

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Хохлов Николай Александрович  
Должность: Заведующий кафедрой  
Дата подписания: 15.03.2024 09:54:10  
Уникальный программный ключ:  
49bfda6abbc97fd66d5283c52c348f039aa80a08


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:

И.о. зав. кафедрой

высшей математики

*(наименование кафедры полностью)*

  
*(подпись)*

О.А. Бредихина

« 30 » 08 2022 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА  
для текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации обучающихся  
по дисциплине

Высшая математика

*(наименование дисциплины)*

09.03.01 Информатика и вычислительная техника

*шифр и наименование направления подготовки (специальности)*

направленность (профиль, специализация) «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети»

*наименование направленности (профиля, специализации)*

# 1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

## 1.1 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

Раздел (тема) 1 «Введение в математический анализ»

Вариант 1 (Т 1)

1. Даны два множества  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  и  $B = \{b, d, e, m, n, p\}$ . Найти  $A \cap B$ .

- 1)  $\{a, b, c, d, e, f, m, n, p\}$       2)  $\{a, b, b, c, d, d, e, e, f, m, n, p\}$       3)  $\{b, d\}$   
4)  $\{a, c, f\}$       5)  $\{b, d, e\}$

2. Найти  $A \cap (B \cup C)$ , если  $A = (-3; 11]$ ,  $B = [-2; 5]$ ,  $C = (4; 9)$

- 1)  $(4; 5]$       2)  $[-2; 9]$       3)  $(-3; 9]$       4)  $(3-; 4) \cup [5; 11]$

3. Ниже дано определение предела  $A$  функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  (в случае  $A \in R$  и  $x_0 \in R$ ). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Число  $A$  называется пределом функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ , если \_\_\_\_\_ существует \_\_\_\_\_ такое, что для всех  $x_0 \in D(f)$ , удовлетворяющих условию \_\_\_\_\_, выполняется условие \_\_\_\_\_

I.  $|f(x) - A| < \varepsilon$

II. для любого числа  $\varepsilon > 0$

III.  $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

IV.  $\delta(\varepsilon) > 0$

4. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{\pi x}{2} \right)$	а) неопределённость $\left( \frac{0}{0} \right)$
2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	б) неопределённость $\left( \frac{\infty}{\infty} \right)$
3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$	в) неопределённость $(1^\infty)$
4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0 \cdot \infty)$
	д) неопределённость $(\infty + \infty)$

5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^4 - 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$ .

6. Предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{5 - 5x^2}$  равен ...

7. Предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{27 - x^3}$  равен ...

- 1)  $\frac{7}{27}$                       2)  $-\frac{7}{9}$                       3)  $-\frac{7}{27}$                       4)  $\frac{7}{9}$

8. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$ .

- 1) 24                      2) -24                      3) 0                      4) -6                      5) 6

9. Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg^2(3x)}{\tg(2x^2)}$  равен ...

- 1) 4,5                      2) 1,5                      3) 0                      4) 2,25

10. Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x}\right)^x$  равен

- 1)  $e$                       2)  $e^3$                       3)  $3/e$                       4) 1

*Вариант 2 (Т 1)*

1. Даны два множества  $A = \{-2, 3, 8, 13, 18, 23\}$ ,  $B = \{-3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ .

Найти  $A \setminus B$ .

- 1)  $\{-3, -2, -1, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 11, 13, 18, 23\}$                       2)  $\{-2, 8, 18, 23\}$   
 3)  $\{-3, -2, -1, 1, 5, 7, 8, 9, 11, 18, 23\}$                       4)  $\{-3, -1, 1, 5, 7, 9, 11\}$

2. Даны числовые промежутки  $A = [3; 5)$  и  $B = [0; 3]$ . Выполнить операции над множествами и установить соответствие

1) $A \cap B$	а) $[0; 5)$
2) $A \cup B$	б) $\emptyset$
3) $A \setminus B$	в) $(3; 5)$
4) $B \setminus A$	г) $[3; 5)$
	д) $\{3\}$

3. Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность  $\{x_n\}$  называется бесконечно малой, если \_\_\_\_\_ существует \_\_\_\_\_ такой, что если \_\_\_\_\_, то выполняется условие \_\_\_\_\_

- I.  $|x_n| < \varepsilon$   
 II.  $n > N(\varepsilon)$   
 III. для любого числа  $\varepsilon > 0$   
 IV. номер  $N(\varepsilon) > 0$

4. Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 2x^3 - 1}{4x^3 + x}$  равен ...

1)  $\infty$

2) 0,5

3) 0

4) -0,25

5. Предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 8x^2 + 6}{4x^2 + 7x - 1}$  равен ...

1)  $\infty$

2) 2

3) -2

4) -0,75

6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{5 - 5x^2}$ .

7. Предел  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{16 - x^2}{\sqrt{5 - x} - 3}$  равен ...

1) -48

2) 48

3) -32

4) 0

8. Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} 2x$  равен

1) 0

2)  $\infty$

3) 2

4) 0,5

9. Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(6x) - \sin(3x)}{\sin x + \sin(8x)}$  равен ...

1)  $\frac{1}{3}$

2)  $\frac{1}{9}$

3)  $-\frac{1}{3}$

4) -1

10. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3-4x}$ .

1)  $\frac{1}{e^8}$

2)  $e^2$

3)  $e^{-4}$

4)  $\frac{1}{e^2}$

Раздел (тема) 2 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Вариант 1 (Т 2)

1. Производная функции  $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$  равна

1)  $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

2)  $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$

3)  $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

4)  $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

5)  $5x - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

2. Вычислить производную функции  $y = 10x^5 - 3\sqrt{x} + \frac{5}{4x^3} - \frac{1}{x}$ .

3. Вычислить производную функции  $y = \frac{x \cdot \sin x}{x^2 + 2}$ .

4. Вычислить производную функции  $y = e^{3x + \sqrt{x}}$ .

5. Вычислить производную функции  $y = \cos^4(2x^3)$ .

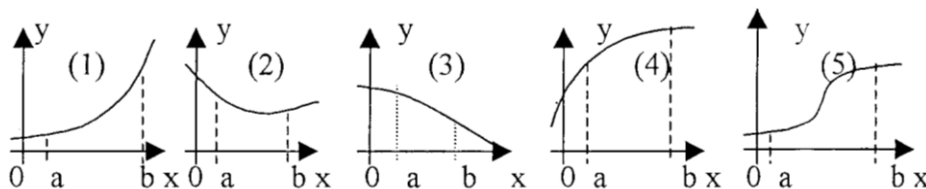
6.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению	1) зафиксировать $x$ , вычислить значение функции $f(x)$ 2) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ 3) дать аргументу $x$ приращение $\Delta x$ и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$ 4) найти предел $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$	

7. Установить соответствие между функцией  $y = f(x)$  и способом нахождения ее первой производной  $y'$ .

1) $y = \sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции
--	---

8. Укажите, на каком рисунке изображён график функции, для которой в каждой точке отрезка  $[a; b]$  выполняются три условия:  $y > 0, y' < 0, y'' < 0$ .



9. Найти точку минимума функции  $y = (2x + 1)^2 \cdot (x + 3) + 4$ .

10. Выручка  $R$  от продажи некоторого товара определяется по формуле  $R(Q) = 150Q - 0,2Q^2$ , где  $Q$  – объём проданной продукции (тыс. ед.). Найти предельную выручку, если продано 120 тыс. ед.

### Вариант 2 (Т 2)

1. Производная функции  $f(x) = \cos^3(x^2 + 2x)$  равна

- |                                 |  |
|---------------------------------|--|
| 1) $3 \cos^2(x^2 + 2x)(2x + 2)$ | 2) $3 \cos^2(x^2 + 2x)(-\sin(x^2 + 2x))(2x + 2)$ |
| 3) $3 \sin^2(x^2 + 2x)(2x + 2)$ | 4) $3 \cos^2(x^2 + 2x) \sin(x^2 + 2x)(2x + 2)$   |

2. Вычислить производную функции  $y = -6x^{10} + 5\sqrt{x} + \frac{3}{x^5} - \frac{6}{\sqrt{x}}$ .

3. Вычислить производную функции  $y = \frac{x^2 \cdot \ln x}{1 - 3x^3}$ .

4. Вычислить производную функции  $y = 4^{x^2 - \sin x}$ .

5. Вычислить производную функции  $y = \sin^2(x^2)$ .

6.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$	1) найти производные обеих частей равенства 2) прологарифмировать обе части равенства 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции 4) воспользоваться свойством $\ln a^b  = b \cdot \ln a $ 5) заменить $y$ исходной функцией	

7. Установить соответствие между функцией  $y = f(x)$  и способом нахождения ее первой производной  $y'$ .

1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$ 4) $y = e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции
---	---

8. Найти коэффициент  $k$  касательной  $y = kx + b$  к параболе  $y = 7x^2 - 14x + 5$  в точке  $x_0 = 2$ .

9. Найти наименьшее значение функции  $y = \frac{x^2 + 49}{x}$  на отрезке  $[-9; -1]$ .

10. Функции долговременного спроса  $D$  и предложения  $S$  от цены  $P$  на мировом рынке нефти имеют, соответственно, вид  $D = 30 - 0,9P$  и  $S = 1,2P + 16$ . Найти эластичность спроса в точке равновесной цены.

*Раздел (тема) 3 «Интегральное исчисление функции одной переменной»  
Вариант 1 (Т 3)*

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции  $f(x) = 3 - 8x - \frac{4}{x^2}$ ?

1)  $F(x) = -8 + \frac{8}{x^3}$

2)  $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$

3)  $F(x) = 3x - 4x^2 - \frac{4}{x} - 6$

4)  $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x}$

$$5) F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5$$

2.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$	1) используем таблицу неопределённых интегралов 2) используем формулу квадрата разности 3) добавляем постоянную C в конце записи 4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ 5) используем почленное деление	

3. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$ 2) $\int (x+1) \sin x dx$ 3) $\int 5^x dx$ 4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx+b) dx = \frac{1}{k} \int f(t) dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям
---	---

4. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$  равен

1)  $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 4x + C$       2)  $\frac{1}{4} \operatorname{tg} 2x + C$       3)  $-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} x + C$       4)  $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 2x + C$

5. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{(2x)^2 - 9}$  равен

1)  $\frac{1}{3} \operatorname{arctg} 2x + C$       2)  $\frac{1}{12} \ln \left| \frac{2x-3}{2x+3} \right| + C$       3)  $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{2x+3}{2x-3} \right| + C$       4)  $\ln x + \left| \sqrt{4x^2 - 9} \right| + C$

6. Неопределённый интеграл  $\int \frac{\cos x}{\sqrt{5-2\sin x}} dx$  равен

1)  $\sqrt{5-2\sin x} + C$       2)  $2 \ln |5-2\sin x| + C$   
3)  $-\sqrt{5-2\sin x} + C$       4)  $2\sqrt{5-2\sin x} + C$

7. Неопределённый интеграл  $\int (2x-1) \cdot \cos x dx$  равен

1)  $(2x-1) \cdot \cos x + 2 \sin x + C$       2)  $2x \cdot \cos x - \sin x + C$   
3)  $(x^2 - x) \sin x + C$       4)  $2 \cos x + (2x-1) \cdot \sin x + C$

8. Неопределённый интеграл  $\int 2x \ln x dx$  равен

- 1)  $x^2 \ln x + C$       2)  $x^2 \ln x - x^2 + C$       3)  $x + \ln x + C$       4)  $x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + C$

9. Разложение дроби  $\frac{x-4}{x^3+6x^2+8x}$  на простейшие дроби имеет вид

- 1)  $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2+6x+8}$       2)  $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Mx+P}{x^2+6x+8}$   
 3)  $\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+6x+8}$       4)  $\frac{A}{x} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+4}$

10. Неопределённый интеграл  $\int \frac{4x+1}{x^2+x} dx$  равен

- 1)  $\ln|x| + 3\ln|x+1| + C$       2)  $3\ln|x| + \ln|x+1| + C$   
 3)  $\ln|x| - 3\ln|x+1| + C$       4)  $3\ln|x| - \ln|x+1| + C$

*Вариант 2 (Т 3)*

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции  $f(x) = 2 + 5x - \frac{4}{x^2}$ ?

- 1)  $F(x) = 5 + \frac{8}{x^3}$       2)  $F(x) = 2x + 2,5x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$   
 3)  $F(x) = 5x + 2,5x^2 - \frac{4}{x} - 6$       4)  $F(x) = 5x + 2,5x^2 + \frac{4}{x}$   
 5)  $F(x) = 5x + 2,5x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$	1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1} + C$ 2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + C$ 3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$ 4) $\int x^{-\frac{4}{3}} dx$ 5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}} + C$ 6) $\int \frac{dx}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}}$	



3. Интеграл  $\int \frac{xdx}{x^2+4}$  равен

- 1)  $\frac{\ln|x^2+4|}{2} + C$                       2)  $2 \cdot \ln|x^2+4| + C$                       3)  $\frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{2}\right) + C$   
4)  $\frac{x}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{2}\right) + C$                       5)  $\ln|x^2+4| + C$

4. Первообразная функции  $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + 3x^2 + 1$ , график которой проходит через  $M(0; 2)$

- 1)  $-\operatorname{tg} x + x^3 + 2$                       2)  $\operatorname{tg} x + x^3 + x + 2$                       3)  $\operatorname{tg} x + x^3 + 2$                       4)  $\operatorname{tg} x + x^3 + x + 2$

5. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-9}}$  равен

- 1)  $\frac{1}{6} \arcsin 2x + C$                       2)  $\frac{1}{6} \arcsin \frac{2x}{3} + C$   
3)  $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{2x+3}{2x-3} \right| + C$                       4)  $\frac{\ln|2x + \sqrt{4x^2-9}|}{2} + C$

6. Неопределенный интеграл  $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+3}}$  равен

- 1)  $2\sqrt{x^2+3} + C$                       2)  $\frac{x^2}{\sqrt{x^2+3}}$                       3)  $\sqrt{x^2+3} + C$                       4)  $\ln|x + \sqrt{x^2+3}| + C$

7. Неопределенный интеграл  $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^2 x}}{x} dx$  равен

- 1)  $\frac{3\sqrt[3]{\ln^5 x}}{5} + C$                       2)  $-\sqrt[3]{\ln^5 x} + C$                       3)  $2\sqrt[3]{\ln^2 x} + C$                       4)  $3\sqrt[3]{\ln x} + C$

8. Неопределённый интеграл  $\int (2x+1) \cdot e^{2x+1} dx$  равен

- 1)  $xe^{2x+1} + C$                       2)  $2xe^{2x+1} + C$   
3)  $(x^2+x)e^{2x+1} + C$                       4)  $2(x^2+x)e^{2x+1} + C$

9. Разложение дроби  $\frac{x+5}{x^3+6x^2}$  на простейшие дроби имеет вид

- 1)  $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2+6x}$                       2)  $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+6}$                       3)  $\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+6x}$                       4)  $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x+6}$

10. Неопределенный интеграл  $\int \frac{5x-16}{x^2-6x+8} dx$  равен

- 1)  $3\ln|x-2| - 2\ln|x-4| + C$                       2)  $3\ln|x-2| + 2\ln|x-4| + C$   
3)  $2\ln|x-2| + 3\ln|x-4| + C$                       4)  $3\ln|x+2| + 2\ln|x+4| + C$

Раздел (тема) 4 «Определенный интеграл и его приложения»  
Вариант 1 (Т 4)

1. Указать равенства, которые являются верными

$$1) \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \qquad 2) \int_a^b f(x) dx \geq 0$$

$$3) \int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx \qquad 4) \int_a^a f(x) dx = 0$$

2. Вычислить определенный интеграл  $\int_1^8 \left( 2\sqrt[3]{x} - \frac{4}{x^2} \right) dx$

3. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int_b^a f(x) dx$	а) 0
2) $\int_a^a f(x) dx$	б) $-\int_a^b f(x) dx$
3) $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$	в) $\int_a^b f(x) dx$
4) $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx$	г) $\int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$
	д) $\int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$

4. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x} + 2}{e^x} dx$

5. Указать интегралы, которые являются несобственными

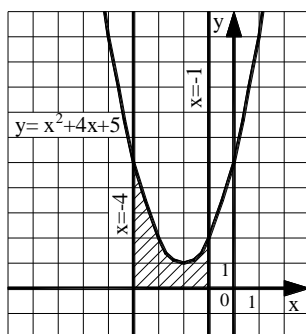
$$1) \int_{-1}^1 \frac{x}{x+1} dx \qquad 2) \int_{-1}^1 e^{\frac{x+1}{x}} dx \qquad 3) \int_{-1}^1 \ln(x+5) dx \qquad 4) \int_{-1}^1 (x-1)(x+1) dx$$

6. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

$$1) \int_1^3 \left( \frac{2}{\sqrt[3]{x}} \right) dx \qquad 2) \int_1^8 \left( \frac{2}{\sqrt[3]{x}} \right) dx \qquad 3) \int_1^3 \ln x dx \qquad 4) \int_0^\pi (\operatorname{tg} x) dx$$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = -x^3$  и прямой, проходящей через точки  $A(-1; 4)$  и  $B(1; -4)$

8. Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке



1)  $\frac{230}{3}$

2) 70

3) 16

4)  $\frac{100}{3}$

5) 6

9. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл  $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$ . Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

1) Доказать, что расходится хотя бы один из интегралов:  $\int_{-1}^0 \frac{1}{x^2} dx$  или  $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$ .

2) Представить интеграл в виде  $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = \int_{-1}^0 \frac{1}{x^2} dx + \int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$ .

3) Установить, что подынтегральная функция не определена в точке  $x=0$ , в окрестности которой она не ограничена.

4) Сделать вывод о расходимости интеграла  $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$ .

10. Найти работу силы  $F(x) = \frac{-3}{x^2}$  по перемещению мат. точки вдоль оси  $Ox$  из точки  $x=1$  в точку  $x=2$ .

### Вариант 2 (Т 4)

1. Указать равенства и утверждения, которые являются верными

1)  $\int_a^b C f(x) dx = C \int_a^b f(x) dx$

2)  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$

3)  $\int_a^b dx = a - b$

4) Если  $f(x) \geq g(x)$ , то  $\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$

2. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^1 \frac{6}{\pi \sqrt{4-x^2}} dx$

3. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int_{-a}^a f(x) dx$ , если $f(x)$ – четная функция	а) 0
2) $\int_{-a}^a f(x) dx$ , если $f(x)$ – нечетная функция	б) $-\int_a^b f(x) dx$
3) $\int_b^a f(x) dx$	в) $\int_a^b f(x) dx$
4) $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$	г) $2 \cdot \int_0^a f(x) dx$
	д) $\int_0^a f(x) dx$

4. Вычислить определенный интеграл  $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx$

1) 0

2) 1

3)  $\ln 2$

4)  $-\ln 2$

5. Указать интегралы, которые являются несобственными

1)  $\int_0^2 \frac{dx}{x^2-1}$       2)  $\int_0^2 e^{2x-1} dx$       3)  $\int_0^2 \ln x dx$       4)  $\int_0^2 (x-2)x dx$

6. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1)  $\int_0^3 \left(\frac{4}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$       2)  $\int_1^8 (x-1)(x-8) dx$       3)  $\int_0^e \ln x dx$       4)  $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (\operatorname{ctg} x) dx$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = \sqrt[3]{x}$  и прямой, проходящей через точки  $A(1; 1)$  и  $B(8; 2)$

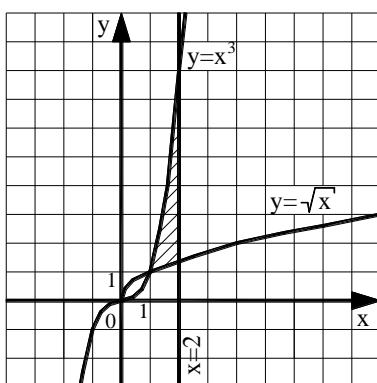
8. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями:  $y = x$ ,  $y = \frac{1}{x}$ ,  $x = 2$ .

I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.  
 II. Найти  $a$  и  $b$  – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций  $y = x$  или  $y = \frac{1}{x}$  лежит выше, воспользоваться формулой:  $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$ .

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

9. Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке



1) 3,5      2) 3,75      3)  $\frac{37}{12} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$       4)  $\frac{53}{12} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$       5)  $\frac{14}{3} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$

10. Найти работу силы  $F(x) = \frac{4}{x^2}$  по перемещению мат. точки вдоль оси  $Ox$  из точки  $x = -2$  в точку  $x = -1$ .

*Раздел (тема) 5 «Числовые и функциональные ряды»*

*Вариант 1 (Т 5)*

1. Сумма ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{3n+1} - 8}{3^{2n}}$  равна...

2. Сумма ряда  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(n-2)}$  равна...

3. Среди рядов

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2-1}}{n+3}$

2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2-2}{n(n^2+1)^2}$

3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{5n-1}$

4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{6^n+n}$

сходящимися являются ...

4. Для рядов  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{2^n}$  и  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$  верно утверждение

1) оба сходятся абсолютно

2) оба сходятся условно

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

5. Установить соответствие между степенными рядами и областями их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \cdot n!$	а) $(-\infty; \infty)$
2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$	б) $\{0\}$
3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$	в) $[-1, 1]$
4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$	г) $(-1, 1)$
	д) $[-1, 1)$

6. Ниже сформулирован интегральный признак сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Пусть дан ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$ , члены которого являются значениями некоторой функции  $f(x)$ , \_\_\_\_\_ на \_\_\_\_\_. Тогда, если \_\_\_\_\_ сходится (расходится), то сходится (расходится) и \_\_\_\_\_.

I.  $\int_1^{+\infty} f(x) dx$

II.  $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$

III.  $[1; +\infty)$

IV. положительной, непрерывной и не возрастающей

7. Область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n \cdot n!}{5n-2}$

1)  $[0; \infty)$

2)  $(-\infty; 0]$

3)  $(-\infty; \infty)$

4)  $\{0\}$

8. Если радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n (x+1)^n$  равен 3, то интервал сходимости...

- 1) (-3;3)                                      2) (-2;4)                                      3) (-4;2)                                      4) (-4;4)

9. Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $(1+x)^m$	а) $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$
2) $\sin x$	б) $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$
3) $\cos x$	в) $1 + x + x^2 + x^3 + \dots,$
4) $\frac{1}{1-x}$	г) $1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!} x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!} x^3 + \dots,$
	д) $1 - x + x^2 - x^3 + \dots$

10. Запишите верную последовательность действий при нахождении области

сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 \cdot 4^n}$ . (Например, I, III, IV, II).

- I. Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости  
 II. Записать интервал сходимости ряда  
 III. Найти радиус сходимости ряда  
 IV. Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

*Вариант 2 (Т 5)*

1. Сумма ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1} + 3^n}{2^{2n}}$  равна...

2. Сумма ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{n^2 + 9n + 20}$  равна...

3. Расходящимися среди рядов:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 1}}{2n - 1}$

2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n^4}$

3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n + 3}{n^3 + n - 1}$

4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}}{4^n}$

являются ...

4. Для рядов  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}$  и  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{n^2 - 2}$  верным является утверждение

- 1) оба сходятся абсолютно                                      2) оба сходятся условно  
 3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно  
 4) первый сходится абсолютно, а второй расходится

5. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{5n-1}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^5+1}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+1}{(n-1)!}$	в) радикальный признак Коши
4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$	г) признак Даламбера
	д) теорема Лейбница

6. Ниже сформулированы утверждения о сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждения оказались верными (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  \_\_\_\_\_, то \_\_\_\_\_. Если \_\_\_\_\_, то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  \_\_\_\_\_.

I. расходится

II. сходится

III.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

IV.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$

7. Область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n \cdot n!}{4^n}$

1)  $[-1; \infty)$

2)  $(-\infty; \infty)$

3)  $\{-1\}$

4)  $\{0\}$

8. Если радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n (x-1)^n$  равен 4, то интервал сходимости...

1)  $(-3; 5)$

2)  $(-4; 4)$

3)  $(-3; 3)$

4)  $(-5; 3)$

9. Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой

1) $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots$	а) $e^x$
2) $x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{x^7}{7} + \dots$	б) $\frac{1}{1+x}$
3) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n} + \dots$	в) $\operatorname{arctg} x$
	г) $\arcsin x$

4) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$	д) $\ln(1+x)$
--	---------------

10. Ниже сформулирована теорема Абеля. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II).

Если степенной ряд  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  сходится при  $x = x_0$ , то он \_\_\_\_\_ для всех  $x$ , удовлетворяющих условию \_\_\_\_\_. Если степенной ряд  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  расходится при  $x = x_0$ , то он \_\_\_\_\_ для всех  $x$ , удовлетворяющих условию \_\_\_\_\_.

I.  $|x| < |x_0|$

II.  $|x| > |x_0|$

III. сходится

IV. расходится

*Раздел (тема) 6 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»*

*Вариант 1 (Т 6)*

1. Линии уровня функции  $z = 4 - x^2 - y^2$  имеют вид

- а) окружностей      б) эллипсов      в) прямых      г) гипербол      д) парабол

2. Частная производная  $\frac{\partial z}{\partial y}$  от функции  $z = x - \frac{x}{y} + 1$  равна

- 1)  $1 - \frac{x}{y^2}$       2)  $x - \frac{1}{y^2} + 1$       3)  $\frac{x}{y^2}$       4)  $1 - \frac{1}{y}$       5)  $-\frac{x}{y^2}$

3. Вычислите значения частных производных функции  $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$  в точке  $M_0(1; -1)$  и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	а) -3
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) 8
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) 2
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) 6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) 9
	е) 1



4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$	1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$ 2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$ 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$ 4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$ 5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$ 6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$	

5. Найти полный дифференциал первого порядка функции  $z = \arcsin x^2 \cdot \cos 4y$ .

6. Разложить функцию  $f(x, y) = x^4 - 3xy + y^3 + 5$  по формуле Тейлора в окрестности точки (1; 2), найдя члены до второго порядка включительно.

7. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности  $z = x^2 - y^2 + 5$  в точке M(1; 1).

8. Найдите сумму  $a + b + c$ , где  $(a; b; c)$  – это координаты вектора градиента функции  $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$  в точке M(0; -2; 3).

9. Исследуйте на экстремум функцию  $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$ . В ответе запишите значение  $z_0$ , если исследование дало результат  $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$ .

10. Производится два вида товаров в количестве  $x$  и  $y$ . Пусть цены на эти товары, соответственно,  $P_1 = 45$  и  $P_2 = 27$  тыс. руб. а функция издержек имеет вид  $C = 6x^2 + 3xy + 3y^2$ . Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

### Вариант 2 (Т 6)

1. Линии уровня функции  $z = \arctg \frac{y}{x}$  имеют вид

а) окружностей      б) эллипсов      в) прямых      г) гипербол      д) парабол

2. Частная производная  $\frac{\partial z}{\partial x}$  от функции  $z = x - \frac{x}{y} + 1$  равна

1)  $1 - \frac{x}{y^2}$       2)  $x - \frac{1}{y^2} + 1$       3)  $\frac{x}{y^2}$       4)  $1 - \frac{1}{y}$       5)  $-\frac{x}{y^2}$

3. Вычислите значения частных производных функции  $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$  в точке  $M_0(1; 2)$  и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	а) 30
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) -14
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) -12
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) -6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) -4
	е) 3

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум	1) вычисляем значения $A, B, C$ 2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$ 3) определяем стационарные точки 4) находим частные производные функции первого и второго порядков 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума 6) вычисляем значение $\Delta$ 7) определяем наличие точки экстремума	

5. Найти полный дифференциал первого порядка функции  $z = e^{-x} \cdot \sin 7y$ .

6. Разложить функцию  $f(x, y) = 5x^2 + 2y^3 - 4xy^2 - 4$  по формуле Тейлора по степеням  $(x-1)$ ,  $(y+1)$ , найдя члены до второго порядка включительно.

7. Найти уравнение нормали к поверхности  $z = 2x^2 + 3y^2 - 2$  в точке  $M(1; -1)$ .

8. Найдите сумму  $a + b + c$ , где  $(a; b; c)$  – это координаты вектора градиента функции  $u = 2x^2 - 3y^2 + 4z^2$  в точке  $M(1; -1; 2)$ .

9. Исследуйте на экстремум функцию  $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$ . В ответе запишите значение  $z_0$ , если исследование дало результат  $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$ .

10. Производится два вида товаров в количестве  $x$  и  $y$ . Пусть цены на эти товары, соответственно,  $P_1 = 32$  и  $P_2 = 24$  тыс. руб. а функция издержек имеет вид  $C = 1,5x^2 + 2xy + y^2$ . Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

Раздел (тема) 7 «Интегральное исчисление функций нескольких переменных»

Вариант 1 (Т 7)

1. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (3x - 2y) dx dy$ , где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми  $x=2$ ,  $y=5$ .

2. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл

$$\iint_D \left(1 - \frac{y^2}{x^2}\right) dx dy, \text{ где область D – круг } x^2 + y^2 \leq \pi^2.$$

3. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле  $\iint_D f(x, y) dx dy$ , область D – треугольник с вершинами в точках A(2;2), B(4;0), C(7;2). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

4. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , где область D ограничена линиями  $y = x^2$ ,  $y = -\sqrt{x}$ ,  $x = 1$ , имеет вид

\_\_\_\_\_.

1)  $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{-\sqrt{x}} f(x; y) dy$

2)  $\int_{-\sqrt{x}}^{x^2} dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x; y) dy$

3)  $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x; y) dy$

4)  $\int_{-1}^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x; y) dx$

5)  $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x; y) dy$

5. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле  $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x; y) dx$  и записать результат.

6. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями  $x + y = 1$ ,  $z = 1 - y^2$ ,  $x = 0$ ,  $z = 0$ ,  $y = 0$  ( $y \geq 0$ ).

7. Вычислить массу отрезка прямой, от точки A(3;0) до точки B(0;1), если плотность в каждой точке меняется по закону  $\rho(x, y) = x + 3y$ .

8. Установить соответствие при переходе от  $\iint_D f(x, y) dx dy$  к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями:

а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$	1) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x, y) dy$
------------------------------	---

б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$	2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy$
в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$	3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x, y) dy$
г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0)	4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x, y) dy$
д) $x^2 + y^2 = 4x$	5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x, y) dy$

9. Вычислить  $\iint_S \left( z + 2x + \frac{4}{3}y \right) dS$ , где S – часть плоскости  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ , лежащая в первом октанте.

10.

Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D \cos(x + y) dx dy$ , где область D ограничена линиями $x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$	1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} \cos(x + y) dy$	
	2) Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin 2x) dx = 0$	
	3) Построить область $D: x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$	
	4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}} \cos(x + y) dy = \cos x - \sin 2x$	

### Вариант 2 (Т 7)

1. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (2x - 3y) dx dy$ , где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми  $x=2, y=4$ .

2. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл

$\iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2 + 1}$ , где область D ограничена полуокружностью  $y = \sqrt{1-x^2}$  и осью Oх.

3. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле  $\iint_D f(x, y) dx dy$ , область D – треугольник с вершинами в точках A(2;-2), B(5;3), C (5;-3). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

4. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , где область D ограничена линиями  $y = x^2 - 1$ ,  $y = \sqrt{1 - x^2}$ , имеет вид

1)  $\int_{-1}^1 dy \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x; y) dx$

2)  $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1} f(x; y) dy$

3)  $\int_{-1}^1 dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x; y) dy$

4)  $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x; y) dy$

5)  $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x; y) dy$

5. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле  $\int_{-1}^0 dx \int_{x+1}^{1+x^2} f(x; y) dy$

и записать результат.

6. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями  $y = \frac{1}{4}x^2$ ,  $y + z = 1$ ,  $z = 0$ .

7. Вычислить массу дуги циклоиды  $x = t - \sin t$ ,  $y = 1 - \cos t$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ , если плотность в каждой точке меняется по закону  $\rho(t) = \sin \frac{t}{2}$ .

8. Установить соответствие при перемене порядка интегрирования в повторном интеграле:

a) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$	1) $\int_{-1}^2 dy \int_{y^2}^y f(x, y) dx$
б) $\int_2^4 dx \int_{\frac{4}{x}}^{\frac{6-x}{x}} f(x, y) dy$	2) $\int_{-2}^2 dy \int_{y^2}^4 f(x, y) dx$
в) $\int_{-2}^{-1} dx \int_{-\sqrt{x+2}}^{\sqrt{x+2}} f(x, y) dy + \int_{-1}^2 dx \int_x^{\sqrt{x+2}} f(x, y) dy$	3) $\int_1^2 dy \int_{\frac{4}{y}}^{6-2y} f(x, y) dx$

9. Вычислить  $\iint_S 6dS$ , где S – часть сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ , лежащая в первом октанте.

10.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
--	------------------	------------------

<p>Расположите последовательность действий при вычислении <math>\iint_D (x + 2y) dx dy</math>, где область <math>D</math> ограничена линиями <math>x = 2, y = x, x = 2y</math></p>	<p>1) Вычислить <math>\int_{\frac{x}{2}}^x (x + 2) dy = \frac{5}{4} \int_0^2 x^2 dx</math></p> <p>2) Перейти от двойного интеграла к повторному <math>\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^x (x + 2) dy</math></p> <p>3) Построить область <math>D: x = 2, x = 2y, y = x</math></p> <p>4) Вычислить <math>\frac{5}{4} \int_0^2 x^2 dx = \frac{10}{3}</math></p>	
--	---	--

Раздел (тема) 8 «Элементы теории функции комплексной переменной»

Вариант 1 (Т 8)

1. Установить соответствие действий с комплексными числами  $z_1 = 5 - 3i$  и  $z_2 = 2 + i$ .

<p>1) <math>z_1 \cdot z_2</math></p> <p>2) <math>\frac{z_1}{z_2}</math></p> <p>3) <math>\bar{z}_1^2</math></p> <p>4) <math>z_1 + z_2</math></p>	<p>а) <math>16 - 30i</math></p> <p>б) <math>7 - 2i</math></p> <p>в) <math>1,4 - 2,2i</math></p> <p>г) <math>13 - i</math></p> <p>д) <math>16 + 30i</math></p>
---	---

2. Сумма действительных решений уравнения  $(-2 + 5i)x + 2i = (1 - 2i)y + 3ix - 3$  равна

- 1) 9                      2) -4                      3) -9                      4) 4                      5) 5

3. Верно ли, что действительная часть  $(2 + 3i)(1 - i) - \frac{i^{15}}{1 + i}$  равна 5?

- 1) да, верно            2) нет, не верно

4. Найти мнимую часть решения уравнения  $(-1 - i)z = 3 + i$ .

5. Найти модуль комплексного числа  $z = 1 + i$ .

6. Найти аргумент комплексного числа  $z = 1 + i$ .

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую	1) подстановка $\rho$ и $\varphi$ в формулу 2) нахождения главного значения аргумента 3) вычисление модуля комплексного числа 4) вычисление $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$ 5) определение значений действительной и мнимой частей	

8. Тригонометрическая форма комплексного числа  $z = 6 - 6i$  имеет вид

- 1)  $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$       2)  $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$   
 3)  $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{3\pi}{4}\right)$       4)  $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{\pi}{4}\right)$   
 5)  $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} - i \cdot \sin\frac{3\pi}{4}\right)$

9. Вычислить  $z^{10}$ , если  $z = \sqrt{3} - i$ .

- 1)  $2^9(\sqrt{3} - i)$       2)  $2^9(\sqrt{3} + i)$       3)  $2^9(-\sqrt{3} - i)$       4)  $2^9(-\sqrt{3} + i)$

10. Вычислить  $\sqrt{-7 - 24i}$ 

- 1)  $\{-3 + 4i; 3 - 4i\}$       2)  $\{3 + 4i; 3 - 4i\}$       3)  $\{-3 + 4i; 3 + 4i\}$       4)  $\{3 + 4i; 3 + 4i\}$

## Вариант 2 (Т 8)

1. Установить соответствие действий с комплексными числами  $z_1 = 2 + 4i$  и  $z_2 = 1 - 3i$ .

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^2$ 4) $z_1 + z_2$	а) $3 + i$ б) $i - 1$ в) $-12 + 16i$ г) $-12 - 16i$ д) $14 - 2i$
--	--

2. Количество действительных корней многочлена  $P(x) = 3x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 2$  равно

- 1) 2      2) 3      3) 0      4) 4      5) 1

3. Верно ли, что мнимая часть  $(2 + 3i)(1 - i) - \frac{i^{15}}{1 + i}$  равна 2?

1) да, верно      2) нет, не верно

4. Найти мнимую часть решения уравнения  $(-1 + i)z = 2 - i$ .

5. Найти модуль комплексного числа  $z = -1 - i$ .

6. Найти аргумент комплексного числа  $z = -1 - i$ .

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при возведении комплексного числа в натуральную степень (без использования формул сокращённого умножения)	1) подстановка $\rho$ и $\varphi$ в формулу Муавра 2) нахождения главного значения аргумента 3) вычисление модуля комплексного числа 4) вычисление $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$ 5) определение значений действительной и мнимой частей	

8. Тригонометрическая форма комплексного числа  $z = 2 - 2i$  имеет вид

1)  $2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

2)  $2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

3)  $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{3\pi}{4}\right)$

4)  $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{\pi}{4}\right)$

5)  $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} - i \cdot \sin\frac{3\pi}{4}\right)$

9. Вычислить  $z^8$ , если  $z = \sqrt{3} - i$ .

1)  $2^7(1 - \sqrt{3}i)$

2)  $2^7(1 + \sqrt{3}i)$

3)  $2^7(-1 - \sqrt{3}i)$

4)  $2^7(-1 + \sqrt{3}i)$

10. Вычислить  $\sqrt{i}$

1)  $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i; -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$

2)  $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i; \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$

3)  $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i; \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$

4)  $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i; -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$

**Шкала оценивания:** 10-ти балльная для Т 1, Т 2, Т 3, Т 4 и 6-ти балльная для Т 5, Т 6, Т 7, Т 8.

**Критерии оценивания:**

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:





1.10 Производная функции  $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$  равна...

- 1)  $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$       2)  $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$       3)  $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$   
4)  $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$       5)  $5x - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

1.11 Производная функции  $y = x^2 \cdot \sin(2x)$  равна...

- 1)  $2x \cdot \cos(2x)$       2)  $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$       3)  $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$   
4)  $2x \cdot \sin(2x) - 2x^2 \cdot \cos(2x)$       5)  $4x \cdot \cos(2x)$

1.12 Укажите, как должен выглядеть график функции  $y(x)$  на отрезке  $[a; b]$ , если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия:  $y < 0$ ,  $y' < 0$ ,  $y'' > 0$ .

- 1) график лежит ниже оси ОХ;  $y(x)$  возрастает; выпуклость вниз  
2) график лежит ниже оси ОХ;  $y(x)$  убывает; выпуклость вверх  
3) график лежит ниже оси ОХ;  $y(x)$  возрастает; выпуклость вверх  
4) график лежит ниже оси ОХ;  $y(x)$  убывает; выпуклость вниз  
5) график лежит выше оси ОХ;  $y(x)$  убывает; выпуклость вверх

1.13 Найти точку разрыва функции  $y = \frac{3}{(x+1) \ln x}$

- 1)  $e$       2) 0      3) -1      4) 1

1.14 Одной из первообразных от функции  $y = 2x - 3$  является функция...

- 1)  $x^2 - 3 + C$       2) 2      3)  $2x^2 - 3 + C$   
4)  $x^2 - 3x + C$       5)  $2 - 3x$

1.15 Интеграл  $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$  равен...

- 1)  $\ln^3 x + C$       2)  $\frac{\ln^3 x}{3} + C$       3)  $\ln x + C$       4)  $2 \ln x + C$       5)  $-\frac{\ln^3 x}{3x} + C$

1.16 Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$  равен

- 1)  $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 4x + C$       2)  $\frac{1}{4} \operatorname{tg} 2x + C$       3)  $-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} x + C$       4)  $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 2x + C$

1.17 Неопределенный интеграл  $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^2 x}}{x} dx$  равен

- 1)  $\frac{3\sqrt[3]{\ln^5 x}}{5} + C$       2)  $-\sqrt[3]{\ln^5 x} + C$       3)  $2\sqrt[3]{\ln^2 x} + C$       4)  $3\sqrt[3]{\ln x} + C$

1.18 Указать интегралы, которые являются несобственными

- 1)  $\int_{-1}^1 \frac{x}{x+1} dx$       2)  $\int_{-1}^1 e^{\frac{x+1}{x}} dx$       3)  $\int_{-1}^1 \ln(x+5) dx$       4)  $\int_{-1}^1 (x-1)(x+1) dx$



## 2. Вопросы в открытой форме

2.1 Предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+3}{2x} \right)^x$  равен ...

2.2 Предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$  равен ...

2.3 Предел  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$  равен ...

2.4 Найти коэффициент  $k$  касательной  $y = kx + b$  к параболе  $y = 7x^2 - 14x + 5$  в точке  $x_0 = 2$ .

2.5 Найти точку минимума функции  $y = (2x + 1)^2 \cdot (x + 3) + 4$ .

2.6 Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{4\sqrt{x}-3}{x+1}$ .

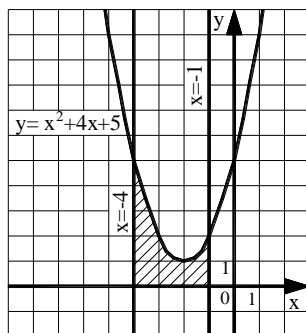
2.7 Найдите сумму  $a + b + c$ , где  $(a; b; c)$  – это координаты вектора градиента функции  $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$  в точке  $M(0; -2; 3)$ .

2.8 Исследуйте на экстремум функцию  $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$ . В ответе запишите значение  $z_0$ , если исследование дало результат  $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$ .

2.9 Исследуйте на экстремум функцию  $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$ . В ответе запишите значение  $z_0$ , если исследование дало результат  $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$ .

2.10 Вычислить определённый интеграл  $\int_1^9 \frac{1+2\sqrt{x}}{x^2} dx$ .

2.11 Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке. Ответ округлить до сотых.



2.12 Найти сумму ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 8^n}{24^n}$ .

2.13 Найти сумму ряда:  $\sum_{n=6}^{\infty} \frac{8}{n^2 - 8n + 15}$ .

2.14 Исследовать сходимость ряда, применяя радикальный признак Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(3n+2)}.$$

2.15 Исследовать сходимость ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left( \frac{n}{2n+2} \right)^n$ .

2.16 Радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n}}{6 \cdot 5^{n+2}}$  равен \_\_\_\_\_.

2.17 Найти область сходимости ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n+1}{8n-7}\right)^4 \cdot \left(\frac{x-1}{2}\right)^n$ .

2.18 Разложите функцию  $f(x) = \frac{1}{2x-7}$  в ряд Маклорена.

2.19 Вычислить с точностью до 0,001 значение функции  $\ln 1,5$ .

2.20 Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (2x-3y) dx dy$ , где область  $D$  – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми  $x=2$ ,  $y=4$ .

2.21 Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле  $\iint_D f(x,y) dx dy$ , область  $D$  – треугольник с вершинами в точках  $A(2;-2)$ ,  $B(5;3)$ ,  $C(5;-3)$ . Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

2.22 Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле  $\int_{-1}^0 dx \int_{x+1}^{1+x^2} f(x;y) dy$  и записать результат.

2.23 Действительная часть комплексного числа  $z = 5 - 6i$  равна...

2.24 Мнимая часть комплексного числа  $z = 5 - 6i$  равна...

2.25 Модуль комплексного числа  $z = -4 + 3i$  равен...

### 3. Вопросы на установление последовательности

3.1 Ниже дано определение предела  $A$  функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  (в случае  $A \in R$  и  $x_0 \in R$ ). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Число  $A$  называется пределом функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ , если \_\_\_\_\_ существует \_\_\_\_\_ такое, что для всех  $x_0 \in D(f)$ , удовлетворяющих условию \_\_\_\_\_, выполняется условие \_\_\_\_\_.

I.  $|f(x) - A| < \varepsilon$

II. для любого числа  $\varepsilon > 0$

III.  $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

IV.  $\delta(\varepsilon) > 0$

3.2 Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Числовая последовательность  $\{x_n\}$  называется бесконечно малой, если \_\_\_\_\_ существует \_\_\_\_\_ такой, что если \_\_\_\_\_, то выполняется условие \_\_\_\_\_.

I.  $|x_n| < \varepsilon$

II.  $n > N(\varepsilon)$

III. для любого числа  $\varepsilon > 0$

IV. номер  $N(\varepsilon) > 0$

3.3 Ниже дано определение функции  $f(x)$ , бесконечно большой в действительной точке  $x_0$ . Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция  $f(x)$  называется бесконечно большой в точке  $x_0$ , если \_\_\_\_\_ существует \_\_\_\_\_ такое, что для всех  $x_0 \in D(f)$ , удовлетворяющих условию \_\_\_\_\_, выполняется условие \_\_\_\_\_.

I.  $\delta(\varepsilon) > 0$

II.  $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

III.  $|f(x)| > \varepsilon$

IV. для любого числа  $\varepsilon > 0$

3.4 Ниже сформулировано следствие теоремы о промежуточных значениях функций (следствие теоремы Больцмана-Коши). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Пусть функция  $f(x)$  \_\_\_\_\_, на концах отрезка \_\_\_\_\_, тогда \_\_\_\_\_, где выполняется условие \_\_\_\_\_.

I. принимает значение разных знаков

II. существует точка  $c \in (a, b)$

III. непрерывна на отрезке  $[a, b]$

IV.  $f(c) = 0$

3.5 Ниже дано определение функции  $f(x)$ , бесконечно малой в действительной точке  $x_0$ . Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция  $f(x)$  называется бесконечно малой в точке  $x_0$ , если \_\_\_\_\_ существует \_\_\_\_\_ такое, что для всех  $x_0 \in D(f)$ , удовлетворяющих условию \_\_\_\_\_, выполняется условие \_\_\_\_\_.

I.  $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

II.  $|f(x)| < \varepsilon$

III. для любого числа  $\varepsilon > 0$

IV.  $\delta(\varepsilon) > 0$

3.6 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.

1) зафиксировать  $x$ , вычислить значение функции  $f(x)$

2) найти приращение функции  $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$

3) дать аргументу  $x$  приращение  $\Delta x$  и вычислить значение функции  $f(x + \Delta x)$

4) найти предел  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

5) определить отношение  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

3.7 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции  $y = (\sin x)^{\cos x}$ .

1) найти производные обеих частей равенства

- 2) прологарифмировать обе части равенства
- 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции
- 4) воспользоваться свойством  $\ln|a^b| = b \cdot \ln|a|$
- 5) заменить  $y$  исходной функцией

3.8 Расположите последовательность действий при нахождении частной производной  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  функции  $z = \ln(3xy - x^3)$ .

- 1)  $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$
- 2)  $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$
- 3)  $(\ln(3xy - x^3))'_x$
- 4)  $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$
- 5)  $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$
- 6)  $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$

3.9 Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

- 1) вычисляем значения  $A, B, C$
- 2) вычисляем  $z_0(x_0; y_0)$
- 3) определяем стационарные точки
- 4) находим частные производные функции первого и второго порядков
- 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума
- 6) вычисляем значение  $\Delta$
- 7) определяем наличие точки экстремума

3.10 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла  $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$ .

- 1) используем таблицу неопределённых интегралов
- 2) используем формулу квадрата разности
- 3) добавляем постоянную  $C$  в конце записи

4) используем свойство неопределённого интеграла

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

5) используем почленное деление

3.11 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла  $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$ .

1)  $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1} + C$

2)  $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + C$

3)  $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$

4)  $\int x^{-\frac{4}{3}} dx$

5)  $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}} + C$

6)  $\int \frac{dx}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}}$

3.12 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если функция  $F(x)$  – \_\_\_\_\_ функции  $f(x)$  на промежутке  $X$ , то множество функций  $F(x)+C$ , где  $C$  – произвольная постоянная, называется \_\_\_\_\_ от функции  $f(x)$  на этом промежутке и обозначается символом  $\int f(x) dx$ . При этом  $f(x)$  называется \_\_\_\_\_,  $f(x)dx$  называется \_\_\_\_\_.

I. подынтегральной функцией

II. первообразная

III. подынтегральным выражением

IV. неопределенным интегралом

3.13 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла  $\int (x+1) \cdot \sin x dx$ . (Например, I, III, IV, II.)

I. Вычислить  $du$  и  $v$

II. Установить, что нужно взять за  $u$ , а что за  $dv$

III. Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям

IV. Воспользоваться формулой  $\int u dv = uv - \int v du$ , подставив вместо  $u$ ,  $dv$ ,  $du$  и  $v$  их значения.

3.14 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка одного из свойств определенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).



Если  $m$  и  $M$  – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции  $f(x)$  на \_\_\_\_\_, то \_\_\_\_\_  $\leq$  \_\_\_\_\_  $\leq$  \_\_\_\_\_.

I.  $M(b-a)$

II.  $m(b-a)$

III.  $\int_a^b f(x)dx$

IV.  $[a, b]$

3.15 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла  $\int \frac{x^3 + 5x^2 - 4x - 6}{x(x+3)} dx$ . (Например, I, III, IV, II.)

I. Проинтегрировать  $Q(x)$  и полученные простейшие дроби и сложить результаты

II. Определить вид разложения  $\frac{R(x)}{x(x+3)}$  дроби на простейшие дроби

III. Выполнить деление многочлена в числителе подынтегральной функции на многочлен в знаменателе, то есть представить подынтегральную функцию в виде  $f(x) = Q(x) + \frac{R(x)}{x(x+3)}$

IV. Вычислить коэффициенты в разложении дроби  $\frac{R(x)}{x(x+3)}$  на простейшие дроби, воспользовавшись методом неопределенных коэффициентов

3.16 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями:  $y = x$ ,  $y = \frac{1}{x}$ ,  $x = 2$ .

I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти  $a$  и  $b$  – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций  $y = x$  или  $y = \frac{1}{x}$  лежит выше, воспользоваться формулой:  $S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$ .

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.17 Ниже сформулированы утверждения о сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждения оказались верными (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  \_\_\_\_\_, то \_\_\_\_\_. Если \_\_\_\_\_, то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  \_\_\_\_\_.

I. расходится

II. сходится

III.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

IV.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$

3.18 Ниже сформулирован интегральный признак сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II).

Пусть дан ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$ , члены которого являются значениями некоторой функции  $f$  (x), \_\_\_\_\_ на \_\_\_\_\_. Тогда, если \_\_\_\_\_ сходится (расходится), то сходится (расходится) и \_\_\_\_\_.

I.  $\int_1^{+\infty} f(x) dx$

II.  $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$

III.  $[1; +\infty)$

IV. положительной, непрерывной и не возрастающей

3.19 Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{n^2}$ .

Запишите верную последовательность действий, которая при этом должна быть осуществлена.

I. Применить теорему Лейбница

II. Сделать вывод, является ряд абсолютно сходящимся или нет

III. Выбрать признак сходимости ряда с положительными членами и воспользоваться им

IV. Составить ряд из модулей членов данного ряда

3.20 Запишите верную последовательность действий при нахождении области

сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 \cdot 4^n}$ . (Например, I, III, IV, II).

I. Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости

II. Записать интервал сходимости ряда

III. Найти радиус сходимости ряда

IV. Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

3.21 Ниже сформулирована теорема Абеля. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Если степенной ряд  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  сходится при  $x = x_0$ , то он \_\_\_\_\_ для всех  $x$ ,

удовлетворяющих условию \_\_\_\_\_. Если степенной ряд  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  расходится при

$x = x_0$ , то он \_\_\_\_\_ для всех  $x$ , удовлетворяющих условию \_\_\_\_\_.

I.  $|x| < |x_0|$

II.  $|x| > |x_0|$

III. сходится

IV. расходится

3.22 Расположите последовательность действий при вычислении

$\iint_D \cos(x + y) dx dy$ , где область D ограничена линиями  $x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$ .

1) Перейти к двукратному интегралу  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} \cos(x + y) dy$

2) Вычислить  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin 2x) dx = 0$

3) Построить область D:  $x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$

4) Вычислить  $\int_x^{\frac{\pi}{2}} \cos(x + y) dy = \cos x - \sin 2x$

3.23 Расположите последовательность действий при вычислении

$\iint_D (x + 2y) dx dy$ , где область D ограничена линиями  $x = 2, y = x, x = 2y$ .

1) Вычислить  $\int_{\frac{x}{2}}^x (x + 2) dy = \frac{5}{4} \int_0^2 x^2 dx$

2) Перейти от двойного интеграла к повторному  $\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^x (x + 2) dy$

3) Построить область D:  $x = 2, x = 2y, y = x$

4) Вычислить  $\frac{5}{4} \int_0^2 x^2 dx = \frac{10}{3}$

3.24 Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую.

1) подстановка  $\rho$  и  $\varphi$  в формулу

2) нахождения главного значения аргумента

3) вычисление модуля комплексного числа

4) вычисление  $\sin \varphi$  и  $\cos \varphi$

5) определение значений действительной и мнимой частей

3.25 Укажите последовательность действий при возведении комплексного числа в натуральную степень (без использования формул сокращённого умножения).

- 1) подстановка  $\rho$  и  $\varphi$  в формулу Муавра
- 2) нахождения главного значения аргумента
- 3) вычисление модуля комплексного числа
- 4) вычисление  $\sin \varphi$  и  $\cos \varphi$
- 5) определение значений действительной и мнимой частей

#### 4. Вопросы на установление соответствия

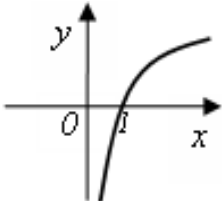
4.1 Даны числовые промежутки  $A = [3; 5)$  и  $B = [0; 3]$ . Выполнить операции над множествами и установить соответствие.

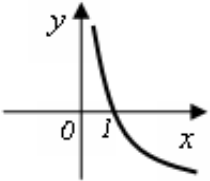

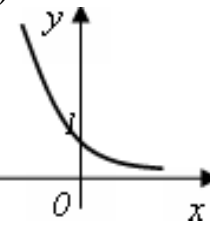
1) $A \cap B$	а) $[0; 5)$
2) $A \cup B$	б) $\emptyset$
3) $A \setminus B$	в) $(3; 5)$
4) $B \setminus A$	г) $[3; 5)$
	д) $\{3\}$

4.2 Установить соответствие между пределами и неопределённостями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{\pi x}{2} \right)$	а) неопределённость $\left( \frac{0}{0} \right)$
2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	б) неопределённость $\left( \frac{\infty}{\infty} \right)$
3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$	в) неопределённость $(1^\infty)$
4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0 \cdot \infty)$
	д) неопределённость $(\infty + \infty)$

4.3 Установить соответствие между графическим и аналитическим заданиями функций.

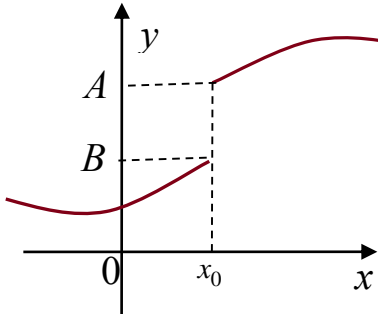
1) 	а) $y = 2^x$
	б) $y = (0,5)^x$

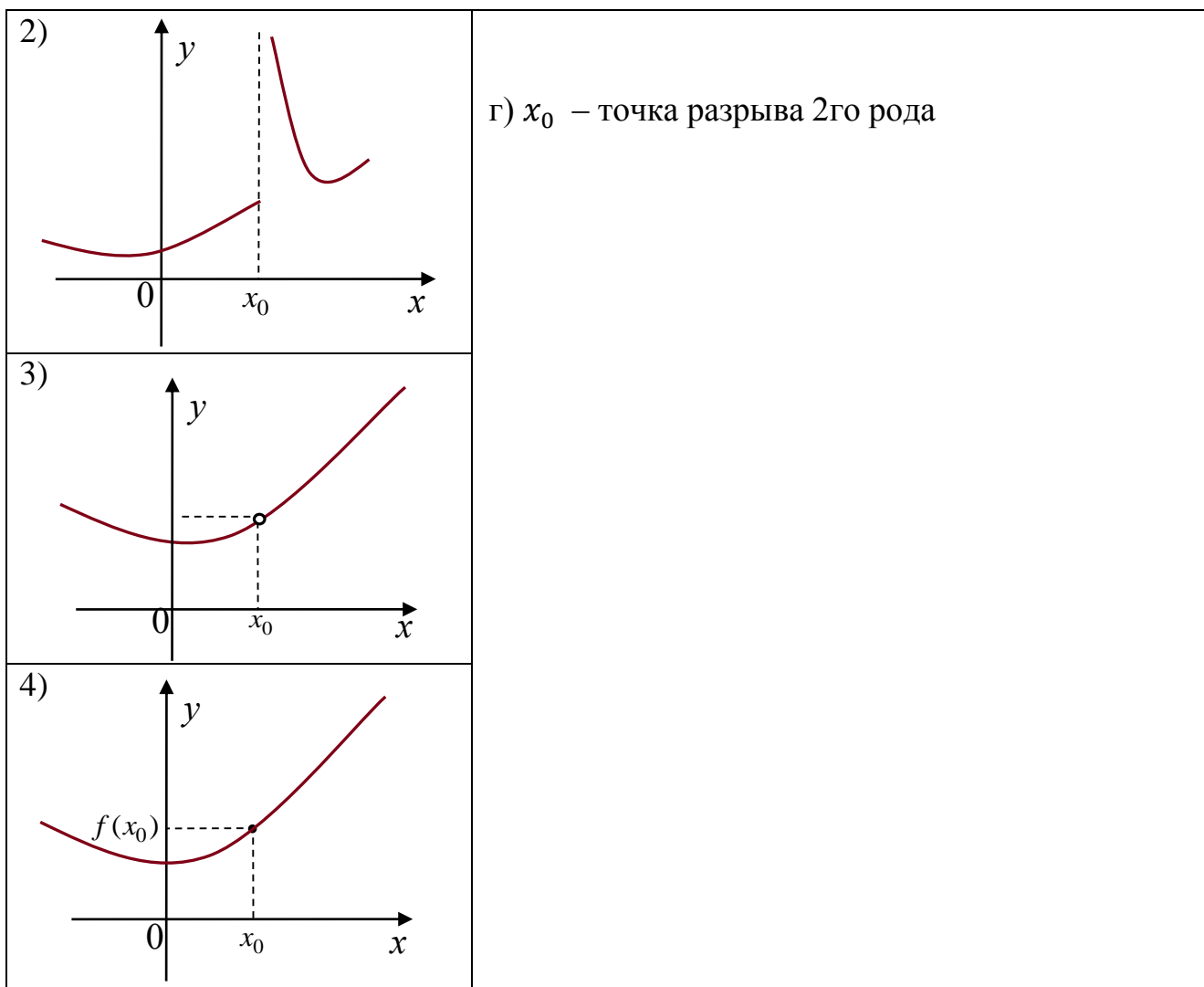
<p>2)</p> 	<p>в) <math>y = \log_2 x</math></p>
<p>3)</p> 	<p>г) <math>y = \log_{0,5} x</math></p>
<p>4)</p> 	<p>д) <math>y = x^{\frac{1}{2}}</math></p>

4.4 Исследуйте данные ниже функции на ограниченность и установите соответствие.

<p>1) <math>y = 3^x</math></p> <p>2) <math>y = -x^2 + 3x</math></p> <p>3) <math>y = \operatorname{tg} x</math></p> <p>4) <math>y = \sin x</math></p>	<p>а) ограничена сверху, не ограничена снизу</p> <p>б) ограничена снизу, не ограничена сверху,</p> <p>в) ограничена и сверху, и снизу</p> <p>г) не ограничена ни сверху, ни снизу</p>
--	---

4.5 Пользуясь графиками функций, исследуйте вопрос о непрерывности функции в точке  $x_0$  и поставьте в соответствие каждой указанной точке  $x_0$  ее характеристику.

<p>1)</p> 	<p>а) <math>x_0</math> – точка непрерывности функции</p> <p>б) <math>x_0</math> – точка устранимого разрыва 1го рода</p> <p>в) <math>x_0</math> – точка неустраняемого разрыва 1го рода</p>
---	---



4.6 Установить соответствие между функцией  $y = f(x)$  и способом нахождения ее первой производной  $y'$ .

<p>1) <math>y = \sin(\ln x)</math>          2) <math>y = x \cdot \operatorname{tg} x</math>          3) <math>y = (\log_2 x)^{\cos x}</math>          4) <math>y = 5^x</math></p>	<p>1) логарифмическое дифференцирование          2) табличная производная          3) производная неявно заданной функции          4) производная произведения          5) производная сложной функции</p>
---	--

4.7 Установить соответствие между функцией  $y = f(x)$  и способом нахождения ее первой производной  $y'$ .

<p>1) <math>y = \sqrt[3]{x}</math>          2) <math>y = (\lg x)^x</math>          3) <math>y = (5x + 2) \cdot \cos x</math>          4) <math>y = e^{6x}</math></p>	<p>1) логарифмическое дифференцирование          2) табличная производная          3) производная неявно заданной функции          4) производная произведения          5) производная сложной функции</p>
--	--

4.8 Вычислите значения частных производных функции  $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$  в точке  $M_0(1; -1)$  и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	а) -3
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) 8
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) 2
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) 6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) 9
	е) 1

4.9 Вычислите значения частных производных функции  $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$  в точке  $M_0(1; 2)$  и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	а) 30
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) -14
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) -12
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) -6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) -4
	е) 3

4.10 Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке и их первообразными в правой колонке

1) $\frac{1}{x^2}$	а) $\frac{x^2}{4}$
2) $\frac{x}{2}$	б) $\ln x  + x^2$
3) $3x^2$	в) $\frac{1}{x^2} + 2$
4) $\frac{1}{x} + 2x$	г) $-\frac{1}{x}$
	д) $x^3$

4.11 Установите соответствие между интегралами и их значениями

1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$	а) $\frac{1}{2a} \ln \left  \frac{a+x}{a-x} \right  + c$
2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$	б) $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$
3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	в) $\arcsin \frac{x}{a} + c$
4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	г) $\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$

	д) $\ln x + \sqrt{x^2 \pm a^2}  + c$
--	--------------------------------------

4.12 Установите соответствие между неопределенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int Af(x)dx$	а) $\int f dx \pm \int g dx$
2) $\int (f \pm g)dx$	б) $f(x)$
3) $\left(\int f(x)dx\right)'$	в) $A\int f(x)dx$
4) $\int dF(x)$	г) $F(x) + C$
	д) $f(x)dx$

4.13 Установите соответствие между неопределенными интегралами и заменами, которые целесообразно применить для вычисления интегралов

1) $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$	а) $t = tg x$
2) $\int \frac{\sqrt{tgx}}{\cos^2 x} dx$	б) $t = ctg x$
3) $\int \sin^4 x \cdot \cos x dx$	в) $t = \sin x$
4) $\int \frac{ctgx}{\sin^2 x} dx$	г) $t = \cos x$
	д) $t = \cos^2 x$

4.14 Установите соответствие между интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$	а) использование почленного деления
2) $\int (x + 1) \sin x dx$	б) подведение под знак дифференциала
3) $\int 5^x dx$	в) использование формулы
4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	$\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k} \int f(t)dt$
	г) непосредственное интегрирование
	д) метод интегрирования по частям

4.15 Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке



1) $\int_b^a f(x)dx$	а) 0
2) $\int_a^a f(x)dx$	б) $-\int_a^b f(x)dx$
3) $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$	в) $\int_a^b f(x)dx$
4) $\int_a^b (f(x) + g(x))dx$	г) $\int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$
	д) $\int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

4.16 Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{5n-1}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^5+1}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+1}{(n-1)!}$	в) радикальный признак Коши
4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$	г) признак Даламбера
	д) теорема Лейбница

4.17 Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{5n}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^5+1}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-3}{(n+2)!}$	в) радикальный признак Коши
	г) признак Даламбера

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{n^2}$	д) теорема Лейбница
---	---------------------

4.18 Установить соответствие между степенными рядами и областями их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \cdot n!$	а) $(-\infty; \infty)$
2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$	б) $\{0\}$
3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$	в) $[-1; 1]$
4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$	г) $(-1; 1)$
	д) $[-1; 1)$

4.19 Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $\ln(1+x)$	а) $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots$
2) $\frac{1}{1-x}$	б) $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$
3) $e^x$	в) $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$
4) $\arctg x$	г) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n} + \dots$
	д) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$

4.20 Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $(1+x)^m$	а) $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$
2) $\sin x$	б) $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$
3) $\cos x$	в) $1 + x + x^2 + x^3 + \dots,$

$\frac{1}{4) 1-x}$	г) $1+mx+\frac{m(m-1)}{2!}x^2+\frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3+\dots,$ д) $1-x+x^2-x^3+\dots$
--------------------	---

4.21 Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой

1) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\dots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+\dots$ 2) $x+\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\frac{x^5}{5}+\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\frac{x^7}{7}+\dots$ 3) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\dots+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+\dots$ 4) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\dots+\frac{x^n}{n!}+\dots$	а) $e^x$ б) $\frac{1}{1+x}$ в) $\arctg x =$ г) $\arcsin x =$ д) $\ln(1+x)$
---	--

4.22 Известно, что функцию, заданную на отрезке  $[-\pi; \pi]$  можно разложить в ряд Фурье, то есть представить в виде  $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cdot \cos nx + b_n \cdot \sin nx)$ . Установить соответствие между коэффициентами Фурье и формулами, по которым они вычисляются.

1) $a_0$	а) $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$
2) $a_n$	б) $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \cos nx dx$
3) $b_n$	в) $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \sin nx dx$
	г) $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos nx dx$
	д) $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin nx dx$

4.23 Установить соответствие при переходе от  $\iint_D f(x,y) dx dy$  к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями

а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$	1) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y) dy$
б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$	2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y) dy$
в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$	

г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) д) $x^2 + y^2 = 4x$	3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}} f(x,y)dy$
--	--

4.24 Установить соответствие действий с комплексными числами  $z_1 = 5 - 3i$  и  $z_2 = 2 + i$ .

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^2$ 4) $z_1 + z_2$	а) $16 - 30i$ б) $7 - 2i$ в) $1,4 - 2,2i$ г) $13 - i$ д) $16 + 30i$
--	---

4.25 Установить соответствие действий с комплексными числами  $z_1 = 2 + 4i$  и  $z_2 = 1 - 3i$ .

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^2$ 4) $z_1 + z_2$	а) $3+i$ б) $i - 1$ в) $-12 + 16i$ г) $-12 - 16i$ д) $14 - 2i$
--	--

**Шкала оценивания результатов тестирования:** в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

### Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

<i>Сумма баллов по 100-балльной шкале</i>	<i>Оценка по 5-балльной шкале</i>
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

#### ***Критерии оценивания результатов тестирования:***

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – **2 балла**, не выполнено – **0 баллов**.

## ***2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ***

### *Компетентностно-ориентированная задача №1*

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

### *Компетентностно-ориентированная задача №2*

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями  $D = 12 - 2Q$  и  $S = Q + 3$ .

- Найти точку рыночного равновесия.
- Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

### *Компетентностно-ориентированная задача №3*

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями  $D = 12 - 2Q$  и  $S = Q + 3$ .

- Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?
- Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

### *Компетентностно-ориентированная задача №4*

В прошлом году средняя цена данного товара была 15 денежных единиц, а в настоящем году – 18 денежных единиц. Найти зависимость  $P = f(n)$  цены товара  $P$  от номера года  $n$  при условии, что тенденция роста сохранится, то есть цена будет увеличиваться на одно и то же число. Составить прогноз средней цены на три года вперед.

### *Компетентностно-ориентированная задача №5*

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере  $\frac{x-4000}{50}$  рублей, где  $x$  – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде:  $R(x_0) = R_0$ .

#### *Компенентностно-ориентированная задача №6*

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется так:

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере  $\frac{x-3000}{100}$  рублей, где  $x$  – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде:  $R(x_0) = R_0$ .

#### *Компенентностно-ориентированная задача №7*

Зависимость количества  $Q$  (в шт.,  $0 \leq Q \leq 30\,000$ ) купленного у фирмы товара от цены  $P$  (в руб. за шт.) выражается формулой  $Q = 30\,000 - P$ . Затраты на производство  $Q$  единиц товара составляют  $5\,000Q + 3\,000\,000$  руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог  $t$  руб. ( $0 < t < 15\,000$ ) с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет  $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$  руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна  $tQ$  руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении  $t$  (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

#### *Компенентностно-ориентированная задача №8*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме  $Q$  ед. Известны функция затрат  $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$  и функция цены продукции  $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$ . Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

#### *Компенентностно-ориентированная задача №9*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме  $Q$  ед. Известны функция затрат  $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$  и функция цены

продукции  $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$ . Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

*Компенентностно-ориентированная задача №10*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме  $Q$  ед. Известны функция затрат  $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$  и функция цены продукции  $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$ . Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

*Компенентностно-ориентированная задача №11*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме  $Q$  ед. Известны функция затрат  $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$  и функция цены продукции  $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$ . Требуется определить участки роста и убывания прибыли при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

*Компенентностно-ориентированная задача №12*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме  $Q$  ед. Известны функция затрат  $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$  и функция цены продукции  $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$ . Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

*Компенентностно-ориентированная задача №13*

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение  $x$  единиц первого товара и  $y$  единиц второго товара. Заданы функция полезности  $u(x, y) = 0,5 \cdot \ln(x - 2) + 2 \ln(y - 1)$  и цены  $P_1 = 0,2$  и  $P_2 = 4$  за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

*Компенентностно-ориентированная задача №14*

Вычислить на сколько процентов приближённо изменится спрос, описываемый функцией  $D = e^{-\sqrt{n+P^2}}$ , где  $n$  – число производителей товара,  $P$  – цена товара, если число производителей товара уменьшится на 1%, а цена возрастёт на 1%. На рынке имеется 7 производителей, цена товара составляет 3 ед.

*Компенентностно-ориентированная задача №15*

Данные о росте индекса Доу-Джонса и росте цены акций (усл. ед.) приведены в таблице:

x	2,0	2,5	3,0	3,1	3,5	3,7	4,3
y (усл. ед.)	4,3	4,6	4,7	4,7	4,9	5,1	4,6

Методом наименьших квадратов найти зависимость вида  $y = ax + b$  между ростом цены акций  $y$  и ростом индекса  $x$ . Вычислить рост цены акции при росте индекса, равном 2,6.

*Компетентностно-ориентированная задача №16*

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением  $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$ , где  $x$  – доля населения,  $y$  – доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

*Компенентностно-ориентированная задача №17*

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно  $k_1$  и  $k_2$ . Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

*Компенентностно-ориентированная задача №18*

Найти выражение объёма реализованной продукции  $Q = Q(t)$  и его значение при  $t = 2$ , если известно, что продукция продаётся на конкурентном рынке по цене  $P(Q) = 3 - 2Q$ , норма акселерации  $\frac{1}{l} = 1,5$ , норма инвестиций  $m = 0,6$ ,  $P(0) = 1$ .

Пояснение: полученный на момент времени  $t$  доход составит  $R(Q) = Q \cdot P(Q)$ , часть которого, равная  $I(t) = m \cdot P(Q) \cdot Q$ , инвестируется в производство при норме инвестиции  $m$ . В результате расширения производства (предполагается полная реализация производимой продукции) будет получен прирост дохода, часть которого опять инвестируется для расширения выпуска продукции. Это приведет к росту скорости выпуска (акселерации), причём скорость выпуска пропорциональна увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности  $l$ , т.е.  $Q'(t) = l \cdot I(t)$ , где  $l^{-1}$  – норма акселерации.

*Компенентностно-ориентированная задача №19*

Известно, что начальный размер вклада под 10% годовых в банке составил 1 млн. рублей. Найти размер вклада через 5 лет: а) без капитализации процентов, б) с ежегодной капитализацией, в) с ежеквартальной капитализацией, г) с ежемесячной капитализацией, д) с ежедневной капитализацией, е) с непрерывной капитализацией.

*Компенентностно-ориентированная задача №20*

Кооператив открывает линию по производству жестяных консервных банок объемом 0,25 литра для последующей расфасовки в них консервированного горошка. В качестве инженера-экономиста рассчитайте такие радиус основания  $x$  и высоту  $y$  консервной банки, чтобы на ее изготовление потребовалось минимум материала. Напомним, что  $1 \text{ л} = 1000 \text{ см}^3$ .

*Компенентностно-ориентированная задача №21*

Обувная фабрика продаёт туфли по цене 35 руб. за пару. Издержки составляют 63 тыс. руб. за 100 пар туфель и 60,75 тыс. руб. за 85 пар.

а) Найти точку безубыточности.

б) Сколько пар туфель фабрика должна произвести и продать, чтобы получить 10% дохода на деньги, вложенные в фиксированные затраты?



*Компенентностно-ориентированная задача №22*

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

*Компенентностно-ориентированная задача №23*

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями  $D = 12 - 2Q$  и  $S = Q + 3$ .

а) Найти точку рыночного равновесия.

б) Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

*Компенентностно-ориентированная задача №24*

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями  $D = 12 - 2Q$  и  $S = Q + 3$ .

а) Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?

б) Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

*Компенентностно-ориентированная задача №25*

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере  $\frac{x-4000}{50}$  рублей, где  $x$  – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде:  $R(x_0) = R_0$ .

*Компенентностно-ориентированная задача №26*

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере  $\frac{x-3000}{100}$  рублей, где  $x$  – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде:  $R(x_0) = R_0$ .

*Компетентностно-ориентированная задача №27*

Зависимость количества  $Q$  (в шт.,  $0 \leq Q \leq 30\,000$ ) купленного у фирмы товара от цены  $P$  (в руб. за шт.) выражается формулой  $Q = 30\,000 - P$ . Затраты на производство  $Q$  единиц товара составляют  $5\,000Q + 3\,000\,000$  руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог  $t$  руб. ( $0 < t < 15\,000$ ) с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет  $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$  руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна  $tQ$  руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении  $t$  (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

*Компетентностно-ориентированная задача №28*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме  $Q$  ед. Известны функция затрат  $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$  и функция цены продукции  $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$ . Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

*Компетентностно-ориентированная задача №29*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме  $Q$  ед. Известны функция затрат  $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$  и функция цены продукции  $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$ . Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

*Компетентностно-ориентированная задача №30*

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме  $Q$  ед. Известны функция затрат  $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$  и функция цены продукции  $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$ . Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

**Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:** в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной

аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

<i>Сумма баллов по 100-балльной шкале</i>	<i>Оценка по 5-балльной шкале</i>
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

**Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:**

**6-5 баллов** выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

**4-3 балла** выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

**2-1 балла** выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

**0 баллов** выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.