

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 19.09.2024 19:15:36  
Уникальный программный ключ:  
0b817ca911e6668abb137d436d39e5f1e11eabb573e9437f1e4851fd1e5c1d882

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго - Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра механики, мехатроники и робототехники



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

02 2022 г.

### ДЕТАЛИ МЕХАТРОННЫХ МОДУЛЕЙ, РОБОТОВ И ИХ КОНСТРУИРОВАНИЕ

Методические указания по выполнению практических работ  
для студентов направления подготовки  
15.03.06 «Мехатроника и робототехника»

Курск 2022

УДК 621.(076.1)

Составители: В.Я. Мищенко, Е.Н. Политов

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент Юго-Западного  
государственного университета *А.Н. Рукавицын*

**Детали мехатронных модулей, роботов и их  
конструирование:** методические указания по выполнению  
практических работ для студентов направления подготовки  
15.03.06 Мехатроника и робототехника / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.  
В.Я. Мищенко, Е.Н. Политов. Курск, 2022. 107 с.

Изложены теоретические предпосылки, описание и  
конкретные методические указания к практическим работам по  
курсу «Детали мехатронных модулей, роботов и их  
конструирование», а примеры решения задач, а также задания для  
самостоятельного выполнения.

Методические указания соответствуют требованиям  
Федерального государственного образовательного стандарта.

Предназначены для студентов направления подготовки  
15.03.06 «Мехатроника и робототехника» всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 10.02.2022. Формат 60x84 1/16.

Усл. печ. л. 6,2 . Уч.-изд. л. 5,6 . Тираж 30 экз. Заказ 762.  
Бесплатно.

Юго - Западный государственный университет  
305040, г. Курск, ул.50 лет Октября, 94.

## СОДЕРЖАНИЕ

1 Приводы. Силовые и кинематические характеристики	4
2 Расчёт деталей мехатронных модулей на растяжение-сжатие	9
3 Расчёт валов мехатронных модулей на кручение	21
4 Расчет консольной балки на поперечный изгиб	27
5 Расчет двухопорной балки на поперечный изгиб	36
6 Расчет и конструирование фрикционных передач и передач с гибкими связями	41
7 Расчет и конструирование зубчатых передач	48
8 Расчет и конструирование червячных передач	52
9 Расчет и проектирование планетарных передач	65
10 Расчет и проектирование винтовых передач	74
11 Валы и оси. Расчет на прочность, жесткость и виброустойчивость	85
12 Подшипники качения. Выбор и расчет подшипников. Конструирование подшипниковых узлов	96
13 Расчет и выбор соединений деталей машин	101
Список рекомендуемой литературы	106

# 1 Приводы. Силовые и кинематические характеристики

**Цель занятия:** приобретение знаний и навыков определения основных кинематических и силовых параметров механических передач

## Краткие теоретические сведения

Одним из основных элементов машины является передаточный механизм, установленный между двигателем и исполнительным органом.

На рис. 1.1 дана типовая схема машины.

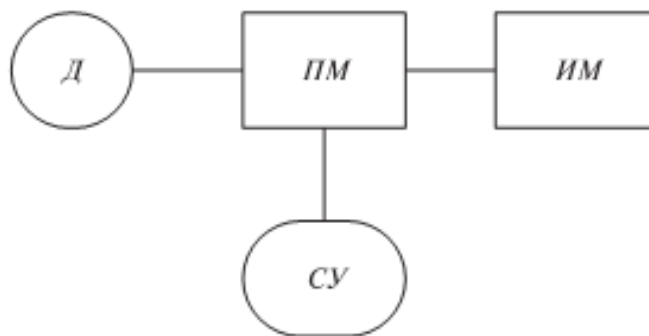


Рис. 1.1: Д – двигатель, ПМ – передаточный механизм, ИМ – исполнительный механизм, СУ – система управления приводом

Передаточный механизм должен обеспечивать с заданной степенью точности передачу движения и его преобразование, быть экономичным и безопасным в работе.

### 1. Передаточное отношение привода

Важнейшей характеристикой передач вращательного движения является **передаточное отношение**, которое показывает, во сколько раз угловая скорость  $\omega$  (или частота вращения  $n$ ) ведомого звена больше или меньше угловой скорости (частоты вращения) ведущего звена.

$$U = \frac{\omega_{\text{ведущ}}}{\omega_{\text{ведом}}} = \frac{n_{\text{ведущ}}}{n_{\text{ведом}}}, \quad (1.1)$$

где  $\omega_{\text{ведущ}}$  – угловая скорость ведущего звена;

$\omega_{\text{ведом}}$  – угловая скорость ведомого звена.

Для зубчатых передач передаточное отношение можно определить, зная число зубьев каждого из колес:

$$U = \frac{z_2}{z_1} \quad (1.2)$$

Для цепных передач передаточное отношение можно определить, зная число зубьев ведущей и ведомой звездочек:

$$U = \frac{z_2}{z_1} \quad (1.3)$$

Для ременных передач передаточное отношение можно определить, зная диаметры ведущего и ведомого шкивов:

$$U = \frac{d_2}{d_1} \quad (1.4)$$

Для фрикционных передач передаточное отношение можно определить, зная диаметры ведущего и ведомого катков:

$$U = \frac{d_2}{d_1} \quad (1.5)$$

Привод может включать несколько передаточных механизмов (ступеней). При этом значение общего передаточного отношения определяется произведением передаточных отношений отдельных кинематических ступеней привода

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} \dots u_n = \frac{\omega_1}{\omega_n} \quad (1.6)$$

### Пример 1.

Определить частоту вращения вала 3, если диаметры шкивов равны соответственно (мм):  $d_1 = 300$ ,  $d_2 = 750$ , числа зубьев конической шестерни и колеса:  $z_2 = 50$ ,  $z_3 = 100$ ,  $n_1 = 2500$  об/мин (рис. 1.2).

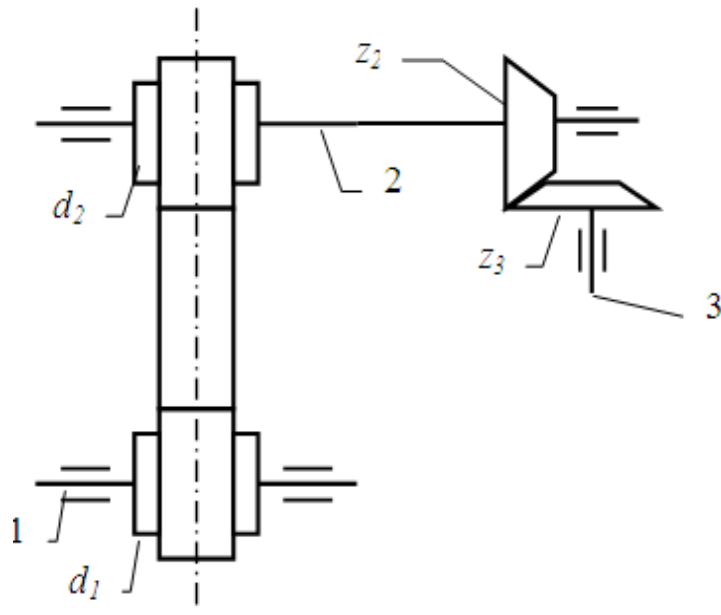


Рис. 1.2

Решение.

Данный передаточный механизм является двухступенчатым: первая ступень – ременная передача (вращение передается с шкива 1 на шкив 2), вторая ступень – коническая зубчатая передача (вращение передается с шестерни 2 на колесо 3).

Общее передаточное отношение определим по формуле (1.6):

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} = \frac{n_1}{n_3}$$

$$u_{12} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{750}{300} = 2.5$$

$$u_{23} = \frac{z_3}{z_2} = \frac{100}{50} = 2$$

Тогда

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} = 2,5 \cdot 2 = 5$$

и

$$n_3 = \frac{n_1}{u_{об}} = \frac{2500}{5} = 500 \text{ об / мин}$$

## 2. Коэффициент полезного действия передачи, мощность

Если к ведущему валу передачи подвести мощность  $P_1$ , то с ведомого можно будет отобрать мощность  $P_2$ , которая несколько меньше затраченной  $P_1$  (следствие потерь на трение и др.

сопротивления). Эти потери выражаются коэффициентом полезного действия:

$$\eta = P_2 / P_1 \quad (1.7)$$

Поскольку

$$P = T \cdot \omega \quad (1.8)$$

и

$$\omega = (\pi \cdot n) / 30 \quad (1.9)$$

где  $T$  – момент вращения;

$\omega$  - угловая скорость,

$$\text{то } \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2 \omega_2}{T_1 \omega_1} = \frac{T_2 n_2}{T_1 n_1} = \frac{T_2}{T_1 u_{12}} \quad (1.10)$$

В силовой (понижающей) передаче (редуктор)

$$\omega_1 > \omega_2, \quad T_2 > T_1, \quad T_2 = T_1 \cdot u_{12} \cdot \eta$$

### Пример 2.

Определить мощность и крутящий момент, передаваемые колесом, если известны числа зубьев шестерни и колеса: ( $Z_1 = 18$ ,  $Z_2 = 45$ ).  $T_1 = 10$  Н·м,  $n_1 = 900$  об/мин. Коэффициент полезного действия передачи принять  $\eta = 0.95$

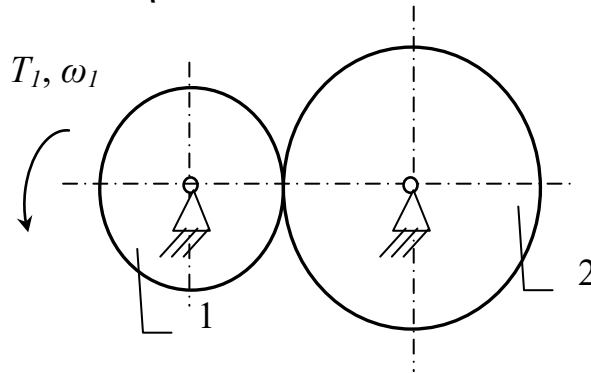


Рис. 1.3

Решение (см. рис.1.3).

Мощность на ведущем колесе определим по формуле (1.8):

$$P_1 = T_1 \cdot \omega_1,$$

где  $\omega_1 = (\pi \cdot n_1) / 30 = (\pi \cdot 900) / 30 = 94,2$  рад/с – угловая скорость ведущего колеса (шестерни)

$$P_1 = 10 \cdot 94,2 = 942 \text{ Вт}$$

Мощность на ведомом колесе определим из (6.7):

$$P_2 = P_1 \cdot \eta = 942 \cdot 0,95 = 895 \text{ Вт} \quad (P_2 < P_1)$$

Передаточное отношение

$$U = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Для зубчатых передач передаточное отношение можно определить, зная число зубьев каждого из колес:

$$U = \frac{z_2}{z_1} = \frac{45}{18} = 2.5$$

Тогда

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{U} = \frac{94.2}{2.5} = 37.7 \quad (\text{рад/с})$$

Тогда крутящий момент на валу ведомого колеса будет равен:

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{895}{37.7} = 23.7 \quad \text{Н}\cdot\text{м}$$

Ответ:  $P_2 = 895 \text{ Вт}$ ,  $T_2 = 23.7 \text{ Н}\cdot\text{м}$

### Контрольные вопросы

1. Назначение передаточного механизма
2. Основные типы механических передач
3. Как определяется передаточное отношение различных механических передач?
4. Силовые характеристики механических передач



## 2 Расчёт деталей мехатронных модулей на растяжение-сжатие

### Общие теоретические сведения

Исполнительные звенья и органы машин в процессе выполнения технологических операций испытывают различные по характеру и величине воздействия со стороны обрабатываемых деталей и сред.

Форма исполнительного органа может быть разной в зависимости от его функционального назначения, однако, в ряде случаев его можно представить в виде стержня определенных размеров, к которому приложены разные силы. Весом стержня во многих случаях можно пренебречь.

При решении задач на прочность вводятся следующие допущения:

- материал однороден – обладает во всех точках одинаковыми свойствами;
- материал имеет сплошное строение;
- материал изотропен – обладает во всех направлениях одинаковыми свойствами
- деформации элемента конструкции существенно меньше размеров элемента

*Внутренние силы.*

Под действием внешних сил элементы конструкции и сами конструкции могут испытывать смещения и изменять свою форму. При этом взаимодействие между частями внутри элемента конструкции характеризуется внутренними силами. На практике внутренние силы могут характеризовать прочностную надежность детали или конструкции и их определение имеет важное значение.

Для нахождения внутренних сил используется метод сечений, при котором тело мысленно рассекается на две части и рассматривается равновесие какой-то части, а действие отброшенной части заменяется действием реакции. На рис. 2.2 показаны основные типы сил, действующих в сечениях.

Составляющая  $\bar{N}$  называется нормальной или продольной силой и вызывает деформацию растяжения или сжатия. Составляющие  $\bar{Q}$ ,  $\bar{Q}_x$ ,  $\bar{Q}_y$  называются поперечными, перпендикулярны нормалям и стремятся сдвинуть одну часть тела

относительно другой. Составляющая  $M_z = T$  называется крутящим моментом и скручивает тело. Моменты  $M$ ,  $M_y$ ,  $M_x$  называются изгибающими моментами и изгибают тело.

Для определения внутренних силовых факторов составляются уравнения равновесия отсеченной части тела.

*Растяжением (сжатием)* называется такой вид деформации, при котором в любом поперечном сечении стержня возникает только продольная растягивающая (сжимающая) сила.

Такая нагрузка возникает, например, при сверлении отверстий, обработке деталей давлением, сварке и т.п.

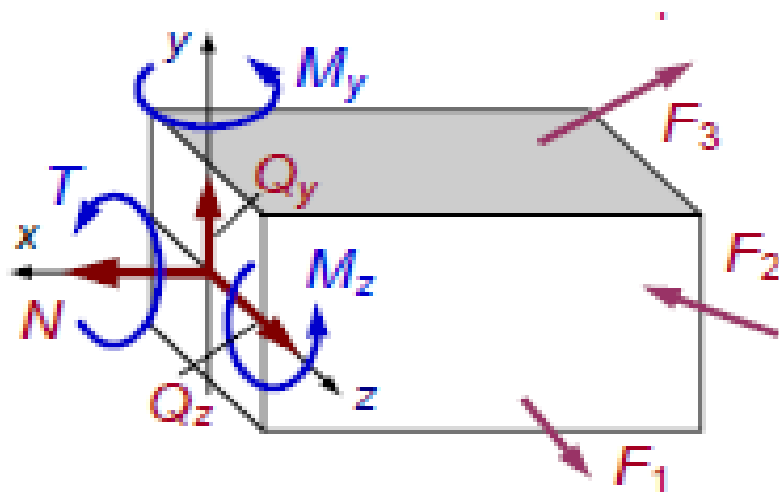


Рис. 2.1. Схемы внутренних и внешних сил

При такой деформации вводятся следующие допущения: поперечные сечения стержня плоские и нормальные к его оси до деформации остаются плоскими и нормальными после деформации – гипотеза плоских сечений, или *гипотеза Бернулли*.

В соответствии с этой гипотезой в поперечном сечении возникают только нормальные напряжения, равномерно распределенные по сечению:

$$\sigma = N/F,$$

где  $N$  – продольная сила;  $F$  – площадь поперечного сечения.

Для наглядного изображения изменения нормальных напряжений в поперечных сечениях стержня (по его длине) строится эпюра нормальных напряжений. При этом считают, что продольная сила при растяжении имеет знак «плюс», а при сжатии – знак «минус».

Осью этой эпюры является отрезок прямой, равный длине стержня и параллельный его оси. При стержне постоянного сечения эпюра нормальных напряжений имеет такой же вид, как и эпюра продольных сил (она отличается от нее лишь принятым масштабом). При стержне же переменного сечения вид этих двух эпюр различен; в частности, для стержня со ступенчатым законом изменения поперечных сечений эпюра нормальных напряжений имеет скачки не только в сечениях, в которых приложены сосредоточенные осевые нагрузки (где имеет скачки эпюра продольных сил), но и в местах изменения размеров поперечных сечений.

Под действием силы  $P$  брус удлиняется на некоторую величину  $\Delta l$ , которая называется полным (или абсолютным) удлинением (абсолютной продольной деформацией):

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}.$$

Брусья из различных материалов удлиняются различно. Для случаев, когда напряжения в бруске не превышают предела пропорциональности, опытом установлена следующая зависимость:

$$\varepsilon = \frac{N}{EF},$$

где  $N$  – продольная сила в поперечных сечениях бруса;  $F$  – площадь поперечного сечения бруса;  $E$  – коэффициент, зависящий от физических свойств материала.

Учитывая, что нормальное напряжение в поперечном сечении бруса  $\sigma = N/F$ , получаем  $\varepsilon = \sigma/E$ . Откуда  $\sigma = \varepsilon E$ .

Абсолютное удлинение бруса выражается формулой:

$$\Delta l = \varepsilon l = \frac{Nl}{EF}.$$

Более общей является следующая формулировка *закона Гука*: относительная продольная деформация прямо пропорциональна нормальному напряжению. В такой формулировке закон Гука используется не только при изучении растяжения и сжатия брусков, но и в других разделах курса.

Величина  $E$  называется *модулем упругости первого рода*. Это физическая постоянная материала, характеризующая его жесткость. Чем больше значение  $E$ , тем меньше при прочих равных условиях

продольная деформация. Модуль упругости выражается в тех же единицах, что и напряжение, т.е. в паскалях (Па).

Произведение  $E\Gamma$  называется *жесткостью* поперечного сечения бруса при растяжении и сжатии.

Кроме продольной деформации, при действии на брус сжимающей или растягивающей силы наблюдается также поперечная деформация. При сжатии бруса поперечные размеры его увеличиваются, а при растяжении – уменьшаются. Если поперечный размер бруса до приложения к нему сжимающих сил  $P$  обозначить  $B$ , а после приложения этих сил  $B - \Delta B$ , то величина  $\Delta B$  будет обозначать абсолютную поперечную деформацию бруса.

Отношение  $\varepsilon' = \Delta B / B$  является *относительной поперечной деформацией*.

Опыт показывает, что при напряжениях, не превышающих предела упругости, относительная поперечная деформация прямо пропорциональна относительной продольной деформации, но имеет обратный знак:  $\varepsilon' = -\mu\varepsilon$ .

Коэффициент пропорциональности  $\mu$  зависит от материала бруса. Он называется *коэффициентом поперечной деформации* (или коэффициентом Пуассона) и представляет собой отношение относительной поперечной деформации к продольной, взятое по абсолютной величине, т.е. коэффициент Пуассона наряду с модулем упругости  $E$  характеризует упругие свойства материала.

Коэффициент Пуассона определяется экспериментально. Для различных материалов он имеет значения от нуля (для пробки) до величины, близкой к 0,50 (для резины и парафина). Для стали коэффициент Пуассона равен 0,25...0,30; для ряда других металлов (чугуна, цинка, бронзы, меди) он имеет значения от 0,23 до 0,36.

Определение величины поперечного сечения стержня выполняется на основании условия прочности:

$$\sigma_{\max} = NF \leq [\sigma],$$

где  $[\sigma]$  – допускаемое напряжение.

Прочность конструкции, выполненной из хрупкого металла, считается обеспеченной, если во всех поперечных сечениях всех ее элементов фактические напряжения меньше предела прочности материала.

Поэтому необходимо, чтобы наибольшие напряжения, полученные в результате расчета конструкции (*расчетные*

напряжения), не превышали некоторой величины, меньшей предела прочности, называемой *допускаемым напряжением*. Значение допускаемого напряжения устанавливается путем деления предела прочности на величину, большую единицы, называемую *коэффициентом запаса*. В соответствии с изложенным *условие прочности* конструкции, выполненной из *хрупкого* материала, выражается в виде:

$$\sigma_p \leq [\sigma_p]; \sigma_c \leq [\sigma_c],$$

где  $\sigma_p$  и  $\sigma_c$  – наибольшие расчетные растягивающие и сжимающие напряжения в конструкции;  $[\sigma_p]$  и  $[\sigma_c]$  – допускаемые напряжения при растяжении и сжатии, соответственно. (В случае, когда решающими для прочности конструкции являются не нормальные, а касательные напряжения, условие прочности имеет вид  $\tau \leq [\tau]$ .)

*Допускаемые напряжения*  $[\sigma_p]$  и  $[\sigma_c]$  зависят от пределов прочности материала на растяжение  $\sigma_{вр}$  и сжатие  $\sigma_{вс}$  и определяются выражениями

$$[\sigma_p] = \frac{\sigma_{вр}}{[n_\sigma]}; \quad [\sigma_c] = \frac{\sigma_{вс}}{[n_\sigma]},$$

где  $[n_\sigma]$  – нормативный (требуемый) коэффициент запаса прочности по отношению к пределу прочности.

Для конструкций из пластичных материалов (у которых пределы прочности на растяжение и сжатие одинаковы) используется следующее условие прочности:

$$\sigma \leq [\sigma],$$

где  $\sigma$  – наибольшее по абсолютной величине сжимающее или растягивающее расчетное напряжение в конструкции.

Допускаемое напряжение  $[\sigma]$  для пластичных материалов определяется по формуле:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[n_T]},$$

где  $[n_T]$  – нормативный (требуемый) коэффициент запаса прочности по отношению к пределу текучести.

Расчет прочности, выполняемый с использованием условий прочности, называется расчетом по допускаемым напряжениям. Нагрузка, при которой наибольшие напряжения в конструкции равны допускаемым напряжениям, называется допускаемой.

При расчете конструкций на прочность встречаются три вида задач, различающихся формой использования условий прочности:

- а) проверка напряжений (проверочный расчет);
- б) подбор сечений (проектный расчет);
- в) определение грузоподъемности (определение допускаемой нагрузки).

При проверке напряжений площади поперечных сечений  $F$  и продольные силы  $N$  известны и расчет заключается в вычислении расчетных (фактических) напряжений  $\sigma$  в характерных сечениях элементов. Полученное при этом наибольшее напряжение сравнивают затем с допускаемым:

$$\sigma = \frac{N}{F} \leq [\sigma].$$

При подборе сечений определяют требуемые площади  $[F]$  поперечных сечений элемента (по известным продольным силам  $N$  и допускаемому напряжению  $[\sigma]$ ). Принимаемые площади сечений  $F$  должны удовлетворять условию прочности, выраженному в следующем виде:

$$F \geq [F] = \frac{N}{[\sigma]}.$$

При определении грузоподъемности по известным значениям  $F$  и допускаемому напряжению  $[\sigma]$  вычисляют допускаемые величины  $[N]$  продольных сил:  $[N] = F \cdot [\sigma]$ . По полученным значениям  $[N]$  затем определяют допускаемые величины внешних нагрузок  $[P]$ .

Более подробно об основных принципах расчета стержней на прочность при растяжении (сжатии) и о процессах, происходящих при таком виде деформации, можно ознакомиться в соответствующей литературе.

### **Пример выполнения задания**

Для заданной схемы (рис.2.2) требуется:

Построить эпюру осевых нагрузок.

Определить размер квадратного сечения стержня исходя из условий прочности.

Для выбранного размера сечения построить эпюру деформаций стержня. Принять: модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа, линейные размеры  $AB = BC = CD = DE = 1$  м.

Основные данные следующие.  
 Силы:  $P_1 = 6 \text{ кН}$ ,  $P_2 = 8 \text{ кН}$ ,  $P_3 = 10 \text{ кН}$   
 Допускаемое нормальное напряжение  $[\sigma] = 200 \text{ МПа}$ .

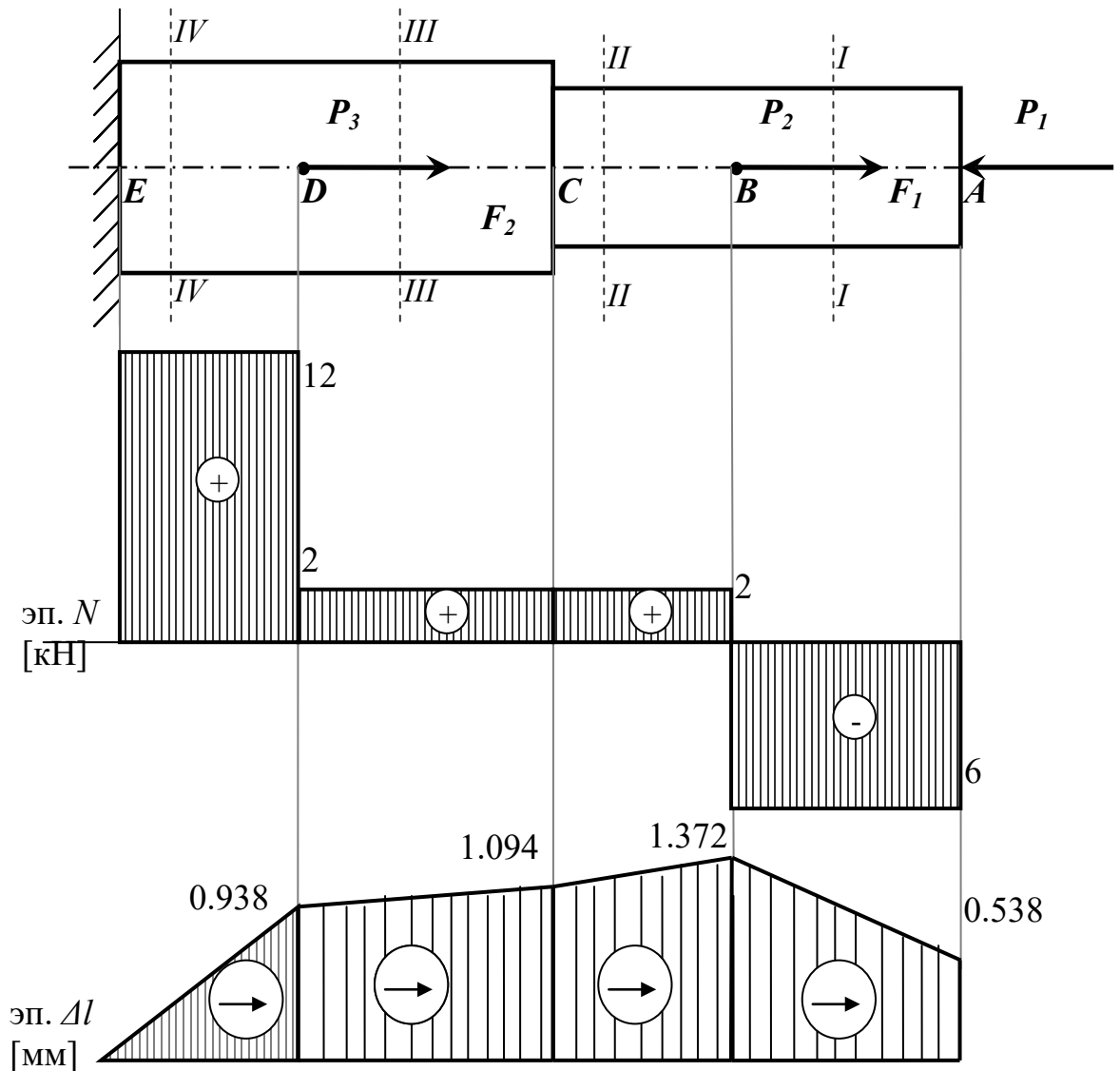


Рис. 2.2. Расчётная схема, эпюра внутренних продольных сил и эпюра перемещений сечений стержня

На рис. 2.2 обозначено:  $F_1$ ,  $F_2$  – площадь поперечного сечения ступеней бруса.

Решение.

Расставим характерные точки (сечения) – те, в которых приложены нагрузки или изменяется характер поперечного сечения (форма, размер).

В данном случае таких характерных точек 5:  $A, B, C, D, E$ . В точках  $A, B, D$  и  $E$  приложены нагрузки: соответственно сосредоточенные силы  $P_1, P_2, P_3$  и реакция заделки, вообще говоря, подлежащая определению из условия равновесия бруса.

В данном случае, когда стержень (брус) имеет опору в виде жёсткого защемления с одной стороны и является статически определимой конструкцией, продольную реакцию связи (заделки) можно не определять, если при этом начинать решение задачи с конца, наиболее удалённого от заделки и продвигаться в решении в направлении опоры.

В точке  $C$  сечение стержня согласно схеме меняет площадь поперечного сечения.

Таким образом, необходимо рассмотреть 4 характерных участка стержня, начиная с правого конца его, т.е. с точки  $A$ .

Рассмотрим характерный участок  $AB$ .

Мысленно проведём поперечное сечение стержня  $I-I$  между точками  $A$  и  $B$ , отбросим левую часть бруса, оставив в рассмотрении правую, действие отброшенной части заменив реакцией.

Направив реакцию  $N$  в сторону от сечения, т.е. считая внутреннее усилие растягивающим, получим следующую картину приложенных к ней сил (рис. 2.3).

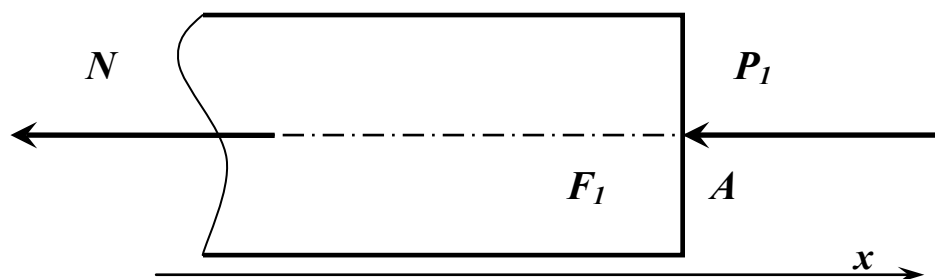


Рис. 2.3. Баланс сил, действующих в сечении  $I-I$  стержня

Из условия равновесия (равенство проекций сил на ось  $x$ , получим:

$$N = -P_1 = -6 \text{ кН},$$

т.е. внутренняя продольная сила в сечении  $I-I$  является не растягивающей, а сжимающей.

Для определения знака внутренней силы при растяжении (сжатии) стержня можно пользоваться правилом: если приложенная



к брусу внешняя продольная нагрузка направлена в сторону его сжатия, то внутренняя сила также будет сжимающей и иметь знак «-».

Не сложно установить, что значение внутренней силы  $N$  неизменно на всём участке  $AB$ .

Выбирая масштаб, строим соответствующий участок эпюры продольных сил (в размерности кН), сила  $N$  на участке  $AB$  постоянна.

Далее рассмотрим участок  $BC$ .

Проведем сечение  $II-II$  в произвольном месте между точками  $B$  и  $C$ . Отбросим левую часть, её действие заменим реакцией, направим реакцию в сторону от сечения, считая её растягивающей силой.

Получим баланс сил, показанный на рис. 2.4.

Из условия равновесия имеем:

$$N = -P_1 + P_2 = -6 + 8 = 2 \text{ кН},$$

т.е. внутренняя продольная сила в сечении  $II-II$  является растягивающей.

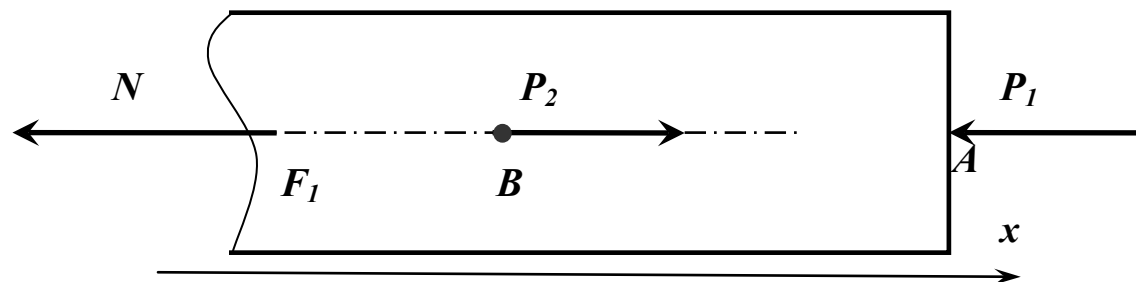


Рис. 2.4. Баланс сил, действующих в сечении  $II-II$  стержня

Строим соответствующий участок эпюры продольных сил, сила  $N$  на участке  $BC$  постоянна.

Аналогично рассматриваем остальные участки стержня, проводя сечения  $III-III$  и  $IV-IV$  соответственно и вновь отбрасывая левую часть бруса.

Участок  $CD$ :

$$N = -P_1 + P_2 = -6 + 8 = 2 \text{ кН}$$

Участок  $DE$ :

$$N = -P_1 + P_2 + P_3 = -6 + 8 + 10 = 12 \text{ кН}$$

Строим соответствующие участки эпюры продольных сил.

Условие прочности при растяжении (сжатии) стержня имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N}{A} \right|_{\max} \leq [\sigma], \quad (2.1)$$

где  $\sigma_{\max}$  – наибольшее по модулю нормальное напряжение на соответствующей ступени стержня,  $N$  – продольное усилие в сечении стержня,  $A$  – площадь поперечного сечения соответствующей ступени бруса,  $[\sigma]$  – допускаемое нормальное напряжение, зависящее от материала стержня.

Поскольку поперечные сечения стержня квадратные, то сторона квадрата  $h$  определится как:  $h = \sqrt{A}$ .

В данном случае брус имеет две ступени, соответственно необходимо рассмотреть условия равновесия (2.1) для каждой из ступеней.

Для ступени 1:

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N_{II}}{F_1} \right|_{\max} \leq [\sigma],$$

где  $N_{II}$  – продольная внутренняя сила в сечении  $II$  (наибольшая по модулю для участка  $AC$ ),  $F_1$  – площадь поперечного сечения ступени 1

Тогда размер сечения для ступени 1 определится из выражения:

$$h_1 \geq \sqrt{\frac{N_{II}}{[\sigma]}} \quad (2.2)$$

Для ступени 2:

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N_{IV}}{F_2} \right|_{\max} \leq [\sigma],$$

где  $N_{IV}$  – продольная внутренняя сила в сечении  $IV$  (наибольшая по модулю для участка  $CE$ ),  $F_2$  – площадь поперечного сечения ступени 2

Тогда размер сечения для ступени 2 определится из выражения:

$$h_2 \geq \sqrt{\frac{N_{IV}}{[\sigma]}} \quad (2.3)$$

Подставляя числовые данные в выражения (2.2) и (2.3), определим размеры поперечных сечений стержня, при которых прочность бруса будет обеспеченной.

$$h_1 \geq \sqrt{\frac{6 \cdot 10^3 \text{ Н}}{200 \cdot 10^6 \text{ Па}}} = 0,0055 \text{ (м)} \text{ или } 6 \text{ мм}$$

$$h_2 \geq \sqrt{\frac{12 \cdot 10^3 \text{ Н}}{200 \cdot 10^6 \text{ Па}}} = 0,0077 \text{ (м)} \text{ или } 8 \text{ мм}$$

Теперь определим деформацию характерных сечений стержня. Деформация участка стержня с неизменными площадью и модулем упругостью определяется по формуле:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot F} \quad (2.4)$$

где  $N$  – продольная сила, действующая на данном участке (алгебраическое её значение), Н

$l$  – длина участка, м

$E$  – модуль упругости материала стержня, Па

$F$  – площадь поперечного сечения стержня на данном участке, м<sup>2</sup>.

Определение деформаций стержня начнем с точки  $E$ , т.к. жесткая заделка препятствует перемещению стержня вдоль продольной оси, т.е. точка  $E$  не изменит своего положения под действием приложенных сил.

Следовательно,  $\Delta l_E = 0$

Найдем перемещение точки  $D$  относительно точки  $E$  по формуле (2.4).

Для данного участка  $N = N_{IV} = 12$  кН (см. эпюру  $N$ ), а площадь поперечного сечения равна  $F_2 = h_2^2$

$$\text{Получим } \Delta l_{DE} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 0.008^2} = 0.0009375 \text{ м} = 0,9375 \text{ мм},$$

$$\text{тогда } \Delta l_D = \Delta l_E + \Delta l_{DE} = 0 + 0,9375 = 0,9375 \text{ мм}$$

Аналогично найдем перемещения остальных характерных точек.

$$\Delta l_{CD} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 0.008^2} = 0.0001563 \text{ м} = 0,1563 \text{ мм},$$

$$\text{тогда } \Delta l_C = \Delta l_D + \Delta l_{CD} = 0,9375 + 0,1563 = 1,0938 \text{ мм}$$

Для участка  $CA$  размер поперечного сечения равен  $h_1$ , и это необходимо учитывать в расчетах.

$$\Delta l_{CB} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 0.006^2} = 0.000278 \text{ м} = 0,278 \text{ мм},$$

$$\text{тогда } \Delta l_B = \Delta l_C + \Delta l_{CB} = 1.0938 + 0.278 = 1,3716 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{AB} = \frac{-6 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 0.006^2} = -0.000834 \text{ м} = -0,834 \text{ мм},$$

(знак «-» соответствует знаку для силы по эпюре  $N$  на данном участке).

$$\text{тогда } \Delta l_A = \Delta l_B + \Delta l_{AB} = 1.3716 - 0.834 = 0,5376 \text{ мм}$$

Таким образом, общее удлинение стержня составляет 0,538 мм. Эпюра деформаций показана на рисунке 2.4.

### Контрольные вопросы

1. Что такое растяжение (сжатие) стержня
2. Как определяются внутренние силы?
3. Условие прочности при растяжении
4. Как определяются деформации стержня при растяжении?

### 3 Расчёт валов мехатронных модулей на кручение

#### Общие теоретические сведения

*Кручением* называется такой вид деформации, при котором в поперечных сечениях действует только крутящий момент, а остальные силовые факторы отсутствуют.

Вращающиеся и работающие на кручение стержни называются *валами*.

Для определения значений крутящих моментов по длине вала строится эпюра крутящих моментов. Знак «плюс» у крутящего момента выбирается в том случае, если наблюдатель смотрит на поперечное сечение со стороны внешней нормали и видит момент направленным по часовой стрелке. В противном случае момент считается отрицательным.

При кручении стержня происходит поворот одного сечения относительно другого на некоторый угол  $\varphi$ , называемый *углом закручивания* (рис. 3.1, 3.2, а).

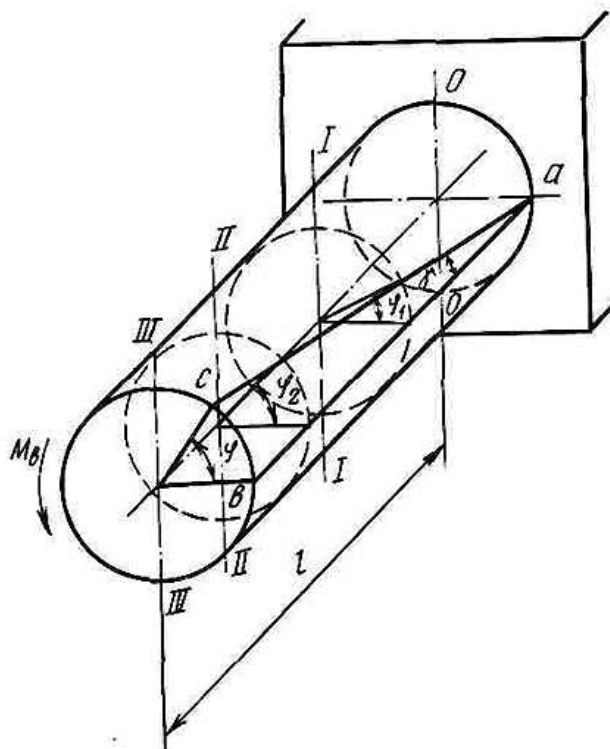


Рис. 3.1. Схема деформации вала при кручении

*Относительным углом закручивания* называется отношение угла закручивания на единицу длины стержня

$$\Theta = d\varphi/dx.$$

В поперечных сечениях стержня возникают касательные напряжения, различные в разных точках поперечного сечения, значение которых пропорционально расстоянию от точки до центра сечения (рис. 3.2, б)

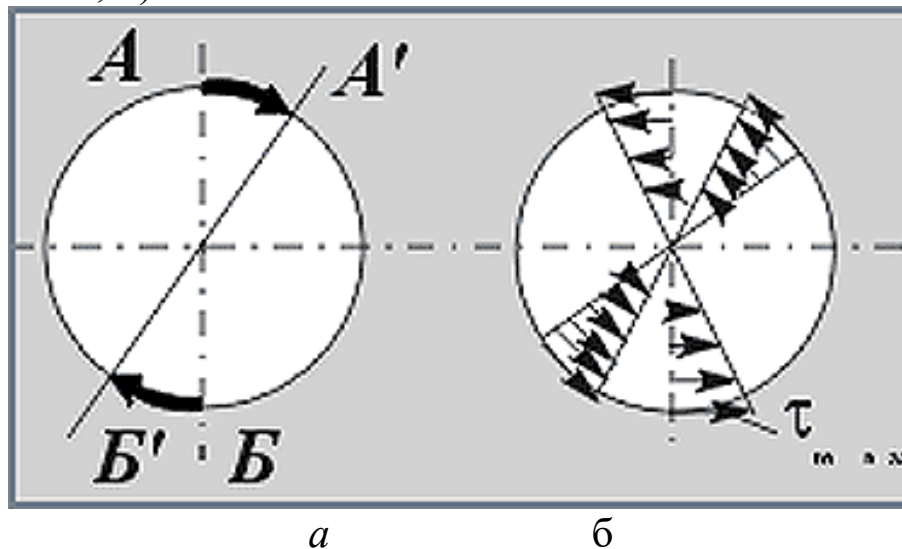


Рис. 3.2. Касательные напряжения и деформации при кручении:

а – поворот сечений при кручении; б – эпюра касательных напряжений по сечению

Наибольшее касательное напряжение  $\tau$  в сечении определяется по формуле:

$$\tau = T/W_p, \quad (3.1)$$

где  $T$  – крутящий момент в сечении,  $W_p$  – полярный момент сопротивления или момент сопротивления при кручении (геометрическая характеристика);  $W_p = 0,2d^3$  – для круглого сплошного сечения.

Условие прочности при кручении имеет вид:

$$\tau_{\max} = \frac{|T_{\max}|}{W_p} \leq [\tau], \quad (3.2)$$

где  $\tau_{\max}$  – максимальное касательное напряжение в сечении вала,  $T_{\max}$  – наибольший по модулю крутящий момент по длине вала,  $[\tau]$  – допускаемое касательное напряжение материала вала.

При известном значении крутящего момента в сечении и заданном материале вала можно подобрать диаметр вала сплошного сечения:

$$d = 1,72 \sqrt[3]{\frac{T}{[\tau]}}. \quad (3.3)$$

На работоспособность элементов конструкций существенное влияние оказывает их жесткость – способность сопротивляться деформированию. Для валов ее оценивают путем сопоставления расчетных абсолютных или относительных углов закручивания и допускаемых:

$$\varphi \leq [\varphi].$$

Условие жесткости вала имеет вид

$$\varphi = \frac{Tl}{GI_p} \leq [\varphi], \quad (3.4)$$

где  $l$  – длина вала;

$G$  – модуль упругости 2 рода (механическая характеристика материала);

$I_p$  – полярный момент инерции поперечного сечения; для круглого сечения  $I_p = 0,1d^4$

или:

$$\Theta_{\max} = \frac{T_{\max}}{GI_p} \leq [\Theta], \quad (3.5)$$

Более подробно об основных принципах расчета стержней на прочность при кручении и о процессах, происходящих при таком виде деформации, можно ознакомиться в соответствующей литературе.

### Пример выполнения задания

К стальному ступенчатому валу, имеющему сплошное поперечное сечение, приложены четыре момента (рис. 3.3). Левый конец вала жёстко закреплен в опоре, а правый конец – свободен и его торец имеет угловые перемещения относительно левого конца. Требуется:

1) построить эпюру крутящих моментов по длине вала;

2) при заданном значении допускаемого напряжения на кручение определить диаметры  $d_1$  и  $d_2$  вала из расчёта на прочность, полученные значения округлить;

3) построить эпюру действительных напряжений кручения по длине вала.

Дано:

$$T_1 = 5,9 \text{ кН}\cdot\text{м} \quad T_2 = 2,9 \text{ кН}\cdot\text{м} \quad T_3 = 1,9 \text{ кН}\cdot\text{м} \quad T_4 = 0,9 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$[\tau] = 50 \text{ МПа}$$

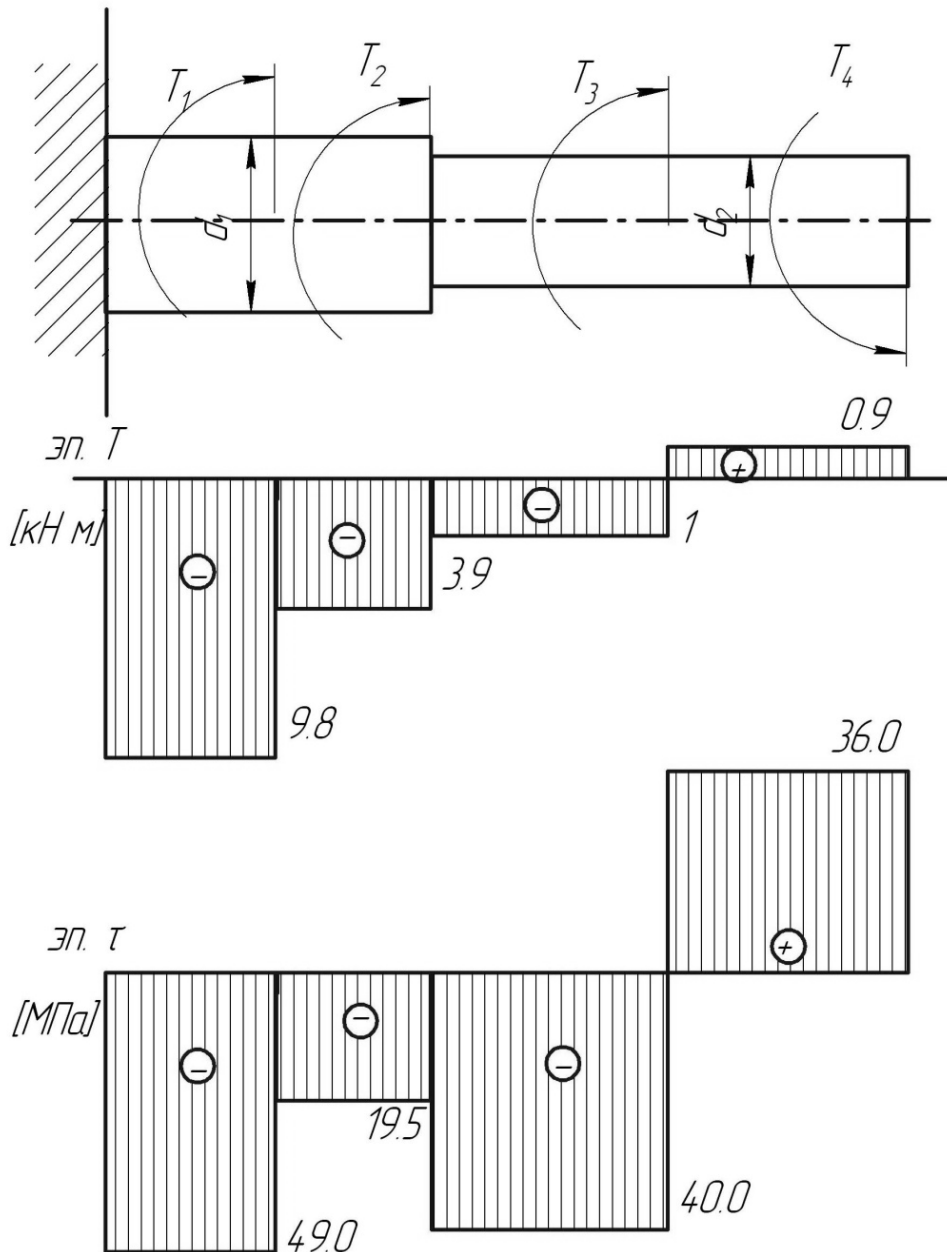


Рис. 3.3. Расчётная схема вала и эпюры крутящих моментов и касательных напряжений

Решение.



Реактивный момент в заделке можно не определять, если при этом начинать решать задачу со свободного конца, двигаясь справа налево.

Рассмотрим 4 характерных участка.

Используем метод сечений.

Участок I (1-2):

Проведем сечение между точками 1 и 2, отбросим левую часть вала, оставим в рассмотрении правую, действие отброшенной части заменим реактивным крутящим моментом. Уравновесив вырезанный участок бруса, получим:

$$T = T_4 = 0,9 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Аналогично рассмотрим остальные участки.

Участок II (2-3)

$$T = T_4 - T_3 = 0,9 - 1,9 = -1 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Участок III (3-4)

$$T = T_4 - T_3 - T_2 = 0,9 - 1,9 - 2,9 = -3,9 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Участок IV (4-5)

$$T = T_4 - T_3 - T_2 - T_1 = 0,9 - 1,9 - 2,9 - 5,9 = -9,8 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

По полученным данным строим эпюру крутящих моментов, соответствующие участки прямолинейны.

Диаметры соответствующих участков вала определим исходя из условия прочности (3.2).

где  $[\tau] = 50 \text{ МПа}$  – допускаемое касательное напряжение;

$T_{max}$  – максимальный по модулю крутящий момент соответствующий участку вала;

Тогда получим

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{T_{4-5}}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{9,8 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 50 \cdot 10^6}} = 0,099 \text{ м}$$

Округлив, принимаем стандартное значение  $d_1 = 100 \text{ мм}$

$$d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{T_{2-3}}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{1 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 50 \cdot 10^6}} = 0,046 \text{ м}$$

Округлив, принимаем значение  $d_2 = 50 \text{ мм}$

Действительное напряжение кручения в сечении определим по формуле (3.1):

Получим для каждого участка:

$$\tau_{1-2} = \frac{T_{1-2}}{0.2d_2^3} = \frac{0.9 \cdot 10^3}{0.2 \cdot 0.050^3} = 36 \cdot 10^6 \text{ Па} = 36,0 \text{ МПа}$$

$$\tau_{2-3} = \frac{T_{2-3}}{0.2d_2^3} = \frac{-1 \cdot 10^3}{0.2 \cdot 0.050^3} = -40 \cdot 10^6 \text{ Па} = -40,0 \text{ МПа}$$

$$\tau_{3-4} = \frac{T_{3-4}}{0.2d_1^3} = \frac{-3.9 \cdot 10^3}{0.2 \cdot 0.1^3} = -19.5 \cdot 10^6 \text{ Па} = -19.5 \text{ МПа}$$

$$\tau_{4-5} = \frac{T_{4-5}}{0.2d_1^3} = \frac{-9.8 \cdot 10^3}{0.2 \cdot 0.1^3} = -49 \cdot 10^6 \text{ Па} = -49,0 \text{ МПа}$$

Строим эпюру касательных напряжений (рис. 3.3).

Из анализа эпюры касательных напряжений следует, что наименьший коэффициент запаса имеют поперечные сечения на участках 2 и 4.

### Контрольные вопросы

1. Что такое кручение стержня ?
2. Как определяются внутренние моменты?
3. Условие прочности при кручении
4. Касательные напряжения

## 4 Расчет консольной балки на поперечный изгиб

### Общие теоретические сведения

Под *изгибом* понимается такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях бруса возникают изгибающие моменты. Если изгибающий момент в сечении является единственным силовым фактором, а поперечные и нормальная силы отсутствуют, изгиб называется *чистым*. Большей частью, однако, в поперечных сечениях бруса наряду с изгибающими моментами возникают также и поперечные силы. В этом случае изгиб называют *поперечным*. Классификация видов изгиба производится и по другим признакам, некоторые из которых будут рассмотрены в дальнейшем. Брус (стержень), работающий в основном на изгиб, часто называют *балкой*.

Деформации изгиба весьма характерны для таких элементов мехатронных и робототехнических систем, как руки манипулятора, направляющие, валы и т.п.

Для того чтобы правильно ориентироваться в вопросах, связанных с расчетом бруса на изгиб, необходимо, прежде всего, научиться определять законы изменения внутренних силовых факторов, т.е. научиться строить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

Для нахождения внутренних силовых факторов используется метод сечений, при котором стержень мысленно разрезается на две части и рассматривается равновесие какой-то одной части.

При оценке прочностной надежности стержня следует установить сечения, в которых внутренние силовые факторы максимальны. Для этого строятся эпюры поперечных сил и изгибающих моментов вдоль центральной оси стержня.

Во всех случаях поперечная сила для прямого бруса равна сумме проекций на плоскость сечения всех внешних сил, лежащих по одну сторону от сечения. Отсюда устанавливается *правило знаков для поперечных сил*. Если сумма внешних сил, лежащих по левую сторону от сечения, дает равнодействующую, направленную вверх, то поперечная сила в сечении считается *положительной* (рис. 4.1, а), вниз – *отрицательной* (рис.4.1, б). Справа вниз – знак "плюс", справа вверх – знак "минус". Иначе: если равнодействующая

внешних сил «закручивает» элемент балки относительно точки разреза по часовой стрелке, то внутренняя поперечная сила считается *положительной*, если наоборот - *отрицательной*.

Изгибающий момент в сечении может рассматриваться как сумма моментов относительно поперечной оси сечения всех сил, расположенных по одну сторону от этого сечения. Эпюра моментов строится на оси бруса и ордината момента откладывается в сторону вогнутости упругой линии, т.е., как говорят, эпюра моментов строится на сжатом волокне.

Момент считается *положительным*, если изгибает стержень выпуклостью вниз (рис. 4.1, в), *отрицательным* – выпуклостью вверх (рис. 4.1, г).

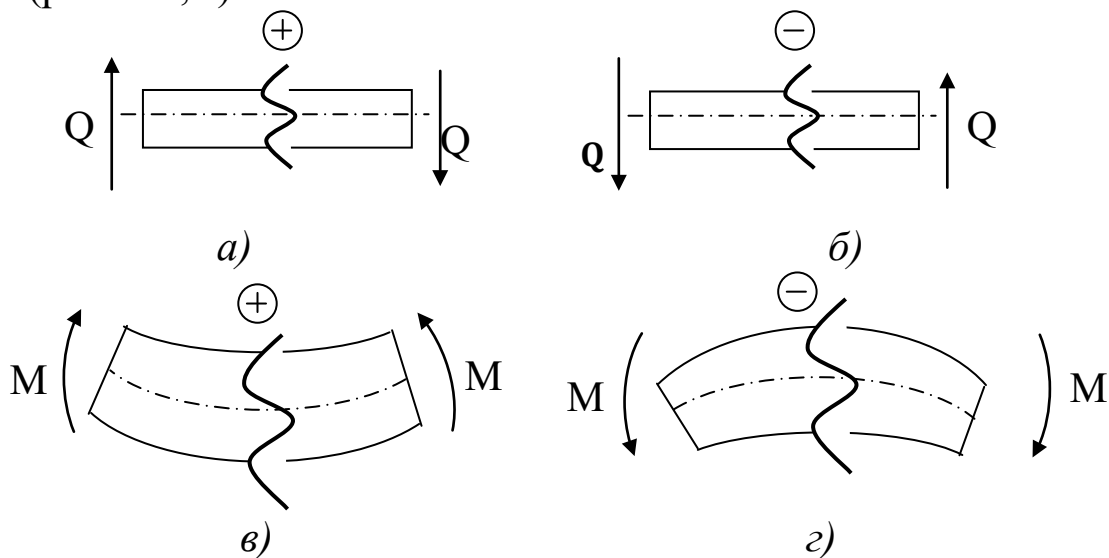


Рис.4.1. Правило знаков при изгибе:

а – поперечная сила положительна; б – поперечная сила отрицательна; в – изгибающий момент положительный; г – изгибающий момент отрицательный

### Основные свойства эпюры поперечной силы $Q$ .

На участках балки, где нет распределенной нагрузки, эпюра ограничивается прямой линией, параллельной оси балки.

На участках, где имеется распределенная нагрузка, эпюра ограничивается прямой линией, наклонной к оси. В случае неравномерно распределенной нагрузки (треугольной, произвольной и т.д.) эпюра ограничивается параболой.

Там, где приложена сосредоточенная нагрузка, на эпюре наблюдается скачок на величину и по направлению силы.

## Основные свойства эпюры изгибающего момента $M$ .

На участках балки, где нет распределенной нагрузки, эпюра ограничивается прямой линией (параллельной или наклонной к оси).

На участках балки, где имеется равномерно распределенная нагрузка, эпюра изгибающего момента ограничивается кривой – параболой второго порядка, выпуклостью навстречу нагрузке. В случае неравномерно распределенной нагрузки, эпюра ограничивается кривыми более высокого порядка.

В сечении, где приложена сосредоточенная пара сил, на эпюре наблюдается скачок на величину и по направлению знака момента пары. В сечении, где приложена сосредоточенная сила, на эпюре изгибающего момента будет излом.

Там, где поперечная сила равна нулю, на эпюре  $M$  будет экстремум.

Для установления связи между изгибающим моментом и поперечной силой очень часто используется теорема Журавского.

Поперечная сила представляет собой *производную* от изгибающего момента по длине бруса. Производная же от поперечной силы дает интенсивность внешней распределенной нагрузки  $q$ .

$$\frac{dQ}{dz} = q; \quad \frac{dM}{dz} = Q. \quad (4.1)$$

С помощью данных дифференциальных зависимостей проверяют правильность построения эпюр.

Более подробно об основных принципах расчета балок на прочность при изгибе и о процессах, происходящих при таком виде деформации, можно ознакомиться в соответствующей литературе.

## Пример расчёта консольной балки на изгиб

Для заданной схемы консольной балки (рис. 4.2) требуется написать выражения для поперечных сил  $Q$  и изгибающего момента  $M$  на каждом участке, построить эпюры  $Q$  и  $M$ , найти  $M_{max}$  подобрать деревянную балку круглого поперечного сечения, удовлетворяющей условиям прочности.

Дано:  $a = 3$  м;  $b = 4$  м;  $c = 2$  м;  $M_1 = 8$  Н·м;  $M_2 = 6$  Н·м;  $P_1 = 11$  Н;  $P_2 = 7$  Н;  $q_1 = 3$  Н/м;  $q_2 = 5$  Н/м  $[\sigma] = 180$  МПа.

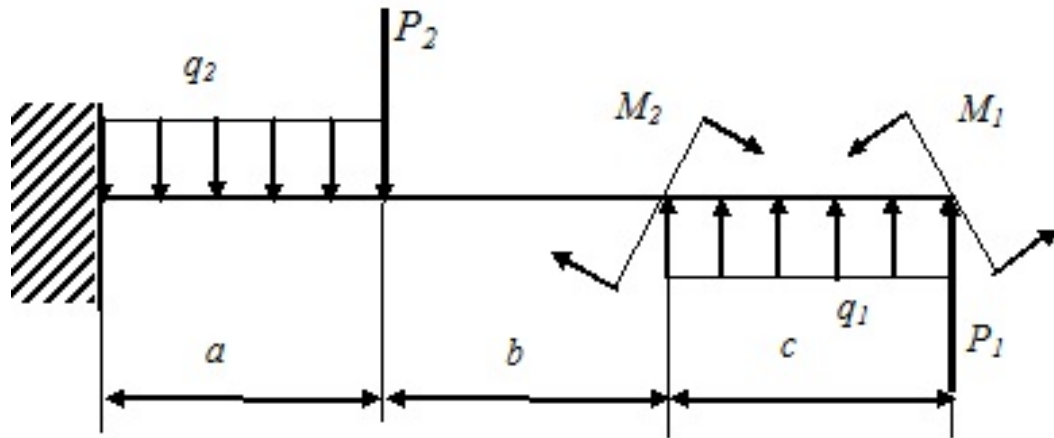


Рис.4.2. Схема консольной балки

Решение.

Для данной схемы консольной балки реакции в заделке можно не определять, если при этом начинать решение задачи с наиболее удалённого от заделки конца.

Расставим характерные точки (рис.4.3):  $A$  – точка приложения сосредоточенной силы  $P_1$ , сосредоточенного момента пары сил  $M_1$ , начало распределённой нагрузки  $q_1$ ,  $B$  – точка приложения сосредоточенного момента пары сил  $M_2$ , конец распределённой нагрузки  $q_1$ ,  $C$  – точка приложения сосредоточенной силы  $P_2$ , начало распределённой нагрузки  $q_2$ ,  $D$  – конец распределённой нагрузки  $q_2$ , конечная точка (заделка).

Таким образом, необходимо рассмотреть 3 характерных участка, начиная с правого конца балки.

Используем метод сечений.

Рассмотрим участок  $AB$ .

Проведем сечение  $I-I$  в произвольном месте балки между точками  $A$  и  $B$ , зададим положение сечения координатой  $x_1$ , отсчитываемой от правого конца балки, отбросим левую часть балки, оставив в рассмотрении правую от сечения часть, а действие отброшенной части заменим реакцией.

В случае плоского изгиба возникают два внутренних силовых фактора: поперечная сила  $Q$  и изгибающий момент  $M$ .

Вычисляем значения  $Q$  на участке  $AB$ :

$$x_1 \in [0; c];$$

$$Q(x_1) = -P_1 - q_1 \cdot x_1;$$

$$Q(x_1) = -11 - 3x_1;$$

Определим значение поперечной силы в крайних точках участка  $AB$ ; при этом, поскольку сечение проводили в

произвольном месте на участке  $AB$ , необходимо рассмотреть всю совокупность возможных положений сечений, т.е.

$$Q(x_1 = 0) = -P = -11 \text{ Н};$$

$$Q(x_1 = c = 2) = -P_1 - q_1 \cdot 2 = -17 \text{ Н};$$

Вычисляем значение  $M$  на участке  $AB$ :

$$M(x_1) = M_1 + P_1 \cdot x_1 + q_1 \cdot x_1 \frac{x_1}{2};$$

$$M(x_1) = 8 + 11 \cdot x_1 + 3 \cdot x_1 \frac{x_1}{2};$$

Изгибающий момент на участке  $AB$  определяется квадратичной зависимостью.

График изгибающего момента на участке  $AB$  можно построить по 3 точкам, используя основные свойства эпюр  $Q$  и  $M$ : на данном участке эпюра изгибающего момента представляет собой параболу, выпуклостью направленной к распределённой нагрузке.

$$M(x_1 = 0) = 8 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M(x_1 = 1) = 20,5 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M(x_1 = 2) = 36 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Проверка:

$$\frac{dM(x_1)}{dx_1} = P_1 + q_1 \cdot x_1;$$

$$\frac{dM(x_1)}{dx_1} = Q(x_1);$$

Далее аналогично рассмотрим остальные участки.

Участок  $BC$ .

Проводим сечение  $II-II$ , на расстоянии  $x_2$  от правого края балки, отбрасываем правую часть, заменив её действие реакцией.

При этом  $(c + b) \geq x_2 \geq c$

Запишем уравнения для поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$  для данного сечения.

$$Q(x_2) = -P_1 - q_1 \cdot c = -11 - 3 \cdot 2 = -17 \text{ Н}.$$

Т.е. на участке  $BC$  значение силы  $Q$  не зависит от положения сечения.

Изгибающий момент:

$$M(x_2) = M_1 + P_1 \cdot x_2 + q_1 \cdot c \cdot \left(x_2 - \frac{c}{2}\right) - M_2;$$

$$M(x_2) = 8 + 11x_2 + 6 \cdot (x_2 - 1) - 6 = 17x_2 - 4,$$

линейно зависит от координаты поперечного сечения.

$$M(x_2 = 2) = 30 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M(x_2 = 6) = 98 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Участок  $CD$ .

Проводим сечение  $III-III$ , на расстоянии  $x_3$  от правого края балки, отбрасываем правую часть, заменив её действие реакцией.

$$\text{При этом} \quad (c + b + a) \geq x_2 \geq (c + b)$$

Запишем уравнения для поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$  для данного сечения.

$$Q(x_3) = -P_1 - q_1 \cdot c + P_2 + q_2 \cdot (x_3 - c - b)$$

$$Q(x_3) = -11 - 3 \cdot 2 + 7 + 5 \cdot (x_3 - 6) = 5x_3 - 40.$$

На участке  $BC$  значение силы  $Q$  зависит от положения сечения.

$$Q(x_3 = 6) = -10 \text{ Н.}$$

$$Q(x_3 = 9) = 5 \text{ Н.}$$

Эпюра поперечных сил представляет собой наклонную прямую, пересекающую нулевую линию. Определим эту точку:

$$Q(x_3) = 0; \text{ при } x_3 = \frac{40}{5} = 8 \text{ м.}$$

Изгибающий момент:

$$M(x_3) = M_1 + P_1 \cdot x_3 + q_1 \cdot c \cdot \left(x_3 - \frac{c}{2}\right) - M_2 - \\ - P_2(x_3 - c - b) - q_2 \cdot (x_3 - c - b) \cdot \frac{(x_3 - c - b)}{2};$$

$$M(x_3) = 8 + 11x_3 + 6(x_3 - 1) - 6 - 7(x_3 - 6) - 5 \frac{(x_3 - 6)^2}{2} = \\ = 38 + 10x_3 - 2,5(x_3 - 6)^2 = -2,5x_3^2 + 40x_3 - 52$$

на данном участке эпюра изгибающего момента представляет собой параболу, выпуклостью направленной к распределённой нагрузке.

$$M(x_3 = 6) = 98 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M(x_3 = 9) = 105,5 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Экстремум функции  $M$  на данном участке возникает в момент пересечения эпюры  $Q$  нулевой линии, т.е. при  $x_3 = 8$ :

$$M(x_3 = 8) = 108 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

По найденным значениям строим эпюры  $Q$  и  $M$  (рис.6.3).

Проверяем построение в соответствии с основными свойствами эпюр (рис.4.3):

- на участке  $AB$  и  $CD$ , где приложена распределённая нагрузка, эпюра  $Q$  имеет линейную зависимость, эпюра  $M$  – парабола, направленная выпуклостью к нагрузке;



- на участке  $BC$  нет распределенной нагрузки, эпюра  $Q$  – прямая, параллельная нулевой линии, эпюра  $M$  – линейная зависимость;

- в точке  $A$  и  $B$  приложен сосредоточенный изгибающий момент, на эпюре  $Q$  без изменений, на эпюре  $M$  – скачок на величину и по знаку приложенного момента;

- в точке  $A$  и  $C$  приложена сосредоточенная сила, на эпюре  $Q$  скачок по величине и знаку данной силы, на эпюре  $M$  – перегиб графика (изменение угла наклона).

Подбор сечения. Для балки постоянного сечения опасным является сечение, для которого коэффициент запаса прочности наименьший, т.е. сечение, в котором действует максимальный по абсолютному значению изгибающий момент. В нашем случае это место находится на расстоянии 8 м от свободного конца балки и  $M_{max} = 108 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

Условие изгибной прочности балки записывается выражением:

$$\sigma_{max} = \frac{|M_{max}|}{W} \leq [\sigma] \quad (4.2)$$

где  $M_{max}$  – максимальный изгибающий момент (в опасном сечении),  $\text{Н}\cdot\text{м}$ ;  $W$  – осевой момент сопротивления поперечного сечения балки,  $\text{м}^3$ , для круглого сечения  $W = 0,1d^3$  ( $d$  – диаметр балки, м);  $[\sigma]$  – допускаемое нормальное напряжение, Па.

Тогда из формулы (13.2) выразим диаметр круглого сечения:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10|M_{max}|}{[\sigma]}} \quad (4.3)$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 108}{180 \cdot 10^6}} = 0,0184 \text{ м.}$$

Принимаем  $d = 19 \text{ мм}$ .

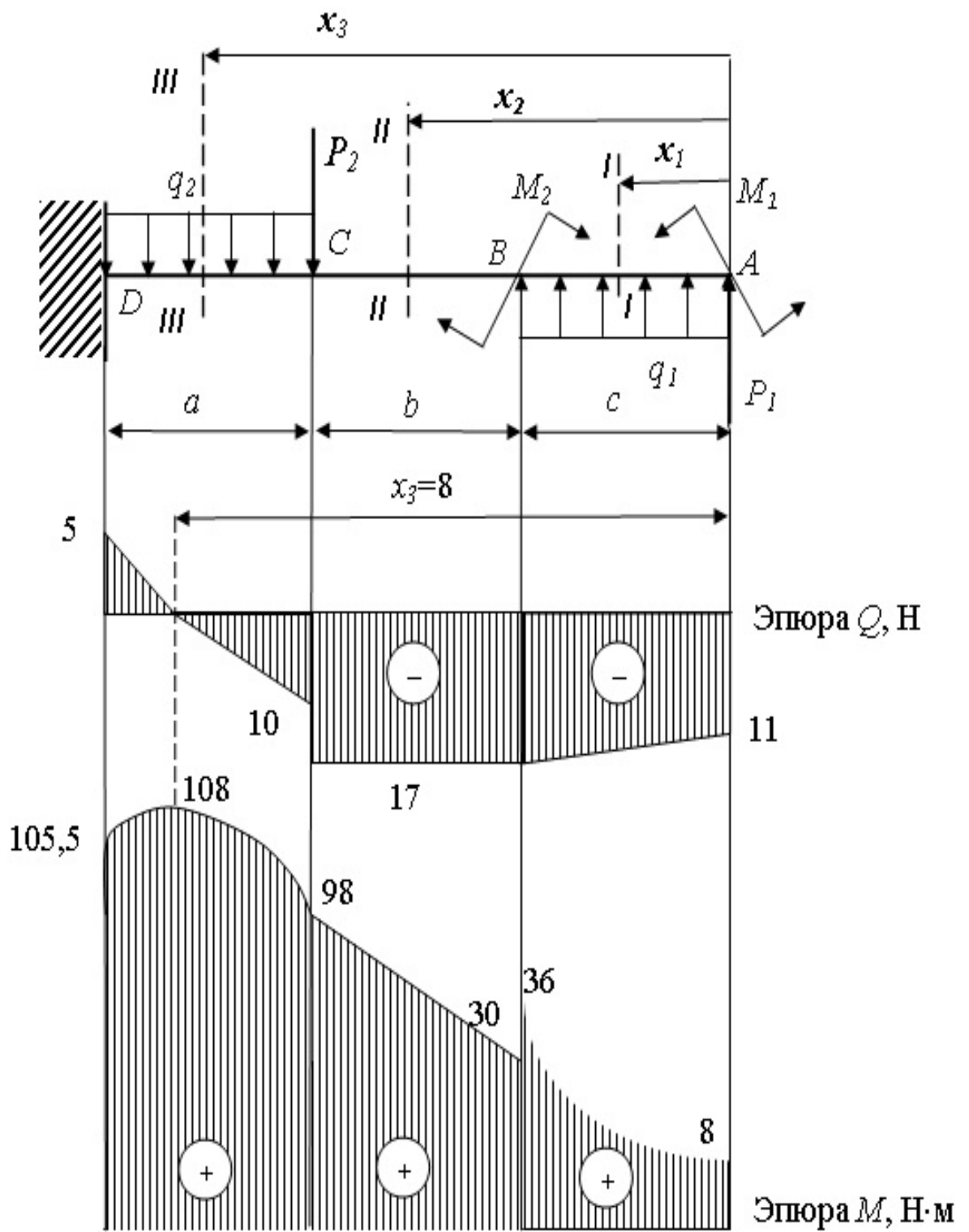


Рис.4.3. Расчётная схема и эюры

## Контрольные вопросы

1. Как определяются внешние силы, действующие на балку?
2. Что такое изгиб стержня?
3. Правила знаков для построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.
4. Какой внутренний силовой фактор влияет на прочность при изгибе?
5. Как определяются внутренние силы и моменты при изгибе?
6. Условие прочности при изгибе

## 5 Расчет двухопорной балки на поперечный изгиб

### Общие теоретические сведения

Основные сведения о расчете балок на поперечный изгиб приведены в п.4.

Способы определения опорных реакций рассматриваются в теоретической механике.

Более подробно об основных принципах расчета балок на прочность при изгибе и о процессах, происходящих при таком виде деформации, можно ознакомиться в соответствующей литературе.

#### Пример расчёта однопролётной балки на плоский изгиб

Для двухопорной однопролётной балки (рис.5.1) требуется написать выражения для  $Q$  и  $M$  на каждом участке в общем виде, построить эпюры  $Q$  и  $M$ , найти  $M_{max}$  и подобрать двутавровое сечение балки.

Дано:  $a = 3\text{ м}$ ;  $b = 4,2\text{ м}$ ;  $c = 2,3\text{ м}$ ;  $l = 12,5\text{ м}$ ;  $M = 8\text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $P = 11\text{ кН}$ ;  $q = 13\text{ кН/м}$ ;  $[\sigma] = 160\text{ МПа}$

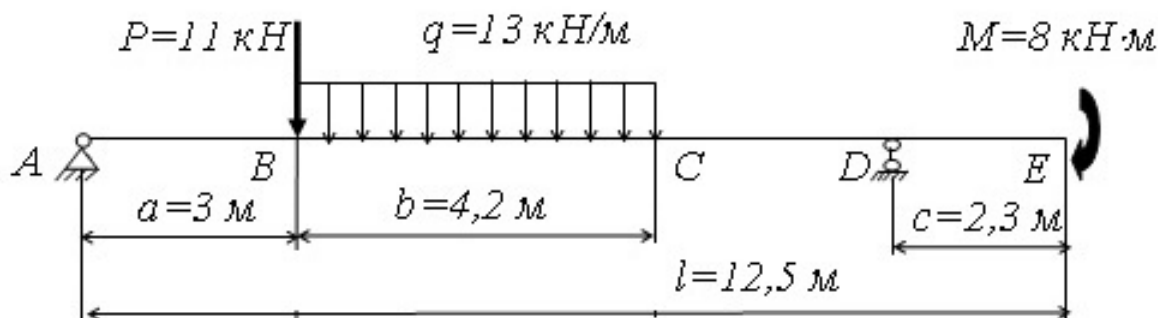


Рис. 5.1 Расчетная схема балки

Решение.

Покажем и вычислим реакции опор:

$$\sum m_A = 0;$$

$$R_D(a + b + d) - Pa - qb\left(a + \frac{b}{2}\right) - M = 0;$$

$$R_D(3 + 4,2 + 3) - 11 \cdot 3 - 13 \cdot 4,2 \cdot 5,1 - 8 = 0;$$

$$R_D = 31,32\text{ кН.}$$

$$\sum m_D = 0;$$

$$R_A(a + b + d) - P(b + d) - qb \left( d + \frac{b}{2} \right) + M = 0;$$

$$R_A(3 + 4,2 + 3) - 11 \cdot (4,2 + 3) - 13 \cdot 4,2 \cdot 5,1 + 8 = 0;$$

$$R_A = 34,28 \text{ кН.}$$

Проверка определения реакций опор:

$$\sum y = 0;$$

$$R_A - P - qb + R_D = 0;$$

$$34,28 - 11 - 13 \cdot 4,2 + 31,32 = 65,6 - 65,6 = 0$$

Реакции опор найдены верно.

Вычисляем значения  $Q$  и  $M$  на участках.

Участок  $AB$ :  $x_1 \in [0; 3]$ ;

$$Q(x_1) = R_A;$$

$$Q(x_1) = 34,28 \text{ кН};$$

$$M(x_1) = R_A \cdot x_1;$$

$$M(x_1) = 34,28 x_1;$$

$$M(0) = 0;$$

$$M(3) = 102,84 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Проверка:

$$\frac{dM(x_1)}{dx_1} = R_A;$$

$$\frac{dM(x_1)}{dx_1} = Q(x_1);$$

Участок  $BC$ :  $x_2 \in [0; 4,2]$ ;

$$Q(x_2) = R_A - P - qx_2;$$

$$Q(x_2) = 34,28 - 11 - 13x_2;$$

$$Q(0) = 23,28 \text{ кН};$$

$$Q(4,2) = -31,32 \text{ кН};$$

$$Q(x_2) = 0 \text{ при } x_2 = \frac{34,28 - 11}{13} = 1,79 \text{ м};$$

$$M(x_2) = R_A(a + x_2) - Px_2 - qx_2 \frac{x_2}{2};$$

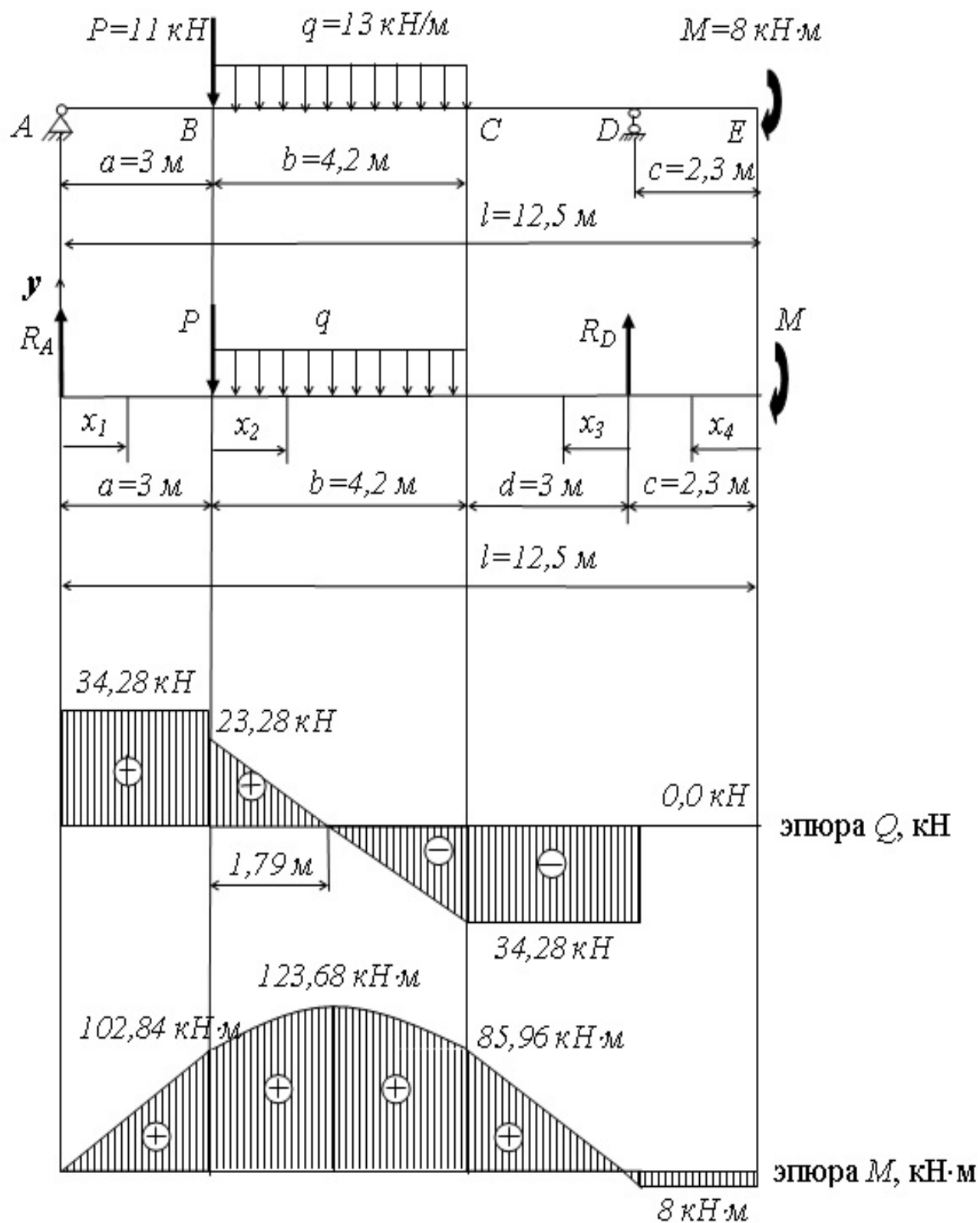


Рис. 5.2 Расчетная схема балки и эпюры внутренних силовых факторов

$$M(x_2) = 34,28(3 + x_2) - 11x_2 - 13x_2 \frac{x_2}{2};$$

$$M(0) = 102,84 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M(1,79) = 123,68 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M(4,2) = 85,96 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

Проверка:

$$\frac{dM(x_2)}{dx_2} = R_A - P - qx_2;$$

$$\frac{dM(x_2)}{dx_2} = Q(x_2).$$

Участок  $CD$ :  $x_3 \in [0; 3]$ ;

$$Q(x_3) = -R_D;$$

$$Q(x_3) = -31,32 \text{ кН};$$

$$M(x_3) = R_D x_3 - M;$$

$$M(x_3) = 31,32 x_3 - 8;$$

$$M(3) = 85,95 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M(0) = -8 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

Проверка:

$$\frac{dM(x_3)}{dx_3} = R_D;$$

$$\frac{dM(x_3)}{dx_3} = -Q(x_3);$$

Участок  $DE$ :  $x_4 \in [0; 2,3]$ ;

$$Q(x_4) = 0;$$

$$M(x_4) = -M;$$

$$M(x_4) = -8 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

По найденным значениям строим эпюры  $Q$  и  $M$  (рис. 5.2).

Подбор сечения. Для балки постоянного сечения опасным является сечение, для которого характерен наименьший запас прочности, т.е. сечение, в котором действует максимальный по абсолютному значению изгибающий момент. В нашем случае это место находится на расстоянии 4,79 м от левой опоры  $A$  и  $M_{max} = 123,68 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

Условие изгибной прочности балки записывается выражением (4.2).

Из условия прочности определяем требуемый момент сопротивления и подбираем номер двутавра:

$$W_z = W_{max} / [\sigma] = 123,68 \cdot 1000 / 160 = 773 \text{ см}^3.$$

В соответствии с ГОСТ 8510-86 принимаем двутавр № 36,  $W_z = 743 \text{ см}^3$ . Перегрузка составляет 4 %, что меньше 5 %.

Если перегрузка составляет более 5%, то необходимо выбрать двутавр большего номера.

### **Контрольные вопросы**

1. Как определяются внешние силы, действующие на балку?
2. Что такое изгиб стержня ?
3. Как определяются внутренние силы и моменты при изгибе?
4. Условие прочности при изгибе
5. Как определяется размер поперечного сечения балки при изгибе?



## 6 Расчет и конструирование фрикционных передач и передач с гибкими связями

### Фрикционные механизмы

Фрикционной передачей называют механизм, в котором движение одного жесткого звена преобразуется в движение другого жесткого звена за счет сил трения.

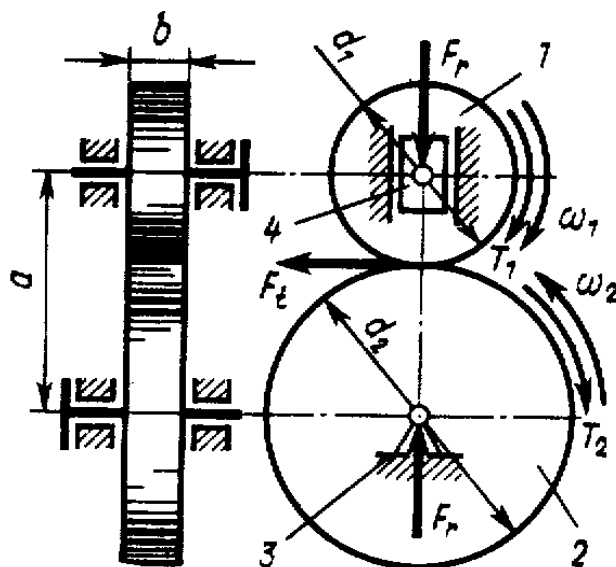


Рис.6.1. Схема фрикционного механизма: 1- ведущий каток; 2 – ведомый каток; 3 – неподвижная опора; 4 – подвижная опора

Достоинства передач: простота конструкции, плавность и бесшумность работы, возможность бесступенчатого регулирования угловых скоростей.

Недостатки: большое давление на валы и опоры, необходимость регулировки силы прижатия катков, сравнительно высокий износ.

Для надежной работы фрикционных передач требуются соблюдение условий:

$$F_f = \beta \frac{2T_2}{d_2}, \quad (6.1)$$

где  $F_f$  - полярная окружная сила;

$T_2$  - момент сопротивления;

$\beta$  - коэффициент сцепления ( $\beta = 1.25 - 1.5$  для силовых передач и  $\beta \leq 3$  для передач приборов).

Необходимое усилие прижатия катков

$$F_r = \frac{F_f}{f} = \frac{2T_2\beta}{d_2 f}, \quad (6.2)$$

где  $f$  - коэффициент трения скольжения.

В зоне контакта катков возникают контактные напряжения  $\sigma_k$ , которые зависят от условия прижатия катков. Из условия контактной прочности получим:

$$\sigma_k = 0.418 \sqrt{\frac{F_r E_{np}}{b \rho_{np}}} = 0.418 \sqrt{\frac{q E_{np}}{\rho_{np}}} \leq [\sigma_k], \quad (6.3)$$

где  $[\sigma_k]$  - допустимые контактные напряжения;

$q = \frac{F_r}{b}$  - удельная нагрузка;

$b$  - ширина катков;

$\rho_{np}$  - приведенная кривизна;

$$\frac{1}{\rho_{np}} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2};$$

$E_{np} = \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}$  - приведенный модуль упругости;

$E_1$  и  $E_2$  - модули упругости материала первого и второго катков.

Обычно один из катков изготавливают из качественной стали (40, 50, ШХ15 и т.д.), а другой из серого чугуна, текстолита, фибры и других пластмасс.

### ***Ременные передачи***

Ременная передача является фрикционным механизмом и служит для передачи вращательного движения на большие расстояния.

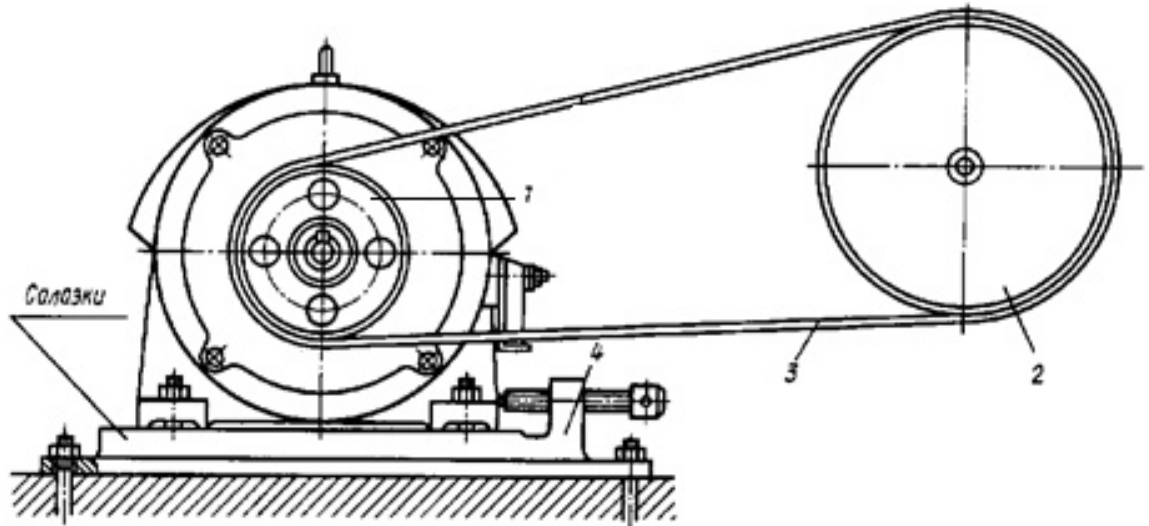


Рис.6.2. Схема ременной передачи:  
1- ведущий шкив; 2 – ведомый шкив; 3 – ремень; 4 – натяжное устройство

Достоинства ременных передач: возможность передачи движения на большие расстояния, простота конструкции, быстроходность и бесшумность в работе, сравнительно малая стоимость, возможность получения многоступенчатой передачи с разной скоростью вращения ведомых шкивов.

Недостатки: большие радиальные габариты, невысокая долговечность ремня, непостоянство передаточного отношения из-за проскальзывания ремня.

Ременные передачи используют как понижающие при мощностях  $P \leq 50 \text{ кВт}$ , линейных скоростях ремня  $V \approx 5-15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  и передаточных отношениях  $u \leq 4$ .

Для определения натяжения в ветвях ремня используется формула Эйлера (рис.6.3)

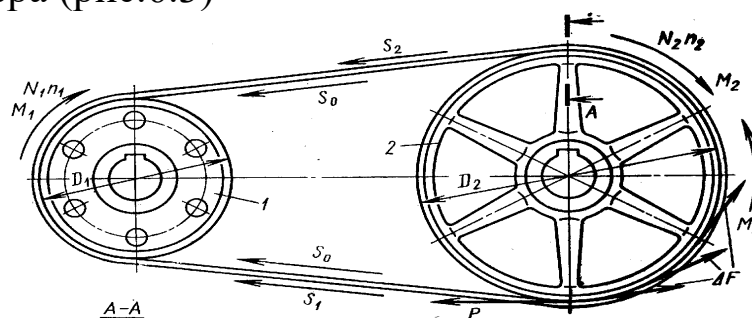


Рис. 6.3. Схема натяжения ремня

$$S_1 = S_2 e^{\alpha f}, \quad (6.4)$$

где  $S_1$  и  $S_2$  натяжение ведущей и ведомой ветвей;  
 $\alpha$  - угол обхвата ремнем шкива, рад;  
 $f$  - приведенный коэффициент трения.

Начальное (предварительное) натяжение

$$S_0 = \frac{S_1 + S_2}{2}. \quad (6.5)$$

Напряжение в сечениях ремня: напряжение от начального натяжения  $\sigma_0 = \frac{S_0}{F}$ , где  $F$  – площадь поперечного сечения ремня.

Напряжение в ведущей ветви ремня

$$\sigma_1 = \frac{S_1}{F}, \quad (6.6)$$

напряжение в ведомой ветви ремня

$$\sigma_2 = \frac{S_2}{F}. \quad (6.7)$$

Также возникают дополнительные напряжения от центробежных сил

$$\sigma_u = 10^{-3} \rho V^2, \quad (6.8)$$

где  $\rho$  – плотность материала ремня;  
 $V$  - окружная скорость,  
и изгиба ремня

$$\sigma_u = \frac{Eh}{d} \quad (6.9)$$

где  $E$  – модуль упругости материала ремня;  
 $h$  - толщина ремня.

Максимальное растягивающее напряжение будет действовать в точке набегания ремня на шкив малого диаметра

$$\sigma_{1\max} = \sigma_1 + \sigma_u + \sigma_u. \quad (6.10)$$

Работоспособность ременных передач в основном зависит от тяговой способности и долговечности ремня.

Расчет передачи с клиновыми ремнями заключается в определении требуемого количества ремней

$$Z = \frac{PC_Z}{F[\sigma]}, \quad (6.11)$$

где  $P$ - окружная сила;

$F$ - площадь поперечного сечения ремня;

$[\sigma]$ - допускаемое полезное напряжение ;

$C_Z$ - коэффициент, учитывающий неравномерное распределение окружной силы между ремнями в комплекте ( $C_Z = 1$  при  $Z = 1$ ;  $C_Z = 0.95$   $Z=2-3$ ;  $C_Z = 0.9$ ,  $Z=4-6$ ;  $C_Z = 0.85$ ,  $Z > 6$  ).

При расчете плоскоременной передачи определяют ширину ремня

$$b = \frac{PC_p}{h[\sigma]}, \quad (6.12)$$

где  $C_p$  - коэффициент динамичности, учитывающий режим работы ( $C_p = 1 - 1.6$ );

$h$ - толщина ремня.

Долговечность ремня может быть оценена по числу изгибов за время работы до усталостного разрушения или, по числу пробегов ремня в секунду

$$u = \frac{V}{L} \leq [u], \quad (6.13)$$

где  $V$ - скорость ремня;

$L$ - длина ремня ;

$[u]$  - допускаемое число пробегов ремня.

Шкивы ременных передач изготавливают из чугуна, стального литья, легких сплавов и пластмасс. Форма обода зависит от профиля ремня. Основные размеры шкивов назначают в соответствии с номером сечения ремня.

### ***Цепные передачи***

Цепной передачей называют передачу зацеплением с помощью цепи, которая является гибкой связью. Передача обычно состоит из двух звездочек 1 и 2, соединенных между собой цепью 3 (рис. 6.4).

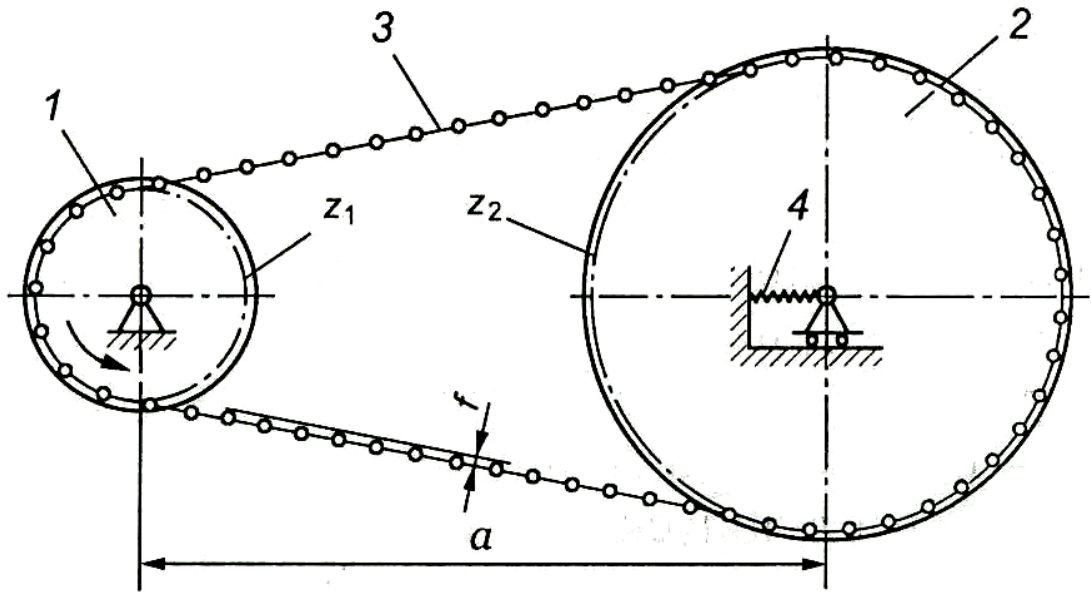


Рис. 6.4. Схема цепной передачи:

1 – ведущая звездочка, 2 – ведомая звездочка, 3 – цепь, 4 –  
натяжное устройство

В зависимости от назначения цепи делят на три группы: грузовые, тяговые и приводные.

Достоинство цепной передачи: высокий КПД (0.96 – 0.98), отсутствие проскальзывания цепи, меньше чем в ременных передачах нагрузки на валы.

Недостатки: шум, необходимость применения натяжных устройств.

При работе цепной передачи более нагруженной является ведущая ветвь, полное натяжение которой

$$S_1 = P + P_u + P_f; \quad (6.14)$$

где  $P = \frac{N}{V}$  - окружное усилие;  $N$  – входная мощность

$$P_u = \frac{qV^2}{g} \text{ -натяжение от воздействия центробежных сил;}$$

$q$  – вес 1 м. цепи;

$P_f = k_f qa$  -натяжение от провисания цепи;  $a$ -межцентровое расстояние;  $k_f = 1 \div 4$  - коэффициент, зависящий от угла наклона линии центров.

Давление на валы

$$P_g = P + 2P_f \approx k_g k_1 P, \quad (6.15)$$

где  $k_g \approx 1,05 \div 1,5$  - коэффициент, учитывающий провисание цепи;

$k_1$  - коэффициент, учитывающий влияние характера нагрузки.

Для обеспечения износостойкости и сопротивляемости ударным нагрузкам, детали цепей и звездочки изготавливают из термически обработанных углеродистых и легированных сталей.

### ***Контрольные вопросы***

1. Какая передача называется фрикционной?
2. Что такое вариатор?
3. Преимущества и недостатки фрикционных механизмов.
4. Как определяется передаточное отношение фрикционной передачи?
5. Для чего предназначена ременная передача и в чем состоят ее основные достоинства?
6. Какие напряжения возникают в ремне при работе?
7. Как определяется передаточное отношение ременной передачи?
8. От чего зависит работоспособность цепной передачи?
9. Достоинства и недостатки цепной передачи.
10. Основные типы цепей.
11. Как определяется передаточное отношение цепной передачи?

## 7 Расчет и конструирование зубчатых передач

Зубчатыми называются механизмы (передачи), предназначенные для передачи вращательного движения и преобразования вращательного движения в поступательное (и наоборот) посредством зубчатого зацепления.

Зубчатым зацеплением называется высшая кинематическая пара, образуемая последовательно взаимодействующими поверхностями зубьев.

Зубчатые передачи получили большое распространение в машинах и механизмах.

Преимущества зубчатых передач: высокая надежность работы и КПД (0,97 – 0,98); компактность, простота обслуживания.

Недостатки: сравнительно высокая трудоемкость изготовления колес, шум при работе.

Меньшее из пары колёс, образующих передачу, обычно называют шестерней, большее – колесом.

При передаче крутящего момента  $T$  в зацеплении двух прямозубых колес возникает сила нормального давления  $F_n$ , действующая вдоль линии зацепления (рис.7.1).

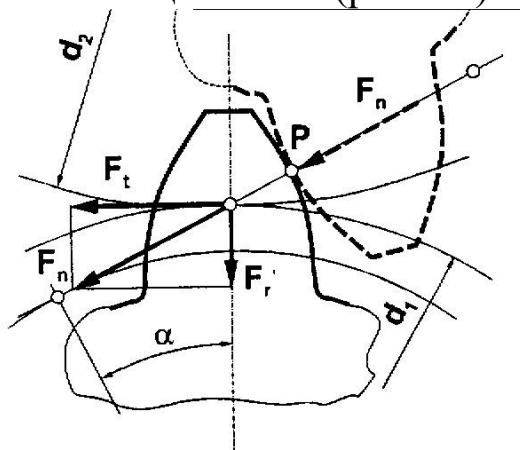


Рис.7.1. Схема сил в прямозубом зубчатом зацеплении

Раскладывая эту силу на окружную  $F_t$  и радиальную  $F_r$ , получаем:

$$\begin{aligned} F_t &= \frac{2T}{d_1} = F_n \cos \alpha; \\ F_r &= F_n \sin \alpha = F_t \operatorname{tg} \alpha \end{aligned} \quad (7.1)$$



Под действием сил зуб находится в сложном напряженно-деформированном состоянии. Основными напряжениями, определяющими работоспособность зубчатого зацепления, являются контактные  $\sigma_k$  и изгибные  $\sigma_u$  напряжения, изменяющиеся по некоторому пульсирующему циклу.

Контактные напряжения возникают в точке соприкосновения зубьев, что приводит к усталостному разрушению контактной поверхности зубьев, т.е. к выкрашиванию этой поверхности. Наибольшие контактные напряжения возникают при взаимодействии зубьев в полюсе зацепления.

Наибольшие контактные напряжения определяют по формуле Герца:

$$\sigma_k = 0,418 \sqrt{\frac{qE_{np}}{\rho_{np}}} \leq [\sigma_k], \quad (7.2)$$

где  $q$  - интенсивность нагрузки (нагрузка на единицу длины контактной линии);

$$E_{np} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2} - \text{приведенный модуль упругости, } E_1 \text{ и } E_2 -$$

модули упругости первого рода материалов шестерни и колеса;

$$\rho_{np} = \frac{\rho_1\rho_2}{\rho_2 \pm \rho_1} - \text{приведенный радиус кривизны профилей зубьев}$$

в полюсе зацепления.

Знак плюс принимают для передач внешнего зацепления, знак минус – для передач внутреннего зацепления.

Учитывая, что межцентровое расстояние

$$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad \text{и} \quad d_2 = i \cdot d_1$$

находим диаметры делительных окружностей шестерни 1 и колеса 2:

$$d_1 = \frac{2a_w}{i+1}; \quad d_2 = \frac{2a_w \cdot i}{i+1}, \quad (7.3)$$

где  $i$  - передаточное число.

Радиусы кривизны профилей зубьев

$$\rho_1 = \frac{d_1}{2} \sin \alpha; \quad \rho_2 = \frac{d_2}{2} \sin \alpha.$$

Тогда

$$\rho_{np} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 \pm \rho_2} = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2(d_1 \pm d_2)} = \frac{a_w i \sin \alpha}{(i \pm 1)}. \quad (7.4)$$

Наиболее опасным с точки зрения прочности на изгиб является случай, когда нормальная сила приложена к вершине зуба, при этом наиболее опасным сечением является сечение у основания зуба.

Условие прочности на изгиб

$$\sigma_u = \frac{M_u}{W} = \frac{F_t l}{W} \leq [\sigma_u], \quad (7.5)$$

где  $M_u$  – изгибающий момент;

$l$  – плечо силы  $F_t$  относительно опасного сечения;

$W = \frac{va^2}{6}$  – момент сопротивления опасного сечения;

$a$  – толщина зуба у основания (высота опасного сечения);

$v$  – длина зуба (ширина колеса);

$[\sigma_u]$  – допускаемое напряжение изгиба.

Учитывая, что  $F_t = \frac{2T}{d}$ , а  $l$  и  $a$  можно выразить в долях модуля зацепления, соответственно  $l = km$ ,  $a = qm$ , где  $k$  и  $q$  – коэффициенты, зависящие от формы зуба, получим

$$\sigma_u = \frac{F_t}{v \frac{q^2}{6k} m} \leq [\sigma_u]. \quad (7.6)$$

Величина  $\frac{q^2}{6k}$  называется коэффициентом формы зуба и обозначается через  $y$ .

С учетом этого обозначения условие прочности на изгиб примет вид

$$\sigma_u = \frac{F_t}{y v m} \leq [\sigma_u]. \quad (7.7)$$

Выразим также  $F_t = \frac{2M}{mZ}$ , а  $v = \psi_m m$  и получим выражение для напряжения изгиба в опасном сечении зуба:

$$\sigma_u = \frac{2M}{y\psi_m m^3 Z} \leq [\sigma_u], \quad (7.8)$$

где  $\psi_m$  - коэффициент ширины колеса по модулю.

Модуль прямозубого колеса

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2M}{y\psi_m Z [\sigma_u]}}. \quad (7.9)$$

Расчет на изгиб выполняют для менее прочных зубьев, т.е. для зубьев колеса, у которого меньше произведение  $y[\sigma_u]$ .

## 8 Расчет и конструирование червячных передач

Червячные передачи состоят из *червяка* (винта) и *червячного колеса* (зубчатого колеса с зубьями особой формы). Червячные передачи используются для передачи вращательного движения между скрещивающимися валами. Червячные передачи относятся к зубчато-винтовым передачам. В отличие от зубчатых колёс обод червячного колеса имеет вогнутую форму, которая способствует охвату червяка и увеличению длины контактных линий.

### Преимущества червячных передач:

- значительное передаточное число (до 1000);
- небольшой габарит;
- бесшумность в работе;
- возможность выполнения передачи с самоторможением.

### Недостатки:

- низкий КПД (0,7-0,9);
- необходимость применения дорогих цветных металлов;
- большой нагрев;
- большое изнашивание колес;
- небольшая передаваемая мощность.

Применяют эти передачи там, где этого требует компоновка машины, в станках, приводах подъемно-транспортных машин, в механизмах закрывания дверей в метро, троллейбусах, лифтах, в стеклоподъемниках автомобилей и т.д.

В зависимости от формы червяки подразделяются на цилиндрические (рис. 8.1, а) и глобоидные (рис. 8.1, б).

В передаче с цилиндрическим червяком делительные и начальные окружности как червяка, так и колеса представляют собой круговые цилиндры, а в глобоидных - части вогнутой поверхности тора для червяка и круговые цилиндры - для колеса.

Глобоидные передачи способны передавать большие моменты вращения по сравнению с обычными червячными за счёт увеличения длины линии контакта. Однако они сложны в изготовлении и из-за этого применяются реже.

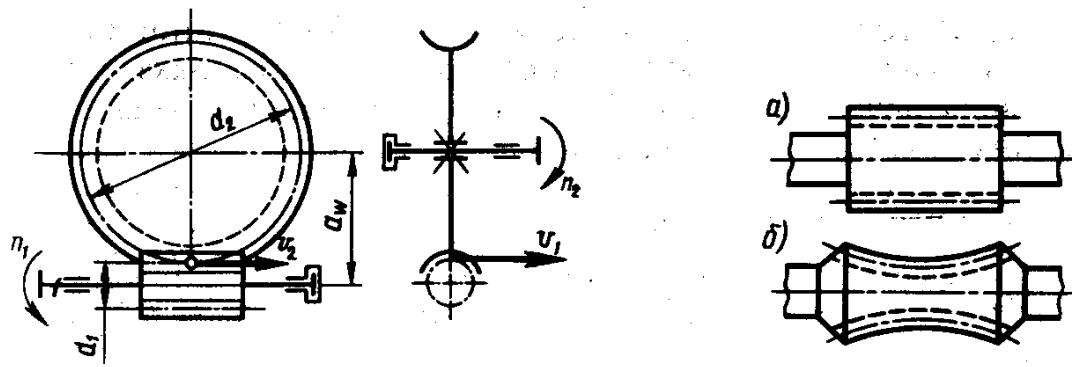


Рис. 8.1. Форма червяка:  
а – цилиндрический; б – глобоидный

В зависимости от расположения червяка относительно червячного колеса различают передачи с нижним расположением червяка (применяют при скоростях меньше 5 м/с), верхним и боковым расположением червяка (самое неудобное, так как возрастают нагрузки на подшипники).

Форма винтовой поверхности резьбы в осевом сечении цилиндрического червяка также бывает различной. Существуют передачи с трапецеидальным (Архимедовым) и криволинейным (конволютным и эвольвентным) червяками (рис. 8.2).

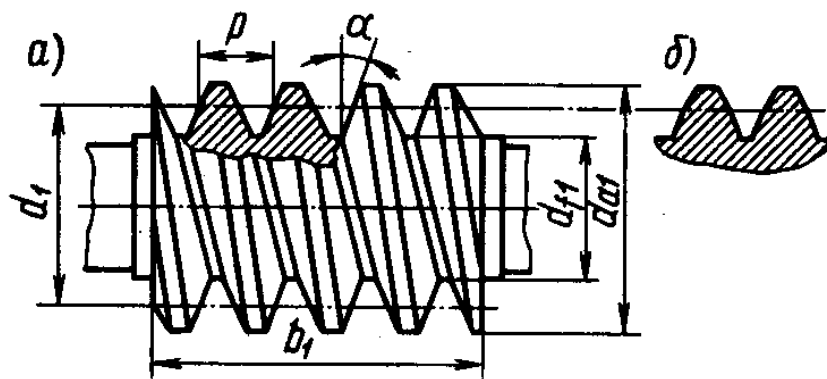


Рис. 8.2. Форма винтовой поверхности цилиндрического червяка:  
а – Архимедов червяк; б – криволинейный червяк

*Архимедов* червяк, торцевым профилем которого является спираль Архимеда, в осевом сечении имеет трапецеидальный профиль, аналогичный инструментальной рейке. Если в нормальном сечении витка плоскостью получается прямолинейный профиль, то такой червяк называется *конволютным*. Архимедов и

конволютный червяки нарезаются на винторезных станках, и, как правило, используются для мелкосерийного и единичного производства, поскольку передачи с такими червяками имеют меньший ресурс и повышенный износ по сравнению с эвольвентными. Эвольвентный червяк в нормальном к оси сечении имеет эвольвентный профиль. Его можно отождествить с зубчатым колесом с малым числом зубьев, имеющих большой угол наклона. Эти передачи достаточно технологичны и используются при крупносерийном изготовлении. На работоспособность передачи этот вид червяка не влияет. Важно иметь высокую твердость поверхности витка и высокую чистоту поверхности, поэтому тип червяка определяется возможностями производства. Наиболее просто (на токарном станке) нарезается Архимедов червяк, но его трудно шлифовать. Эвольвентный червяк нарезают на специальных станках, но его проще шлифовать. Червячные колеса нарезают червячными фрезами.

Преобразование движения в червячной передаче сопровождается скольжением витков червяка по зубьям колеса, что вызывает значительное трение и износ соприкасающихся поверхностей. Эта особенность предопределяет выбор материала для изготовления червяков и колёс, обеспечивающих наименьшее трение, то есть антифрикционную пару. Так как витки червяка нагружаются значительно чаще, чем зубья колеса, то для изготовления червяков применяют стали марок 20; 45; 15X; 40XM; 12XН3А и др. Рабочие поверхности витков подвергают закалке до твердости 45...65 НРС. Червячные колеса изготавливают из бронз, латуней, чугунов. Лучшими антифрикционными свойствами обладают бронзы БрОФ10-1, БрОНФ-10-1-1, из которых изготавливают червячные колеса (или венцы колес) ответственных передач при скорости скольжения, превышающей 3 м/с. Безоловянные бронзы типа БрАЖ9-4, БрАЖН10-4-4 применяются для менее ответственных передач.

**Геометрические параметры червячных передач.** Геометрические расчёты червячных передач аналогичны расчётам зубчатых передач (рис. 8.2, 8.3).

- $d_1, d_2$  – начальные (делительные) диаметры червяка и колеса;
- $d_{a1}, d_{a2}$  – диаметры окружностей выступов;
- $d_{f1}, d_{f2}$  – диаметры окружностей впадин;
- $d_{aM2}$  – наружный диаметр червячного колеса.

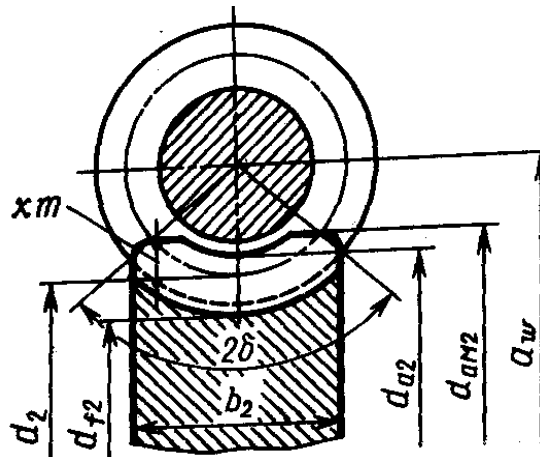


Рис. 8.3. Схема к геометрическому расчёту червячной передачи

Следует различать шаг червяка  $P$  и ход винтовой линии  $P_z$ . При однозаходном червяке  $P_z = P$ . При двухзаходном червяке  $P_z = 2P$ . При четырехзаходном червяке  $P_z = 4P$ .

Число заходов червяка определяется по формуле:

$$z_1 = P_z / P. \quad (8.1)$$

Увеличивая число заходов червяка, повышают КПД червячной передачи, однако при этом уменьшают передаточное число  $u = z_2 / z_1$ .

Если развернуть винтовую линию на плоскость, получим треугольник, у которого основанием служит длина окружности червяка  $\pi d_1$ , высота –  $P$  у однозаходного и  $P_z$  у многозаходного ( $\gamma$  – угол подъема):

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= \frac{P_z}{\pi d_1} = \frac{z_1 P}{\pi d_1}; \quad \frac{P}{\pi} = m, \\ \operatorname{tg} \gamma &= \frac{z_1 m}{q}. \end{aligned}$$

Обозначив  $\frac{d_1}{m} = q$ , получим:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{z_1}{q}, \quad (8.2)$$

где  $q$  – коэффициент диаметра червяка ( $q = 8; 10; 12,5; 16; 20; 25$ );  
 $\gamma = 4-7^\circ$  (для однозаходного червяка).

Геометрический расчет параметров червячной передачи проводят по формулам, проведенным в табл.8.1. Этот расчет

аналогичен расчету параметров цилиндрической зубчатой передачи.

Таблица 8.1

Формулы для расчета червячной передачи

Элементы передачи	Формулы для расчета
<b>Червяк</b>	
Число заходов	$z_1 = 1, 2, 4$
Коэффициент диаметра червяка	$q = z_1 / \operatorname{tg} \gamma$
Делительный угол подъема линии витка	$\operatorname{tg} \gamma = z_1 m / d_1$
Делительный диаметр, мм	$d_1 = qm$
Диаметр окружности вершин, мм	$d_{a1} = (q + 2)m$
Диаметр окружности впадин, мм	$d_{f1} = (q - 2,4)m$
Осевой шаг, мм	$p = \pi m$
Длина нарезанной части, мм	$b \geq 2m(\sqrt{z_2 + 1})$
Угол профиля в осевом сечении	$\alpha = 20^\circ$
<b>Червячное колесо</b>	
Число зубьев	$z_2 = z_1 u_1 \geq 28$
Делительный диаметр в средней плоскости, мм	$d_2 = mz_2$
Диаметр окружности вершин, мм	$d_{a2} = (z_2 + 2)m$
Диаметр окружности впадин, мм	$d_{f2} = (z_2 - 2,4)m$
Наибольший диаметр окружности вершин, мм	$d_{aM2} \leq d_{a2} + 2m \quad (z_1 = 1)$ $d_{aM2} \leq d_{a2} + 1,5m \quad (z_1 = 2)$ $d_{aM2} \leq d_{a2} + m \quad (z_1 = 4)$
Ширина обода, мм	$B = m(q + 2,5)\sin \delta + 0,25p$
Угол боковых скосов	$\delta = 20 \dots 50$
Межосевое расстояние, мм	$a_w = 0,5(d_1 + d_2)$
Коэффициент высоты головки зуба	$h_a^x = 1$
Радиальный зазор	$c^x = 0,2$

Иногда червячная передача выполняется со смещением инструмента, то есть с коррекцией. Это делается для того, чтобы иметь стандартное межосевое расстояние и использовать для различных передач одни и те же корпусные детали.



**Точность изготовления червячных передач.** Так же как и для зубчатых передач, ГОСТ предусматривает 12 степеней точности для червячных передач. Наиболее распространены 6, 7, 8, 9 степени точности. Каждая степень точности включает три нормы точности:

- норма кинематической точности;
- норма плавности;
- норма контакта.

Для червячных передач особую важность приобретает норма контакта, так как оси перекрещиваются и колесо имеет вогнутый профиль. Для достижения лучшего контакта червячные передачи регулируются, при этом перемещается в осевом направлении колесо. Степень точности назначается конструктором в зависимости от важности передачи, ее назначения, окружной скорости.

**Кинематические параметры червячной передачи.**

Передаточное число:

$$u = \frac{Z_2}{Z_1}, \quad (8.3)$$

Так как  $Z_1 = 1, 2, 4$ , то передаточное число большое.

При движении витки червяка скользят по зубьям колеса, как в винтовой паре. Скорость скольжения  $V_S$  направлена по касательной к винтовой линии червяка (рис. 4).

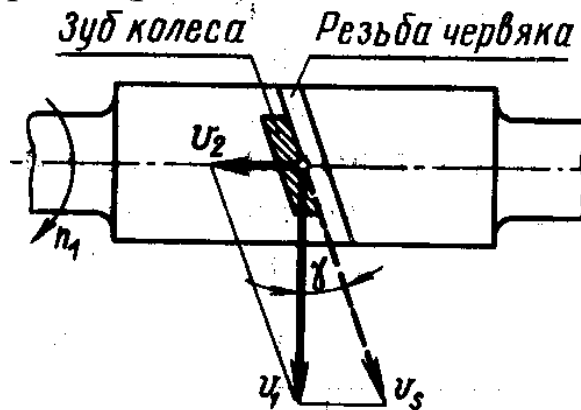


Рис. 8.4. Определение скорости скольжения в червячной передаче

Как относительная скорость, скорость скольжения равна геометрической разности абсолютных скоростей червяка и колеса, которыми в данном случае являются окружные скорости  $V_1$  и  $V_2$ :

$$\begin{aligned}\bar{V}_s &= \bar{V}_1 - \bar{V}_2, \\ V_s &= \sqrt{V_1^2 + V_2^2} = \frac{V_1}{\cos \gamma},\end{aligned}\quad (8.4)$$

где  $\gamma$  - угол подъема винтовой линии червяка.

В червячной передаче возникает большая скорость скольжения, это следствие конструкции передачи. Из-за этого все недостатки червячной пары (пониженный КПД, повышенный износ, заедание).

КПД червячной передачи:

- при ведущем червяке:

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \rho')}, \quad (8.5)$$

где  $\rho'$  - приведенный угол трения:

$$\rho' = \operatorname{arctg} f',$$

$f'$  - коэффициент трения.

- при ведущем колесе:

$$\eta = \frac{\operatorname{tg}(\gamma - \rho')}{\operatorname{tg} \gamma}. \quad (8.6)$$

Если  $\gamma \leq \rho'$ , то  $\eta = 0$ , то есть передача движения в обратном направлении становится невозможна, получаем самотормозящуюся червячную пару.

При приближенных расчетах КПД червячной передачи для различных значений числа заходов червяка можно принимать равным:

$$\begin{aligned}z_1 = 1 & \quad \eta \approx 0,7 \div 0,75; \\ z_1 = 2 & \quad \eta \approx 0,75 \div 0,82; \\ z_1 = 4 & \quad \eta \approx 0,87 \div 0,92.\end{aligned}$$

**Силы в червячной передаче.** В контакте червячного зацепления при передаче внешнего момента вращения  $T_1$  возникает сила  $F_n$ , направленная вдоль линии зацепления. Эта сила может быть представлена в виде суммы проекций на три взаимно перпендикулярных направления. В качестве такой системы координат можно взять направления осей червяка и червячного колеса и ось, взаимно им перпендикулярную. Тогда составляющие общего усилия можно представить как совокупность осевой  $F_{a1}$ ,  $F_{a2}$ , окружной  $F_{t1}$ ,  $F_{t2}$  и радиальной  $F_{r1}$ ,  $F_{r2}$  сил (рис. 8.5).

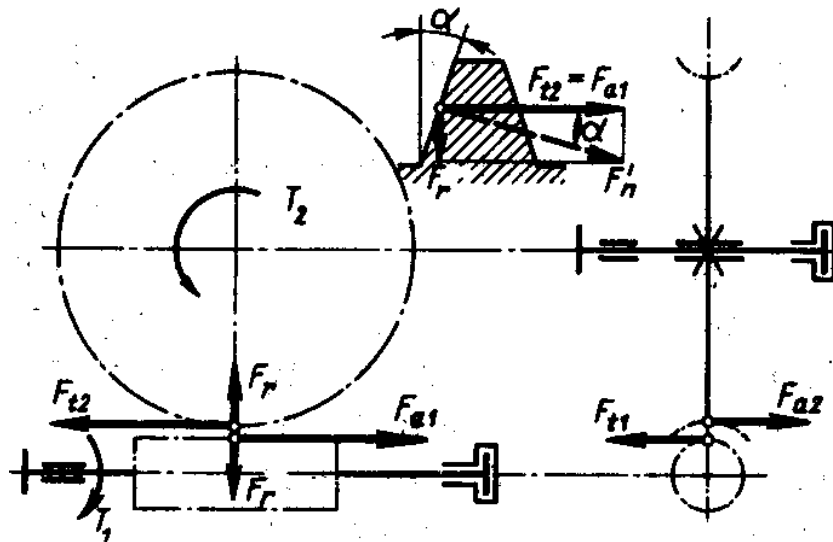


Рис. 8.5. Силы в червячном зацеплении

Из геометрических соображений очевидно, что окружная сила  $F_{t1}$  на червяке будет равна осевой силе  $F_{a2}$  на колесе, и наоборот, то есть:

$$F_{t1} = F_{a2} = \frac{2T_1}{d_1}; \quad F_{t2} = F_{a1} = \frac{2T_2}{d_2}. \quad (8.7)$$

Радиальная сила:

$$F_r = \frac{F_{t2} \operatorname{tg} \alpha}{\cos \gamma}. \quad (8.8)$$

Нормальная сила:

$$F_n = \frac{F_{t2}}{\cos \alpha \cdot \cos \gamma}, \quad (8.9)$$

где  $\alpha$  – угол зацепления;

$\gamma$  – угол подъема винтовой линии.

$f$  – коэффициент трения.

**Расчет на прочность.** В червячных передачах из-за того, что оси перекрещиваются и возникают большие скорости скольжения, присутствует значительное трение. По этой причине разрушение поверхности зубьев колеса выражается в виде заедания и абразивного износа. Для колес из мягкой бронзы заедание выражается как бы в намазывании бронзы на витки червяка. Если колеса изготовлены из твердых бронз или чугунов, то для них происходит задир поверхности зубьев колеса. Все эти разрушения поверхности происходят от действия контактных напряжений  $\sigma_H$ . Предупреждается разрушение зубьев расчетом червячной передачи

на усталостную прочность по контактным напряжениям  $\sigma_H$ . Для червячных передач это основной расчет. Напряжения изгиба  $\sigma_F$  являются второстепенными, и только для мелко модульных колес ( $m \leq 1,5$  мм)  $\sigma_F$  могут стать главными.

Расчет производится на изгиб и на контактную прочность. Расчет ведут по колесу как наиболее слабому из двух сопрягаемых элементов. Для закрытых силовых передач (со смазкой) расчет ведется по контактным напряжениям; расчет на изгиб в этом случае является проверочным. Для открытых передач проверку зуба колеса проводят только на изгиб.

Расчет червячной передачи на усталостную прочность по контактным напряжениям  $\sigma_H$  проводят по формуле:

$$\sigma_H = \frac{146 \cdot 10^4}{d_2} \sqrt{\frac{N_1 \cdot \eta \cdot k_H}{d_1 \cdot n_2}} \leq [\sigma_H], \quad (8.10)$$

где  $k_H$  – коэффициент расчетной нагрузки.

По формуле (8.10) выполняют проверочный расчет червячной передачи. Для проектного расчета из этой формулы находят модуль:

$$m = \sqrt[3]{\frac{N_1 \cdot \eta \cdot k_H}{q \cdot n_2} \left( \frac{146 \cdot 10^4}{z_2 \cdot [\sigma_H]} \right)}, \quad (8.11)$$

где  $q$  – удельная нагрузка, и округляют его до стандартного значения в большую сторону.

Для червячных передач при постоянной нагрузке  $k_H = 1$ , так как червячная пара работает плавно и при мягком материале хорошо прирабатывается.

Расчет червячной передачи на усталостную прочность по изгибу проводят по формуле:

$$\sigma_F = Y_F \cdot 0,7 \frac{\omega_{Fl}}{m \cdot \cos \gamma} \leq [\sigma_F], \quad (8.12)$$

где 0,7 – коэффициент, показывающий, что зуб червячного колеса на 30 % прочнее, чем зуб цилиндрического косозубого колеса.

**Тепловой расчет.** Червячные редукторы при работе сильно нагреваются. Перегрева допускать нельзя, из-за этого уменьшается вязкость масла, снижается его смазывающая способность. Чтобы этого не случилось, выполняют тепловой расчет редуктора, который заключается в составлении уравнения теплового баланса и в определении температуры масла:

$$Q_B \leq Q_O,$$

где  $Q_B$  – тепловыделение;  
 $Q_O$  – теплоотдача,

$$\begin{aligned} Q_B &= N_1(1-\eta), \\ Q_O &= k_T(t_M - t_{\text{ВОЗД}})A, \\ t_M &= \frac{N_1(1-\eta)}{k_T \cdot A} + t_{\text{ВОЗД}} \leq [t_M], \end{aligned} \quad (8.13)$$

где  $N_1$  – мощность на валу червяка;  
 $k_T$  – коэффициент теплоотдачи;  
 $t_M$  – температура масла в корпусе редуктора;  
 $A$  – площадь теплоотдачи (дно редуктора не считается);  
 $t_{\text{ВОЗД}}$  – температура воздуха (обычно принимается  $20^\circ\text{C}$ );  
 $[t_M]$  – допускаемая температура масла (выбирается по таблицам в зависимости от сорта масла).

**Конструкции червячных передач.** Червяки обычно изготавливают за одно целое с валом (рис. 8.6, а), но иногда, например, при посадке непосредственно на вал двигателя, червяк выполняют и в виде отдельной детали (рис. 8.6, б). В малогабаритных передачах, несущих незначительные силовые нагрузки, червячные колеса делают цельными (рис. 8.6, в).

Находят применение также колеса, состоящие из металлического центра и синтетического венца (например, из полиамидной смолы, залитой на обод втулки под давлением). Червячные колеса в силовых передачах часто делают составными: зубчатый венец  $1$  из бронзы, а центральная часть колеса из стали или чугуна (рис. 8.6, г). Венец насаживают на колесо с натягом (поля допусков типа  $r, s$ ) и закрепляют стопорными винтами или штифтами. Диаметр стопорных винтов  $d_g = (1,2..1,5)m$ , их длина  $l_g = (1,2..1,5)B_2$ . Отверстия под винты и штифты сверлят и нарезают одновременно в ступице и ободе. Винты или штифты (4...6 шт., а при незначительных осевых нагрузках 2...3 шт.) устанавливают в шахматном порядке с обеих сторон колеса.

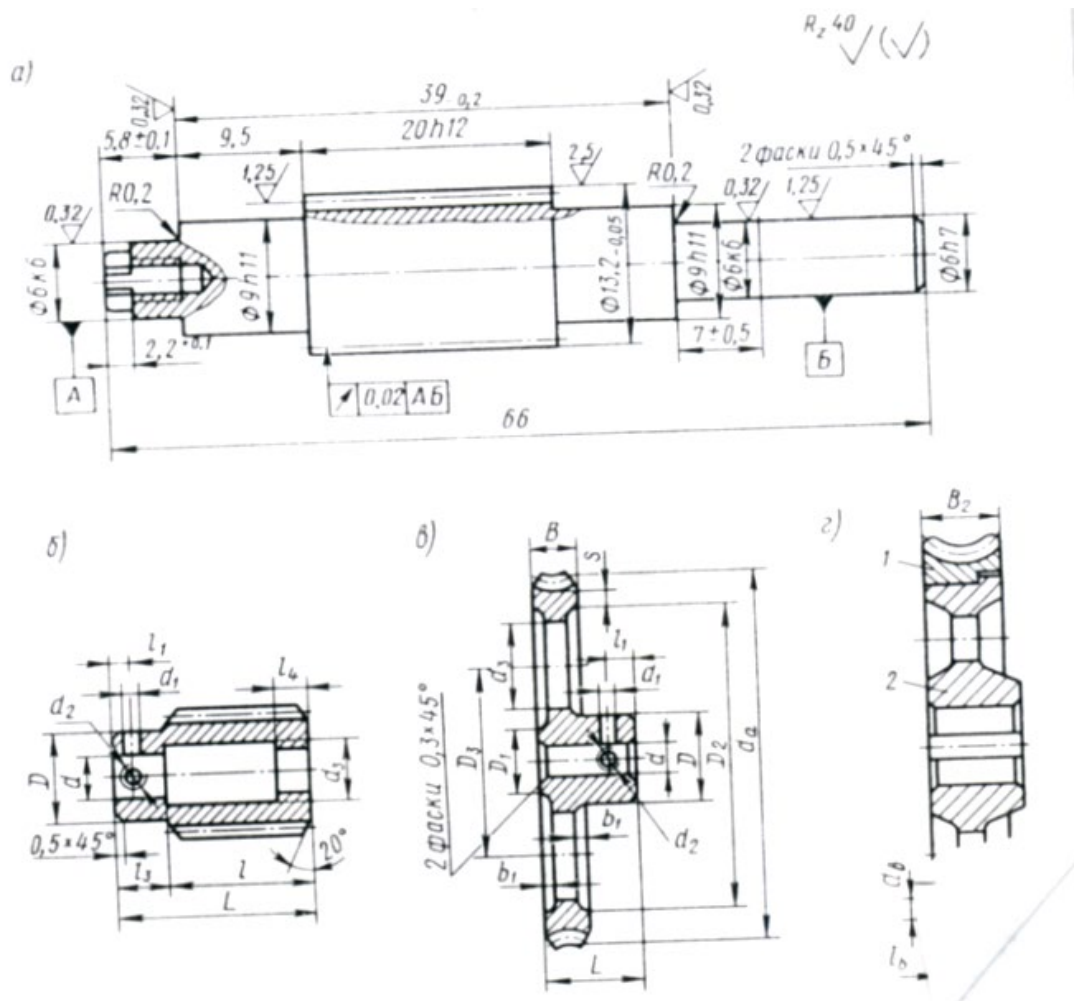


Рис. 8.6. Конструктивные элементы червячных передач

Червячные передачи применяют в закрытом и открытом исполнениях. На рис. 8.7, а представлена конструкция закрытого малогабаритного червячного редуктора, применяемого в лентопротяжном механизме ЭВМ; здесь в корпусе 1 червяк 2 установлен на опорах 3; на ведомом валу 4 с помощью штифта б жестко посажено червячное колесо 5. Открытая передача (рис. 8.7, б) конструктивно проще и дешевле передачи, размещенной в закрытом корпусе.

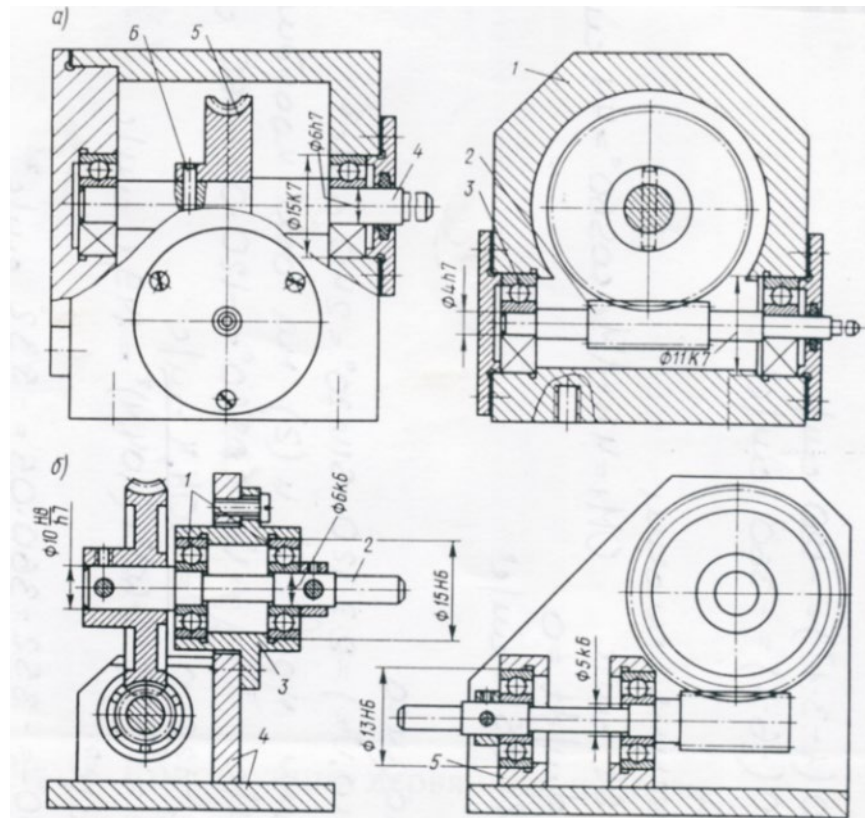


Рис.8.7. Закрытый малогабаритный червячный редуктор

Червячные передачи должны удовлетворять следующим эксплуатационным требованиям: обеспечивать постоянное передаточное отношение при любом угле поворота; иметь минимальный мертвый ход, который зависит от боковых зазоров между поверхностями витков и зубьев червячного колеса, а также от жесткости элементов передачи; иметь достаточный контакт рабочих поверхностей витков червяка и зубьев колеса. Эти требования обеспечиваются при соответствующей точности изготовления червяков и червячных колес, точности монтажа передач, норм контакта и наименьших боковых зазоров и т.д.

Низкая точность изготовления червячных передач вызывает недопустимое увеличение мертвого хода, вибраций, шума и приводит к быстрому износу. Предусмотрены следующие виды норм точности: кинематическая точность (ограничивается погрешность угла поворота колеса за один оборот); плавность работы передачи (ограничивается циклическая погрешность, многократно повторяющаяся за один оборот колеса); пятно контакта зубьев (нормируются размеры пятна контакта в целях обеспечения передачи наибольшего крутящего момента); гарантированный боковой зазор. В каждом конкретном случае к

передаче предъявляют различные требования. Например, для отсчетных передач главным требованием является кинематическая точность, а для быстроходных - плавность.

### **Контрольные вопросы**

1. Основные достоинства и недостатки червячных передач\*
2. Диапазон возможных передаточных чисел и передаваемых мощностей, реализуемых в червячных редукторах.
3. Материалы, применяемые для изготовления червяков, их термическая обработка, виды отделочных операций для рабочих поверхностей червяков.
4. Материалы, применяемые для изготовления венцов червячных колес, способы соединения венцов колес с центром.
5. Типовые схемы установки валов червячных редукторов на опоры.
6. Способы смазки червячного зацепления и подшипниковых узлов, назначение смазки. .
7. Габаритные и присоединительные размеры червячного редуктора.
8. Основные типы профилей цилиндрических червяков.
9. Основные геометрические размеры червячной пары.
10. Назначение вспомогательных устройств в червячных редукторах.



## 9 Расчет и проектирование планетарных передач

### *Основные сведения о проектировании планетарных механизмов*

Планетарной зубчатой передачей называют механизм для передачи и преобразования вращательного движения, содержащий зубчатые колеса с перемещающейся в пространстве осью вращения хотя бы одного из них. Основными звеньями планетарной зубчатой передачи являются (рис.1): зубчатые колеса: солнечное - 1, сателлиты - 2, корончатое - 3, а также водило  $H$  - звено, в котором установлены оси сателлитов. Ось  $O_H$  вращения водила  $H$ , совпадающая с осью  $O_I$  центральных колес, является основной осью механизма.

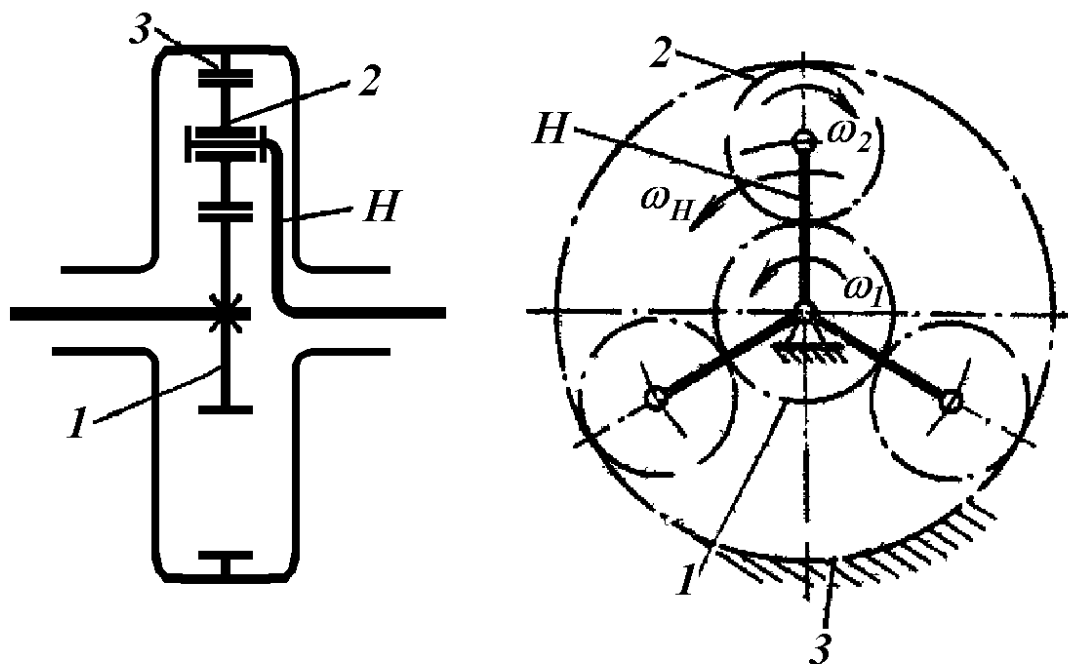


Рис.9.1 Типовая схема планетарного механизма

При вращении солнечного колеса 1 сателлиты 2 будут обкатываться по нему и по корончатому колесу 3, совершая плоское движение. Перемещение осей сателлитов 2 приводит к вращению водила  $H$ , которое является выходным звеном данного зубчатого механизма.

Планетарные механизмы обладают ценными свойствами: они имеют меньшие радиальные габариты и массу, работают с меньшим шумом, чем соответствующие зубчатые передачи с

неподвижными осями; удобны в сборке и надежны в работе. Основным преимуществом планетарных передач является возможность осуществлять большие передаточные отношения при сравнительно небольших габаритах и высоком к.п.д. Поэтому они получили весьма широкое распространение, найдя применение в приводах транспортных машин, станков, в металлургическом и текстильном оборудовании, в гусеничных машинах, автомобилях, в авиации, в приводах многих машинных агрегатов и в разнообразных приборах. Однако надо иметь в виду, что планетарные механизмы имеют более сложную конструкцию, требуют повышенной точности изготовления.

При степени подвижности планетарного механизма  $W=1$  он называется собственно планетарным, а при  $W \geq 2$  - дифференциальным. Степень подвижности механизма, изображенного на рис.1, равна  $W=3 \cdot 5 - 2 \cdot 4 - 6 = 1$ .

Простейшие кинематические схемы планетарных передач показаны на рис.9.2 и рис.9.3.

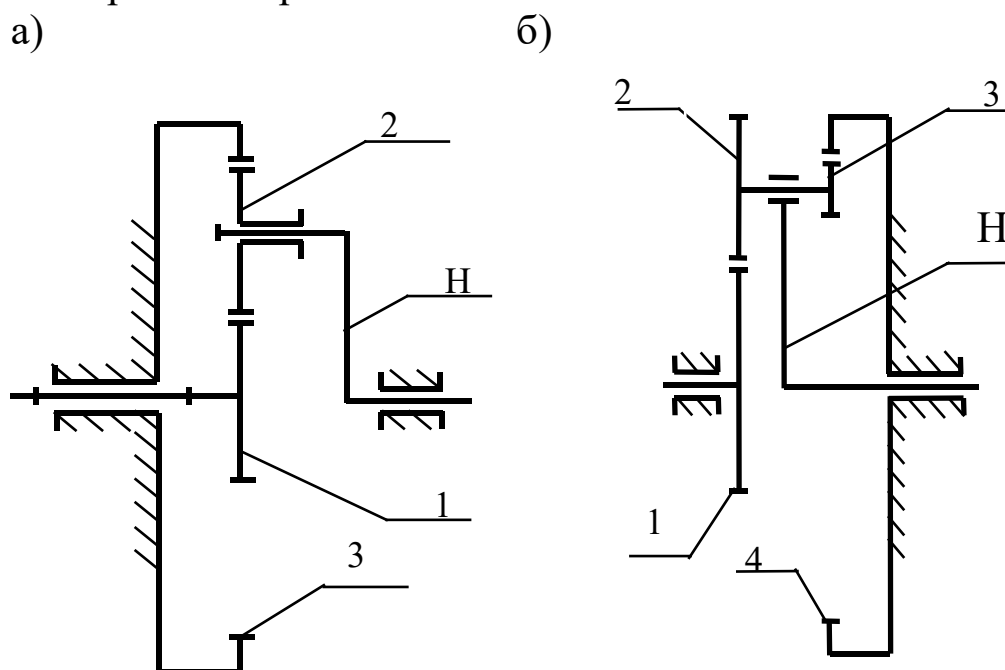


Рис. 9.2. Схемы планетарных зубчатых передач:

а) редуктор Джемса; б) редуктор со сдвоенными сателлитами

В расчётно-графических работах и курсовом проектировании по технической механике и теории механизмов и машин решаются задачи определения чисел зубьев колес планетарных зубчатых передач по заданному передаточному отношению  $U_{пл}$ . В зависимости от величины  $U_{пл}$  сначала выбирается одна из схем,

показанных на рис.2 или рис.3 с учётом рекомендаций [1]. При этом должны быть обеспечены минимальные радиальные размеры колес передачи и заданное передаточное отношение с достаточной точностью  $U_{nl} \pm 3 \%$ , а также условия работоспособности и сборки.

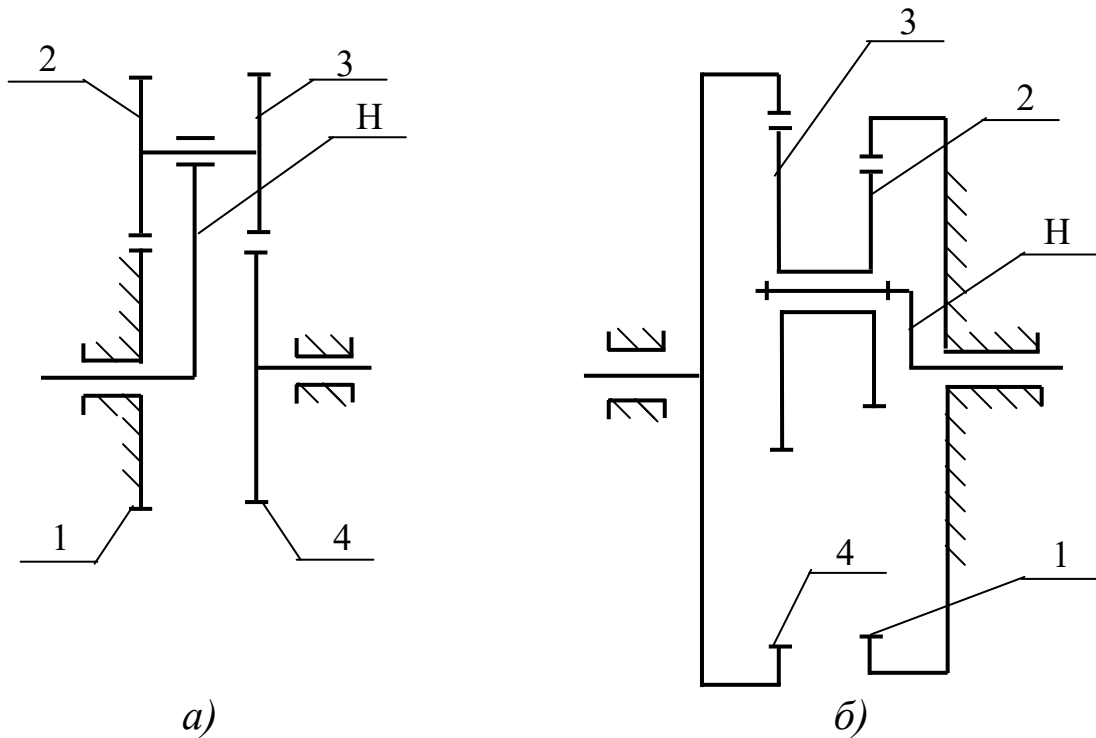


Рис. 9.3. Схемы планетарных зубчатых механизмов:  
 а) редуктор Давида; б) редуктор со сдвоенными сателлитами и двумя внутренними зацеплениями

Следовательно, для возможности правильного назначения чисел зубьев всех колес планетарной передачи и обеспечения требуемого передаточного отношения необходимо иметь выражение для определения передаточного отношения  $U_{nl}$  для каждой выбранной схемы.

Исходными данными являются передаточное отношение планетарной передачи и модуль. Передаточное отношение  $U_{nl}$  либо задается, либо вычисляется по формуле:

$$U_{nl} = \frac{n_{ДВ}}{N \cdot U_p}, \quad (9.1)$$

где  $n_{ДВ}$  - число об/мин вала электродвигателя проектируемой или исследуемой машины;

$N$  - число об/мин главного вала машины, равное числу рабочих ходов в минуту исполнительного звена машины;

$U_P$  - передаточное число рядовой ступени.

Проектирование планетарной передачи выполняется в следующей последовательности:

1. По величине передаточного отношения  $U_{ПЛ}$  выбирается схема планетарного редуктора (рис.9.2 или рис.9.3).

2. Для выбранной схемы механизма определяются числа зубьев всех колес с учетом обеспечения условий соосности, соседства сателлитов и сборки.

3. Найденные числа зубьев подставляются в формулу для определения передаточного отношения, и вычисляется фактическая величина  $U_{ПЛ}$ . Расхождение с заданной величиной не должно превышать  $\pm 3\%$ .

4. Определяются делительные диаметры колес передачи  $d=mz$  из расчета, что все колеса имеют одинаковый модуль  $m$  и нарезаны без смещения.

Процесс проектирования может быть легко автоматизирован, в том числе с помощью современных компьютерных расчётных программ.

Одним из примеров использования ЭВМ для решения прикладной задачи геометрического синтеза является применение офисной программы для работы с электронными таблицами Microsoft Excel.

### ***Описание программы***

С целью облегчения и автоматизации проектирования планетарных механизмов разработана расчётная программа на базе пакета Microsoft Excel с применением языка Visual Basic. Данный программный продукт позволяет осуществлять достаточно сложные математические расчёты, создавать ссылки на различные ячейки и формулы и создавать различные алгоритмы расчёта.

Программа представляет собой электронную таблицу, в разные ячейки которой заносятся или рассчитываются по введенным ранее формулам числовые данные. Данные могут быть также текстовыми, в таком случае они используются как комментарии и пояснения к расчётам.

Данный программный продукт имеет удобный и понятный пользовательский интерфейс, расчётные формулы структурированы в порядке соответствующем принципам

проектирования и автоматически пересчитываются при изменении входных данных.

Программа, по сути, представляет собой готовый электронный документ, готовый для формирования отчета по расчётно-графической работе или раздела расчётно-пояснительной записки.

Интерфейс программы аналогичен другим приложениям, входящим в состав Microsoft Office и не вызывает особых проблем в работе.

## *Расчёт планетарного редуктора*

### *Подготовка к работе*

Данная электронная таблица написана с использованием макросов. Макрос — это последовательность команд и функций, хранящаяся в модуле Visual Basic. Всякий раз при открытии книги, содержащей макросы, можно проверить источник макросов, прежде чем разрешить их выполнение.

Если на компьютере установлено антивирусное программное обеспечение, работающее с Microsoft Office, то при любых настройках безопасности файлы, содержащие макросы, перед открытием проверяются на наличие известных вирусов.

Приложение Microsoft Excel предусматривает три уровня безопасности: высокий, средний и низкий. Высокий уровень предполагает запрет на выполнение макросов, при среднем уровне пользователю предлагается выбор: разрешить или запретить выполнение макросов. Если выбран низкий уровень безопасности, то выполнение макросов автоматически разрешается. Низкий уровень безопасности следует использовать только при наличии уверенности в надежности источников всех макросов в файлах.

Перед началом работы с программой необходимо запустить офис-приложение Microsoft Excel и изменить уровень безопасности на низкий. Для этого необходимо войти в меню «Сервис» и выбрать подменю «Макрос» - «Безопасность» (рис. 9.4). Далее в открывшемся окне необходимо выбрать низкий уровень безопасности, поставив флажок в соответствующем месте (рис. 9.5).

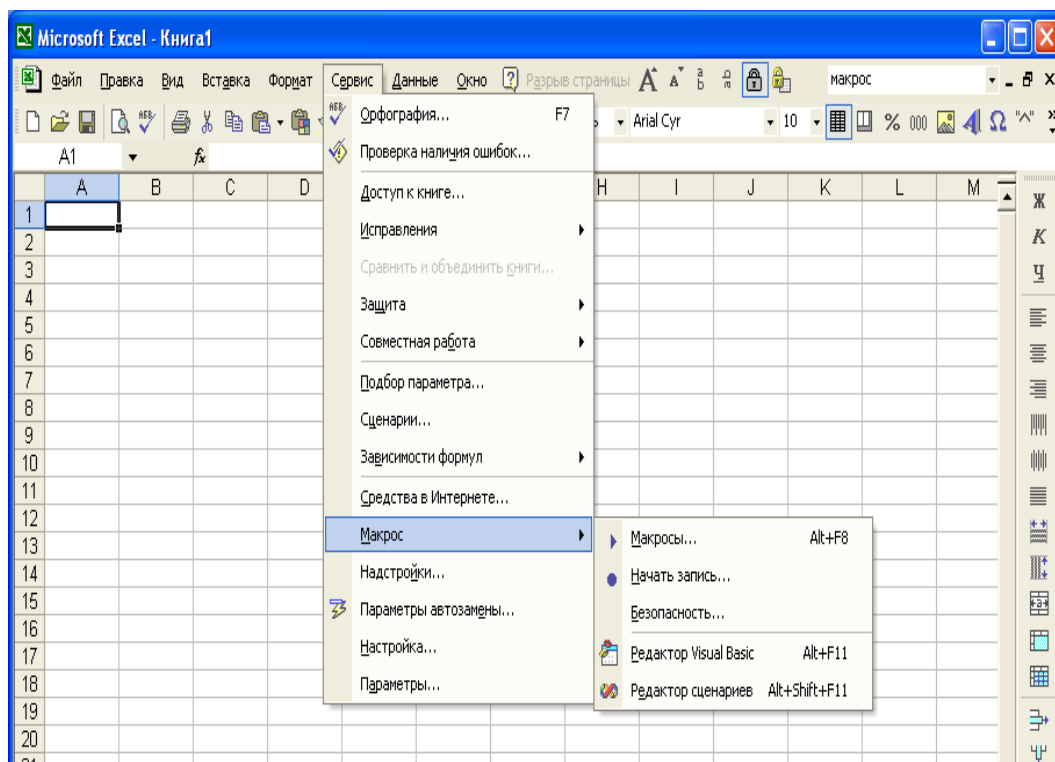


Рис. 9.4. Общий вид электронной таблицы Excel: меню «Сервис»

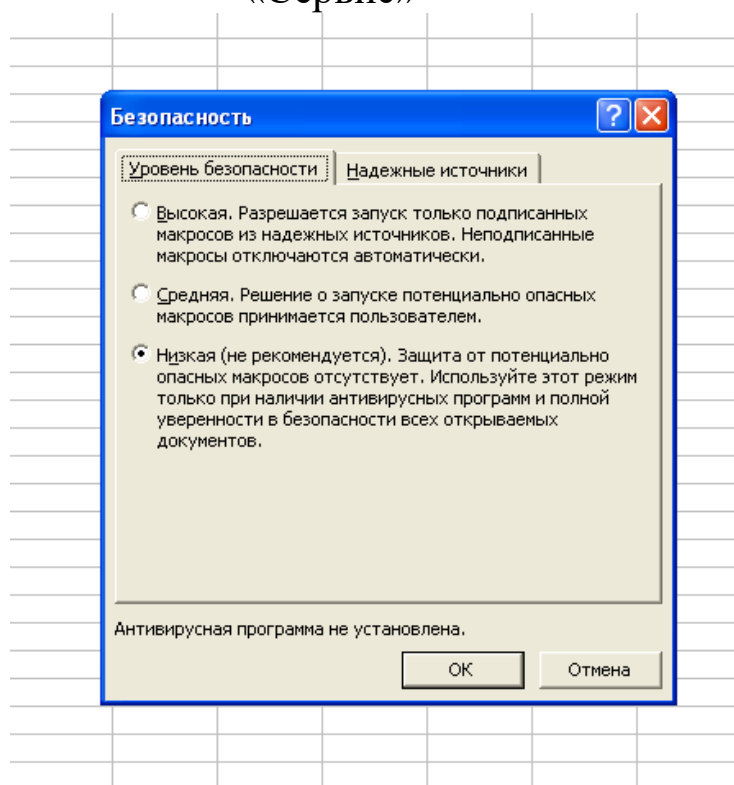


Рис. 9.5. Окно выбора уровня безопасности

### *Работа с программой*

На рабочем столе компьютера расположен ярлык xls-документа «Синтез планетарных механизмов».

Необходимо открыть программу, щёлкнув мышкой по этому ярлыку.

Документ представляет собой электронную таблицу, выполненную на 5 листах.

Общий вид документа приведен на рис. 9.6.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1		Пояснения к работе с программой. В ячейки зеленого цвета необходимо вводить данные условия или по своему усмотрению. Ячейки желтого цвета - расчётные данные, их изменять нельзя.										
2		<b>СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ</b>										
3												
4		Определим передаточное отношение планетарного редуктора Упл										
5												
6		частота вращения двигателя	пдвиг, об/мин				6000					
7												
8		число рабочих ходов в минуту	N				301					
9												
10		передаточное отношение рядовой ступени	Уряд				1					
11												
12		Тогда:	Упл = пдвиг/(N*Уряд)			Упл =	19,93					
13												
14		Количество ступеней	Nст =			1						
15		Тогда передаточное отношение одной ступени Уст = Упл^(1/Nст)					Уст =	19,93				
16		Расчётная схема передачи выбирается в зависимости от передаточного отношения Упл										
17												
18		<b>Перейти к расчёту редуктора с двумя внешними зацеплениями (редуктор Давида)</b>										
19												
20												
21												

Рис. 9.6. Общий вид документа

Переход между листами документа осуществляется путем нажатия соответствующей кнопки на панели внизу.

Работа с документом начинается с листа «Выбор редуктора» (он выделен розовым цветом).

В ячейки, выделенные зелёным цветом, необходимо занести числовые данные. Это либо данные условия (частота вращения, число ходов в минуту и т.п.), либо данные, которые пользователь выбирает самостоятельно, ориентируясь на литературные источники или на подсказки программы. В случаях, когда

вводимый параметр выходит за пределы допустимых значений, программа автоматически исправляет это значение до ближайшего требуемого значения.

Ячейки жёлтого цвета защищены от изменений, их исправлять нельзя. В этих ячейках записаны формулы, по которым осуществляются расчёты, с привязкой к конкретным ячейкам. Соответственно изменение данных желтых ячеек может привести к нарушению работы программы.

Пользователь заносит исходные данные в соответствующие ячейки листа «Выбор редуктора». Весь расчёт автоматизирован. Программный продукт рассчитывает передаточное отношение, которое необходимо обеспечить при синтезировании планетарного механизма и предлагает провести расчёт одной из четырех схем редукторов.

В соответствующей ячейке выдается сообщение о величине передаточного отношения и типе редуктора, дальнейший расчёт которого необходимо произвести. Для этого необходимо нажать кнопку с этим сообщением. После этого, программа автоматически откроет лист для расчёта выбранного типа редуктора (рис. 9.7)

Если введенные данные приводят к невозможности однозначного выбора схемы (передаточное отношение слишком мало для планетарных механизмов или слишком велико для одной ступени) то выдается соответствующее сообщение.

Например, передаточное отношение равно 1. Программа выдаст сообщение следующего вида (рис. 9.8).

Следует отметить, что в случаях, когда реализовать требуемое передаточное отношение одноступенчатой планетарной передачей не представляется возможным, применяют многоступенчатые редукторы. Число ступеней механизма задается в соответствующей ячейке.

Синтез механизма по конкретной выбранной схеме осуществляется автоматически и практически мгновенно. Пользователю необходимо только осуществлять контроль над вычислениями в ячейках с целью подготовки отчета, а также вводить некоторые данные, например, количество сателлитов, модуль зубчатых колес и т.п.



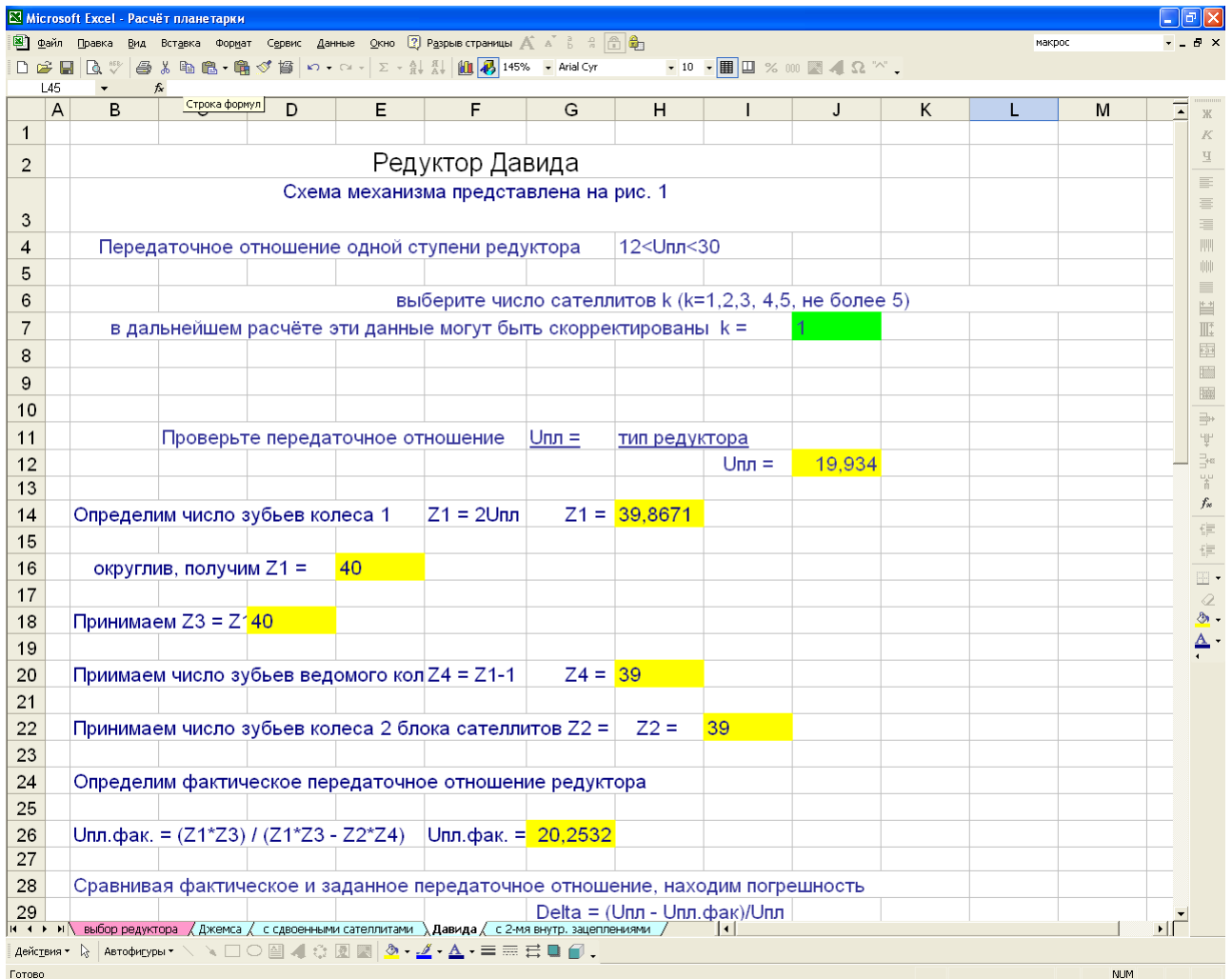


Рис. 9.7. Окно расчёта схемы редуктора

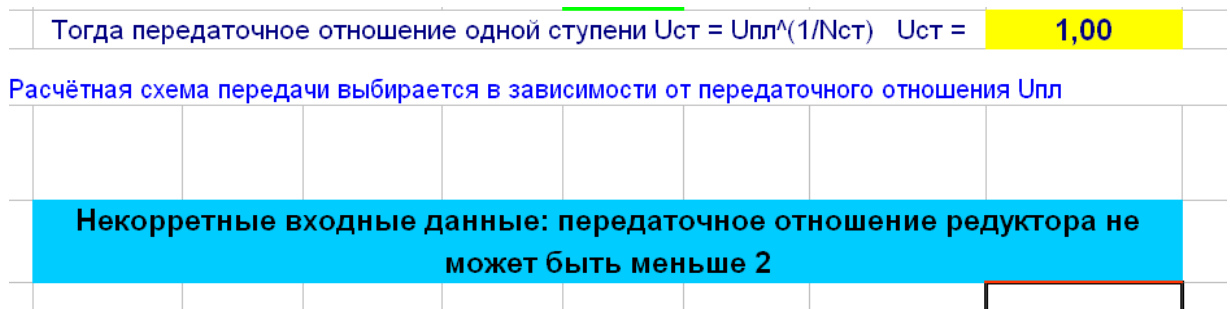


Рис. 9.8. Сообщение об ошибке

## 10 Расчет и проектирование винтовых передач

Винтовая передача состоит из винта и гайки (рис. 10.1). Различают передачи скольжения, работающие на движение с трением скольжения, и передачи качения, работающие преимущественно на движение с трением качения. В передачах скольжения используют резьбы различного профиля (рис. 10.1 а). В передачах качения между витками винта и гайки размещены тела качения - шарики или ролики (рис. 10.1 б).

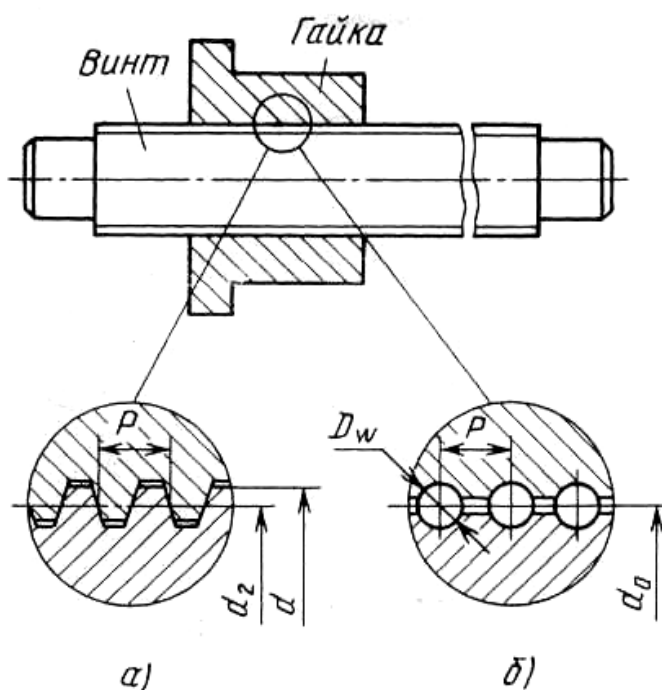


Рис. 10.1. Схема винтовой передачи

Основные геометрические параметры передачи скольжения: наружный диаметр -  $d$ , средний диаметр -  $d_2$ , шаг резьбы -  $P$ ; передачи качения: номинальный диаметр -  $d_0$ , то есть диаметр расположения центров тел качения, шаг резьбы -  $P$ , диаметр тел качения -  $D_w$ .

Передача винт-гайка служит для преобразования вращательного движения в поступательное и наоборот. При этом вращение закреплённой от осевых перемещений гайки вызывает поступательное перемещение винта или вращение закреплённого от осевых перемещений винта приводит к поступательному перемещению гайки. Возможность преобразования поступательного движения во вращательное в силовых передачах вследствие низкого КПД не используют.

## Основы проектирования винтовых передач

Из кинематической схемы механизма, в котором применяется винтовая пара, определяются ход винта или гайки, конструкция опор, шаг резьбы, действующая осевая нагрузка.

Размеры винтовой пары с трением скольжения находят условным расчетом на невыдавливание смазки между рабочими поверхностями резьбы винта и гайки:

$$p = \frac{F_a}{\pi d_2 H_1 z} \leq [p], \quad (10.1)$$

где  $p$  и  $[p]$  – соответственно среднее (рабочее) и допускаемое давления между рабочими поверхностями резьбы винта и гайки ( $[p]=12$  МПа для стали по стали, бронзе или антифрикционному чугуноу,  $[p]=6$  МПа для стали по серому чугуноу, давление в резьбе винтов, служащих для точных перемещений, должно быть в 2...3 раза меньше, чем в резьбе винтов общего назначения);

$F_a$  – осевая нагрузка на передачу;

$d_2$  – средний диаметр резьбы;

$H_1$  – рабочая высота профиля резьбы (для трапецеидальной резьбы  $H_1=0,5s$ );

$z$  – число заходов:

$$z = H_r / s,$$

где  $H_r$  – высота гайки.

Подставив в формулу (10.1) значения  $H_r$  и  $z$  и выразив  $H_r$  через  $d_2$  ( $H_r = Kd_2$ ), получим выражение для определения среднего диаметра резьбы трапецеидального профиля винтовой пары с трением скольжения:

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{2F_a}{\pi K [p]}}, \quad (10.2)$$

где  $K = 1,2...2,5$  для неразрезных гаек и  $K = 2,5...3,5$  – для разрезных.

По значению  $d_2$ , полученному из формулы (10.3), подбирают большие ближайшие значения параметров резьбы в соответствии с ГОСТ.

Тело винта проверяют на прочность в зависимости от вида нагружения. Если винт испытывает сжатие, то во избежание продольного изгиба его проверяют по объединенному условию

прочности и устойчивости, справедливому для винтов любой длины:

$$\sigma = \frac{F_a}{S} \leq \varphi[\sigma_{сж}], \quad (10.4)$$

где  $S = \pi d_3^2 / 4$  – площадь поперечного сечения винта по внутреннему диаметру резьбы;

$\varphi$  – коэффициент уменьшения основного допускаемого напряжения;

$[\sigma_{сж}]$  – допускаемое напряжение на сжатие для материала винта.

Коэффициент  $\varphi$  зависит от гибкости винта:

$$\lambda = \nu l / i,$$

где  $\nu$  – коэффициент приведения длины, зависящий от способа закрепления и расположения опор винта;

$l$  – для двухопорных винтов – расстояние между опорами, а для винтов, у которых второй опорой служит гайка, – расстояние между опорой и серединой гайки;

$i$  – радиус инерции поперечного сечения винта:

$$i = d_3 / 4.$$

Эта зависимость представлена в табл. 10.1. Значения коэффициента  $\varphi$  из правого столбца относятся к сталям повышенного качества.

По найденному значению  $d_3$  определяют гибкость  $\lambda$ , а по табл. 10.1 – соответствующее ей значение  $\varphi$ , после чего проверяют выполнение условия (10.4). Если условие не выполняется, то необходимо увеличить диаметр  $d_3$  и снова выполнить проверку.

Таблица 10.1

Зависимость коэффициента  $\varphi$  от гибкости винта  $\lambda$

$\lambda$	$\varphi$		$\lambda$	$\varphi$	
0	1,00	1,00	80	0,70	0,65
10	0,98	0,98	90	0,62	0,55
20	0,95	0,95	100	0,51	0,43
30	0,91	0,91	110	0,43	0,35
40	0,89	0,87	120	0,37	0,30
50	0,86	0,83	130	0,33	0,26
60	0,82	0,79	140	0,29	0,23

При проверке условия прочности и устойчивости (10.4) в качестве расчетной схемы принимают крайнее положение гайки, когда винт подвергается сжатию на максимальной длине. Если концы винта закреплены в однорядном подшипнике, коэффициент приведения  $\nu=1$ ; если установлены сдвоенные подшипники, то можно принять  $\nu = 0,5$ ; в конструкциях, где закреплен только один конец винта, а другой свободен,  $\nu = 2$ .

Сильно нагруженные винты проверяют также на прочность по эквивалентному напряжению:

$$\sigma_3 = \sqrt{\left(\frac{F_a}{S}\right)^2 + 3\left(\frac{T}{W_p}\right)^2} \leq [\sigma_p], \quad (10.5)$$

где  $T = M$ ,  $M$  – момент, скручивающий винт;

$W_p = \pi d_3^3 / 16$  – момент сопротивления по внутреннему диаметру;

$[\sigma_p] = \sigma_T / 3$  – допускаемое напряжение материала винта на растяжение.

Зависимость между моментом  $T$  и осевой силой  $F_a$  определяется уравнением:

$$T = F_a \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\varphi + \rho). \quad (10.6)$$

Мощность  $N$  на ведущем звене, необходимая для создания на ведомом звене осевой силы  $F_a$ , находится из выражения:

$$N = \frac{F_a \nu}{\eta_{в \rightarrow п}}. \quad (10.7)$$

Для шариковинтовой пары внутренний диаметр резьбы ходового винта  $d_{вн}$  определяется из условия прочности при простом сжатии (растяжении), но по увеличенной примерно на 25% осевой силе:

$$d_{вн} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,25 F_a}{\pi [\sigma]}}. \quad (10.8)$$

Проверка винта на устойчивость приводится так же, как и для винтов передачи винт – гайка с трением скольжения.

Диаметр шариков выбирают из соотношения:

$$d_{ш} = (0,08 \dots 0,15) d_{вн} \quad (10.9)$$

и округляют до большего ближайшего значения в соответствии с ГОСТ 3722–81 из ряда 1,5; 2,5; 3; 3,5; 4; 5; 5,5; 6; 6,5; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 14; 15; 16; 17; 19 мм.

Шаг резьбы винта, мм, определяют из выражения:

$$s = d_{\text{ш}} + (1...5)$$

и округляют до ближайшего целого числа.

Радиус профиля желоба резьб винта и гайки для уменьшения трения должен быть больше радиуса шариков:

$$r_{\text{ж}} = (0,515...0,53)d_{\text{ш}}.$$

После выбора диаметра шариков  $d_{\text{ш}}$  и радиуса профиля желоба  $r_{\text{ж}}$  определяют остальные параметры шариковинтовой пары с полукруглым профилем резьбы.

Вначале задают радиальный зазор  $\Delta$  (рис. 10.2), который в случае, если технические требования на него не установлены, принимают в пределах  $\Delta = 0,03...0,12$  мм. Как видно из рис. 10.2, радиальный зазор  $\Delta$  выражается через наружный диаметр резьбы гайки  $D_{\text{н}}$ , диаметр шарика  $d_{\text{ш}}$  и внутренний диаметр резьбы винта  $d_{\text{вн}}$  соотношением:

$$\Delta = D_{\text{н}} - (2d_{\text{ш}} + d_{\text{вн}}). \quad (10.10)$$

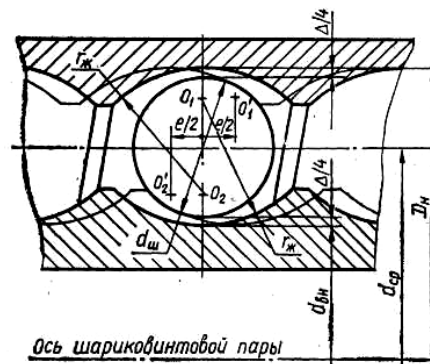


Рис. 10.2. Схема определения радиального и осевого зазоров в шариковинтовой паре

Средний диаметр резьбы винта  $d_{\text{ср}}$ , за который принимают расстояние между центрами диаметрально противоположных шариков, первоначально определяют по выражению:

$$d_{\text{ср}} = d_{\text{вн}} + d_{\text{ш}}, \quad (10.11)$$

а затем округляют до ближайшего целого большего значения.

После этого уточняют внутренний диаметр резьбы винта:

$$d_{\text{вн}} = d_{\text{ср}} - \left( d_{\text{ш}} + \frac{\Delta}{2} \right) \quad (10.12)$$

и находят наружный диаметр резьбы гайки:

$$D_{\text{н}} = d_{\text{ср}} + \left( d_{\text{ш}} + \frac{\Delta}{2} \right). \quad (10.13)$$

Число шариков рабочей части резьбы определяют из выражения:

$$z_{\text{ш}} = \frac{\pi d_{\text{ср}} m}{d_{\text{ш}}} - 1, \quad (10.14)$$

где  $m$  – число витков в одной замкнутой рабочей цепочке.

Полученное значение  $z_{\text{ш}}$  округляют до меньшего ближайшего целого числа. Если при расчете окажется, что  $z_{\text{ш}} > 65$ , то число шариков следует уменьшить, увеличив их диаметр. Число шариков в нерабочей цепи витка определяют в зависимости от выбранной конструкции и длины возвратного канала.

Общий суммарный зазор между шариками:

$$(0,7...1,2)d_{\text{ш}}.$$

Для определения внутреннего диаметра резьбы гайки  $D_{\text{вн}}$  и наружного диаметра ходового винта  $d$  необходимо определить глубину профиля резьбы:

$$h = \frac{d - d_{\text{вн}}}{2}. \quad (10.15)$$

Глубина профиля резьбы у ходового винта и шариковой гайки для первого варианта профиля:

$$h = (0,3...0,35)d_{\text{ш}}.$$

Меньше значение  $h$  принимается для шариковинтовых механизмов, воспринимающих небольшие осевые нагрузки, а большее – для механизмов, воспринимающих большие осевые нагрузки.

Наружный диаметр ходового винта в зависимости от принятой глубины профиля находят по формуле:

$$d = d_{\text{вн}} + 2h, \quad (10.16)$$

а внутренний диаметр резьбы гайки по формуле:

$$D_{\text{вн}} = D_{\text{н}} - 2h. \quad (10.17)$$

Шариковинтовой паре с двухточечным контактом свойственно наличие осевого зазора  $e$  (рис. 10.3), который определяется по формуле:

$$e = \frac{\sqrt{(2r_{\text{ж}} - d_{\text{ш}})\Delta - \Delta^2/4}}{\cos\psi}, \quad (10.18)$$

где  $\psi$  – угол подъема резьбы на среднем диаметре:

$$\psi = \arctg \frac{s}{\pi d_{\text{ср}}}, \quad (10.19)$$

где  $s$  – шаг резьбы.

Поскольку угол  $\psi$  мал, то  $\cos\psi \approx 1$ , а значением  $\Delta^2/4$  по сравнению с первым слагаемым можно пренебречь; выражение (10.9) для осевого зазора запишется таким образом:

$$e = \sqrt{(2r_{\text{ж}} - d_{\text{ш}})\Delta}. \quad (10.20)$$

После определения геометрических размеров шариковинтовой пары ходовые винты, испытывающие большие осевые нагрузки, проверяют также на прочность по приведенному напряжению с учетом работы винта на сжатие (растяжение) и кручение.

Крутящий момент в случае шариковинтовой пары:

$$T = F_a \frac{d_{\text{ср}}}{2} \operatorname{tg}(\psi + \rho_{\text{к}}), \quad (10.21)$$

где  $F_a$  – осевая сила на ведомом звене;

$\rho_{\text{к}} = \arctg\mu_{\text{к}}$  – приведенный угол трения качения.

Грузоподъемность шариковинтового механизма при выбранных диаметрах ходового винта и шариков зависит от числа шариков, одновременно воспринимающих нагрузку, от твердости контактирующих поверхностей кинематических элементов шариковинтовой пары, срока службы механизма

При одновременном действии осевой и радиальной нагрузок проверку на контактную прочность производят отдельно для каждой нагрузки.



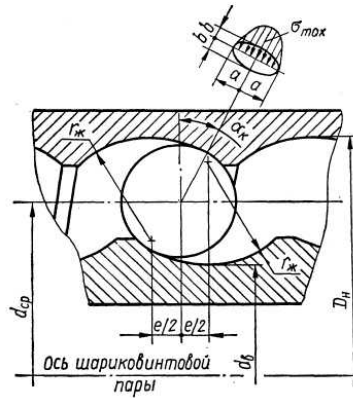


Рис. 10.3 Схема относительного расположения деталей шариковинтовой пары при осевом нагружении

Относительное расположение деталей шариковинтовой пары при осевом нагружении показано на рис. 10.3. При этом нагрузка, действующая на один шарик по нормали к поверхности контакта, определяется по формуле:

$$F_{\text{ш}} = \frac{F_a}{z_{\text{ш}} K_1 u \cos \psi \sin \alpha_{\text{к}}}, \quad (10.22)$$

где  $K_1$  – коэффициент неравномерности нагрузки шариков (обычно принимают  $K_1 = 0,63 \dots 0,7$ );

$u$  – число замкнутых рабочих цепочек;

$\alpha_{\text{к}}$  – угол контакта:

$$\alpha_{\text{к}} = \arccos \left[ 1 - \frac{\Delta}{2(2r_{\text{ж}} - d_{\text{ш}})} \right]. \quad (10.23)$$

По вычисленному значению  $F_{\text{ш}}$  находят наибольшие контактные напряжения, МПа:

- на поверхности резьбы ходового винта:

$$\sigma_{\text{max}}^{\text{в}} = \frac{870}{K_a K_b} \times \sqrt[3]{F_{\text{ш}} \left( \frac{4}{d_{\text{ш}}} - \frac{1}{r_{\text{ж}}} + \frac{2 \cos \alpha_{\text{к}}}{d_{\text{вн}}} \right)^2}; \quad (10.24)$$

- на поверхности резьбы гайки:

$$\sigma_{\text{max}}^{\text{г}} = \frac{870}{K'_a K_b} \times \sqrt[3]{F_{\text{ш}} \left( \frac{4}{d_{\text{ш}}} - \frac{1}{r_{\text{ж}}} + \frac{2 \cos \alpha_{\text{к}}}{D_{\text{н}}} \right)^2}. \quad (10.25)$$

Здесь  $K_a, K_b, K'_a, K'_b$  - коэффициенты, которые определяются по табл. 1.6 в зависимости от величины  $\Omega_B$  и  $\Omega_G$  соответственно для винта:

$$\Omega_B = \frac{\frac{1}{r_{ж}} + \frac{2 \cos \alpha_K}{d_{BH}}}{\frac{4}{d_{ш}} - \frac{1}{r_{ж}} + \frac{2 \cos \alpha_K}{d_{BH}}} \quad (10.26)$$

и для гайки:

$$\Omega_r = \frac{\frac{1}{r_{ж}} + \frac{2 \cos \alpha_K}{D_H}}{\frac{4}{d_{ш}} - \frac{1}{r_{ж}} + \frac{2 \cos \alpha_K}{D_H}} \cdot \quad (10.27)$$

При кратковременной работе ШВП допускаемое напряжение при твердости контактирующих поверхностей шариковинтовых пар  $HRC \geq 61$  принимается равным 4000 МПа.

Для шариковых механизмов, рассчитанных на длительный срок службы, допускаемые контактные напряжения при той же твердости контактирующих поверхностей принимают меньшими:  $[\sigma_K] = 2500 \dots 3000$  МПа (из расчета, чтобы передача выдерживала  $N = 10^7$  циклов нагружения).

Таблица 10.2

Численные значения коэффициентов  $K_a(K'_a)$  и  $K_b(K'_b)$   
в зависимости от  $\Omega$

$\Omega_B(\Omega_G)$	$K_a(K'_a)$	$K_b(K'_b)$	$\Omega_B(\Omega_G)$	$K_a(K'_a)$	$K_b(K'_b)$
0,0192	1,013	0,9873	0,8441	2,557	0,5114
0,0835	1,058	0,9465	0,8904	2,975	0,4704
0,1602	1,117	0,9005	0,9150	3,311	0,4442
0,2545	1,198	8472	0,9264	3,514	0,4304
0,3755	1,322	0,7822	0,9383	3,781	0,4142
0,4914	1,473	0,7216	0,9467	4,014	0,4014
0,5291	1,532	0,7019	0,9556	4,320	0,3864
0,5702	1,603	0,6801	0,9649	4,750	0,3680
0,6155	1,693	0,6557	0,9749	5,432	0,3436
0,6662	1,812	0,6276	0,9803	5,976	0,3273
0,7238	1,979	0,5938	0,9861	6,837	0,3058
0,7911	2,248	0,5505	0,9923	8,609	0,2722

При длительной работе, когда критерием работоспособности является усталостное выкрашивание поверхностных слоев шариковинтового механизма, несмотря на то, что в месте контакта шарика с поверхностью резьбы винта напряжение больше, чем в месте контакта с поверхностью резьбы гайки, долговечность гайки, как правило, меньше, чем долговечность винта. Это объясняется тем, что резьба гайки подвергается большему числу нагружений, чем резьба винта.

Долговечность резьбы можно определить по основному уравнению контактной выносливости:

$$F^3 N = F_\sigma^3 N_\sigma, \quad (10.28)$$

где  $N$  – число циклов нагружения поверхности резьбы силой  $F$ ;

$F_\sigma$  - нагрузка, вызывающая напряжения на площадке контакта шарика с резьбой, равные пределу выносливости при базовом числе  $N_\sigma$  циклов нагружения (обычно  $N_\sigma = 10^7$  циклов).

Тогда:

$$\frac{F_\sigma}{F} = \sqrt[3]{\frac{N^F}{N_\sigma}}. \quad (10.29)$$

Расчет усталой долговечности сводится к вычислению коэффициента долговечности  $K_d$  по формуле:

$$K_d = K_F \frac{F_\sigma}{F} = K_F \sqrt[3]{\frac{N^F}{N_\sigma}}, \quad (10.30)$$

где  $K_F$  - коэффициент переменности нагрузки.

При отсутствии предварительного натяга и ступенчатом изменении текущей нагрузки:

$$K_F = \sqrt[3]{\sum_i \left( \frac{F_i}{F_{\max}} \right)^3 \frac{N_i}{N^F}}, \quad (10.31)$$

где  $F_i$  - текущая нагрузка;

$F_{\max}$  - максимальная нагрузка нормально протекающего технологического процесса;

$N_i$  - число циклов, отработанных при нагрузке  $F_i$ ;

$N^F$  - суммарное число циклов нагружения гайки в течение заданного срока службы передачи.

При наличии предварительного натяга принимают  $K_F = 0,9$ . Число циклов нагружения для гайки  $N^F$  находится по формуле:

$$N^G = 60tn_B N_1, \quad (10.32)$$

где  $t$  – расчетный срок службы передачи, ч;

$n_B$  - частота вращения винта (или гайки), об/мин;

$N_1$  - число циклов нагружения за один оборот винта (или гайки):

$$N_1 = 0,5z_{раб} \left(1 + \frac{d_{ш}}{d_{CP}} \cos \alpha_K\right), \quad (10.33)$$

где  $z_{раб}$  - число рабочих шариков в одном витке гайки.

Если ответственным за долговечность передачи является винт, то число циклов нагружения винта:

$$N^B \approx \frac{2L_1^G}{l^B} N^G, \quad (10.34)$$

где  $N^G$  - число циклов нагружения гайки, найденное по формуле (10.32) с учетом выражения (10.33).

Полученное значение  $N^B$  подставляется в формулу (10.34) вместо  $N^G$  и определяется коэффициент долговечности  $K_D$ . Если  $K_D \leq 1$ , то  $[F] = [F_{CT}]$ ; если  $K_D > 1$ , то  $[F] = [F_{CT}] / K_D$ . Здесь  $[F]$  - допускаемая осевая или радиальная (в зависимости от вида нагружения винта) нагрузка при расчетной усталостной долговечности передачи, собранной без предварительного натяга. Это значит, что если  $K_D \leq 1$ , то соответствующая нагрузка, вычисленная из условия статического нагружения, допустима из условия долговечности; если  $K_D > 1$ , то нагрузку нужно уменьшить в  $K_D$  раз.

### Контрольные вопросы

1. Перечислите достоинства и недостатки винтовых передач скольжения и качения.
2. Назовите основные типы винтовых передач.
3. Из каких материалов изготавливают детали для винтовых передач?

# 11 Валы и оси. Расчет на прочность, жесткость и виброустойчивость

## Общие теоретические сведения

### *Основы расчета валов на прочность*

Валы предназначены для размещения вращающихся деталей в мехатронных модулях и механизмах роботов. Валы передают также вращающий момент и работают в условиях кручения, изгиба и растяжения. В основном валы делают ступенчатыми. Такая форма осей и валов удобна для монтажа на них вращающихся деталей.

Основными критериями работоспособности валов и осей являются прочность, жесткость и антирезонансные свойства. Для расчета валов необходимо составить расчетную схему. При этом валы и оси рассматриваются как балки на шарнирных опорах, роль которых выполняют подшипники. Весами валов или осей, а также деталей, установленных на них пренебрегают. Трение в опорах также не учитывается. Реакции в опорах прикладываются в середине ширины подшипников. Распределенные силы, действующие на детали, сидящие на валу, заменяются сосредоточенными, которые приложены в середине ширины деталей.

После составления расчетной схемы вала, определяются все действующие на вал силы, в т.ч. силы в зацеплениях зубчатых колес и других тел вращения, насаженных на вал – они считаются приложенными к продольной оси вала-, а также реакции опор. После этого находятся крутящие и изгибающие моменты по длине вала.

Проверочный расчет на прочность выполняется с учетом одновременного действия изгибающего и крутящего моментов.

На основании четвертой теории прочности можно записать:

$$\sigma_{\text{эк}} = \sqrt{\sigma_u^2 + 3\tau_k^2} \leq [\sigma_u],$$

где  $\sigma_{\text{экв}}$  - эквивалентное напряжение, зависящее от материала вала;

$\sigma_u$  и  $\tau_k$  - соответственно наибольшие напряжения в точке вала от изгиба – моментом  $M_u$  и кручения - моментом  $T$ .

Так как

$$\sigma_{и} = \frac{M_{и}}{W_{и}}; \quad \tau_{к} = \frac{T}{W_{к}}; \quad W_{к} = 2 W_{и},$$

то можно записать

$$\sigma_{эк} = \frac{10}{d^3} \sqrt{M_{и}^2 + 0,75 T^2}$$

откуда диаметр вала

$$d = \sqrt[3]{\frac{10 \sqrt{M_{и}^2 + 0,75 T^2}}{[\sigma_{эк}]}} \quad (11.1)$$

По третьей теории прочности :

$$\sigma_{эк} = \sqrt{\sigma_{и}^2 + 4 \tau_{к}^2} \leq [\sigma_{и}],$$

условие прочности имеет вид:

$$\sigma_{экв} = \frac{\sqrt{M_{Y}^2 + T^2}}{W} \leq [\sigma],$$

откуда диаметр вала

$$d = \sqrt[3]{\frac{10 \sqrt{M_{и}^2 + T^2}}{[\sigma_{эк}]}} \quad (11.2)$$

Опасное сечение находят после построения эпюр изгибающих и крутящих моментов. При этом силы, действующие на вал в разных плоскостях, раскладывают по двум взаимно перпендикулярным плоскостям и строят эпюры моментов. Затем производится геометрическое суммирование изгибающих моментов.

Более подробно с основными принципами расчета валов на прочность можно ознакомиться в соответствующей литературе.

### ***Исходные формулы для расчета сил в зацеплении зубчатых колес***

Схема сил в зацеплении прямозубых колёс показана на рис. 11.1.

Возникающую в точке контакта зубьев силу нормального давления, как правило, раскладывают на две составляющие:

$$F_{t1} = F_{t2} = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2T_2}{d_2};$$

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg}\alpha = F_{t2} \cdot \operatorname{tg}\alpha \quad (11.3)$$

$$d_1 = mz_1$$

$$d_2 = mz_2$$

где  $d_1, d_2$  – делительные диаметры колёс;  $m$  – модуль зацепления;  $z_1, z_2$  – числа зубьев колёс;  $\alpha = 20^\circ$  – профильный угол.

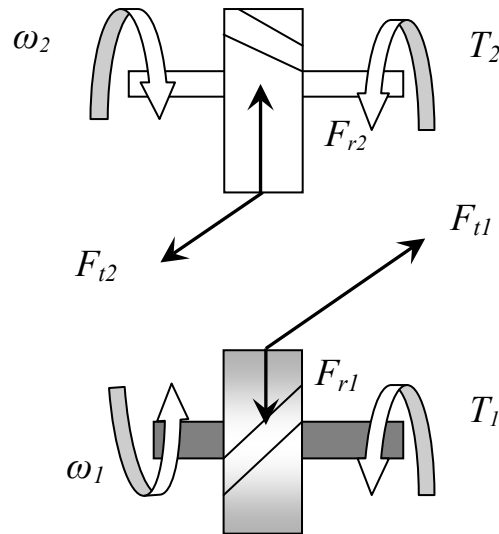


Рис. 11.1 Схема сил в зацеплении прямозубых колёс:  $\omega_1, \omega_2$  – угловая скорость колёс;  $T_1, T_2$  – крутящий момент на валах колёс;  $F_{t1}, F_{t2}, F_{r1}, F_{r2}$  – соответственно окружные и радиальные силы, действующие на колёса

Схема сил в зацеплении косозубых колёс показана на рис. 3. Возникающую в точке контакта зубьев силу нормального давления, как правило, раскладывают на три составляющие:

$$F_{t1} = F_{t2} = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2T_2}{d_2};$$

$$F_{r1} = F_{r2} = \frac{F_{t1} \cdot \operatorname{tg}\alpha}{\cos \beta}$$

$$F_{a1} = F_{a2} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg}\beta \quad (11.4)$$

$$d_1 = mz_1$$

$$d_2 = mz_2$$

где  $d_1, d_2$  – делительные диаметры колёс;  $m$  – модуль зацепления;  $z_1, z_2$  – числа зубьев колёс;  $\alpha = 20^\circ$  – профильный угол;  $\beta$  – угол наклона линии зуба.

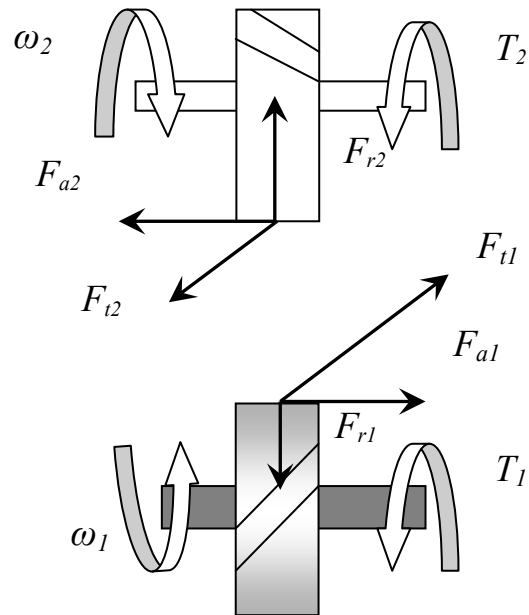


Рис. 11.2. Схема сил в зацеплении косозубых колёс:  
 $\omega_1, \omega_2$  – угловая скорость колес;  $T_1, T_2$  – крутящий момент на валах колес;  $F_{t1}, F_{t2}, F_{r1}, F_{r2}, F_{a1}, F_{a2}$  – соответственно окружные, радиальные и осевые силы, действующие на колёса

На каждое колесо также действует возникающий в точке зацепления сосредоточенный изгибающий момент (вокруг поперечной оси колеса) от осевой силы:

$$M_x = F_{a1} \cdot \frac{d_1}{2} \quad (11.5)$$

Схема сил в зацеплении прямозубых конических колёс показана на рис. 4.

Силы в зубчатом зацеплении конических колёс определяют по формулам:

$$\begin{aligned} F_{t1} = F_{t2} &= \frac{2T_1}{d_{m1}}; \\ F_{r1} = F_{a2} &= F_{t1} \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\delta_1 \\ F_{a1} = F_{r2} &= F_{t1} \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\delta_2 = F_{t1} \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\delta_1 \end{aligned} \quad (11.6)$$

$$d_{m1} = m_m z_1$$

$$d_{m2} = m_m z_2$$



где  $dm_1, dm_2$  – средние делительные диаметры колёс;  $m_m$  – средний модуль зацепления;  $z_1, z_2$  – числа зубьев колёс;  $\alpha = 20^\circ$  – профильный угол;  $\delta_1, \delta_2$  – угол делительного конуса колеса;  $\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$ ;

$$\delta_1 = \text{arctg}(z_2/z_1)$$

$$\delta_2 = \text{arctg}(z_1/z_2)$$

(11.7)

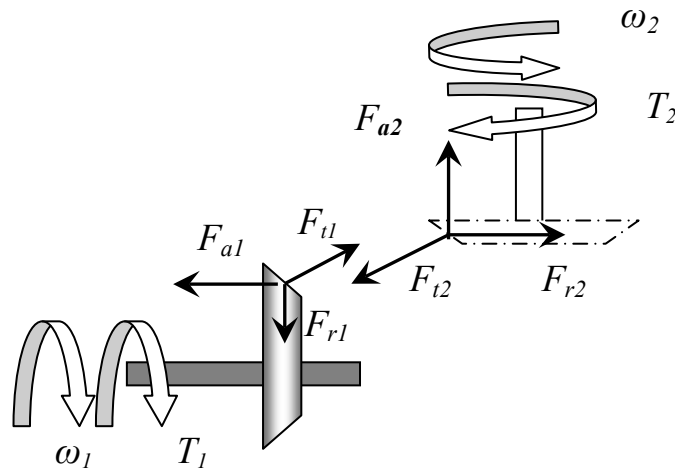


Рис. 11.3. Схема сил в зацеплении косозубых колёс:

$\omega_1, \omega_2$  – угловая скорость колес;  $T_1, T_2$  – крутящий момент на валах колес;  $F_{t1}, F_{t2}, F_{r1}, F_{r2}, F_{a1}, F_{a2}$  – соответственно окружные, радиальные и осевые силы, действующие на колёса

Схема сил в червячном зацеплении приведена на рис. 11.4.

Окружная сила  $F_{t1}$  на червяке равна осевой силе  $F_{a2}$  на колесе, и наоборот, то есть:

$$F_{t1} = F_{a2} = \frac{2T_1}{d_1};$$

$$F_{t2} = F_{a1} = \frac{2T_2}{d_2},$$

(11.8)

где  $d_1, d_2$  – делительный диаметр червяка и колеса соответственно.

Радиальная сила:

$$F_{r1} = F_{r2} = F_r = \frac{F_{t2} \text{tg} \alpha}{\cos \gamma}.$$

(11.9)

$$\text{tg} \gamma = z_1 m / d_1$$

где  $\alpha$  – угол зацепления;

$\gamma$  – угол подъема винтовой линии;  
 $z_1$  – число заходов червяка;  
 $m$  – модуль зацепления.

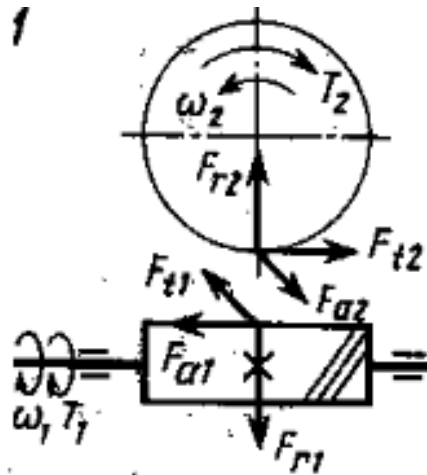


Рис. 11.4. Схема сил в червячном зацеплении:

$\omega_1, \omega_2$  – угловая скорость червяка и колеса соответственно;  $T_1, T_2$  – крутящий момент на червяке и колесе;  $F_{t1}, F_{r1}, F_{a1}$  – соответственно окружная, радиальная и осевая сила, действующие на червяк;  $F_{t2}, F_{r2}, F_{a2}$  – соответственно окружная, радиальная и осевая сила, действующие на червячное колесо

На червяк также действует возникающий в точке зацепления червяка и колеса сосредоточенный изгибающий момент (вокруг поперечной оси червяка) от осевой силы:

$$M_x = F_{a1} \cdot \frac{d_1}{2} \quad (11.10)$$

### **Пример расчета вала мехатронного модуля на прочность**

Рассматриваемый вал II (рис. 11.5) передает крутящий момент  $T_2 = 0,5 \text{ Н}\cdot\text{м}$  на вал III с помощью конической прямозубой передачи. Модуль всех колёс одинаков и равен  $m = m_m = 1 \text{ мм}$ , числа зубьев колёс:  $z_1 = 60, z_2 = 40, z_3 = 30$ .  $a = 0,2 \text{ м}; b = c = 0,1 \text{ м}$ .

При допускаемом эквивалентном напряжении  $[\sigma]_{\text{эке}} = 20 \text{ МПа}$  определить диаметр вала II из расчёта на прочность.

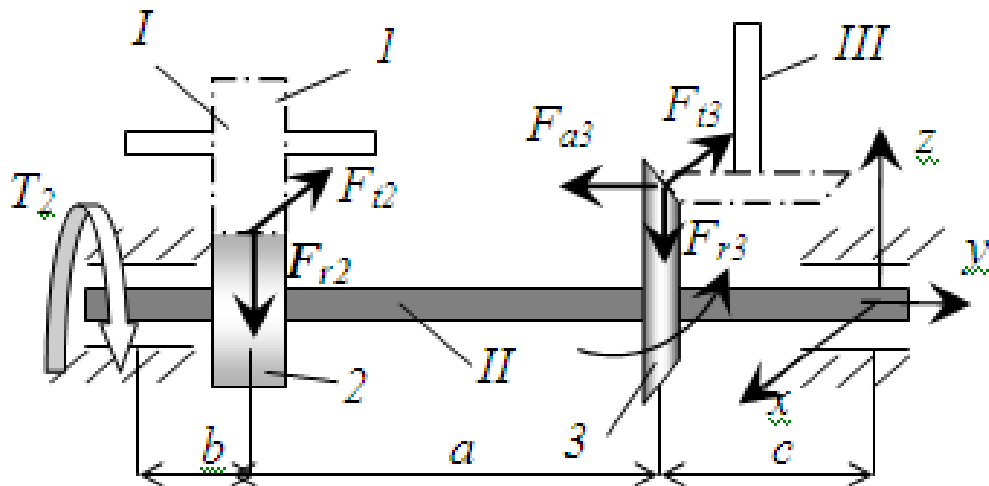


Рис. 11.5. Расчетная схема вала

Решение.

1) Проведем расчет сил  $F_{t2}$ ,  $F_{r2}$ ,  $F_{t3}$ ,  $F_{r3}$ ,  $F_{a3}$ , действующих на колеса, и других геометрических параметров:

делительные диаметры колес:

$$d_{m3} = m_m z_3 = 30 \text{ мм}$$

$$d_2 = m_2 z_2 = 40 \text{ мм}$$

окружная сила  $F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 0,5}{0,04} = 25 \text{ Н}$

угол конуса шестерни 3 определим по формуле (11.7):

$$\delta_3 = \arctg\left(\frac{60}{30}\right) = 27^\circ$$

радиальная сила на колесе 2:

$$F_{r2} = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha = 25 \operatorname{tg} 20^\circ = 9,1 \text{ Н}$$

окружная сила на колесе 3:

$$F_{t3} = \frac{2T_2}{d_{m3}} = \frac{2 \cdot 0,5}{0,03} = 33,3 \text{ Н}$$

радиальная сила на колесе 2:

$$F_{r3} = F_{t3} \operatorname{tg} \alpha \cos \delta_3 = 33,3 \times \operatorname{tg} 20^\circ \times \cos 27^\circ = 10,6 \text{ Н}$$

осевая сила на колесе 3:

$$F_{a3} = F_{t3} \tan \alpha \sin \beta_1 = 5,5 \text{ Н}$$

сосредоточенный изгибающий момент относительно оси  $x$ , действующий на колесо 3:

$$M_{3x} = \frac{F_{a3} m z_3}{2} = \frac{5,5 \times 0,001 \times 30}{2} = 0,08 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Рассматриваемый вал находится под действием различных по характеру силовых факторов, т.е. в его поперечных сечениях возникает сложное сопротивление. В данном случае на вал действуют одновременно: осевая сила, крутящий момент, поперечные силы и изгибающие моменты в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, т.е. имеет место кривой изгиб с растяжением и кручением.

В соответствии с принципом независимости действия сил (гипотеза о суперпозиции) можно рассмотреть отдельно действие перечисленных силовых факторов, по совокупности их действия определить местоположение опасных сечений, после чего по 3-й или 4-й теории прочности определить эквивалентное напряжение.

Построим эпюры основных силовых факторов, рассмотрев по отдельности разные виды нагрузок.

## 2) Кручение.

Расчетная схема вала на кручение и эпюра крутящего момента показаны на рис. 11.6

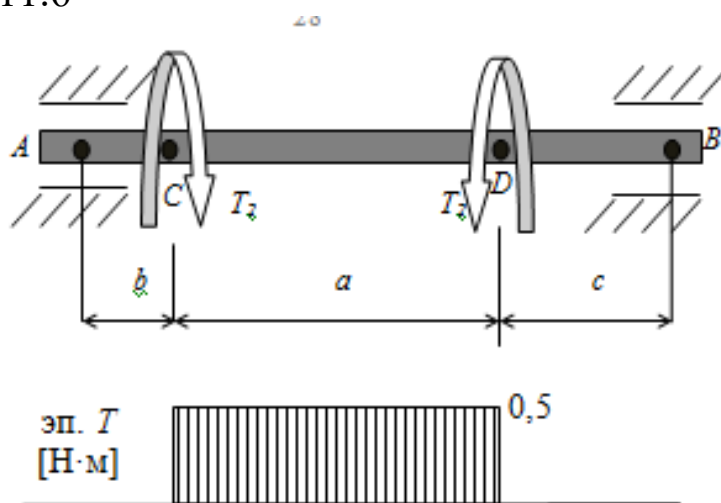


Рис. 11.6. Расчетная схема вала на кручение и эпюра крутящего момента

## 3) Изгиб в горизонтальной плоскости

Представим вал в виде двухопорной балки, одна из опор шарнирно-неподвижная (т. \$A\$), вторая – шарнирно-подвижная (т. \$B\$) (рис. 11.7).

Определим реакции связей для данной схемы:

$$\sum F_y = 0$$

$$Y_A = F_{a3} = 5.5 \text{ Н}$$

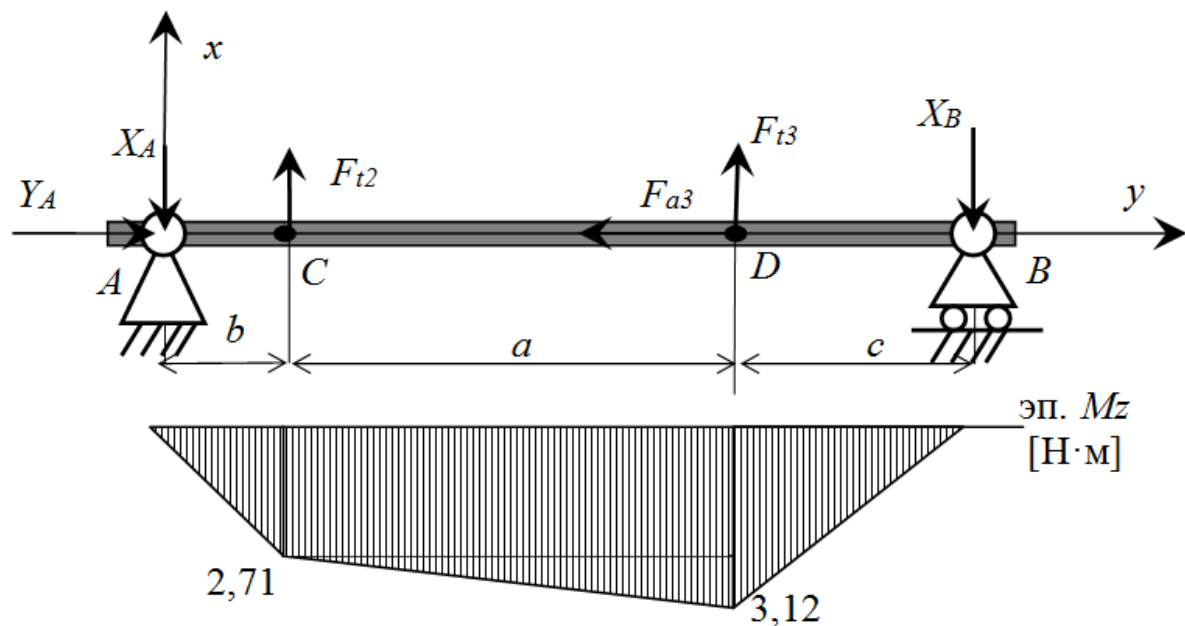


Рис. 11.7. Расчетная схема вала на изгиб в горизонтальной плоскости и эпюра изгибающего момента

$$\sum M_A = 0$$

$$F_{t2}b + F_{t3}(b + a) = X_B(a + b + c)$$

откуда

$$X_B = 31,2H$$

$$\sum M_B = 0$$

$$X_A(a + b + c) = F_{t2}(a + c) + F_{t3}c$$

откуда

$$X_A = 27,1H$$

Далее строим эпюру изгибающего момента \$Mz\$ относительно оси \$z\$ (см. рис. 11.7).

#### 4) Изгиб в вертикальной плоскости

Опять представим вал в виде двухопорной балки, одна из опор шарнирно-неподвижная (т. \$A\$), вторая – шарнирно-подвижная (т. \$B\$) (рис. 11.8).

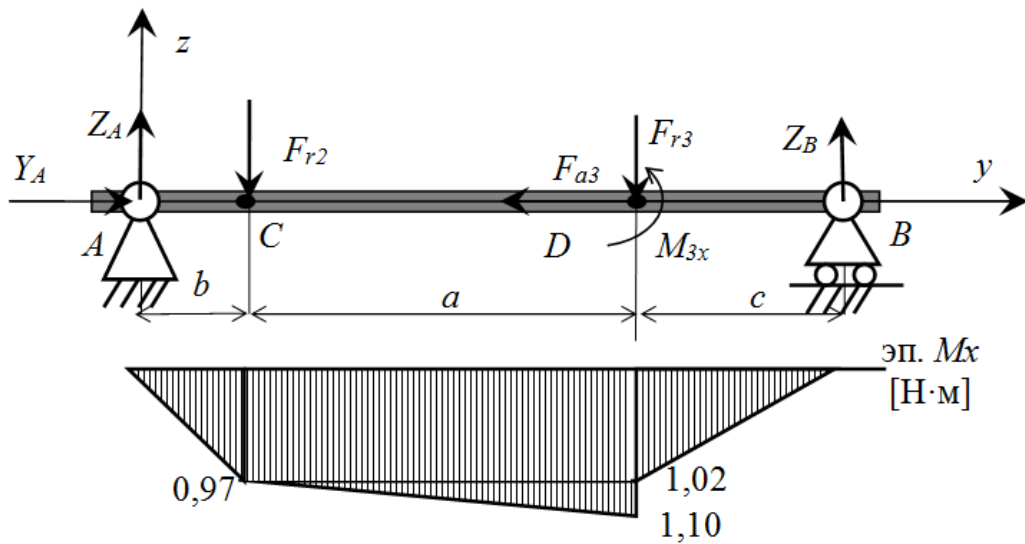


Рис. 11.8. Расчетная схема вала на изгиб в вертикальной плоскости и эпюра изгибающего момента

Определим реакции связей для данной схемы:

$$\sum F_y = 0$$

$$Y_A = F_{a3} = 5.5 \text{ Н} - \text{ранее уже определена}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$F_{r2}b + F_{r3}(a + b) - M_{3x} = Z_B(a + b + c)$$

откуда

$$Z_A = 10,2 \text{ Н}$$

$$\sum M_B = 0$$

$$F_{r3}c + F_{r2}(a + c) + M_{3x} = Z_A(a + b + c)$$

откуда

$$Z_A = 9,7 \text{ Н}$$

Далее строим эпюру изгибающего момента  $M_x$  относительно оси  $x$  (см. рис. 11.8).

$$\text{уч. AC: } 0 \leq y_1 \leq b$$

$$M_x = Z_A y_1$$

$$\text{при } y_1 = 0 \quad M_x = 0$$

$$\text{при } y_1 = b \quad M_x = 9,7 \times 0,1 = 0,97 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\text{уч. CD: } b \leq y_2 \leq a + b$$

$$M_x = Z_A y_2 - F_{r2}(y_2 - b)$$

при  $y_2 = a + b$   $M_x = 1,10 \text{ Н} \cdot \text{м}$   
уч. BD:  $0 \leq y_3 \leq c$   
 $M_x = Z_B y_3$      $y_3 = 0$      $M_x = 0$   
при  $y_3 = 0$      $M_x = 0$   
при  $y_3 = c$      $M_x = 10,2 \times 0,1 = 1,02 \text{ Н} \cdot \text{м}$

5) Определяем диаметра вала для опасного сечения.

Из анализа эпюр крутящего и изгибающих моментов следует, что опасным сечением является точка  $D$ , для которой характерны максимальные значения моментов по всем трем эпюрам.

Определим суммарный изгибающий момент в опасном сечении:

$$M_{\Sigma D} = \sqrt{(M_{ZD}^2 + M_{XD}^2)} = \sqrt{(3,12^2 + 1,1^2)} = 3,31 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Далее определим эквивалентный момент в опасном сечении по третьей теории прочности:

$$M_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{(M_{\Sigma D}^2 + T^2)} = \sqrt{(3,31^2 + 0,5^2)} = 3,35 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Тогда диаметр вала в опасном сечении из условия прочности (11.2):

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{ЭКВ}}}{0,1 \times [\sigma]_{\text{ЭКВ}}}} = \sqrt[3]{\frac{3,35}{0,1 \times 20 \cdot 10^6}} = 0,0149 \text{ м}$$

Округлив, примем

$$d = 15 \text{ мм}$$

### Контрольные вопросы

1. Что такое вал и для чего он предназначен?
2. Как определяются внешние силы, действующие на вал мехатронного модуля?
3. Какой характер напряженно-деформированного состояния испытывает вал?
4. Как строятся эпюры крутящих и изгибающих моментов?
5. Условие прочности вала и определение его диаметра.

## 12 Подшипники качения. Выбор и расчет подшипников. Конструирование подшипниковых узлов

В качестве опор вращающихся валов и осей служат подшипники и подпятники. Подшипники воспринимают радиальные и осевые нагрузки и передают их на корпус машины. Подпятники воспринимают осевые вертикальные нагрузки. По виду трения подшипники делятся на подшипники скольжения и подшипники качения.

Подшипники скольжения. Подшипник скольжения (рис.12.1) состоит из опорного участка вала (цапфы) 1 и подшипника 2, в котором скользит цапфа.

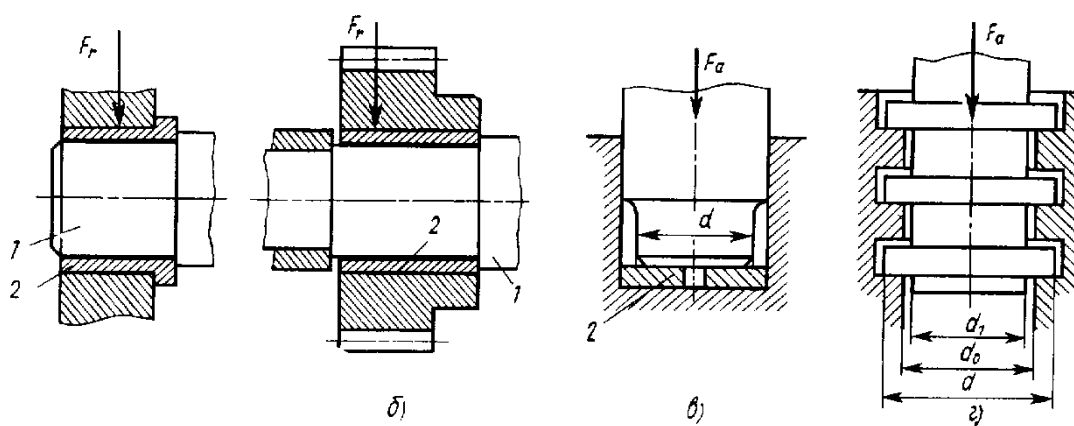


Рис.12.1. Схемы подшипников скольжения

Конструктивно подшипники скольжения могут быть выполнены в разъемном и в неразъемном корпусах.

Подшипники скольжения рассчитывают на износ. При этом находится давление на поверхности соприкосновения цапфы и вкладыша (рис.12.2)

$$p = \frac{R}{dl} \leq [p], \quad (12.1)$$

где  $d$  - диаметр цапфы;  
 $l$  - длина цапфы;  
 $[p]$  - допускаемое давление;  
 $R$  - нагрузка на цапфу.



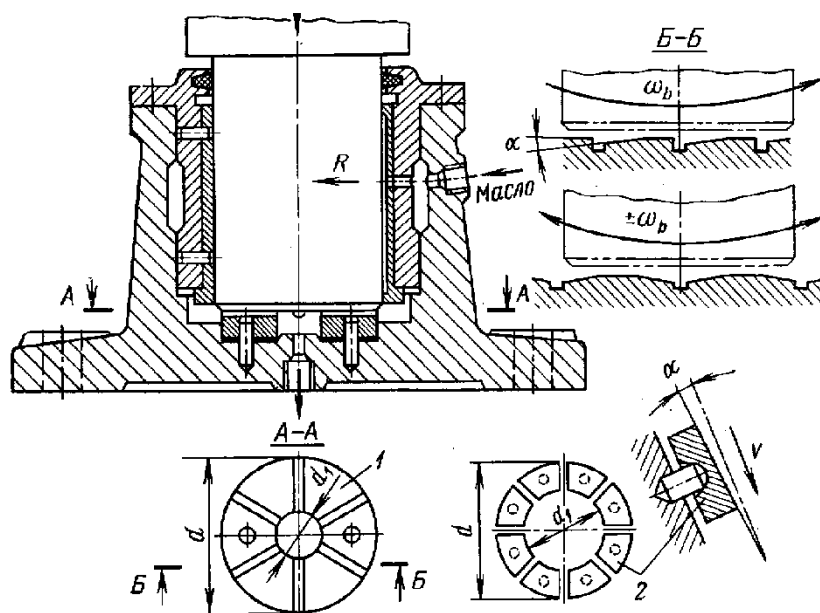


Рис. 12.2. Расчетная схема подшипника скольжения

Допускаемое давление  $[p]$  зависит от материала вкладыша.

На несущую способность и износ подшипника также влияет относительная длина подшипника  $\varphi = \frac{l}{d}$ , которую принимают в диапазоне  $\varphi = 0,5 \div 3$ .

В качестве материала для изготовления втулок и вкладышей подшипников применяют антифрикционные чугуны, цветные металлы (бронзы, баббиты, алюминиевые сплавы), неметаллические материалы (текстолит, капрон, нейлон и др.).

Подшипники качения. Подшипники качения – это наиболее распространенный вид опор вращающихся деталей механизмов и машин. Они состоят (рис. 12.3) из наружного 1 и внутреннего 2 кольца, тел качения 3 и сепараторов 4. При работе тела качения перемещаются по беговым дорожкам А, выполненным на кольцах.

Выбор типа и размеров подшипника определяется характером нагрузки, ее величиной, долговечностью работы, угловой скоростью вращения вала, геометрическими размерами цапф и шеек вала и т.д.

Подбор подшипника проводят в следующей последовательности:

1. предварительно назначают тип подшипника;
2. определяют эквивалентную динамическую нагрузку

$$R = (VXR_r + YR_a)K_\sigma K_T, \quad (12.2)$$

где  $R_r$  - радиальная нагрузка;

$R_a$  - осевая нагрузка;  
 $X, Y$ - коэффициенты приведения соответственно радиальной и осевой сил;

$V$  - коэффициент вращения ( $V=1$  при вращении внутреннего кольца,  $V=1,2$  при вращении наружного кольца);

$K_b$ - коэффициент безопасности, учитывающий влияние характера внешних нагрузок;

$K_T$ - температурный коэффициент.

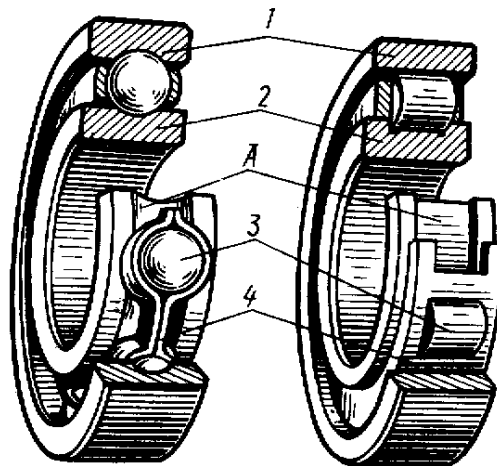


Рис. 12.3. Подшипники качения

3. Определяют требуемую динамическую грузоподъемность подшипника

$$C_{TP} = R q \sqrt{\frac{573 \cdot \omega \cdot L_{10h}}{10^6}}, \quad (12.3)$$

где  $\omega$ - угловая скорость вала;

$L_{10h}$  - требуемый ресурс.

Для шариковых подшипников  $q=3$ , для роликовых –  $q=10/3$ .

4. Определяют пригодность намеченного типоразмера подшипника из условия

$$C_{TP} \leq C, \quad (12.4)$$

где  $C$ - динамическая грузоподъемность подшипника по каталогу.

На работоспособность машины влияет способ установки подшипника. Наибольшее распространение получили два способа установки подшипников в корпусе.

По первому способу осевое фиксирование вала выполняют в одной опоре (рис.12.4, а, б), а вторую опору делают плавающей.

Фиксирующая опора ограничивает осевое перемещение вала и воспринимает радиальную и осевую силу, а плавающая опора воспринимает только радиальную нагрузку.

Недостаток такого способа – малая жесткость валов в осевом, радиальном и угловом направлениях.

Для повышения жесткости в фиксированной опоре устанавливают два подшипника.

По второму способу фиксируют вал в двух опорах (рис.12.4, в,г). При такой опоре осевая нагрузка воспринимается крышками.

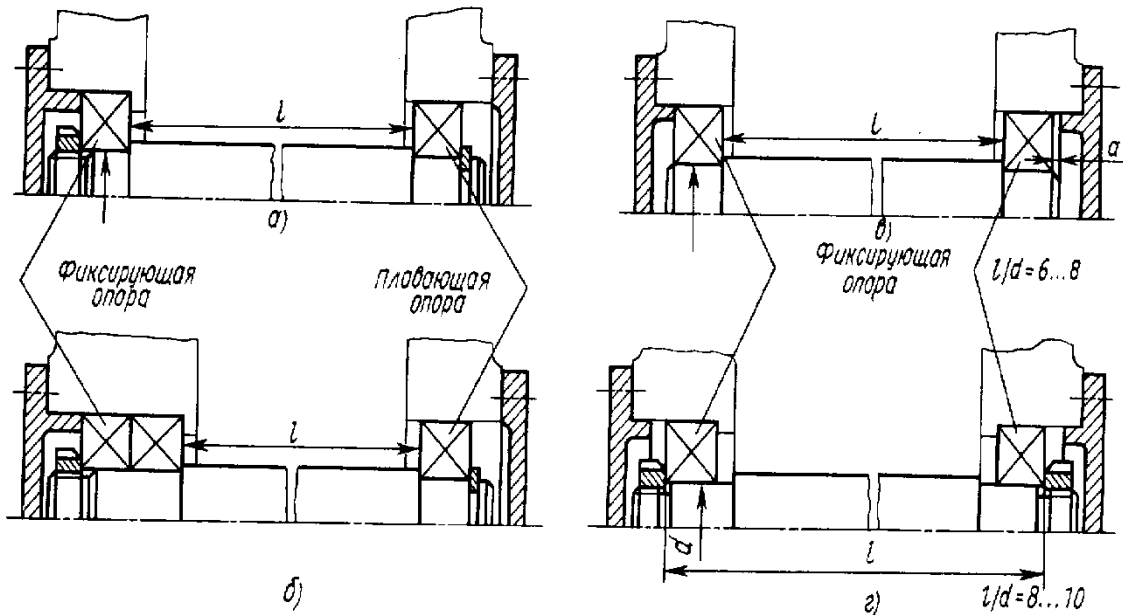


Рис.12.4. Способы установки подшипников

Такой способ наиболее часто встречается при установке валов конических и червячных передач с использованием радиально-упорных подшипников, а также при установке коротких жестких валов.

Большое внимание уделяется фиксированию внутренних и наружных колец подшипников.

Выбор посадки подшипника зависит от условий его работы. Если вращается вал, то его соединяют с внутренним кольцом подшипника по посадке с натягом. При этом наружное кольцо подшипника устанавливают в корпусе по посадке с зазором.

На долговечность подшипника существенно влияет смазка, так как она защищает их от коррозии и способствует охлаждению. При этом используются консистентные и жидкие смазки.

Для защиты подшипников от попадания пыли и вытекания смазки используются различные уплотнения.

## **Контрольные вопросы**

1. Особенности подшипников скольжения.
2. Назовите основные типы подшипников качения.
3. Как проводится подбор подшипников качения?
4. Способы установки подшипников.

## 13 Расчет и выбор соединений деталей машин

### Разъемные соединения

К разъемным соединениям относятся резьбовые, шпоночные, шлицевые и штифтовые соединения.

#### Резьбовые соединения

Резьбовые соединения осуществляют с помощью резьбовых деталей: болтов, винтов и гаек.

К достоинствам резьб и резьбовых соединений относят возможность создавать и передавать большие осевые нагрузки при малых движущих усилиях или моментах; простоту преобразования вращательного движения в поступательное; возможность образования самотормозящих и несамотормозящих, неподвижных и подвижных соединений.

Основные недостатки: низкий КПД, значительная концентрация напряжений в резьбовых деталях.

Резьба характеризуется следующими основными параметрами: наружным диаметром  $d$ , внутренним  $d_1$  и средним  $d_2$  диаметрами резьбы; углом профиля резьбы  $\alpha$ , шагом резьбы  $P$ ; ходом резьбы  $t$ ; числом заходов  $n$ .

**Расчет на прочность элементов резьбы.** Резьбу рассчитывают по напряжениям среза и смятия или по удельным давлениям (в подвижных соединениях) (рис.13.1.).

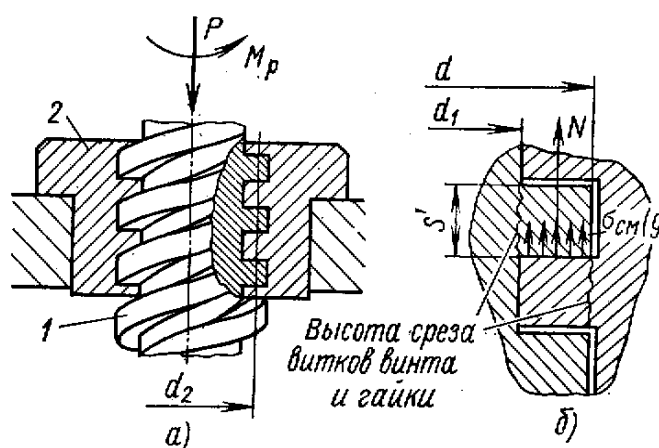


Рис.13.1. Схема сил в соединении

Условия прочности резьбы:

на срез

$$P \leq F_{cp}[\tau_{cp}]; \quad (13.1)$$

на смятие

$$P \leq F_{cm}[\sigma_{cm}]; \quad (13.2)$$

где  $P$  – осевая нагрузка;  $F_{cp}$  и  $F_{cm}$  – соответственно площадь среза и смятия резьбы.

Площадь среза.

$$F_{cp} = ZS'\pi d_p, \quad (13.3)$$

где  $z$  - число витков в гайке;

$S'$  - высота резьбы;

$d_p$  - расчетный диаметр, равный  $d_1$  при одинаковом материале винта и гайки или  $d$  - при менее прочном материале гайки.

После подстановки получаем:

$$P \leq \pi d_p Z S'[\tau_{cp}]; \quad (13.4)$$

Площадь смятия сопряженных витков

$$F_{cm} = \frac{\pi}{4}(d^2 - d_1^2)Z \approx \pi d_2 h Z, \quad (13.5)$$

где  $h$  - рабочая высота профиля.

Тогда условие прочности резьбы на смятие

$$P \leq \frac{\pi}{4}(d^2 - d_1^2)Z[\sigma_{cm}] \approx \pi d_2 h[\sigma_{cm}]. \quad (13.6)$$

Высота гайки  $H_g$  определяется из условия равнопрочности стержня винта и резьбы и обычно  $H_g \approx 0,8d$ .

Число витков гайки, как правило, не должно превышать 10.

**Расчет болтов при действии осевой нагрузки.** На схеме (рис.13.2,а) на незатянутый болт действует сила  $P$ .

Из условия прочности

$$F = \frac{P}{[\sigma_p]}, \quad (13.7)$$

где  $F$  - площадь стержня болта  $\left( F = \frac{\pi d_1^2}{4} \right);$

$[\sigma_p]$  - допускаемое напряжение растяжения.

Тогда внутренний диаметр резьбы

$$d_1 = \sqrt{\frac{4P}{\pi[\sigma_p]}} = 1,13 \sqrt{\frac{P}{[\sigma_p]}}. \quad (13.8)$$

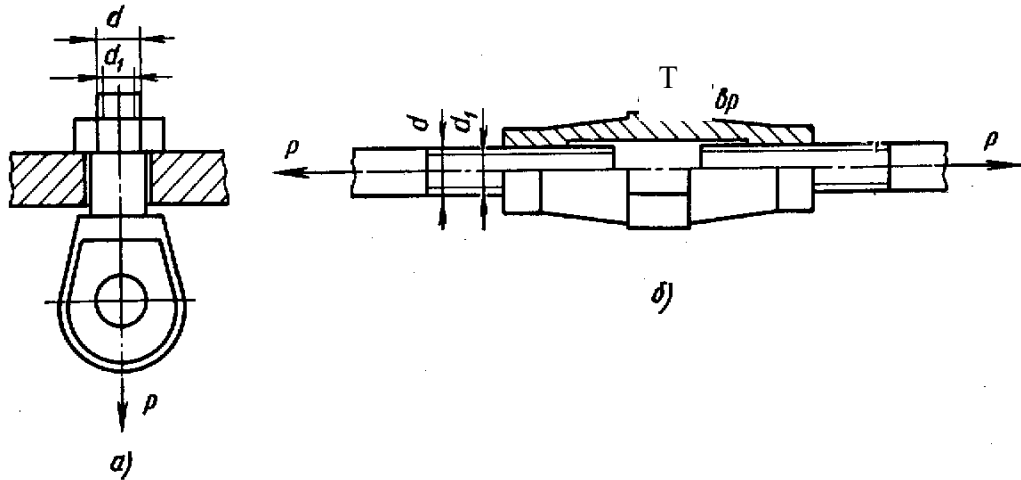


Рис.13.2. Расчетные схемы болтовых соединений:  
а – при незатянutom болте; б – при зaтянутом болте

В зaтянутом болтовом соединении (рис.13.2,б) стержень болта работает на растяжение от силы  $P$  и на кручение от момента трения в резьбе  $T$ .

Следовательно, болт необходимо рассчитывать по эквивалентному напряжению

$$\sigma_{\text{эк}} = \sqrt{\sigma_p^2 + 3\tau_k^2} \leq [\sigma_p]$$

где  $\sigma_p$  - напряжение при растяжении  $\left(\sigma_p = \frac{4P}{\pi d_1^2}\right)$ ;

$\tau_k$  - напряжение при кручении  $\left(\tau_k = \frac{T}{W_0} = \frac{8}{\pi d_1^3} P \text{tg}(\lambda + \varphi') d_2\right)$ .

Окончательно

$$\sigma_{\text{эк}} = \frac{4P}{\pi d_1^2} \sqrt{1 + 3 \left[ \frac{2d_2}{d_1} \text{tg}(\lambda + \varphi') \right]^2} = \frac{4P}{\pi d_1^2} \beta \leq [\sigma_p], \quad (13.9)$$

где  $\beta$  - коэффициент, учитывающий влияние касательных напряжений на прочность болта;

$\lambda$  - угол подъема винтовой линии;

$\varphi'$  - приведенный угол трения.

Отсюда внутренний диаметр резьбы болта, работающего на кручение и сжатие

$$d_1 = 1,13 \sqrt{\frac{P\beta}{[\sigma_p]}}. \quad (13.10)$$

**Расчет болтов при действии поперечной нагрузки.**

Возможны два варианта: болт поставлен в отверстие с зазором (рис.13.3,а) и без зазора (рис.13.3,в).

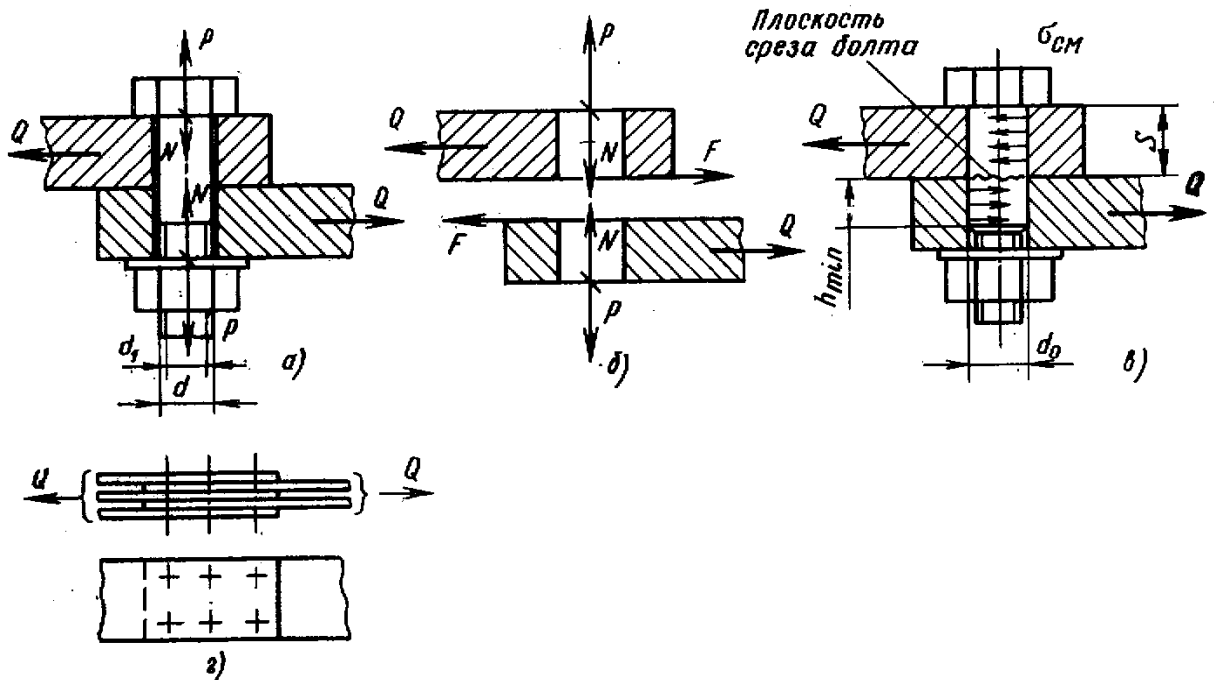


Рис.13.3. Расчетная схема

При установке болтов с зазором относительный сдвиг деталей отсутствует за счет затяжки болтов. При этом возникает сила трения  $F = Nf \geq Q$ . Т.к.  $N = P$ , то усилие затяжки болта  $P$  при заданной поперечной нагрузке

$$P \geq \frac{Q}{f}, \quad (13.11)$$

где  $f$ - коэффициент трения скольжения.

Внутренний диаметр болта

$$d_1 = 1,13 \sqrt{\frac{P}{[\sigma_p]}}. \quad (13.12)$$

Болты без зазора (рис.5.6,в) обычно ставят в отверстие на напряженной посадке. При этом поперечная нагрузка  $Q$  может



вызвать срез болтов по плоскостям скольжения деталей узла и смятие на поверхностях контакта болтов со стенками отверстий.

Поэтому болты без зазора рассчитывают на срез

$$d_0 = 1,13 \sqrt{\frac{Q}{[\tau_{cp}]}} \leq d_{cm}, \quad (13.13)$$

или на смятие

$$\sigma_{cm} = \frac{Q}{d_{cm} \delta_p} \leq [\sigma_{cm}], \quad (13.14)$$

где  $d_{cm}$  - диаметр стержня болта;

$\delta_p$  - минимальная толщина соединяемых деталей.

Расчет групповых болтовых фланцевых соединений сводится к определению наиболее нагруженного болта и оценке его прочности.

Пример 1. Определить диаметр болтов для крепления круглой крышки резервуара. Диаметр резервуара 0,5м. Давление газа  $p = 0,8 \text{ МН/м}^2$ . Болты расположены по окружности. Количество болтов  $Z = 16$ . Материал болтов – сталь Ст.3.

Решение.

Сила давления газа на крышку

$$R = p \frac{\pi D^2}{4} = 0,8 \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} = 0,157 \text{ (МН)}.$$

Усилие, действующее на один болт

$$P_1 = \frac{R}{Z} = \frac{0,157}{16} = 0,0098 \text{ (МН)}$$

Предел текучести для стали Ст.3  $\sigma_T = 220 \text{ МН/м}^2$ .

Принимаем  $n=3$ .

Тогда допускаемое напряжение растяжения

$$[\sigma_p] = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{220}{3} = 73,3 \text{ (МН/м}^2\text{)}.$$

Внутренний диаметр резьбы болтов

$$d_1 = 1,13 \sqrt{\frac{P_1}{[\sigma_p]}} = 1,13 \sqrt{\frac{0,0098}{73,3}} = 0,013 \text{ м} = 13 \text{ мм}.$$

Зная внутренний диаметр резьбы, выбираем наружный диаметр резьбы

$d=14$  мм (резьба М14).

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Учаев, Пётр Николаевич. Детали машин и основы конструирования. Основы конструирования. Вводный курс : учебник / под общ. ред. проф. П. Н. Учаева. - Старый Оскол : ТНТ, 2013. - 200 с. - ISBN 978-5-94178-3 86-1 : 566.50 р. - Текст : непосредственный.
2. Детали машин и основы конструирования. Основы теории и расчета : учебник / С. Г. Емельянов [и др.] ; ред. П. Н. Учаев. - Старый Оскол : ТНТ, 2014. - 344 с.. - Текст : непосредственный.
3. Детали машин и основы конструирования : учебное пособие / Ю. В. Воробьев, А. Д. Ковергин, Ю. В. Родионов [и др.] ; Тамбовский государственный технический университет. – Тамбов : Тамбовский государственный технический университет (ТГТУ), 2014. – 172 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=278004> (дата обращения: 03.09.2021). – Библиогр.: с. 152. – Текст : электронный.
4. Детали машин и основы конструирования. Основы теории и расчета : [учебник для студентов, обуч. по направлениям подготовки: "Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительного производства", "Автоматизированные технологии и производства"] / С. Г. Емельянов [и др.] ; под ред. П. Н. Учаева. - 2-е изд., перераб. и доп. - Старый Оскол : ТНТ, 2015. - 344 с. - Текст : непосредственный.
5. Детали машин. Проектирование: Справочное учебно-методическое пособие/ Л.В.Курмаз, А.Т.Скойбеда. М.: Высш.шк., 2005.-309 с. – Текст : непосредственный.
6. Дунаев П.Ф., Леликов О.П. Конструирование узлов и деталей машин: учеб. пособие для техн. спец. Вузов. – М.: Высш. шк., 1998. - 447 с. - Текст : непосредственный.
7. Красковский Е.Я., Дружинин Ю.А., Филатова Е.М. Расчет и конструирование механизмов приборов и вычислительных систем : учеб. пособие / под ред. Ю.А. Дружинина. – М.: Высш.шк., 1991. – 480 с. – Текст : непосредственный.
8. Основы механики : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки 22.03.01 "Материаловедение и технологии материалов" / С. Ф. Яцун [и др.]. -

2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ИНФРА-М, 2021. - 248 с. – Текст : непосредственный.

9. Яцун, С.Ф. Основы функционирования технических систем : учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника, 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 15.03.01 Машиностроение, 23.03.01 Технологии транспортных комплексов, 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника / С. Ф. Яцун, А. Н. Рукавицын, Е. Н. Политов ; Юго-Западный государственный университет. - Курск : Университетская книга, 2019. - 195 с. – Текст : непосредственный.