МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:
И.о.зав.кафедрой
высшей математики
(наименование кафедры полностью)
_____________ О.А.Бредихина
(подпись)
«_02_» _____07_____2024г.

# ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
## для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Математический анализ
*(наименование дисциплины)*

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем
*шифр и наименование направления подготовки (специальности)*

направленность (профиль, специализация) «Интеллектуальный анализ данных в экономике»
*наименование направленности (профиля, специализации)*

форма обучения ____________очная____________
*(очная, очно-заочная, заочная)*

Курск – 2024

# 1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

## *1.1 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ*

*Раздел (тема) 1 «Введение в математический анализ.»*

*Вариант 1 (Т 1)*

1. Даны два множества $A=\{a,b,c,d,e,f\}$ и $B=\{b,d,e,m,n,p\}$. Найти $A\cap B$.

1) $\{a,b,c,d,e,f,m,n,p\}$ 2) $\{a,b,b,c,d,d,e,e,f,m,n,p\}$ 3) $\{b,d\}$
4) $\{a,c,f\}$ 5) $\{b,d,e\}$

2. Найти $A\cap(B\cup C)$, если $A=(-3;11]$, $B=[-2;\,5]$, $C=(4;9)$

1) $(4;5]$ 2) $[-2;\,9]$ 3) $(-3;9]$ 4) $(-3;4)\cup[5;\,11]$

3. Ниже дано определение предела $A$ функции $f(x)$ в точке $x_0$ (в случае $A\in R$ и $x_0\in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Число A называется пределом функции f(x) в точке $x_0$, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0\in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________

I. $|f(x)-A|<\varepsilon$
II. для любого числа $\varepsilon>0$
III. $0<|x-x_0|<\delta(\varepsilon)$
IV. $\delta(\varepsilon)>0$

4. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

| | |
|---|---|
| 1) $\lim_{x\to1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ | а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$ |
| 2) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$ | б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ |
| 3) $\lim_{x\to3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$ | в) неопределённость $(1^\infty)$ |
| 4) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$ | г) неопределённость $(0\cdot\infty)$ |
| | д) неопределённость $(\infty+\infty)$ |

5. Предел $\lim_{x\to5}\frac{3x-7}{5-x}$ равен

1) 1 2) 0 3) $\infty$ 4) $-\infty$ 5) 0,8

6. Вычислить предел $\lim_{x\to-\infty}\frac{2x^4-2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$.

*Вариант 2 (Т 1)*

1. Даны два множества $A = \{-2, 3, 8, 13, 18, 23\}$, $B = \{-3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$. Найти $A \setminus B$.

1) $\{-3, -2, -1, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 11, 13, 18, 23\}$ 2) $\{-2, 8, 18, 23\}$

3) $\{-3, -2, -1, 1, 5, 7, 8, 9, 11, 18, 23\}$ 4) $\{-3, -1, 1, 5, 7, 9, 11\}$

2. Даны числовые промежутки $A = [3;\ 5)$ и $B = [0;\ 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

| | |
|---|---|
| 1) $A \cap B$ | а) $[0;\ 5)$ |
| 2) $A \cup B$ | б) $\emptyset$ |
| 3) $A \setminus B$ | в) $(3;\ 5)$ |
| 4) $B \setminus A$ | г) $[3;\ 5)$ |
| | д) $\{3\}$ |

3. Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если ______ существует ______ такой, что если _______ , то выполняется условие _________

I. $|x_n| < \varepsilon$

II. $n > N(\varepsilon)$

III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

5. Предел $\lim\limits_{x \to 7} \dfrac{x-7}{5-2x}$ равен

1) 1 2) 0 3) $\infty$ 4) $-\infty$ 5) 1,4

6. Вычислить предел $\lim_{x\to 0} \left(\frac{2x+8}{3x+5}\right)^{6-9x}$.

*Раздел (тема) 2 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»*

*Вариант 1 (Т 2)*

1. Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна

1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$

4) $2x \cdot \sin(2x) - 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 5) $4x \cdot \cos(2x)$

2. Производная функции $y = \ln^5(2x-1)$ равна

1) $5\ln^4(2x-1)$ 2) $\dfrac{10 \cdot \ln^4(2x-1)}{2x-1}$ 3) $\dfrac{10\ln(2x-1)}{2x-1}$ 4) $10\ln^4(2x-1)$ 5) $\dfrac{5\ln^4(2x-1)}{2x-1}$

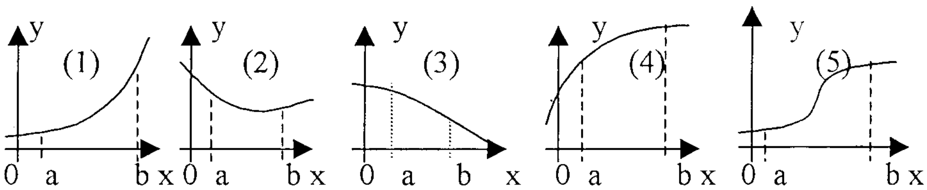
3.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению | 1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$<br>2) найти приращение функции $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$<br>3) дать аргументу x приращение $\Delta x$ и вычислить значение функции $f(x+\Delta x)$<br>4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$<br>5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ | |

4. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной $y'$.

| | |
|---|---|
| 1) $y = \sin(\ln x)$<br>2) $y = x \cdot \mathrm{tg}\, x$<br>3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$<br>4) $y = 5^x$ | 1) логарифмическое дифференцирование<br>2) табличная производная<br>3) производная неявно заданной функции<br>4) производная произведения<br>5) производная сложной функции |

5. Укажите, на каком рисунке изображён график функции, для которой в каждой точке отрезка [a;b] выполняются три условия: $y > 0, y' < 0, y'' < 0$.




6. Найти точку минимума функции $y = (2x+1)^2 \cdot (x+3) + 4$.

*Вариант 2 (Т 2)*

1. Производная функции $y = \frac{\sqrt{2x}}{10x^2+3}$ равна

1) $\frac{3+50x^2}{\sqrt{2x}\cdot(10x^2+3)^2}$ 2) $\frac{10x^2+3-40\sqrt{2}\cdot x^2}{2\sqrt{x}\cdot(10x^2+3)^2}$ 3) $\frac{10x^2+3+40\sqrt{2}\cdot x^2}{2\sqrt{x}\cdot(10x^2+3)^2}$

4) $\frac{\sqrt{2}}{40x\sqrt{x}}$ 5) $\frac{3-30x^2}{\sqrt{2x}\cdot(10x^2+3)^2}$

2. Производная функции $y = ctg^3(4x)$ равна

1) $\frac{12 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$ 2) $-\frac{12 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$ 3) $\frac{3 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

4) $-\frac{3 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$ 5) $\frac{12 \cdot ctg(4x)}{\sin^2(4x)}$

3.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$ | 1) найти производные обеих частей равенства<br>2) прологарифмировать обе части равенства<br>3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции<br>4) воспользоваться свойством $\ln\left|a^b\right| = b \cdot \ln\left|a\right|$<br>5) заменить $y$ исходной функцией | |

4. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной $y'$.

| | |
|---|---|
| 1) $y = \sqrt[3]{x}$<br>2) $y = (\lg x)^x$<br>3) $y = (5x+2) \cdot \cos x$<br>4) $y = e^{6x}$ | 1) логарифмическое дифференцирование<br>2) табличная производная<br>3) производная неявно заданной функции<br>4) производная произведения<br>5) производная сложной функции |

5. Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y<0$, $y'<0$, $y''>0$.

1) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз

2) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

3) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх

4) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз

5) график лежит выше оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

6. Найти наименьшее значение функции $y = 36 + \frac{\sqrt{3}\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}x - 3\cos x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

*Раздел (тема) 3 «Интегральное исчисление функций одной переменной»*

*Вариант 1 (Т 3)*

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 3 - 8x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = -8 + \frac{8}{x^3}$

2) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$

3) $F(x) = 3x - 4x^2 - \frac{4}{x} - 6$

4) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x}$

5) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2. Пусть $F(x) = a \cdot \cos\frac{x}{2} + b \cdot x^2 + c \cdot x$ – первообразная для функции $f(x) = \sin\frac{x}{2} + x - 8$, график которой проходит через точку $M(0;-2)$. Найти произведение $a \cdot b \cdot c$.

3. Установите соответствие между интегралами и их значениями.

| | |
|---|---|
| 1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$<br>2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$<br>3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$<br>4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$ | а) $\frac{1}{2a}\ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\| + c$<br>б) $\frac{1}{a} arctg\frac{x}{a} + c$<br>в) $arc\sin\frac{x}{a} + c$<br>г) $arctg\frac{x}{a} + c$<br>д) $\ln\left\|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right\| + c$ |

4.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$ | 1) используем таблицу неопределённых интегралов<br>2) используем формулу квадрата разности<br>3) добавляем постоянную С в конце записи<br>4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$<br>5) используем почленное деление | |

5. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

| | |
|---|---|
| 1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$<br>2) $\int (x+1)\sin x\, dx$<br>3) $\int 5^x dx$<br>4) $\int \frac{3+x}{x} dx$ | а) использование почленного деления<br>б) подведение под знак дифференциала<br>в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$<br>г) непосредственное интегрирование<br>д) метод интегрирования по частям |

6. Неопределённый интеграл $\int \frac{\cos x}{\sqrt{5-2\sin x}} dx$ равен

1) $\sqrt{5-2\sin x}+C$ 2) $2\ln|5-2\sin x|+C$

3) $-\sqrt{5-2\sin x}+C$ 4) $2\sqrt{5-2\sin x}+C$

*Вариант 2 (Т 3)*

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 2 + 5x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = 5 + \frac{8}{x^3}$ 2) $F(x) = 2x + 2{,}5x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$

3) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 - \frac{4}{x} - 6$ 4) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 + \frac{4}{x}$

5) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2. Пусть $F(x) = a \cdot \sin(5x) + b \cdot x^4 + c \cdot x^2 + 6$ – первообразная для функции $f(x) = 10\cos(5x) + 8x^3 + 6x$, график которой проходит через точку $M(0;6)$. Найти произведение $a \cdot b \cdot c$.

3. Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке.

| | |
|---|---|
| 1) $\frac{1}{x^2}$<br>2) $\frac{x}{2}$<br>3) $3x^2$<br>4) $\frac{1}{x}+2x$ | а) $\frac{x^2}{4}$<br>б) $\ln\|x\|+x^2$<br>в) $\frac{1}{x^2}+2$<br>г) $-\frac{1}{x}$<br>д) $x^3$ |

4.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x\cdot\sqrt[3]{x}}$ | 1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1}+C$<br>2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}+C$<br>3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$<br>4) $\int x^{-\frac{4}{3}}dx$<br>5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}}+C$<br>6) $\int \frac{dx}{x\cdot x^{\frac{1}{3}}}$ | |

5. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

| | |
|---|---|
| 1) $\int x\cdot\cos(3x)\,dx$<br>2) $\int \frac{dx}{x^2}$<br>3) $\int \frac{dx}{\mathrm{tg}\,(6x-8)}$<br>4) $\int \frac{3-2x}{x}dx$ | а) использование почленного деления<br>б) подведение под знак дифференциала<br>в) использование формулы $\int f(kx+b)dx=\frac{1}{k}\int f(t)dt$<br>г) непосредственное интегрирование<br>д) метод интегрирования по частям |

6. Интеграл $\int \frac{xdx}{x^2+4}$ равен

1) $\frac{\ln\left|x^2+4\right|}{2}+C$ 2) $2\cdot\ln\left|x^2+4\right|+C$ 3) $\frac{1}{2}arctg\left(\frac{x}{2}\right)+C$

4) $\frac{x}{2}arctg\left(\frac{x}{2}\right)+C$ 5) $\ln\left|x^2+4\right|+C$

*Раздел (тема) 4 «Определённый интеграл и его приложения»*

*Вариант 1 (Т 4)*

1. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{6}{\pi\sqrt{4-x^2}}dx$

2. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

| | |
|---|---|
| 1) $\int_{-a}^{a} f(x)dx$, если $f(x)$ – четная функция<br>2) $\int_{-a}^{a} f(x)dx$, если $f(x)$ – нечетная функция<br>3) $\int_{b}^{a} f(x)dx$<br>4) $\int_{a}^{c} f(x)dx + \int_{c}^{b} f(x)dx$ | а) 0<br>б) $-\int_{a}^{b} f(x)dx$<br>в) $\int_{a}^{b} f(x)dx$<br>г) $2 \cdot \int_{0}^{a} f(x)dx$<br>д) $\int_{0}^{a} f(x)dx$ |

3. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_0^3 \left(\frac{4}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$ 2) $\int_1^8 (x-1)(x-8)dx$ 3) $\int_0^{e} \ln x \ dx$ 4) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (ctg\ x)dx$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y=\sqrt[3]{x}$ и прямой, проходящей через точки $A(1;\ 1)$ и $B(8;2)$.

5. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

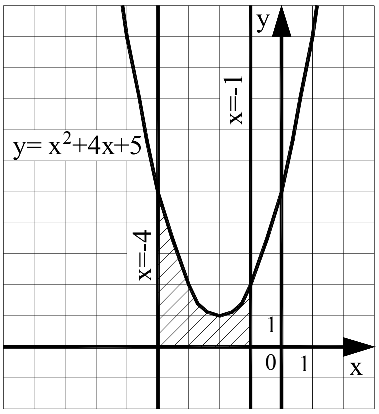
I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти $a$ и $b$ – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b \left(f(x) - g(x)\right)dx$.

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

6. Вычислите площадь заштрихованной области. Ответ округлите до сотых.




*Вариант 2 (Т 4)*

1. Вычислить определенный интеграл $\int_1^8 \left(2\sqrt[3]{x} - \frac{4}{x^2}\right)dx$.

2. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке.

| | |
|---|---|
| 1) $\int_b^a f(x)dx$ | а) 0 |
| 2) $\int_a^a f(x)dx$ | б) $-\int_a^b f(x)dx$ |
| 3) $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ | в) $\int_a^b f(x)dx$ |
| 4) $\int_a^b (f(x)+g(x))dx$ | г) $\int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$ |
| | д) $\int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ |

3. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_1^3 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$ 2) $\int_1^8 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$ 3) $\int_1^3 \ln x \ dx$ 4) $\int_0^\pi (tg\ x) dx$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y=-x^3$ и прямой, проходящей через точки $A(-1;\,4)$ и $B(1;-4)$.

5. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

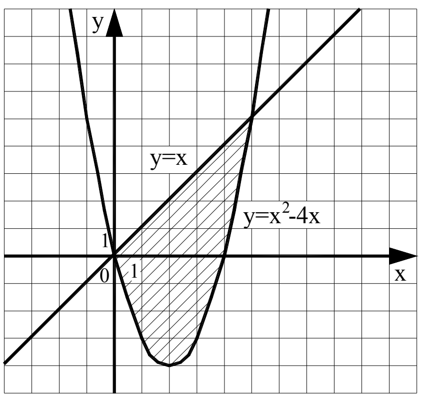
1) Доказать, что расходится хотя бы один из интегралов: $\int_{-1}^0 \frac{1}{x^2} dx$ или $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$.

2) Представить интеграл в виде $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = \int_{-1}^0 \frac{1}{x^2} dx + \int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$.

3) Установить, что подынтегральная функция не определена в точке $x$=0, в окрестности которой она не ограничена.

4) Сделать вывод о расходимости интеграла $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$.

6. Вычислите площадь заштрихованной области. Ответ округлите до сотых.



*Раздел (тема) 5 «Числовые и функциональные ряды»*

*Вариант 1 (Т 5)*

1. Выбрать сходящиеся среди рядов.

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{n^2-1}}{n+3}$ 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{5n^2-2}{n\,(n^2+1)^2}$ 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{5n-1}$ 4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{6^n+n}$

2. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости.

1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x)=\frac{1}{x^3}$

2) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1,+\infty)$

3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится

4) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$

3. Выбрать верные утверждения для рядов $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n^2}{2^n}$ и $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots$

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно
3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно
4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

4. Найти область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n\cdot n!}{5n-2}$.

1) $[0;\infty)$ 2) $(-\infty;0]$ 3) $(-\infty;\infty)$ 4) $\{0\}$

5. Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

| | |
|---|---|
| 1) $(1+x)^m$ | а) $1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n}}{(2n)!}+\ldots$ |
| 2) $\sin x$ | б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\ldots$ |
| 3) $\cos x$ | в) $1+x+x^2+x^3+\ldots$, |
| 4) $\frac{1}{1-x}$ | г) $1+mx+\frac{m(m-1)}{2!}x^2+\frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3+\ldots$, |
| | д) $1-x+x^2-x^3+\ldots$ |

6. Определить значение выражения $\ln 0{,}6$, вычисленное с точностью до $\varepsilon=0{,}01$.

*Вариант 2 (Т 5)*

1. Выбрать расходящиеся среди рядов.

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n^3+1}}{2n-1}$ 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\cos^2 n}{n^4}$ 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{7n+3}{n^3+n-1}$ 4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{5^{n+1}}{4^n}$

2. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n\sqrt{n}}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости.

1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x)=\frac{1}{x\sqrt{x}}$

2) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится

3) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n\sqrt{n}}$

4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1,+\infty)$

3. Выбрать верное утверждение для рядов $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n+1}}{n!}$ и $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{(-1)^n(n+1)}{n^2-2}$

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

4. Найти область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{5^n x^n}{2n+1}$.

1) [-1/5;1/5) 2) [-1/5;1/5] 3) (-5/2;5/2] 4) (-1/5;1/5)

5. Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой.

| | |
|---|---|
| 1) $x-\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^5}{5}-K+(-1)^n\cdot\dfrac{x^{2n+1}}{2n+1}+K$ | а) $e^x$ |
| 2) $x+\dfrac{1}{2}\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{1\cdot3}{2\cdot4}\dfrac{x^5}{5}+\dfrac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\dfrac{x^7}{7}+K$ | б) $\dfrac{1}{1+x}$ |
| 3) $x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}-K+(-1)^{n-1}\cdot\dfrac{x^n}{n}+K$ | в) $arctg\,x$ |
| 4) $1+\dfrac{x}{1!}+\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+K+\dfrac{x^n}{n!}+K$ | г) $arcsin\,x$ |
| | д) $\ln(1+x)$ |

6. Определить значение выражения $\sqrt{4{,}8}$, вычисленное с точностью до $\varepsilon=0{,}01$.

*Раздел (тема) 6 «Дифференциальное исчисление функций многих переменных»*

*Вариант 1 (Т 6)*

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ равна

1) $e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 2) $2e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 3) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$ 4) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^2}}$ 5) $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$

2. Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1;-1)$ и установите соответствие.

| | |
|---|---|
| 1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\vert_{M_0}$<br>2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\vert_{M_0}$<br>3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\vert_{M_0}$<br>4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\vert_{M_0}$<br>5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\vert_{M_0}$ | а) –3<br>б) 8<br>в) 2<br>г) 6<br>д) 9<br>е) 1 |

3.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$ | 1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$<br>2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$<br>3) $(\ln(3xy-x^3))'_x$<br>4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$<br>5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$<br>6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$ | |

4. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ от функции $z = e^{x^2+2y^3}$ равна

1) $12xy^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$ 2) $2 \cdot e^{x^2+2y^3}(2x^2+1)$ 3) $6y^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$
4) $12y \cdot e^{x^2+2y^3}(1+3y)$ 5) $e^{x^2+2y^3}$

5. Найдите сумму $a+b+c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0;-2;3)$.

6. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x-y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение $z_0$, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0;y_0) = z_0$.

*Вариант 2 (Т 6)*

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ равна

1) $e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 2) $2e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 3) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$ 4) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^2}}$ 5) $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$

2. Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

| | |
|---|---|
| 1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$<br>2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$<br>3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$<br>4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$<br>5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$ | а) 30<br>б) −14<br>в) −12<br>г) −6<br>д) −4<br>е) 3 |

3.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум | 1) вычисляем значения $A, B, C$<br>2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$<br>3) определяем стационарные точки<br>4) находим частные производные функции первого и второго порядков<br>5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума<br>6) вычисляем значение $\Delta$<br>7) определяем наличие точки экстремума | |

4. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ от функции $z = e^{x^2+2y^3}$ равна

1) $12xy^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$ 2) $2 \cdot e^{x^2+2y^3}(2x^2 + 1)$ 3) $6y^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$

4) $12y \cdot e^{x^2+2y^3}(1 + 3y)$ 5) $e^{x^2+2y^3}$

5. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 2x^2 - 3y^2 + 4z^2$ в точке $M(1; -1; 2)$.

6. Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение $z_0$, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

*Раздел (тема) 7 «Интегральное исчисление функций многих переменных»*

*Вариант 1 (Т 7)*

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (3x-2y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=5.

2. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;2), B(4;0), C (7;2). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

3. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2$, $y=-\sqrt{x}$, $x=1$, имеет вид…

1) $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{-\sqrt{x}} f(x;y)dy$ 2) $\int_{-\sqrt{x}}^{x^2} dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$ 3) $\int_0^1 dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$

4) $\int_{-1}^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dx$ 5) $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x;y)dy$

4. Вычислить массу отрезка прямой, от точки A(3;0) до точки B(0;1), если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(x,y)=x+3y$.

5. Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями:

| | |
|---|---|
| а) $x=1, y=2, x+y=6$<br>б) $y=\frac{x^2}{2}, y=8$<br>в) $y=2x^2, y=\sqrt{x}$<br>г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0)<br>д) $x^2+y^2=4$x | 1) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$<br>2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$<br>3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$<br>4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$<br>5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$ |

6.

| | | |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при вычислении | 1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy$<br>2) Вычислить | |

| | | |
|---|---|---|
| $\iint\limits_D cos(x+y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$ | $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(cosx - sin2x)dx = 0$<br>3) Построить область<br>$D: x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$<br>4) Вычислить<br>$\int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy = cosx - sin2x$ | |

*Вариант 2 (Т 7)*

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (2x-3y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=4.

2. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;–2), B(5;3), C (5;–3). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

3. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2-1$, $y=\sqrt{1-x^2}$, имеет вид…

1) $\int_{-1}^{1} dy \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dx$ 2) $\int_{-1}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1} f(x;y)dy$ 3) $\int_{-1}^{1} dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x;y)dy$

4) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$ 5) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$

4. Вычислить массу дуги циклоиды $x = t - sin\,t$, $y = 1 - cos\,t$, $0 \le t \le 2\pi$, если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(t) = sin\frac{t}{2}$.

5. Установить соответствие при перемене порядка интегрирования в повторном интеграле:

| | |
|---|---|
| а) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$<br>б) $\int_2^4 dx \int_{\frac{4}{x}}^{\frac{6-x}{2}} f(x,y)dy$<br>в) $\int_{-2}^{-1} dx \int_{-\sqrt{x+2}}^{\sqrt{x+2}} f(x,y)dy + \int_{-1}^{2} dx \int_{x}^{\sqrt{x+2}} f(x,y)dy$ | 1) $\int_{-1}^{2} dy \int_{y^2}^{y} f(x,y)dx$<br>2) $\int_{-2}^{2} dy \int_{y^2}^{4} f(x,y)dx$<br>3) $\int_{1}^{2} dy \int_{\frac{4}{y}}^{6-2y} f(x,y)dx$ |

6.

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при вычислении $\iint\limits_D (x+2y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=2, y=x, x=2y$ | 1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy = \frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx$ <br> 2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy$ <br> 3) Построить область $D: x=2, x=2y, y=x$ <br> 4) Вычислить $\frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx = \frac{10}{3}$ | |

*Раздел (тема) 8 «Дифференциальные уравнения»*

*Вариант 1 (Т 8)*

1. Указать тип дифференциального уравнения $xy' + 2y + x^5y^3e^x = 0$

1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением
3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли
5) уравнением в полных дифференциалах

2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = xy^2$.

1) $y = Ce^{-\frac{x^3}{3}}$ 2) $y = (x^2 + C)^{-1}$ 3) $y = \sqrt{x + C}$ 4) $y = -2(x^2 + C)^{-1}$

3. При решении уравнения Бернулли $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2y^2$ было определено, что $v = \frac{1}{x^2}$, $u = -\frac{1}{3x+C}$. Найти значение $C$, если известно, что $y(1) = -\frac{1}{5}$.

4. Определить последовательность действий при нахождении общего решения дифференциального уравнения $(1+x^2)y' + 2xy = 3x^2$.

1) $v = \frac{1}{1+x^2}$
2) $y = \frac{x^3+C}{1+x^2}$
3) $u'v + u\left(v' + \frac{2xv}{1+x^2}\right) = \frac{3x^2}{1+x^2}$
4) $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$
5) $u = x^3 + C$

5. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения $x^2 y'' = 1$, если $y(1) = 3$, $y'(1) = 1$.

1) $y = -\ln|x| + 2x + 1$ 2) $y = \ln|x| + 2$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = \frac{1}{x^2} + 3x$

6. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

| | |
|---|---|
| 1) $y'' + y' - 6y = 0$ | а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ |
| 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ | б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ |
| 3) $y'' - 10y' + 25y = 0$ | в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ |
| 4) $y'' + 25y = 0$ | г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ |
| | д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$ |

*Вариант 2 (Т 8)*

1. Дифференциальное уравнение $(3x^2 + y)dx + (x + 2y)dy = 0$ является
1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

2. Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{xy}$.

1) $y = C\left(\frac{x\sqrt{x}}{3}\right)^2$ 2) $y = Cx - 3\sqrt{x}$ 3) $y = \frac{C}{\sqrt{x}}$ 4) $y = \left(\frac{x\sqrt{x} + C}{3}\right)^2$

3. При решении линейного уравнения $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$ было определено, что $v = \frac{1}{1+x^2}$, $u = x^3 + C$. Найти значение $C$, если известно, что $y(1) = 3$.

4. Определить последовательность действий при нахождении частного решения дифференциального уравнения $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2 y^2$ при $y(1) = -\frac{1}{5}$.
1) $u = -\frac{1}{3x+C}$
2) $v = \frac{1}{x^2}$
3) $u'v + u\left(v' + \frac{2v}{x}\right) = 3x^2(uv)^2$
4) $y = \frac{1}{x^2}\left(-\frac{1}{3x+C}\right)$
5) $y = -\frac{1}{3x^3+2x^2}$

5. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения $y'' = x^{-2}$, если $y(1) = 3$, $y'(1) = 0$.

1) $y = \ln|x| + 2$ 2) $y = -\ln|x| + x + 2$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = x^{-2} + 3x$

6. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

| | |
|---|---|
| 1) $y'' + 2y' + 3y = 0$ | а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ |
| 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ | б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ |

| | |
|---|---|
| 3) y″ – 2y′ + y = 0<br>4) y″ + 49y = 0 | в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$<br>г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$<br>д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$ |

***Шкала оценивания:*** 6-ти балльная для Т 1, Т 2, Т 3, Т 4, Т 5, Т 6, Т 7, Т 8.

***Критерии оценивания:***

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

6 баллов соответствуют оценке «отлично»;

5 баллов – оценке «хорошо»;

4 баллов – оценке «удовлетворительно»;

3 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».

## 2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

### 2.1 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Вопросы в закрытой форме.

1.1 Даны два множества $A = \{-5,\ -2,\ 1,\ 4,\ 7,\ 10,\ 13\}$ и $B = \{-4,\ -2,\ 0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$. Тогда $A \cap B$имеет вид…

1) $\{-4,\ 0,\ 2,\ 6,\ 8\}$ 2) $\{-5,\ -4,\ -2,\ 0,\ 1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10,\ 13\}$
3) $\{-5,\ -4,\ 0,\ 1,\ 2,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10,\ 13\}$ 4) $\{-2,\ 4\}$ 5) $\{-5,\ 1,\ 7,\ 10,\ 13\}$

1.2 Найти $A \cap (B \cup C)$, если $A = (-3;11]$, $B = [-2;\ 5]$, $C = (4;9)$

1) $(4;5]$ 2) $[-2;\ 9]$ 3) $(-3;9]$ 4) $(-3;4) \cup [5;\ 11]$

1.3 Предел $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^5 + 2x^3 - 1}{4x^3 + x}$ равен …

1) $\infty$ 2) 0,5 3) 0 4) $-\infty$ 5) –0,25

1.4 Предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{arctg^2(3x)}{tg(2x^2)}$ равен …

1) 4,5 2) $\dfrac{3}{2}$ 3) 0 4) $\dfrac{4}{9}$ 5) $\dfrac{9}{4}$

1.5 Предел $\lim\limits_{x\to -4} \dfrac{16 - x^2}{\sqrt{5 - x} - 3}$ равен

1) –48 2) 48 3) –32 4) 0

1.6 Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна...

1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$

4) $2x\cdot\sin(2x)-2x^2\cdot\cos(2x)$ 5) $4x\cdot\cos(2x)$

1.7 Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y$ <0, $y'$ <0, $y''$ >0.

1) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз
2) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх
3) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх
4) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз
5) график лежит выше оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

1.8 Производная функции $y=x^5-\frac{1}{x}+\sqrt[4]{x^3}$ равна...

1) $5x^4-\frac{1}{x^2}+\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4+\frac{1}{x^2}+\frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4+\frac{1}{x^2}+\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

4) $5x+\frac{1}{x^2}+\frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x-\frac{1}{x^2}+\frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

1.9 Найти точку разрыва функции $y=\dfrac{3}{(x+1)\ \ln x}$

1) $e$ 2) 0 3) -1 4) 1

1.10. Интеграл $\int\frac{\ln^2 x}{x}dx$ равен…

1) $\ln^3 x+C$ 2) $\frac{\ln^3 x}{3}+C$ 3) $\ln x+C$ 4) $2\ln x+C$ 5) $-\frac{\ln^3 x}{3x}+C$

1.11. Неопределенный интеграл $\int\dfrac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

1) $-\frac{1}{4}ctg4x+C$ 2) $\frac{1}{4}tg\,2x+C$ 3) $-\frac{1}{2}ctg\,x+C$ 4) $-\frac{1}{4}ctg\,2x+C$

1.12 Одной из первообразных от функции $y=2x-3$ является функция…

1) $x^2-3+C$ 2) 2 3) $2x^2-3+C$
4) $x^2-3x+C$ 5) $2-3x$

1.13 Разложение дроби $\dfrac{x+5}{x^3+6x^2}$ на простейшие дроби имеет вид

1) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2+6x}$ 2) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{x+6}$ 3) $\frac{A}{x}+\frac{Bx+C}{x^2+6x}$ 4) $\frac{A}{x^2}+\frac{B}{x+6}$

1.14 Интеграл $\int\frac{\ln^2 x}{x}dx$ равен…

1) $\ln^3 x+C$ 2) $\dfrac{\ln^3 x}{3}+C$ 3) $\ln x+C$ 4) $2\ln x+C$ 5) $-\dfrac{\ln^3 x}{3x}+C$

1.15 Определённый интеграл $\int\limits_0^{15}\dfrac{\mathrm{x}\,\mathrm{dx}}{\sqrt{1+\mathrm{x}}}$ равен…

1) 36 2) 64 3) 45 4) 10 5) 24

1.16 Определенный интеграл $\int\limits_0^{2\pi}\mathrm{x}^2\cos\mathrm{x}\,\mathrm{dx}$ равен…

1) $4\pi$ 2) $6\pi$ 3) $5\pi$ 4) $\pi$ 5) $2\pi$

1.17 Область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{3^n\ (n^2+1)}$ равна…

1) [–3; 3) 2) [–3; 3] 3) (–3; 3] 4) [–1/3; 1/3]

1.18 Для рядов $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n^2}{2^n}$ и $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots$ верно утверждение

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

1.19 Для рядов $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n^2}{2^n}$ и $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots$ верно утверждение

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

1.20 Частная производная $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z=x-\dfrac{x}{y}+1$ равна…

1) $1-\dfrac{x}{y^2}$ 2) $x-\dfrac{1}{y^2}+1$ 3) $\dfrac{x}{y^2}$ 4) $1-\dfrac{1}{y^2}$ 5) $1-\dfrac{x}{y}$

1.21 Частная производная $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z=x-\dfrac{x}{y}+1$ равна…

1) $1-\dfrac{x}{y^2}$ 2) $x-\dfrac{1}{y^2}+1$ 3) $\dfrac{x}{y^2}$ 4) $1-\dfrac{1}{y^2}$ 5) $1-\dfrac{x}{y}$

1.22 Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2$, $y=-\sqrt{x}$, $x=1$, имеет вид…

1) $\int_0^1 dx\int_{x^2}^{-\sqrt{x}} f(x;y)dy$ 2) $\int_{-\sqrt{x}}^{x^2} dx\int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$ 3) $\int_0^1 dx\int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$

4) $\int_{-1}^1 dy\int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dx$ 5) $\int_0^1 dx\int_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x;y)dy$

1.23 Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2-1$, $y=\sqrt{1-x^2}$, имеет вид…

1) $\int_{-1}^{1} dy \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dx$ 2) $\int_{-1}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1} f(x;y)dy$ 3) $\int_{-1}^{1} dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x;y)dy$

4) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$ 5) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$

1.24 Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{y-1}$ имеет вид

1) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{-1}$ 2) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{-2}$ 3) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{2}$

4) $y = C + \left(\frac{x}{2}\right)^{2}$ 5) $y = 1 + C\left(\frac{x}{2}\right)^{2}$

1.25 Общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $e^x dx - \left(e^x + 2\right) \cdot 4ydy = 0$ имеет вид…

1) $\frac{1}{\sqrt{2}} arctg \frac{e^x}{\sqrt{2}} = 2y^2 + C$ 2) $\ln\left|e^x + 2\right| = C - 2y^2$ 3) $\ln\left|e^x + 2\right| = 2y^2 + C$

4) $e^x \cdot \ln\left|e^x + 2\right| = 2y^2 + C$ 5) $\frac{1}{\sqrt{2}} arctg \frac{e^x}{\sqrt{2}} = C - 2y^2$

2. Вопросы в открытой форме

2.1 Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{2x}\right)^x$ равен …

2.2 Предел $\lim_{x\to 1} \frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен …

2.3 Предел $\lim\limits_{x\to-4} \frac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен …

2.4 Найти коэффициент $k$ касательной $y = kx + b$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ в точке $x_0 = 2$.

2.5 Найти точку минимума функции $y = (2x+1)^2 \cdot (x+3) + 4$.

2.6 Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{4\sqrt{x} - 3}{x+1}$.

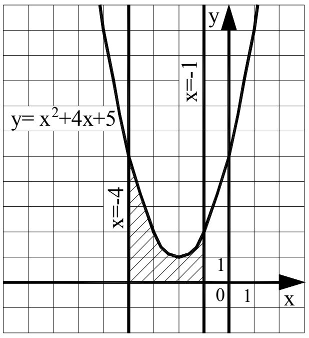
2.7 Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ при x=1 равна...

2.8 Определенный интеграл $\int\limits_0^{2\pi} x^2 \cos x dx$ равен…

2.9 Определённый интеграл $\int\limits_0^{15} \frac{xdx}{\sqrt{1+x}}$ равен…

2.10 Вычислить определённый интеграл $\int_1^9 \frac{1+2\sqrt{x}}{x^2}dx$.

2.11 Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке. Ответ округлить до сотых.




2.12 Вычислить с точностью до 0,001 значение функции ln1,5.

2.13. Коэффициент $b_2$ разложения функции $f(x) = x+1$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi;\pi]$ равен …

2.14 Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{3^n\ (n^2+1)}$ равен…

2.15 Сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n-2^n}{5^n}$ равна …

2.16 Частичная сумма $S_2$ ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{15}{2n+1}$ равна…

2.17 Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^{2n}}{6\cdot 5^{n+2}}$равен...

2.18 Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x-y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение $z_0$, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

2.19 Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение $z_0$, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

2.20 Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0; -2; 3)$.

2.21 Вычислить двойной интеграл $\iint_D dxdy$, где область D ограничена линиями $y = x^2 - 1$, $y = \sqrt{1-x^2}$, имеет вид…

2.22 Вычислить двойной интеграл $\iint_D(2x - 3y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=4.

2.23 Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $y = \frac{1}{4}x^2, y + z = 1, z = 0$.

2.24 Найдите постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$.

2.25 Найти постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = \sqrt{x}$ при $y(9) = 4$.

3. Вопросы на установление последовательности.

3.1 Ниже дано определение предела $A$ функции $f(x)$ в точке $x_0$ (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Число A называется пределом функции f(x) в точке $x_0$, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.

I. $|f(x) - A| < \varepsilon$

II. для любого числа $\varepsilon > 0$

III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.2 Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если ______ существует ______ такой, что если _______ , то выполняется условие _________.

I. $|x_n| < \varepsilon$

II. $n > N(\varepsilon)$

III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

3.3 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно большой в действительной точке $x_0$. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция f(x) называется бесконечно большой в точке $x_0$, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.

I. $\delta(\varepsilon) > 0$

II. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

III. $|f(x)| > \varepsilon$

IV. для любого числа $\varepsilon > 0$

3.4 Ниже сформулировано следствие теоремы о промежуточных значениях функциях (следствие теоремы Больцмана-Коши). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Пусть функция f(x) ________, на концах отрезка ________, тогда ________, где выполняется условие _________.

I. принимает значение разных знаков

II. существует точка $c \in (a, b)$

III. непрерывна на отрезке $[a, b]$

IV. $f(c) = 0$

3.5 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно малой в действительной точке $x_0$. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция f(x) называется бесконечно малой в точке $x_0$, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.
I. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
II. $|f(x)| < \varepsilon$
III. для любого числа $\varepsilon > 0$
IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.6 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.
1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$

2) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$

3) дать аргументу x приращение $\Delta x$ и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$

4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

3.7 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$.
1) найти производные обеих частей равенства

2) прологарифмировать обе части равенства

3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции

4) воспользоваться свойством $\ln\left|a^b\right| = b \cdot \ln|a|$

5) заменить $y$ исходной функцией

3.8 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$.
1) используем таблицу неопределённых интегралов

2) используем формулу квадрата разности

3) добавляем постоянную C в конце записи

4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

5) используем почленное деление

3.9 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$.

1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1}+C$

2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}+C$

3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$

4) $\int x^{-\frac{4}{3}}dx$

5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}}+C$

6) $\int \frac{dx}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}}$

3.10 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если функция F(x) – ______ функции f(x) на промежутке X, то множество функций F(x)+C, где C – произвольная постоянная, называется ______ от функции f(x) на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x)\,dx$ . При этом f(x) называется ______ , f(x)dx называется ______ .

I. подынтегральной функцией

II. первообразная

III. подынтегральным выражением

IV. неопределенным интегралом

3.11 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int (x+1)\cdot \sin x\,dx$. (Например, I, III, IV, II.)

I. Вычислить $du$ и $v$

II. Установить, что нужно взять за $u$, а что за $dv$

III. Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям

IV. Воспользоваться формулой $\int u\,dv = uv - \int v du$, подставив вместо $u$, $dv$, $du$ и $v$ их значения.

3.12 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка одного из свойств определенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если m и M – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции f(x) на ______ , то ______ ≤ ______ ≤ ______ .

I. $M(b-a)$

II. $m(b-a)$

III. $\int_a^b f(x)dx$

IV. $[a,b]$

3.13 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти $a$ и $b$ – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b \left(f(x) - g(x)\right)dx$.

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.14 Ниже сформулированы факты о сходимости и расходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждения оказались верными (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _________, то _________ . Если _________, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _________ .

I. расходится

II. сходится

III. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$

IV. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$

3.15 Ниже сформулирован интегральный признак сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Пусть дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$, члены которого являются значениями некоторой функции f (x), _________ на _________ . Тогда, если _________ сходится (расходится), то сходится (расходится) и_________ .

I. $\int_1^{+\infty} \mathrm{f(x)dx}$

II. $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$

III. $[1, +\infty)$

IV. положительной, непрерывной и не возрастающей

3.16 Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании гармонического ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости

1) Сделать вывод о расходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

2) Ввести в рассмотрение функцию $f(x) = \frac{1}{x}$

3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ расходится

4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1, +\infty)$

3.17 Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{n^2}$. Запишите верную последовательность действий, которая при этом должна быть осуществлена.

1) Применить теорему Лейбница

2) Сделать вывод, является ряд абсолютно сходящимся или нет

3) Выбрать признак сходимости ряда с положительными членами и воспользоваться им

4) Составить ряд из модулей членов данного ряда

3.18 Запишите верную последовательность действий при нахождении области сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 5^{n+1}}$ .

1) Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости

2) Записать интервал сходимости ряда

3) Найти радиус сходимости ряда

4) Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

3.19 Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$.

1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$

2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$

3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$

4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$

5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$

6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$

3.20 Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

1) вычисляем значения $A, B, C$

2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$

3) определяем стационарные точки

4) находим частные производные функции первого и второго порядков

5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума

6) вычисляем значение Δ

7) определяем наличие точки экстремума

3.21

3.22

| Задание на установление последовательности | Варианты ответов | Правильный ответ |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$ | 1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$<br>2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$<br>3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$<br>4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$<br>5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$<br>6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$ | |

3.23 Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D (x + 2y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x = 2, y = x, x = 2y$.

1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x + 2)dy = \frac{5}{4}\int_0^2 x^2 dx$

2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^{x}(x + 2)dy$

3) Построить область $D: x = 2, x = 2y, y = x$

4) Вычислить $\frac{5}{4}\int_0^2 x^2 dx = \frac{10}{3}$

3.24

| | | |
|---|---|---|
| Расположите последовательность действий при вычислении $\iint\limits_D cos(x+y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$ | 1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy$<br>2) Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (cosx - sin2x)dx = 0$<br>3) Построить область $D: x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$<br>4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy = cosx - sin2x$ | |

3.25 Определить последовательность действий при нахождении общего решения дифференциального уравнения $(1+x^2)y' + 2xy = 3x^2$.

1) $v = \frac{1}{1+x^2}$
2) $y = \frac{x^3+C}{1+x^2}$
3) $u'v + u\left(v' + \frac{2xv}{1+x^2}\right) = \frac{3x^2}{1+x^2}$
4) $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$
5) $u = x^3 + C$

4. Вопросы на установление соответствия.

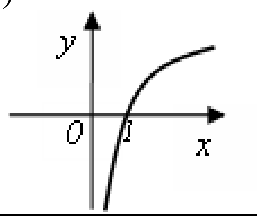
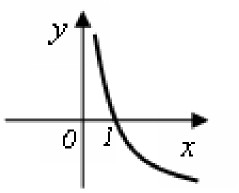
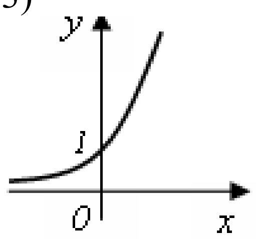
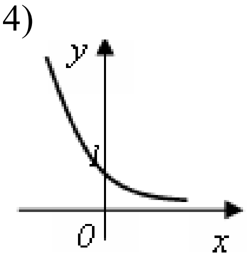
4.1 Даны числовые промежутки $A=[3;\ 5)$ и $B=[0;\ 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие.

| | |
|---|---|
| 5) $A \cap B$<br>6) $A \cup B$<br>7) $A \setminus B$<br>8) $B \setminus A$ | а) $[0;\ 5)$<br>б) $\emptyset$<br>в) $(3;\ 5)$<br>г) $[3;\ 5)$<br>д) $\{3\}$ |

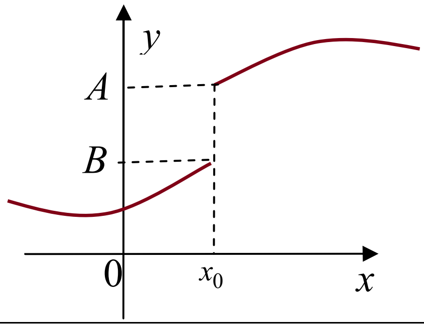
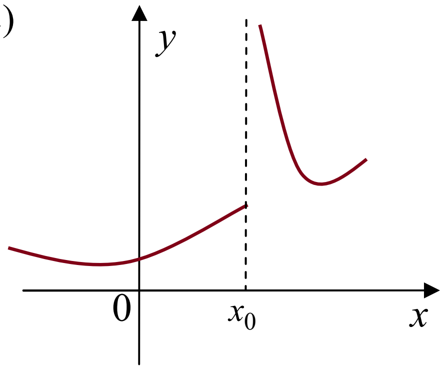
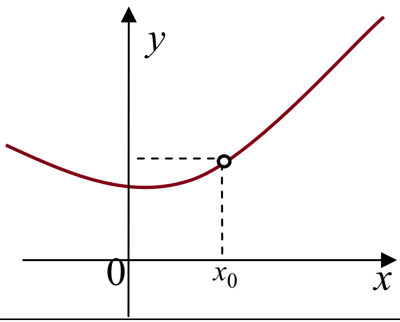
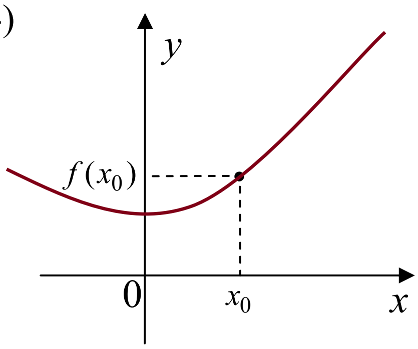
4.2 Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

| | |
|---|---|
| 5) $\lim_{x\to 1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ | а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$ |
| 6) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$ | б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ |
| 7) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$ | в) неопределённость $(1^{\infty})$ |
| 8) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$ | г) неопределённость $(0\cdot\infty)$<br>д) неопределённость $(\infty+\infty)$ |

4.3 Установить соответствие между графическим и аналитическим заданиями функций.

| | |
|---|---|
| 1)  | а) $y=2^x$<br>б) $y=(0{,}5)^x$ |
| 2)  | в) $y=\log_2 x$<br>г) $y=\log_{0,5} x$ |
| 3)  | д) $y=x^{\frac{1}{2}}$ |
| 4)  | |

4.4 Пользуясь графиками функций, исследуйте вопрос о непрерывности функции в точке $x_0$ и поставьте в соответствие каждой указанной точке $x_0$ ее характеристику.

| | |
|---|---|
| 1)   | а) $x_0$ – точка непрерывности функции |
| 2)   | б) $x_0$ – точка устранимого разрыва 1го рода |
| 3)   | в) $x_0$ – точка неустранимого разрыва 1го рода |
| 4)   | г) $x_0$ – точка разрыва 2го рода |

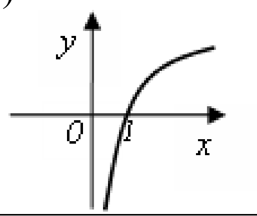
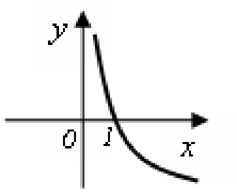
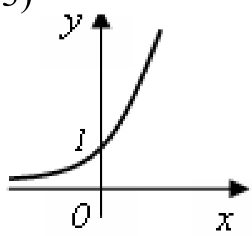
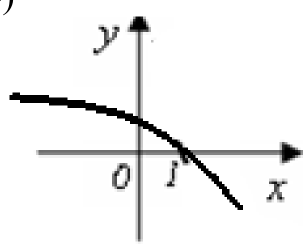
4.5 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной $y'$.

| | |
|---|---|
| 1) $y = \sin(\ln x)$<br>2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$<br>3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$<br>4) $y = 5^x$ | 1) логарифмическое дифференцирование<br>2) табличная производная<br>3) производная неявно заданной функции<br>4) производная произведения<br>5) производная сложной функции |

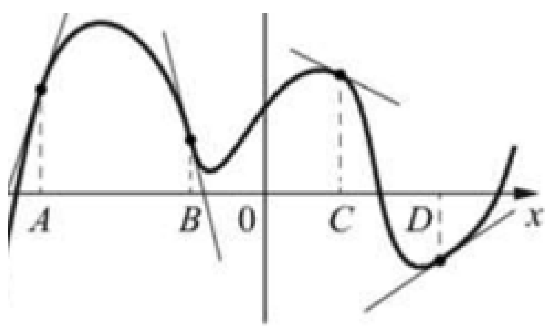
4.6 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной $y'$.

| | |
|---|---|
| 1) $y=\sqrt[3]{x}$<br>2) $y=(\lg x)^x$<br>3) $y=(5x+2)\cdot\cos x$<br>4) $y=e^{6x}$ | 1) логарифмическое дифференцирование<br>2) табличная производная<br>3) производная неявно заданной функции<br>4) производная произведения<br>5) производная сложной функции |

4.7 Установить соответствие между графиками функций и знаками первой и второй производной этих функций

| | |
|---|---|
| 1)  | а) $y'>0,\ y''>0$<br><br>б) $y'<0,\ y''<0$<br><br>в) $y'>0,\ y''<0$<br><br>г) $y'<0,\ y''>0$ |
| 2)  | |
| 3)  | |
| 4)  | |

4.8 На рисунке изображен график функции и касательные к нему, проведенные в точках с абсциссами A, B, C, D. Поставьте в соответствие каждой точке значение ее производной в этой точке.



| | |
|---|---|
| 1) A<br>2) B<br>3) C<br>4) D | а) - 4<br>б) 3<br>в) -0,5<br>г) 0,7 |

4.9 Установите соответствие между неопределенными интегралами и заменами, которые целесообразно применить для вычисления интегралов

| | |
|---|---|
| 1) $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x\, dx$<br><br>2) $\int \frac{\sqrt{tgx}}{\cos^2 x} dx$<br><br>3) $\int \sin^4 x \cdot \cos x\, dx$<br><br>4) $\int \frac{ctgx}{\sin^2 x} dx$ | а) $t = tg\, x$<br>б) $t = ctg\, x$<br>в) $t = \sin x$<br>г) $t = \cos x$<br>д) $t = \cos^2 x$ |

4.10 Установите соответствие между неопределенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

| | |
|---|---|
| 1) $\int Af(x)dx$<br><br>2) $\int (f \pm g)dx$<br><br>3) $\left(\int f(x)dx\right)'$<br><br>4) $\int dF(x)$ | а) $\int f\, dx \pm \int g\, dx$<br>б) $f(x)$<br>в) $A\int f(x)dx$<br>г) $F(x) + C$<br>д) $f(x)dx$ |

4.11 Установите соответствие между интегралами и их значениями

| | |
|---|---|
| 1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$<br>2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$<br>3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$<br>4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$ | а) $\frac{1}{2a} \ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\| + c$<br>б) $\frac{1}{a} arc\,tg \frac{x}{a} + c$<br>в) $arc\sin \frac{x}{a} + c$<br>г) $arc\,tg \frac{x}{a} + c$<br>д) $\ln\left\|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right\| + c$ |

4.12 Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке

| | |
|---|---|
| 1) $\frac{1}{x^2}$<br>2) $\frac{x}{2}$<br>3) $3x^2$<br>4) $\frac{1}{x}+2x$ | а) $\frac{x^2}{4}$<br>б) $\ln\lvert x\rvert + x^2$<br>в) $\frac{1}{x^2}+2$<br>г) $-\frac{1}{x}$<br>д) $x^3$ |

4.13 Установите соответствие между интегралом и способом его решения.

| | |
|---|---|
| 1) $\int \frac{dx}{x\cdot\ln^5 x}$<br>2) $\int (x+1)\sin x\,dx$<br>3) $\int 5^x dx$<br>4) $\int \frac{3+x}{x}dx$ | а) использование почленного деления<br>б) подведение под знак дифференциала<br>в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$<br>г) непосредственное интегрирование<br>д) метод интегрирования по частям |

4.14 Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

| | |
|---|---|
| 1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{5n}$<br>2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^5+1}$<br>3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-3}{(n+2)!}$<br>4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{n^2}$ | а) признак сравнений<br>б) необходимый признак сходимости<br>в) радикальный признак Коши<br>г) признак Даламбера<br>д) теорема Лейбница |

4.15 Установить соответствие между степенными рядами и областями их сходимости

| | |
|---|---|
| 1) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \cdot n!$<br>2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$<br>3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$<br>4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2}$ | а) (-∞;∞)<br>б) {0}<br>в) [-1, 1]<br>г) (-1, 1)<br>д) [-1, 1) |

4.16 Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

| | |
|---|---|
| 1) $\ln(1+x)$ | а) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-K+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+K$ |
| 2) $\frac{1}{1-x}$ | б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-K+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+K$ |
| 3) $e^x$ | в) $1+x+x^2+x^3+K$ |
| 4) $\operatorname{arctg} x$ | г) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-K+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+\ldots$ |
| | д) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+K+\frac{x^n}{n!}+K$ |

4.17 Вычислите значения частных производных функции $z=4x^2-xy^3+5y$ в точке $M_0(1;-1)$ и установите соответствие.

| | |
|---|---|
| 1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ | а) $-3$ |
| 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ | б) 8 |
| 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ | в) 2 |
| 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ | г) 6 |
| 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right\|_{M_0}$ | д) 9 |
| | е) 1 |

4.18 Вычислите значения частных производных функции $z=5x^3-3xy^2-2y$ в точке $M_0(1;2)$ и установите соответствие.

| | |
|---|---|
| 1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ | а) 30 |
| 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ | б) $-14$ |
| 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ | в) $-12$ |
| 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ | г) $-6$ |
| 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right\|_{M_0}$ | д) $-4$ |
| | е) 3 |

4.19 Вычислите значения частных производных функции $z=4x^2-xy^3+5y$ в точке $M_0(1;1)$ и установите соответствие.

| | |
|---|---|
| 1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ | а) $-3$ |
| 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ | б) 7 |
| 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ | в) 2 |
| 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ | г) -6 |
| 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$ | д) 8 |
| | е) 1 |

4.20 Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями:

| | |
|---|---|
| а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$ | 1) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ |
| б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$ | 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ |
| в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$ | 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ |
| г) контуром треугольника АВС, где А(1;2), В(3;6), С(3;0) | 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ |
| д) $x^2 + y^2 = 4$x | 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$ |

4.21 Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями

| | |
|---|---|
| а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$ | 1) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ |
| б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$ | 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ |
| в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$ | 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ |
| г) контуром треугольника АВС, где А(1;2), В(3;6), С(3;0) | 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ |
| д) $x^2 + y^2 = 4$x | 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$ |

4.22 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

| | |
|---|---|
| 1) $y'' + y' + 3y = 0$<br>2) $y'' - y' + y = 0$<br>3) $y'' - 2y' + y = 0$<br>4) $y'' + 49y = 0$ | а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$<br>б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$<br>в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$<br>г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$<br>д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$ |

4.23 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

| | |
|---|---|
| 1) $y'' + y' - 4y = 0$<br>2) $y'' - 8y' + 4y = 0$<br>3) $y'' - 6y' + 4y = 0$<br>4) $y'' + 25y = 0$ | а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$<br>б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$<br>в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$<br>г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$<br>д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$ |

4.24 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

| | |
|---|---|
| 1) $y'' + y' - 6y = 0$<br>2) $y'' - 10y' + 29y = 0$<br>3) $y'' - 10y' + 25y = 0$<br>4) $y'' + 25y = 0$ | а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$<br>б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$<br>в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$<br>г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$<br>д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$ |

4.25 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

| | |
|---|---|
| 1) $y'' + 2y' + 3y = 0$<br>2) $y'' - 10y' + 29y = 0$<br>3) $y'' - 2y' + y = 0$<br>4) $y'' + 49y = 0$ | а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$<br>б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$<br>в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$<br>г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$<br>д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$ |

**Шкала оценивания результатов тестирования:** в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

| *Сумма баллов по 100-балльной шкале* | *Оценка по 5-балльной шкале* |
|---|---|
| 100–85 | отлично |
| 84–70 | хорошо |
| 69–50 | удовлетворительно |
| 49 и менее | неудовлетворительно |

***Критерии оценивания результатов тестирования:***

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – **2 балла**, не выполнено – **0 баллов**.

## *2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ*

*Компенентностно-ориентированная задача №1*

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

*Компенентностно-ориентированная задача №2*

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Найти точку рыночного равновесия.

б) Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

*Компенентностно-ориентированная задача №3*

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?

б) Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

*Компенентностно-ориентированная задача №4*

В прошлом году средняя цена данного товара была 15 денежных единиц, а в настоящем году – 18 денежных единиц. Найти зависимость $P = f(n)$ цены товара Р от номера года n при условии, что тенденция роста сохраниться, то есть цена будет увеличиваться на одно и то же число. Составить прогноз средней цены на три года вперед.

*Компенентностно-ориентированная задача №5*

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

*Компенентностно-ориентированная задача №6*

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

*Компенентностно-ориентированная задача №7*

Зависимость количества $Q$ (в шт., $0 \le Q \le 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство $Q$ единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. $(0 < t < 15\,000)$ с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна $tQ$ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

*Компенентностно-ориентированная задача №8*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме $Q$ ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

*Компенентностно-ориентированная задача №9*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме $Q$ ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

*Компенентностно-ориентированная задача №10*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме $Q$ ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

*Компенентностно-ориентированная задача №11*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме $Q$ ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить участки роста и убывания прибыли при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

*Компенентностно-ориентированная задача №12*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме $Q$ ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

*Компетентностно-ориентированная задача №13*

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$, где $x -$ доля населения, $y -$ доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

*Компенентностно-ориентированная задача №14*

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно $k_1$ и $k_2$. Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

*Компенентностно-ориентированная задача №15*

Найти выражение объёма реализованной продукции $Q = Q(t)$ и его значение при $t = 2$, если известно, что продукция продаётся на конкурентном рынке по цене $P(Q) = 3 - 2Q$, норма акселерации $\frac{1}{l} = 1{,}5$, норма инвестиций $m = 0{,}6$, $P(0) = 1$.

Пояснение: полученный на момент времени *t* доход составит $R(Q) = Q \cdot P(Q)$, часть которого, равная $I(t) = m \cdot P(Q) \cdot Q$, инвестируется в производство при норме инвестиции $m$. В результате расширения производства (предполагается полная реализация производимой продукции) будет получен прирост дохода, часть которого опять инвестируется для расширения выпуска продукции. Это приведет к росту скорости выпуска (акселерации), причём скорость выпуска пропорциональна увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности $l$, т.е. $Q'(t) = l \cdot I(t)$, где $l^{-1} -$ норма акселерации.

*Компенентностно-ориентированная задача №16*

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение x единиц первого товара и y единиц второго товара. Заданы функция полезности $\boldsymbol{u(x,y) = 0,5 \cdot \ln(x-2) + 2\ln(y-1)}$ и цены $\boldsymbol{P_1 = 0,2}$ и $\boldsymbol{P_2 = 4}$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

*Компенентностно-ориентированная задача №17*

Вычислить на сколько процентов приближённо изменится спрос, описываемый функцией $D = e^{-\sqrt{n+P^2}}$, где $n -$число производителей товара, $P -$ цена товара, если число производителей товара уменьшится на 1%, а цена возрастёт на 1%. На рынке имеется 7 производителей, цена товара составляет 3 ед.

*Компенентностно-ориентированная задача №18*

Данные о росте индекса Доу-Джонса и росте цены акций (усл. ед.) приведены в таблице:

| x | 2,0 | 2,5 | 3,0 | 3,1 | 3,5 | 3,7 | 4,3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y (усл. ед.) | 4,3 | 4,6 | 4,7 | 4,7 | 4,9 | 5,1 | 4,6 |

Методом наименьших квадратов найти зависимость вида $y = ax + b$ между ростом цены акций y и ростом индекса x. Вычислить рост цены акции при росте индекса, равном 2,6.

*Компенентностно-ориентированная задача №19*

Кооператив открывает линию по производству жестяных консервных банок объемом 0,25 литра для последующей расфасовки в них консервированного горошка. В качестве инженера-экономиста рассчитайте такие радиус основания *x* и высоту *y* консервной банки, чтобы на ее изготовление потребовалось минимум материала. Напомним, что 1 л = 1000 см$^3$.

*Компенентностно-ориентированная задача №20*

В таблице приведены данные численности занятого населения ($x$, млн.) и валового выпуска продукции ($y$, у.е.).

| $x_i$ | 80 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 88 | 89 | 90 | 91 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 32 | 34 | 35 | 36 | 36 | 37 | 38 | 40 | 39 | 40 |

В предположении, что между $x$ и $y$ существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать валовой выпуск продукции в случае, если занятое население увеличится на 10% по сравнению с последними данными (90 млн.)

*Компенентностно-ориентированная задача №21*

Торговое предприятие имеет сеть, состоящую из 10 магазинов, информация о деятельности которых: годовой товарооборот ($y$, млн. руб.) и торговая площадь ($x$, тыс. м$^2$) представлена в таблице.

| $x_i$ | 0,24 | 0,41 | 0,55 | 0,58 | 0,78 | 0,94 | 0,98 | 1,21 | 1,28 | 1,32 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 19,8 | 38,1 | 41,0 | 43,1 | 56,3 | 68,5 | 75,0 | 89,1 | 91,1 | 91,3 |

В предположении, что между $x$ и $y$ существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать годовой товарооборот в случае, если торговая площадь составит ровно 1 тыс. м$^2$.

*Компенентностно-ориентированная задача №22*

В таблице приведены данные о росте объема выручки ($y$, тыс. у.е.) косметической компании в зависимости от числа клиентов ($x$).

| $x_i$ | 900 | 950 | 1000 | 1040 | 1080 | 1100 | 1120 | 1130 | 1135 | 1140 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i \cdot 10$ | 992 | 1101 | 1203 | 1289 | 1381 | 1432 | 1478 | 1505 | 1514 | 1530 |

В предположении, что между $x$ и $y$ существует квадратичная зависимость, определить параметры регрессии $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать объем выручки, если число клиентов достигнет 1150 человек.

*Компенентностно-ориентированная задача №23*

В таблице приведены данные о показателях конкуренции ($x$) и средневзвешенные по частоте упоминания количества патентов ($y$).

| $x_i$ | 0,9 | 0,91 | 0,92 | 0,93 | 0,94 | 0,95 | 0,96 | 0,97 | 0,98 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 4,5 | 4,8 | 5,3 | 5,9 | 6,1 | 6,4 | 6,1 | 5,4 | 4,8 | 4,3 |

В предположении, что между $x$ и $y$ существует квадратичная зависимость, определить параметры регрессии $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать количество патентов в случае, если показатель конкуренции составит 1.

*Компенентностно-ориентированная задача №24*

Найти момент инерции квадратной пластины $0 \le x \le a$, $0 \le y \le a$ относительно оси Оy.

*Компенентностно-ориентированная задача №25*

Определить массу круглой пластины радиуса R с центром в начале координат, если поверхностная плотность материала пластины в точке $M(x;y)$ равна $\rho(x,y) = k\sqrt{x^2+y^2}$.

*Компенентностно-ориентированная задача №26*

Найти массу пластины, ограниченной кривыми $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, если её плотность равна $\rho(x,y) = x + 2y$.

*Компенентностно-ориентированная задача №27*

Найти значение цены $p(t)$, при котором достигается равновесное состояние рынка, заключающееся в равенстве спроса $d(t)$ и предложения $s(t)$, если $d(t) = 3p'' - p' - 2p + 18$, $s(t) = 4p'' + p' + 3p + 3$.

*Компенентностно-ориентированная задача №28*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $\mathrm{C(Q)} = 1{,}92 \cdot \mathrm{Q}^3 + 4{,}32 \cdot \mathrm{Q}^2 + 2{,}88 \cdot \mathrm{Q} + 15$ и функция цены продукции $\mathrm{P9Q)} = -1{,}44 \cdot \mathrm{Q} + 89{,}28$. Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

*Компенентностно-ориентированная задача №29*

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение x единиц первого товара и y единиц второго товара. Заданы функция полезности $\mathrm{u(x,y)} = 0{,}5 \cdot \ln(\mathrm{x} - 2) + 2\ln(\mathrm{y} - 1)$ и цены $\mathrm{P}_1 = 0{,}2$ и $\mathrm{P}_2 = 4$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

*Компенентностно-ориентированная задача №30*

Зависимость количества $Q$ (в шт., $0 \le Q \le 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство $Q$ единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. $(0 < t < 15\,000)$ с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна $tQ$ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

**Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:** в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

| *Сумма баллов по 100-балльной шкале* | *Оценка по 5-балльной шкале* |
|---|---|
| 100–85 | отлично |
| 84–70 | хорошо |
| 69–50 | удовлетворительно |
| 49 и менее | неудовлетворительно |

***Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:***

**6-5 баллов** выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

**4-3 балла** выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

**2-1 балла** выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

**0 баллов** выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.