МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра вычислительной техники

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
____________ О.Г.Локтионова
«17» ____01____ 2022 г

Исследование алгоритмов декодирования кодов Рида-Соломона

Методические указания к практической работе
для студентов, обучающихся по направлению 09.04.01
«Информатика и вычислительная техника»

Курск 2022

УДК 621.391

Составитель: С.И.Егоров

Рецензент
Доктор технический наук, профессор кафедры БМИ Юго-Западного государственного университета *С.А.Филист*

Исследование алгоритмов декодирования кодов Рида-Соломона: методические указания к лабораторной работе / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. С.И.Егоров. Курск, 2022. 14 с. табл. 2, Библиогр.: 12 с.

Излагаются методические указания по выполнению лабораторной работы, посвященной исследованию алгоритмов декодирования кодов Рида-Соломона.

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению 09.04.01 - "Информатика и вычислительная техника".

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 17.01.2022. Формат 60x84 1/16.
Усл. печ. л. 0,96 Уч.-изд. л. 0,92 Тираж 50 экз. Заказ 46. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Оглавление

1. Цель работы

Исследование алгоритмов декодирования кодов Рида-Соломона.

2. Подготовка к работе

В процессе подготовки к лабораторной работе необходимо изучить:
- характеристики кодов Рида-Соломона;
- алгоритмы декодирования кодов Рида-Соломона;
- рабочее задание и методические указания к его выполнению.

3. Коды Рида-Соломона

Помехоустойчивые коды Рида-Соломона широко используются для обеспечения надежной передачи и хранения данных в информационных системах. Они применяются: в спутниковых (например, система DVB) и оптоволоконных каналах передачи цифровой информации, в оптических накопителях информации (CD, DVD, Blue Ray).

Коды Рида-Соломона (РС-коды) являются линейными циклическими кодами. РС-коды являются подмножеством кодов Боуза - Чоудхури - Хоквингема (БЧХ) над полем Галуа GF(q), длина которых n равна q-1. При этом поле символов кода совпадает с полем локаторов ошибок (рассматриваются только РС-коды, определенные над конечным полем характеристики 2, для которых число элементов в поле $q=2^m$).

Порождающий многочлен РС-кода с минимальным кодовым расстоянием d имеет следующий вид:

$$G(x) = (x-\alpha^b)(x-\alpha^{b+1})...(x-\alpha^{b+d-2}), \tag{1}$$

где α - примитивный элемент GF(q); b - целочисленная константа.

Размерность РС-кода (количество информационных символов) равна $k=n-\deg G(x)=n-d+1$. Избыточность кода $R=(n-k)/n$. В другой записи $d=n-k+1$, и коды РС являются разделимыми кодами с максимальным расстоянием, или МДР-кодами. МДР-код имеет максимально возможное расстояние между кодовыми словами для заданных n и k, и кодовые слова могут быть разделены на информационные и проверочные символы (т.е. МДР-код имеет систематический кодер). Максимальное число гарантированно исправляемых ошибок в кодовом слове $t = \lfloor (d-1)/2 \rfloor$.

Укороченный код Рида-Соломона получается из основного кода Рида-Соломона путем удаления символов кодового слова в старших информационных разрядах. При этом минимальное кодовое расстояние не меняется.

Для повышения эффективности исправления пакетов ошибок применяют перемежение символов нескольких кодовых слов. Это особенно важно для исправления протяженных пакетов ошибок, вызванных сбоем тактовой синхронизации. Параметр λ определяет глубину перемежения, указывая число перемеженных кодовых слов (при λ = 1 перемежение отсутствует).

Символы кодовых слов, передаваемые по каналу, являются элементами поля Галуа GF(2^m) и представляются в виде двоичного разложения в базисе α^{m-1}, α^{m-2}, ... , α^2, α^1, α^0. Первый бит каждого символа соответствует коэффициенту при α^{m-1}.

4. Классические алгоритмы жесткого декодирования кодов Рида-Соломона

В основе разработанных к настоящему времени алгебраических алгоритмов декодирования лежат различные методы решения нелинейной системы уравнений над конечными полями вида:

$$\begin{aligned} S_b &= Y_1 X_1^b + Y_2 X_2^b + \ldots + Y_v X^b; \\ S_{b+1} &= Y_1 X_1^{b+1} + Y_2 X_2^{b+1} + \ldots + Y_v X^{b+1}; \\ S_{b+2t-1} &= Y_1 X_1^{b+2t-1} + Y_2 X_2^{b+2t-1} + \ldots + Y_v X_v^{b+2t-1}, \end{aligned} \tag{2}$$

где t - максимальное количество ошибок, исправляемое декодером,
v - количество ошибочных символов в обрабатываемом кодовом слове,
S_j - компонента синдрома (получается в результате подстановки в многочлен принятого слова α^j),
X_i - локатор ошибочного символа,
Y_i - значение ошибки.

Эту систему нелинейных уравнений трудно решать непосредственно. Путем введения многочлена:

$$\Lambda(x) = \Lambda_v x^v + \Lambda_{v-1} x^{v-1} + \ldots + \Lambda_1 x + 1, \tag{3}$$

известного под названием многочлена локаторов ошибок, корнями которого являются обратные к локаторам ошибок величины X'_i, систему (2) преобразуют в систему линейных уравнений:

$$\begin{aligned} \Lambda_1 S_v + \Lambda_2 S_{v-1} + \cdots + \Lambda_v S_1 &= -S_{v+1}; \\ \Lambda_1 S_{v+1} + \Lambda_2 S_v + \cdots + \Lambda_v S_2 &= -S_{v+2}; \\ \Lambda_1 S_{2v-1} + \Lambda_2 S_{2v-2} + \cdots + \Lambda_v S_v &= -S_{2v}, \end{aligned} \tag{4}$$

Определив число ошибок в слове и решив систему (4), можно получить многочлен локаторов ошибок. Корни многочлена дадут локаторы ошибок. Зная локаторы ошибок, значения ошибок можно найти из системы (2).

Таким образом, в процедуре декодирования можно выделить следующие этапы:

1) вычисление синдрома,
2) определение количества ошибок в принятом слове и получение многочлена локаторов ошибок,
3) вычисление локаторов ошибок,
4) нахождение значений ошибок,
5) исправление ошибок.

Рассмотрим методы выполнения отдельных этапов процедуры декодирования.

Вычисление синдрома

Нахождение компонент синдрома заключается в вычислении множества значений многочлена над конечным полем. Пусть $R(x)$ - многочлен принятого из канала слова:

$$R(x) = r_{n-1}x^{n-1} + r_{n-2}x^{n-2} + \cdots + r_1 x + r_0 \qquad (5)$$

Компоненты синдрома равны: $S_i = R(\alpha^i)$, где α^i - корни порождающего многочлена кода, $i = \overline{b, b+d-2}$.

Чаще всего значения $R(x)$ вычисляют по схеме Горнера. При этом используют представление многочлена $R(x)$ в следующем виде:

$$R(x) = (\ldots (r_{n-1}x + r_{n-2})x + \cdots + r_1)x + r_0 \qquad (6)$$

Эту процедуру применительно к блоку перемеженных кодовых слов можно описать с помощью рекуррентной формулы:

$$S_{i,j}^{t+1} = S_{i,j}^{t} \cdot \alpha^i + r_{n-1-t,j}; S_{i,j}^{t} = 0, i = \overline{b, b+d-2}, j = \overline{0, \lambda-1}, t = \overline{0, n-1}, \qquad (7)$$

где $r_{n-1-t,j}$ - символ j-го кодового слова; $S_{i,j}^{t}$ - i-ая компонента j-го синдрома после обработки t первых символов j-го кодового слова.

При программной реализации вычисления синдромов в случае, если длина n неукороченного кода Рида-Соломона является составным числом, используют алгоритмы быстрого преобразования Фурье.

Это позволяет снизить число операций в полях Галуа, если d-1 больше минимального нетривиального множителя n.

Получение многочлена локаторов ошибок.

Многочлен локаторов ошибок получается в результате определения количества ошибок v и решения системы (4). Количество ошибок в кодовом слове дает ранг матрицы компонент синдрома

$$\overline{S_t} = \begin{bmatrix} S_b & S_{b+1} & .... & S_{b+t-1} \\ S_{b+1} & S_{b+2} & .... & S_{b+1} \\ & & .... & \\ S_{b+t-1} & S_{b+t} & .... & S_{b+2t-2} \end{bmatrix}$$

Определение ранга матрицы $\overline{S_t}$ и решение системы (4) может быть выполнено традиционными способами, не использующими структуру матрицы $\overline{S_t}$, ее симметрию. При этом число операций в полях растет как t^3.

На практике для небольших t нашло применение вычисление коэффициентов многочлена локаторов ошибок по формулам, непосредственно связывающими их со значениями компонент синдрома.

Для t >4,5 используют алгоритмы, использующие свойства симметрии матрицы компонент синдрома. При этом число операций в полях растет как t^2. В число таких алгоритмов входят: алгоритм Берлекэмпа, алгоритм Берлекэмпа-Месси, алгоритм Евклида.

Вычисление локаторов ошибок.

Вычисление локаторов ошибок сводится к решению уравнения $\Lambda(x) = 0$ в поле GF(2^m)

В случае v =1, уравнение $\lambda_1 x + \lambda_0 = 0$ линейно, $X_1' = 1/\lambda_1$ и локатор ошибки равен λ_1. Для решения уравнений любой степени можно применять процедуру Ченя, которая заключается в последовательной подстановке всех возможных значений величин обратных к локаторам в многочлен $\Lambda(x)$ и проверке результата на нулевое значение.

Вычисление значения многочлена в точке $x=X'$ можно выполнить по схеме Горнера. Нахождение корней полинома локаторов ошибок второй и третьей степени при программной реализации целесообразно осуществлять, приводя с помощью подстановок степенное уравнение к виду:

$$x^2 + x + B = 0, \tag{8}$$

или

$$x^3 + B = 0, \tag{9}$$

или

$$x^3 + x + B = 0; \tag{10}$$

с последующим нахождением корней полученных уравнений с помощью таблиц.

Нахождение значений ошибок.

После определения на предыдущем этапе локаторов ошибок нелинейная система уравнений (2) становится линейной относительно неизвестных Y_i и может решаться известными методами решения линейных систем. Более эффективная процедура предложена Форни.

Значения ошибок получаются из равенства:

$$Y_i = \frac{X_i^{-1}\Omega(X_i^{-1})}{\prod_{j\neq i}(1-X_j X_i^{-1})} - \frac{\Omega(X_i^{-1})}{\Lambda'(X_i^{-1})X_i^{b-1}}, \tag{11}$$

где $\Lambda'(x)$ - формальная производная многочлена $\Lambda(x)$;

$\Omega(x)$ - многочлен значений ошибок $\Omega(x)=S(x)\,\Lambda(x) \bmod x^{2t}$;

$S(x) = \sum_{j=b}^{b+d-2} S_j x^{j-1}$ - многочлен синдрома.

Исправление ошибок

Исправление ошибок заключается в прибавлении значения ошибки Y_i к принятому из канала символу r_k. Причем $k = (2^m - 2) - \log_\alpha X_i$.

5. **Порядок выполнения работы**

1) Получить у преподавателя вариант задания. В соответствии с вариантом вычислить проверочные символы и записать кодовое слово кода Рида-Соломона. Внести в него указанные преподавателем ошибки. Например:

$R(x) = \alpha^5 x^{14}+\alpha^3 x^{13}+\alpha^{10} x^{12}+0x^{11}+\alpha^6 x^{10}+\alpha^{14} x^9+\alpha^1 x^8+\alpha^{13} x^7+\alpha^4 x^6+\alpha^5 x^5+\alpha^8 x^4+\alpha^4 x^3+\alpha^{13} x^2+\alpha^{13} x^1+\alpha^6$.

2) Для данного слова вычислить синдром, используя схему Горнера (6). Вычисления приведены в таблице 1. Компоненты синдрома равны:

$S_1 = \alpha^0$, $S_2 = \alpha^6$, $S_3 = \alpha^2$, $S_4 = \alpha^6$, $S_5 = \alpha^{12}$, $S_6 = \alpha^8$.

Полином синдрома:

$S(x) = \alpha^8 x^5+\alpha^{12} x^4+ \alpha^6 x^3+ \alpha^2 x^2 +\alpha^6 x^1 +\alpha^0$.

3) Найти коэффициенты полинома локаторов ошибок используя метод, указанный преподавателем.

Таблица 1. Вычисление синдрома

r_i	S_1		S_2		S_3		S_4		S_5		S_6	
	$\sum$	$\times\alpha$	$\sum$	$\times\alpha^2$	$\sum$	$\times\alpha^3$	$\sum$	$\times\alpha^4$	$\sum$	$\times\alpha^5$	$\sum$	$\times\alpha^6$
α^5	α^5	α^6	α^5	α^7	α^5	α^8	α^5	α^9	α^5	α^{10}	α^5	α^{11}
α^3	$\alpha^3+\alpha^6=\alpha^2$	α^3	$\alpha^3+\alpha^7=\alpha^4$	α^6	$\alpha^3+\alpha^8=\alpha^{13}$	α^1	$\alpha^3+\alpha^9=\alpha^1$	α^5	$\alpha^3+\alpha^{10}=\alpha^{12}$	α^2	$\alpha^3+\alpha^{11}=\alpha^5$	α^{11}
α^{10}	$\alpha^{10}+\alpha^3=\alpha^{12}$	α^{13}	$\alpha^{10}+\alpha^6=\alpha^7$	α^9	$\alpha^{10}+\alpha^1=\alpha^8$	α^{11}	$\alpha^{10}+\alpha^5=\alpha^0$	α^4	$\alpha^{10}+\alpha^2=\alpha^4$	α^9	$\alpha^{10}+\alpha^{11}=\alpha^{14}$	α^5
0	$0+\alpha^{13}=\alpha^{13}$	α^{14}	$0+\alpha^9=\alpha^9$	α^{11}	$0+\alpha^{11}=\alpha^{11}$	α^{14}	$0+\alpha^4=\alpha^4$	α^8	$0+\alpha^9=\alpha^9$	α^{14}	$0+\alpha^5=\alpha^5$	α^{11}
α^6	$\alpha^6+\alpha^{14}=\alpha^8$	α^9	$\alpha^6+\alpha^{11}=\alpha^1$	α^3	$\alpha^6+\alpha^{14}=\alpha^8$	α^{11}	$\alpha^6+\alpha^8=\alpha^{14}$	α^3	$\alpha^6+\alpha^{14}=\alpha^8$	α^{13}	$\alpha^6+\alpha^{11}=\alpha^1$	α^7
α^{14}	$\alpha^{14}+\alpha^9=\alpha^4$	α^5	$\alpha^{14}+\alpha^3=\alpha^0$	α^2	$\alpha^{14}+\alpha^{11}=\alpha^{10}$	α^{13}	$\alpha^{14}+\alpha^3=\alpha^0$	α^4	$\alpha^{14}+\alpha^{13}=\alpha^2$	α^7	$\alpha^{14}+\alpha^7=\alpha^1$	α^7
α^1	$\alpha^1+\alpha^5=\alpha^2$	α^3	$\alpha^1+\alpha^2=\alpha^5$	α^7	$\alpha^1+\alpha^{13}=\alpha^{12}$	α^0	$\alpha^1+\alpha^4=\alpha^0$	α^4	$\alpha^1+\alpha^7=\alpha^{14}$	α^4	$\alpha^1+\alpha^7=\alpha^{14}$	α^5
α^{13}	$\alpha^{13}+\alpha^3=\alpha^8$	α^9	$\alpha^{13}+\alpha^7=\alpha^5$	α^7	$\alpha^{13}+\alpha^0=\alpha^6$	α^9	$\alpha^{13}+\alpha^4=\alpha^{11}$	α^0	$\alpha^{13}+\alpha^4=\alpha^{11}$	α^1	$\alpha^{13}+\alpha^5=\alpha^7$	α^{13}
α^4	$\alpha^4+\alpha^9=\alpha^{14}$	α^0	$\alpha^4+\alpha^7=\alpha^3$	α^5	$\alpha^4+\alpha^9=\alpha^{14}$	α^2	$\alpha^4+\alpha^0=\alpha^1$	α^5	$\alpha^4+\alpha^1=\alpha^0$	α^5	$\alpha^4+\alpha^{13}=\alpha^{11}$	α^2
α^5	$\alpha^5+\alpha^0=\alpha^{10}$	α^{11}	$\alpha^5+\alpha^5=0$	0	$\alpha^5+\alpha^2=\alpha^1$	α^4	$\alpha^5+\alpha^5=0$	0	$\alpha^5+\alpha^5=0$	0	$\alpha^5+\alpha^2=\alpha^1$	α^7
α^8	$\alpha^8+\alpha^{11}=\alpha^7$	α^8	$\alpha^8+0=\alpha^8$	α^{10}	$\alpha^8+\alpha^4=\alpha^5$	α^8	$\alpha^8+0=\alpha^8$	α^{12}	$\alpha^8+0=\alpha^8$	α^{13}	$\alpha^8+\alpha^7=\alpha^{11}$	α^2
α^4	$\alpha^4+\alpha^8=\alpha^5$	α^6	$\alpha^4+\alpha^{10}=\alpha^2$	α^4	$\alpha^4+\alpha^8=\alpha^5$	α^8	$\alpha^4+\alpha^{12}=\alpha^6$	α^{10}	$\alpha^4+\alpha^{13}=\alpha^{11}$	α^1	$\alpha^4+\alpha^2=\alpha^{10}$	α^1
α^{13}	$\alpha^{13}+\alpha^6=\alpha^0$	α^1	$\alpha^{13}+\alpha^4=\alpha^{11}$	α^{13}	$\alpha^{13}+\alpha^8=\alpha^3$	α^6	$\alpha^{13}+\alpha^{10}=\alpha^9$	α^{13}	$\alpha^{13}+\alpha^1=\alpha^{12}$	α^2	$\alpha^{13}+\alpha^1=\alpha^{12}$	α^3
α^{13}	$\alpha^{13}+\alpha^1=\alpha^{12}$	α^{13}	$\alpha^{13}+\alpha^{13}=0$	0	$\alpha^{13}+\alpha^6=\alpha^0$	α^3	$\alpha^{13}+\alpha^{13}=0$	0	$\alpha^{13}+\alpha^2=\alpha^{14}$	α^4	$\alpha^{13}+\alpha^3=\alpha^8$	α^{14}
α^6	$\alpha^6+\alpha^{13}=\alpha^0$		$\alpha^6+0=\alpha^6$		$\alpha^6+\alpha^3=\alpha^2$		$\alpha^6+0=\alpha^6$		$\alpha^6+\alpha^4=\alpha^{12}$		$\alpha^6+\alpha^{14}=\alpha^8$	

Определительный метод

Вычисляем определитель матрицы компонент синдрома третьего порядка:

$$\overline{S}_3 = \begin{vmatrix} \alpha^0 & \alpha^6 & \alpha^2 \\ \alpha^6 & \alpha^2 & \alpha^6 \\ \alpha^2 & \alpha^6 & \alpha^{12} \end{vmatrix}.$$

$\Delta_3 = \alpha^0\alpha^2\alpha^{12} + \alpha^6\alpha^6\alpha^2 + \alpha^6\alpha^6\alpha^2 + \alpha^2\alpha^2\alpha^2 + \alpha^6\alpha^6\alpha^{12} + \alpha^6\alpha^6\alpha^0 =$

$= \alpha^{14} + \alpha^6 + \alpha^9 + \alpha^{12} = 0$.

Поскольку определитель третьего порядка равен нулю, в кодовом слове произошло менее двух ошибок.

Вычисляем определитель матрицы компонент синдрома второго порядка:

$$\overline{S}_2 = \begin{vmatrix} \alpha^0 & \alpha^6 \\ \alpha^6 & \alpha^2 \end{vmatrix}.$$

$\Delta_2 = \alpha^0\alpha^2 + \alpha^6\alpha^6 = \alpha^7 \neq 0$.

Поскольку определитель второго порядка не равен нулю, в кодовом слове произошло две ошибке: $v = 2$.

Коэффициенты полинома локаторов ошибок λ_2 и λ_1 находятся из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \lambda_1 S_2 + \lambda_2 S_1 = S_3 \\ \lambda_1 S_3 + \lambda_2 S_2 = S_4 \end{cases},$$

$$\begin{cases} \lambda_1 \alpha^6 + \lambda_2 \alpha^0 = \alpha^2 & (12) \\ \lambda_1 \alpha^2 + \lambda_2 \alpha^6 = \alpha^6 & (13) \end{cases}.$$

Из уравнения (12): $\lambda_2 = \alpha^2 + \lambda_1\alpha^6$.

Из уравнения (13): $\lambda_1\alpha^2 + \alpha^8 + \lambda_1\alpha^{12} = \alpha^6$,

$\lambda_1(\alpha^2 + \alpha^{12}) = \alpha^6 + \alpha^8$,

$\lambda_1 = \alpha^{14}/\alpha^7 = \alpha^7$.

И $\lambda_2 = \alpha^2 + \alpha^{13} = \alpha^{14}$.

4) Находим корни уравнения $\lambda_2 x^2 + \lambda_1 x + 1$ с использованием метода Ченя.

Таблица 2. Нахождение корней многочлена локаторов

Корни	$\lambda_0 = 1$	$\lambda_1 x$	$\lambda_2 x^2$	$\sum$
α^0	1	α^7	α^{14}	α^4
α^1	1	α^8	α^1	α^5
α^2	1	α^9	α^3	α^4
α^3	**1**	**α^{10}**	**α^5**	**0**
α^4	1	α^{11}	α^7	α^2
α^5	1	α^{12}	α^9	α^2
α^6	1	α^{13}	α^{11}	α^1
α^7	1	α^{14}	α^{13}	α^8
α^8	1	α^0	α^0	α^0

α^9	1	α^1	α^2	α^{10}
α^{10}	1	α^2	α^4	α^5
α^{11}	1	α^3	α^6	α^8
α^{12}	1	α^4	α^8	α^{10}
$\boldsymbol{\alpha^{13}}$	**1**	$\boldsymbol{\alpha^5}$	$\boldsymbol{\alpha^{10}}$	**0**
α^{14}	1	α^6	α^{12}	α^1

Корни многочлена локаторов: $X_1^{-1} = \alpha^3$, $X_2^{-1} = \alpha^{13}$.
Локаторы ошибок: $X_1 = 1/\alpha^3 = \alpha^{15-3} = \alpha^{12}$, $X_2 = 1/\alpha^{13} = \alpha^{15-13} = \alpha^2$.

5) Вычисляем значения ошибочных символов.
Находим формальную производную многочлена локаторов ошибок.
$\Lambda'(x) = \lambda_1 = \alpha^7$.
Вычисляем многочлен значений ошибок.
$\Omega(x) = S(x)\Lambda(x) \bmod x^6 = \alpha^8x^5+\alpha^{12}x^4+ \alpha^6x^3+ \alpha^2x^2 +\alpha^6 x^1 +\alpha^0 + \alpha^4x^5+\alpha^{13}x^4+ \alpha^9x^3+ \alpha^{13}x^2 +\alpha^7 x^1 + \alpha^5x^5+\alpha^1x^4+ \alpha^5x^3+ \alpha^{14}x^2 = (\alpha^8+ \alpha^4+ \alpha^5)x^5+(\alpha^{12}+ \alpha^{13}+ \alpha^1)x^4+ (\alpha^6+ \alpha^9+ \alpha^5)x^3+ (\alpha^2+ \alpha^{14}+ \alpha^{13})x^2 +(\alpha^6+ \alpha^7)x +\alpha^0 = \alpha^0 + \alpha^{10}x$.
Тогда значения ошибочных символов равны:

$$Y_1 = \frac{\Omega(X_1^{-1})}{\Lambda'(X_1^{-1})} = \frac{1+\alpha^{10}\alpha^3}{\alpha^7} = \frac{1+\alpha^{13}}{\alpha^7} = \frac{\alpha^6}{\alpha^7} = \alpha^{14},$$

$$Y_2 = \frac{\Omega(X_2^{-1})}{\Lambda'(X_2^{-1})} = \frac{1+\alpha^{10}\alpha^{13}}{\alpha^7} = \frac{1+\alpha^8}{\alpha^7} = \frac{\alpha^2}{\alpha^7} = \alpha^{10}.$$

6) Находим многочлен ошибок и вычитаем его из многочлена принятого из канала слова.
$C(x) = R(x) - E(x) = \alpha^5x^{14}+\alpha^{11}x^{13}+\alpha^{10}x^{12}+0x^{11}+\alpha^6x^{10}+\alpha^{14}x^9+\alpha^1x^8+\alpha^{13}x^7+\alpha^4x^6+ \alpha^5x^5+\alpha^8x^4+\alpha^4x^3+\alpha^9x^2+\alpha^{13}x^1+\alpha^6$.

6. Содержание отчета

Отчет должен содержать:
- характеристику используемого кода Рида-Соломона и параметры алгоритма декодирования;
- исходное кодовое слово, содержащее ошибки;
- все промежуточные результаты вычисления многочлена ошибок;
- восстановленное кодовое слово, не содержащее ошибок.

7. Вопросы для самопроверки

1. Как задаются коды Рида-Соломона?
2. Охарактеризуйте исправляющую способность РС-кодов.
3. Дайте математическое обоснование процедуры декодирования РС-кодов.
4. Каким образом вычисляются синдромы РС-кода?
5. Как определяется коэффициенты полинома локаторов ошибок?
6. Как находятся корни степенных уравнений в конечных полях?
7. Как вычисляются значения ошибок?

8. Библиографический список

1. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки [Текст] / Р.Блейхут. М.: Мир, 1986. 576 с.
2. Егоров С.И. Коррекция ошибок в информационных каналах периферийных устройств ЭВМ [Текст]: монография /С.И. Егоров: Курск. гос. техн. ун-т. Курск, 2008. 252 с.

Приложение. Варианты заданий на лабораторную работу.

В строках таблицы приведены информационные символы слова кода Рида-Соломона (15,9). Необходимо закодировать слово и внести в него ошибки, указанные преподавателем. Код определен над полем GF(2^4), $p(x)=x^4+x+1$. Порождающий многочлен кода $g(x)=(x-\alpha^x)(x-\alpha^{x+1})(x-\alpha^{x+2})(x-\alpha^{x+3})(x-\alpha^{x+4})(x-\alpha^{x+5})$, где x = номер варианта, взятый по модулю 15.

№	x^{14}	x^{13}	x^{12}	x^{11}	x^{10}	x^9	x^8	x^7	x^6	x^5	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
1	1	7	4	4	2	12	8	3	7						
2	5	14	12	1	-1	6	0	1	6						
3	6	1	2	12	8	3	7	1	12						
4	13	10	3	11	-1	5	6	1	9						
5	3	11	5	9	7	10	3	7	13						
6	9	11	0	4	4	9	11	2	1						
7	5	10	11	12	2	3	11	10	12						
8	3	10	14	8	4	1	3	10	11						
9	7	4	1	11	3	6	14	10	9						
10	13	11	6	2	10	1	2	13	9						
11	5	3	10	-1	6	14	1	13	4						
12	7	-1	4	11	13	2	4	3	5						
13	14	7	4	11	2	8	3	13	5						
14	9	5	0	12	5	6	8	0	1						
15	6	9	10	4	6	13	6	11	4						
16	7	3	13	8	-1	3	4	1	5						
17	3	8	5	0	12	5	14	8	4						
18	5	9	2	13	11	7	9	3	0						
19	9	11	7	0	-1	7	4	3	1						
20	1	8	11	14	2	9	0	3	-1						
21	5	7	4	4	-1	12	8	3	7						
22	6	14	12	1	8	6	0	1	6						

23	13	1	2	12	-1	3	7	1	12						
24	3	10	3	11	7	5	6	1	9						
25	9	11	5	9	4	10	3	7	13						
26	5	11	0	4	2	9	11	2	1						
27	3	10	11	12	4	3	11	10	12						
28	7	10	14	8	3	1	3	10	11						
29	13	4	1	11	10	6	14	10	9						
30	14	11	6	2	11	1	2	13	9						

Значения символов даны как степени α, -1 соответствует нулевому значению символа.

Необходимо исправить ошибки в указанном слове. Для нечетных номеров использовать определительный метод, для четных – алгоритм Берлекэмпа-Месси.