

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 24.09.2024 16:30:37

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d426d7095f1c113abbf73e943df4c4851fd56d089

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра механики, мехатроники и робототехники

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

« 17 » 09

2024 г.



### ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ И КАЧЕСТВА ЛИНЕЙНОЙ САУ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ. РОБАСТНАЯ САУ

Методические указания по выполнению лабораторной работы №2 по  
дисциплине «Теория автоматического управления» для студентов  
направления 15.03.06 «Мехатроника и робототехника»



УДК 681.323

Составители: Яцун С.Ф., Щербакова М.П.

Рецензент:

Кандидат технических наук, доцент Юго-Западного государственного университета *Политов Е.Н.*

Исследование устойчивости и качества линейной САУ с запаздыванием. Робастная САУ: методические указания по выполнению лабораторной работы №2 по дисциплине «Теория автоматического управления» для студентов направления 15.03.06 Мехатроника и робототехника / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: С.Ф. Яцун, М.П. Щербакова. - Курск, 2024. 16 с.

Изложены задания, ход выполнения и пример выполнения лабораторной работы по дисциплине «Теория автоматического управления».

Методические указания соответствуют требованиям Федерального государственного образовательного стандарта.

Методические указания предназначены для студентов направления 15.03.06 «Мехатроника и робототехника» а также других направлений технического профиля для всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать. Формат 60x84 1/16.

Усл.печ.л. 0,93 Уч.-изд.л. 0,45 Тираж 30 экз. Заказ ~~879~~ Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94.



## Лабораторная работа №2

# ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ И КАЧЕСТВА ЛИНЕЙНОЙ САУ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ. РОБАСТНАЯ САУ.

### **Цель работы:**

1. Исследование влияния параметров запаздывания на устойчивость и качество САУ;
2. Выбор значений параметров регулятора, обеспечивающих желаемые динамические свойства САУ;
3. Исследование спроектированной САУ на робастность.
4. Выбор значений параметров регулятора, обеспечивающих желаемые динамические свойства нелинейной САУ;
5. Подтверждение (путем моделирования) того, что в результате введения корректирующего устройства (регулятора) САУ приобрела желаемые свойства.

**Объект исследования:** линейная система автоматического управления.

**Аппаратные средства:** виртуальная лаборатория на ЭВМ IBM PC, программный пакет «MATLAB».

## 1.1 Исследование устойчивости и качества линейной САУ с запаздыванием

### **Краткие теоретические сведения:**

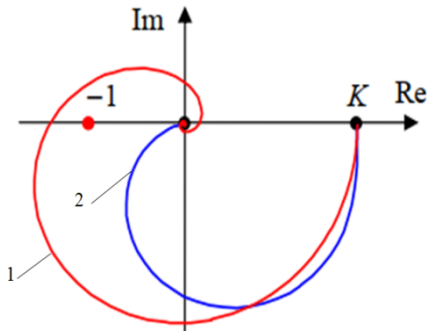
В теории автоматического управления особое место занимают системы с запаздыванием. В САУ запаздывание частое явление, поскольку любому сигналу нужно время чтобы он преодолел необходимое расстояние (например, поступил от задающего устройства на исполнительное). Задержка происходит на каждом элементе в системе (на регуляторе, на датчиках и т.д.). Задача управления в данной ситуации состоит в том, чтобы эта задержка была минимизирована.

Системы с запаздыванием можно разделить на три класса (рис. 1), которые по сути являются транспортным (чистым) запаздыванием.



Рис 1 Классы систем с задержкой

Запаздывание приводит к ухудшению качества функционирования системы или потери устойчивости. Рассмотрим следующий пример:



- 1 - частотная характеристика системы без запаздывания
- 2 - аналогичная характеристика для системы с запаздыванием.

Запаздывание привело к неустойчивости системы (годограф охватил критическую точку (-1; 0))

Вычислительное запаздывание в компьютере - время, которое необходимо для расчета нового управляющего сигнала после получения всех исходных данных.

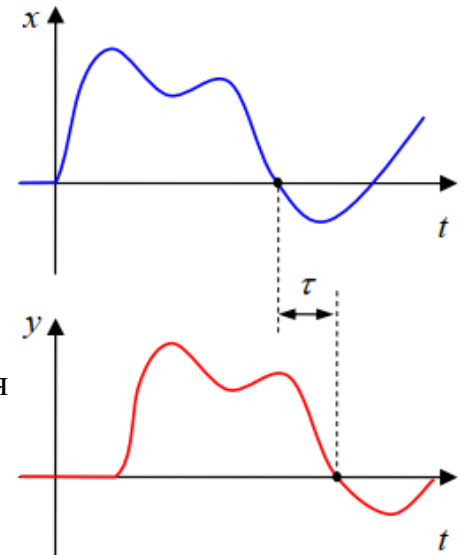
Запаздывание в системе просто сдвигает сигнал вправо на временной оси, не меняя его формы. Математически это можно записать в следующем виде:

$$y(t) = x(t-\tau) \quad (1)$$

где  $\tau$  - время запаздывания,  $t$  - время выполнения процесса,  $y(t)$  - выходная величина,  $x$  - входная величина

Передаточная функция звена транспортного (чистого) запаздывания имеет вид:

$$W_\tau(p) = e^{-p\tau} \quad (2)$$



Задержки в САУ могут быть **статическими (фиксированными)** или **динамическими**, в последнем случае управление значительно усложняется.

Рассмотрим следующий пример статической транспортной задержки: труба неизменяемой длины, через которую вентилятор с постоянной скоростью прокачивает воздух, в начале трубы установлен нагреватель, а температура воздуха измеряется датчиком в точке А (рис 2). При изменении температуры воздуха датчик обнаружит это не сразу, а через время  $\tau = L/v = const$ , где  $L$ - длина трубы (в метрах), а  $v$  - скорость потока воздуха (в м/с).

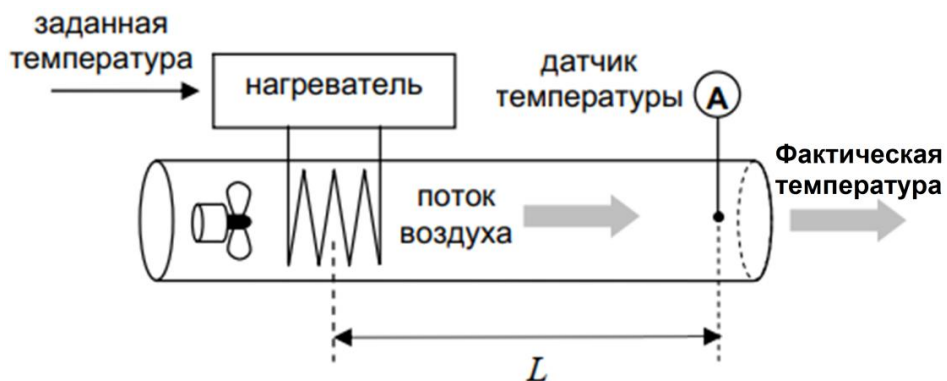


Рис. 2 Схема установки

где, **заданная температура**, - задающее воздействие;

**фактическая температура** - выходное воздействие;

**поток воздуха** - объект управления;

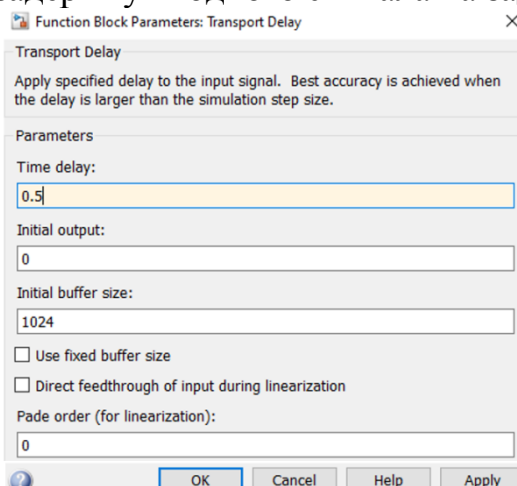
**нагреватель** - регулятор;

**датчик температуры** - обратная связь

Динамическую транспортную задержку рассмотрим на основе примера выше. Достаточно следующего условия  $L \neq const$  или  $v \neq const$ , соответственно  $\tau = L/v \neq const$ .

Возникновения задержки в системе приводит к её нелинейности, в связи с этим регулирование системы усложняется и в ряде случаев, где это возможно, проводится линеаризация. В данной лабораторной работе она также будет проводиться. Регулирование САУ осуществляется ПИД – регулятором (см. краткую теорию к лаб. № 1)

В программном пакете MATLAB/Simulink функцию запаздывания реализует блок Transport Delay (блок фиксированной задержки сигнала). Обеспечивает задержку входного сигнала на заданное время.



*Time Delay* – время задержки сигнала.

*Initial input* – начальное значение выходного сигнала.

*Initial buffer size* – начальный размер буфера (количество памяти, выделяемой для хранения задержанного сигнала).

*Pade order (for linearization)* – порядок ряда Паде. Используется при аппроксимации выходного сигнала. Задаётся целым положительным числом.

*Direct feedthrough of input during linearization* – прямой выход при линеаризации

При выставленном флажке на *Direct feedthrough of input during linearization* в случае выполнения линеаризации модели полагается, что входной сигнал проходит на выход блока без задержки.

При выполнении моделирования значение сигнала и соответствующее ему модельное время сохраняются во внутреннем буфере блока. По истечении времени задержки значение сигнала извлекается из буфера и передаётся на выход блока. В том случае, если шаги модельного времени не совпадают со значениями моментов времени для записания в буфер сигнала, блок Transport Delay выполняет аппроксимацию выходного сигнала.

### Пример выполнения работы:

Исходные данные для тестирования моделируемой САУ представлены в табл.1.

Таблица 1 – Исходные данные

Параметр	$K_0$	$T, c$	$t_{ycm}, c$	$\xi$	$\sigma, \% \leq$
Значение	3	0,5	2,0	0,8	10

Для настройки блока задержки «Transport Delay» соберем схему, представленную на рис. 3.

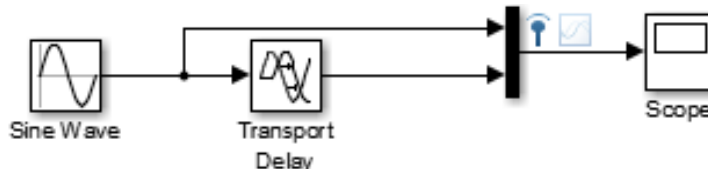


Рис. 3. Схема Simulink-модели для настройки блока задержки «Transport Delay»

Рисунок 4 демонстрирует работу блока с синусоидальным сигналом (время задержки 0,5 с).

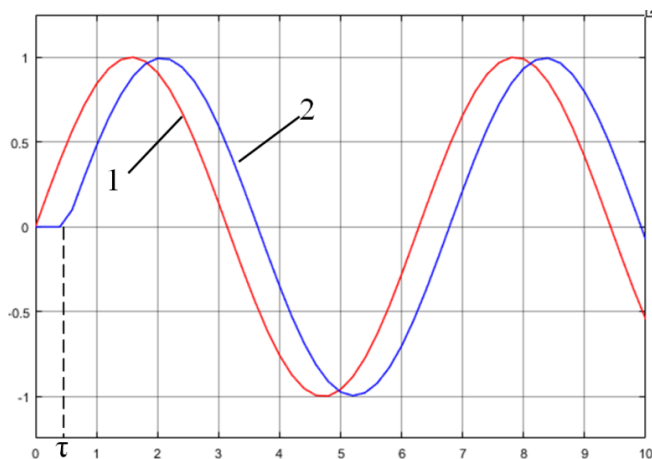


Рис.4 Работа блока Transport Delay, где 1- без задержки, 2 – с задержкой,  $\tau$  – время задержки

Передаточная функция исследуемой системы имеет вид:  $W(p) = \frac{k_0}{T^2 p^2 + 2T\xi p + 1}$ ,

1. Изучение влияния запаздывания на САУ (рис. 5).

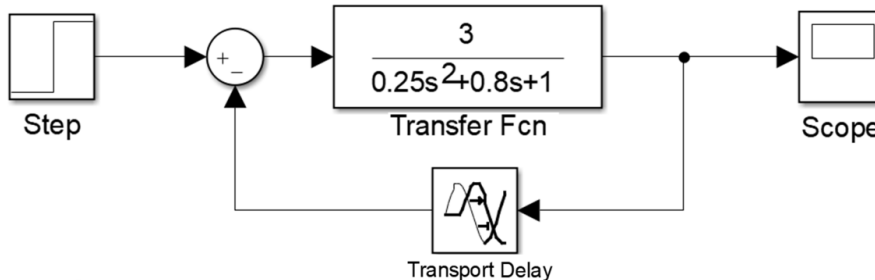


Рис.5 Блочная модель САУ с запаздыванием

Сравним характеристики исходной САУ и системы с блоком задержки сигнала (время задержки установим равным 0.4 с) (рис.6 и 7).

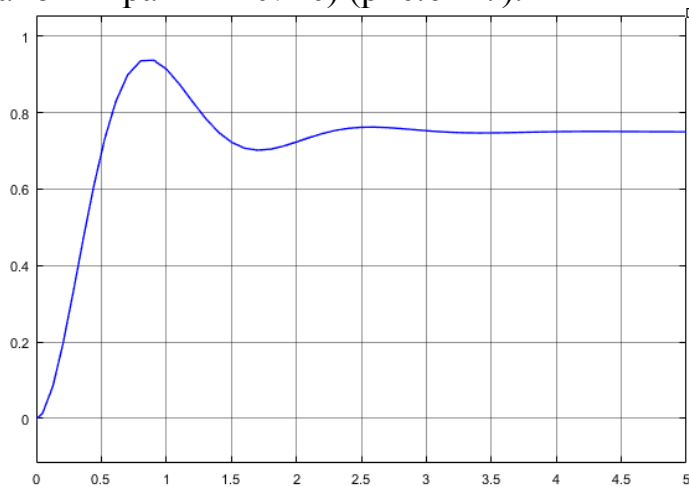


Рис. 6 Характеристика переходного процесса САУ без запаздывания

Анализируя полученную характеристику, имеем, что, несмотря на статическую ошибку, перерегулирование и колебательность, система устойчива, но требует настройки.

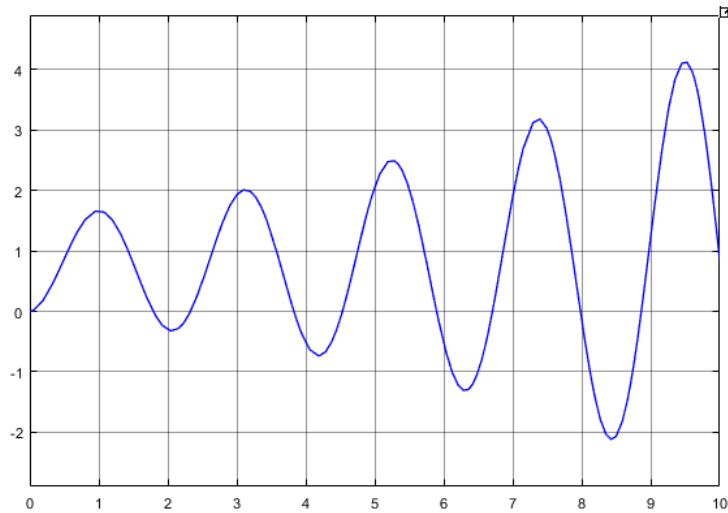


Рис. 7 Характеристика переходного процесса САУ с запаздыванием ( $\tau = 0.4\text{с.}$ )

Исходя из полученных характеристик, можно сделать вывод о том, что под воздействием блока задержки сигнала система теряет устойчивость. Но это происходит с определённого значения времени запаздывания  $\tau$ . Например, для рассматриваемой системы потеря устойчивости начинается при  $\tau \approx 0.33\text{ с}$  (при  $\tau \leq 0,33$  - САУ устойчива) (рис.8).

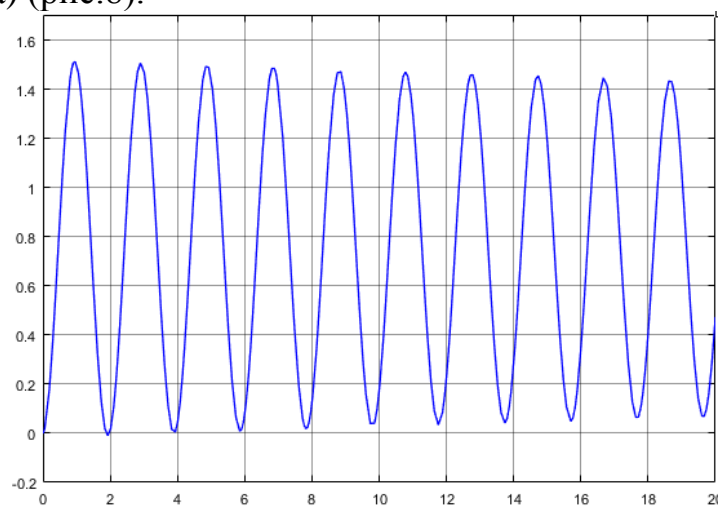


Рис.8 Характеристика переходного процесса САУ с запаздыванием ( $\tau = 0.33\text{с.}$ )

## 2. Подключение ПИД регулятора и подбор оптимальных коэффициентов регулирования (рис. 9).

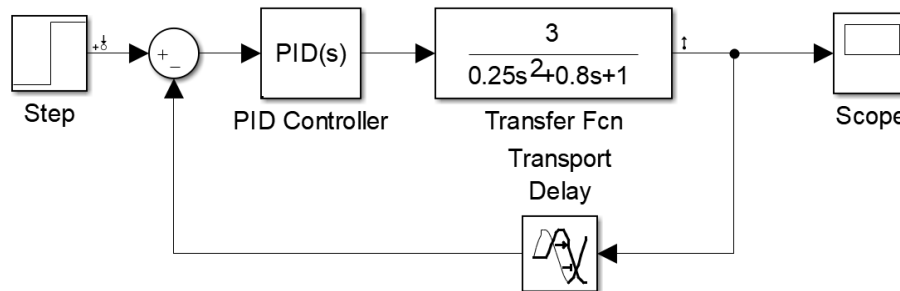


Рис.9 Модель системы с ПИД-регулятором

Подбор оптимальных коэффициентов в данной осуществим с помощью CSRC - блока (см. лаб. №1). Результат подбора коэффициентов регулирования (рис. 10) :  $k_p=0.3030$ ;  $k_d=0.0959$ ;  $k_i=0.3711$ .

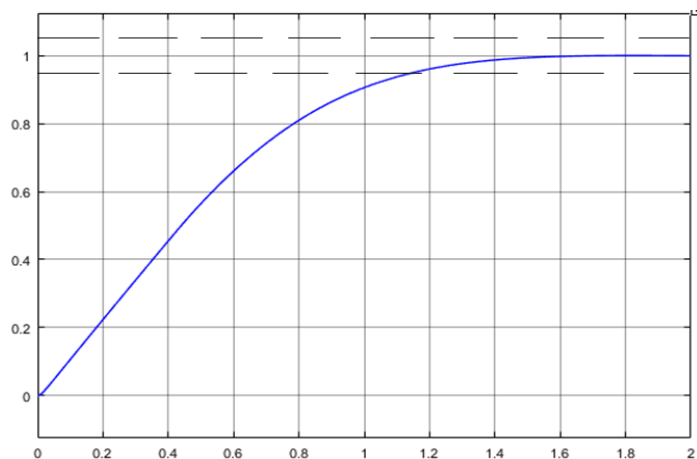


Рис. 10 Характеристика САУ с подобранными коэффициентами регулирования, где  $\sigma=0\%$ ;  $t_{уст}=1.18с.$ ;  $n=0$ ;  $\varepsilon=0\%$ ;

Таким образом, в ходе работы было исследовано влияние эффекта запаздывания на САУ, а подобранные коэффициенты регулирования обеспечивают устойчивость системы, а также соответствие заданным параметрам, которым система должна удовлетворять.

### Порядок и методика выполнения работы:

1. При исследовании рассмотренного способа коррекции динамических свойств САУ в качестве исходных данных выступают передаточная функция  $W(p)$  неизменяемой части системы вида:

$$W(p) = \frac{K_0}{T^2 p^2 + 2T\xi p + 1}$$

Постоянные коэффициенты и характеристики, для которой берутся по вариантам из табл.2.

Задающее воздействие  $g(t) = 1(t)$ .

2. В процессе выполнения данной части работы студенты должны:

2.1) изучить эффект запаздывания в САУ;

2.2) исследовать влияние эффекта запаздывания на САУ;

2.3) вычислить значение  $\tau$ , при которых САУ будет устойчива;

2.4) подобрать коэффициенты регулирования, при которых САУ с запаздыванием будет удовлетворять заданным параметрам.

2.3. Сделать вывод о проделанной работе и её результатах.

Таблица 2

<i>№ вар.</i> <i>Параметры</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>
<i>K<sub>0</sub></i>	1	4	3	4	5	6	7	8	6	5	7
<i>T, с</i>	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	0,5	0,6	0,3
<i>ξ</i>	0,6	0,7	0,8	0,8	0,7	0,9	0,5	0,4	0,6	0,5	0,5
<i>t<sub>уст</sub>, с ≤</i>	1,3	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,0	2,5	3	3
<i>σ, % ≤</i>	0	10	10	5	5	5	0	0	5	10	0
<i>ε, %</i>	0										
<i>n</i>	0										



## 2.2 Робастная САУ

### Краткие теоретические сведения:

**Робастное (грубое) управление** – совокупность методов ТАУ, целью которых является синтез такого регулятора, который обеспечивал бы хорошее качество управления, если объект управления отличается от расчетного или его математическая модель неизвестна.

Системы, обладающие свойством робастности, называются робастными (грубыми) системами.

Реальные систем, за редким исключением, являются робастными.

**Робастная система** - система задающая требуемое качество управления при наличии следующих видов неопределённостей (рис. 11)



Рис. 11 Неопределённости робастной системы

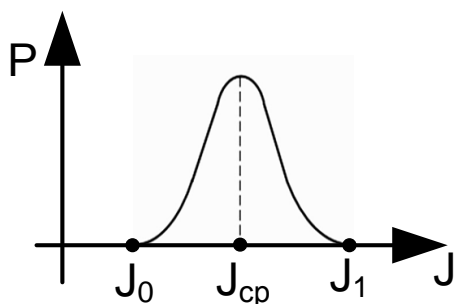
В рамках данной работы будет рассмотрена только параметрическая неопределенность.

- **параметрическая (интервальная) неопределенность** - некоторые значения параметров системы известны не точно, при этом структура модели известна.

В роли известных не точно могут выступать параметры ОУ, ВВ, ОС или сразу в нескольких составляющих САУ.

Рассмотрим пример, когда ОУ – двигатель (ДПТ характеристики и передаточная функция которого более подробно были рассмотрены в лаб. №1) имеющий механические (например,  $J$  – момент инерции) и электрические (например,  $L_{я}$  – индуктивность якоря,  $R_{я}$  – сопротивление якоря) параметры.

На примере уже знакомой САУ из лаб.1 рассмотрим пример параметрической неопределённости.



Механический параметр двигателя  $J$  известен не точно, т.е задан интервалом. Далее выводится закон распределения (нормального, в приоритете), что является отдельной задачей, которая в рамках данной работы рассматриваться не будет, поэтому принимаем следующее удовлетворительное условие:



Главной задачей синтеза робастных систем является поиск закона управления, который сохранял бы выходные переменные системы и сигналы ошибки в заданных допустимых пределах несмотря на наличие неопределённостей в контуре управления. Неопределённости могут принимать любые формы, однако наиболее существенными являются шумы, нелинейности и неточности в знании передаточной функции объекта управления.

### Пример выполнения работы:

Исходные данные тестирования моделируемой САУ представлены в табл.3.

Таблица 3 – Исходные данные

Параметр	$k$	$T, c$	$t_{ycm}, c$	$a$	$\xi$	$\sigma, \% \leq$	$\pm k, \%$	$\pm a, \%$
Значение	3	0,5	0,7	$2T\xi$	0,68	8	25	25

Передаточная функция исследуемой системы имеет вид:  $W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + ap + 1}$ .

$k, a$ , выступают в роли известных не точно параметров ОУ.

Подставим среднее значение параметров  $k, a$ , которые определяются на следующих интервалах:

$$a \in [a_0, a_1], \text{ где } a_0 = a - 25\%, \quad a_1 = a + 25\% ,$$

$$k \in [k_0, k_1], \text{ где } k_0 = k - 25\%, \quad k_1 = k + 25\% ,$$

а также введем в систему CSRC-блок (рис 13а) и введём начальные значения переменных в командном окне MATLAB (рис. 13б):

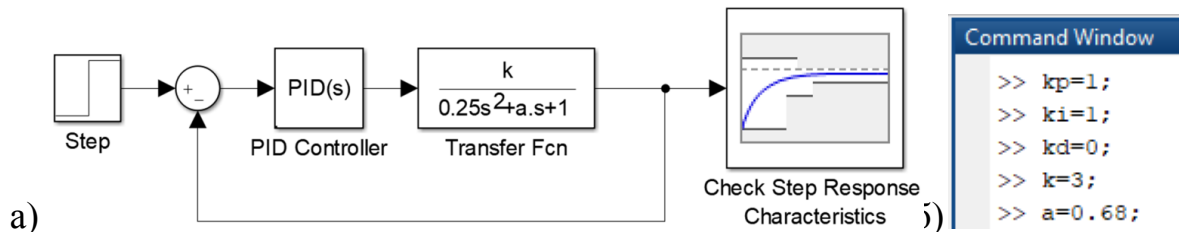


Рис.13 а) Блочная модель САУ б) Ввод начальных значений переменных

### Подбор коэффициентов регулирования.

В меню Uncertain Variables Set блока CSRC выбираем “неуверенные” переменные, выделим левой кнопкой мыши в правом поле параметры  $a, k$ , и нажатием стрелки переместим их в левое поле. Нажимаем Set Uncertain Values, где вычисляем значение нижних и верхних границ параметров  $k$  и  $a$  (рис.14):

$$a \in [0.51, 0.85] \text{ и } k \in [2.25, 3.75]$$

Обычные переменные вводятся в расчёт через меню Design Variable Set.

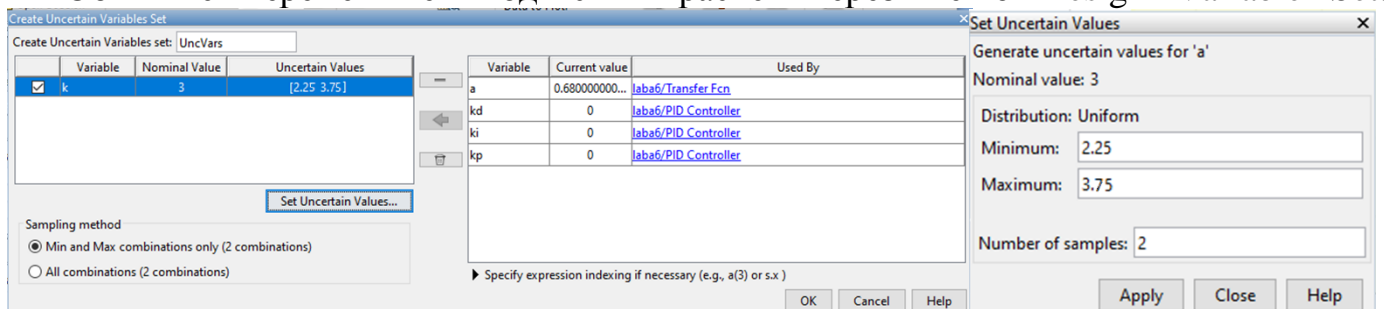


Рис.14 Окно задания “неуверенные” переменных

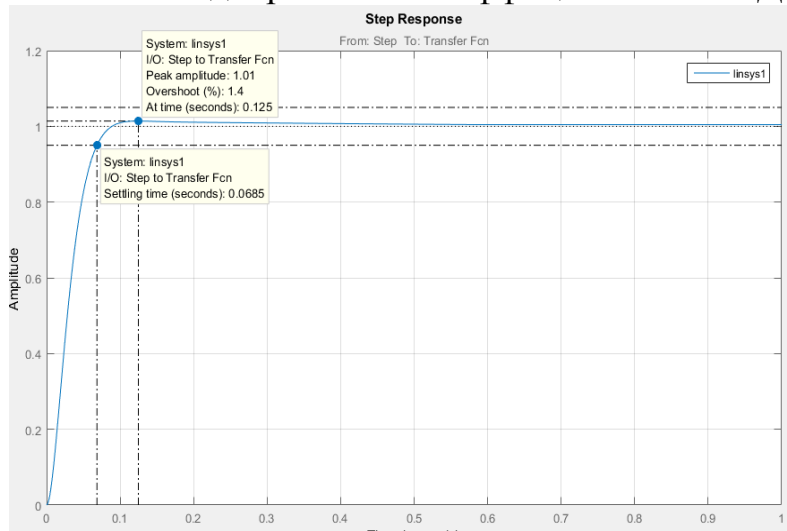


После настройки запускаем работу системы нажатием кнопки Optimize. Перемещая соответствующие границы регулирования в вертикальном и горизонтальном направлениях, добиваемся оптимального вида характеристики.

Подобранные коэффициенты:

$$k_p = 8.0662; k_i = 12.3117; k_d = 2.5255;$$

Выполним проверку полученных коэффициентов для определения соответствия системы заданным параметрам. На рисунке 15 представлен результат работы системы с подобранными коэффициентами ПИД-регулятора.



Amplitude – амплитудное значение выходного сигнала  $y(t)$  в ответ на входное воздействие  $g(t)$ . Это может быть  $\omega$  и  $\varphi$  или какая-то другая выходная величина, зависит от конкретной системы.

Рис.15 График переходного процесса САУ с подобранными коэффициентами ПИД-регулятора

Далее оценим, при каких из предельных значений параметров  $k$  и  $a$ , получаются худшие значения коэффициента перерегулирования, время установления, установившаяся ошибка и колебательность. Для этого используем средство Linear analysis.

Вместо параметров  $k$  и  $a$  вводим их граничные значения, сочетая разные комбинации:

1.  $k=2.25; a=0.51$  (рис.16);

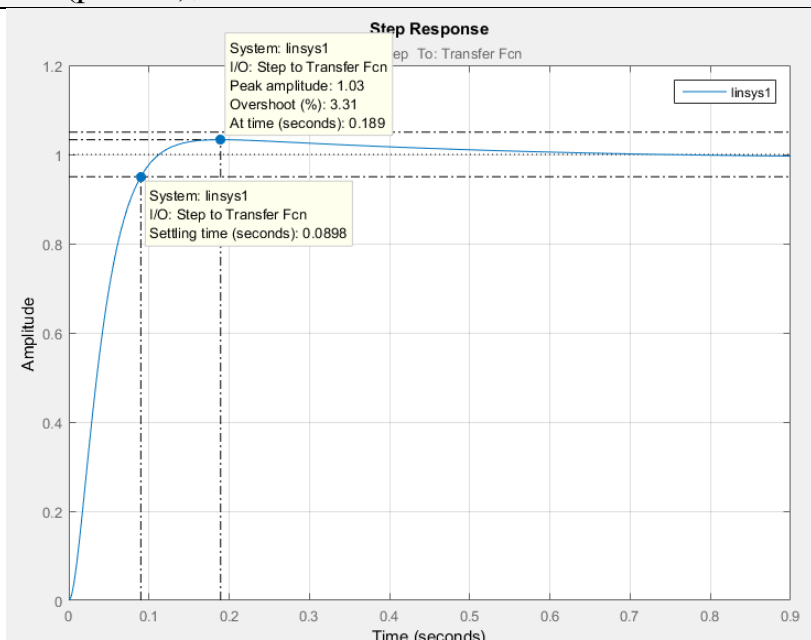


Рис.16 Характеристика САУ с подобранными коэффициентами

2.  $k=2.25$ ;  $a=0.85$  (рис.17);

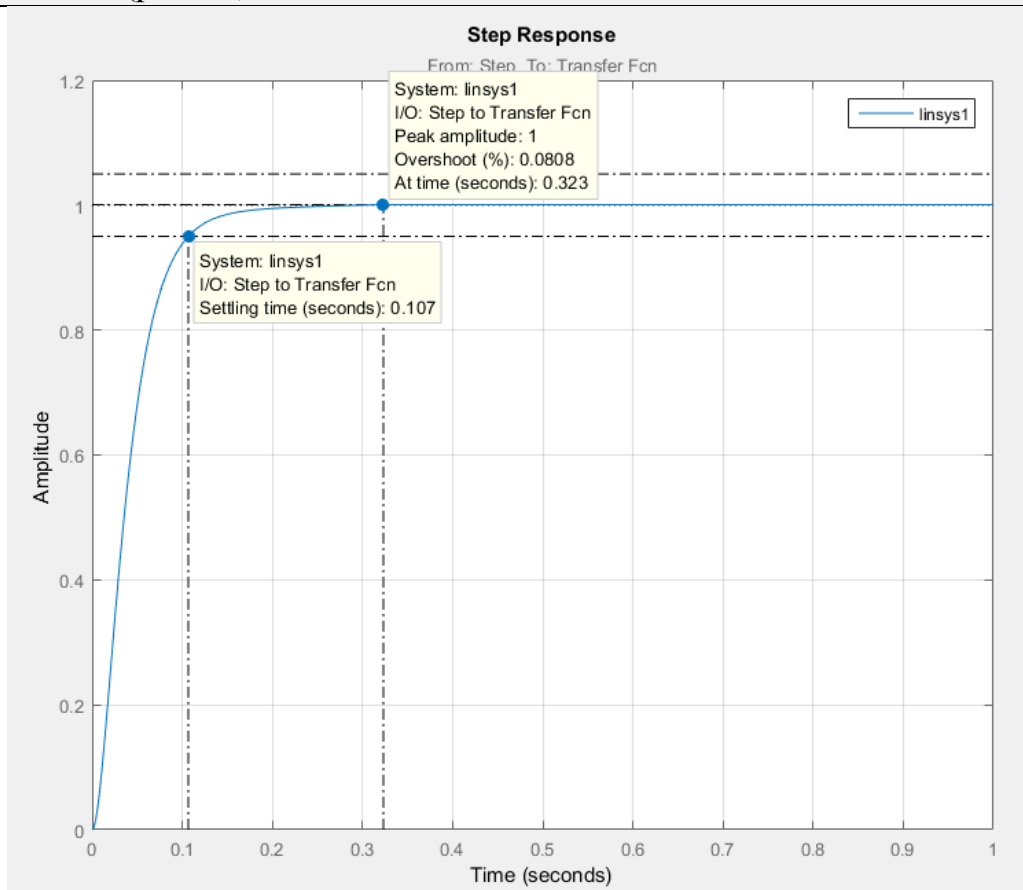


Рис.17 Характеристика САУ с подобранными коэффициентами

3.  $k=3.75$ ;  $a=0.51$  (рис.18);

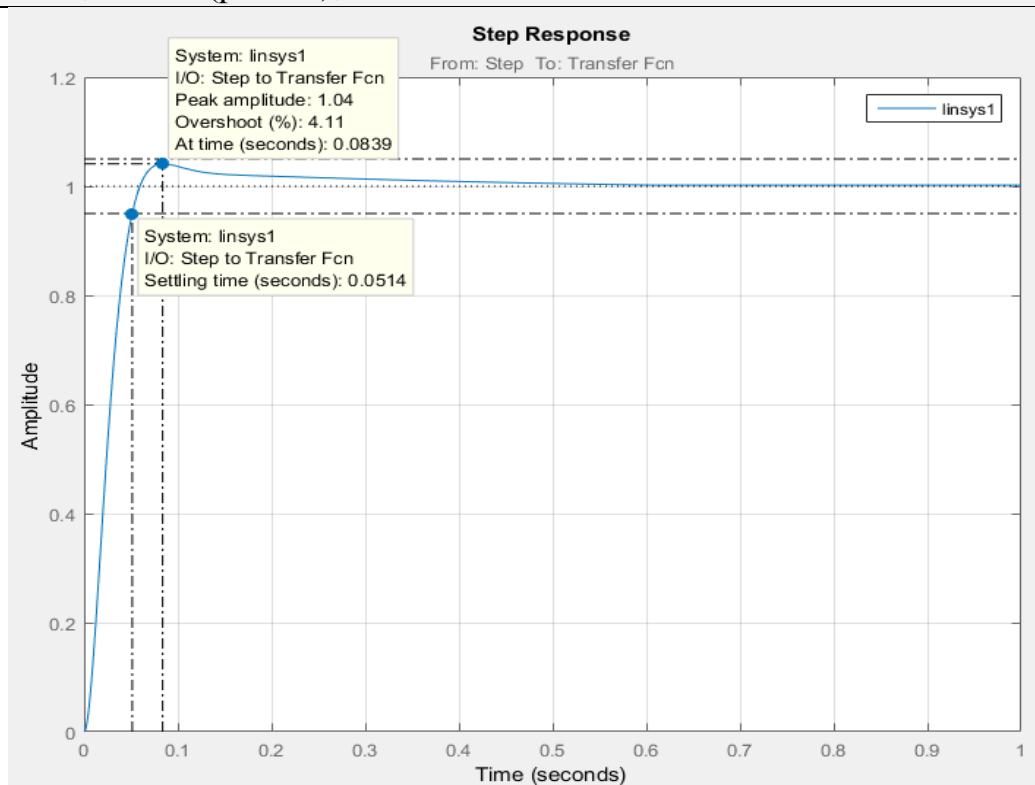


Рис.18 Характеристика САУ с подобранными коэффициентами

4.  $k=3.75$ ;  $a=0.85$  (рис.19);

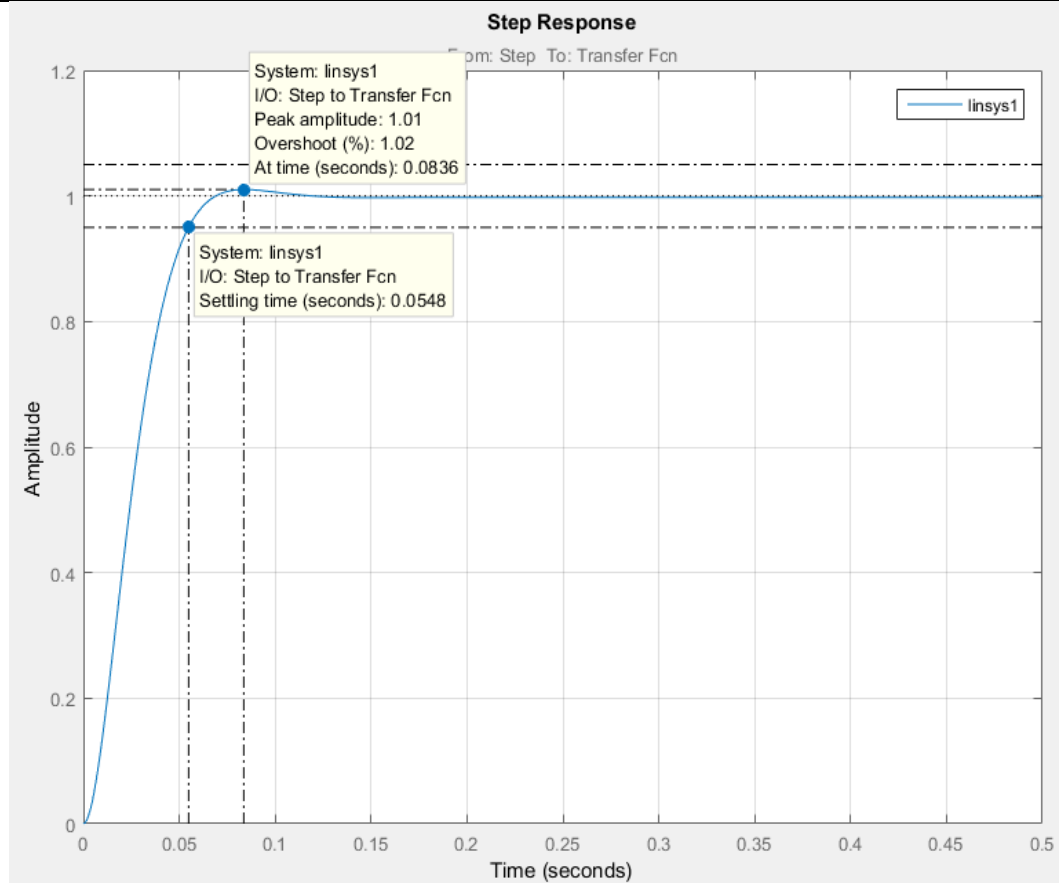


Рис.19 Характеристика САУ с подобранными коэффициентами

Получив переходные характеристики (рис.16-рис.19), составим сводную таблицу 4.

Таблица 4

<b>k</b>	<b>a</b>	<b>δ, %</b>	<b>t, с</b>	<b>n</b>	<b>σ, %</b>
2.25	0.51	0	0.0898	0	3.31
2.25	0.85	0	0.107	0	0.0808
3.75	0.51	0	0.0514	0	4.11
3.75	0.85	0	0.0548	0	1.02

При  $a \in [0.51, 0.85]$  и  $k \in [2.25, 3.75]$  и коэффициентах, полученных после настройки ПИД – регулятора:  $k_p = 8.0662$ ;  $k_i = 12.3117$ ;  $k_d = 2.5255$ ; можно сказать, что:

- наибольший коэффициент перерегулирования равен 4.11%;
- наименьший коэффициент перерегулирования равен 0,8%;
- время переходного процесса не более 0.107 сек;
- колебательность – 0 колебаний;
- ошибка в установившемся режиме для всех случаев  $\varepsilon=0\%$ .

Таким образом, используя программные средства пакета MATLAB, были подобраны оптимальные динамические параметры передаточной характеристики робастной САУ, удовлетворяющие заданным условиям.



## Порядок и методика выполнения работы:

1. При исследовании рассмотренного способа коррекции динамических свойств САУ в качестве исходных данных выступают передаточная функция  $W(p)$  неизменяемой части системы вида

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2T\xi p + 1}.$$

Постоянные коэффициенты для которой берутся по вариантам из табл. 5.

Задающее воздействие  $g(t) = 1(t)$ .

2. В процессе выполнения данной части работы студенты должны:

2.1) получить путём имитационного моделирования в программном пакете MATLAB графики  $y(t)$ ;

2.2) определить время установления  $t_{уст}$ , перерегулирование  $\sigma$ , ошибку  $\epsilon$  и колебательность  $n$ ;

2.3) применяя вышеописанный способ коррекции динамических свойств САУ, найти с помощью CSRC-блока пакета MATLAB коэффициенты регулирования  $k_{П}$ ,  $k_{И}$ ,  $k_{Д}$ ;

2.4) получить путём имитационного моделирования в программном пакете MATLAB графики выходного сигнала настроенной САУ;

2.5) выполнить проверку полученных значений применительно к своей модели САУ.

2.6) для каждого случая в отрегулированной САУ определить время установления  $t_{уст}$ , перерегулирование  $\sigma$ , ошибку  $\epsilon$  и колебательность  $n$ ;

2.7) сравнить полученные в п.2.6 результаты.

3. Сделать вывод о проделанной работе и её результатах.

Таблица 5

<i>№ вар.</i> <i>Параметры</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>
<i>k<sub>0</sub></i>	1	4	3	4	5	6	7	8	6	5	7
<i>T, с</i>	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	0,5	0,6	0,3
<i>a</i>	$2T\xi$	$T^2$	$2T\xi$	$T^2$	$2T\xi$	$T^2$	$2T\xi$	$T^2$	$2T\xi$	$T^2$	$2T\xi$
<i>ξ</i>	0,35	0,47	0,68	0,28	0,57	0,69	0,5	0,4	0,6	0,45	0,55
<i>t<sub>уст</sub>, с ≤</i>	0,3	0,5	0,7	0,5	0,4	0,5	0,35	0,23	0,5	0,45	0,3
<i>σ, % ≤</i>	0	3	8	4	5	6	0	0	5	10	0
<i>±k<sub>0</sub>, ±a, %</i>	40	30	25	15	45	40	30	50	10	20	35

## СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЁТА

Отчет должен содержать следующие разделы:

1. Цель работы.
2. Задание на выполнение работы;
3. Необходимая краткая теория;
4. Схемы исследуемых систем.
5. Полученные графики и характеристики.
6. Расчётная часть.

7. Основные выводы, включающее анализ проведённой работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения / Дьяконов В. П. М.: СОЛОН-Пресс, 2004. 768 с. – (Серия «Полное руководство пользователя»).
2. SIMULINK: среда создания инженерных приложений / Под общ. ред. к. т. н. В. Г. Потёмкина. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003.-496 с.
3. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования - М.: Наука, 1975.
4. Власов, К.П. Теория автоматического управления. Основные положения. Примеры расчета / К.П. Власов. – М. : Гуманитарный центр, 2013. – 540 с.
5. Юревич, Е. И. Теория автоматического управления : учебник для вузов / Е. И. Юревич. – 4-е изд., перераб. и доп. – СПб. : БХВ-Петербург, 2016. – 560 с.
6. Лазарев В.Л. Робастное управление в биотехнологической промышленности: Учеб. пособие. СПб.: Университет ИТМО; ИХиБТ, 2015 196 с.
7. Ковалёв Д.А., Шаряков В.А., Шарякова О.Л. Теория автоматического управления: учебное пособие / ВШТЭ СПбГУПТД. – СПб., 2020 – 79 с.