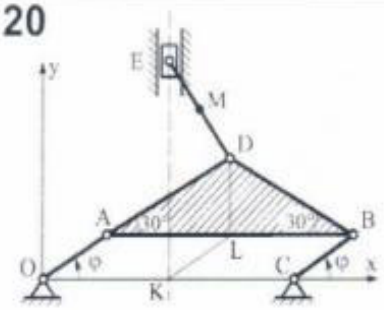
$\varphi = \omega t$

$R = 20$ см

$AM = 10$ см

$OB = CB$

20



$\varphi = \omega t$

$OA = BC = KL = 10$ см; $EM = MD = 8$ см

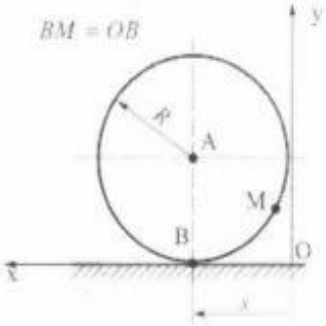
$AL = LB = OK = KC = 10\sqrt{3}$ см

21

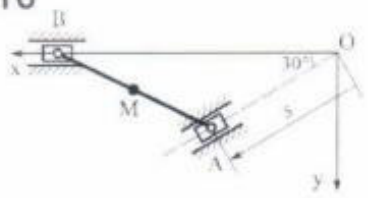
$s = 15t$

$R = 20$ см

$BM = OB$



16



$s = 40\sin\omega t$

$AM = MB = 15$ см

17

$\varphi = \omega t$;

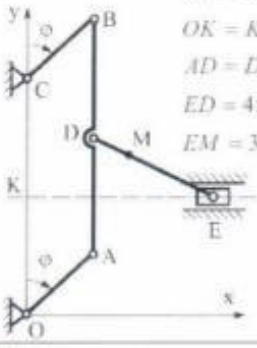
$BC = AO = 30$ см

$OK = KC = 40$ см

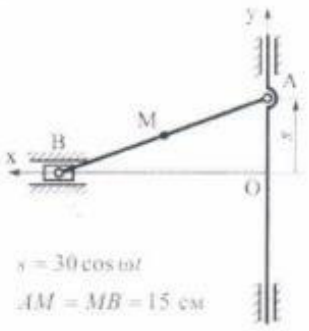
$AD = DB = 40$ см

$ED = 45$ см

$EM = 35$ см



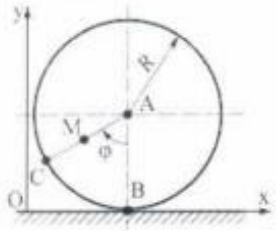
18



$s = 30\cos\omega t$

$AM = MB = 15$ см

19



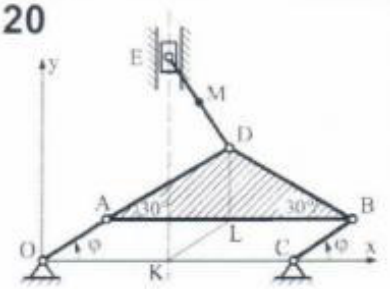
$\varphi = \omega t$

$R = 20$ см

$AM = 10$ см

$OB = CB$

20



$\varphi = \omega t$

$OA = BC = KL = 10$ см; $EM = MD = 8$ см

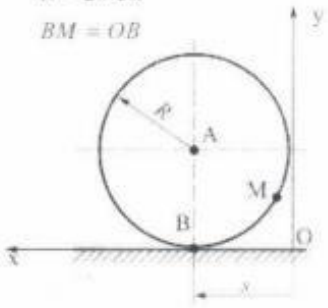
$AL = LB = OK = KC = 10\sqrt{3}$ см

21

$s = 15t$

$R = 20$ см

$BM = OB$

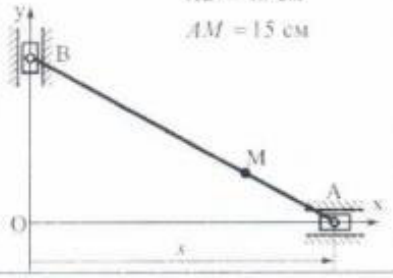


22

$s = 30\sin\omega t$

$AB = 40$ см

$AM = 15$ см

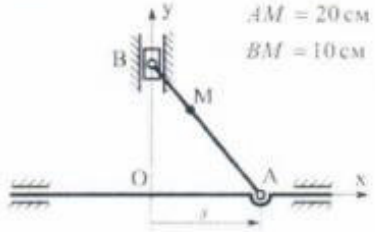


23

$s = 20\cos\omega t$

$AM = 20$ см

$BM = 10$ см

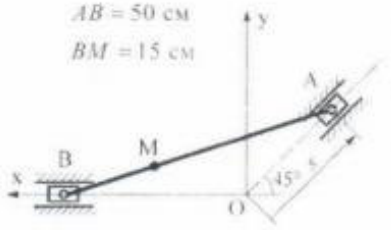


24

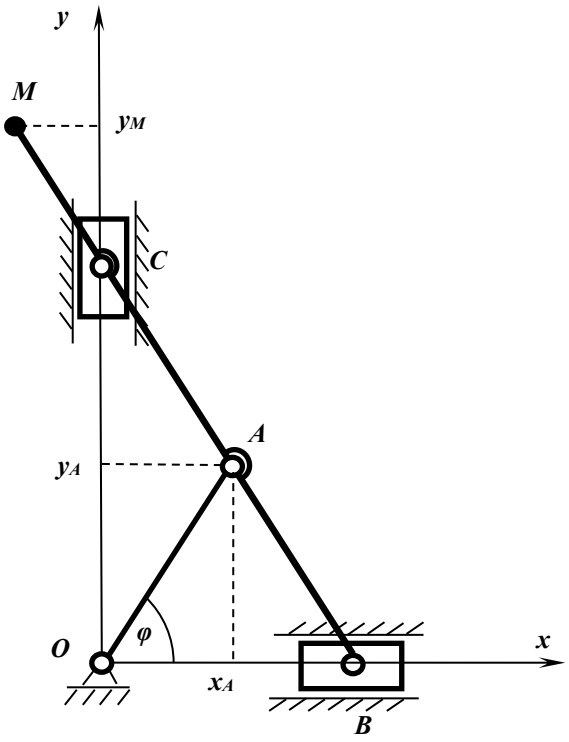
$s = 25\sin\omega t$

$AB = 50$ см

$BM = 15$ см



ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ



Для данной схемы записать выражения, описывающие изменение координат точек механизма. Угловую скорость ω считать постоянной. В той же схеме найти:

А) скорость точки В для момента времени $t = \frac{\pi}{3\omega}$.

Б) ускорение точки С для момента времени $t = \frac{\pi}{6\omega}$.

В) записать выражения для координат точки М.

Г) найти в общем виде выражение для скорости точки М.

Д) найти в общем виде выражение для ускорения точки М.

Е) найти скорость точки М для момента времени $t = \frac{\pi}{4\omega}$.

1. Определение координат точек механизма.

Для произвольного положения механизма, определяемого углом φ поворота кривошипа ОА, покажем на схеме и запишем поочередно координаты точек

A, B, C и M. Оси координат Ox и Oy направим вдоль направляющих ползунов B и C. Очевидно, что для точки A

$x_A = OA\ cos\varphi, \qquad y_A = OA\ sin\varphi;$

для точек B и C, т.к. по условию OA=AB=AC,

$x_B = 2\ OAcos\varphi\ , y_B = 0,$

$x_C = 0,\ y_C = 2\ OAsin\varphi.$

Для точки M, очевидно, координаты будут записаны в виде:

$x_M = -CMcos\varphi,\ \ y_M = (2\ OA + CM)sin\varphi.$

Окончательно, принимая во внимания размеры звеньев механизма, получим следующие выражения координат всех четырех точек:

$x_A = 20\ cos\varphi, \qquad y_A = 20sin\varphi;$

$x_B = 40cos\varphi\ , y_B = 0,$

$x_C = 0,\ y_C = 40sin\varphi,$

$x_M = -15cos\varphi,\ \ y_M = 55sin\varphi.$

2. Определение скоростей точек механизма.

По условию кривошип OA вращается с постоянной угловой скоростью ω, поэтому его угол поворота считаем изменяющимся по закону $\varphi = \omega t$.

Проекции скоростей точек A, B, C и M найдем как производные по времени от соответствующих координат. Тогда, очевидно

$\dot{x}_A = -20\omega\ sin\varphi, \qquad \dot{y}_A = 20\omega\ cos\varphi;$

$\dot{x}_B = -40\omega\ sin\varphi\ , \dot{y}_B = 0,$

$\dot{x}_C = 0,\ \dot{y}_C = 40\omega\ cos\varphi,$

$\dot{x}_M = 15\omega\ sin\varphi,\ \ \dot{y}_M = 55\omega\ cos\varphi.$

Полные значения скоростей через их координаты будут равны:

$v_A = \sqrt{(\dot{x}_A)^2 + (\dot{y}_A)^2} = 20\sqrt{2}\omega,$

$v_B = 40\omega|sin\varphi|,$

$v_C = 40\omega|cos\varphi|,$

$v_M = 5\omega\sqrt{9sin^2\varphi + 121cos^2\varphi}.$

Заметим, что если кривошип вращается по произвольному закону , то законы изменения проекций скоростей можно записать в виде:

$\dot{x}_A = -20\dot{\varphi}\ sin\varphi, \qquad \dot{y}_A = 20\dot{\varphi}\ cos\varphi;$

$\dot{x}_B = -40\dot{\varphi}\ sin\varphi\ , \dot{y}_B = 0,$

$\dot{x}_C = 0,\ \dot{y}_C = 40\dot{\varphi}\ cos\varphi,$

$\dot{x}_M = 15\dot{\varphi}\ sin\varphi,\ \ \dot{y}_M = 55\dot{\varphi}\ cos\varphi,$

где производная по времени от угла поворота $\dot{\varphi}$ – мгновенная угловая скорость кривошипа, изменяющаяся по некоторому закону.

3. Определение ускорений точек механизма.

Если кривошип вращается по произвольному закону, то выражения для проекций ускорений точек можно получить, дифференцируя по времени выражения для проекций скоростей, т.е., будем иметь:

$\ddot{x}_A = -20\ddot{\varphi}\,sin\varphi - 20\dot{\varphi}^2 cos\varphi, \qquad \ddot{y}_A = 20\ddot{\varphi}\,cos\varphi - 20\dot{\varphi}^2 sin\varphi;$

$\ddot{x}_B = -40\ddot{\varphi}\,sin\varphi - 40\dot{\varphi}^2 cos\varphi\ ,\ \ddot{y}_B = 0,$

$\ddot{x}_C = 0,\ \ddot{y}_C = 40\ddot{\varphi}\,cos\varphi - 40\dot{\varphi}^2 sin\varphi,$

$\ddot{x}_M = 15\ddot{\varphi}\,sin\varphi + 15\dot{\varphi}^2 cos\varphi,\ \ \ddot{y}_M = 55\ddot{\varphi}\,cos\varphi - 55\dot{\varphi}^2 sin\varphi.$

В приведенных формулах $\ddot{\varphi}$ – угловое ускорение кривошипа.

Если по условию, как в нашем случае, угловая скорость кривошипа постоянна, то проекции ускорения, очевидно, будут равны:

$\ddot{x}_A = -20\omega^2 cos\varphi, \qquad \ddot{y}_A = -20\omega^2 sin\varphi;$

$\ddot{x}_B = -40\omega^2 cos\varphi\ ,\ \ddot{y}_B = 0,$

$\ddot{x}_C = 0,\ \ddot{y}_C = -40\omega^2 sin\varphi,$

$\ddot{x}_M = 15\omega^2 cos\varphi,\ \ \ddot{y}_M = -55\omega^2 sin\varphi;$

а модули ускорений:

$a_A = \sqrt{(\ddot{x}_A)^2 + (\ddot{y}_A)^2} = 20\sqrt{2}\omega^2,$

$a_B = 40\omega^2|cos\varphi|,$

$a_C = 40\omega^2|sin\varphi|,$

$a_M = 5\omega^2\sqrt{9cos^2\varphi + 121sin^2\varphi}.$

Очевидно, что, подставляя в формулы скоростей и ускорений значения углов поворота для заданных моментов времени, получим ответ на вопросы А) – Е):

А) $v_B(\frac{\pi}{3\omega}) = 40\omega|\sin(\omega\cdot\frac{\pi}{3\omega})| = 20\sqrt{3}\omega;$

Б) $a_C(\frac{\pi}{6\omega}) = 20\omega^2;$

Е) $v_M\left(\frac{\pi}{4\omega}\right) = 5\omega\sqrt{9sin^2\left(\omega\cdot\frac{\pi}{4\omega}\right) + 121cos^2\left(\omega\cdot\frac{\pi}{3\omega}\right)} = 5\omega\sqrt{\frac{9}{2} + \frac{121}{2}} =$

$$= 5\sqrt{\frac{130}{2}}\omega$$

Контрольные вопросы

1. В чем заключается координатный метод решения задач кинематики для плоского механизма?
2. Дать определение скорости и ускорения точки в координатной форме.
3. Записать уравнение связи для колеса, котящегося по поверхности без скольжения и проскальзывания.
4. Как определить уравнение траектории точки?
5. Что подразумевается под степенями свободы точки, тела, механизма?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

8.1 Основная учебная литература

1. Истягина, Е. Б. Математическое моделирование : учебное пособие / Е. Б. Истягина, А. А. Пьяных, Т. А. Пьяных. – Красноярск : Сибирский федеральный университет (СФУ), 2022. – 124 с. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=705697 (дата обращения: 20.09.2024). – Режим доступа : по подписке. – Текст : электронный.

2. Звонарев, С. В. Основы математического моделирования : учебное пособие / С. В. Звонарев ; науч. ред. В. Г. Мазуренко. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2019. – 115 с. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=697655 (дата обращения: 20.09.2024). – Режим доступа : по подписке. – Текст : электронный.

8.2 Дополнительная учебная литература

3. Родионов, Ю. В. Основы математического моделирования : учебное электронное издание : учебное пособие / Ю. В. Родионов, А. Д. Нахман. – Тамбов : Тамбовский государственный технический университет (ТГТУ), 2018. – 111 с. –URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=570456 (дата обращения: 23.09.2024). – Режим доступа : по подписке. – Текст : электронный.

4. Губарь, Ю. В. Введение в математическое моделирование : практическое пособие / Ю. В. Губарь. – Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2007. – 153 с. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=233992 (дата обращения: 20.09.2024). – Режим доступа : по подписке. – Текст : электронный.

8.3 Перечень методических указаний

1. Методы математического моделирования : методические рекомендации для самостоятельной работы магистрами направления подготовки 28.04.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника» по дисциплине «**Методы математического моделирования**» / Юго-Зап. гос. ун-т ; сост.: А. М. Стороженко, Н. А. Хохлов. - Курск : ЮЗГУ, 2017. - 11 с. - Текст : электронный.

2. Методы математического моделирования : методические указания к выполнению практических заданий магистрами по дисциплине «**Методы математического моделирования**» для направления подготовки 28.04.01 / Юго-Зап. гос. ун-т ; сост.: А. М. Стороженко, Н. А. Хохлов. - Курск : ЮЗГУ, 2017. - 8 с. - Текст : электронный.