

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 02.05.2024 10:28:10

Уникальный программный ключ: 0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c1eabb738947df4a4851fda560089

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное

Образовательное учреждение высшего образования

«Юго-Западный Государственный университет»

(ЮЗГУ)

Кафедра вычислительной техники

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

« 12 » 08

О.Г.Локтионова

2020 г.



## РАСЧЕТ ВИБРАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕЧАТНОЙ ПЛАТЫ

Методические указания по выполнению лабораторной работы  
для студентов направления подготовки 09.03.01  
Информатика и вычислительная техника

Курск 2020

УДК 658.512.621:681.3

Составители: Д.В. Титов, Т.А. Ширабакина

Рецензент  
Доктор технических наук, профессор И.Е. Чернецкая

**Расчет вибрационных характеристик печатной платы:**  
методические указания по выполнению лабораторной работы /Юго-Зап. гос.  
ун-т; сост.: Д.В.Титов, Т.А.Ширабакина.- Курск, 2020.- 10 с.: ил.2, табл.4.-  
Библиогр.: с.10.

Рассматриваются характеристики вибрационных воздействий на ЭВС  
и методы расчета собственных колебаний. Указывается порядок выполнения  
лабораторной работы. Приводятся контрольные вопросы.

Методические указания соответствуют требованиям рабочей  
программы по дисциплине «Конструкторско-технологическое обеспечение  
производства ЭВМ» направления подготовки 09.03.01 Информатика и  
вычислительная техника.

Предназначены для студентов направления подготовки 09.03.01 очной  
и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 12.08.20. Формат  
Усл. печ. л. 0,5 Уч.-изд. л. 0,4 Тираж 100 экз. Заказ. № 1  
Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.  
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## **1 Характеристики вибрационных воздействий**

В процессе эксплуатации ЭВС подвергаются механическим воздействиям: линейные ускорения, вибрации, удары.

Под *вибрацией* понимают механические колебания конструкции в целом или ее элементов. Вибрацию описывают с помощью виброперемещения, виброскорости и виброускорения. Вибрация может быть периодической или случайной. Периодическая вибрация подразделяется на гармоническую и полигармоническую, а случайная – на стационарную, нестационарную, узкополосную и широкополосную. Гармоническая вибрация в реальных условиях встречается редко (обычно в лабораторных испытаниях конструкций), но широко применяется при теоретическом анализе вибраций.

Виброперемещение при гармонической вибрации определяется как

$$Z(t) = Z_0 \sin \omega t, \quad (1)$$

где  $Z_0$  – амплитуда виброперемещения;  $\omega$  – частота вибраций.

Выражения для виброскорости и виброускорения находят путем дифференцирования выражения (1):

$$v(t) = dz / dt = \omega Z_0 \cos \omega t; \quad (2)$$

$$a(t) = d^2z / dt^2 = -\omega^2 Z_0 \sin \omega t. \quad (3)$$

Для случайной вибрации ее параметры (амплитуда виброперемещения, частота и др.) изменяются во времени случайно.

В результате механических воздействий в элементах конструкции ЭВС могут происходить обратимые и необратимые изменения. В зависимости от физики протекающих в конструкции процессов факторы, вызывающие обратимые изменения, можно классифицировать следующим образом:

- деформации в активных и пассивных элементах, приводящие к изменению их параметров (конденсаторы, катушки индуктивности, пьезоэлектрические кварцевые резонаторы, электровакуумные приборы и др.);
- нарушения электрических контактов в разъемах и неразъемных соединениях, вызывающие изменение омического сопротивления контактов;
- изменение параметров электрических, магнитных и электромагнитных полей, которое может привести к нарушению условий электромагнитной совместимости в конструкции.

Необратимые изменения свойственны конструктивным элементам ЭВС, связанны с нарушением условий прочности и проявляются в механических разрушениях элементов.

Конструкции ЭВС, работающие в условиях механических воздействий, должны отвечать требованиям прочности и устойчивости. Под *вибропрочностью* к воздействию механических факторов подразумевается способность конструкций выполнять функции и сохранять значения параметров в пределах норм, установленных стандартами, после воздействия

механических факторов. Под *виброустойчивостью* к воздействиям механических факторов понимают способность конструкции выполнять заданные функции и сохранять свои параметры в пределах норм, установленных стандартами, во время воздействия механических факторов.

Конструкция ЭВС представляет собой сложную механическую систему, в которой могут возникать резонансные колебания, усиливающие механические нагрузки в десятки раз.

Наиболее эффективным способом борьбы с резонансными колебаниями является частотная отстройка. На практике чаще всего используют условие:  $\omega_0 > 2\omega$ , где  $\omega_0$  – резонансная частота механической системы;  $\omega$  – частота внешних механических воздействий. Влиять на спектр собственных частот колебаний можно изменением геометрических размеров плат, способов их крепления, материала, конфигурации и массы конструкции.

## **2 Модель печатной платы**

Так как конструкция печатной платы представляет собой сложную механическую систему, состоящую из бесконечно большого числа материальных точек, то переходят к упрощенным абстрактным моделям на основе прямоугольной пластины, с определенным закреплением сторон.

Расчет частоты свободных колебаний прямоугольных пластин производится на основе следующих допущений:

- изгибные деформации пластин при вибрации, по сравнению с ее толщиной, малы, упругие деформации подчиняются закону Гука;
- пластина имеет постоянную толщину;
- в пластине имеется нейтральный слой, который при изгибных колебаниях пластины не подвержен деформациям растяжения-сжатия;
- материал пластины идеально упругий, однородный и изотропный;
- все прямые, нормальные к поверхности нейтрального слоя до деформации, остаются прямыми и нормальными к ней после деформации.

Дифференциальное уравнение свободных незатухающих колебаний пластины имеет следующий вид:

$$m \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + D \left( \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} \right) = 0, \quad (4)$$

где  $z = z(x, y, t)$  – виброперемещение пластины, определяемое в точке с координатами  $x, y$ ;  $m$  – масса пластины;  $D = Eh^3 / 12(1 - \nu^2)$  – жесткость пластины на изгиб (цилиндрическая жесткость);  $E, \nu$  – соответственно модуль упругости и коэффициент Пуассона материала;  $h$  – толщина пластины.

Уравнение (4) имеет точное решение для свободных колебаний прямоугольных пластин, две противоположные стороны которых свободно опираются, при любом закреплении двух других сторон. Решение уравнения собственных колебаний имеет вид

$$z(x, y, t) = K_\phi(x, y) \exp(j\omega_0 t). \quad (5)$$

Амплитудная функция  $K_\phi(x, y)$ , называемая собственной формой колебаний пластины, определяется выражением

$$K_\phi(x, y) = A_{k,n} \sin\left(\frac{k\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right), \quad (6)$$

где  $a, b$  – размеры сторон пластины;  $k, n$  – число полуволн синусоиды в направлении осей  $x$  и  $y$  соответственно.

В случае свободного опирания всех сторон частота свободных колебаний пластины может быть найдена по формуле

$$\omega_0 = \pi^2 \left[ \left( \frac{k}{a} \right)^2 + \left( \frac{n}{b} \right)^2 \right] \sqrt{\frac{D}{\rho h}}, \quad (7)$$

где  $k, n = 1, 2, 3, \dots$  – число полуволн синусоиды, укладывающихся вдоль сторон пластины;  $a, b$  – размеры сторон;  $\rho$  – плотность материала пластины. Низшая частота собственных колебаний пластины  $\omega_{01}$  соответствует  $k = n = 1$  и определяется следующим выражением:

$$\omega_{01} = \pi^2 \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1-\varepsilon^2)}}. \quad (8)$$

### **3 Приближенные методы расчета собственных колебаний пластин**

Реальные конструкции печатных плат не соответствуют требованиям однородной пластины, что приводит к многообразию краевых условий пластины. В таких случаях применяются приближенные решения уравнения (4) по методам Рэлея, Ритца и др.

*Метод Рэлея* позволяет учесть нагружение печатной платы функционального узла с установленными на ней элементами и получить выражение для расчета частоты свободных колебаний платы, справедливое при любых краевых условиях. Частота свободных колебаний основного тона печатной платы определяется по формуле

$$\omega_{01} = \frac{\alpha_1}{a^2} \sqrt{\frac{D}{m_s + m_0}}, \quad (9)$$

где  $\alpha_1$  – коэффициент, характеризующий зависимость частоты свободных колебаний пластины от краевых условий;  $a$  – большая сторона пластины;  $m_s, m_0$  – приведенные к площади пластины массы элементов и самой пластины.

Коэффициент  $\alpha_1$  находится из формул, приведенных в таблице 1, в зависимости от схемы закрепления и соотношения сторон пластины  $\beta = a/b$ .

Выражение (9) обеспечивает достаточную точность лишь при расчете частоты основного тона. С ростом номера тона (обертона) точность результатов расчета существенно снижается.

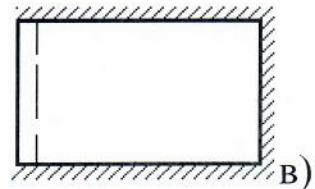
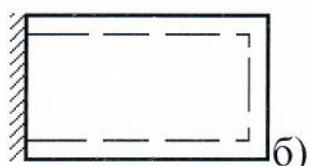
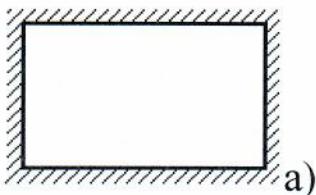
*Метод Ритца*, являющийся развитием метода Рэлея, позволяет определять частоты свободных колебаний пластины на основном тоне и обертонах для различных краевых условий. Наибольшее применение находит формула

$$\omega_{0i} = K_3 \frac{\alpha_{ij}}{a^2} \sqrt{\frac{D}{m}}, \quad (10)$$

где  $\alpha_{ij}$  – коэффициент, зависящий от способа закрепления пластины, соотношения ее сторон и номера тона колебаний;  $m = (m_n + m_3)/(ab)$  – масса пластины, приведенная к площади;  $K_3 = 1/\sqrt{1 + m_3/m_n}$  – коэффициент, учитывающий нагрузку пластины с размещенными на ней элементами;  $m_3$  – масса элементов, размещенных на пластине;  $m_n$  – масса пластины.

Таблица 1 - Формулы вычисления коэффициента  $\alpha_i$  в зависимости от варианта закрепления сторон пластины

№	Вариант крепления пластины (рисунок 1)	Формулы расчета $\alpha_i$
1	<i>a</i>	$22,37(1 + 0,61\beta^2 + \beta^4)^{1/2}$
2	<i>b</i>	$15,42(1 + 0,95\beta^2 + 0,41\beta^4)^{1/2}$
3	<i>c</i>	$15,42(1 + 1,19\beta^2 + 2,1\beta^4)^{1/2}$
4	<i>z</i>	$22,37(1 + 0,48\beta^2 + 0,19\beta^4)^{1/2}$
5	<i>d</i>	9,87
6	<i>e</i>	$9,87(1 + 2\beta^2 + \beta^4)^{1/2}$



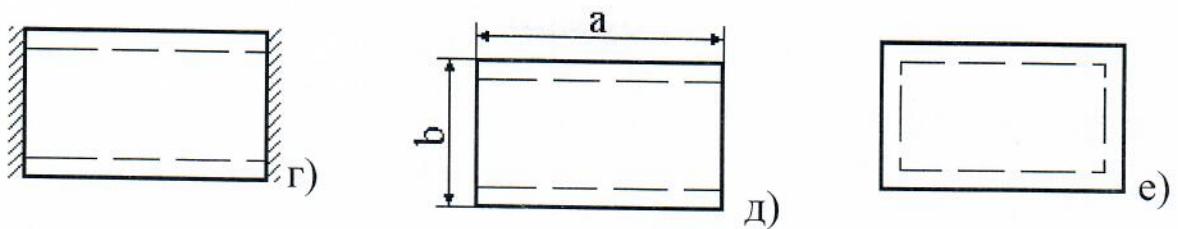


Рисунок 1 - Варианты крепления пластины: - сторона защемлена; - сторона лежит на опоре (в направляющей)

Для упрощения процедуры расчета частоты свободных колебаний пластины основного тона формула (10) преобразуется к виду:

$$f_{01} = 10^5 K_m K_3 \frac{Ch}{a^2}, \quad (11)$$

где  $C = \frac{\alpha_1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}}$  - частотная постоянная для пластины, изготовленной из

стали;  $a$  – большая сторона пластины;  $K_m = \sqrt{E\rho_c / (E_c\rho)}$  - поправочный коэффициент на материал пластины;  $E$ ,  $E_c$  – модули упругости материала пластины и стали;  $\rho$ ,  $\rho_c$  – плотности материала пластины и стали соответственно. В таблице 2 приведены значения частотной постоянной  $C$  для различных вариантов закрепления и соотношения сторон  $a/b$  стальной пластины.

Таблица 2 - Частотная постоянная  $C$  стальной пластины

Схема закрепления пластины (рисунок 1)	Значение $C$ при соотношении сторон $a/b$ , равном					
	1	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0
$a$	86	145	234	352	497	868
$b$	56	84	124	176	240	864
$c$	76	139	230	349	494	866
$d$	69	93	131	181	244	406
$e$	38	70	112	165	230	394
	47	76	117	170	234	375

В случае точечного крепления печатных плат (рисунок 2) собственная частота колебаний определяется по формуле

$$f_0 = 1,57 \left( A + \frac{1}{b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{m}}, \quad (12)$$

где  $A = 1/a^2$  при числе точек крепления  $n = 4$ ;  $A = 4/(a^2 + b^2)$  при  $n = 5$ ;  $A = 0,25/a^2$  при  $n = 6$ .

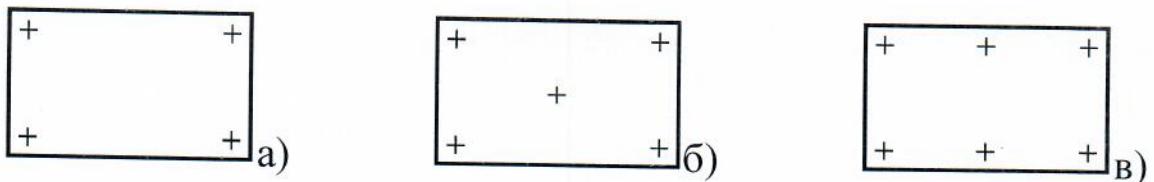


Рисунок 2 - Точечное крепление плат

Для прямоугольной пластины, свободно опертой по контуру и имеющей параллельные сторонам ребра жесткости с одинаковыми прямоугольными поперечными сечениями, первая собственная частота колебаний определяется из выражения

$$f_{01} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{B + \frac{r+1}{k+1} \xi^4 B + aD(\xi^2 + 1)^2}{b^3 \left( m_y + \frac{r+1}{k+1} m_x + \frac{m_n}{k+1} \right)}}, \quad (13)$$

где  $a$ ,  $b$  – длина и ширина пластины;  $r$ ,  $k$  – число ребер, параллельных осям  $X$  и  $Y$ ;  $m_n$ ,  $m_x$ ,  $m_y$  – массы пластин и ребер, параллельных осям  $X$  и  $Y$  соответственно;  $\xi = b/a$ ;  $D$  – цилиндрическая жесткость пластины;

$B = E_1 \frac{b_1 h_1^3}{12}$  – жесткость ребра;  $E_1$  – модуль упругости материала ребра;  $b_1$ ,  $h_1$  – ширина и высота ребра.

#### 4 Задание для самостоятельной работы

1. Для заданных размеров ПП (таблица 3), изготовленной из стеклотекстолита, исследовать влияние соотношения сторон  $a/b$  на низшую частоту собственных колебаний пластины  $\omega_{01}$  в следующих случаях: свободного опирания по формуле (8); метода Рэлея по формуле (9); метода Ритца по формуле (11). Способ закрепления задается преподавателем. Результаты представить в виде графика.

Таблица 3 - Исходные данные для расчетов

Размер стороны ПП $a$ , см	Диапазон изменения соотношения сторон ПП $a/b$	Толщина ПП $h$ , см	Модуль упругости $E \cdot 10^{-10}$ , Н/м <sup>2</sup>	Коэффициент Пуассона $\epsilon$	Плотность материала $\rho \cdot 10^{-3}$ , кг/м <sup>3</sup>
$a = 5 + N$ , где $N$ – номер варианта	$[0,5 \div 3]$ с шагом 0,5	0,2	3,2	0,279	2,47

2. Исследовать влияние способа закрепления ПП на низшую частоту собственных колебаний пластины  $\omega_{01}$  для метода Рэлея. Соотношение сторон ПП задается преподавателем. Результаты представить в виде таблицы.

Частота собственных колебаний пластины $\omega_{01}$ в зависимости от способа закрепления ПП (рисунок 1)					
<i>a)</i>	<i>б)</i>	<i>в)</i>	<i>г)</i>	<i>д)</i>	<i>е)</i>

3. Для заданных размеров ПП (таблица 3), изготовленной из стеклотекстолита, исследовать влияние соотношения сторон  $a/b$  на низшую частоту собственных колебаний пластины  $\omega_{01}$  в случае точечного закрепления ПП (рисунок 2) в соответствии с выражением (12). Способ закрепления задается преподавателем. Результаты представить в виде графика.

4. Исследовать влияние способа точечного закрепления ПП на низшую частоту собственных колебаний пластины  $\omega_{01}$ . Соотношение сторон ПП задается преподавателем. Результаты представить в виде таблицы.

Частота собственных колебаний пластины $\omega_{01}$ в зависимости от способа закрепления ПП (рисунок 2)		
<i>а)</i>	<i>б)</i>	<i>в)</i>

5. Для заданных размеров ПП (таблица 3), изготовленной из стеклотекстолита, исследовать влияние ребер жесткости на низшую частоту собственных колебаний пластины  $\omega_{01}$  в соответствии с выражением (13). Исходные данные для ребер жесткости приведены в таблице 4. Количество ребер жесткости задается преподавателем.

Таблица 4 – Исходные данные

Ширина ребра жесткости $b_1$ , мм	Высота ребра жесткости $h_1$ , мм	Материал	Модуль упругости $E \cdot 10^{-10}$ Н/м <sup>2</sup>	Коэффициент Пуассона $\epsilon$	Плотность материала $\rho \cdot 10^{-3}$ кг/м <sup>3</sup>
3	1	Алюминий	7,3	0,3	2,7
2	1	Сталь	22	0,3	7,8

### Контрольные вопросы

1. Что понимается под гармонической и полигармонической вибрацией?

2. Дайте характеристику случайной вибрации.
3. Приведите характеристику модели печатной платы.
4. Перечислите особенности амплитудно-частотной характеристики механической колебательной системы.
5. Назовите особенности расчетов собственных частот ПП методами Рэлея и Ритца.
6. Перечислите методы борьбы с механическими воздействиями в конструкциях ЭВС.
7. Приведите характеристики изменений в элементах конструкции ЭВС, вызванные механическими воздействиями.
8. Дайте определение вибропрочности и виброустойчивости конструкции ЭВС.

### ***Библиографический список***

1. Медведев А.А. Печатные платы. Конструкции и материалы.- М.: Высшая школа, 2005.-228с.
2. Конструкторско-технологическое обеспечение производства ЭВМ: учеб. пособие / Т.А. Ширабакина, С.Н. Гвоздева, Д.В. Титов; Юго-Зап. гос. ун-т.- Курск, 2019.- 200 с.