

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:

И.о.зав.кафедрой

высшей математики

(наименование кафедры полностью)



(подпись)

О.А.Бредихина

« 02 » _____ 07 _____ 2026г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине

Высшая математика

(наименование дисциплины)

ОПОП ВО 39.03.01 Социология

шифр и наименование направления подготовки (специальности)

направленность (профиль) «Социология маркетинга и управление организацией»

наименование направленности (профиля, специализации)

форма обучения очная

(очная, очно-заочная, заочная)

ОПОП ВО с присвоением двух квалификаций одного уровня высшего образования

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

1.1 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

Раздел (тема) 1 «Линейная алгебра»

Вариант 1 (Т 1)

1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 5 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $C = 3A + A \cdot B$.

Элемент c_{23} матрицы C равен

- 1) 8 2) 9 3) -3 4) 11 5) 3

2. Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} x & 3x \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 14$.

3. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & -2 & -2 \end{vmatrix}$.

4. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$. Найти элемент a_{12} обратной матрицы A^{-1} .

5. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Мебельная фабрика специализируется по выпуску изделий четырех видов: диваны, кровати, комоды и шкафы. При этом используется сырье четырех типов. Нормы расхода каждого из них на один вид мебели и объем расхода сырья на 1 день заданы таблицей. Найти ежедневный объем выпуска каждого вида мебели.

Вид сырья	Нормы расходы сырья на одну пару, усл.ед.				Расход сырья на 1 день, усл.ед.
	Диван	Кровать	Комод	Шкаф	
S_1	8	5	4	1	26
S_2	1	3	2	1	11
S_3	2	10	9	7	40
S_4	3	8	9	2	37

7. Установить соответствие.

1) $\begin{cases} 4x + 6y = -1, \\ 12x + 18y = -3 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение
2) $\begin{cases} 12x - 7y = 5, \\ -48x + 28y = -15 \end{cases}$	б) система имеет бесконечное множество решений
3) $\begin{cases} 3x - 5y = 6, \\ x + 2y = 25 \end{cases}$	в) система несовместна
4) $\begin{cases} 2x - 5y = 0, \\ 6x - 15y = 0 \end{cases}$	г) система имеет только тривиальное решение
	д) система имеет два решения

8. После приведения системы уравнений
$$\begin{cases} 5x + y - z = 3 \\ 10x + 7y + 4z = 7 \\ -5x + 4y + 2z = -7 \end{cases}$$

к виду
$$\begin{cases} 5x + y - z = 3 \\ y + mz = n \\ y + pz = q \end{cases}$$
 произведение $n \cdot q$ равно

- 1) $-5/2$ 2) $-40/15$ 3) 0 4) $-4/25$ 5) $-4/3$

9. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 4$

2) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4$

3) $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 6$

4) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 5$

5) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 6$

10.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{5}x + 2y = 1, \\ 6x - 3\sqrt{5}y = 12\sqrt{5} \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3. Замечание: вычисления производить в следующей последовательности 1) $\det A$ 2) $\det A_x$ 3) x 4) $\det A_y$ 5) y	1) $\sqrt{5}$ 2) $-27\sqrt{5}$ 3) -2 4) -27 5) 54	

Вариант 2 (Т 1)

1. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & -3 \end{pmatrix}$, $C = A \cdot B - 2B$.

Элемент c_{31} матрицы C равен

- 1) -8 2) 9 3) 3 4) -12 5) 0

2. Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} x & 5 \\ -x & -1 \end{vmatrix} = 8$.

3. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & -3 & 0 \\ 1 & 3 & -4 \end{vmatrix}$.

4. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ 10 & -5 \end{pmatrix}$. Найти элемент a_{21} обратной матрицы A^{-1} .

5. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Обувная фабрика специализируется по выпуску изделий трех видов: сапоги, туфли, ботинки. При этом используется сырье трех типов. Нормы расхода каждого из них на один вид мебели и объем расхода сырья на 1 день заданы таблицей. Найти ежедневный объем выпуска каждого вида мебели.

Вид сырья	Нормы расходы сырья на одну пару, усл.ед.			Расход сырья на 1 день, усл.ед.
	Сапоги	Туфли	Ботинки	
S_1	5	3	4	2700
S_2	2	1	1	800
S_3	3	2	2	1600

7. Установить соответствие.

1) $\begin{cases} 6x + 7y = -5, \\ -18x - 21y = 8 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение
2) $\begin{cases} 3x - y = 0, \\ -9x + 3y = 0 \end{cases}$	б) система имеет бесконечное множество решений
3) $\begin{cases} 2x + 5y = -14, \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$	в) система несовместна
4) $\begin{cases} 2x - 3y = 4, \\ 16x - 24y = 32 \end{cases}$	г) система имеет только тривиальное решение
	д) система имеет два решения

8. После приведения системы уравнений
$$\begin{cases} -x + y + z = 2 \\ x + 3y - z = 1 \\ 2x + y + 3z = 5 \end{cases}$$

к виду
$$\begin{cases} -x + y + z = 2 \\ y + mz = n \\ y + pz = q \end{cases}$$
 произведение $n \cdot q$ равно

- 1) $1/4$ 2) 5 3) 27 4) $9/4$ 5) $-3/4$

9. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.

1) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 5$

2) $\lambda_1 = 4, \lambda_2 = 10$

3) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 9$

4) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4$

5) $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 8$

10.

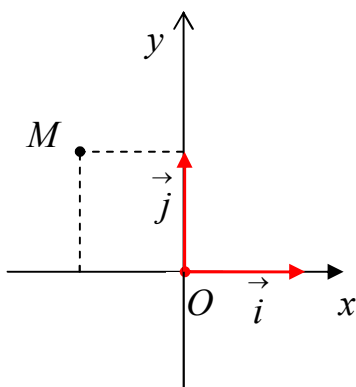
Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{3}x + 2y = 11, \\ 4x - \sqrt{3}y = 0 \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3. Замечание: вычисления производить в следующей последовательности 1) $\det A$ 2) $\det A_x$ 3) x 4) $\det A_y$ 5) y	1) $-11\sqrt{3}$ 2) 4 3) -44 4) $\sqrt{3}$ 5) -11	

Раздел (тема) 2 «Метод координат. Векторная алгебра»

Вариант 1 (Т 2)

1. Найти сумму координат точки B , если $A(6, 2)$ и вектор $\vec{AB}(-1, 5)$.

2. Найти абсциссу вектора $\vec{OM}$, изображенного ниже, в базисе $(\vec{i}, \vec{j})$.



3. Модуль вектора $\vec{c}$, если $\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a}(-1; 0; 5)$, $\vec{b}(2; -1; 1)$ равен
 1) $\sqrt{222}$ 2) $\sqrt{1404}$ 3) $\sqrt{468}$ 4) 10 5) 15

4. Известно, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ являются коллинеарными. Выберите утверждение, которое является не верным:

- 1) их скалярное произведение равно 0,
- 2) их векторное произведение равно 0,
- 3) один из векторов можно выразить через другой,
- 4) координаты векторов пропорциональны.

5. Установить соответствие.

1) нахождение скалярного произведения векторов	а) $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
2) нахождение векторного произведения векторов	б) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$
3) нахождение смешанного произведения векторов	в) $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$
4) нахождение длины вектора	г) $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} }$
	д) $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$

6. Найти λ , при котором векторы $\vec{s}_1(-3, 6)$ и $\vec{s}_2(1, \lambda)$ образуют линейно зависимую систему?

7. Вычислить работу силы $\vec{F}(2, 1)$ по перемещению материальной точки по отрезку прямой из положения $P(-1, 3)$ в положение $Q(1, 2)$.

8. Вычислить площадь треугольника STR , если $S(1, 5, -2)$, $T(4, 1, -1)$ и $R(3, 3, -1)$.

9. Найти объем треугольной призмы, построенной на векторах $\vec{a}(4, 0, 3)$, $\vec{b}(2, -2, 2)$ и $\vec{c}(3, 2, 5)$.

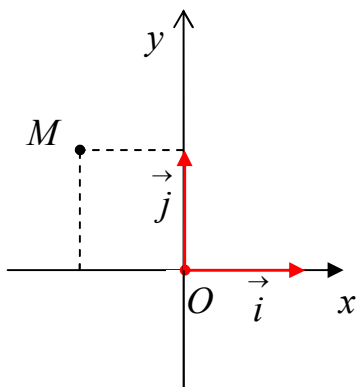
10.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов
Расположите последовательность действий при вычислении площади треугольника ABC , если $A(2; -1; 2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(3; 2; 1)$.	1) вычислить $ \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} $ 2) найти определитель $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$ 3) вычислить $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ 4) разделить модуль векторного произведения на два

Вариант 2 (Т 2)

1. Известно, что M – середина отрезка AB . Найти сумму координат точки A , если $B(3, -7)$ и $M(2, -1)$.

2. Найти ординату вектора $\overrightarrow{OM}$ в базисе $(\vec{i}, \vec{j})$.



3. Модуль вектора $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$, если $\vec{a}(-1; 0; 5)$, $\vec{b}(2; -1; 1)$, равен
 1) $\sqrt{54}$ 2) 62 3) $\sqrt{62}$ 4) 8 5) 30

4. Система, состоящая из трех векторов, линейно зависима тогда и только тогда, когда эти векторы

- 1) компланарны 2) не компланарны
 3) нулевые 4) попарно не коллинеарны.

5. Установить соответствие.

ВЕКТОРЫ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) коллинеарны	а) $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$
2) перпендикулярны	б) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
3) образуют острый угол	в) $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$
4) образуют тупой угол	г) $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$ д) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$

6. Даны векторы $\vec{a}(2m; 3; -1)$ и $\vec{b}(2; -3m; 5)$. Найти m , если известно, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны.

7. Найти косинус угла между прямыми AB и BC , если $A(1, 2, -1)$, $B(3, 2, -3)$, $C(4, 7, -5)$, $D(2, 7, -2)$.

8. Найти $\vec{c} = (2\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{b}$, если $\vec{a}(1, -2, -3)$ и $\vec{b}(2, 0, -1)$.

9. Вычислить объем тетраэдра, построенного на векторах $\vec{a}(1, 4, 1)$, $\vec{b}(5, -2, 2)$ и $\vec{c}(-2, 2, -2)$.

10.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов
Расположите последовательность действий при вычислении объёма треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(3; 4; 5)$, $B(1; 2; 1)$, $C(-2; -3; 6)$, $D(3; -6; -3)$. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3. Замечание: вычисления производить в следующей последовательности $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$, объём пирамиды	1) $(-5; -7; 1)$ 2) $(-2; -2; -4)$ 3) 42 4) -252 5) $(0; -10; -8)$

Раздел (тема) 3 «Аналитическая геометрия»

Вариант 1 (Т 3)

1. Уравнение прямой, проходящей через т. $B(0;1)$, угловой коэффициент которой $k = 3$

1) $y = 3x + 1$

2) $y = x + 3$

3) $x = 3y + 1$

4) $3y = x + 1$

2. Найти тангенс угла наклона прямой $l: y = 2x - 4$ к положительному направлению оси Ox .

3. Уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(-1; 3)$ и имеющую направляющий вектор $\vec{s}(-2; 1)$

1) $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{1}$ 2) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1}$ 3) $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{3}$ 4) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{3}$

4. Уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2; -3)$ и имеющую нормальный вектор $\vec{n}(1; 4)$

1) $x + 4y + 10 = 0$ 2) $x + 4y + 1 = 0$ 3) $2x - 3y + 10 = 0$ 4) $x + 4y - 10 = 0$

5. Даны точки $A(1; 4)$, $B(-3; 7)$. Установите соответствие между различными уравнениями прямой AB и их названиями

1) $\frac{x-1}{-4} = \frac{y-4}{3}$	а) каноническое уравнение
2) $3x + 4y - 19 = 0$	б) уравнение прямой в отрезках
3) $y = -\frac{3}{4}x + \frac{19}{4}$	в) общее уравнение прямой
4) $\frac{x}{19/3} + \frac{y}{19/4} = 1$	г) уравнение прямой с угловым коэффициентом
	д) параметрические уравнения прямой

6. Найти расстояние от точки $M(1; 2)$ до прямой $6x - 8y - 5 = 0$.

7. Общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-4; 1; 3)$ параллельно векторам $\vec{p}(2; 1; -2)$ и $\vec{q}(1; 0; 3)$.

1) $x + 4y - 3z - 14 = 0$ 2) $3x - 8y - z - 23 = 0$
 3) $x + 4y - 3z - 23 = 0$ 4) $3x - 8y - z - 14 = 0$

8. Вычислить расстояние от точки $M(-2, 2, -1)$ до плоскости $\pi: 3x + 4z - 5 = 0$.

9. Установить верную последовательность действий при нахождении точки пересечения прямой AB , где $A(3; 2; 1)$, $B(5; 5; 0)$ и плоскости, задаваемой уравнением: $x + 3y + 2z - 2 = 0$.

1) Подставить x, y, z , выраженные через параметр t , в уравнение $x + 3y + 2z - 2 = 0$
2) Составить параметрические уравнения прямой AB
3) Подставить значение параметра t в параметрические уравнения прямой AB
4) Вычислить значение параметра t

10. Найти длину меньшей оси эллипса, задаваемого уравнением:
 $9x^2 + 4y^2 = 36$.

Вариант 2 (Т 3)

1. Уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(-1; 2)$, и имеющей угловой коэффициент $k = 4$

- 1) $y = 4x + 6$ 2) $y = 4x - 2$ 3) $y = -x + 1$ 4) $y = -4x - 2$

2. Уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(-1; 3)$ и $M_2(5; 2)$

- 1) $\frac{x+1}{6} = \frac{y-3}{-1}$ 2) $\frac{x+1}{5} = \frac{y-3}{2}$ 3) $\frac{x+1}{3} = \frac{y-5}{2}$ 4) $\frac{x-1}{3} = \frac{y+5}{2}$

3. Уравнение прямой, пересекающей оси координат в точках $A(-2; 0)$ и $B(0; 3)$ “в отрезках”

- 1) $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} = 1$ 2) $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} = 1$ 3) $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} = 0$ 4) $-2x + 3y = 0$

4. Нормальный вектор прямой $2x - 3y + 10 = 0$

- 1) $\vec{a}(2; 3)$ 2) $\vec{a}(2; -3)$ 3) $\vec{a}(3; 2)$ 4) $\vec{a}(-3; 2)$

5. Даны точки $A(-1; 2)$, $B(3; 7)$. Установите соответствие между различными уравнениями прямой AB и их названиями

1) $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{5}$	а) каноническое уравнение
2) $5x - 4y + 13 = 0$	б) уравнение прямой в отрезках
3) $y = \frac{5}{4}x + \frac{13}{4}$	в) общее уравнение прямой
4) $\frac{x}{-13/5} + \frac{y}{13/4} = 1$	г) уравнение прямой с угловым коэффициентом
	д) параметрические уравнения прямой

6. Найти расстояние от точки $M(2; 5)$ до прямой $4x - 3y + 8 = 0$.

7. Общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M(6; 0; -5)$ параллельно векторам $\vec{p}(2; 1; -2)$ и $\vec{q}(1; 0; 3)$.

- 1) $3x - 8y - z - 23 = 0$ 2) $x + 4y - 3z - 14 = 0$
 3) $3x - 8y - z - 14 = 0$ 4) $x + 4y - 3z - 23 = 0$

8. Найти косинус угла между прямыми p_1 и p_2 в пространстве, если

$$p_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{1}, \quad p_2: \frac{x-4}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}.$$

9. Установить верную последовательность действий при нахождении точки пересечения прямой AB , где $A(3; 2; 1)$, $B(5; 5; 0)$ и плоскости, задаваемой уравнением: $x + 3y + 2z - 2 = 0$.

1) Подставить x, y, z , выраженные через параметр t , в уравнение $x + 3y + 2z - 2 = 0$
2) Составить параметрические уравнения прямой AB
3) Подставить значение параметра t в параметрические уравнения прямой AB
4) Вычислить значение параметра t

10. Найти длину большей оси эллипса, задаваемого уравнением:
 $x^2 + 4y^2 = 16$.

Раздел (тема) 4 «Элементы теории множеств и математической логики»

Вариант 1 (Т 4)

1. Верными являются равенства:

- | | |
|---|---------------------------------|
| 1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ | 2) $A \cup \bar{A} = \emptyset$ |
| 3) $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ | 4) $A \cap \bar{A} = \emptyset$ |

2. Разность $A \setminus B$ множеств $A = \{3, 5, 6\}$ и $B = \{3, 5, 8\}$

- | | |
|---------------------|------------|
| 1) $\{3, 5, 6, 8\}$ | 2) $\{8\}$ |
| 3) $\{3, 5\}$ | 4) $\{6\}$ |

3. Даны числовые промежутки $A = [3; 5)$ и $B = [0; 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

1) $A \cap B$	а) $[0; 5)$
2) $A \cup B$	б) $\emptyset$
3) $A \setminus B$	в) $(3; 5)$
4) $B \setminus A$	г) $[3; 5)$
	д) $\{3\}$

4. В курскую область приезжает представитель министерства здравоохранения и социального развития РФ. Он обязан посетить с проверкой хотя бы одно из следующих учреждений: больницу скорой медицинской помощи, областную клини-

ческую больницу, детскую областную больницу, инфекционную больницу им. Н. Семашко. Сколько возможностей посещения для него существует?

5. На кафедре иностранных языков работают 18 преподавателей. Из них 12 преподают английский язык, 11 – немецкий язык, 9 – французский язык. 5 преподавателей преподают английский и немецкий языки, 4 – английский и французский, 3 – немецкий и французский. Сколько преподавателей преподают все три языка?

6. Какие из следующих предложений являются высказываниями?

- 1) В г. Курске есть улица 50 лет Октября.
- 2) Закройте окно!
- 3) Произведение чисел положительно.
- 4) Произведение двух отрицательных чисел положительно.

7. Какая из булевых функций записана в базисе ИЛИ-НЕ?

- 1) $\overline{x_1 \wedge x_2} \vee (\overline{x_2} \wedge x_3)$
- 2) $(x \vee y) \wedge (x \vee \overline{y})$
- 3) $(x \wedge y) \oplus 1$
- 4) $\overline{x_1 \vee x_2} \vee (\overline{x_2} \vee x_3)$
- 5) $(x \vee y \vee z) \wedge (\overline{x} \vee y \vee \overline{z})$

8. Установите правильную последовательность алгоритма построения СКНФ для булевой функции с помощью таблицы истинности:

1) составить конъюнкцию элементарных дизъюнкций
2) каждому набору поставить в соответствие элементарную дизъюнкцию, равную 0 на этом наборе
3) построить таблицу истинности для заданной функции
4) выделить те наборы, на которых функция принимает значение 0

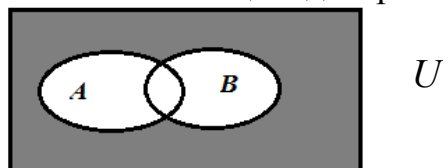
9. Установить соответствие между словесной формулировкой высказываний и их символической записью с помощью кванторов всеобщности и существования

1) Существует действительное число, квадрат которого равен 2	а) $\exists x \in Q(x^2 = 2)$
2) Существует рациональное число, квадрат которого равен 2	б) $\exists x! \in Q(x^2 = 4)$
3) Существует единственное рациональное число, квадрат которого равен 2	в) $\exists x \in R(x^2 = 2)$
4) Квадрат любого действительного числа равен 2	г) $\forall x \in R(x^2 = 2)$
	д) $\forall x \in Q(x^2 = 2)$

10. Выписать из предыдущего задания номера тех высказываний, которые являются ложными.

Вариант 2 (Т 4)

1. Множество, изображенное ниже с помощью диаграмм Эйлера-Венна



- 1) $A \cup B$ 2) $A \cap B$ 3) $U \setminus (A \cup B)$ 4) $U \setminus (A \cap B)$

2. Найти $A \cap (B \cup C)$, если $A = (-3; 11]$, $B = [-2; 5]$, $C = (4; 9)$

- 1) $(4; 5]$ 2) $[-2; 9]$
3) $(-3; 9]$ 4) $(-3; 4) \cup [5; 11]$

3. Даны множества $A = \{3, 5, 6\}$ и $B = \{3, 5, 8\}$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

1) $A \cap B$	а) $\{3, 5, 6, 8\}$
2) $A \cup B$	б) $\emptyset$
3) $A \setminus B$	в) $\{3, 5\}$
4) $B \setminus A$	г) $\{8\}$
	д) $\{6\}$

4. Какие из следующих предложений являются высказываниями?

- 1) 1 января 2023 года – среда
2) Семеро одного не ждут
3) $x+y$ – нечетное число
4) Сумма нечетных чисел – нечетное число

5. Студенческая столовая закупает в большом количестве чай следующих видов: Ahmad, Liston, Akbar. Сколько различных наборов чая можно купить?

6. На курсе 140 человек. Две недели подряд вуз устраивал дискотеки для студентов. На обе дискотеки пришло 105 человек. Первый раз на дискотеку пришло 110 человек. Сколько человек пришли на дискотеку во второй раз, если все студенты курса были хотя бы на одной из дискотек?

7. Какая из булевых функций записана в базисе ИЛИ-НЕ?

- 1) $x \wedge (\bar{x} \wedge \bar{y})$ 2) $x \oplus y \oplus z \oplus 1$ 3) $(\bar{x}_1 \vee x_2) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)$
4) $(\bar{x}_1 \wedge x_2) \vee (\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2)$ 5) $x \wedge (\bar{y} \vee z) \vee y \wedge (z \vee \bar{x})$

8. Установите правильную последовательность алгоритма построения СКНФ для булевой функции с помощью таблицы истинности:

- 1) составить конъюнкцию элементарных дизъюнкций
- 2) каждому набору поставить в соответствие элементарную дизъюнкцию, равную 0 на этом наборе
- 3) построить таблицу истинности для заданной функции
- 4) выделить те наборы, на которых функция принимает значение 0

9. Установить соответствие между символической записью высказывания с помощью кванторов и словесной формулировкой

1) $\exists x \in \mathbb{N}(x^2 = 4)$	А) Существует целое число, квадрат которого равен 4
2) $\exists x! \in \mathbb{N}(x^2 = 4)$	Б) Квадрат любого натурального числа равен 4
3) $\exists x \in \mathbb{Z}(x^2 = 4)$	В) Существует натуральное число, квадрат которого равен 4
4) $\exists x! \in \mathbb{Z}(x^2 = 4)$	Г) Существует единственное натуральное число, квадрат которого равен 4
	Д) Существует единственное целое число, квадрат которого равен 4

10. Выписать из предыдущего задания номера тех высказываний, которые являются истинными.

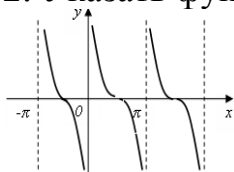
Раздел (тема) 5 «Введение в математический анализ»

Вариант 1 (Т 5)

1. Найти область определения функции $y = \frac{4}{\sqrt{x} - 2}$

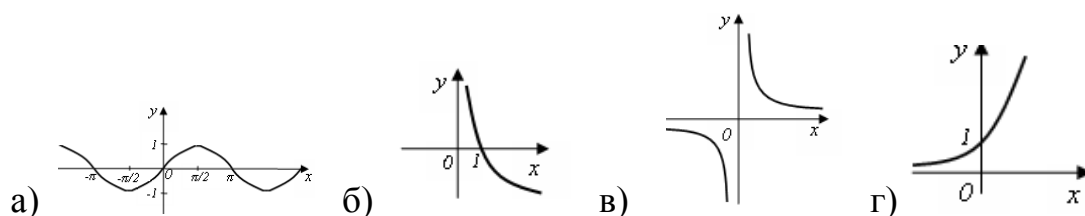
- 1) $(4; +\infty)$
- 2) $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$
- 3) $[0; 4) \cup (4; +\infty)$
- 4) $(0; 4) \cup (4; +\infty)$

2. Указать функцию, график которой изображен на рисунке



- 1) $y = \frac{1}{x}$
- 2) $y = \frac{1}{x^2}$
- 3) $y = x^3$
- 4) $y = \operatorname{ctg} x$

3. Указать график функции $y = \log_{0,5} x$



4. Исследуйте данные ниже функции на ограниченность и установите соответствие.

1) $y = 3^x$	а) ограничена сверху, не ограничена снизу
2) $y = -x^2 + 3x$	б) ограничена снизу, не ограничена сверху,
3) $y = \operatorname{tg} x$	в) ограничена и сверху, и снизу
4) $y = \sin x$	г) не ограничена ни сверху, ни снизу

5. Ниже дано определение бесконечно большой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно большой, если _____ существует _____ такой, что если _____, то выполняется условие _____

- I. $|x_n| > \varepsilon$
- II. $n > N(\varepsilon)$
- III. для любого числа $\varepsilon > 0$
- IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^4 - 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$.

7. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} \right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0} \right)$
2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty} \right)$
3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$	в) неопределённость (1^∞)
4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0 \cdot \infty)$
	д) неопределённость $(\infty + \infty)$

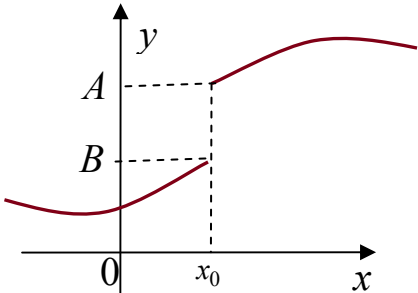
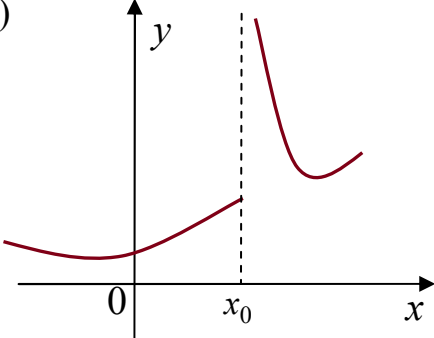
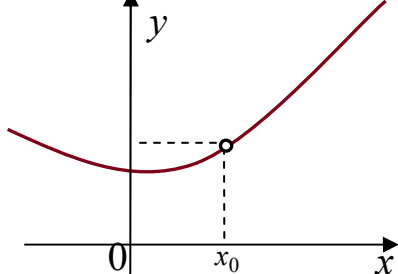
8. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x} \right)^x$ равен

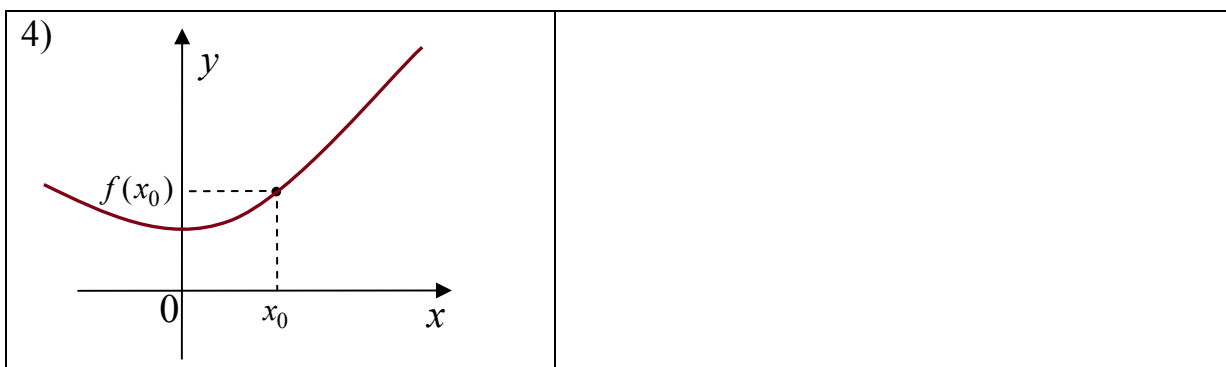
- 1) e 2) e^3 3) $3/e$ 4) 1

9. Бесконечно малые в точке x_0 функции $f(x)$ и $g(x)$ называются эквивалентными бесконечно малыми, если

- 1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ 2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ 3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$ 4) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$

10. Пользуясь графиками функций, исследуйте вопрос о непрерывности функции в точке x_0 и поставьте в соответствие каждой указанной точке x_0 ее характеристику.

1) 	а) x_0 – точка непрерывности функции б) x_0 – точка устранимого разрыва 1го рода
2) 	в) x_0 – точка неустранимого разрыва 1го рода
3) 	г) x_0 – точка разрыва 2го рода

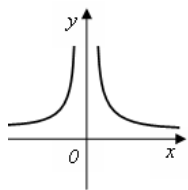


Вариант 2 (Т 5)

1. Найти область определения функции $y = \frac{\ln(x+1)}{x-4}$

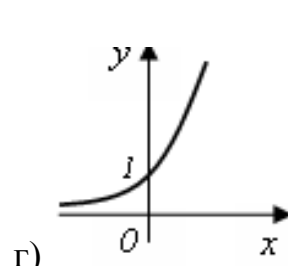
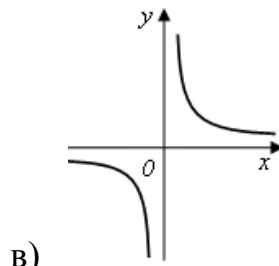
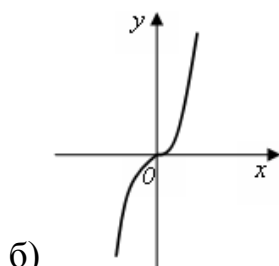
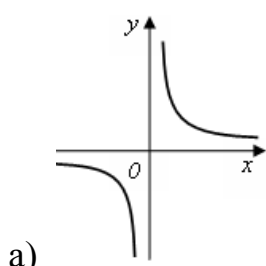
- 1) $(4; +\infty)$ 2) $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$
 3) $(0; 4) \cup (4; +\infty)$ 4) $(-1; 4) \cup (4; +\infty)$

2. Указать функцию, график которой изображен на рисунке



- 1) $y = \frac{1}{x}$ 2) $y = \frac{1}{x^2}$ 3) $y = x^3$ 4) $y = \operatorname{ctg} x$

3. Указать график функции $y = x^3$



4. Исследуйте данные ниже функции на монотонность и установите соответствие.

1) $y = \arccos x$	а) возрастает на $(-\infty, +\infty)$
2) $y = (x-1)^2$	б) убывает на $(-\infty, +\infty)$
	в) убывает на $[-1, 1]$

3) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	г) убывает на $(-\infty, 1]$ и возрастает на $[1, +\infty)$
4) $y = \arctg x$	д) нечетная, не периодическая

5. Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если _____ существует _____ такой, что если _____, то выполняется условие _____

- I. $|x_n| < \varepsilon$
- II. $n > N(\varepsilon)$
- III. для любого числа $\varepsilon > 0$
- IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

6. Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+8}{3x+5}\right)^x$ равен

- 1) e 2) 0 3) ∞ 4) 1 5) $2/3$

7. Установить соответствие между пределами и их значениями

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$	а) 0
2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$	б) $\frac{2}{3}$
3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$	в) $+\infty$
4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4+2x^2+8}{3x^5+5x^2-10}$	г) $-\infty$

8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{5 - 5x^2}$.

9. Если функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$ – бесконечно малые в точке a , то бесконечно малыми в точке a обязательно являются функции

- 1) $f(x) + g(x)$ 2) $f(x) \cdot g(x)$ 3) $f(x)^{g(x)}$ 4) $f(x)/g(x)$

10. Исследуйте вопрос о непрерывности функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 0 \\ (x+1)^2, & 0 \leq x \leq 2 \\ -x+4, & 2 < x < 3, x > 3 \\ 4, & x = 3 \end{cases}$$

в точках, указанных в левой колонке, и установите соответствие

1) $x = 0$	а) точка непрерывности функции
2) $x = 1$	б) точка устранимого разрыва 1го рода
3) $x = 2$	в) точка неустранимого разрыва 1го рода
4) $x = 3$	г) точка разрыва 2го рода

Раздел (тема) 6 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

Вариант 1 (Т 6)

1.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению	1) зафиксировать x , вычислить значение функции $f(x)$ 2) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ 3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$ 4) найти предел $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$	

2. Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна

1) $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

2) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$

3) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

4) $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

10. Способность человека развить и понимать пространственные концепции задается законом $A(t) = \frac{1}{3}\sqrt{t}$, t – возраст, $5 \leq t \leq 18$. Найти скорость улучшения понимания пространственных понятий когда человеку 9 лет.

Вариант 2 (Т 6)

1.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$	1) найти производные обеих частей равенства 2) прологарифмировать обе части равенства 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции 4) воспользоваться свойством $\ln a^b = b \cdot \ln a $ 5) заменить y исходной функцией	

2. Найти производную y' функции $y = \operatorname{tg}^2 5x$

1) $y' = \frac{2 \operatorname{tg} 5x}{\cos^2 5x}$ 2) $y' = 2 \operatorname{tg} 5x$ 3) $y' = \frac{10}{\cos^2 5x}$ 4) $y' = \frac{10 \operatorname{tg} 5x}{\cos^2 5x}$

3. Найти значение производной y'_x при $t = 1$, если функция задана параметрически:

$$\begin{cases} x = t + \frac{t^3}{3} \\ y = \operatorname{arctg} t \end{cases}$$

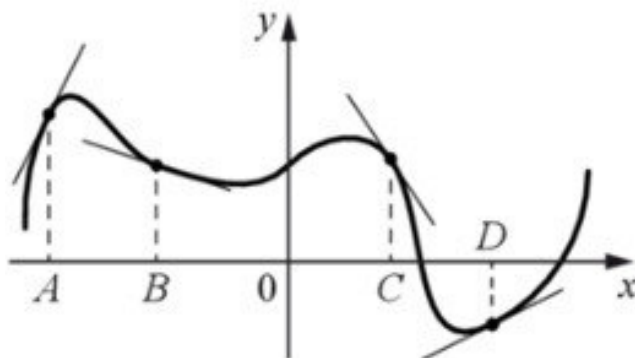
4. Пусть $y(x)$ задана неявно: $y = x + \ln y$, тогда $y'(x)$ равна _____

1) $\frac{y}{y-1}$ 2) $\frac{y}{y+1}$ 3) $1 + \frac{1}{y}$ 4) $\frac{y-1}{y}$

5. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y' .

1) $y = \sqrt[3]{x}$	1) логарифмическое дифференцирование
2) $y = (\lg x)^x$	2) табличная производная
3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$	3) производная неявно заданной функции
4) $y = e^{6x}$	4) производная произведения
	5) производная сложной функции

6. В точках с абсциссами A, B, C, D. Поставьте в соответствие каждой точке значение ее производной в этой точке.



1) A	а) $-1,5$
2) B	б) $0,5$
3) C	в) $-0,3$
4) D	г) 2

7. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 5\sqrt[5]{x} + 4\sqrt{x}$ в точке $x = 1$

8. Точка минимума функции $y = \frac{e^x}{x}$

- 1) 0 2) 1 3) e 4) нет точки минимума

9. Длина промежутка убывания функции $y = (x+1)(x-2)^2$

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

10. Способность человека развить и понимать пространственные концепции задается законом $A(t) = \frac{1}{3}\sqrt{t}$, t – возраст, $5 \leq t \leq 18$. Найти скорость улучшения понимания пространственных понятий когда человеку 16 лет.

Раздел (тема) 7 «Неопределенный интеграл»

Вариант 1 (Т 7)

1. Неопределенным интегралом от функции $f(x)$ называется

- 1) Любая первообразная этой функции
- 2) Совокупность всех первообразных этой функции
- 3) Производная этой функции
- 4) Дифференциал этой функции

2. Первообразная функции $f(x) = \sin \frac{x}{2} + x + 1$, график которой проходит через $M(0; 4)$, имеет вид

1) $\cos \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} + x + 6$

2) $2 \cos \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} + 2$

3) $-2 \cos \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} + x + 6$

4) $2 \cos \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} + x + 6$

3. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

1) $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 4x + C$

2) $\frac{1}{4} \operatorname{tg} 2x + C$

3) $-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} x + C$

4) $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 2x + C$

4. Установите соответствие между интегралами и их значениями

1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$	а) $\frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + c$
2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$	б) $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$
3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	в) $\operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + c$
4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	г) $\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$
	д) $\ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + c$

5. Неопределённый интеграл $\int \frac{\cos x}{\sqrt{5 - 2 \sin x}} dx$ равен

1) $\sqrt{5 - 2 \sin x} + C$

2) $2 \ln |5 - 2 \sin x| + C$

3) $-\sqrt{5 - 2 \sin x} + C$

4) $2\sqrt{5 - 2 \sin x} + C$

6. Неопределённый интеграл $\int (2x+1) \cdot e^{2x+1} dx$ равен

1) $xe^{2x+1} + C$

2) $2xe^{2x+1} + C$

3) $(x^2 + x)e^{2x+1} + C$

4) $2(x^2 + x)e^{2x+1} + C$

7. Равенства, которые являются верными

1) $\int dF(x) = f(x)$

2) $\int (f_1(x) \cdot f_2(x)) dx = \int f_1(x) dx \cdot \int f_2(x) dx$

$$3) \int dF(x) = F(x) + C \quad 4) \int f(ax + m)dx = \frac{F(ax + m)}{a} + C$$

8. Вид разложения дроби $\frac{x-4}{x^3+6x^2+8x}$ на простейшие

$$1) \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2+6x+8}$$

$$2) \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Mx+P}{x^2+6x+8}$$

$$3) \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+6x+8}$$

$$4) \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+4}$$

9. Для того, чтобы свести подынтегральную функцию в интеграле $\int \sin^5 x \cos x dx$ к рациональной, целесообразна замена

$$1) t = \cos x \quad 2) t = \sin x \quad 3) t = \sin^5 x \cos x \quad 4) t = \sin^5 x$$

10. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int (x+1) \cdot \sin x dx$.

1) Вычислить du и v

2) Установить, что нужно взять за u , а что за dv

3) Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям

4) Воспользоваться формулой $\int u dv = uv - \int v du$, подставив вместо u , dv , du и v их значения.

Вариант 2 (Т 7)

1. Функция $F(x)$ называется первообразной функции $f(x)$ на $(a; b)$, если

$$1) \forall x \in (a; b) (f'(x) = F(x))$$

$$2) \forall x \in (a; b) (F'(x) = f(x))$$

$$3) \forall x \in (a; b) (F(x) = f(x))$$

$$4) \forall x \in (a; b) (dF(x) = f(x))$$

2. Первообразная функции $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + 3x^2 + 1$, график которой проходит через $M(0; 2)$, имеет вид

$$1) -\operatorname{tg} x + x^3 + 2$$

$$2) \operatorname{tg} x + x^3 + x + 2$$

$$3) \operatorname{tg} x + x^3 + 2$$

$$4) \operatorname{tg} x + x^3 + x + 2$$

3. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-9}}$ равен

$$1) \frac{1}{6} \arcsin 2x + C$$

$$2) \frac{1}{6} \arcsin \frac{2x}{3} + C$$

$$3) \frac{1}{6} \ln \left| \frac{2x+3}{2x-3} \right| + C \qquad 4) \frac{\ln |2x + \sqrt{4x^2 - 9}|}{2} + C$$

4. Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке

1) $\frac{1}{x^2}$	а) $\frac{x^2}{4}$
2) $\frac{x}{2}$	б) $\ln x + x^2$
3) $3x^2$	в) $\frac{1}{x^2} + 2$
4) $\frac{1}{x} + 2x$	г) $-\frac{1}{x}$
	д) x^3

5. Неопределенный интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^2 x}}{x} dx$ равен

$$1) \frac{3\sqrt[3]{\ln^5 x}}{5} + C \qquad 2) -\sqrt[3]{\ln^5 x} + C$$

$$3) 2\sqrt[3]{\ln^2 x} + C \qquad 4) 3\sqrt[3]{\ln x} + C$$

6. Неопределённый интеграл $\int (2x-1) \cdot \cos x dx$ равен

$$1) (2x-1) \cdot \cos x + 2 \sin x + C \qquad 2) 2x \cdot \cos x - \sin x + C$$

$$3) (x^2 - x) \sin x + C \qquad 4) 2 \cos x + (2x-1) \cdot \sin x + C$$

7. Равенства, которые являются не верными

$$1) \int dF(x) = f(x) \qquad 2) \int (f_1(x) \cdot f_2(x)) dx = \int f_1(x) dx \cdot \int f_2(x) dx$$

$$3) \int dF(x) = F(x) + C \qquad 4) \int f(ax+m) dx = \frac{F(ax+m)}{a} + C$$

8. Вид разложения дроби $\frac{3x-4}{x^4+6x^3+10x^2}$ на простейшие дроби

$$1) \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^2+6x+10} \qquad 2) \frac{A}{x} + \frac{Mx+P}{x^2+6x+10}$$

$$3) \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Mx+P}{x^2+6x+10} \qquad 4) \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^2+6x+10}$$

9. Универсальной подстановкой при интегрировании тригонометрических выражений называется

1) $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ 2) $\operatorname{tg} x$ 3) $\operatorname{arctg} x$ 4) $\sin \frac{x}{2}$

10. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{x^3 + 5x^2 - 4x - 6}{x(x+3)} dx$.

- I. Проинтегрировать $Q(x)$ и полученные простейшие дроби и сложить результаты
- II. Определить вид разложения $\frac{R(x)}{x(x+3)}$ дроби на простейшие дроби
- III. Выполнить деление многочлена в числителе подынтегральной функции на многочлен в знаменателе, то есть представить подынтегральную функцию в виде $f(x) = Q(x) + \frac{R(x)}{x(x+3)}$
- IV. Вычислить коэффициенты в разложении дроби $\frac{R(x)}{x(x+3)}$ на простейшие дроби, воспользовавшись методом неопределенных коэффициентов

Раздел (тема) 8 «Определенный интеграл»

Вариант 1 (Т 8)

1. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле имеет вид

1) $\int_a^b u dv = uv|_a^b + \int_a^b v du$ 2) $\int_a^b u dv = uv - \int_a^b v du$
3) $\int_a^b u dv = - \int_a^b v du$ 4) $\int_a^b u dv = uv|_a^b - \int_a^b v du$

2. Вычислить определенный интеграл $\int_1^8 \left(2\sqrt[3]{x} - \frac{4}{x^2} \right) dx$

3. Равенства, которые являются верными

1) $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ 2) $\int_a^b f(x) dx \geq 0$
3) $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$ 4) $\int_a^a f(x) dx = 0$

4. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int_b^a f(x)dx$	а) 0
2) $\int_a^a f(x)dx$	б) $-\int_a^b f(x)dx$
3) $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$	в) $\int_a^b f(x)dx$
4) $\int_a^b (f(x) + g(x))dx$	г) $\int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$
	д) $\int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

5. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x} + 2}{e^x} dx$

6. Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int_{-1}^1 \frac{x}{x+1} dx$

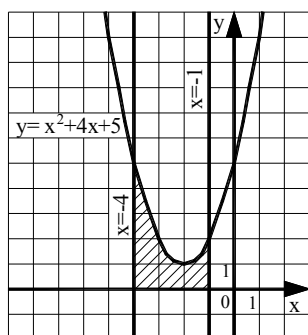
2) $\int_{-1}^1 e^{\frac{x+1}{x}} dx$

3) $\int_{-1}^1 \ln(x+5) dx$

4) $\int_{-1}^1 (x-1)(x+1) dx$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = -x^3$ и прямой, проходящей через точки $A(-1; 4)$ и $B(1; -4)$

8. Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке



1) $\frac{230}{3}$

2) 70

3) 16

4) $\frac{100}{3}$

5) 6

9. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

1) Доказать, что расходится хотя бы один из интегралов: $\int_{-1}^0 \frac{1}{x^2} dx$ или $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$.

2) Представить интеграл в виде $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = \int_{-1}^0 \frac{1}{x^2} dx + \int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$.

3) Установить, что подынтегральная функция не определена в точке $x=0$, в окрестности которой она не ограничена.

4) Сделать вывод о расходимости интеграла $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$.

10. Найти работу силы $F(x) = \frac{-3}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки $x=1$ в точку $x=2$.

Вариант 2 (Т 8)

1. Формула Ньютона-Лейбница имеет вид

$$1) \int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b) \quad 2) \int_a^b f(x) dx = F(a) + F(b)$$

$$3) \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \quad 4) \int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$$

2. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{6}{\pi \sqrt{4-x^2}} dx$

3. Указать равенства и утверждения, которые являются верными

$$1) \int_a^b Cf(x) dx = C \int_a^b f(x) dx \quad 2) \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$$

$$3) \int_a^b dx = a - b$$

4) Если $f(x) \geq g(x)$, то

$$\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$$

4. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int_{-a}^a f(x) dx$, если $f(x)$ – четная функция	а) 0
2) $\int_{-a}^a f(x) dx$, если $f(x)$ – нечетная функция	б) $-\int_a^b f(x) dx$
3) $\int_b^a f(x) dx$	в) $\int_a^b f(x) dx$
4) $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$	г) $2 \cdot \int_0^a f(x) dx$
	д) $\int_0^a f(x) dx$

5. Вычислить определенный интеграл $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx$

- 1) 0 2) 1 3) $\ln 2$ 4) $-\ln 2$

6. Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 1}$

2) $\int_0^2 e^{2x-1} dx$

3) $\int_0^2 \ln x dx$

4) $\int_0^2 (x-2)x dx$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \sqrt[3]{x}$ и прямой, проходящей через точки $A(1; 1)$ и $B(8; 2)$

8. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

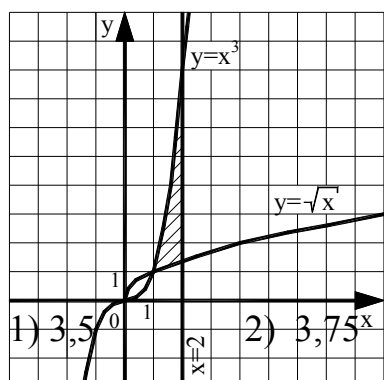
I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

9. Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке



1) $3,5$

2) $3,75$

3) $\frac{37}{12} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$

4) $\frac{53}{12} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$

5) $\frac{14}{3} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$

10. Найти работу силы $F(x) = \frac{4}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки $x=-2$ в точку $x=-1$.

Раздел (тема) 9 «Функции нескольких переменных»

Вариант 1 (Т 9)

1. Областью определения функции $f(x; y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ является

- 1) круг радиуса 1 с центром в начале координат, не включая граничную окружность;
- 2) круг радиуса 1 с центром в начале координат, включая граничную окружность;
- 3) часть плоскости вне круга радиуса 1 с центром в начале координат, включая окружность, ограничивающую указанный круг;
- 4) часть плоскости вне круга радиуса 1 с центром в начале координат, не включая окружность, ограничивающую указанный круг

2. Найти частную производную $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = \frac{3 - y^2}{1 + x}$

- 1) $-2y$
- 2) $\frac{3-2y}{1+x}$
- 3) $\frac{2y}{(1+x)^2}$
- 4) $\frac{-2y}{1+x}$

3. Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	а) 30
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) -14
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) -12
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) -6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) -4
	е) 3

4. Найти частную производную $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = x \ln y$

- 1) $-\frac{x}{y^2}$
- 2) $\frac{x}{y^2}$
- 3) $\frac{x}{y}$
- 4) $\ln y$

5.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов
Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум	1) вычисляем значения A, B, C 2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$ 3) определяем стационарные точки 4) находим частные производные функции первого и второго порядков 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума 6) вычисляем значение Δ 7) определяем наличие точки экстремума

6. Производная функции $z = x^3 y^2$ по направлению вектора $\bar{\lambda}(-1; -1)$ в т. $P(1; 1)$

- 1) $-5\sqrt{2}/2$ 2) $5\sqrt{2}/2$ 3) -5 4) $-\sqrt{2}/2$

7. Градиент функции $z = e^{x^2+y}$ в точке $P(0; 1)$

- 1) $(0; e)$ 2) $(0; 0)$ 3) $(e; e)$ 4) $(1; 1)$

8. Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение z_0 , если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

9. Производится два вида товаров в количестве x и y . Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 32$ и $P_2 = 24$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид $C = 1,5x^2 + 2xy + y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

10. В таблице приведены данные об уровне безработицы (x) и уровне преступности (y) в некотором населенном пункте.

x_i	1,3	2,2	3,3	4,2
y_i	4,3	4,4	4,5	4,7

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать уровень преступности в случае, когда безработица отсутствует.

Вариант 2 (Т 9)

1. Областью определения функции $f(x; y) = \ln(x^2 + y^2 - 1)$ является

- 1) круг радиуса 1 с центром в начале координат, не включая граничную окружность;
- 2) круг радиуса 1 с центром в начале координат, включая граничную окружность;
- 3) часть плоскости вне круга радиуса 1 с центром в начале координат, включая окружность, ограничивающую указанный круг;
- 4) часть плоскости вне круга радиуса 1 с центром в начале координат, не включая окружность, ограничивающую указанный круг

2. Найти частную производную $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = x \cos(x + 2xy)$

- 1) $\cos(x + 2xy) - x \sin(x + 2xy)(1 + 2y)$
- 2) $-2y \sin(x + 2xy)$
- 3) $\cos(x + 2xy) - x \sin(x + 2xy)$
- 4) $-\sin(x + 2xy)$

3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$	1) $\frac{-6x(3xy - x^3) - (3y - 3x^2)(3y - 3x^2)}{(3xy - x^3)^2}$ 2) $\frac{(3xy - x^3)'}{3xy - x^3}$ 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$ 4) $\left(\frac{3y - 3x^2}{3xy - x^3}\right)'_x$ 5) $\frac{(3y - 3x^2)'(3xy - x^3) - (3y - 3x^2)(3xy - x^3)'}{(3xy - x^3)^2}$ 6) $\frac{3y - 3x^2}{3xy - x^3}$	

4. Найти частную производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = y^x$

- 1) $y^x \ln^2 y$
- 2) $x y^{x-1} \ln y$
- 3) $x(x-1)y^{x-2}$
- 4) $y^{x-1} x \ln y$

5. Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

1) $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right _{M_0}$	а) -3
2) $\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right _{M_0}$	б) 8
3) $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right _{M_0}$	в) 2
4) $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right _{M_0}$	г) 6
5) $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right _{M_0}$	д) 9
	е) 1

6. Градиент функции $w(x, y, z) = \frac{x-2y}{z}$ в точке $P(1; -1; 1)$

- 1) (1; -2; -3) 2) (2; -2; -1) 3) (-2; -2; 2) 4) (1; -2; -2)

7. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0; -2; 3)$.

8. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение z_0 , если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

9. Производится два вида товаров в количестве x и y . Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 45$ и $P_2 = 27$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид $C = 6x^2 + 3xy + 3y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

10. В таблице приведены данные об объемах производства (x , у.е.) некоторой компании в течение 4 месяцев и соответствующей операционной прибылью (y , тыс. руб.). В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Сделать выводы о возможной месячной прибыли, если объем производства достигнет 600 у.е.

x_i	500	520	550	570
y_i	60	70	75	80

Раздел (тема) 10 «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1 (Т 10)

1. Дифференциальное уравнение $(3x^2 + y)dx + (x + 2y)dy = 0$ является

- 1) уравнением с разделяющимися переменными

- 2) однородным уравнением
- 3) линейным уравнением
- 4) уравнением Бернулли
- 5) уравнением в полных дифференциалах

2. Общее решение дифференциального уравнения $y' = xy^2$

- 1) $y = Ce^{-\frac{x^3}{3}}$
- 2) $y = (x^2 + C)^{-1}$
- 3) $y = \sqrt{x + C}$
- 4) $y = -2(x^2 + C)^{-1}$

3. Тип дифференциального уравнения $(y^2 - 1) dx - \frac{x-1}{y+1} dy = 0$

- 1) уравнение с разделяющимися переменными
- 2) однородное уравнением
- 3) линейное уравнение
- 4) уравнение Бернулли
- 5) уравнение в полных дифференциалах

4. Найти постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$.

5. Уравнение, к которому сводится уравнение $yy'' - y' = 0$ с помощью введения переменной $z = y'$

- 1) $y^2 dz = z dy$
- 2) $y dz = z^2 dy$
- 3) $y dz = z dy$
- 4) $y dz = dy$

6. Замена, целесообразная для понижения порядка диф.уравнения $y'y'' = y^2$

- 1) $z(y) = y'$
- 2) $z(x) = y$
- 3) $z(y) = y'$
- 4) $z(x) = y'$

7. Записать верную последовательность действий для нахождения общего решения дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 3e^{2x}$.

I. Воспользоваться методом неопределенных коэффициентов для нахождения параметра A . Получить $A=3$.

II. Составить и решить уравнение $k^2 - 3k + 2k = 0$.

III. Записать уравнение $y'' - 3y' + 2y = 0$.

IV. Определить вид частного решения: $y = Ae^{2x}x$.

V. Записать общее решение однородного уравнения: $y = C_1e^{2x} + C_2e^x$.

VI. Записать сумму общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения: $y = C_1e^{2x} + C_2e^x + 3e^{2x}x$.

8. Вид частного решения дифференциального уравнения $y'' + 3y = xe^{3x}$

- 1) Axe^{3x}
- 2) $(Ax + B)e^{3x}$
- 3) $x(Ax + B)e^{3x}$
- 4) $x^2(Ax + B)e^{3x}$

9. Установить соответствие между дифференциальным уравнением и видом решения.

1) $y'' + y' - 6y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$
2) $y'' - 10y' + 29y = 0$	б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$
3) $y'' - 10y' + 25y = 0$	в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$
4) $y'' + 25y = 0$	г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$
	д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

10. Решение задачи Коши для диф.уравнения $x^2 y'' = 1$, если $y(1) = 3$, $y'(1) = 1$

- 1) $y = -\ln|x| + 2x + 1$ 2) $y = \ln|x| + 2$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = \frac{1}{x^2} + 3x$

Вариант 2 (Т 10)

1. Тип дифференциального уравнения $xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$

- 1) уравнением с разделяющимися переменными
 2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
 4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

2. Общее решение дифференциального уравнения $yy' = 3$

- 1) $y = -C/x^2$ 2) $y = \pm\sqrt{3x+C}$ 3) $y = Ce^{2x}$ 4) $y = \pm\sqrt{6x+C}$

3. Дифференциальное уравнение $(xy^2 + e^x)dx - \frac{dy}{y} = 0$ является

- 1) уравнением с разделяющимися переменными
 2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
 4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

4. Найти постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = \sqrt{x}$ при $y(9) = 4$.

5. Общее решение дифференциального уравнения $y' = y - 1$

- 1) $y = Ce^x - 1$ 2) $y = Ce^x + 1$ 3) $y = Cx + 1$ 4) $y = Cx - 1$

6. Понижение порядка в дифференциальном уравнении $yy'' = 2$ с помощью введения переменной $z = y'$ приводит к уравнению

- 1) $yz dz = 2dy$ 2) $z dz = 2dy$ 3) $y dz = 2dy$ 4) $dz = 2 \ln y dy$

7. Записать верную последовательность действий для решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

- I. Воспользоваться методом неопределенных коэффициентов для нахождения неизвестных параметров в частном решении неоднородного уравнения.
- II. Составить и решить характеристическое уравнение, которое соответствует однородному уравнению.
- III. Записать соответствующее однородное уравнение.
- IV. Определить вид частного решения неоднородного уравнения.
- V. Записать решение однородного уравнения.
- VI. Найти сумму общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения.

8. Вид частного дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = (3x + 2)e^x$

- 1) Axe^x 2) $(Ax + B)e^x$ 3) $x(Ax + B)e^x$ 4) $x^2(Ax + B)e^x$

9. Установить соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + 6y' + 8y = 0$	а) $y = e^{2x}(C_1 \cdot \cos(3x) + C_2 \cdot \sin(3x))$
2) $y'' - 4y' + 13y = 0$	б) $y = e^{3x}(C_1 + C_2x)$
3) $y'' - 6y' + 9y = 0$	в) $y = C_1 \cdot \cos(2x) + C_2 \cdot \sin(3x)$
4) $y'' - 4y = 0$	г) $y = C_1 \cdot e^{2x} + C_2 \cdot e^{-2x}$
	д) $y = C_1 \cdot e^{-4x} + C_2 \cdot e^{-2x}$

10. Решение задачи Коши для диф.уравнения $y'' = x^{-2}$, если $y(1) = 3$, $y'(1) = 0$

- 1) $y = \ln|x| + 2$ 2) $y = -\ln|x| + x + 2$
 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = x^{-2} + 3x$

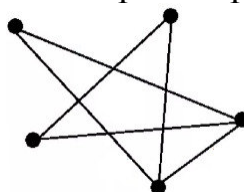
Раздел (тема) 11 «Теория графов»

Вариант 1 (Т 11)

1. Дан граф с 7 вершинами. Какими могут быть степени вершин этого графа?

- 1) 6, 6, 4, 4, 3, 2, 1, 2) 6, 5, 4, 3, 2, 2, 1
 3) 7, 4, 2, 2, 2, 2, 1 4) 6, 3, 3, 2, 2, 2, 2

2. Определить количество нечетных вершин графа, изображенного на рисунке



3. 10 человек обменялись рукопожатиями. Сколько было рукопожатий?

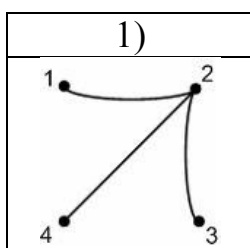
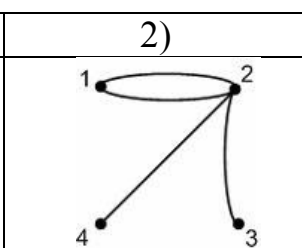
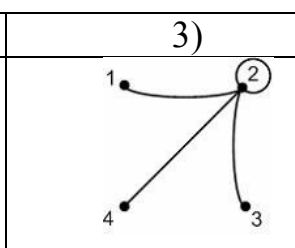
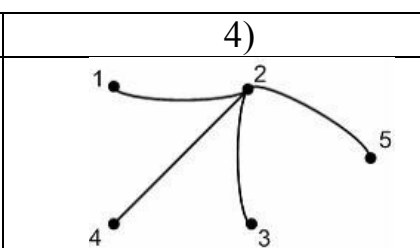
4. Установить соответствие

Термин	Определение
1) Эйлеров путь	А) Маршрут, в котором нет повторяющихся ребер
2) Простой путь	Б) Путь, у которого совпадает начало и конец
3) Цикл	В) Путь, в котором нет повторяющихся вершин
4) Путь	Г) Путь, при котором граф можно изобразить «одним росчерком»

5. Неверным является утверждение:

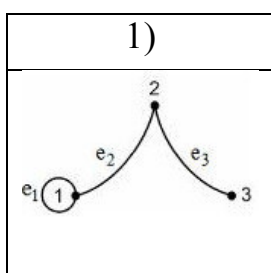
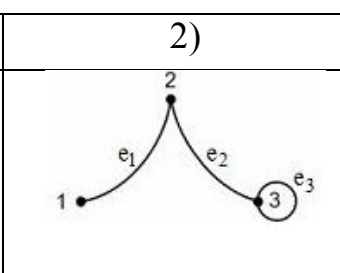
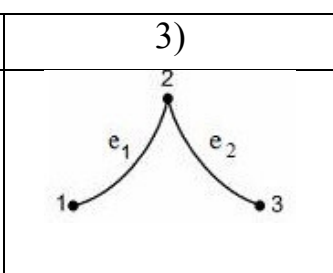
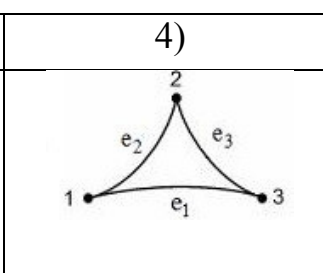
- 1) Если все вершины связного графа четные, то в нем есть эйлеров цикл
- 2) Если ровно две вершины графа нечетные, то в нем есть эйлеров путь, но не цикл
- 3) Если в графе более двух нечетных вершин, то в нем нет эйлерова пути
- 4) Если в графе нет нечетных вершин, то в нем нет эйлерова пути

6. Реализацией неориентированного графа со множеством вершин $V=\{1,2,3,4\}$ и ребер $E=\{(1,2);(2,3);(2,4);(2,2)\}$ является

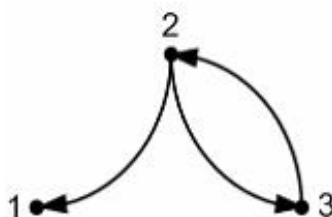
1)	2)	3)	4)
			

7. Неориентированный граф, заданный матрицей инцидентности

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

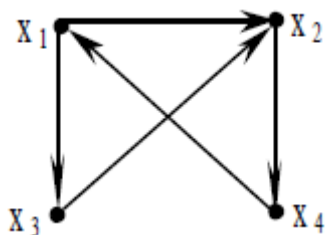
1)	2)	3)	4)
			

8. Матрица смежности ориентированного графа



1)	2)	3)	4)
$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

9. Установите верную последовательность, которая задает Эйлеров цикл:



- I. x_1
- II. x_2
- III. x_3
- IV. x_4

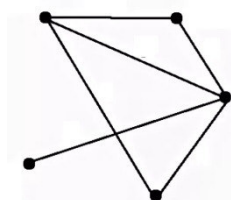
10. На кружок по математике пришло 7 человек: Антон, Боря, Вова, Глеб, Дима, Евгений и Жора. Известно, что у Антона в этой компании 66 друзей, у Бори –5, у Вовы и Глеба по 3, у Димы и Евгения по 2, у Жоры всего 1. Выберите всех мальчиков, с которыми дружит Глеб.

Вариант 2 (Т 11)

1. Дан граф с 6 вершинами. Какими могут быть степени вершин этого графа?

- 1) 5, 5, 4, 4, 3, 1,
- 2) 5, 4, 3, 2, 2, 1
- 3) 6, 4, 2, 2, 2, 2
- 4) 5, 3, 3, 2, 2, 1

2. Определить количество четных вершин графа, изображенного на рисунке



3. В турнире принимало участие 8 команд, каждая команда сыграла с каждой по одному разу. Сколько было всего сыграно игр?

4. Установить соответствие

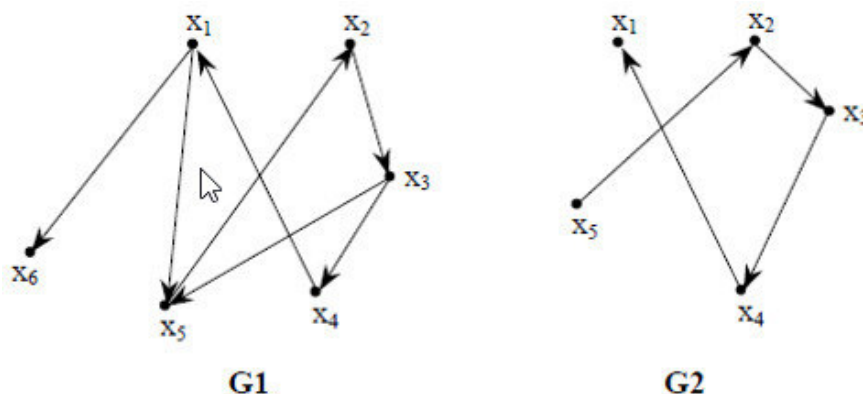
Термин	Определение
--------	-------------

1) Эйлеров граф	А) Граф, в котором любую пару вершин соединяет какой-то маршрут
2) Простой граф	Б) Граф, в котором любые две вершины соединены ровно одним простым путем
3) Связный граф	В) Граф, в котором найдется маршрут, начинающийся и заканчивающийся в одной вершине, и проходящий по всем ребрам графа ровно один раз
4) Дерево	Г) Граф, не имеющий петель и кратных ребер

5. Неверным является утверждение:

- 1) Число ребер в два раза меньше суммы степеней вершин
- 2) Число нечетных вершин графа четно
- 3) В графе количество вершин равно количеству ребер
- 4) Сумма степеней вершин графа четна

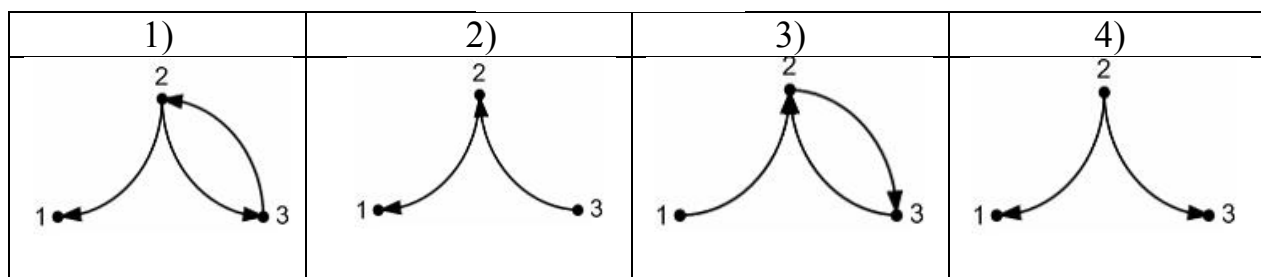
6. Граф G2 по отношению к G1 является



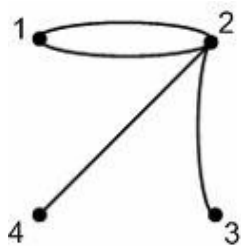
- 1) подграфом,
- 2) остовным графом,
- 3) порожденным

7. Ориентированный граф, заданный матрицей инцидентности

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$



8. Матрица смежности неориентированного графа



1)	2)	3)	4)
$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

9. Установить правильную последовательность проверки однородности графа:

I. На основании матрицы смежности восстановить граф
II. Найти локальные степени вершины
III. Сформировать матрицу смежности
IV. Выяснить условия выполнимости проверки однородности
V. Выстроить процесс заключения

10. Группа состоит из 53 школьников. Может ли оказаться, что все девочки из этой группы имеют в ней поровну знакомых мальчиков, а все мальчики – поровну знакомых девочек? Все знакомства – взаимные.

Раздел (тема) 12 «Теория игр»

Вариант 1 (Т 12)

1. Если в игре имеется седловая точка, то

- 1) игра может быть решена в чистых стратегиях
- 2) игра может быть решена в смешанных стратегиях
- 3) игра не имеет решения
- 4) игра имеет бесконечное множество решений
- 5) игра имеет тривиальное нулевое решение

2. Игры, в которых возможно объединение нескольких игроков, называют

- 1) кооперативными
- 2) коалиционными
- 3) интегральными
- 4) антагонистическими
- 5) неантагонистическими

3. Установить соответствие

1) Игры, в которых один игрок забирает весь выигрыш, а проигравший теряет все.	А) Параллельные игры
2) Игры, в которых весь выигрыш можно распределить между разными игроками.	Б) Последовательные игры
3) Игры, в которых участники ходят одновременно или вслепую	В) Игры с нулевой суммой
4) Игры, в которых участники ходят по очереди	Г) Игры с ненулевой суммой

4. Нижняя цена игры в чистых стратегиях – это:

- 1) минимальный выигрыш игрока А, если он следует своей максиминной стратегии
- 2) минимальный выигрыш игрока А
- 3) максимальный выигрыш игрока А, если он следует своей максиминной стратегии
- 4) максимальный выигрыш игрока А.

5. Значение нижней цены игры в чистых стратегиях

- 1) не превосходит значения верхней цены игры
- 2) меньше значения верхней цены игры
- 3) больше значения верхней цены игры
- 4) может быть больше, а может быть и меньше верхней цены

6. Для матричной игры $p = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 0 \\ 5 & 6 & 7 & 2 \end{pmatrix}$ верно утверждение

- 1) Стратегия B_2 доминирует стратегию B_3
- 2) Стратегия B_3 доминирует стратегию B_2
- 3) Стратегия B_1 доминирует стратегию B_4
- 4) Стратегия B_4 доминирует стратегию B_1

7. Количество удовлетворительных ситуаций для игрока А:

- 1) не менее количества столбцов матрицы выигрышей и не более числа всех её элементов
- 2) не менее количества строк матрицы выигрышей и не более числа всех её элементов
- 3) больше количества столбцов матрицы выигрышей и не более числа всех её элементов

4) больше количества строк матрицы выигрышей и не более числа всех её элементов.

8. Требуется найти решение матричной игры:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Установите верную последовательность результатов нахождения верхней цены игры, нижней цены игры, седловой точки, цены игры (решения матричной игры) в указанном порядке

I. $\beta = \min \max = \min\{2, 1, 0\} = 0$

II. (A_3, B_3)

III. $a_{33}=0$

IV. $\alpha = \max \min = \max\{-2, -1, 0\} = 0$

9. Игра, в которой интересы двух игроков строго противоположны, т.е. выигрыш одного есть проигрыш другого, называются _____.

10. Найти все максиминные и минимаксные стратегии игроков, нижнюю и верхнюю цену игры. Указать все ситуации равновесия и решение игры.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 5 & -7 \\ 2 & 3 & -3 & 14 \end{pmatrix}$$

Вариант 2 (Т 12)

1. Игра имеет седловую точку, если

- 1) Верхняя цена игры равна нижней
- 2) Верхняя цена игры равна нулю
- 3) Нижняя цена игры равна нулю
- 4) Верхняя цена игры превышает нижнюю
- 5) Нижняя цена игры превышает верхнюю

2. Игры, в которых выигрыши игроков зависят от времени, называют

- 1) Дифференциальными
- 2) Динамическими
- 3) Интегральными
- 4) Статистическими
- 5) Позиционными

3. Установить соответствие

1) Игры, в которых у всех игроков одинаковый набор стратегий	А) Игры с неполной информацией
--	--------------------------------

2) Игры, в которых у игроков могут быть разные стратегии	Б) Игры с полной информацией
3) Игры, в которых игрок не владеет или владеет только частично информацией о действиях соперника	В) Симметричные игры
4) Игры, в которых один игрок обладает всей информацией о действиях соперника	Г) Не симметричные игры

4. Верхняя цена игры в чистых стратегиях – это:

- 1) минимальный проигрыш игрока В, если он следует своей минимаксной стратегии
- 2) минимальный проигрыш игрока В
- 3) максимальный проигрыш игрока В, если он следует своей минимаксной стратегии
- 4) максимальный проигрыш игрока В.

5. Игрок А может назвать число 1 (стратегия A_1) или 2 (стратегия A_2). Игрок В может назвать число 3 (стратегия B_1) или число 4 (стратегия B_2). Если сумма названных чисел четная, то выигрывает игрок А. Если сумма чисел нечетная, то выигрывает игрок В. Выигрыш равен сумме названных чисел. Платежная матрица игры имеет вид

$$\begin{array}{ll}
 1) \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix} & 2) \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 6 & -7 \end{pmatrix} \\
 3) \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -6 & 7 \end{pmatrix} & 4) \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

6. Укажите номер доминируемой (заведомо невыгодной) стратегии у игрока А,

если игра задана матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 8 & 3 \\ 6 & 5 \\ 17 & 9 \end{pmatrix}$.

7. Игры, в которых принимает участие n игроков, существует n множеств стратегий и n действительных платежных функций от n переменных, каждая из которых является элементом соответствующего множества стратегий. Каждый игрок знает всю структуру игры и в своем поведении неизменно руководствуется желанием получить максимальный средний выигрыш, называются _____.

8. Требуется найти решение матричной игры:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Установите верную последовательность результатов нахождения верхней цены игры, нижней цены игры, седловой точки, цены игры (решения матричной игры) в указанном порядке

- I. $\beta = \min \max = \min\{3, 2, 1\} = 1$
- II. $a_{33}=1$
- III. (A_3, B_3)
- IV. $\alpha = \max \min = \max\{-3, -1, 1\} = 1$

9. Стратегия игрока, при которой он стремится сделать минимальный выигрыш максимальным, т. е. получить наилучшую выгоду в наихудших условиях называется _____.

10. Найти все максиминные и минимаксные стратегии игроков, нижнюю и верхнюю цену игры. Указать все ситуации равновесия и решение игры.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 3 & 3 \\ 4 & 5 & 12 & 11 & 9 \end{pmatrix}$$

Шкала оценивания: Тесты 1-12 оцениваются в 10 баллов. Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Критерии оценивания:

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

- 9, 10 баллов соответствуют оценке «отлично»;
- 7, 8 баллов – оценке «хорошо»;
- 5, 6 баллов – оценке «удовлетворительно»;
- 4 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».

2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

2.1 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Вопросы в закрытой форме.

1.1 Определитель матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ равен...

- 1) 34 2) 24 3) -12 4) 11 5) -2

1.2 Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $B = A^T - A^2$. Тогда матрица B равна...

- 1) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -11 & -20 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 6 & -15 \\ -10 & -14 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 6 & 15 \\ -20 & -14 \end{pmatrix}$
4) $\begin{pmatrix} -4 & -9 \\ 16 & 24 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 6 & -15 \\ -13 & -21 \end{pmatrix}$

1.3 Модуль вектора $\vec{c}$, если $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a}(-3; 4)$, $\vec{b}(-1; 2)$ равен

- 1) $5 - \sqrt{5}$ 2) $\sqrt{20}$ 3) $\sqrt{8}$ 4) 2 5) 11

1.4 Известно, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не являются коллинеарными. Выберите утверждение, которое обязательно является верным:

- 1) их векторное произведение равно 0,
2) их векторное произведение не равно 0,
3) один из векторов можно выразить через другой,
4) координаты векторов пропорциональны.

1.5 Если $\vec{a}(3; 4; -1)$, $\vec{b}(2; 1; -4)$, то проекция $\text{пр}_{\vec{b}} \vec{a}$, равна ...

- 1) $\frac{14}{\sqrt{26}}$ 2) $\frac{14}{\sqrt{21}}$ 3) 14 4) $\frac{2}{7}$ 5) $\frac{7}{\sqrt{6}}$

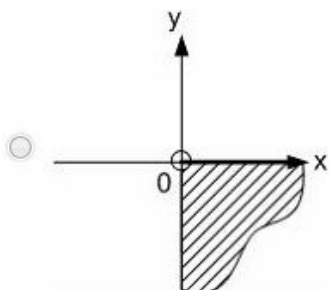
1.6 Уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; -8)$ перпендикулярно прямой $y = 2 - 3x$, имеет вид ...

- 1) $y = -3x - 5$ 2) $y = \frac{x}{3} + \frac{11}{3}$ 3) $y = \frac{x}{3} - \frac{25}{3}$
4) $y = -3x - 23$ 5) $y = \frac{x}{3} - \frac{23}{3}$

1.7 Записать общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M(6; 0; -5)$ параллельно векторам $\vec{p}(2; 1; -2)$ и $\vec{q}(1; 0; 3)$.

- 1) $2x + y - 2z - 22 = 0$ 2) $x + 3z + 9 = 0$ 3) $3x - 8y - z - 23 = 0$
 4) $x - 3z - 21 = 0$ 5) $3x + 8y - z - 21 = 0$

1.8 Множества A и B , декартово произведение которых изображено на рисунке, равны



- 1) $A=(0, +\infty), B=(-\infty, 0]$
 2) $A=[0, +\infty), B=(-\infty, +\infty)$
 3) $A=[0, +\infty), B=(-\infty, 0)$
 4) $A=(-\infty, 0), B=[0, +\infty)$

1.9 СКНФ для f , заданной таблицей истинности

p	q	f
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0

- 1) $(\bar{p} \wedge \bar{q}) \vee (p \wedge \bar{q})$ 2) $(\bar{p} \vee q) \wedge (p \vee q)$ 3) $(\bar{p} \wedge \bar{q}) \vee (\bar{p} \wedge q)$ 4) $(p \vee \bar{q}) \wedge (\bar{p} \vee \bar{q})$

1.10 Среди данных ниже функций указать функции, возрастающие на всей области определения

- 1) $y = \frac{1}{x}$ 2) $y = \frac{1}{x^2}$ 3) $y = x^3$ 4) $y = \operatorname{tg} x$

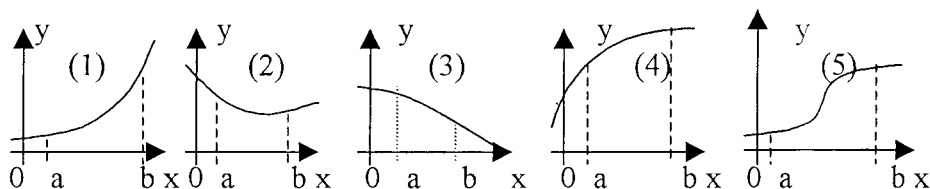
1.11 Предел $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 8x^2 + 6}{4x^2 + 7x - 1}$ равен

- 1) ∞ 2) 2 3) -2 4) -0,75

1.12 Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна

- 1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$
 3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$ 4) $4x \cdot \cos(2x)$

1.13 Укажите, на каком рисунке изображён график функции, для которой в каждой точке отрезка $[a; b]$ выполняются три условия: $y > 0, y' < 0, y'' < 0$.



1.14 Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

- 1) $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 4x + C$ 2) $\frac{1}{4} \operatorname{tg} 2x + C$
 3) $-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} x + C$ 4) $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 2x + C$

1.15 Разложение дроби $\frac{x+5}{x^3+6x^2}$ на простейшие дроби имеет вид

- 1) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2+6x}$ 2) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+6}$
 3) $\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+6x}$ 4) $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x+6}$

1.16. Неопределенный интеграл $\int \frac{4x+1}{x^2+x} dx$ равен

- 1) $\ln|x| + 3\ln|x+1| + C$ 2) $3\ln|x| + \ln|x+1| + C$
 3) $\ln|x| - 3\ln|x+1| + C$ 4) $3\ln|x| - \ln|x+1| + C$

1.17. Указать интегралы, которые являются несобственными

- 1) $\int_{-1}^1 \frac{x}{x+1} dx$ 2) $\int_{-1}^1 e^{\frac{x+1}{x}} dx$
 3) $\int_{-1}^1 \ln(x+5) dx$ 4) $\int_{-1}^1 (x-1)(x+1) dx$

1.18 Указать равенства, которые являются верными

- 1) $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ 2) $\int_a^b f(x) dx \geq 0$
 3) $\int_a^a f(x) dx = 0$ 4) $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$

1.19 Областью определения функции $f(x; y) = \sqrt{xy}$ является

- 1) множество точек первой координатной четверти вместе с осями координат;
- 2) множество точек первой и третьей координатных четвертей вместе с осями координат;
- 3) множество точек первой и второй координатных четвертей вместе с осями координат;
- 4) множество точек третьей координатной четверти вместе с осями координат;

1.20 Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна...

- 1) $1 - \frac{x}{y^2}$
- 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$
- 3) $\frac{x}{y^2}$
- 4) $1 - \frac{1}{y^2}$

1.21 Частное решение дифференциального уравнения

$y'' + 2y' - y = -x^2 + 6x - 3$ имеет вид

- 1) x^2
- 2) $2x^2 - x$
- 3) $x^2 + 2$
- 4) $x^2 - 2x + 1$
- 5) $x^2 + 3x + 1$

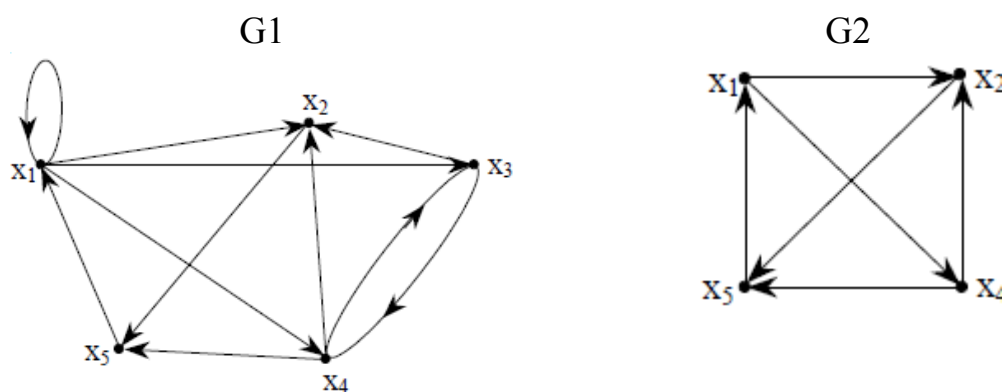
1.22 Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{y-1}$ имеет вид

- 1) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{-1}$
- 2) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{-2}$
- 3) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^2$
- 4) $y = C + \left(\frac{x}{2}\right)^2$
- 5) $y = 1 + C\left(\frac{x}{2}\right)^2$

1.23 Утверждение, которое является не верным:

- 1) Дерево есть связный граф, не имеющий циклов;
- 2) Связный граф тогда является деревом, когда число ребер на единицу меньше числа вершин;
- 3) Связный граф тогда является деревом, когда любое его ребро является мостом;
- 4) В дереве могут быть вершины, не связанные простым путем.

1.23 Граф G2 по отношению к графу G1 является



- | | |
|----------------|--------------|
| 1) остовным | 2) подграфом |
| 3) порожденным | 4) частичным |

1.25 Количество удовлетворительных ситуаций для игрока В:

- 1) не менее количества столбцов матрицы выигрышей и не более числа всех её элементов
- 2) не менее количества строк матрицы выигрышей и не более числа всех её элементов
- 3) больше количества столбцов матрицы выигрышей и не более числа всех её элементов
- 4) больше количества строк матрицы выигрышей и не более числа всех её элементов

2. Вопросы в открытой форме

2.1 Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} 1 & x & 3 \\ 1 & 2 & -3 \\ 7 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0$.

2.2 Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

2.3 Найти сумму $n + m$, если $\vec{b} = n \cdot \vec{c} + m \cdot \vec{a}$, где $\vec{b}(12; -2)$, $\vec{a}(-4; -1)$, $\vec{c}(1; -1)$.

2.4 Найти скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 3$ и $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$.

2.5 Найти произведение координат точки M , если $A(6, -2)$, $B(4, 3)$ и M делит AB в отношении 3:1.

2.6 Определить угловой коэффициент прямой, проходящей через точки $P(-1, 3)$ и $Q(1, 2)$.

2.7 Найти m , если прямая, проходящая через точки $M(1; 2; 3)$ и $N(-1; 0; 8)$, записана в параметрическом виде $\begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 2 + mt, \\ z = 3 + 5t. \end{cases}$

2.8 Для данных множеств A и B найти $A \cup B$

A – множество нечетных чисел, меньших 20, B – множество чисел, кратных 3

2.9 Записать точную верхнюю грань множества $(0; 3)$.

2.10 Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{2x} \right)^x$.

2.11 Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{16 - x^2}{\sqrt{5 - x} - 3}$.

2.12 Найти коэффициент k касательной $y = kx + b$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ в точке $x_0 = 2$.

2.13 Найти точку минимума функции $y = (2x + 1)^2 \cdot (x + 3) + 4$.

2.14 Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{4\sqrt{x} - 3}{x + 1}$.

2.15 Методом неопределенных коэффициентов найдите A , если для дроби $\frac{3x-4}{x^4+6x^3+10x^2}$ имеет место разложение $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^2+6x+10}$.

2.16 Методом неопределенных коэффициентов найдите C , если для дроби $\frac{3x-4}{x^4+6x^3+10x^2}$ имеет место разложение $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^2+6x+10}$.

2.17 Вычислить определённый интеграл $\int_1^9 \frac{1+2\sqrt{x}}{x^2} dx$.

2.18 Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4$; $y = -2x - 1$.

2.19 Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0; -2; 3)$.

2.20 Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение z_0 , если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

2.21 Найдите постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$.

2.22 Найти постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = \sqrt{x}$ при $y(9) = 4$.

2.23 У графа пять вершин имеют степень 5, шесть вершин – степень 6, семь вершин – степень 7. Сколько рёбер в этом графе?

2.24 В графе 100 вершин, степень каждой вершины равна 2. Какое максимальное число компонент связности может быть в этом графе?

2.25 Укажите номер доминируемой (заведомо невыгодной) стратегии у игрока В, если игра задана матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 6 & 9 & 8 & 2 \\ 7 & 5 & 4 & 3 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Вопросы на установление последовательности.

3.1 Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{5}x + 2y = 1, \\ 6x - 3\sqrt{5}y = 12\sqrt{5} \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.

Замечание: вычисления производить в следующей последовательности:

1) $\det A$; 2) $\det A_x$; 3) x ; 4) $\det A_y$; 5) y .

Варианты ответов:

I) $\sqrt{5}$

II) $-27\sqrt{5}$

III) -2

IV) -27

V) 54

3.2 Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{3}x + 2y = 11, \\ 4x - \sqrt{3}y = 0 \end{cases}$ методом Крамера.

Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.

Замечание: вычисления производить в следующей последовательности: 1)

$\det A$; 2) $\det A_x$; 3) x ; 4) $\det A_y$; 5) y .

Варианты ответов:

I) $-11\sqrt{3}$

II) 4

III) -44

IV) $\sqrt{3}$

V) -11

3.3 Расположите последовательность действий при вычислении площади треугольника ABC , если $A(2; -1; 2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(3; 2; 1)$.

I) вычислить $|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|$

II) найти определитель
$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

III) вычислить $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$

IV) разделить модуль векторного произведения на два

3.4 Расположите последовательность действий при вычислении угла между прямыми AB и AC , если $A(3; -1)$, $B(5; 2)$, $C(-2; 4)$.

Замечание: верными в задаче могут оказать две последовательности действий.

I) вычислить $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$,

II) найти скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$,

III) вычислить модули векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$,

IV) разделить скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ на произведение их модулей,

V) по найденному косинусу угла между векторами определить угол между прямыми.

3.5 Расположите последовательность действий при вычислении объёма треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(3; 4; 5)$, $B(1; 2; 1)$, $C(-2; -3; 6)$, $D(3; -6; -3)$. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.

Замечание: вычисления производить в следующей последовательности:

1) $\overrightarrow{AB}$; 2) $\overrightarrow{AC}$; 3) $\overrightarrow{AD}$; 4) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$; 5) объём пирамиды.

Варианты ответов:

I) $(-5; -7; 1)$

II) $(-2; -2; -4)$

III) 42

IV) -252

V) $(0; -10; -8)$

3.6 Составьте последовательность действий при выводе общего уравнения прямой:

I)
$$\left. \begin{array}{l} \vec{n} \perp \lambda \\ \overline{M_0M} \subset \lambda \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{n} \perp \overline{M_0M} \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \overline{M_0M} = 0$$

II) даны точка $M_0(x_0, y_0)$, принадлежащая прямой, и вектор $\vec{n} = (A, B)$, ей перпендикулярный

III) $\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} = A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow Ax + By + C = 0$, где $C = -Ax_0 - By_0$.

IV) составим вектор $\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0, y - y_0)$, где $M(x, y)$ – текущая точка прямой.

3.7 Составьте последовательность действий при выводе уравнения прямой на плоскости, проходящей через две различные точки:

I) составим векторы $\overrightarrow{M_1M} = (x - x_1, y - y_1)$, где $M(x, y)$ – текущая точка прямой, и $\overrightarrow{M_1M_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$;

II) даны две точки $M_1(x_1, y_1)$; $M_2(x_2, y_2)$, принадлежащие прямой l ;

III) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$

IV). $\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{M_1M_2} \subset \lambda \\ \overrightarrow{M_1M} \subset \lambda \end{array} \right\} \Rightarrow \overrightarrow{M_1M_2} \parallel \overrightarrow{M_1M}$

3.8 В логической формуле последовательно расставить порядок выполнения логических операций и записать полученную последовательность

$$(B \leftrightarrow \bar{B} \wedge A) \vee \bar{B}$$

3.9 Установите правильную последовательность алгоритма построения СДНФ для булевой функции с помощью таблицы истинности:

I) выделить те наборы, на которых функция принимает значение 1

II) построить таблицу истинности для заданной функции

III) каждому набору поставить в соответствие элементарную конъюнкцию, равную 1 на этом наборе

IV) составить дизъюнкцию элементарных конъюнкций

3.10 Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Число A называется пределом функции $f(x)$ в точке x_0 , если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____, выполняется условие _____.

I) $|f(x) - A| < \varepsilon$

II) для любого числа $\varepsilon > 0$

III) $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

IV) $\delta(\varepsilon) > 0$

3.11 Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если _____ существует _____ такой, что если _____, то выполняется условие _____.

- I) $|x_n| < \varepsilon$
- II) $n > N(\varepsilon)$
- III) для любого числа $\varepsilon > 0$
- IV) номер $N(\varepsilon) > 0$

3.12 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно большой в действительной точке x_0 . Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция $f(x)$ называется бесконечно большой в точке x_0 , если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____, выполняется условие _____.

- I) $\delta(\varepsilon) > 0$
- II) $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
- III) $|f(x)| > \varepsilon$
- IV) для любого числа $\varepsilon > 0$

3.13 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.

- I) зафиксировать x , вычислить значение функции $f(x)$
- II) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$
- III) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$
- IV) найти предел $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- V) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

3.14 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$.

- I) найти производные обеих частей равенства
- II) прологарифмировать обе части равенства
- III) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции
- IV) воспользоваться свойством $\ln|a^b| = b \cdot \ln|a|$
- V) заменить y исходной функцией

3.15 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$.

- I) используем таблицу неопределённых интегралов
- II) используем формулу квадрата разности
- III) добавляем постоянную C в конце записи

- IV) используем свойство неопределённого интеграла

$$\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$

 V) используем почленное деление

3.16 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$.

I) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1} + C$

II) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + C$

III) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$

IV) $\int x^{-\frac{4}{3}}dx$

V) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}} + C$

VI) $\int \frac{dx}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}}$

3.17 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если функция $F(x)$ – _____ функции $f(x)$ на промежутке X , то множество функций $F(x)+C$, где C – произвольная постоянная, называется _____ от функции $f(x)$ на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x)dx$. При этом $f(x)$ называется _____, $f(x)dx$ называется _____.

- I) подынтегральной функцией
 II) первообразная
 III) подынтегральным выражением
 IV) неопределенным интегралом

3.18 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int (x+1) \cdot \sin x dx$. (Например, I, III, IV, II.)

- I) Вычислить du и v
 II) Установить, что нужно взять за u , а что за dv
 III) Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям
 IV) Воспользоваться формулой $\int u dv = uv - \int v du$, подставив вместо u , dv , du и v их значения.

3.19 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка одного из свойств определенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если m и M – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции $f(x)$ на _____, то _____ $\leq$ _____ $\leq$ _____.

I) $M(b-a)$

II) $m(b-a)$

III) $\int_a^b f(x)dx$

IV) $[a, b]$

3.20 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

I) Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II) Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III) Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$.

IV) Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.21 Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$.

I) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$

II) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$

III) $(\ln(3xy - x^3))'_x$

IV) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$

V) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$

VI) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$

3.22 Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

I) вычисляем значения A, B, C

II) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$

III) определяем стационарные точки

IV) находим частные производные функции первого и второго порядков

V) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума

VI) вычисляем значение Δ

VII) определяем наличие точки экстремума

3.23 Записать верную последовательность действий для решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

I) Воспользоваться методом неопределенных коэффициентов для нахождения неизвестных параметров в частном решении неоднородного уравнения.

II) Составить и решить характеристическое уравнение, которое соответствует однородному уравнению.

III) Записать соответствующее однородное уравнение.

IV) Определить вид частного решения неоднородного уравнения.

V) Записать решение однородного уравнения.

VI) Найти сумму общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения.

3.24 Установить верную последовательность вершин, которая задает Эйлеров цикл?

I) x_1

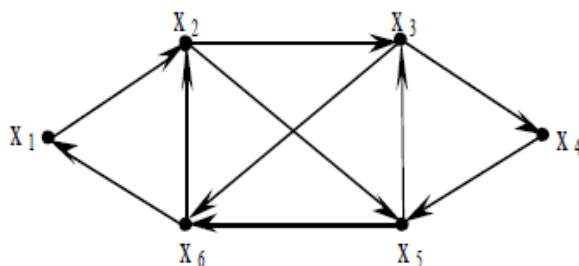
II) x_2

III) x_3

IV) x_4

V) x_5

VI) x_6



3.25 Требуется найти решение матричной игры:

Установите верную последовательность необходимых действий.

(Верными могут быть две последовательности)

I) Найти седловую точку

II) Найти верхнюю цену игры

III) Найти нижнюю цену игры

IV) Найти цену игры.

V) Сделать вывод.

4. Вопросы на установление соответствия.

4.1 Установите соответствие между алгебраическим дополнением и его значением для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

1) A_{21}

2) A_{32}

3) A_{13}

а) -10

б) 5

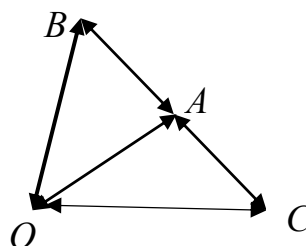
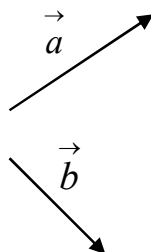
в) -9

г) 10

4.2 Установить соответствие между системой и количеством её решений.

1) $\begin{cases} 4x + 6y = -1, \\ 12x + 18y = -3 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение
2) $\begin{cases} 12x - 7y = 5, \\ -48x + 28y = -15 \end{cases}$	б) система имеет бесконечное множество решений
3) $\begin{cases} 3x - 5y = 6, \\ x + 2y = 25 \end{cases}$	в) система несовместна
4) $\begin{cases} 2x - 5y = 0, \\ 6x - 15y = 0 \end{cases}$	г) система имеет только тривиальное решение
	д) система имеет два решения

4.3 Установить соответствие между операциями над векторами и правилами их выполнения, пользуясь рисунком ниже



1) $\vec{a} + \vec{b}$	а) $\overrightarrow{OC}$
2) $\vec{a} - \vec{b}$	б) $\overrightarrow{OB}$
3) $\vec{b} - \vec{a}$	в) $\overrightarrow{BO}$
4) $-\vec{a} - \vec{b}$	г) $\overrightarrow{CO}$
	д) $\overrightarrow{CA}$

4.4 Установить соответствие между действием и формулой.

1) нахождение скалярного произведения векторов	а) $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
2) нахождение векторного произведения векторов	б) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$
3) нахождение смешанного произведения векторов	в) $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$
4) нахождение длины вектора	г) $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} }$
	д) $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$

4.5 Установить соответствие, даны векторы $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ и $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$.

ВЕКТОРЫ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) коллинеарны	а) $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$

2) перпендикулярны	б) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
3) образуют острый угол	в) $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$
4) образуют тупой угол	г) $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$
	д) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$

4.6 Установить соответствие взаимного расположения прямой и плоскости $Ax+By+Cz+D=0$.

ПРЯМАЯ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) параллельна плоскости	а) $\frac{A}{l} = \frac{B}{m} = \frac{C}{n}$
2) перпендикулярна плоскости	б) $Al + Bm + Cn = 0$
3) образует с плоскостью угол	в) $ABC = lmn$
	г) $\cos \alpha = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$
	д) $\sin \alpha = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$

4.7 Установить соответствие взаимного расположения в пространстве прямых, где $\vec{l}_1$ и $\vec{l}_2$ – направляющие, а $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2$ – нормальные векторы этих прямых.

ПРЯМЫЕ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) параллельны	а) $\vec{l}_1 \parallel \vec{l}_2$ и не параллельны вектору $\overline{M_1M_2}$ (точки M_1 и M_2 принадлежат прямым)
2) перпендикулярны	б) $\vec{l}_1 \parallel \vec{l}_2$
3) образуют угол	в) $\vec{l}_1 \cdot \vec{l}_2 = 0$
	г) $\cos \alpha = \frac{\vec{l}_1 \cdot \vec{l}_2}{ \vec{l}_1 \cdot \vec{l}_2 }$
	д) $\cos \alpha = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }$

4.8 Даны числовые промежутки $A = [3; 5)$ и $B = [0; 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие.

1) $A \cap B$	а) $[0; 5)$
2) $A \cup B$	б) $\emptyset$
3) $A \setminus B$	в) $(3; 5)$
4) $B \setminus A$	г) $[3; 5)$
	д) $\{3\}$

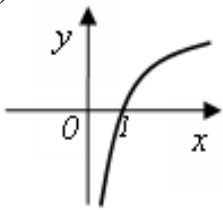
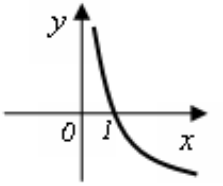
4.9 Установить соответствие между словесной формулировкой высказывания и его краткой символической записью

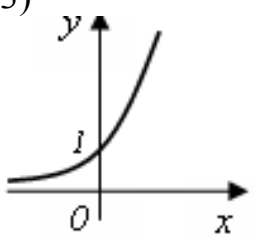
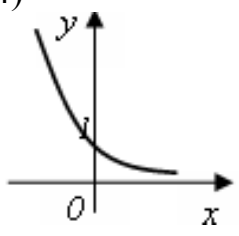
1) Произведение двух любых отрицательных действительных чисел положительно.	а) $\forall x, y \in N (x \cdot y > 0)$
2) Произведение двух любых действительных чисел положительно.	б) $\forall x, y \in R (x \cdot y > 0)$
3) Произведение двух любых положительных действительных чисел положительно.	в) $\forall x, y \in (0; +\infty) (x \cdot y > 0)$
4) Произведение двух любых натуральных чисел положительно.	г) $\forall x, y \in (-\infty; 0) (x \cdot y > 0)$
	д) $\forall x, y \in Q (x \cdot y > 0)$

4.10 Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

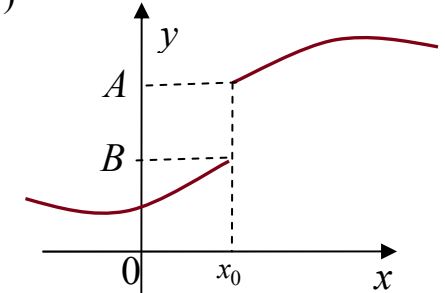
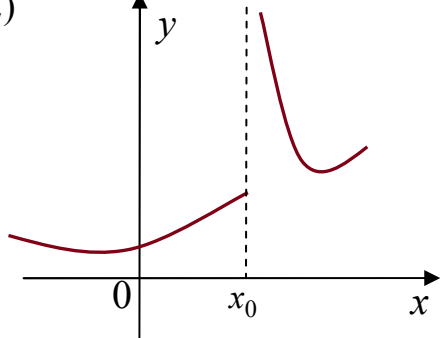
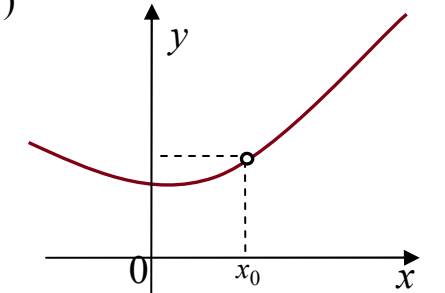
1) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} \right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0} \right)$
2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty} \right)$
3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$	в) неопределённость (1^∞)
4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0 \cdot \infty)$
	д) неопределённость $(\infty + \infty)$

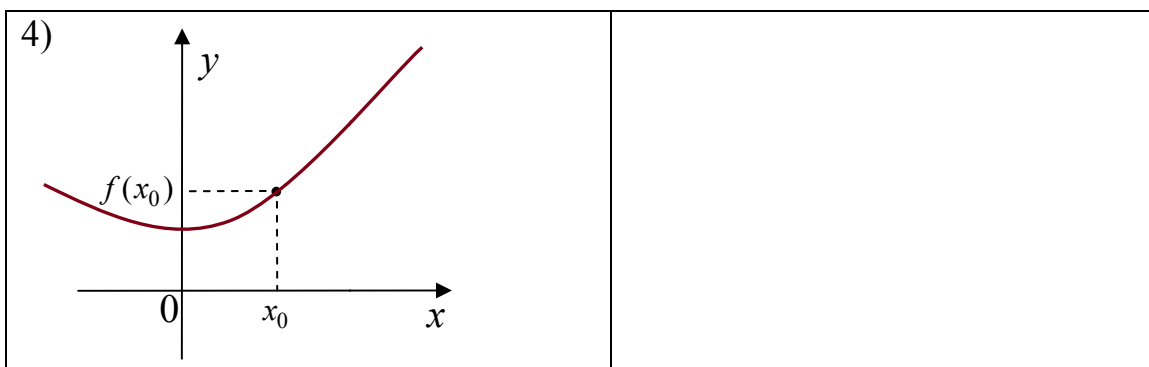
4.11 Установить соответствие между графическим и аналитическим заданиями функций.

1) 	а) $y = 2^x$
2) 	б) $y = (0,5)^x$
	в) $y = \log_2 x$
	г) $y = \log_{0,5} x$

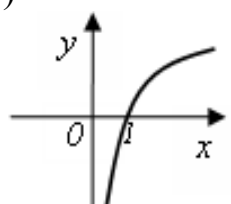
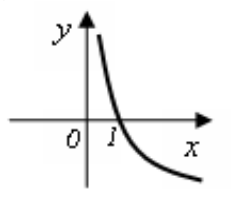
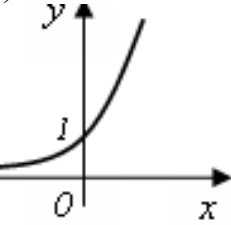
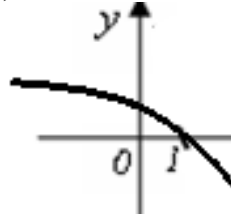
3) 	д) $y = x^{\frac{1}{2}}$
4) 	

4.12 Пользуясь графиками функций, исследуйте вопрос о непрерывности функции в точке x_0 и поставьте в соответствие каждой указанной точке x_0 ее характеристику.

1) 	а) x_0 – точка непрерывности функции б) x_0 – точка устранимого разрыва 1го рода в) x_0 – точка неустранимого разрыва 1го рода г) x_0 – точка разрыва 2го рода
2) 	
3) 	



4.13 Установить соответствие между графиками функций и знаками первой и второй производной этих функций

1) 	а) $y' > 0, y'' > 0$ б) $y' < 0, y'' < 0$ в) $y' > 0, y'' < 0$ г) $y' < 0, y'' > 0$
2) 	
3) 	
4) 	

4.14 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y' .

1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$ 4) $y = e^{6x}$	а) логарифмическое дифференцирование б) табличная производная в) производная неявно заданной
--	---

	функции г) производная произведения д) производная сложной функции
--	--

4.15 Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке

1) $\frac{1}{x^2}$	а) $\frac{x^2}{4}$
2) $\frac{x}{2}$	б) $\ln x + x^2$
3) $3x^2$	в) $\frac{1}{x^2} + 2$
4) $\frac{1}{x} + 2x$	г) $-\frac{1}{x}$
	д) x^3

4.16 Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и одной из их первообразных в правой колонке

1) $2x$	а) $\frac{1}{x^2} + 2$
2) $6x^2$	б) $x^2 - 3$
3) $-2x^{-3}$	в) $x + 3$
4) 1	г) $2x^3 - 3$
	д) $\frac{x^2}{4}$

4.17 Установите соответствие между интегралами и их значениями

1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$	а) $\frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + c$
2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$	б) $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$
3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	в) $\arcsin \frac{x}{a} + c$
4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	г) $\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$
	д) $\ln x + \sqrt{x^2 \pm a^2} + c$

4.18 Установите соответствие между неопределенными интегралами и заменами, которые целесообразно применить для вычисления интегралов

1) $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$	а) $t = \operatorname{tg} x$ б) $t = \operatorname{ctg} x$ в) $t = \sin x$ г) $t = \cos x$ д) $t = \cos^2 x$
2) $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$	
3) $\int \sin^4 x \cdot \cos x dx$	
4) $\int \frac{\operatorname{ctg} x}{\sin^2 x} dx$	

4.19 Установите соответствие между интегралом и способом его вычисления.

1) $\int_e^{2e} \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) непосредственное интегрирование г) метод интегрирования по частям
2) $\int_0^\pi (x + 1) \sin x dx$	
3) $\int_0^1 5^x$	
4) $\int_1^2 \frac{2-x}{x}$	

4.20 Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int_b^a f(x) dx$	а) 0 б) $-\int_a^b f(x) dx$ в) $\int_a^b f(x) dx$ г) $\int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$ д) $\int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$
2) $\int_a^a f(x) dx$	
3) $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$	
4) $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx$	

4.21 Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	а) -3
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) 8
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) 2
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) 6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) 9
	е) 1

4.22 Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	а) 30
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) -14
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) -12
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) -6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) -4
	е) 3

4.23 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 6y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$
2) $y'' - 10y' + 29y = 0$	б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$
3) $y'' - 10y' + 25y = 0$	в) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$
4) $y'' + 25y = 0$	г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

4.24 Установите соответствие между графом и матрицей инцидентности

1)

```

graph TD
    x1((x1)) -- a1 --> x3((x3))
    x1 -- a2 --> x2((x2))
    x1 -- a3 --> x4((x4))
    x1 -- a4 --> x5((x5))
    x5 -- a5 --> x4
  
```

a)

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
x_1	1	1	-1	0	1	0	0
x_2	0	0	0	1	0	-1	0
x_3	0	0	1	0	-1	1	0
x_4	-1	-1	0	-1	0	0	0

2)

Diagram of a directed graph with nodes x_1 , x_2 , and x_3 . Edges are labeled a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 , a_6 , and a_7 . Node x_2 is circled. The edges are: a_1 (loop at x_1), a_2 (loop at x_1), a_3 ($x_1 \rightarrow x_2$), a_4 ($x_1 \rightarrow x_3$), a_5 ($x_2 \rightarrow x_3$), a_6 ($x_2 \rightarrow x_3$), and a_7 (loop at x_2).

б)

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	1	0	1	-1	0
x_2	0	-1	0	0	0
x_3	-1	1	0	0	0
x_4	0	0	-1	0	1
x_5	0	0	0	1	-1

3)

Diagram of a directed graph with nodes x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , and x_5 . Edges are labeled a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , and a_5 . The edges are: a_1 ($x_1 \rightarrow x_3$), a_2 ($x_2 \rightarrow x_3$), a_3 ($x_1 \rightarrow x_4$), a_4 ($x_1 \rightarrow x_5$), and a_5 ($x_5 \rightarrow x_4$).

в)

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	-1	0	-1	1	0
x_2	0	1	0	0	0
x_3	1	-1	0	0	0
x_4	0	0	1	0	-1
x_5	0	0	0	-1	1

4.25 Установите соответствие между видом игры и ее сутью

1) Последовательные игры	а) Игры, в которых один игрок обладает всей информацией о действиях соперника
2) Игры с нулевой суммой	б) Игры, в которых участники ходят по очереди
3) Симметричные игры	в) Игры, в которых у всех игроков одинаковый набор стратегий
4) Игры с полной информацией	г) Игры, в которых один игрок забирает весь выигрыш, а проигравший теряет все.

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

Компетентностно-ориентированная задача №1

Мебельная фабрика специализируется по выпуску изделий четырех видов: диваны, кровати, комоды и шкафы. При этом используется сырье четырех типов. Нормы расхода каждого из них на один вид мебели и объем расхода сырья на 1 день заданы таблицей. Найти ежедневный объем выпуска каждого вида мебели.

Вид сырья	Нормы расходы сырья на одну пару, усл.ед.				Расход сырья на 1 день, усл.ед.
	Диван	Кровать	Комод	Шкаф	
S ₁	8	5	4	1	26
S ₂	1	3	2	1	11
S ₃	2	10	9	7	40
S ₄	3	8	9	2	37

Компетентностно-ориентированная задача №2

Три дочери писательницы Дорис Кей – Джуди, Айрис и Линда тоже очень талантливы. Они приобрели известность в разных видах искусств – пении, балете и кино. Все они живут в разных городах, поэтому Дорис часто звонит им в Париж, Рим и Чикаго. Известно, что:

- 1) Джуди живет не в Париже, а Линда – не в Риме;
- 2) парижанка не снимается в кино;
- 3) та, кто живет в Риме, певица;
- 4) Линда равнодушна к балету.

Где живет Айрис и какова ее профессия?

Компетентностно-ориентированная задача №3

Секция плавания закрыта по понедельникам, секция дзюдо – по вторникам, секция легкой атлетики – каждый четверг, секция тяжелой атлетики открыта только по понедельникам, средам и пятницам. В воскресенье ни одна секция не работает.

В один день четыре приятеля – Алексей, Владимир, Кирилл и Дмитрий – пошли на занятия каждый в свою секцию.

Дмитрий сказал: «Я мог бы пойти в секцию и вчера и завтра».

Алексей: «Мы с Дмитрием хотели пойти раньше на этой неделе, но не было дня, чтобы наши секции работали одновременно».

Владимир: «Я не хотел идти сегодня, но завтра моя секция будет закрыта».

Кирилл: «Я мог бы пойти в свою секцию и позавчера и вчера».

Кто из друзей в какую секцию ходит?

Компетентностно-ориентированная задача №4

Администрация морского порта издала следующие распоряжения: (1) Если капитан корабля получает специальное указание, то он должен покинуть порт на своем корабле. (2) Если капитан не получает специального указания, то он не должен покидать порта или он впредь лишается возможности захода в этот порт. (3) Капитан или лишается впредь возможности захода в этот порт, или не получает специального указания. Как можно упростить эту систему распоряжений?

Компетентностно-ориентированная задача №5

Ирена любит мороженое с фруктами. В кафе был выбор из таких вариантов: пломбир с орехами; пломбир с бананами; пломбир с черникой; шоколадное с черникой; шоколадное с клубникой. В четырех вариантах Ирене не нравился или сорт мороженого, или наполнитель, а в одном варианте ей не нравилось ни мороженое, ни наполнитель. Она попросила приготовить из имеющихся продуктов порцию по своему вкусу. Какое же мороженое и с какими фруктами любит Ирена?

Компетентностно-ориентированная задача №6

Пятеро студентов – Анна, Тимур, Камилла, Эльдар и Залим стали победителями студенческих олимпиад по физике, математике, информатике, литературе и географии. Известно, что: победитель олимпиады по информатике учит Анну и Тимура работе на компьютере; Камилла и Эльдар тоже заинтересовались информатикой; Тимур всегда побаивался физики; Камилла, Тимур и победитель олимпиады по литературе занимаются плаванием; Тимур и Камилла поздравили победителя олимпиады по математике; Анна сожалеет о том, что у нее остается мало времени на литературу. Победителем какой олимпиады стал каждый из этих студентов?

Компетентностно-ориентированная задача №7

Шестеро подозреваемых в преступлении давали показания.

А: «Е виновен». Б: «А лжет, и я не виновен». В: «Виновны А или Е, или оба». Г: «В говорит правду». Д: «В и Е оба лгут». Е: «Я не виновен». Если правду сказал один, и только один из подозреваемых, то кто совершил преступление?

Компетентностно-ориентированная задача №8

Перед началом соревнований каждый участник сообщил, какое место он собирается занять. Только один из участников – Александр – сказал, что займёт последнее место. Когда соревнования закончились, выяснилось, что все участники заняли разные места. И все, кроме Александра, заняли места хуже, чем сообщали до начала соревнований. Какое место занял Александр?

Компенентностно-ориентированная задача №9

Кубок оспаривали четыре команды: А, В, С и D. Трое болельщиков высказали свои мнения: (1) победу одержит либо А, либо В; (2) А не будет победителем; (3) ни D, ни В не выиграют кубок. Прав оказался лишь один из них. Кому достался кубок?

Компенентностно-ориентированная задача №10

В таблице приведены данные об исполнении баланса за отчётный период, усл. ден. ед. Вычислить необходимый объём валового выпуска каждой отрасли, если конечное потребление энергетической отрасли увеличится вдвое, а машиностроения сохранится на прежнем уровне.

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный пункт	Валовой выпуск
	энергетика	машиностроение		
Энергетика	7	21	72	100
Машиностроение	12	15	123	150

Компенентностно-ориентированная задача №11

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

- Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?
- Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

Компенентностно-ориентированная задача №12

На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: P_1, P_2, P_3, P_4 , при этом используют сырьё трёх типов: S_1, S_2 и S_3 . Нормам расхода сырья соответствует

матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$, где каждый элемент a_{ij} ($i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3$) показы-

вает, сколько единиц сырья j -го типа расходуется на производство единицы продукции i -го вида. План выпуска продукции представлен матрицей

$C = \begin{pmatrix} 150 & 120 & 90 & 100 \end{pmatrix}$, а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – мат-

рицей $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 70 \\ 60 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

Компенентностно-ориентированная задача №13

Вектор непродуцируемого потребления задан матрицей $Y = \begin{pmatrix} 40 \\ 15 \end{pmatrix}$, а матрица межотраслевого баланса имеет вид $A = \begin{pmatrix} 0,45 & 0,3 \\ 0,25 & 0,2 \end{pmatrix}$. Найти вектор валового выпуска, обеспечивающий данный вектор потребления.

Компенентностно-ориентированная задача №14

Отрасль состоит из четырёх предприятий: вектор выпуска продукции и матрица коэффициентов прямых затрат имеют вид $X = \begin{pmatrix} 400 \\ 300 \\ 250 \\ 300 \end{pmatrix}$,

$A = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,1 & 0,24 & 0,25 \\ 0,2 & 0,15 & 0,36 & 0,17 \\ 0,15 & 0,2 & 0,2 & 0,15 \\ 0,3 & 0,15 & 0,2 & 0,15 \end{pmatrix}$. Найти вектор объёмов конечного продукта, предназначенного для реализации вне отрасли.

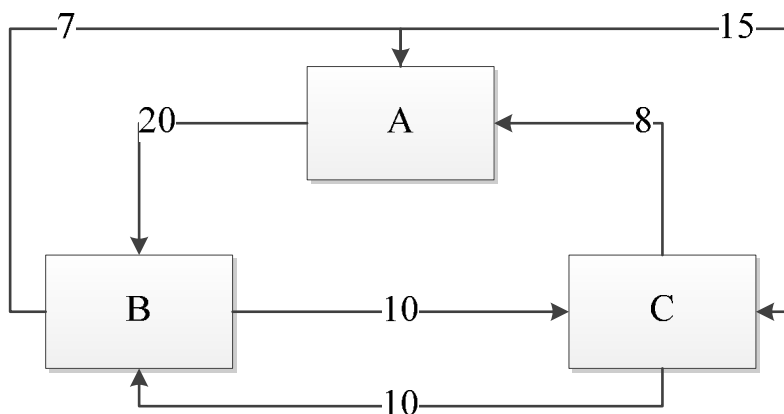
Компенентностно-ориентированная задача №15

Дана структурная матрица торговли трёх стран S_1 , S_2 и S_3 : $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & \frac{2}{3} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

Определить соотношение национальных доходов стран для сбалансированной торговли.

Компенентностно-ориентированная задача №16

В городе имеется три крупных завода, на которых работает 100000 рабочих. Других заводов в городе нет. Имеются данные о текучести кадров: за год из каждой тысячи работающих с завода А 20 человек переходят на завод В и 15 человек на завод С и т.д. (исходя из рисунка). Установить численность рабочих на каждом заводе при условии, что город живёт стабильной жизнью.



Компенентностно-ориентированная задача №17

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

Компенентностно-ориентированная задача №18

В прошлом году средняя цена данного товара была 15 денежных единиц, а в настоящем году – 18 денежных единиц. Найти зависимость $P = f(n)$ цены товара P от номера года n при условии, что тенденция роста сохраниться, то есть цена будет увеличиваться на одно и то же число. Составить прогноз средней цены на три года вперед.

Компенентностно-ориентированная задача №19

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №20

Зависимость количества Q (в шт., $0 \leq Q \leq 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. ($0 < t < 15\,000$) с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компенентностно-ориентированная задача №21

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

Компенентностно-ориентированная задача №22

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение x единиц первого товара и y единиц второго товара. Заданы функция полезности $u(x, y) = 0,5 \cdot \ln(x - 2) + 2 \ln(y - 1)$ и цены $P_1 = 0,2$ и $P_2 = 4$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

Компетентностно-ориентированная задача №23

Вычислить на сколько процентов приближённо изменится спрос, описываемый функцией $D = e^{-\sqrt{n+P^2}}$, где n – число производителей товара, P – цена товара, если число производителей товара уменьшится на 1%, а цена возрастёт на 1%. На рынке имеется 7 производителей, цена товара составляет 3 ед.

Компетентностно-ориентированная задача №24

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$, где x – доля населения, y – доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

Компетентностно-ориентированная задача №25

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно k_1 и k_2 . Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.