МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра нанотехнологий, микроэлектроники, общей и прикладной физики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_______________О.Г. Локтионова
«_10_»_02_______________2025 г.

МИКРО- И НАНОСИСТЕМЫ В ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИИ

Методические указания к выполнению практических работ
для студентов направления подготовки
28.04.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника»

Курск 2025 г.

УДК 537.8

Составители: И. А. Шабанова, А. М. Стороженко, С.С. Кошкин, Е. В. Шельдешова

Рецензент
Кандидат физико-математических наук, доцент *А.Е. Кузько*

Микро- и наносистемы в технике и технологии: методические указания к выполнению практических работ для студентов направления подготовки 28.04.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: И. А. Шабанова, А. М. Стороженко, С.С. Кошкин, Е. В. Шельдешова. - Курск, 2025. с.52: Библиогр.: с. 52.

Изложены методические рекомендации по выполнению практической работы, приведен краткий обзор теоретических основ дисциплины.

Методические указания соответствуют требованиям Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования и учебного плана направления подготовки 28.04.01 Нанотехнологии и микросистемная техника, степень (квалификация) – магистр. Материал предназначен для студентов направления подготовки 28.04.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника» всех форм обучения, а также будет полезен студентам всех других направлений подготовки, изучающих дисциплины нанотехнологического профиля.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 10.02.25 Формат 60 x 84 1/16.
Усл. печ. л. 3,02. Уч.-изд. л. 2,74. Тираж 50 экз. Заказ 99 Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 СЕНСОРНЫЕ КОМПОНЕНТЫ МИКРОСИСТЕМНОЙ ТЕХНИКИ

1.1 Эффект Зеебека

Термоэлектрические явления - это совокупность физических явлений, обусловленных взаимосвязью между тепловыми и электрическими процессами в металлах и полупроводниках. Они объясняются тем, что процессы переноса заряда (электрического тока) и энергии взаимосвязаны, так как осуществляются посредством перемещения подвижных носителей тока - электронов и дырок.

Другими словами, термоэлектричество - это явление прямого преобразования теплоты в электричество в твёрдых или жидких проводниках.

Эффект Зеебека - явление возникновения ЭДС в электрической цепи, состоящей из последовательно соединенных разнородных проводников, контакты между которыми находятся при различных температурах. Эффект Зеебека также иногда называют просто *термоэлектрическим эффектом*.

Цепь, которая состоит только из двух различных проводников, называется термоэлементом или, а ее ветви термопарой - термоэлетродами (рис.1).

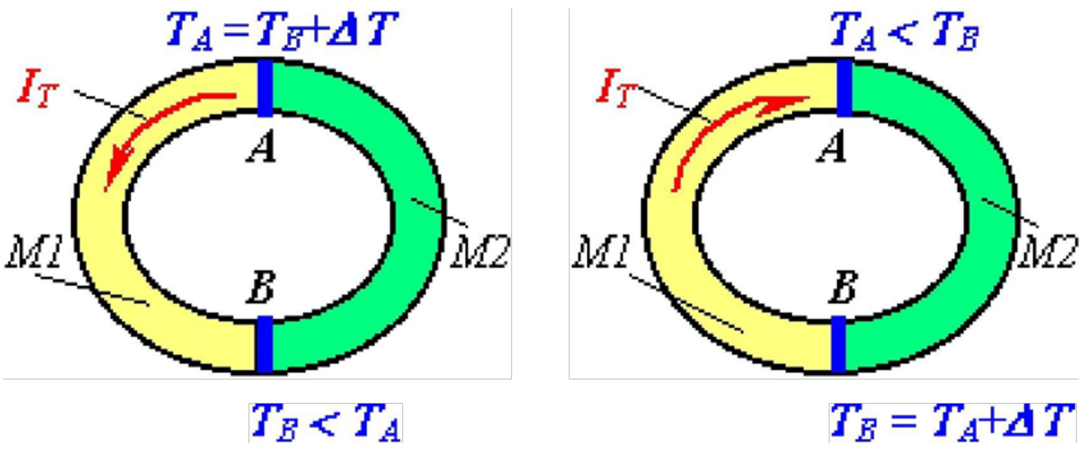


Рисунок 1 - M_1 и M_2 - два различных проводника(полупроводника). А и В - контакты.

При различной температуре контактов, в замкнутой цепи возникает ток, называемый термоэлектрическим. Причем изменение знака у разности температур спаев сопровождается изменением направления терма-тока (рис. 2).

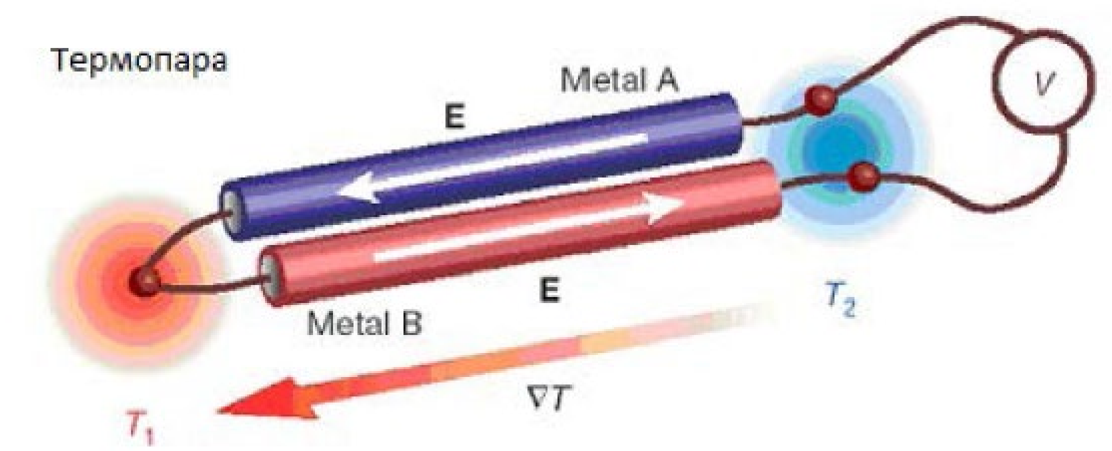


Рисунок 2 - Схема возникновения термоэлектрического тока

Величина термо-эдс зависит только от температур горячего(T_1) и холодного(T_2) контактов и от материала проводников.

Математическое описание

ЭДС в электрической цепи

$$E = \alpha_{12} \Delta T ,$$

где α_{12} - удельная термоЭДС, ΔT - разность температур между спаями.

В простейшем случае коэффициент термоЭДС определяется только материалами проводников, однако, строго говоря, он зависит и от температуры, и в некоторых случаях с изменением температуры α_{12} меняет знак.

Технические реализации эффекта

Наиболее важной технической реализацией эффекта Зеебека в металлах является термопара - термочувствительный элемент в устройствах для измерения температуры. Термопара состоит из двух последовательно соединенных пайкой или сваркой разнородных металлических проводников M_1 и M_2 (рис.3).

В сочетании с электроизмерительными приборами термопара образует термоэлектрический термометр, шкала которого градуируется непосредственно в К или °С.

На рисунке 3 показаны схемы включения термопары в измерительную цепь.

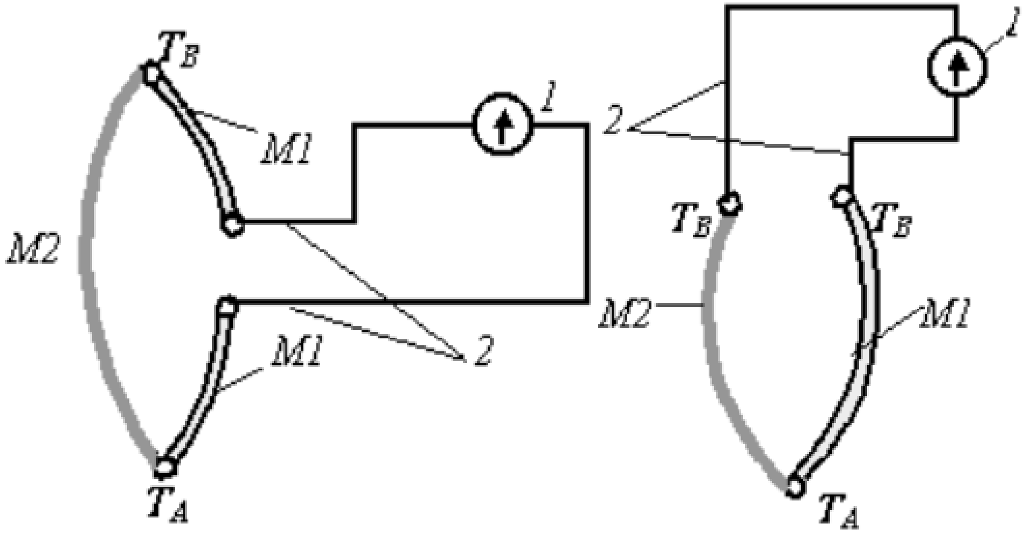


Рисунок 3 - Схемы включения термопары в измерительную цепь с подключением измерительного прибора в разрыв одного из термоэлектродов (а) и к концам двух термоэлектродов (б): 1 – измерительный прибор; 2 – соединительные провода; M_1, M_2 – термоэлектроды; ТА, ТВ – температуры соответственно «горячего» и «холодного» контактов термопары

При измерении температуры один из контактов обычно термостатируется (при 273 К - с помощью тающего льда).

Диапазон температур, измеряемых при помощи термопар, очень велик: от гелиевых, до нескольких тысяч градусов.

В зависимости от назначения термопары бывают: стационарные и переносные, с влагонепроницаемой, взрывобезопасной, герметичной оболочкой и без нее, виброустойчивые и другие.

Применение термопар

Для измерения температуры различных типов объектов и сред, а также в автоматизированных системах управления и контроля. Термопары из вольфрам-рениевого сплава являются самыми высокотемпературными контактными датчиками температуры. Такие термопары незаменимы в металлургии для контроля температуры расплавленных металлов.

В $1920^{х}$ -$30^{х}$ годах термопары использовались для питания детекторных приемников и других слаботочных приборов. Вполне возможно использование термогенераторов для подзарядки АКБ современных слаботочных приборов (телефоны, камеры и т.п) с использованием открытого огня.

Преимущества термопар

- Высокая точность измерения значений температуры (вплоть до ±0,01 °С)

• Большой температурный диапазон измерения: от -200 °C до 2500 °C

• Простота

• Дешевизна

• Надежность

Недостатки

• Для получения высокой точности измерения температуры (до ±0,01 °C) требуется индивидуальная градуировка термопары.

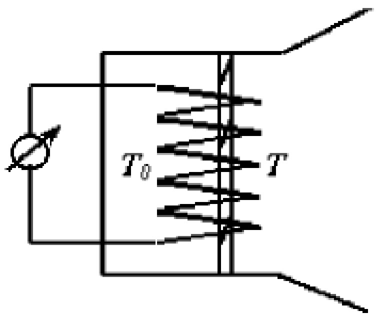
• Эффект Пельтье (в момент снятия показаний, необходимо исключить протекание тока через термопару, так как ток, протекающий через неё, охлаждает горячий спай и разогревает холодный).

• На большой длине термопарных и удлинительных проводов может возникать эффект «антенны» для существующих электромагнитных полей.

Применение эффекта

С помощью явления Зеебека, помимо температуры, можно определять и другие физические величины, измерение которых может быть сведено к измерению температур: силы переменного тока, потока лучистой энергии, давления газа и т.д.

Для увеличения чувствительности термоэлементы соединяют последовательно в термобатареи. При этом, все четные спаи поддерживаются при одной температуре, а все нечетные - при другой. ЭДС такой батареи равна сумме термоэдс отдельных элементов.



Миниатюрные термобатареи (так называемые термостолбики) с успехом применяют для измерения интенсивности света (как видимого, так и невидимого). В соединении с чувствительным гальванометром они обладают огромной чувствительностью: обнаруживают, например, тепловое излучение человеческой руки.

Термобатарея представляет интерес и как генератор электрического тока. Однако использование металлических термоэлементов неэффективно, поэтому для преобразования тепловой энергии в электрическую используются полупроводниковые материалы.

Контрольные вопросы:

1) Как по-другому называют Эффект Зеебека?

2) Как называю цепь, которая состоит только из двух различных

проводников?

3) От чего зависит величина термо-эдс?

4) Термопары из какого сплава являются самыми высокотемпературными контактными датчиками температуры?

5) Назовите несколько преимуществ термопар?

Задачи

Для решения задач требуются значения «α» некоторых металлов (по отношению к свинцу) в интервале температур от 0 °С до 200 °С (знак «+» приписан тем металлам, в которых течёт ток через нагретый спай).

Металл	**α, мкВ/К**
Платина	-4,4
Олово	-0,2
Серебро	+2,7
Медь	+3,2
Сурьма	+4,3

1. Найти ЭДС термопары (Олово-Свинец), если известно, что T_1 и T_2 равны соответственно 78 °С и 9 °С.

Решение: Для начала переведем градусы в кельвины (78 °С = 78+273= 351 К, 9 °С =9 + 273 = 282 К). Воспользуемся формулой $E=\alpha_{12}\Delta T$, так как известны все составляющие, найдем ЭДС:

E = -0,2 мкВ/К * (282 К - 351 К) = $352*10^{-6}$ = 352 мкВ.

2. Найти разность температур термопары (Сурьма - свинец), если известно что, термоЭДС (E) = -0,00001 В, а коэффициент термоЭДС (α) = 4,3 мкВ/К.

Решение: $(T_2$-$T_1)$ = E/α = (-10 мкВ)/(4,3 мкК) = -2,325 К

3. Дана термоэлектрическая способность пары (Медь-Свинец), $\alpha=3{,}2*10^6$

ТермоЭДС (E) = -120 мкВ, T_1 = 250 К. Найти T_2.

Решение: Выразим из формулы $E=\alpha_{12}\left(T_2-T_1\right)$,неизвестную T_2: $T_2=E/\alpha+T_1$ = (-120 мкВ)/(3,2 мкВ/К) + 250К = 212,5 К

4. Найти Термоэлектрическую способность пары (Платина-свинец), если известно, что E = 0,00008 В, T_1 = 197 °С, T_2 = 17 °С.

Решение: Переведем градусы в кельвины (197 °С = 470 К, 17 °С = 290 К) Воспользуемся формулой $E=\alpha_{12}\left(T_2-T_1\right)$. Выразим из нее коэффициент термоЭДС, и подставим все составляющие: α = 0,00008 В / (290

- 470) = - 0,00000044 = -4,4 мкВ/К

5. Будет ли возникать термоЭДС в цепи, состоящей из двух свинцовых проводников, при том, что места контактов этих проводников поддерживаются разными температурами?

Решение: ТермоЭДС будет равна нулю, так как коэффициент термопары будет равен нулю.

Эффект Зеебека существует только тогда, когда выполняются одновременно 2 условия:

1) замкнутая цепь должна состоять из последовательных разнородных проводников.

2) поддержание мест контактов этих проводников при разной температуре.

1.2 Сила Лоренца. Движение частицы в магнитном поле. Эффект Холла

Движущиеся электрические заряды создают вокруг себя магнитное поле, которое распространяется в вакууме со скоростью света. При движении заряда во внешнем магнитном поле возникает силовое взаимодействие магнитных полей, определяемое по закону Ампера. Процесс взаимодействия магнитных полей исследовался Лоренцем, который вывел формулу для расчета силы, действующей со стороны магнитного поля на движущуюся заряженную частицу. Лоренц является создателем классической электронной теории. Широко известны его работы в области электродинамики, термодинамики, статической механики, оптики, теории излучения, атомной физики. За исследования влияния магнетизма на процессы излучения в 1902 г. был удостоен Нобелевской премии.

Сила, действующая со стороны магнитного поля на движущийся заряд называется силой Лоренца и, равна

$$F_л = q\upsilon B \sin\alpha \qquad (1)$$

где q - заряд частица; υ - скорость частицы; B - индукция магнитного поля, α - угол между направлением скорости частицы и вектором магнитной индукции.

Эта сила перпендикулярна векторам $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

Направление силы Лоренца, определяется ***по правилу левой руки****: если расположить левую ладонь так, чтобы четыре вытянутых пальца указывали направление движения положительного заряда, а вектор магнитного поля входил в ладонь, то отставленный большой палец покажет* *направление силы Лоренца, действующей на данный заряд.*

С изменением знака заряда направление силы изменяется на противоположное.

Анализируя выражение (1), можно сделать выводы:

1. Если скорость заряда $\vec{\upsilon}$ = 0; $F_л$ = 0. Магнитное поле не действует на неподвижную частицу.

2. Если частица влетает в магнитное поле параллельно его силовым линиям $\vec{\upsilon}\uparrow\uparrow\vec{B}$, α=0°, sin0°=0; $F_л$=0. Магнитное поле не действует на неподвижную заряженную частицу; Частица будет продолжать двигаться равномерно и прямолинейно с той же скоростью, которая у неё была.

3. Если частица влетает перпендикулярно силовым линиям магнитного поля $\vec{\upsilon}\perp\vec{B}$, α =90°, sin90°=1; $F_л$ =qυB. Сила Лоренца искривляет траекторию движения, выполняя роль центростремительной силы.

Очень важным является использование этого явления при исследовании космических частиц для определения знака заряда. Попадание летящей частицы в магнитное поле вызывает изменение ее траектории в зависимости от знака заряда (рис. 4). На рисунке 4 вектор индукции магнитного поля направлен перпендикулярно плоскости чертежа (от нас). Частица будет двигаться по окружности, радиус R которой можно определить из равенства центростремительной силы и силы Лоренца:

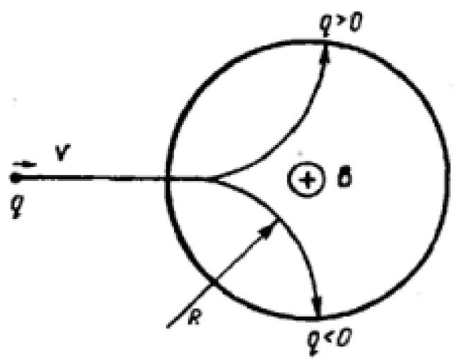


Рисунок 4

$$\frac{m\upsilon^2}{R} = q\upsilon B \tag{1}$$

$$R = \frac{m\upsilon}{qB} \tag{2}$$

$$\upsilon = \frac{qBR}{m} \tag{3}$$

Чем больше скорость частицы, тем больше радиус окружности, по которой она движется, период же обращения ни от скорости, ни от радиуса окружности не зависит.

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2\pi Rm}{qBR} = \frac{2\pi \cdot m}{qB} \tag{4}$$

4. Если частица движется под углом р к линиям B, то траектория движения частицы будет винтовой линией (спиралью), охватывающей силовые линии магнитного поля (рис. 5).

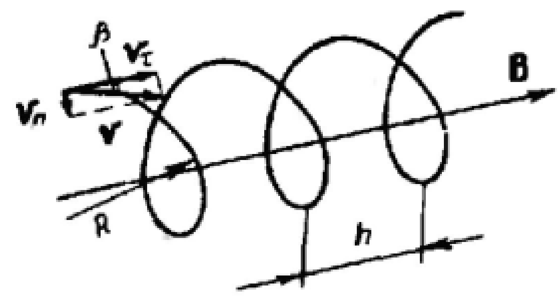


Рисунок 5

Шаг h спирали определяется $\upsilon_т$ - тангенциальной составляющей скорости υ частицы. Радиус спирали зависит от υ_n - нормальной составляющей скорости u.

В 1892 г. Лоренц получает формулу силы, с которой электромагнитное поле действует на любую находящуюся в нём заряженную частицу:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\left[\vec{\upsilon} \times \vec{B}\right] \tag{5}$$

Эта сила называется электромагнитной ***силой Лоренца***, а данное выражение является одним из основных законов классической электродинамики.

Когда электрический заряд движется одновременно в электрическом и магнитном полях, то результирующая сила, действующая на частицу, равна

$$\vec{F} = q\upsilon B \sin\alpha + qE \tag{6}$$

В этом случае сила имеет две составляющие: от воздействия магнитного и электрического полей. Между этими составляющими имеется принципиальная разница. Электрическое поле изменяет величину скорости, а следовательно, и кинетическую энергию частицы, однородное магнитное поле изменяет только направление ее движения.

1.3 Эффект Холла

Американский ученый Э. Холл обнаружил, что в проводнике, помещенном в магнитное поле, возникает разность потенциалов (поперечная) в направлении, перпендикулярном вектору магнитной индукции *B* и току *I*, вследствие действия силы Лоренца на заряды, движущиеся в этом проводнике.

Опыт показывает, что *поперечная разность потенциалов пропорциональна плотности тока j, магнитной индукции и расстоянию d между электродами:*

$$U = RdjB \tag{7}$$

где R - постоянная Холла, зависящая от рода вещества.

Допустим, что электроны движутся с упорядоченной средней скоростью υ и на каждый электрон действует сила Лоренца, равная *eBυ*. Под ее действием электроны смещаются так, что одна из граней образца зарядится отрицательно, другая - положительно и внутри образца возникнет электрическое поле, т. е. *eυB= eE*.

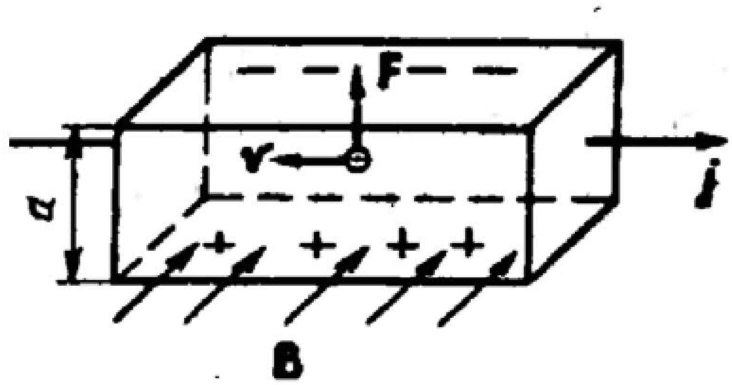


Рисунок 6

Следовательно, поперечная разность потенциалов равна

$$U=Ed=vBd$$

Среднюю скорость u электронов можно выразить через плотность тока j, так как j=neυ, поэтому

$$U = \frac{1}{ne} jBd \tag{8}$$

Приравнивая это выражение к формуле (7), получаем $R = \dfrac{1}{ne}$

Постоянная Холла зависит от концентрации электронов.

По измеренному значению постоянной Холла можно: 1) определить концентрацию носителей тока в проводнике (при известных характере проводимости и заряде носителей); 2) судить о природе проводимости полупроводников, так как знак постоянной Холла совпадает со знаком заряда носителей тока. Применяется для умножения постоянных токов в аналоговых вычислительных машинах, в измерительной технике (датчик Холла).

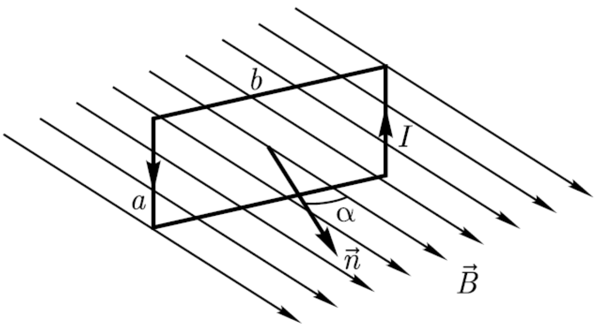
Примеры решения задач

Пример. *Прямоугольная рамка со сторонами a= 5см и b=10см, состоящая из N=20 витков, помещена во внешнее однородное магнитное поле с индукцией B=0,2 Тл. Нормаль к рамке составляет с направлением магнитного поля угол* $\alpha = \frac{\pi}{6}$. *Определите вращающий момент сил, действующий на рамку, если по ней течёт ток I=2A.*

Дано*: a= 5см=0,05м; b=10см=0,1м; N=20; B=0,2 Тл;* $\alpha = \frac{\pi}{6}$*.; I=2A.*

Найти*: M.*

Решение. *Механический момент, действующий на рамку с током, помещённую в однородное магнитное поле,*



$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \times \vec{B}\right],$$

$\vec{p}_m$ - магнитный момент рамки с током. Модуль $M=p_mB\sin\alpha$.

Поскольку рамка состоит N из витков, то

$$M=Np_mB\sin\alpha \quad (1)$$

где магнитный момент рамки с током

$$p_m=IS=Iab. \quad (2)$$

Подставив формулу (2) в выражение (1), найдём искомый вращающий момент

$$M=NIBab\sin\alpha.$$

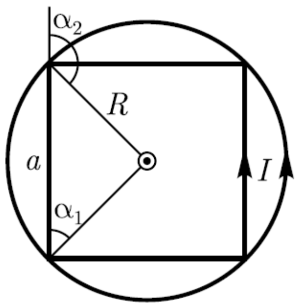
Ответ: M=0,02 Н·м

Пример. *По тонкому проволочному кольцу течёт ток. Определите, во сколько раз изменится индукция в центре контура, если проводнику придать форму квадрата, не изменяя силы тока в проводнике.*

Решение. Вектор $\vec{B}_1$ в центре кругового тока направлен при выбранном направлении тока (см.рисунок), согласно правилу правого винта, перпендикулярно чертежу к нам (на рисунке это обозначено точкой в кружочке). Его модуль

$$B_1 = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}, \tag{1}$$

где I– сила тока; R- радиус кольца; μ_0- магнитная постоянная; μ - магнитная проницаемость среды.



Сторона квадрата, вписанная в кольцо, равна $\alpha = \frac{\pi R}{2}$ (длина окружности кольца $2\pi R$). Вектор $\vec{B}_2$ в центре квадрата направлен также перпендикулярно чертежу к нам. Магнитная индукция в центре квадрата равна сумме магнитных индукций, создаваемых каждой стороной квадрата. Тогда модуль $\vec{B}_2$, согласно закону Био-Савара-Лапласа,

$$B_2 = 4\frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I}{(\alpha/2)}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0\mu}{\pi}\frac{I}{(\alpha/2)}\int_{\pi/4_1}^{3\pi/4}\sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0\mu}{\pi}\frac{I}{\left(a/2\right)}2\cos\frac{\pi}{4} = \frac{8\mu_0\mu I}{\pi^2 R}\cos\frac{\pi}{4}. \tag{2}$$

Из формул (1) и (2) получим отношение

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{16\cos\frac{\pi}{4}}{\pi^2}$$

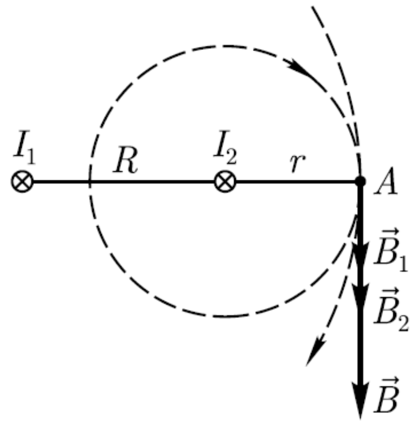
Ответ: $\frac{B_2}{B_1} = 1{,}15$

Пример. *По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, находящимся в вакууме на расстоянии R=30см, текут одинаковые токи одного направления. Определите магнитную индукцию B поля, создаваемого токами в точке A, лежащей на прямой, соединяющей проводники и лежащей на расстоянии r=20см правее правого провода (см.рисунок). Сила тока в проводниках равна 20А.*

Дано:*μ=1; R=30см=0,3м; r=20см=0,2м; $I_1 = I_2 = I = 20$ А.*

Найти: *B.*

Решение. Пусть токи направлены перпендикулярно плоскости чертежа от нам, что обозначено на рисунке крестиками. Линии магнитной индукции замкнуты и охватывают проводники с токами. Их направление задаётся правилом правого винта. Вектор в каждой точке направлен по касательной к линии магнитной индукции (см. рисунок).



Согласно принципу суперпозиции, магнитная индукция результирующего поля в точке A

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

где $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ - магнитная индукция полей в этой точке, создаваемые первым и вторым проводниками. Векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ и сонаправлены, поэтому сложение векторов можно заменить сложением их модулей

$$B=B_1+B_2. \qquad (1)$$

Магнитная индукция полей, создаваемых бесконечно длинными прямыми проводниками с током I_1 и I_2,

$$B_1 = \mu_0\mu\frac{I_1}{2\pi(R+r)},\; B_2 = \mu_0\mu\frac{I_2}{2\pi\cdot r} \qquad (2)$$

где μ_0 – магнитная постоянная; μ- магнитная проницаемость среды.

Подставив выражение (2) в формулу (1) и учитывая, что $I_1=I_2=I$ и $\mu=1$ (для вакуума), получим искомое выражение для магнитной индукции в точке A:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{R+r}+\frac{1}{r}\right)$$

Ответ: B=28 мкТл.

Пример. *По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам находящимся в вакууме, расстояние между которыми d=15см, текут токи I_1=70А и I_2=50А в одном направлении. Определите магнитную индукцию B поля, в точке А, лежащей удалённой на r_1=10см от первого и r_1=20см от второго проводников.*

Дано:*μ=1; d=15см=0,15 м; I_1=70А; I_2=50А; r_1=10см=0,1м; r_2=20см=0,2м.*

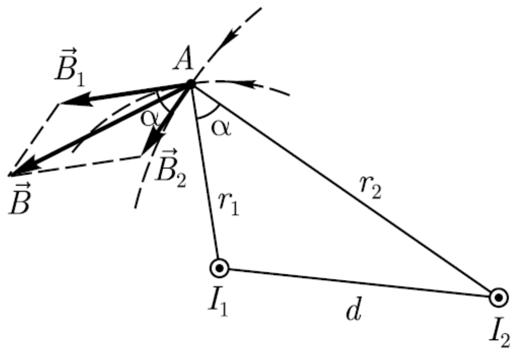
Найти: *B.*

Решение. Пусть токи направлены перпендикулярно плоскости чертежа к нам. Векторы магнитной индукции направлены по касательной к линиям магнитной индукции.

Согласно принципу суперпозиции, магнитная индукция в точке A (см.рисунок)

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

где $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ - соответственно магнитные индукции полей, создаваемые проводниками с током I_1 и I_2 (направления векторов $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ и токов I_1 и I_2 показаны на рисунке). Модуль вектора $\vec{B}$ по теореме косинусов,



$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha} \qquad (1)$$

где $B_1 = \mu_0 \dfrac{I_1}{2\pi \cdot r_1}$; $B_2 = \mu_0 \dfrac{I_2}{2\pi \cdot r_2}$;

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 \cdot r_2}.$$

Подставив эти выражения в формулу (1), найдём искомое B:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\sqrt{\frac{I_1^2}{r_1^2} + \frac{I_2^2}{r_2^2} + 2\frac{I_1}{r_1^2}\frac{I_1}{r_1^2}\left(r_1^2 + r_2^2 - d^2\right)}.$$

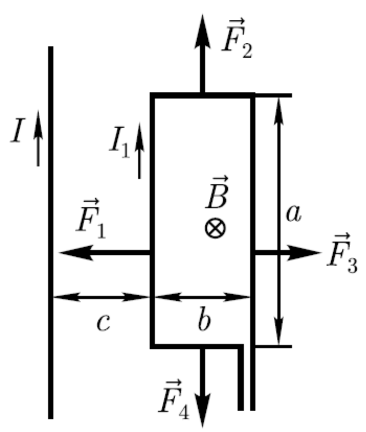
Ответ: B=178 мкТл.

Пример. *В одной плоскости с бесконечно прямым проводником с током*

I=10 A расположена прямоугольная проволочная рамка (сторона a=25см, b=10см), по которой протекает ток I_1=2А. Длинные стороны рамки параллельны прямому току, причём ближайшая из них находится от прямого тока на расстоянии c=10см и ток в ней сонаправлен току I. Определите силы, действующие на каждую из сторон рамки.

Дано*:I=10А; a=25см=0.25м; b=10 см=0.10 м;; I_1=2 А; c=10см=0,1м.*

Найти*: F_1; F_2; F_3; F_4;*



Решение. Прямоугольная рамка находится в неоднородном поле прямого тока с индукцией

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot r} \qquad (1)$$

(рассматриваем случай вакуума), где r – расстояние от прямого тока до рассматриваемой точки.

Сила, с которой действует поле прямого

тока, может быть найдена суммированием элементарных сил, определяемых законом Ампера,

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{\ell} \times \vec{B}\right].$$

Вектор $\vec{B}$ в пределах рамки направлен перпендикулярно её плоскости за чертёж, и в пределах каждой стороны угол $\widehat{d\vec{\ell},\vec{B}} = \frac{\pi}{2}$. Это означает, что в пределах одной стороны элементарные силы параллельны друг другу и сложение векторов

Можно заменить сложением их модулей:

$$F = \int dF = \int\limits_{\ell} I_1 B d\ell \qquad (2)$$

где интегрирование ведётся по соответствующей стороне рамки.

Короткие стороны рамки расположены одинаково относительно провода, а потому действующие на них силы численно равны, но направлены противоположно. Их направление, впрочем как и направление других сил (см.рисунок), определяется по правилу левой руки. Вдоль каждой из коротких сторон прямоугольника магнитная индукция изменяется [см. формулу (1)]. Тогда, произведя интегрирование [с учётом (2)],

$$F_2 = F_4 = \int\limits_{c}^{c+b} \frac{\mu_0 I_1 I}{2\pi \cdot \ell} d\ell = \frac{\mu_0 I_1 I}{2\pi} \ln \frac{c+b}{c}.$$

Длинные стороны рамки параллельны прямому току, находясь от него соответственно на расстояниях с и с+b. Тогда

$$F_1 = \int\limits_0^a I_1 B_1 d\ell = \int\limits_0^a \frac{\mu_0 I_1 I}{2\pi \cdot c} d\ell = \frac{\mu_0 I_1 I a}{2\pi \cdot c};$$

$$F_3 = \int\limits_0^a I_1 B_2 d\ell = \int\limits_0^a \frac{\mu_0 I_1 I}{2\pi (c+b)} d\ell = \frac{\mu_0 I_1 I a}{2\pi \cdot (c+b)},$$

где $B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot c}$ и $B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot (c+b)}$.

Ответ : F_1=10 мкН; F_2=2,77 мкН; F_3=5 мкН; F_4=2,77 мкН.

Пример. *Электрон, прошедший ускоряющую разность потенциалов U=1 кВ, влетает в однородное магнитное поле с индукцией B=3мТл перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определите: 1) силу, действующую на электрон; 2) радиус окружности, по которой электрон движется; 3) период обращения электрона.*

Дано: *m=9,11·10*$^{-31}$ *кг; e=1,6·10*$^{-19}$ *Кл; U=1кВ=1·10*^{3}*В; B=3мТл=3·10*$^{-3}$ *Тл; α=90*^{o}*.*

Найти: *1)F; 2) R; 3) T.*

Решение. При движении электрона в магнитном поле со скоростью υ на него действует сила Лоренца

$$F_л=e\upsilon B\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$ (в нашем случае α=90º). Тогда

$$F_л=e\upsilon B. \qquad (1)$$

При прохождении ускоряющей разности потенциалов работа сил электростатического поля идёт на сообщение электрону кинетической энергии $\frac{m\upsilon^2}{2}=eU$, откуда

$$\upsilon=\sqrt{\frac{2eU}{m}}. \qquad (2)$$

Подставив выражение (2) в формулу (1), найдём искомую силу, действующую на электрон,

$$F_л=eB\sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

Из механики известно, что постоянная сила, перпендикулярна скорости, а ею и является сила Лоренца (1), вызывает движение по окружности. Она сообщает электрону нормальное ускорение $a_n=\frac{\upsilon^2}{R}$, где R – радиус окружности. По второму закону Ньютона F=ma, где F=eυB. Тогда

$$\frac{m\upsilon^2}{R}=e\upsilon B,$$

откуда искомый радиус окружности с учётом (2)

$$R=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}} \qquad (3)$$

Период обращения электрона

$$T=\frac{2\pi\cdot R}{\upsilon}. \qquad (4)$$

Подставив выражение (3) и (2) в формулу (4), найдём искомый период обращения электрона

$$T=\frac{2\pi\cdot m}{eB}.$$

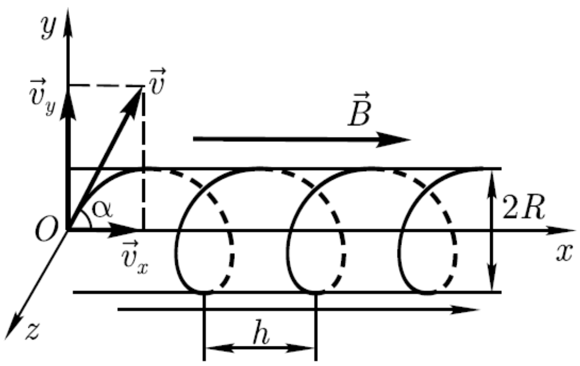
Ответ: 1)$F=9\cdot 10^{-15}$ Н; 2) R=3,56 см; 3) T=11,9 нс.

Пример. *Протон, обладая скоростью $\upsilon=10^4$ м/с, влетает в однородное магнитное поле с индукцией B=10мТл под углом $\alpha=60^o$ к направлению линий магнитной индукции. Определите радиус R и шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться протон..*

Дано*: $\upsilon=10^4$ м/с; $e=1,6\cdot 10^{-19}$ Кл; $m=1,67\cdot 10^{-27}$ кг; $B=10мТл=10\cdot 10^{-3}$ Тл; $\alpha=60^o$.*

Найти*:R; h.*

Решение. Движение протона в однородном магнитном поле со скоростью $\vec{\upsilon}$, направленной под углом α к вектору $\vec{B}$, происходит по винтовой линии (см. рисунок). Для доказательства этого разложим вектор скорости на составляющие, параллельную ($\upsilon_x=\upsilon\cos\alpha$) и перпендикулярную ($\upsilon_y=\upsilon\sin\alpha$) вектору индукции.



Движение в направлении поля происходит с равномерной скоростью υ_x, а в направлении, перпендикулярном вектору $\vec{B}$, под действием силы Лоренца – по окружности ($\vec{B}$=const, υ_x=const). В результате сложения двух движений траектория результирующего движения протона – винтовая линия (спираль).

Сила Лоренца сообщает протону нормальное ускорение $a_n=\dfrac{\upsilon_y^2}{R}$ (R- радиус окружности). По второму закону Ньютона, $F=ma_n$, где $F_л=e\upsilon_y B$– сила Лоренца. Тогда

$$\frac{m\upsilon_y^2}{R}=e\upsilon_y B,$$

Откуда искомый радиус винтовой линии, по которой будет двигаться протон,

$$R=\frac{m\upsilon_y}{eB}=\frac{\upsilon m}{eB}\sin\alpha$$

Шаг винтовой линии равен расстоянию, пройденному протоном вдоль оси ох за время одного полного оборота, т.е.

$$h=\upsilon_x T=\upsilon T\cos\alpha, \qquad (1)$$

где период вращения

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon_y} = \frac{2\pi \cdot R}{\upsilon \sin\alpha} \qquad (2)$$

Подставив формулу (2) в выражение (1), найдём искомый шаг винтовой линии

$$h=2\pi R\,ctg\alpha.$$

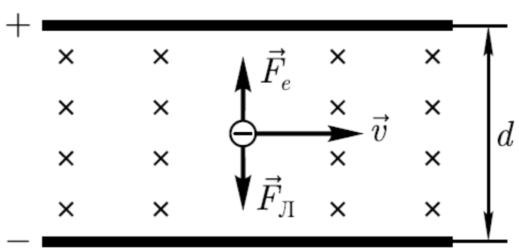
Ответ: R=9.04мм; h=3,28 см.

Пример. *Между пластинами плоского конденсатора, находящегося в вакууме, создано однородное магнитное поле напряжённостью Н=2кА/м. Электрон движется в конденсаторе параллельно пластинам конденсатора и перпендикулярно направлению магнитного поля со скоростью υ=2 Мм/с. Определите напряжение U, приложенное к конденсатору, если расстояние d между его пластинами составляет 1,99 см..*

Дано: *$\mu=1$; $H=2$кА/м$=2\cdot10^3$ А/м; $\upsilon=2$Мм/с$=2\cdot10^6$ м/с; $d=1,99$ см$=1.99\cdot10^{-2}$м).*

Найти:*U.*

Решение. Предположим, что магнитное поле направлено перпендикулярно чертежу от нас. Что указано на рисунке крестиками.



Электрон может двигаться перпендикулярно направлению магнитного поля и параллельно пластинам конденсатора (при выбранных направлении магнитного поля и зарядах на пластинах) только так, как указано на рисунке. При этом кулоновская сила $F_e = eE = e\frac{U}{d}$ (У- напряжённость электрического поля) уравновешивается силой Лоренца $F_л=e\upsilon B$ (её направление определяется по правилу левой руки). Тогда

$$e\frac{U}{d} = e\upsilon B,$$

откуда

$$U=\upsilon Bd. \qquad (1)$$

Формула, выражающая связь между магнитной индукцией $\vec{B}$ и напряжённость $\vec{H}$ магнитного поля

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

Для случая вакуума (μ=1) имеет вид $B=\mu_0 H$, Подставив эту формулу в выражение (1), найдём искомое напряжение на пластинах конденсатора

$$U = \mu_0 \upsilon H d$$

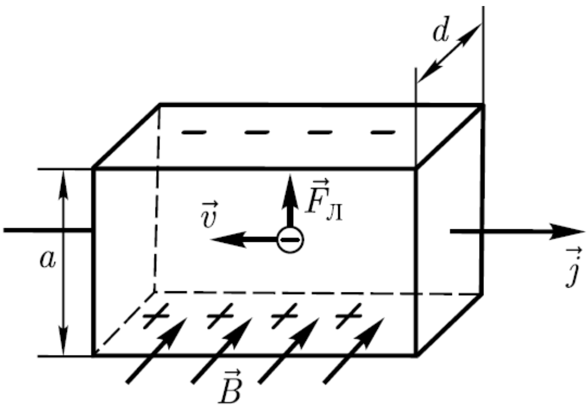
Ответ: U=100 В.

Пример. *Через сечение медной пластинки (плотность меди ρ=8,93 г/см^3) толщиной d=0,1 мм пропускается ток I =5 А. Пластинка с током помещается в однородное магнитное поле с индукцией B=0,5 Тл, перпендикулярное направлению тока и ребру пластинки. Определите возникающую в пластинке поперечную (холловскую) разность потенциалов, если концентрация n свободных электронов равна концентрации n' атомов проводника.*

***Дано**:* ρ=8,93 г/см^3=8,93·10^3 кг/м^3; d=0,1мм=1·10^{-4} м; I=5А; B=0,5 Тл; $n = n'$; M=63,5·10^{-3} кг/моль.

***Найти**:Δφ..*

Решение. На рисунке показана металлическая пластинка с током плотностью $\vec{j}$ в магнитном поле $\vec{B}$, перпендикулярном $\vec{j}$ (как в условии задачи). При данном направлении $\vec{j}$ скорость носителей тока в металлах – электронов – направлена справа налево. Электроны испытывают действие силы Лоренца, которая в данном случае направлена вверх. У верхнего края пластинки возникает повышенная концентрация электронов (он зарядится отрицательно), а у нижнего – их недостаток (зарядится положительно). Поэтому между краями пластинки возникает дополнительное поперечное электрическое поле, направленное снизу вверх.



В случае стационарного распределения зарядов в поперечном направлении (напряженность E_B поперечного поля достигнет такой величины, что его действие на заряды уравновесит силу Лоренца)

$$eE_B = \frac{e\Delta\varphi}{\alpha} = e\upsilon B, \text{ или } \Delta\varphi=\upsilon B\alpha \qquad (1)$$

где *a* – ширина пластинки; Δφ - поперечная (холловская) разность потенциалов.

Сила тока

$$I=jS=ne\upsilon S=ne\upsilon ad, \qquad (2)$$

где S –площадь поперечного сечения пластинки толщиной d; n- концентрация электронов; υ - средняя скорость упорядоченного движения электронов.

Подставив (2) в (1), получим

$$\Delta\varphi = \frac{1}{en}\frac{IB}{d}. \qquad (3)$$

Согласно условию задачи, концентрация свободных электронов равна концентрации атомов проводника. Следовательно,

$$n = n' = \frac{N_A}{V_m} = \frac{N_A}{M/\rho} = \frac{\rho N_A}{M}, \qquad (4)$$

где $N_A=6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$ – постоянная Авогадро; V_m- молярный объём меди; M – молярная масса меди; ρ- её плотность.

Подставив формулу (4) в выражение (3), найдём искомую.

Пример. *Магнитная индукция B на оси тороида без сердечника (внешний диаметр тороида d_1=60 см, внутренний – d_2=40см), содержащего N=200 витков, составляет 0,16 мТл. Пользуясь теоремой о циркуляции вектора $\vec{B}$, определите силу тока в обмотке тороида..*

***Дано**: d_1=60 см* =0,6 м; *d_2=40 см* =0,4 м; *N=200;* B=0,16 мТл=$0{,}16\cdot10^{-3}$ Тл.

***Найти**: I.*

Решение. Циркуляция вектора $\vec{B}$

$$\oint_L \vec{B}d\vec{\ell} = \oint_L \vec{B}_L d\vec{\ell} = \mu_0\sum_{i=1}^{n} I_i, \qquad (1)$$

т.е. равна алгебраической сумме токов, охватываемых контуром, вдоль которого вычисляется циркуляция, умноженной на магнитную постоянную. В качестве контура выберем окружность, расположенную так же, как и линия магнитной индукции, т.е. окружность некоторым радиусом r, центр которой лежит на оси тороида. Из условия симметрии следует, что модуль вектора $\vec{B}$ во всех точках линии магнитной индукции одинаков, а поэтому выражение (1) можно записать в виде

$$\oint_L \vec{B}d\vec{\ell} = B\oint_L d\ell = 2\pi\cdot rB = \mu_0 NI \qquad (2)$$

(учли, что сила тока во всех витках одинакова, а контур охватывает число токов, равное числу витков тороида). Для средней линии тороида). Для средней линии тороида $r = \frac{d_1 + d_2}{4}$. Подставив r в (2), получим искомую силу тока:

$$I = \frac{\pi(d_1 + d_2)B}{2\mu_0 N}.$$

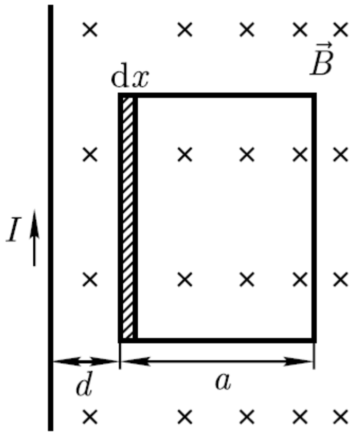
Ответ: I=1 А

Пример. *В одной плоскости с бесконечным прямолинейным проводом, по которому течёт ток I=10A, расположена квадратная рамка со стороной a=15 см. Определите магнитный поток Ф, пронизывающий рамку, если две стороны рамки параллельны проводу, а расстояние d от провода до ближайшей стороны рамки составляет 2 см.*

Дано*: I=10A*; *a=15 см* =0,15 м; *d=2 см=0,02м.*

Найти*: Ф.*

Решение. Магнитный поток Ф сквозь поверхность площадью вычисляется по формуле:



$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS$$

Квадратная рамка находится в неоднородном поле прямого тока с индукцией

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot x}$$

(рассматриваем случай вакуума), где x – расстояние от провода до рассматриваемой точки.

Магнитное поле создаётся прямым током (направление показано на рисунке), и вектор $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости рамки (направлен перпендикулярно чертежу от нас, что на рисунке изображено крестиками), поэтому для всех точек рамки B_n=B.

Площадь рамки разобьём на узкие элементарные площадки шириной dx и площадью *a*dx (см. рисунок), в пределах которых магнитную индукцию можно считать постоянной. Тогда поток сквозь элементарную площадку

$$d\Phi = BdS = \frac{\mu_0 I a}{2\pi \cdot x} dx. \qquad (1)$$

Проинтегрировав выражение (1) в пределах от до , найдём искомый магнитный поток

$$\Phi = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 I a}{2\pi \cdot x} dx = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln \frac{d + a}{a}.$$

Ответ: Ф=0,25 мкВб

Пример. *Круговой проводящий контур радиусом r=6см и током I=2A установился в магнитном поле так, что плоскость контура перпендикулярна направлению однородного магнитного поля с индукцией B=10мТл. Определите работу, которую следует совершить, чтобы медленно повернуть контур на угол* $\alpha = \frac{\pi}{2}$ *относительно ос, совпадающий с диаметром контура.*

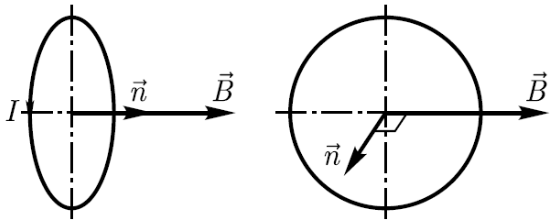
Дано: *r=6 см* =0,06 м; *I=2 A*; В=10 мТл=$10\cdot10^{-3}$ Тл; $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Найти: $A_{вн}$.

Решение. Работа сил поля по перемещению замкнутого проводника с током I

$$A=I(\Phi_2-\Phi_1), \tag{1}$$

где Φ_1 и Φ_2- потоки магнитной индукции, пронизывающие контуры в начальном и конечном положениях. Ток в контуре считаем постоянным, так как при медленном повороте контура в магнитном поле индукционными токами можно пренебречь.



а *б*

Поток магнитной индукции сквозь плоский контур площадью S в однородном магнитном поле с индукцией B

$$\Phi=BS\cos\alpha,$$

где α– угол между вектором нормали $\vec{n}$ к поверхности контура и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

В начальном положении, рис. *а*, контура (контур установился свободно) поток магнитной индукции максимален (α=0; cosα=1) и Φ_1=BS (S- площадь контура), а в конечном положении, рис. б ($\alpha = \frac{\pi}{2}$; cosα=0), Φ_2=0.

Тогда, подставив эти выражения в формулу (1), найдём, что

$$A=-IBS=-\pi IBr^2$$

(учли, что площадь кругового контура $S=\pi r^2$).

Работа внешних сил направлена против сил поля (равна ей по модулю, но противоположна по знаку), поэтому искомая работа

$$A_{вн}=\pi IBr^2.$$

Ответ: $A_{вн}$=226 мкДж.

2. АКТЮАТОРНЫЕ КОМПОНЕНТЫ МСТ

Актюатор - это механическое устройство, которое преобразовывает различные виды энергии (электрическая, химическая или термическая) в механическую работу, излучение тепла и света (рис.7)

В настоящее время разработаны термические, термопневматические, пьезоэлектрические, электростатические и магнитные актюаторы.

Термоактюаторы были разработаны одними из первых и использовались в сенсорах измерения и определения потоков жидкости и газов в качестве нагревательных элементов

Основное применение термоактюаторы нашли в механизмах горизонтального и вертикального поворота структур элементов МСТ.

Принцип работы термоактюаторов основан на тепловом расширении структурных материалов элементов микросистемной техники.

Если при однородном нагреве температура твердого тела возрастает на ЛТ, то тело испытывает деформацию, описываемую следующим выражением (рис.9)

$$\varepsilon = \alpha \Delta T \tag{1}$$

где α - коэффициент теплового расширения; ΔT - температура.

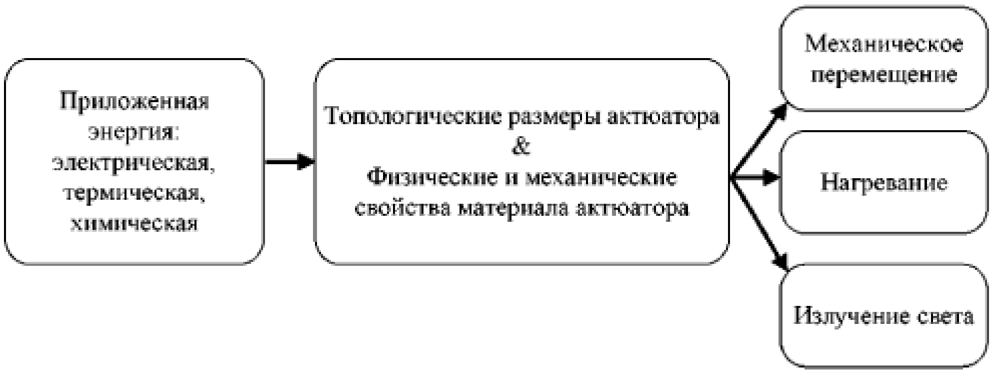


Рисунок 7 - Преобразование входной энергии в работу актюатора

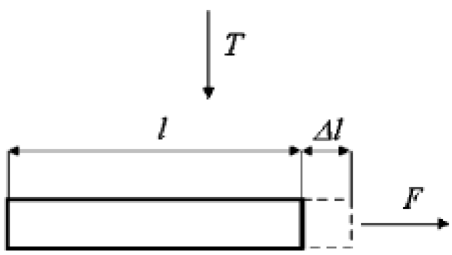


Рисунок 8 - Деформация термоактюатора при нагреве

Деформацией твердого тела называется изменение его размеров и объема:

$$\varepsilon = \Delta I / I \qquad (2)$$

где ΔI - абсолютное удлинение; I - первоначальный размер тела.

Подставив (2) в (1), получим выражение, позволяющее определять абсолютное удлинение термоактюатора:

$$\Delta I = I\alpha\Delta T \qquad (3)$$

Напряжением называется физическая величина, равная упругой силе, приходящейся на единицу площади сечения тела:

$$\sigma = F_m S \qquad (4)$$

где F - сила; S - площадь сечения, расположенная перпендикулярно нормали силы F.

Согласно закону Гука, сила растяжения или сжатия, приложенная к телу в форме стержня, вызывает изменение длины тела $Л_l$. Величина $Л_l$ зависит от размеров стержня, материала и величины приложенной силы:

$$\sigma = E\varepsilon \qquad (5)$$

где E - модуль Юнга.

Подставив (1) и (4) в (5), получим выражение для определения силы, создаваемой термоактюатором

$$F_m = whE\alpha\Delta T \qquad (6)$$

где w- ширина; h- толщина.

Тепловая деформация зависит от кристаллографической ориентации структурного материала. Таким образом, для анизотропных сред, выражение (1) примет вид

$$\varepsilon_{ij} = \alpha_{ij}\Delta T \qquad (7)$$

Термоактюаторные элементы МСТ изготавливаются по технологии поверхностной микрообработки и MUMPs-технологии.

Дальнейшее развитие термоактюаторы получили в виде термопневматических актюаторов. Данный тип актюаторов содержит нагревательный элемент и герметичную полость с упругой мембраной (рис.9).

Рисунок 9 - Термопневматический актюатор

Нагреватель представляет собой полупроводниковый резистор меандрового типа. Электрический ток, протекая через резистор, нагревает его. Количество теплоты, выделяемое в нагревателе, определяется следующим образом

$$Q = U^2 t / R \tag{8}$$

где U- напряжение на нагревателе; t - время прохождения тока через нагреватель; R - сопротивление нагревателя.

В результате происходит расширение газовой среды в герметичной области, что в свою очередь приводит к деформации мембраны. Так как объем герметичной полости остается постоянным, то изменение давления в полости описывается следующим выражением

$$pT = p_0 \beta T, \tag{9}$$

где p_0 давление газа до нагревания; β - коэффициент объемного расширения; Т - температура нагревания.

Коэффициент объемного расширения практически одинаков у всех газов и с хорошим приближением равен коэффициенту объемного расширения идеального газа: β = 0,003661 К-1.

Сила, создаваемая термопневматическим актюатором будет определяться следующим выражением

$$F_{mn} = S p_0 \beta T, \tag{10}$$

где S - площадь мембраны.

Термопневматические актюаторы изготавливаются по технологии объемной микрообработки и LIGA-технологии.

Пример практического применения теории

Разбор конкретной ситуации: принцип построения, функционирования и требования к конструкции и режиму функционирования миниатюрного датчика давления для аэроакустических исследований.

Такой датчик соизмерим по стоимости со «средним» персональным компьютером. Одним из лидеров по ассортименту продукции является фирма Honeywell, основой датчиков давления этой и ряда других фирм является тензочувствительный элемент (сенсор). Он состоит из пьезорезисторов, имплантированных на поверхность тонкой кремниевой мембраны. Мембрана сформирована путем вытравливания участка кремниевой пластины (рис.10).

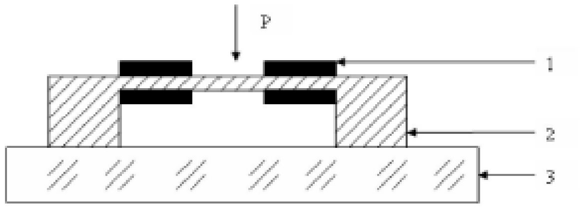


Рисунок 10 - Схематическое изображение принципа работы тензорезистивного датчика; 1 - мост из тензорезисторов; 2 - кремневая мембрана; 3 - подложка - основание

Под воздействием давления воздуха мембрана 2 изгибается, изменяются сопротивления тензорезисторов 1, что приводит к разбалансировке моста, сигнал на выходе которого и пропорционален значению измеряемого давления.

Не вытравленная часть кристалла служит жестким несущим элементом, и одновременно - поверхностью для реализации других схемотехнических компонентов измерительной схемы датчика. Кремниевые датчики характеризуются стабильностью параметров. Другими преимуществами кремниевых сенсоров являются высокая тензочувствительность, а также высокие надежность, точность и линейность характеристики преобразования, малые габариты, дешевизна, простота эксплуатации. К недостаткам полупроводниковых датчиков относятся относительно высокая температурная зависимость характеристики преобразования, разброс напряжения начального смещения ввиду неидентичности характеристик пьезорезисторов моста, недостаточно высокие линейность и стабильность характеристик.

Описание использования конкретных интерактивных и активных форм проведения занятий

Используемыми формами интерактивных технологий проведения данного лекционного занятия могут быть:

Проблемные сообщения.

Сообщения о результатах НИР и ОКР, касающихся разработки актюаторных устройств микросистем, электромеханических преобразователей, используемых в конструкциях изделий МСТ материалов и технологий их обработки, обсуждение сообщений, ответы на вопросы докладчика и лектора, высказывание мнений.

Интерактивный опрос.

Групповые дискуссии по теме занятия. В том числе:

- разновидности актюаторных (или электромеханических) элементов изделий МСТ, материалы, из которых они изготовлены, принципы работы, параметры, физические явления и эффекты, лежащие в основе их функционирования;

- по сравнительным параметрам, характеристикам, другим критериям и ьпоказателям различных изделий - актюаторных, электромеханических и других элементов мет.

Доклады студентов по результатам работы. Обсуждения и дискуссии. Календарный график освоения дисциплины представлен в «Методических указаниях студентам по изучению дисциплины «Исследование и анализ современного состояния и перспектив развития микросистемной техники», здесь же имеются сведения о том, что, когда и в какой форме студенты должны выполнить и сдать, какую часть самостоятельной работы студент должен выполнить после данного конкретного занятия к началу следующего и как, когда и в какой форме отчитаться за проделанную работу. Предусмотрен систематический контроль преподавателя за выполнением студентами заданий СРС.

Задания на СРС

Темы рефератов, докладов, эссе:

- Физические процессы, лежащие в основе функционирования полупроводниковых актюаторных элементов изделий МСТ.

- Использование моделирования для описания физических процессов и функционирования актюаторных элементов изделий МСТ: модели (процесса, конструкции, изделия) и их представление.

- Выполнение расчётов на ЭВМ параметров и характеристик изделий мет.

Домашние задания (ДЗ):

Объяснить принцип работы прибора мет (например, микрогироскопа той или иной конструкции, микроакселерометра, инклинометра, датчика давления и др. - по заданию преподавателя), актюаторных изделий мет.

Провести сравнительный анализ нескольких актюаторных элементов изделий мет по совокупности их параметров и характеристик, по согласованию с преподавателем, сделать выводы о перспективности использования тех или иных актюаторов для разных областей применения.

Охарактеризовать основные технологические методы и приёмы, используемые для изготовления актюаторных элементов изделий мет, рекомендовать режимы выполнения отдельных операций технологических процессов их изготовления.

Нарисовать качественно графические зависимости основных параметров актюаторных элементов изделий мет (по заданию преподавателя), от того или иного функционального параметра (температуры, давления и др.), пояснить характер зависимости.

3. КАТУШКИ ИНДУКТИВНОСТИ В МИКРОСИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

3.1 ЭДС электромагнитной индукции

Явление наведения ЭДС электромагнитной индукции в проводнике, пересекающем магнитное поле, называется электромагнитной индукцией. Направление ЭДС определяется по правилу правой руки. В общем случае ЭДС в проводнике определяется выражением: $E = BVl\sin\alpha$, где α – угол между направлением движения проводника и магнитным полем.

Если проводник замкнуть в цепь, появится индуцированный ток. Согласно правилу Ленца, индуцированный ток всегда противодействует причине, вызвавшей его. Затраченная на перемещение механическая мощность компенсируется мощностью электромагнитных сил: $P = FV = BIlV = IE = P_{эл}$;

Если по проводнику, расположенному в магнитном поле пропустить электрический ток, то на него будет действовать электромагнитная сила, за счет которой проводник будет перемещаться. Это используется в электрических двигателях.

ЭДС электромагнитной индукции в контуре определяется скоростью изменения магнитного потока в этом контуре, взятого с обратным знаком: $e = -\dfrac{d\Phi}{dt}$. Так как в катушке несколько витков (контуров), то ЭДС определяется соотношением: $e = -\dfrac{d\Psi}{dt}$, где ψ $=\Phi*w$ – потокосцепление (w – число витков).

3.2 ЭДС самоиндукции

Явление наведения ЭДС самоиндукции в проводнике, вызванное изменением тока, называется явлением самоиндукции. ЭДС самоиндукции может быть определена по соотношению:

- $e_L = -\dfrac{d\Psi}{dt} = -\dfrac{dLi}{dt} = -L\dfrac{di}{dt}$;
- $L = \dfrac{\Psi}{I} = \mu_0\mu_r\dfrac{W^2}{l}S$ - индуктивность катушки (величина постоянная для конкретной катушки);
- $W_{магн} = \dfrac{I^2L}{2}$ - энергия, накопленная в катушке.

3.3 ЭДС взаимоиндукции

Если две или несколько катушек расположить так, что магнитный поток одной из них пронизывает витки остальных, то их называют магнитосвязанными. При этом магнитный поток первой катушки частично пронизывает витки второй катушки и создает там потокосцепление, магнитный поток второй катушки пронизывает витки первой и создает там тоже потокосцепление. Для двух взаимосвязанных катушек справедливо соотношение:

- $\frac{\Psi_{1,2}}{i_{1,2}} = \frac{\Psi_{2,1}}{i_{2,1}} = M$ - взаимная индуктивность двух взаимосвязанных катушек;
- $M = \frac{\Psi_{1,2}}{i_1} = \frac{\Phi_{1,2} W_2}{i_1} = \mu_0 \mu_r \frac{W_1 W_2}{l} S$ - взаимная индуктивность двух катушек при отсутствии рассеивания;
- $M = K\sqrt{L_1 L_2}$ - взаимная индуктивность, где K показывает, какая часть магнитного потока пронизывает одновременно обе катушки;
- $e_{M2} = -\frac{d\Psi_{1,2}}{dt} = -\frac{dMi_1}{dt} = -M\frac{di_1}{dt}$ - ЭДС взаимоиндукции.

Примеры решения задач

Задача №1

Определить взаимную индуктивность двух обмоток с числом витков *W1*=1500, *W2*=4000, расположенных на тороидальном сердечнике из неферромагнитного материала сечением 5*5 см и средним радиусом *r*=30 см при отсутствии рассеивания. Определить индуктивность каждой обмотки.

Дано: *W1*=1500;
W2=4000;
S=25*10^{-4} м^2;
r=30 см;

Определить: L_1, L_2

Решение задачи

Взаимная индуктивность двух обмоток:

$$M = \mu_o \mu_r \frac{W_1 W_2}{l} S;$$

M=4π*10^{-7}*1*1500*4000*25*10^{-4}/(2π*30*10^{-2})=10^{-2} Гн

Индуктивность обмотки:

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{W^2}{l} S;$$

L_1=4π*10^{-7}*1*1500^2*25*10^{-4}/(2π*30*10^{-2})=37,5*10^{-4} Гн;

L_2=4π*10^{-7}*1*4000^2*25*10^{-4}/(2π*30*10^{-2})==2,67*10^{-2} Гн;

Задача №2

Определить энергию катушки, если в ней протекает ток 15А, а индуктивность равна 30мГн.

Решение задачи

$$W = \frac{LI^2}{2};$$

$$W = \frac{3*10^{-2}*15^2}{2} = 3{,}375 \text{ } Дж;$$

Задача №3

Определить индуктивность катушки с числом витков 50, площадью поперечного сечения 50мм^2 и индукцией поля B=0,05Тл, если по ней протекает ток 2А.

Дано: *w=50;*

*S=50*10^{-6}м^2;*

I=2A;

B=0,05Тл;

Определить: *L*

Решение задачи

Индуктивность определяется по соотношению:

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{BSw}{I};$$

$$L = \frac{0{,}05*50*10^{-6}*50}{2} = 0{,}625*10^{-6} \text{ } Гн$$

3.4 Расчет цепи с активным сопротивлением и индуктивностью

Рекомендации

Реальные электрические цепи не могут состоять из идеальных реактивных сопротивлений, в них присутствует активное сопротивление. В цепи, с последовательно соединенными активным сопротивлением и индуктивностью (рисунок 11), активное напряжение совпадает по фазе с током, индуктивное напряжение опережает ток по фазе на угол 90^0.

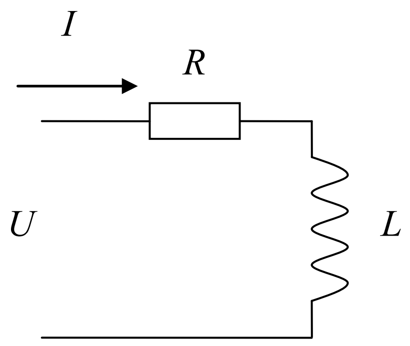


Рисунок 11

При протекании тока $i = I_m \sin \omega t$ в электрической цепи с активным сопротивлением и индуктивностью справедливы следующие соотношения:

- $u = u_a + u_L = iR + iX_L$ - мгновенное значение напряжения в цепи;
- $u_a = U_m \sin \omega t$ - напряжение на активном сопротивлении;
- $u_L = U_{mL} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ - напряжение на индуктивности;
- $\vec{U} = \vec{U}_a + \vec{U}_L$; $U = \sqrt{U_a^2 + U_L^2} = \sqrt{I^2} R^2 + I^2 X_L^2 = I\sqrt{R^2 + X^2}$ - действующее значение напряжений в цепи определяется геометрической суммой их действующих напряжений;
- $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$ - мгновенное значение напряжения;
- $I = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$ - закон Ома;
- $z_k = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ - кажущееся полное сопротивление;
- $I = \dfrac{U}{Z}$ - закон Ома для любой цепи переменного тока;
- $R = z\cos\varphi$ - активное сопротивление;
- $X_L = z\sin\varphi$ - реактивное сопротивление;
- $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z}$; $\sin\varphi = \dfrac{X_L}{Z}$;
- $S = UI$ - полная мощность;
- $P = S\cos\varphi = UI\cos\varphi$ - активная мощность;
- $Q = S\sin\varphi = UI\sin\varphi$ - реактивная мощность;
- $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ - полная мощность.

Треугольники напряжений, сопротивлений, мощностей.

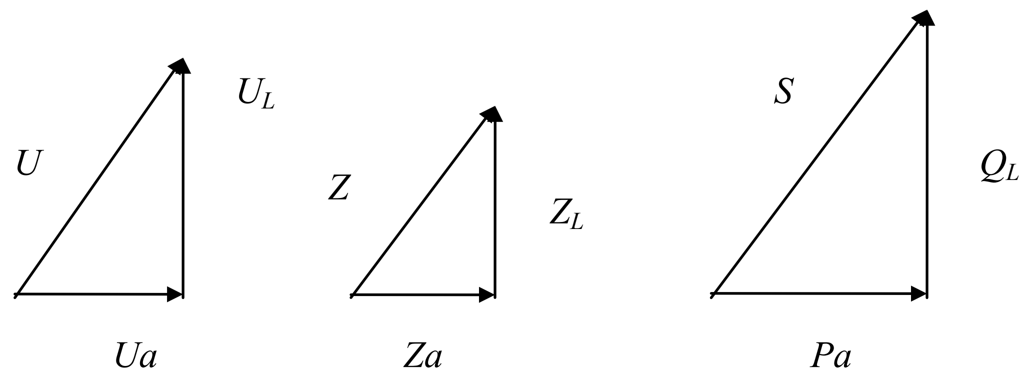


Рисунок 12

Примеры решения задач

Задача №1

К сети переменного напряжения 220В подключена катушка с активным сопротивлением 6 Ом и индуктивностью 50 мГн (рисунок 13) . Определить действующее значение тока, полную, активную и реактивную мощности.

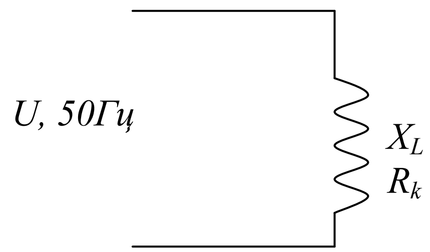


Рисунок 13

Дано: $U=220В$

$f=50Гц$

$L=50мГн$

$R = 6Ом$

Определить: I, P, Q, S

Решение задачи

Индуктивное сопротивление катушки:

$X_L=\omega*L=2\pi*f*L;$

X_L =2*π*50*10^{-3}=15,7Ом;

Полное сопротивление цепи:

$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$;

$Z = \sqrt{6^2 + 15{,}7^2}$ =16,8Ом;

Ток в цепи равен:

$I=U/Z;$

I =220\16,8=13,1А;

Полная мощность цепи:

$S=U*I;$

S=220*13,1=2882ВА;

$\cos \varphi=R/Z;$

$\cos \varphi$ =6/16,8=0,38;

$\sin \varphi=X_L/Z;$

$\sin \varphi$ = 15,7/16,8=0,93;

Активная мощность:

$P=S*\cos\varphi;$

P=2882*0,38=1095,16Вт;

Реактивная мощность:

$Q=S*\sin\varphi;$

Q=2882*0,93=2680 вар.

3.5 Цепь с активным сопротивлением и емкостью

Рекомендации для студента

В цепи (рисунок 14) с активным сопротивлением и емкостью напряжение на реактивном сопротивлении отстает от тока по фазе на 90^0.

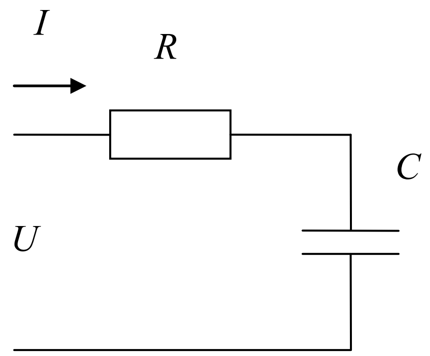


Рисунок 14

$i = I_m \sin \omega t$ - ток в цепи;

$u = U_m \sin \omega t$ - напряжение на активном сопротивлении;

$u_c = U_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ - напряжение на емкостном сопротивлении;

$u = U_m \sin(\omega t - \varphi)$ - напряжение цепи;

$U = \sqrt{U^2 + U_c^2} = \sqrt{IR^2 + IX_c^2} = I\sqrt{R^2 + X_c^2}$ - действующее напряжение в цепи;

$I = \dfrac{U}{Z_c}$ - ток в этой цепи определяется по закону Ома;

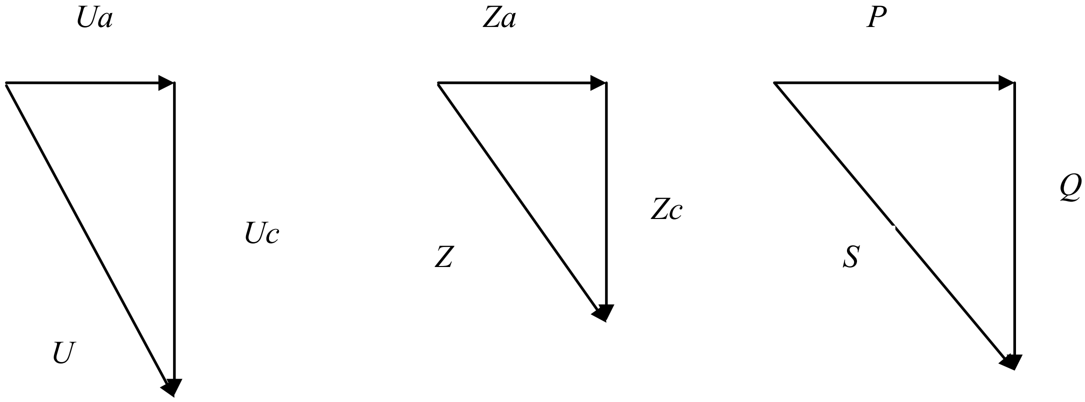


Рисунок 15

Примеры решения задач

Задача №1

В цепи переменного тока с активным сопротивлением и емкостью при частоте 100Гц измерительные приборы показывают: амперметр – 6А, вольтметр – 180В, ваттметр – 360 Вт. Определить параметры схемы замещения (рисунок 16) с последовательным соединением элементов, реактивную и полную мощности цепи.

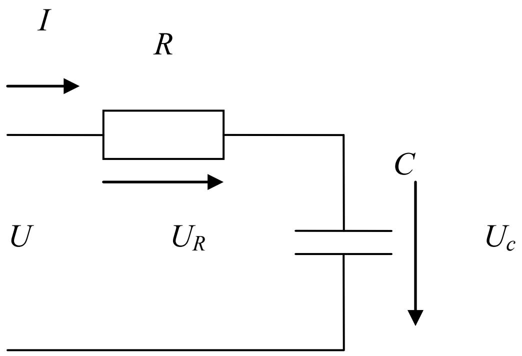


Рисунок 16

Дано: I= 6А;

U=180В;

P=360Вт;

Определить: R, X_c, Z, S, Q

Решение задачи

Определим полное сопротивление: $Z = \dfrac{U}{I}$

Z=180/6=30 Ом;

Активное сопротивление: R=P/I

R=360/36=10 Ом;

Емкостное сопротивление: $X_c = \sqrt{Z^2 - R^2}$;

X_c=$\sqrt{30^2 - 10^2}$ = 28 Ом;

Полная мощность: $S = U * I$;

S=180*6=1080ВА;

Реактивная мощность: $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$;

Q=$\sqrt{1080^2 - 360^2}$ =1018 вар.

Задача №2

В сеть переменного синусоидального тока напряжением U =220В необходимо включить электрическую лампу напряжением $U_л$ =127В и мощностью $P_л$=100Вт. Определить емкость конденсатора C, который необходимо включить последовательно с лампой, чтобы напряжение на лампе не превышало номинального $U_н$=127В. На какое напряжение должен быть рассчитан конденсатор (рабочее напряжение), чтобы иметь четырехкратный запас прочности? Частота тока сети f=50 Гц.

Дано: U =220В;

$U_л$ =127 В;

$P_л$=100Вт;

f=50 Гц;

Определить: C, U_c

Решение задачи

Номинальный ток электрической лампы:

$$I_н = \frac{P_л}{U_л};$$

$I_н$ = 100/127=0,79А;

Напряжение, которое компенсируется конденсатором:

$$U_c = \sqrt{U^2 - U_л^2};$$

U_c=$\sqrt{220^2 - 127^2} = 180$ В;

U_{mc}=$\sqrt{2}$ U_c;

U_{mc}= 1,41*180=254В;

Сопротивление конденсатора:

$$X_c = \frac{U_c}{I_H};$$

X_c=180/0,79=227,8Ом;

Емкость такого конденсатора:

$$C=\frac{1}{2\pi f X_c}=\frac{1}{2\pi*50*227}=14*10^{-6}=14 мкФ;$$

Обеспечение четырехкратного запаса прочности:

$U_P=4U_{mc;}$

U_p=4*254=1064В.

Конденсатор рассчитан на рабочее напряжение 1000 В.

3.6 Неразветвленная цепь с активным сопротивлением, емкостью и индуктивностью

Рекомендации для студента

В неразветвленной цепи протекает ток $i=I_m\sin\omega t$;

Для неразветвленной цепи переменного тока с активным, емкостным и индуктивным сопротивлениями справедливы следующие соотношения:

- $u_a=U_m\sin\omega t$ - напряжение на активном сопротивлении;
- $u_L=U_{mL}\sin(\omega t+\frac{\pi}{2})$ - напряжение на индуктивности;
- $u_c=U_m\sin(\omega t-\frac{\pi}{2})$ - напряжение на емкости;
- $u=U_m\sin(\omega t\pm\varphi)$ - общее напряжение в цепи, знак «+» для цепи, в которой X_c меньше X_L, знак «-« для цепи, в которой X_c больше $X_{L;}$
- $U=\sqrt{U_a^2+U_p^2}=\sqrt{U_a^2+(U_L-U_c)^2}=\sqrt{I^2R^2+(IX_L-IX_c)^2}=I\sqrt{R^2+(X_L-X_c)^2}$

- действующее напряжение в цепи;

- $I=\frac{U}{\sqrt{R^2+(X_L-X_c)^2}}=\frac{U}{Z}$ - закон Ома;
- $Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_c)^2}$ - полное (кажущееся) сопротивление;
- $\cos\varphi=\frac{R}{Z}$;
- $\sin\varphi=\frac{X_L-X_c}{Z}$;
- $tg\varphi=\frac{X_L-X_c}{R}$;
- $S=U*I=\sqrt{P^2+Q^2}$ - полная мощность цепи;
- $P=S*\cos\varphi$ - активная мощность цепи;
- $Q=S*\sin\varphi$ - реактивная мощность в цепи.

Примеры решения задач

Задача №1

Последовательная цепь (рисунок 17) подключена к источнику переменного напряжения U=36В. Параметры выбраны следующие: R=10Ом, L=10мГн, C=1мкФ. Определить характеристики полного сопротивления и тока цепи при частоте 7961,8Гц.

Дано: U=36В

R=10Ом

L=10мГн

C=1мкФ

F=7961,8Гц

Определить: I, Z

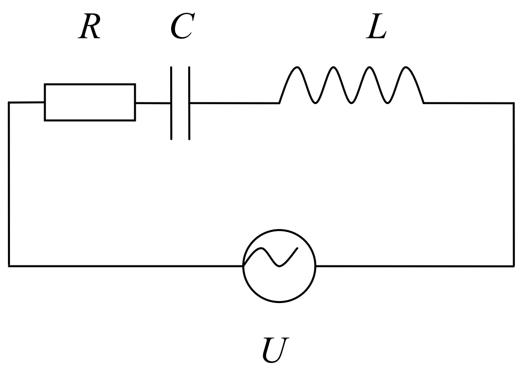


Рисунок 17

Решение задачи

Находим полное сопротивление: $Z = \sqrt{R^2 + (2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC})^2}$;

$Z = \sqrt{100 + (2\pi * 1592{,}4 * 10^{-2} - \frac{1}{2\pi * 1592{,}4 * 10^{-6}})^2}$ =10 Ом;

Находим ток: $I=U/Z$;

I =36/10=3,6А.

3.7 Резонанс напряжений

Рекомендации для студента

В цепях переменного тока с последовательно соединенными катушкой, резистором и конденсатором, в которых реактивные сопротивления равны между собой (X_L=X_C), наступает резонанс напряжений. В этом случае сопротивление становится минимальным и равным активному сопротивлению. Так как реактивные сопротивления зависят от частоты, то резонанс наступит при определенной частоте, которая называется резонансной.

- $\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ - циклическая резонансная частота;
- $f_{рез} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ - резонансная частота тока;
- $Z_в = \sqrt{\frac{L}{C}}$ - волновое сопротивление;
- $\frac{U_L}{U} = \frac{U_c}{U} = \frac{IZ_в}{IR} = Q$ - добротность цепи;
- $P = S\cos\varphi = S$ - мощность при резонансе напряжений.

Напряжения на индуктивности и емкости при резонансе равны между собой и могут оказаться больше по значению напряжения цепи. Понятие добротности имеет важное практическое значение (например, для антенн).

Примеры решения задач

Задача 1

В сеть синусоидального тока с частотой f = 50 Гц включены последовательно реостат с сопротивлением R=5 Ом, индуктивность L и емкость C. Вычислить индуктивность L и емкость C, если напряжения на R, L и C одинаковы.

Дано: f = 50 Гц

R=5 Ом

$U_L = U_C = U_R$

Определить: L, C;

Решение задачи

Так как в неразветвленной цепи ток на всех участках (сопротивлениях) имеет одинаковое значение, то и падение напряжения на всех участках цепи имеет одинаковое значение при одинаковых сопротивлениях участков.

R=5 Ом, X_L=5 Ом, X_C=5 Ом.

Схема цепи изображена на рисунке 18

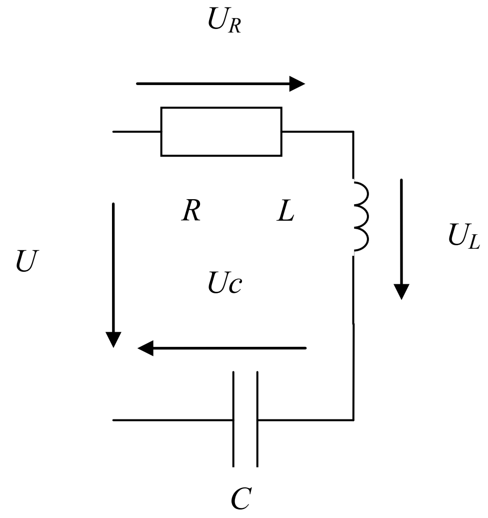


Рисунок 18

$X_L = 2\pi f L$ - индуктивное сопротивление;

$X_c = \dfrac{1}{2\pi f C}$ - емкостное сопротивление;

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{5}{2\pi \cdot 50} = 0.0159 Гн = 15{,}9 мГн$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{10^6}{2\pi \cdot 50 \cdot 5} = 636.9 мкФ,$$

В цепи имеет место резонанс напряжений, так как равенство напряжений на реактивных элементах возможно только при наличии резонанса.

3.8 Общий случай неразветвленной цепи

Рекомендации для студента

В неразветвленной цепи в общем случае может быть включено несколько активных, несколько реактивных сопротивлений. Такие цепи рассчитываются аналогично цепям, содержащим активное, емкостное и индуктивное сопротивления. Находим эквивалентные сопротивления: активное, емкостное, индуктивное, как суммы соответствующих сопротивлений.

Примеры решения задач

Задача №1

Напряжение, приложенное к цепи (рисунок 19) U= 220 В, частота тока сети f=50 Гц. Начальная фаза ψ=0. Сопротивление участков цепи $R1$=8Ом, $R2$=7Ом, $R3$=5Ом, X_{L1}=20Ом, X_{L2}=18Ом, X_{C1}=10 Ом, X_{C2}=13Ом. Требуется определить ток цепи и записать его мгновенное значение, построить векторную диаграмму цепи, полную, активную, реактивную мощности цепи.

Дано: U= 220 В;

f=50 Гц;

ψ=0;

$R1$=8Ом;

$R2$=7Ом;

$R3$=5Ом;

X_{L1}=20Ом;

X_{L2}=18Ом;

X_{C1}=10 Ом;

X_{C2}=13Ом;

Определить: I, P, Q, S, записать мгновенное значение тока, построить векторную диаграмму цепи.

Решение задачи

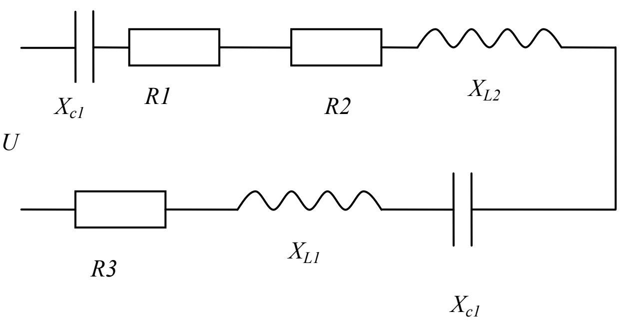


Рисунок 19

Вычислим полное сопротивление цепи:

$Z = \sqrt{(R_1 + R_2 + R_3)^2 + (X_{L1} + X_{L2} - X_{C1} - X_{C2})^2}$;

$Z = \sqrt{(5+7+8)^2 + (20+18-10-13)^2}$ =25Ом

Находим действующее значение тока:

$I=U/Z;$

I=220/25=8,8 А;

Найдем значение амплитуды тока :

$I_m=\sqrt{2}\,I$;

$I_m=\sqrt{2}$ *8,8=12,4А;

Угловая частота:

$\omega=2\pi f=2\pi*50=314;$

Определим коэффициент мощности:

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z};$$

$$\cos\varphi = \frac{20}{25} = 0{,}8;$$

$\varphi = arccos\ 0{,}8 = 37^0$

Мгновенное значение тока цепи:

$i = I_m \sin(\omega t + \varphi);$

$i = 12{,}4 sin(314t + 37^0);$

Определим полную мощность:

$S = U*I;$

$S = 220*8{,}8 = 1936\ ВА;$

Определим активную мощность:

$P = S\cos\varphi;$

$P = 1936*0{,}8 = 1548{,}8 Вт;$

Определим реактивную мощность:

$Q = S * \sin\varphi;$

Q=1936*0,6=1161,6 Вар;

Для построения векторной диаграммы находим напряжения на каждом элементе цепи:

$U_{C1} = IX_{C1};$

$U_{C1} = 8{,}8*10 = 88В;$

$U_{R1} = IX_{R1};$

$U_{R1} = 8{,}8*8 = 70В;$

$U_{R2} = IX_{R2};$

$U_{R2} = 8{,}8*7 = 62В;$

$U_{L1} = IX_{L1};$

$U_{L1} = 8{,}8*20 = 176В;$

$U_{R3} = IX_{R3};$

$U_{R3} = 8{,}8*5 = 44В;$

$U_{L2} = IX_{L2};$

$U_{L2} = 8{,}8*18 = 158В;$

$U_{C2} = IX_{C2};$

$U_{C2} = 8{,}8*13 = 114В.$

Строим векторную диаграмму (рисунок 20):

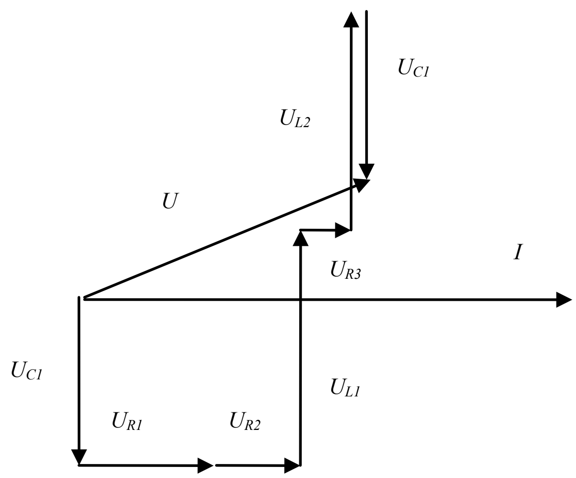


Рисунок 20

3.9 Разветвленная цепь с активным сопротивлением, емкостью и индуктивностью

Рекомендации для студента

Для расчета разветвленных цепей синусоидального тока вводятся расчетные величины активного и реактивного токов цепи (рисунок 21). Физического смысла активный и реактивный токи не имеют, они облегчают расчеты, их определяют из треугольников токов.

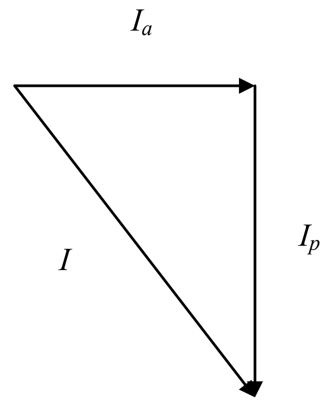


Рисунок 21

- $u = U_m \sin \omega t$ - напряжение, приложенное к цепи;
- $I_a = I \cos \varphi = \frac{UR}{Z^2} = U \frac{R}{Z^2} = Ug$ – активная составляющая тока, совпадает по фазе с напряжением;
- $g = \frac{R}{Z^2}$ - активная проводимость цепи;

- $I_p = I\sin\varphi = \dfrac{UX}{Z^2} = U\dfrac{X}{Z^2} = Ub$ – реактивная составляющая тока;
- $b = \dfrac{X}{Z^2}$ - реактивная проводимость цепи;
- $I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{U^2g^2 + U^2b^2} = U\sqrt{g^2 + b^2} = Uy$ - полный ток цепи;
- $y = \sqrt{\dfrac{R^2}{Z^4} + \dfrac{X^2}{Z^4}} = \dfrac{1}{Z^2}\sqrt{R^2 + X^2} = \dfrac{1}{Z}$ - полная (кажущаяся) проводимость;

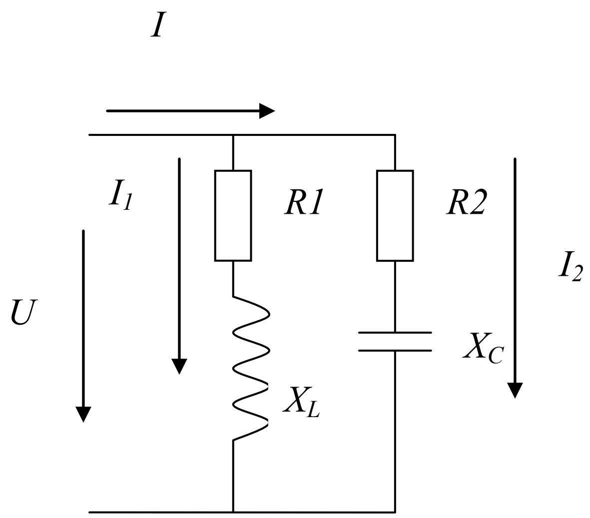


Рисунок 22

Для разветвленной цепи, приведенной на рисунке 22, при напряжении на входе $u = U_m \sin\omega t$, справедливы следующие соотношения:

- $i_1 = I_{m1}\sin(\omega t - \varphi_1)$ - ток в индуктивной цепи;
- $i_2 = I_{m2}\sin(\omega t + \varphi_2)$ - ток в емкостной цепи;
- $I_1 = \dfrac{U}{Z_1} = \dfrac{U}{\sqrt{R_1^2 + X_L^2}}$ - действующее значение тока в индуктивной цепи;
- $I_2 = \dfrac{U}{Z_2} = \dfrac{U}{\sqrt{R_2^2 + X_C^2}}$ - действующее значение тока в емкостной цепи;
- $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$ - ток в неразветвленной цепи;
- $I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{(I_{a1} + I_{a2})^2 + (I_{p1} - I_{p2})^2} = \sqrt{(Ug_1 + Ug_2)^2 + (Ub_1 - Ub_2)^2} = U\sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_1 - b_2)^2} = Uy$ - ток

в неразветвленной цепи;

- $y = \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_1 - b_2)^2}$ - полная проводимость цепи.

Примеры решения задач

Задача 1

Напряжение, приложенное к параллельно включенным катушке и конденсатору (рисунок 23), U=127В, f=50Гц. Параметры цепи: R=10Ом, L=63,7мГн, C= 212мкФ. Определить: $I, I_1, I_2, P, Q, S, f_{рез}$

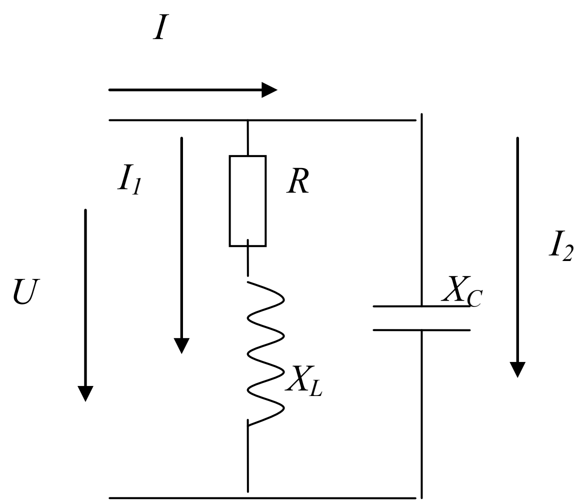


Рисунок 23

Дано: U=127В;

f=50Гц;

R=10Ом;

L=63,7мГн;

C= 212мкФ;

Определить: $I, I_1, I_2, P, Q, S, f_{рез}$

Решение задачи

Определим реактивные и полное сопротивления:

$\omega=2\pi f=2\pi*50=314;$

$X_L=\omega L;$

$X_L=314*63,7*10^{-3}=20Ом;$

$X_C=1/\omega C;$

$X_C=10^6/(314*212)=15Ом;$

$Z_1=\sqrt{R^2+X_L^2},$

$Z_1=22,4\ Ом;$

Найдем токи в ветвях:

$I_1=U/Z_1;$

$I_1=127/22,4=5,67A;$

$I_2=U/X_C$;

$I_2=127/15=8{,}47A.$

Для определения тока в неразветвленной цепи определяем проводимости и находим общую проводимость:

$q_1=R/Z_1^2$

$q_1=10/22{,}4^2=0{,}02См$

$b_1=X_L/\ Z_1^2$

$b_1=20/22{,}4^2=0{,}04См$

$b_2=1/X_C$

$b_2=1/15=0{,}67См$

Находим полную проводимость цепи:

$$y=\sqrt{q_1^2+(b_1-b_2)^2}\ ;$$

$$y=\sqrt{0{,}02^2+(0{,}04-0{,}067)^2}=3{,}36*10^{-2}\ ;$$

Ток в неразветвленной цепи:

$I=U*y$

$I=127*\ 3{,}36*10^{-2}=4{,}27А.$

Полная мощность цепи:

$S=UI;$

$S=127*4{,}27=542ВА;$

$$\varphi=arctg\frac{b_1-b_2}{y};$$

$\varphi=-53^0 30^{1;}$

$\cos\varphi=0{,}59$

$\sin\varphi=0{,}8$

$P=S*\ \cos\varphi;$

$P=542*0{,}59=320Вт$

$Q=S*\ \sin\varphi;$

$Q=542*0{,}8=434вар$

Определим резонансную частоту:

$$\omega_{рез}=\frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{\frac{L}{C}-R^2}{\frac{L}{C}}}\ ;$$

$\omega_{рез}=212\ рад\backslash с$

$$f_{рез}=\frac{\omega_{рез}}{2\pi}\ ;$$

$f_{рез}=212/6{,}28=35{,}2Гц.$

3.10 Резонанс токов

Рекомендации для студента

Резонанс токов в цепи с параллельным соединением катушки и конденсатора возникает при равенстве реактивных проводимостей в ветвях:

- $b_1 = b_2 или b_L = b_c$ - условие резонанса токов в разветвленных цепях;
- $y_{рез} = g_1 + g_2 = g$ - полная (кажущаяся) проводимость для резонанса тока;
- $I_{рез} = Ub_L = Ub_c$ - реактивные токи при резонансе токов равны между собой;
- $P = S\cos\varphi = S$ - полная мощность цепи является активной;
- $\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R_1^2}{\frac{L}{C} - R_2^2}}$ - частота токов в параллельном резонансном контуре.

Явление резонанса нашло широкое применение в радиотехнике и вычислительной технике.

Примеры решения задач

Задача №1

Параллельная резонансная цепь подключена к источнику переменного напряжения *U*=42В. Параметры цепи выбраны следующие: *R*=50Ом, *L*=10мГн; *C*=1мкФ, R_L=32Ом, R_C=50Ом. Рассчитать полную мощность, проводимость и ток в цепи.

Дано: *U*=42В
R=50Ом
L=10мГн
C=1мкФ
R_L=32Ом
R_C=50Ом

Определить: *S, y, I*

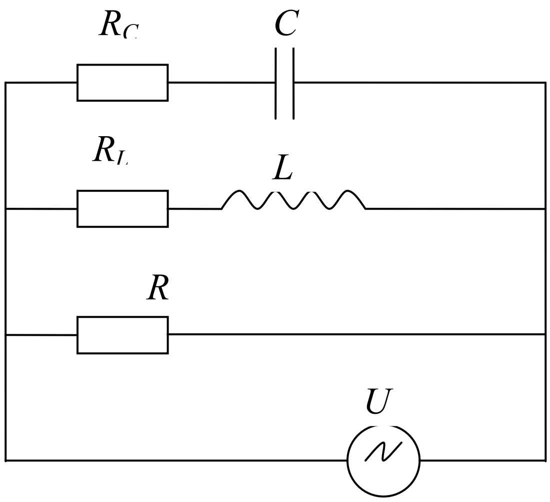


Рисунок 24

Решение задачи

Определим частоту резонанса:

$$f_{рез} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R_L^2}{\frac{L}{C} - R_C^2}};$$

$$fрез = \frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-2} * 10^{-6}}}\sqrt{\frac{\frac{10^{-2}}{10^{-6}} - 32^2}{\frac{10^{-2}}{10^{-6}} - 50^2}} = 1736 Гц;$$

Определим сопротивления индуктивной и емкостной ветвей:

$$Z_L = \sqrt{R_L^2 + (2\pi L f_{рез})^2};$$

$$Z_L = \sqrt{32^2 + (6{,}28 * 10^{-2} * 1736)^2} = 113{,}6 \text{ Ом};$$

$$Z_c = \sqrt{Rc^2 + (\frac{1}{2\pi C f_{рез}})^2};$$

$$Z_c = \sqrt{50^2 + (\frac{1}{2\pi * 10^{-6} * 1736})^2} = 104{,}5 \text{ Ом};$$

Определить проводимость цепи:

$y = y_R + y_L + y_c$

y=0,02+0,0025+0,0046=0,0271См;

$y_R = 1/R;$

y_R =1/50=0,02См;

$y_L = R_L/Z_L^2 + jX_L/Z_L^2;$

y_L =32/113^2+j109/113^2=0,0025+j0,0085См;

$y_c = R_C/Z_C^2 - jX_C/Z_C^2;$

y_c =50/104,5^2-j91,71/104,5^2=0,0046-j0,0085См;

Найдем ток в цепи:

*I=U*y;*

*I=42*0,0271=1,14A;*

*S=U*I;*

*S=42*1,14=48Вт.*

3.11 Символический метод расчета электрических цепей переменного тока

Рекомендации для студента

Прежде, чем приступить к решению задач по расчету цепей переменного тока символическим методом, необходимо повторить раздел математики «Действия над комплексными числами», а также изучить главу «Символический метод расчета цепей переменного тока» по учебнику Лоторейчука Е.А. «Теоретические основы электротехники» М., «ФОРУМ-ИНФРА-М»,2006.

Действия над комплексными числами

Символический метод расчета основан на использовании комплексных чисел и нашел широкое применение для расчетов сложных цепей переменного тока.

- $\underline{A}= A^{1}+j\ A^{11}$ - комплексное число $\underline{A}$ состоит из вещественной A^{1} и мнимой A^{11} частей;
- $|A| = \sqrt{(A^{1})^{2} + (A^{11})^{2}}$ - модуль комплексного числа;
- $\alpha = arctg\dfrac{A^{11}}{A^{1}}$ - аргумент комплексного числа.

Существует три формы записи комплексных чисел:

- $\underline{A} = A^{1} + A^{11}$ - алгебраическая форма;
- $\underline{A} = |A|\cos\alpha + j|A|\sin\alpha$ - тригонометрическая форма;
- $\underline{A} = |A|e^{j\alpha}$ - показательная форма.

Комплексные числа можно складывать, вычитать, умножать, делить. Сложение и вычитание проводится только в алгебраической форме, деление и умножение удобнее проводить в показательной форме.

Примеры записи комплексных чисел и действия над ними

$\underline{A}=3+j4;\ \underline{B}=5-j2;$

$\underline{A}+\underline{B}=3+5+j(4-2)=8+j2;$

$\underline{A}*\underline{B}=(3+j4)(5-j2)=15+8+j20-j6=23+j14=27e^{j31};$

$$\underline{A} : \underline{B} = \frac{3+j4}{5-j2} = \frac{(3+j4)(5+j2)}{(5-j2)(5+j2)} = \frac{7+j26}{29} = 0{,}24 + j0{,}896 = 0{,}93e^{j74^0}$$

$$\underline{A} * \underline{B} = |A| * |B| e^{j(\alpha+\beta)};$$

$$\frac{\underline{A}}{\underline{B}} = \frac{|A|}{|B|} e^{j(\alpha-\beta)};$$

Ток, напряжение, сопротивление, мощность в комплексном виде

Если ток, напряжение изменяются по синусоидальному закону, то их можно изобразить векторами и записать комплексными числами:

- $\dot{I} = Ie^{j\psi i}; \dot{U}\, e^{j\psi u}$ - комплексы тока и напряжения;
- $\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U}{I} e^{j(\psi u - \psi i)}$ - комплекс полного сопротивления;
- $Z = \frac{U}{I}$ - модуль комплекса полного сопротивления;
- $\psi i - \psi u$ - аргумент – угол сдвига фаз между током и напряжением;
- $\underline{S} = \dot{U} * \overset{*}{I} = U * Ie^{j(\psi u - \psi i)} = Se^{j(\psi u - \psi i)}$ - мощность цепи;
- $\underline{S} = UI\cos(\psi u - \psi i) + jUI\sin(\psi u - \psi i) = P \pm jQ$ - мощность цепи.

Примеры решения задач

Задача №1

Определить полное сопротивление цепи (рисунок 25), если она имеет следующие параметры: *U=127 В; R_1=8Ом; R_2=9Ом; X_{L2}=12Ом; X_{C1}=6Ом; X_{C3}=10Ом.*

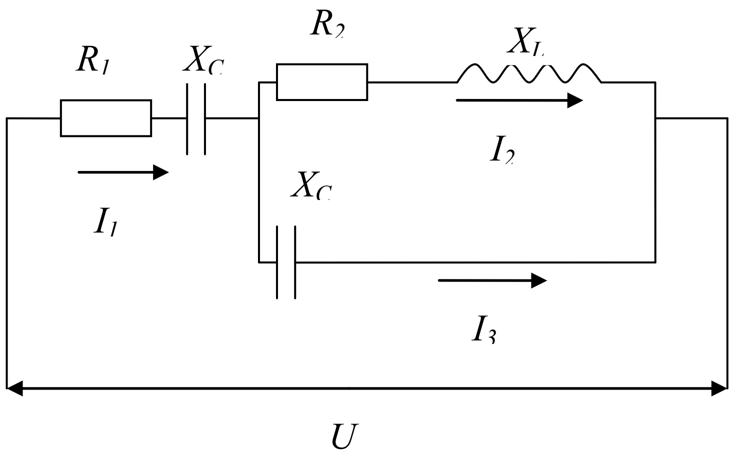


Рисунок 25

Дано: *U=127 В;*

R_1=8Ом;

R_2=9Ом;
X_{L2}=12Ом;
X_{C1}=6Ом;
X_{C3}=10Ом.

Определить: $\underline{Z}$.

Решение задачи

Определим сопротивления ветвей:

$\underline{Z_1} = R_1 - jX_{c1}$;

$\underline{Z_1} = 8 - j6 = 10e^{-j36^0 50}$;

$\underline{Z_2} = R_2 + jX_{L2}$;

$\underline{Z_2} = 9 + j12 = 15e^{j53^0 10}$;

$Z_3 = -jX_{c3}$;

$\underline{Z_3} = -j10 = 10e^{j90^0}$;

$$\underline{Z_{2,3}} = \frac{Z_2 * Z_3}{\underline{Z_2 + Z_3}};$$

$$\underline{Z_{2,3}} = \frac{15e^{j53^0 10} * 10e^{-j90}}{9 + j12 - j10} = \frac{150e^{-j36^0 50}}{9{,}1e^{j12^0 35}} = 16{,}35e^{-j49^0 25} = 10{,}65 - j12{,}45 \text{ Ом;}$$

$\underline{Z} = \underline{Z_1} + \underline{Z_2}$;
$\underline{Z}$ =8-j6+10,65-j12,45=(18,65-j18,45)Ом.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная:

1. Ф.Е. Евдокимов. Теоретические основы электротехники: Учебник для средних специальных учебных заведений. - М.: В.Ш., 2001.- 495стр.
2. Е.А. Лоторейчук. Теоретические основы электротехники: Учебник. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2006. -316 стр.
3. В. Варадан, К.Виной, К.Джазе. ВЧ МЭМС и их применение - М.: Техносфера, 2004.-528 с.: глава 1, с. 45-69, 78-88;
4. И.Е. Лысенко Проектирование сенсорных и актюаторных элементов микросистемной техники. Учебное пособие.- Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2005.-103 с.: глава 3, с. 32-38.