

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 25.09.2024 18:40:19  
Уникальный программный ключ:  
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eaby71p43jkd8511s6081

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра программной инженерии



Утверждаю:  
Проректор по учебной работе  
О.Г. Локтионова

« 11 » 06 \_\_\_\_\_ 2024г.

### РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ НА ОСНОВЕ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Методические указания для выполнения лабораторной работы по дисциплине «Теория распознавания образов» для студентов направления подготовки 09.04.04 ОПОП ВО Программная инженерия, направленность (профиль) «Предпринимательство, инновации и технологии будущего в программной инженерии»

Курск 2024

УДК 004.93'1; 004.932  
Составитель: Р.А. Томакова

Рецензент  
кандидат технических наук, доцент А. В. Малышев

**Распознавание образов на основе потенциальных функций:**  
методические указания для выполнения лабораторной работы по дисциплине «Теория распознавания образов» для студентов направления подготовки 09.04.04 ОПОП ВО Программная инженерия, направленность (профиль) «Предпринимательство, инновации и технологии будущего в программной инженерии» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. Р.А. Томакова. Курск, 2024. - 19 с.

Рассмотрена методика распознавания разнообразных объектов в обучаемых системах на основе метода потенциальных функций, предназначенных для построения разделяющей границы между классами объектов, применяемых при организации работы интеллектуальных систем различной архитектуры.

Методические указания составлены в соответствии с ФГОС ВО – магистратура по направлению подготовки 09.04.04 «Программная инженерия» на основании учебного плана ОПОП ВО 09.04.04 Программная инженерия, направленность (профиль) «Предпринимательство, инновации и технологии будущего в программной инженерии».

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 09.04.04 Программная инженерия, направленность (профиль) «Предпринимательство, инновации и технологии будущего в программной инженерии» всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 11.06.2024. Формат 60×84 1/16.  
Усл. печ. л. 1,0. Уч.- изд. л. 0,9 . Тираж 100 экз. Заказ 482. Бесплатно.  
Юго-Западный государственный университет.  
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

# РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ В ОБУЧАЕМЫХ СИСТЕМАХ

## **Цель и задачи лабораторного занятия (лабораторной работы):**

- познакомиться с основными понятиями методологии распознавания образов для построения интеллектуальных систем;
- изучить классификацию методов распознавания образов и этапы реализации этих методов;
- выделить способы построения основных принципов построения уравнений разделяющих границ для информативных признаков и приобретение практических навыков для формирования обучающих выборок, применяемых при организации работы системы распознавания;
- проанализировать проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними;
- выделить структурные компоненты исследуемой модели, критически оценить надежность источников информации;
- разработать программу для распознавания образов при преобразовании информации;
- познакомиться с новыми научными принципами и методами исследований;
- научиться решать профессиональные задачи с применением новых научных принципов и методов исследования;
- проанализировать и обосновать причины возникновения и развития проблемных ситуаций в науке.

## **Планируемые результаты обучения (формируемые знания, умения, навыки и компетенции):**

*Код и наименование индикатора достижения компетенции, закрепленного за дисциплиной:*

ОПК-4.1 Использует новые научные принципы и методы исследований;

ОПК-4.2 Применяет на практике новые научные принципы и методы исследований;

ОПК-4.3 Решает профессиональные задачи с применением новых научных принципов и методов исследования

## **Необходимые материально-техническое оборудование и материалы:**

1. Класс ПЭВМ - Athlon 64 X2-2.4; Cel 2.4, Cel 2.6, Cel 800.
2. Мультимедиа центр: ноутбук ASUS X50VL PMD T2330/14"/1024Mb/ 160Gb/ сум-ка/проектор inFocus IN24+ .

3. Экран мобильный Draper Diplomat 60x60
4. Доступ в сеть Интернет.

**Шкала оценивания и критерии оценивания выполненной практической работы:**

Форма контроля	Минимальный балл		Максимальный балл	
	балл	примечание	балл	примечание
1	2	3	4	5
Лабораторное занятие Распознавание образов на основе потенциальных функций	6	Выполнил, но «не защитил»	12	Выполнил и «защитил»

**План проведения практического занятия (лабораторной работы)**

**1. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ**

1. Методом, указанным преподавателем, реализовать один из алгоритмов построения разделяющей границы для информативных признаков на основе потенциальных функций.

2. Варианты индивидуальных заданий представлены в таблице 1. Вариант индивидуального задания выбирается в соответствии с номером студента в списке журнала группы.

Таблица 1

**Варианты индивидуальных заданий**

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9
класс $\omega_1$	(1,0)	(3,0)	(5,1)	(0,0)	(-3,0)	(2,0)	(3,0)	(-1,0)	(0,1)
	(1,3)	(1,2)	(-1,1)	(-3,0)	(3,1)	(3,-1)	(3,-1)	(3,1)	(-2,1)
	(0,5,0)	(1,-3)	(3,-1)	(3,1)	(-1,1)	(-4,1)	(-2,0)	(-4,2)	(3,-1)
класс $\omega_2$	(-2,0)	(1,2)	(1,3)	(0,2)	(0,-2)	(1,-1)	(0,2)	(1,1)	(1,4)
	(0, 1)	(0,1)	(2,-2)	(1,3)	(1,1)	(2,2)	(1,5)	(2,5)	(1,-2)
	(0,0)	(-3,0)	(0,-5)	(2,-2)	(1,-4)	(1,-3)	(1,-2)	(1,-2)	(0,-4)
№ варианта	10	11	12	13	14	15	16	17	18
класс $\omega_1$	(-1,0)	(3,0)	(0,0)	(-5,0)	(5,1)	(3,1)	(2,0)	(5,0)	(4,0)
	(2,1)	(5,1)	(-2,1)	(-1,-1)	(3,-2)	(-1,-1)	(-2,-1)	(-7,1)	(3,1)

	(3,-1)	(4,-2)	(2,-1)	(3,1)	(-2,1)	(-4,-1)	(3,-1)	(-1,-1)	(-1,-1)
класс $\omega_2$	(0,3)	(1,0)	(2,-2)	(2,2)	(1,1)	(0,-2)	(-1,-7)	(2,-6)	(2,2)
	(1,-1)	(1,-2)	(1,2)	(0,2)	(2,3)	(1,3)	(1,6)	(1,-1)	(1,4)
	(2,-2)	(1,3)	(2,-3)	(1,-3)	(1,-5)	(1,-3)	(1,-3)	(0,3)	(0,-5)

3. Вывести на экран изображения всех элементов информативных признаков, принадлежащих различным классам.

4. При реализации указанного преподавателем алгоритма, с целью визуализации результатов математического моделирования, построить уравнение разделяющей границы, воспользовавшись, например, системой Mathcad.

5. Реализовать алгоритм формирования разделяющей границы по итерациям. Обосновать переход на каждую итерацию и завершения процесса итераций.

6. Вывести на экран изображения элементов, принадлежащих каждому из отысканных кластеров, указать их координаты. Выделить цветом найденные центры соответствующих кластеров, указать их координаты.

7. Предоставить отчет.

#### ***Содержание отчета:***

1. Титульный лист.
2. Тема и цель работы.
3. Формальная постановка задачи построения разделяющей границы информативных признаков на основе метода потенциальных функций.
4. Основные теоретические сведения.
5. Задание, учитывая свой вариант.
6. Ход выполнения, обучения и тестирования.
7. Выводы.

## **2. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ**

При разработке интеллектуальных систем возникает часто необходимость разделения информативных признаков на два класса  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , которые представлены точками в n-мерном пространстве. С этой целью воспользуемся следующим подходом:

будем считать, что точки, представляющими выборочные образы, энергетически активны и в них сосредоточен некоторый потенциал. Причем в любой из этих точек потенциал достигает максимального значения и быстро уменьшается при переходе во всякую точку, отстоящую от точки, представляющей выборочный образ  $\bar{X}_k$ .

На основе этих предположений можно допустить существование контуров, которые описываются некоторой потенциальной функцией  $K(\bar{x}, \bar{x}_k)$ . Будем считать, что кластер, образованный выборочными образами, принадлежащими классу  $\omega_1$ , образует «плато», причем выборочные образы размещаются на вершинах некоторой группы холмов.

Подобную геометрическую иллюстрацию можно ввести и для образов класса  $\omega_2$ . Эти два «плато» разделены «долиной», в которой, как считается, потенциал падает до нуля.

На основе таких аналогий создан метод потенциальных функций, позволяющий при проведении классификации определять решающие функции.

Решающие функции для классификации образов можно получить из потенциальных функций для векторов, представляющих выборочные образы  $\bar{X}_k, k = 1, 2, 3, \dots$ , в пространстве образов.

Потенциальную функцию для любой точки  $\bar{X}_k$ , можно представить выражением

$$K(\bar{x}, \bar{x}_k) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i^2 \varphi_i(\bar{x}) \varphi_i(\bar{x}_k),$$

где  $\varphi_i(\bar{x}), i = 1, 2, \dots$ , ортономированные функции,  $\lambda_i, i = 1, 2, \dots$ , - действительные числа, отличные от нуля.

Решающая функция связана с потенциальной функцией рекуррентным соотношением

$$d_{k+1}(\bar{x}) = d_k(\bar{x}) + r_{k+1} K(\bar{x}, \bar{x}_{k+1}),$$

где  $k$  номер шага итерации, а  $r_{k+1}$  — коэффициент.

На этапе обучения выборочные образы предъявляются системе, которая последовательно вычисляет значения соответствующих потенциальных функций.

*Кумулятивный потенциал* на  $k$ -м шаге итерации определяется совокупностью значений отдельных потенциальных функций. Этот кумулятивный потенциал, будем обозначать через  $K_k(\bar{x})$ , определен

таким образом, чтобы при неправильной классификации образа обучающей выборки  $\bar{x}_{k+1}$  производилась коррекция значения кумулятивного потенциала.

Если предъявляемый образ классифицирован, верно, то на данном шаге итерации значение кумулятивного потенциала не изменяется.

В начале этапа обучения исходное значение кумулятивного потенциала  $K_0(\bar{x})$  полагается равным нулю. При предъявлении первого образа  $\bar{x}_1$  из обучающей выборки значение кумулятивного потенциала корректируется следующим образом:

$$K_1(\bar{x}) = \begin{cases} K_0(\bar{x}) + K(\bar{x}, \bar{x}_1) & , \text{ если } x_1 \in \omega_1, \\ K_0(\bar{x}) - K(\bar{x}, \bar{x}_1) & , \text{ если } \bar{x}_1 \in \omega_2. \end{cases}$$

Поскольку  $K_0(\bar{x})=0$ , то результат первого вычисления значения кумулятивного потенциала можно представить как

$$K_1(\bar{x}) = \begin{cases} K(\bar{x}, \bar{x}_1) & , \text{ если } x_1 \in \omega_1, \\ -K(\bar{x}, \bar{x}_1) & , \text{ если } \bar{x}_1 \in \omega_2. \end{cases}$$

При предъявлении второго образа  $\bar{x}_2$  обучающей выборки значение кумулятивного потенциала определяется следующим образом:

1) Если  $\bar{x}_2 \in \omega_1$  и  $K_1(\bar{x}_2) > 0$  или  $\bar{x}_2 \in \omega_2$  и  $K_1(\bar{x}_2) < 0$ , то  $K_2(\bar{x}) = K_1(\bar{x})$ .

Это означает, что кумулятивный потенциал не изменяется, если точка, представляющая выборочный образ, лежит с «правильной» стороны разделяющей границы.

2) Если  $\bar{x}_2 \in \omega_1$  и  $K_1(\bar{x}_2) \leq 0$ , то  $K_2(\bar{x}) = K_1(\bar{x}) + K(\bar{x}, \bar{x}_2) = \pm K(\bar{x}, \bar{x}_1) + K(\bar{x}, \bar{x}_2)$ .

3) Если  $\bar{x}_2 \in \omega_2$  и  $K_1(\bar{x}_2) \geq 0$ , то  $K_2(\bar{x}) = K_1(\bar{x}) - K(\bar{x}, \bar{x}_2) = \pm K(\bar{x}, \bar{x}_1) - K(\bar{x}, \bar{x}_2)$ .

Это означает, что при нахождении точки, представляющей выборочный образ  $\bar{x}_2$ , с «неверной» стороны разделяющей границы, определенной кумулятивным потенциалом  $K_1(\bar{x})$ , значение кумулятивного потенциала увеличивается на величину  $K(\bar{x}, \bar{x}_2)$  для образа  $\bar{x}_2 \in \omega_1$  и уменьшается на величину  $K(\bar{x}, \bar{x}_2)$  для

образа  $\bar{x}_2 \in \omega_2$ .

При предъявлении третьего образа  $\bar{x}_3$  обучающей выборки кумулятивный потенциал определяется аналогично.

1) Если  $\bar{x}_3 \in \omega_1$  и  $K_2(\bar{x}_3) > 0$  или  $\bar{x}_3 \in \omega_2$  и  $K_2(\bar{x}_3) < 0$ , то  $K_3(\bar{x}) = K_2(\bar{x})$ .

Если разделяющая граница, определенная потенциалом  $K_2(\bar{x})$ , обеспечивает правильную классификацию, то кумулятивный потенциал не изменяется.

2) Если  $\bar{x}_3 \in \omega_1$  и  $K_2(\bar{x}_3) \leq 0$ , то  $K_3(\bar{x}) = K_2(\bar{x}) + K(\bar{x}, \bar{x}_3) = \pm K(\bar{x}, \bar{x}_1) \pm K(\bar{x}, \bar{x}_2) + K(\bar{x}, \bar{x}_3)$ .

3) Если  $\bar{x}_3 \in \omega_2$  и  $K_1(\bar{x}_3) \geq 0$ , то  $K_3(\bar{x}) = K_2(\bar{x}) - K(\bar{x}, \bar{x}_3) = \pm K(\bar{x}, \bar{x}_1) - K(\bar{x}, \bar{x}_2) - K(\bar{x}, \bar{x}_3)$ .

В том случае, когда разделяющая граница, определенная потенциалом  $K_2(\bar{x})$ , не обеспечивает правильной классификации, то значение кумулятивного потенциала увеличивается или уменьшается на величину  $K(\bar{x}, \bar{x}_3)$  в зависимости от принадлежности образа  $\bar{x}_3$  классу  $\omega_1$  или классу  $\omega_2$ .

Для  $(k+1)$ -го выборочного образа кумулятивный потенциал  $K_{k+1}(\bar{x})$ , определяется в виде:

1) Если  $\bar{x}_{k+1} \in \omega_1$  и  $K_k(\bar{x}_{k+1}) > 0$  или  $\bar{x}_{k+1} \in \omega_2$  и  $K_k(\bar{x}_{k+1}) < 0$ , то  $K_{k+1}(\bar{x}) = K_k(\bar{x})$ .

2) Если  $\bar{x}_{k+1} \in \omega_1$  и  $K_k(\bar{x}_{k+1}) \leq 0$ , то  $K_{k+1}(\bar{x}) = K_k(\bar{x}) + K(\bar{x}, \bar{x}_{k+1})$ .

3) Если  $\bar{x}_{k+1} \in \omega_2$  и  $K_1(\bar{x}_{k+1}) \geq 0$ , то  $K_{k+1}(\bar{x}) = K_k(\bar{x}) - K(\bar{x}, \bar{x}_{k+1})$ .

Этот алгоритм можно записать в обобщенной форме в виде:

$$K_{k+1}(\bar{x}) = K_k(\bar{x}) + r_{k+1}K(\bar{x}, \bar{x}_{k+1}),$$

где коэффициенты  $r_{k+1}$  при корректирующем члене определяются соотношениями:

$$r_{k+1} = \begin{cases} 0 & \text{при } x_{k+1} \in \omega_1 \text{ и } K_k(\bar{x}_{k+1}) > 0, \\ 0 & \text{при } x_{k+1} \in \omega_2 \text{ и } K_k(\bar{x}_{k+1}) < 0, \\ 1 & \text{при } x_{k+1} \in \omega_1 \text{ и } K_k(\bar{x}_{k+1}) \leq 0, \\ -1 & \text{при } x_{k+1} \in \omega_2 \text{ и } K_k(\bar{x}_{k+1}) \geq 0. \end{cases}$$

Если алгоритм выполняет правильную классификацию, то



$$r_{k+1}=0.$$

Если алгоритм классифицирует образ неправильно, то коэффициент  $r_{k+1}=+1$  или  $(-1)$  в зависимости от принадлежности образа классу  $\omega_1$  или  $\omega_2$ .

Следовательно, алгоритм метода потенциальных функций представляет собой итеративную процедуру, обеспечивающую непосредственное определение решающей функции для разделения классов.

Уравнение решающей функции для разделения классов  $\omega_1$  и  $\omega_2$  имеет вид:

$$d_{k+1}(\bar{x}) = d_k(\bar{x}) + r_{k+1}K(\bar{x}, \bar{x}_{k+1}).$$

### 3. ПРИМЕР РЕАЛИЗАЦИИ ВЫБОРА ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ РАЗДЕЛЯЮЩЕЙ ГРАНИЦЫ ОБЪЕКТОВ

*Пример 1.* В качестве потенциальной функции выберем симметрическую функцию двух переменных  $\bar{x}$  и  $\bar{x}^*$ . Условие симметричности предполагает, чтобы выполнялось условие:

$$K(\bar{x}, \bar{x}^*) = K(\bar{x}^*, \bar{x}).$$

Наиболее часто применяются потенциальные функции вида:

$$1) K(\bar{x}, \bar{x}_k) = \exp(-\alpha \|\bar{x} - \bar{x}_k\|^2);$$

$$2) K(\bar{x}, \bar{x}_k) = \frac{1}{1 + \alpha \|\bar{x} - \bar{x}_k\|^2};$$

$$3) K(\bar{x}, \bar{x}_k) = \left| \frac{\sin \alpha \|\bar{x} - \bar{x}_k\|^2}{\alpha \|\bar{x} - \bar{x}_k\|^2} \right|.$$

Для построения функций воспользуемся полиномами Эрмита, которые определяются рекуррентной формулой

$$H_{k+1}(x) = 2x \cdot H_k(x) - 2k \cdot H_{k-1}(x).$$

Определим значения первых четырех членов этой функции:

$$H_0(x) = 1;$$

$$H_1(x) = 2x;$$

$$H_2(x) = 4x^2 - 2;$$

$$H_3(x) = 8x^3 - 12x;$$

$$H_3(x) = 8x^3 - 12x;$$

$$H_4(x) = 16x^4 - 48x^2 + 12.$$

Тогда

$$\varphi_1(\bar{x}) = \varphi_1(x_1, x_2) = H_0(x_1) \cdot H_0(x_2) = 1 \cdot 1 = 1;$$

$$\varphi_2(\bar{x}) = \varphi_2(x_1, x_2) = H_1(x_1) \cdot H_0(x_2) = 2x_1 \cdot 1 = 2x_1;$$

$$\varphi_3(\bar{x}) = \varphi_3(x_1, x_2) = H_0(x_1) \cdot H_1(x_2) = 2x_2;$$

$$\varphi_4(\bar{x}) = \varphi_4(x_1, x_2) = H_1(x_1) \cdot H_1(x_2) = 4x_1 \cdot x_2.$$

Потенциальная функция определяется в виде:

$$K(\bar{x}, \bar{x}_k) = \sum_{i=1}^4 \varphi_i(\bar{x}) \varphi_i(\bar{x}_k).$$

Рассмотрим два класса образов:

$$\omega_1 \in \{x_1(-1,0); x_2(1,1)\}$$

$$\omega_2 \in \{x_3(2,0); x_4(1,-2)\}.$$

Суммарный потенциал на 1-м шаге вычисляется через сумму потенциала на нулевом шаге и частный потенциал на первом образе.

$$K_1(\bar{x}) = K_0(\bar{x}) + K(x, \bar{x}_1);$$

Частный потенциал определяется выражением:

$$K(\bar{x}, \bar{x}_k) = 1 + 4x_1x_{1k} + 4x_2x_{2k} + 16x_1x_2x_{1k}x_{2k}$$

$$K(x, \bar{x}_1) = 1 + 4x_1(-1) + 4x_2 \cdot 0 + 16x_1x_2(-1) \cdot 0 = 1 - 4x_1.$$

Определим значение разделяющей функции в точке  $x_2(1, 1)$  :

$$K_1(x_2) = 1 - 4 \cdot 1 = -3 < 0, \text{ но } \bar{x}_2 \in \omega_1,$$

значит, необходима корректировка:

$$K_2(\bar{x}) = K_1(\bar{x}) + K(x, \bar{x}_2);$$

$$K_2(\bar{x}) = 1 - 4x_1 + 1 + 4x_1 + 4x_2 \cdot 1 + 16x_1x_2 = 2 + 4x_2 + 16x_1x_2;$$

$$K_2(\bar{x}) = 2 + 4x_2 + 16x_1x_2;$$

Определим значение разделяющей функции в точке  $x_3(2, 0) \in \omega_2$ :

$$K_2(\bar{x}_3) = 2 + 4 \cdot 0 + 16 \cdot 2 \cdot 0 = 2 > 0, \text{ но } x_3(2, 0) \in \omega_2,$$

значит, необходима корректировка:

$$K_3(\bar{x}) = K_2(\bar{x}) - K(x, \bar{x}_3);$$

$$K_3(\bar{x}) = 2 + 4x_2 + 16x_1x_2 - (1 + 4x_1 \cdot 2 - 4x_2 \cdot 0 + 16x_1x_2 \cdot 2 \cdot 0);$$

$$K_3(\bar{x}) = 2 + 4x_2 + 16x_1x_2 - 1 - 8x_1;$$

$$K_3(\bar{x}) = 1 + 4x_2 - 8x_1 + 16x_1x_2.$$

Определим значение разделяющей функции в точке  $x_4(1, -2) \in \omega_2$ :

$$K_3(\bar{x}_4) = 1 + 4 \cdot (-2) - 8 \cdot 1 + 16 \cdot 1 \cdot (-2);$$

$$K_3(\bar{x}_4) = 1 - 8 - 8 - 32 = -47 < 0, \text{ так как } x_4(1, -2) \in \omega_2, \text{ то}$$

Классификация произведена верно, изменений нет, поэтому

$$K_3(\bar{x}) = K_4(\bar{x}) = 1 - 8x_1 + 4x_2 + 16x_1x_2.$$

Рассмотрим образ  $x_1(-1, 0) \in \omega_1$

$$K_4(\bar{x}_1) = 1 - 8 \cdot (-1) + 4 \cdot 0 + 16 \cdot (-1) \cdot 0;$$

$K_4(\bar{x}_1) = 1 + 8 = 9 > 0$ , так как  $x_1(-1, 0) \in \omega_1$ . то классификация произведена верно. Необходимости в проведении корректировок нет.

Получаем уравнение разделяющей границы

$$d(\bar{x}) = 1 - 8x_1 + 4x_2 + 16x_1x_2; \Rightarrow x_2 = \frac{8x_1 - 1}{4 + 16x_1}.$$

График этой разделяющей функции представлен на рисунке 1.

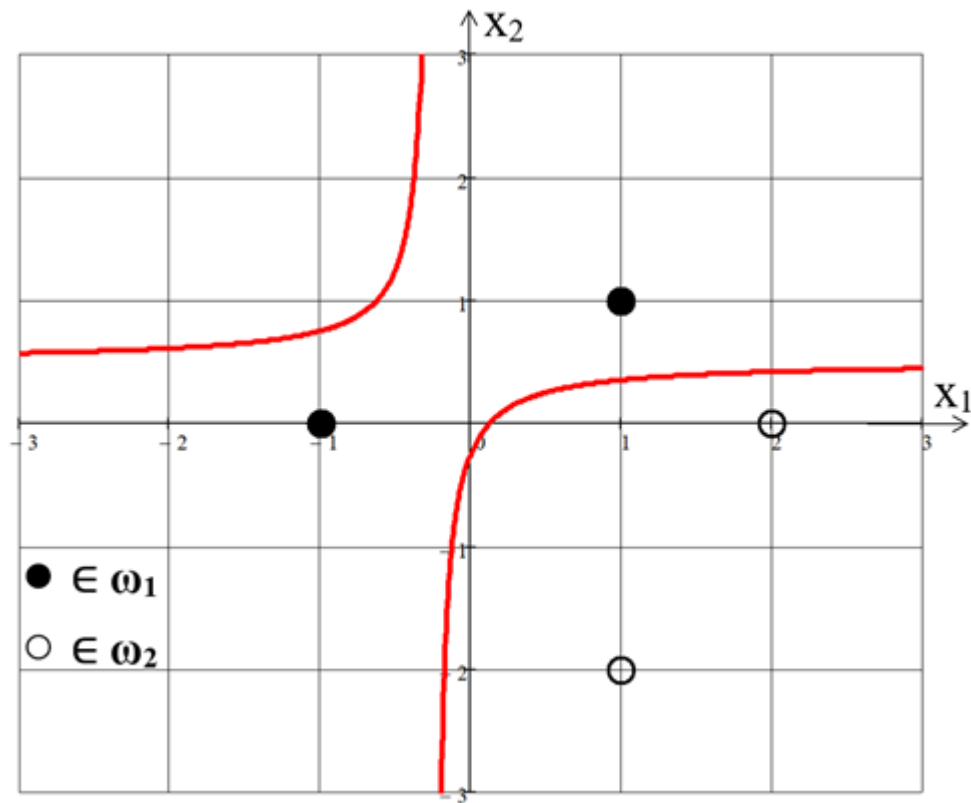


Рисунок 1 – Разделяющая функция границы для двух классов образов:  $\omega_1 \in \{x_1(-1,0); x_2(1,1)\}$ ,  $\omega_2 \in \{x_3(2,0); x_4(1,-2)\}$ .

**Пример 2.** Рассмотрим случай реализации потенциальных функций вида:

$$K(\bar{x}, \bar{x}_k) = \exp(-\alpha \|\bar{x} - \bar{x}_k\|^2).$$

График этой функции представлен на рисунке 2 имеет вид:

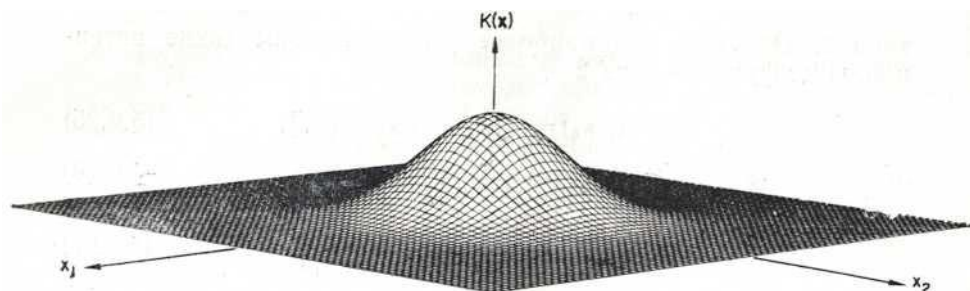


Рисунок 2 – Двумерная потенциальная функция вида

$$K(\bar{x}, \bar{x}_k) = \exp(-\alpha \|\bar{x} - \bar{x}_k\|^2)$$

Для построения уравнения разделяющей границы, применительно к выборочным образам, которые принадлежат двум классам и линейно неразделимы, воспользуемся:

$$\omega_1 \in \{x_1(0,0); x_2(2,0)\}$$

$$\omega_2 \in \{x_3(1,1); x_4(1,-1)\}.$$

Пусть  $\alpha = 1$ , тогда потенциальная функция имеет вид

$$K(\bar{x}, \bar{x}_k) = \exp(-\alpha \|\bar{x} - \bar{x}_k\|^2) = \exp\{-(x_1 - x_{k1})^2 + (x_2 - x_{k2})^2\}.$$

Реализуем алгоритм для формирования разделяющих границ на основе потенциальных функций.

Рассмотрим первый выборочный образ  $\omega_1 \in \{x_1(0,0)\}$

$$K_1(\bar{x}) = K(\bar{x}, \bar{x}_1) = \exp\{-(x_1 - 0)^2 + (x_2 - 0)^2\} = \exp\{-(x_1^2 + x_2^2)\}.$$

Предъявим для классификации элемент обучающей выборки  $x_2(2,0) \in \omega_1$

Определим знак потенциала для этого образа

$$K_1(\bar{x}_2) = \exp\{-(4 + 0)\} = e^{-4} > 0. \Rightarrow$$

Образ  $x_2(2,0) \in \omega_1$  классифицирован верно. Поэтому изменений не вносим, имеем:

$$K_2(\bar{x}) = K_1(\bar{x}) = \exp\{-(x_1^2 + x_2^2)\}.$$

Предъявим для классификации элемент обучающей выборки  $x_3(1,1) \in \omega_2$ , вычислим знак потенциала для этого образа

$$K_2(\bar{x}_3) = e^{-(1+1)} = e^{-2} > 0.$$

Поскольку  $x_3(1,1) \in \omega_2$ , то для верной классификации значение кумулятивного потенциала должно быть отрицательным. Значит, должна производиться коррекция по правилу:

$$\begin{aligned} K_3(\bar{x}) &= K_2(\bar{x}) - K(\bar{x}, \bar{x}_3) = \\ &= \exp\{-(x_1^2 + x_2^2)\} - \exp\{-(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2\}. \end{aligned}$$

Теперь предъявим для классификации элемент обучающей выборки  $x_4(1,-1) \in \omega_2$ , вычислим знак потенциала для этого образа, для этого подставим координаты вектора

$$K_3(\bar{x}_4) = e^{-(1+1)} - e^{-(0+4)} = e^{-2} - e^{-4} > 0.$$

Так как образ  $x_4(1,-1) \in \omega_2$ , то значение кумулятивного потенциала должно быть отрицательным. Значит, должна производиться коррекция по правилу:

$$K_4(\bar{x}) = K_3(\bar{x}) - K(\bar{x}, \bar{x}_4) = \\ = \exp\{-(x_1^2 + x_2^2)\} - \exp(-[(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2]) - \exp\{-[(x_1 - 1)^2 - (x_2 + 1)^2]\}.$$

Процесс итераций продолжается, поскольку на первой итерации вносились коррекции в потенциал.

**На второй итерации проводим весь цикл обучения.**

Рассмотрим выборочный образ  $x_5(0,0) \in \omega_1$ .

Определим знак потенциала для этого образа:

$$K_4(x_5) = e^{-0} - e^{-2} - e^{-2} > 0. \Rightarrow$$

Так как образ  $x_5(0,0) \in \omega_1$  и значение потенциала положительное, коррекция не производится  $K_5(\bar{x}) = K_4(\bar{x})$ .

Рассмотрим выборочный образ  $x_6(2,0) \in \omega_1$ .

Определим знак потенциала для этого образа:

$$K_5(x_6) = e^{-4} - e^{-2} - e^{-2} < 0. \Rightarrow$$

Так как образ  $x_6(2,0) \in \omega_1$  и значение потенциала отрицательное, то коррекция производится по правилу:

$$K_6(\bar{x}) = K_5(\bar{x}) + K(\bar{x}, \bar{x}_6) = \\ = \exp\{-(x_1^2 + x_2^2)\} - \exp(-[(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2]) - \exp\{-[(x_1 - 1)^2 - (x_2 + 1)^2]\} + \\ + \exp\{-[(x_1 - 2)^2 + x_2^2]\}.$$

Рассмотрим выборочный образ  $x_7(1,1) \in \omega_2$

Определим знак потенциала для этого образа:

$$K_6(x_7) = e^{-2} - e^0 - e^{-4} + e^{-2} < 0. \Rightarrow$$

Так как образ  $x_7(1,1) \in \omega_2$  и значение потенциала отрицательное, то коррекция не производится:

$$K_7(\bar{x}) = K_6(\bar{x}).$$

Рассмотрим выборочный образ  $x_8(1,-1) \in \omega_2$ .

Определим знак потенциала для этого образа:

$$K_7(x_8) = e^{-2} - e^{-2} - e^0 + e^{-2} < 0. \Rightarrow$$

Так как образ  $x_8(1,-1) \in \omega_2$  и значение потенциала отрицательное, то коррекция не производится:

$$K_8(\bar{x}) = K_7(\bar{x}).$$

В этом цикле итерации коррекция производилась при неверной классификации образа  $x_6(2,0) \in \omega_1$ .

***Начинаем новый цикл итераций.***

Предъявим для классификации образ  $x_9(0,0) \in \omega_1$

Определим знак потенциала для этого образа:

$$K_8(x_9) = e^0 - e^{-2} - e^{-2} + e^{-4} > 0. \Rightarrow$$

Так как образ  $x_9(0,0) \in \omega_1$  и значение потенциала положительное, то коррекция не производится:

$$K_9(\bar{x}) = K_8(\bar{x}).$$

Предъявим для классификации образ  $x_{10}(2,0) \in \omega_1$ .

Определим знак потенциала для этого образа:

$$K_9(x_{10}) = e^{-4} - e^{-2} - e^{-2} + e^0 > 0. \Rightarrow$$

Так как образ  $x_{10}(2,0) \in \omega_1$  и значение потенциала положительное, то коррекция не производится:

$$K_{10}(\bar{x}) = K_9(\bar{x}).$$

В этом цикле итераций все выборочные образы классифицированы верно.

Уравнение разделяющей границы имеет вид:

$$\begin{aligned} d(\bar{x}) = K_{10}(\bar{x}) = \\ = \exp\{-(x_1^2 + x_2^2)\} - \exp(-[(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2]) - \exp\{-[(x_1 - 1)^2 - (x_2 + 1)^2]\} + \\ + \exp\{-[(x_1 - 2)^2 + x_2^2]\}. \end{aligned}$$

График потенциальной функции  $d(\bar{x}) = K_{10}(\bar{x})$  для значений  $x_1 \in [-1, 3]$  и  $x_2 \in [-2, 2]$  приведен на рисунке 3.

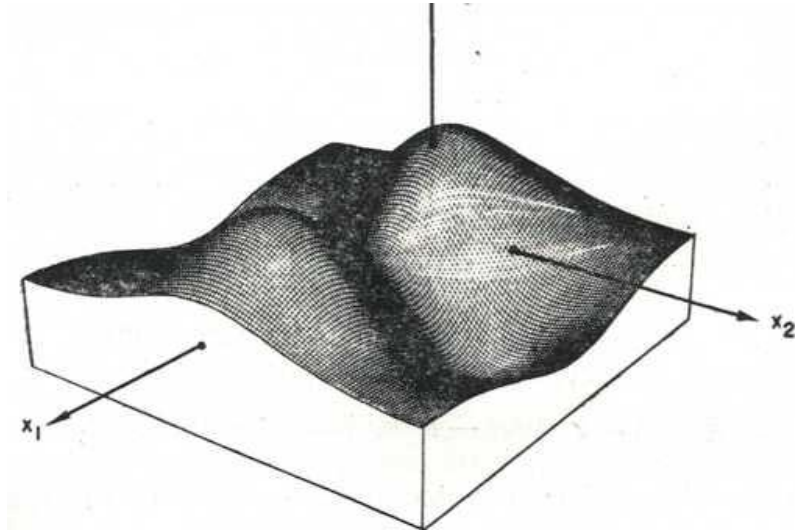


Рисунок 3- График потенциальной функции  $d(\bar{x}) = K_{10}(\bar{x})$  для значений переменных  $x_1 \in [-1, 3]$  и  $x_2 \in [-2, 2]$

Разделяющая граница, определяемая уравнением  $d(\bar{x}) = 0$  для выборочных образов

$$\omega_1 \in \{x_1(0,0); x_2(2,0)\} \quad \omega_2 \in \{x_3(1,1); x_4(1,-1)\}$$

показана на рисунке 4



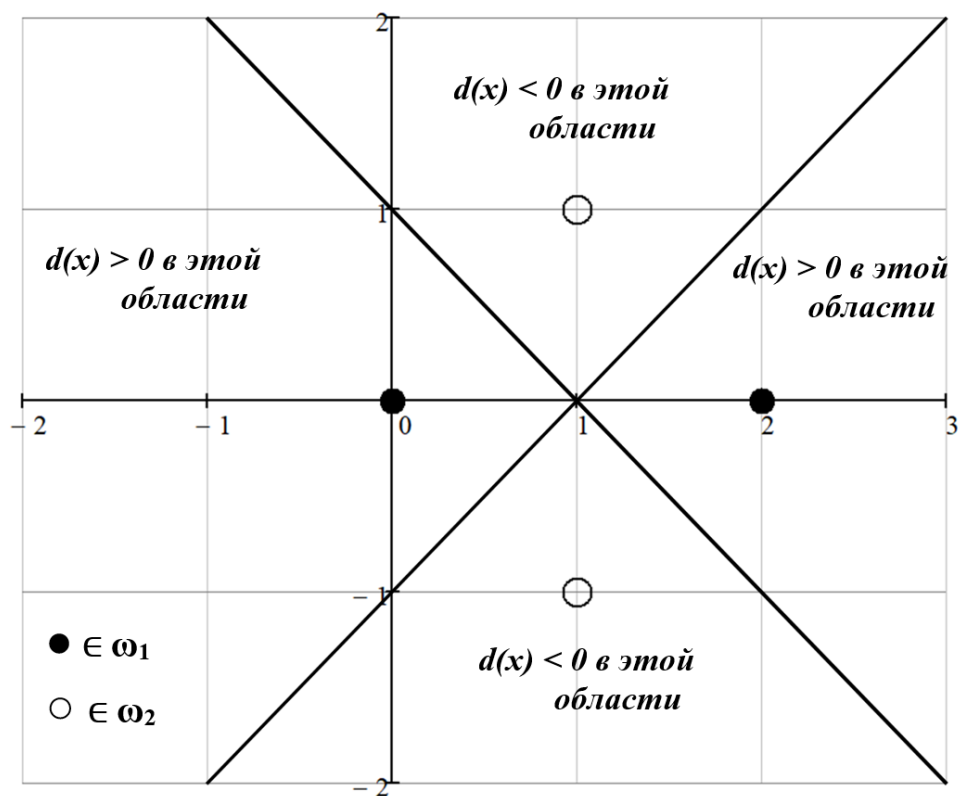


Рисунок 4- Разделяющая граница, определяемая уравнением  $d(\bar{x}) = 0$  для выборочных образов

$$\omega_1 \in \{x_1(0,0); x_2(2,0)\} \quad \omega_2 \in \{x_3(1,1); x_4(1,-1)\}$$

#### 4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие методы для выделения кластеров информативных признаков существуют?
2. В чем заключается идея простого алгоритма построения кластеров?
3. Что такое пороговое значение, в чем заключается смысл?
4. Как влияет выбор величины порогового значения на количество кластеров?
5. Сформулируйте, от чего зависит работа простого алгоритма построения кластеров?
6. В чем заключается идея алгоритма максиминного расстояния для выделения кластеров?
7. Какой критерий оценки расстояний используется для анализа работы алгоритма максиминного расстояния?
8. В чем заключается идея алгоритма  $K$ -внутригрупповых средних для построения кластеров и выделения их центров?
9. Как осуществляется коррекция назначенных центров кластеров алгоритма  $K$ -внутригрупповых средних?
10. Сформулировать критерий окончания процесса итераций алгоритма  $K$ -внутригрупповых средних для построения кластеров и выделения их центров.

#### РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисовский, С.А. Нейросетевые модели с иерархическим пространством информативных признаков для сегментации плохоструктурированных изображений/ С.А. Борисовский, А.Н. Брежнева, Р.А. Томакова // Биомедицинская радиоэлектроника, 2010. – № 2. – С. 49-53.
2. Дж Ту, Гонсалес, Р. Принципы распознавания образов / Р. Гонсалес, Дж Ту – М.: Мир, 1978. – 411 с.
3. Корневский, Н.А. Нейронные сети с макрослоями для классификации и прогнозирования патологий сетчатки глаза/ Н.А. Корневский, Р.А. Томакова, С.П. Серегин, А.Ф. Рыбочкин // Медицинская техника, 2013. – № 4. – С. 16-18.
4. Томакова Р.А. Теоретические основы и методы обработки и анализа микроскопических изображений биоматериалов:

монография / Р.А. Томакова, С.Г. Емельянов, С.А. Филист. – Курск, Юго-Зап. гос. ун-т, 2011. – 202с.

5. Томакова Р.А. Интеллектуальные технологии сегментации и классификации биомедицинских изображений: монография / Р.А. Томакова, С.Г. Емельянов, С.А. Филист. – Курск, Юго-Зап. гос. ун-т, 2012. – 222с.

6. Томакова, Р.А. Структурно-функциональные решения нечетких нейронных сетей для интеллектуальных систем анализа разнотипных признаков/ Р.А. Томакова, С.А. Филист, В.В. Жилин, С.А. Горбатенко //Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии, 2011. - № 1. –С. 85-91.

7. Томакова, Р.А. Универсальные сетевые модели для задач классификации биомедицинских данных/ Р.А. Томакова, С.А. Филист, Яа Зар До// Известия Юго-Западного государственного университета, 2012. – № 4-2(43). – С.44-50.

8. Томакова, Р.А. Метод обработки и анализа сложноструктурируемых изображений на основе встроенных функций среды MATLAB / Р.А. Томакова, С.А. Филист // Вестник Читинского государственного университета. – 2012. – № 1 (80). – С. 3-9.