МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра инфраструктурных энергетических систем



ЦЕПИ С ВЗАИМНОЙ ИНДУКТИВНОСТЬЮ

Методические указания по выполнению лабораторной работы
по теоретическим основам электротехники

Курск 2024

УДК 621.3 (076.1)

Составители: А. С. Романченко, И. А. Башмакова

Рецензент
Кандидат технических наук, доцент *А. С. Чернышёв*

Цепи с взаимной индуктивностью : методические указания по выполнению лабораторной работы по теоретическим основам электротехники для студентов технических специальностей и направлений подготовки / Юго-Зап. гос. ун-т ; сост.: А. С. Романченко, И. А. Башмакова. - Курск, 2024. - 14 с.: ил. 7, табл. 4. - Библиогр.: с. 14.

Методические указания содержат сведения по исследованию индуктивно связанных электрических цепей. Указывается порядок выполнения лабораторной работы, правила оформления отчета. Лабораторная работа охватывает материал по следующим темам: электрические цепи синусоидального тока с индуктивно связанными элементами, методы их расчета, измерение параметров электрической цепи.

Методические указания соответствуют требованиям рабочей программы дисциплины «Теоретические основы электротехники».

Предназначены для студентов технических специальностей и направлений подготовки при проведении лабораторных занятий.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать Формат 60х84 1/16. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. *0,81*. Уч.-изд.л. *0,74*. Тираж 50 экз. Заказ . Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Цель работы состоит в изучении на основе экспериментов ряда основных понятий и положений, используемых в теории электрических цепей для учета взаимной индукции. Для этого практически изучается один из способов разметки зажимов элементов с индуктивной связью, экспериментально и с применением метода векторных диаграмм исследуется влияние взаимной индукции на параметры и соотношения между токами и напряжениями цепей с последовательным и параллельным соединением элементов, выполняется опытная проверка теории воздушного трансформатора.

2. ПОДГОТОВКА К ИССЛЕДОВАНИЯМ

2.1. Изучить по конспекту лекций и рекомендованному учебнику в разделе «Электрические цепи однофазного синусоидального тока» параграфы, относящиеся к анализу электрических цепей с взаимной индукцией.

2.2. Освоить методику выполнения лабораторной работы по настоящим методическим указаниям.

2.3. Заготовить таблицы для экспериментальных данных.

3. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Взаимной индукцией называют наведение ЭДС в каком-нибудь элементе цепи за счет изменения тока в другом элементе. Обнаруживается взаимная индукция в случаях, когда элементы цепи обладают переменной магнитной (индуктивной) связью. К примеру, на рисунке 1 магнитную связь катушек 1 и 2 осуществляют магнитные потоки взаимоиндукции Φ_{21} и Φ_{12} (здесь и далее подразумевается обычный смысл двойных индексов: первый индекс указывает «где» – в какой катушке появляются рассматриваемые поток, ЭДС или напряжение, второй индекс указывает «от чего» – какая катушка ответственна за появление рассматриваемой величины).

В системе рассматриваемых двух катушек наведенные ЭДС согласно закону электромагнитной индукции определяются как:

$$e_1 = -\partial\psi_1/\partial t, \qquad e_2 = -\partial\psi_2/\partial t, \tag{3.1}$$

где

$$\psi_1 = \psi_{11} \pm \psi_{12}, \qquad \psi_2 = \psi_{21} \pm \psi_{22}. \tag{3.2}$$

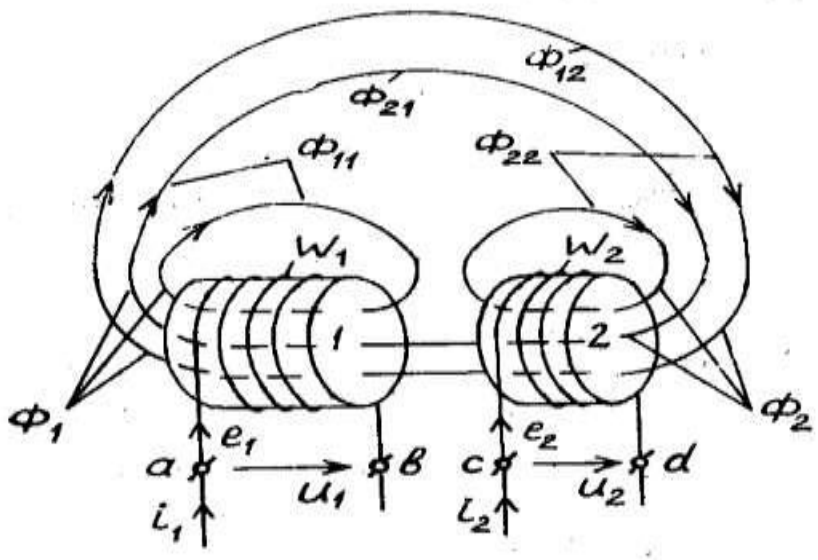


Рисунок 1. Катушки с индуктивной связью

В выражениях (3.1) и (3.2) ψ_1 и ψ_2, ψ_{11} и ψ_{22}, ψ_{12} и ψ_{21} – потокосцепления катушек соответственно полные, самоиндукции и взаимоиндукции. Как известно, потокосцепление равно произведению соответствующего магнитного потока и числа витков катушки, если поток сцепляется со всеми витками.

Положительный знак в (3.2) соответствует рисунку 1, где потоки взаимоиндукции Φ_{12} и Φ_{21} направлены в катушках одинаково. Это вариант согласного взаимодействия или *согласного включения* катушек.

Отрицательный знак соответствует случаю другого – встречного взаимодействия или *встречного включения*, когда те же потоки противоположны.

При отсутствии ферромагнитных сердечников (система – линейна) потокосцепления и создающие их токи пропорциональны. Тогда в системе рассматриваемых двух индуктивных катушек

$\psi_{11} = L_1 i_1$ и $\psi_{22} = L_2 i_2$, где коэффициенты L_1 и L_2 – индуктивности катушек;

$\psi_{12} = M i_2$ и $\psi_{21} = M i_1$, где коэффициент M называется *взаимной* индуктивностью и в отличие от других параметров характеризует не отдельный элемент цепи, а только магнитную связь между элементами. Все коэффициенты L и M измеряются в генри (Гн).

Степень индуктивной связи катушек характеризует также коэффициент связи K, который определяется как

$$K = M \Big/ \sqrt{L_1 L_2} \,. \qquad (3.3)$$

Значение K всегда меньше единицы, так как только часть потока, созданного одной катушкой, сцепляется с витками другой.

Если ввести коэффициенты индуктивности, то с учетом (3.2) ЭДС катушек выражаются в виде:

$$\left.\begin{aligned} e_1 &= -L_1 \frac{di_1}{dt} \mp M \frac{di_2}{dt}, \\ e_2 &= -L_2 \frac{di_2}{dt} \mp M \frac{di_1}{dt}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.4)$$

Здесь первые члены – ЭДС самоиндукции, вторые – ЭДС взаимоиндукции. Переход к напряжениям означает замену (3.4) выражениями вида

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}, \\ u_2 &= L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}, \end{aligned}\right\}$$

а для синусоидальных режимов – в комплексной форме:

$$\left.\begin{aligned} \underline{U}_1 &= jX_1\underline{I}_1 \pm jX_M\underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 &= jX_2\underline{I}_2 \pm jX_M\underline{I}_1, \end{aligned}\right\} \qquad (3.5)$$

где $X_1 = \omega L_1$, $X_2 = \omega L_2$ и $X_M = \omega M$; ω – круговая частота. Величина X_M выражается аналогично индуктивным сопротивлениям катушек X_1 и X_2. Отсюда – ее название: *сопротивление взаимоиндукции*.

Таким образом, при наличии индуктивной связи напряжения U_1 и U_2 на зажимах катушек содержат составляющие вида $jX_M\underline{I}$ (напряжения взаимоиндукции), и основное усложнение в расчетах цепей состоит в правильном учете этих составляющих. Их знак, как это следует из вывода формул (3.5), определяется видом взаимодействия. Он же, в свою очередь, зависит не только от направлений токов, но также от направления намотки катушек и их взаимного пространственного расположения, что на схемах не показывают.

Если же вид взаимодействия (или способ включения) неизвестен, однозначные расчеты невозможны. Но, оказывается, важно лишь установить, при каких направлениях токов относительно отмеченной пары зажимов двух катушек получается согласное или встречное включение. Лучше, если для разметки пара зажимов выбирается не произвольно, а согласно следующему определению: два зажима пары индуктивно связанных катушек называются *одноименными* («начала» или «концы»), если при согласном взаимодействии токи катушек направлены относительно этих зажимов одинаково. На рисунке 1 одно-

именными будут пары *a–c* и *b–d*. С помощью закона электромагнитной индукции (3.1) и рисунка 1 можно обнаружить такую особенность одноименных зажимов: если ток как угодно меняется только в одной катушке (другая разомкнута), то в любой момент полярности зажимов будут одинаковы. Значит, на переменном токе пары *a–c* и *b–d* сохраняются. Тогда можно говорить о правиле знаков в (3.5), необходимом для записи контурных уравнений. К примеру, для катушки 1 на рисунке 1 согласно определению одноименных зажимов и уравнениям (3.5) получается:

а) если положительные направления обхода и тока катушки совпадают, при согласном включении $\underline{U}_1>0$, $jX_M\underline{I}_2>0$, а направления обхода катушки и тока катушки 2 относительно одноименных зажимов ориентированы одинаково; при встречном включении $\underline{U}_1>0$, $jX_M\underline{I}_2<0$, а те же направления относительно одноименных зажимов ориентированы различно;

б) если положительные направления обхода и тока катушки противоположны, при согласном включении $\underline{U}_1<0$, $jX_M\underline{I}_2<0$, а направления обхода катушки и тока катушки 2 относительно одноименных зажимов ориентированы различно; при встречном включении $\underline{U}_1<0$, $jX_M\underline{I}_2>0$, а те же направления относительно одноименных зажимов ориентированы одинаково.

Отсюда выявляется правило: напряжение взаимоиндукции данной катушки в уравнениях Кирхгофа записывается положительным, если на схеме получилась одинаковая ориентация относительно одноименных зажимов положительных направлений обхода этой катушки и тока той индуктивно связанной с ней другой катушки, которая ответственна за появление записываемого напряжения.

В такой форме правило позволяет определить знак напряжения взаимоиндукции и в том случае, когда цепь катушки разомкнута.

Одноименные зажимы часто не обозначены. Их разметку можно выполнить в двух опытах с последовательным соединением катушек (рисунки 2 и 3). При этом напряжение на зажимах цепи

$$\underline{U} = R_1\underline{I}+jX_1\underline{I}\pm jX_M\underline{I}+R_2\underline{I}+jX_2\underline{I}\pm jX_M\underline{I} = [(R_1+R_2)+j(X_1+X_2\pm 2X_M)]\underline{I} = \underline{Z}\underline{I},$$

где $\underline{Z}$ – комплекс полного сопротивления всей цепи. Его модуль при согласном включении катушек равен

$$Z_C = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2 + 2X_M)^2}\,, \qquad (3.6)$$

а при встречном включении катушек равен

$$Z_B = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2 - 2X_M)^2}\,. \qquad (3.7)$$

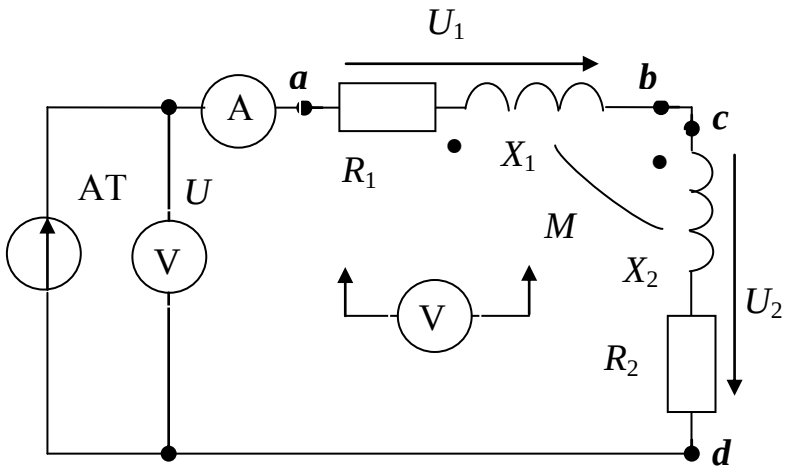


Рисунок 2. Последовательное согласное включение индуктивных катушек с взаимоиндукцией

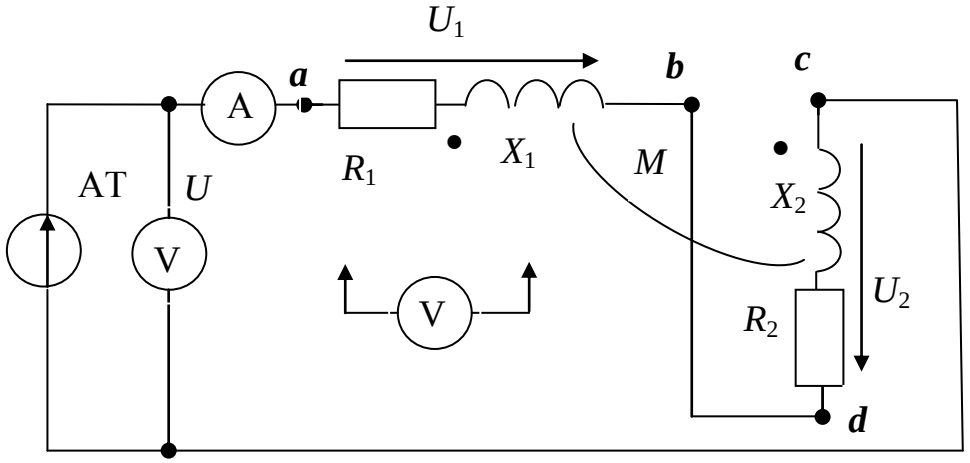


Рисунок 3. Последовательное встречное включение индуктивных катушек с взаимоиндукцией

Очевидно, $Z_C > Z_B$ и с неизменным напряжением U ток цепи при согласном включении будет меньше, чем при встречном. Если такой вариант получается в схеме на рисунке 2, то одноименным с зажимом *a* будет зажим *c*.

В опытах с согласным и встречным включением определяются реактивные сопротивления цепи X_C и X_B :

$X_C = X_1 + X_2 + 2X_M$,

$X_B = X_1 + X_2 - 2X_M$,

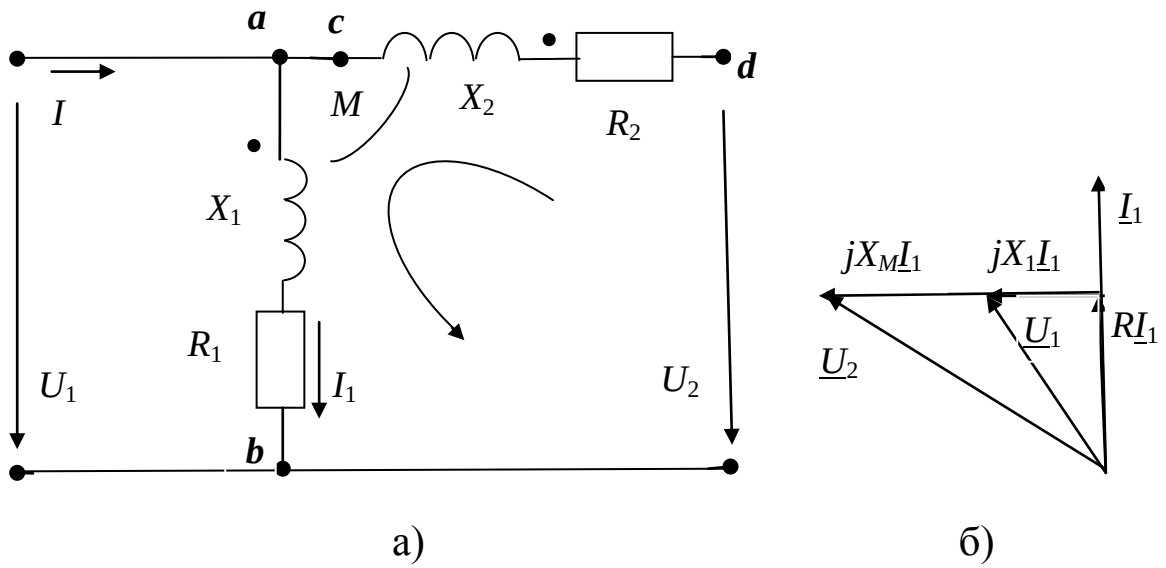
отсюда:

$$X_M = (X_C - X_B)/4, \qquad (3.8)$$

$$M = X_M / \omega = (X_C - X_B) / 4\omega. \qquad (3.9)$$

В настоящей работе разметку зажимов предлагается выполнить с помощью одного вольтметра, пользуясь схемой рисунка 4, а, где индуктивно связанные катушки включены в четырехполюсник, питае-

мый при напряжении U_1. Цепь одной из катушек разомкнута. Необходимо измерить входное и выходное напряжения.



а) б)

Рисунок 4. К определению одноименных зажимов

Пусть оказалось $U_2>U_1$. Тогда вывод об одноименных зажимах представляется в следующем порядке:

- неравенство $U_2>U_1$ объясняет векторная диаграмма (рисунок 4,б). Диаграмме удовлетворяет уравнение

$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 + jX_M\underline{I}_1$

или

$-\underline{U}_2 = -\underline{U}_1 - jX_M\underline{I}_1$;

- первому уравнению, где $U_1>0$, соответствует положительное направление обхода катушки 2 по пути *d–c–a–b*, а поскольку $jX_M\underline{I}_1>0$, одноименными буду те зажимы, относительно которых найденное положительное направление и ток I_1 ориентированы одинаково, т.е. зажимы *a* и *d*.

К такому же выводу, но при другом положительном направлении обхода и различной ориентации, приводит и второе уравнение.

Любые две катушки с индуктивной связью могут быть включены по схеме *воздушного трансформатора* (рисунок 5), где извне энергия питания поступает лишь в одну катушку (первичную), другая катушка (вторичная) замкнута на сопротивление нагрузки $\underline{Z}_\text{Н}=R_\text{Н}+jX_\text{Н}$ и получает энергию только посредством взаимоиндукции.

Согласно рисунку 5 по второму закону Кирхгофа при обходе контура по часовой стрелке

$$\left.\begin{aligned}\underline{U}_1 &= R_1\underline{I}_1 + jX_1\underline{I}_1 - jX_M\underline{I}_2,\\ 0 &= (R_2+R_\text{Н})\,\underline{I}_2 + j(X_1+X_\text{Н})\underline{I}_2 - jX_M\underline{I}_1.\end{aligned}\right\} \qquad (3.10)$$

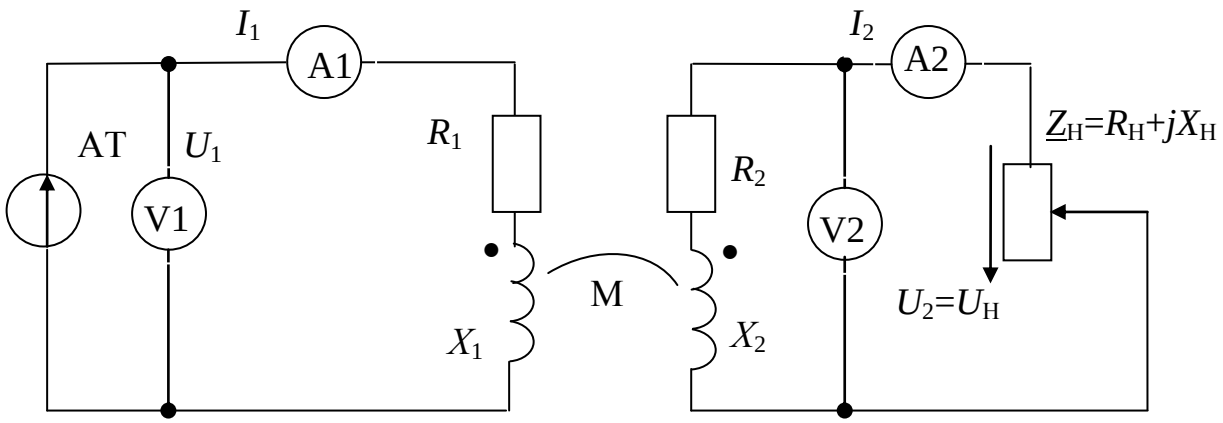


Рисунок 5. Воздушный трансформатор

Режим воздушного трансформатора может характеризовать и одно уравнение. Например, преобразуя систему (3.10), находим:

$$\underline{U}_1 = [(R_1 + R_{вн}) + j(X_1 + X_{вн})]\,\underline{I}_1 \qquad (3.11)$$

где $R_{вн}$ и $X_{вн}$ – *вносимые* (из вторичного контура в первичный) активное и реактивное сопротивления. Их значения зависят от степени индуктивной связи и параметров вторичного контура:

$$R_{вн} = \frac{X_M^2 (R_2 + R_H)}{(R_2 + R_H)^2 + (X_2 + X_H)^2}, \qquad (3.12)$$

$$X_{вн} = \frac{X_M^2 (X_2 + X_H)}{(R_2 + R_H)^2 + (X_2 + X_H)^2}. \qquad (3.13)$$

Следует заметить, что в цепях с взаимоиндукцией возможны условия, когда существует отрицательный сдвиг фаз напряжения и тока катушки (емкостный эффект). Например, при параллельном встречном включении индуктивно связанных катушек и при $L_2<M$ угол сдвига фаз напряжения и тока в катушке 2 оказывается отрицательным.

4. ОБОРУДОВАНИЕ И ПРИБОРЫ

Источником питания в работе является лабораторный трансформатор (ЛАТР) АТ, установленный внутри стенда (зажимы 0 ... 250 В) и подключаемый тумблером ЛАТР. Перед сборкой схем тумблер ЛАТР должен быть в положении ВЫКЛ, а ручка регулировки напряжения автотрансформатора – в нулевом положении, т.е. против часовой стрелки до упора.

Устройство со взаимной индукцией представляет собой отдельную индуктивную катушку с двумя соосными обмотками, именуемую

далее «катушка взаимоиндукции». Вследствие влияния взаимной индукции режимы питания обмоток в разных цепях существенно различаются. Поэтому с тем, чтобы не превышать допустимое значение тока обмоток, предельное напряжение на зажимах каждой рабочей цепи следует устанавливать по указанию преподавателя или согласно ниже приведенным рекомендациям.

Максимально допустимый ток обмоток катушки взаимоиндукции стенда – 0,8 А. В обмотке с меньшей индуктивностью это значение достигается при напряжении 30–35 В. С целью гарантированного ограничения напряжения питания до уровня 30–35 В в пунктах 1, 2 и 4 задания в качестве источника напряжения можно взять вторичную обмотку любого из трех трансформаторов стенда, присоединив исследуемую цепь к зажимам Н2 – К2. Первичную обмотку зажимами Н1 – К1 подключить к выходным зажимам автотрансформатора АТ.

В пунктах 3 и 5 задания рабочая цепь подключается непосредственно к автотрансформатору. Предельное напряжение питания в п. 3 задания при согласном включении 180÷200 В, при встречном включении – 80÷85 В.

При включении цепи в п. 5 задания следует предварительно убедиться в правильности присоединения одноименных зажимов. Устанавливая напряжение питания в пределах 70÷110 В, нужно сделать так, чтобы ток первичного контура не превышал 0,8 А.

Нагрузочный реостат в п. 5 задания имеет номинальное сопротивление 520 Ом. Ток нагрузки устанавливается движком реостата в пределах 0,2–0,5 А (не более 0,5 А).

Используемые измерительные приборы: амперметры электромагнитной системы на 1 А, вольтметры электромагнитной системы на 75 В, 150 В и 300 В, ваттметр электродинамической системы на 75 Вт и 150 Вт (пределы измерения тока 1 А и напряжения 75 В и 150 В).

5. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ

5.1. Ознакомиться с используемыми приборами и аппаратурой, определить цену деления измерительных приборов.

5.2. Разметить зажимы катушки взаимоиндукции. Разметка зажимов включает определение зажимов, принадлежащих только одной обмотке и определение одноименных зажимов.

Зажимы обмоток найти с помощью только вольтметра и источника питания (используется схема воздушного трансформатора).

Для определения одноименных зажимов собрать цепь по схеме на рисунке 4,а. Зажимы выявляются после однократного измерения напряжений U_1 и U_2 (см. раздел 3 стр.7-8).

5.3. Определить параметры *Z, R, X* и *L* отдельных обмоток методом амперметра, вольтметра и ваттметра, включая обмотки поочередно по схеме на рисунке 6. Показания приборов внести в таблицу 1. Расчет параметров выполнить в лаборатории для дальнейшего использования при выполнении последующих пунктов задания.

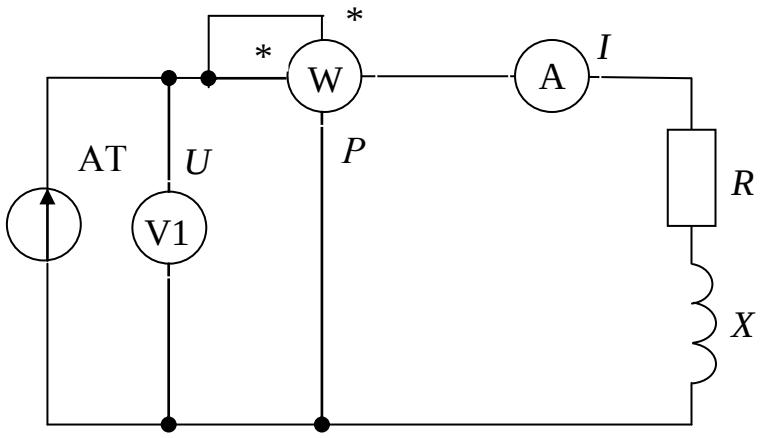


Рисунок 6. Схема для определения параметров обмоток

Таблица 1. Определение параметров обмоток катушки

Измерено			Вычислено				Примечание
U, В	*I*, А	*P*, Вт	*Z*, Ом	*R*, Ом	*X*, Ом	*L*, Гн	
							Обмотка 1
							Обмотка 2

5.4. Соединить обмотки последовательно (схемы на рисунках 2 и 3). Провести измерения режимов при согласном и встречном включении обмоток. Данные измерений внести в таблицу 2.

Таблица 2. Последовательное соединение обмоток

Измерено				Вычислено							Примечание
U В	*I* А	U_1 В	U_2 В	Z_C Ом	Z_B Ом	X_M Ом	*M* Гн	*K*	U_1 В	U_2 В	
					---						Согласное включение
				---							Встречное включение

5.5. Собрать цепь с параллельным соединением обмоток (рисунок 7), присоединив одноименные зажимы сначала к одному узлу (согласное включение обмоток), а потом к разным узлам (встречное включение обмоток). Снять показания приборов для согласного и для встречного включения обмоток и внести в таблицу 3.

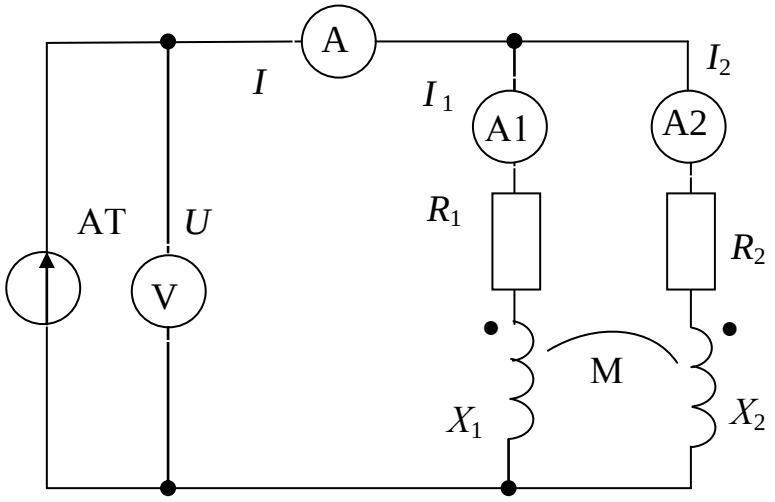


Рисунок 7. Параллельное согласное включение индуктивных катушек с взаимоиндукцией

Таблица 3. Параллельное соединение обмоток

U, В	I, А	I_1, А	I_2, А	Вид включения обмоток
				согласное
				встречное

5.6. Собрать цепь воздушного трансформатора (рисунок 5): в качестве первичной применить обмотку с большей индуктивностью, для нагрузки вторичной обмотки использовать реостат $R_Н$. При неизменном напряжении U_1 провести измерения режима холостого хода и одного из нагрузочных. Данные измерений записать в таблицу 4.

Таблица 4. Исследование воздушного трансформатора

Измерено				Вычислено					Примечание
U_1 В	I_1 А	U_2 В	I_2 А	$X_М$ Ом	$R_Н$ Ом	$R_{вн}$ Ом	$X_{вн}$ Ом	I_1 А	
					---	---	---	---	холостой ход
				---					под нагрузкой

6. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ И СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

6.1. Рассчитать параметры обмоток катушки в таблице 1 по известным формулам, например:

$Z=U/I,\ R=P/I^2,\ X=\sqrt{Z^2-R^2}$, $L=X/\omega$.

6.2. По опытным данным п.5.4 задания рассчитать и заполнить таблицу 2, в первую очередь определив полные сопротивления цепи при согласном и встречном включении (по закону Ома). Считая известными (из п.6.1) сопротивления обмоток, вычислить сопротивление взаимной индукции $X_М$ по формуле (3.8), взаимную индуктивность M по формуле (3.9) и коэффициент связи K по формуле (3.3). Рассчитать также (при измеренном токе I) напряжения на зажимах обмоток U_1 и U_2 по формулам:

$$U_1 = I\sqrt{R_1^2 + (X_1 \pm X_M)^2},$$

$$U_2 = I\sqrt{R_2^2 + (X_2 \pm X_M)^2},$$

где знак «плюс» для $X_М$ при согласном включении, а знак «минус» – при встречном включении обмоток. Сравнить рассчитанные значения с данными измерений.

Построить векторные диаграммы для последовательного соединения обмоток при согласном и при встречном их включении. При определении длины векторов (значений напряжений на отдельных элементах схем на рисунках 2 и 3) использовать данные таблиц 2 и 3.

6.3. По таблице 3 сравнить измеренные значения токов при согласном и встречном включении обмоток и сделать вывод о влиянии способа включения на величину токов.

6.4. По результатам измерений в п.5.6 задания выполнить следующее.

6.4.1. Заполнить таблицу 4, вычислив:

- $X_М = U_2 / I_1$ – сопротивление взаимоиндукции в режиме холостого хода. Сравнить его с вычисленным в таблице 2;
- $R_Н = U_2 / I_2$ – сопротивление нагрузки (в режиме под нагрузкой);
- $R_{вн}$ и $X_{вн}$ по формулам (3.12), (3.13);
- I_1 по формуле (3.11) для нагрузочного режима. Сравнить его значение с измеренным значением.

6.4.2. Построить векторную диаграмму для нагрузочного режима. Построение следует начать с диаграммы вторичного контура, например, в порядке $I_2 – U_2 – R_2I_2 – jX_2I_2 – (–jX_МI_2) – I_1$ и далее – до U_1.

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Поясните содержание следующих понятий: индуктивная связь, взаимная индукция, согласный и встречный способы включения, взаимная индуктивность.

2. Что называется напряжением взаимоиндукции? Чем определяется комплекс этой величины?

3. Приведите выражение для напряжения $U_К$ на зажимах данной катушки при наличии индуктивной связи с другой катушкой. Укажите факторы, которые будут влиять на величину $U_К$, если полагать неизменным ток $I_К$, протекающий по сопротивлению катушки $Z_К$. При каком условии $U_К = I_К Z_К$?

4. Поясните необходимость введения понятия «одноименные зажимы». Что они представляют собой согласно определению?

5. Какими способами практически определяются одноименные зажимы?

6. Приведите обоснование правила знаков для напряжений взаимоиндукции.

7. Как измерить взаимную индуктивность M?

8. Приведите перечень параметров, характеризующих воздушный трансформатор.

9. Что представляют собой вносимые сопротивления? Как рассчитать режим трансформатора при заданном напряжении питания?

10. Поясните порядок построения векторных диаграмм для всех используемых в работе цепей со взаимной индукцией.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник / Л. А. Бессонов. – 10-е изд. – М.: Гардарики, 2002. – 638 с. – Текст непосредственный.

2. Попов, В. П. Основы теории цепей : учебник для вузов / В. П. Попов. - 3-е изд., испр. - М. : Высшая школа, 2000. - 575 с. – Текст непосредственный.

3. Бакалов, В. П. Основы теории электрических цепей и электроники : учебник для вузов / В. П. Бакалов, А. Н. Игнатов, Б. И. Крук. – М.: Радио и связь, 1989. – 525 с. – Текст непосредственный.

4. Основы теории цепей : учебник для вузов / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нетушил, С. В. Страхов. – 5-е изд., перераб. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с. – Текст непосредственный.