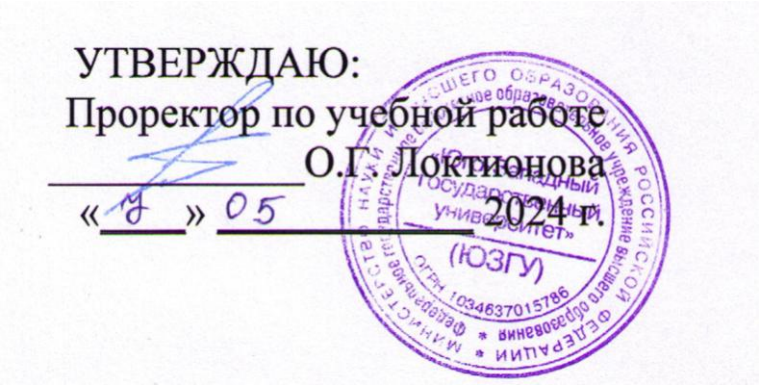
МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра инфраструктурных энергетических систем



РАСЧЕТ ЧЕТЫРЁХПОЛЮСНИКА

Задания и методические указания по выполнению расчётной работы по электротехнике

Курск 2024

УДК 621.3.011.71 (076.1)

Составители: А. С. Романченко, И. А. Башмакова

Рецензент
Кандидат технических наук, доцент *А. С. Чернышёв*

Расчет четырехполюсника : задания и методические указания по выполнению расчётной работы по электротехнике / Юго-Зап. гос. ун-т ; сост.: А. С. Романченко, И. А. Башмакова. – Курск, 2024. - 14 с.: ил. 5. - Библиогр.: с. 14.

Излагаются задания и методические рекомендации по выполнению расчётной работы. Рассматривается методика нахождения первичных и характеристических параметров пассивной линейной четырёхполюсной схемы и определения передаточной функции и частотных характеристик, приводится пример применения данной методики для расчета Г-образного пассивного четырехполюсника с построением амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик.

Предназначены для индивидуальной самостоятельной работы студентов технических направлений подготовки и специальностей при изучении дисциплин «Электротехника», «Теоретические основы электротехники», «Электротехника и электроника». Могут быть использованы преподавателями, ведущими практические занятия по электротехнике и ТОЭ.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 7.05.2024. Формат 60х84 1/16. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. *0,8*. Уч.-изд.л. *0,7*. Тираж 30 экз. Заказ 312. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Расчётная работа является одним из видов самостоятельной работы студентов. Данная работа выполняется в домашних условиях в соответствии с рабочими программами дисциплин «Электротехника», «Теоретические основы электротехники», «Электротехника и электроника» и служит развитию навыков практического использования методов расчета четырехполюсных схем при заданных параметрах их элементов, а также для стимулирования более глубокого и систематического изучения соответствующих разделов дисциплин «Электротехника», «Теоретические основы электротехники», «Электротехника и электроника» в течение семестра.

Основные цели данной работы:

1) научиться рассчитывать первичные и характеристические параметры пассивной четырёхполюсной схемы;
2) научиться получать выражения для комплексного коэффициента передачи и передаточной функции;
3) научиться строить амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики заданного четырёхполюсника.

Приступая к выполнению расчетной работы, следует повторить или изучить самостоятельно основные положения разделов «Электрические цепи однофазного синусоидального тока», «Передаточные функции и частотные характеристики», «Четырёхполюсники» дисциплин «Электротехника», «Теоретические основы электротехники», «Электротехника и электроника».

2. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Четырехполюсник (ЧП) – это устройство или электрическая цепь, имеющие четыре внешних вывода (полюса, зажима). Выводы четырёхполюсника делятся на входные (вход) и выходные (выход). В виде четырехполюсника можно представить многие электротехнические устройства: линии передачи и связи, однофазные трансформаторы, электрические фильтры, транзисторы, многие электронные устройства (выпрямители, усилители и т.д.).

Различают линейные и нелинейные ЧП, активные и пассивные ЧП, обратимые и необратимые ЧП. Четырехполюсник называется симметричным, если перемена местами его входных и выходных

выводов не изменяет токов и напряжений в цепи, с которой он соединён. В противном случае ЧП является несимметричным.

Уравнения, дающие зависимость между напряжениями на входе и выходе, а также токами, протекающими через входные и выходные зажимы, называются уравнениями передачи четырёхполюсника. Величины, связывающие в уравнениях передачи напряжения и токи, называются параметрами четырёхполюсников.

Первичные параметры четырехполюсника – это коэффициенты, входящие в уравнения передачи четырёхполюсника, и параметры холостого хода и короткого замыкания (входные сопротивления ЧП со стороны его входных и выходных выводов в режимах холостого хода и короткого замыкания).

Характеристические (собственные) параметры четырехполюсника – это характеристические сопротивления и постоянная (коэффициент или мера) передачи.

Характеристическое (собственное) сопротивление симметричного четырёхполюсника – это сопротивление, которое будучи подключённым в качестве нагрузки обеспечивает входное сопротивление четырёхполюсника, равное этому сопротивлению.

Если четырёхполюсник не симметричный, то характеристические сопротивления определяются отдельно со стороны первичных и вторичных зажимов. Они определяются через коэффициенты, входящие в уравнения передачи четырёхполюсника, или через сопротивления холостого хода и короткого замыкания.

Постоянная (коэффициент или мера) передачи четырёхполюсника – это коэффициент, учитывающий потери энергии в четырехполюснике при её передачи от входа к выходу ЧП:

$$\underline{G_C} = a + \mathrm{j}b\ ,$$

где a – собственное затухание (ослабление) четырёхполюсника, b – коэффициент фазы.

Передаточной функцией $W(p)$ называют отношение операторного изображения (изображения по Лапласу) выходной величины к операторному изображению входной величины при нулевых начальных условиях.

Комплексной частотной характеристикой (КЧХ) цепи называется отношение комплексных изображений отклика (выходного сигнала) и воздействия (входного сигнала). Зависимость модуля КЧХ от частоты называют амплитудной частотной характеристикой

(АЧХ), а зависимость фазы КЧХ от частоты – фазовой частотной характеристикой (ФЧХ).

3. ЗАДАНИЕ НА ВЫПОЛНЕНИЕ РАСЧЕТНОЙ РАБОТЫ

На рисунке 3.1 представлена Г-образная эквивалентная схема четырёхполюсника, где Z_1 – продольное сопротивление, Z_2 – поперечное сопротивление. Возможные схемы замещения продольных и поперечных сопротивлений представлены на рисунке 3.2. В таблице 3.1 представлены параметры входящих в схемы ЧП элементов и частота f_0, для которой выполняется расчёт параметров ЧП.

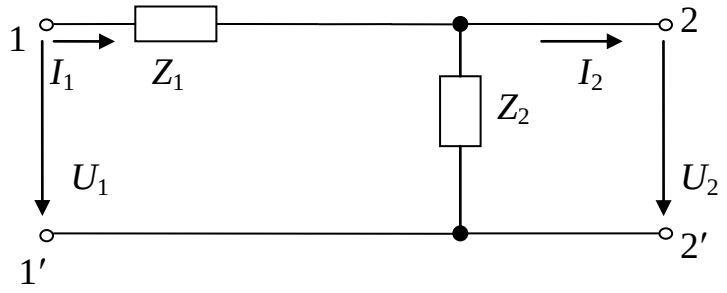


Рисунок 3.1 – Г-образная эквивалентная схема ЧП

В соответствии с трёхзначным номером варианта, заданного преподавателем, где первая цифра – порядковый номер строки в таблице 3.1, вторая цифра – номер схемы замещения продольного сопротивления на рисунке 3.2, третья цифра – номер схемы замещения поперечного сопротивления на рисунке 3.2, выполнить следующее:

1) начертить исходную схему ЧП;

2) свести полученную схему ЧП к Г-образной эквивалентной схеме ЧП, заменив трёхэлементные схемы замещения продольного и поперечного сопротивлений двухэлементными схемами: $\underline{Z}_1=R_1\pm jX_1$, $\underline{Z}_2=R_2\pm jX_2$. Дальнейший расчёт вести для эквивалентной схемы;

3) определить коэффициенты A - формы записи уравнений ЧП:

а) записывая уравнения по законам Кирхгофа;

б) используя режимы холостого хода и короткого замыкания;

4) определить сопротивления холостого хода и короткого замыкания со стороны первичных (11’) и вторичных выводов (22’):

а) через А – параметры;

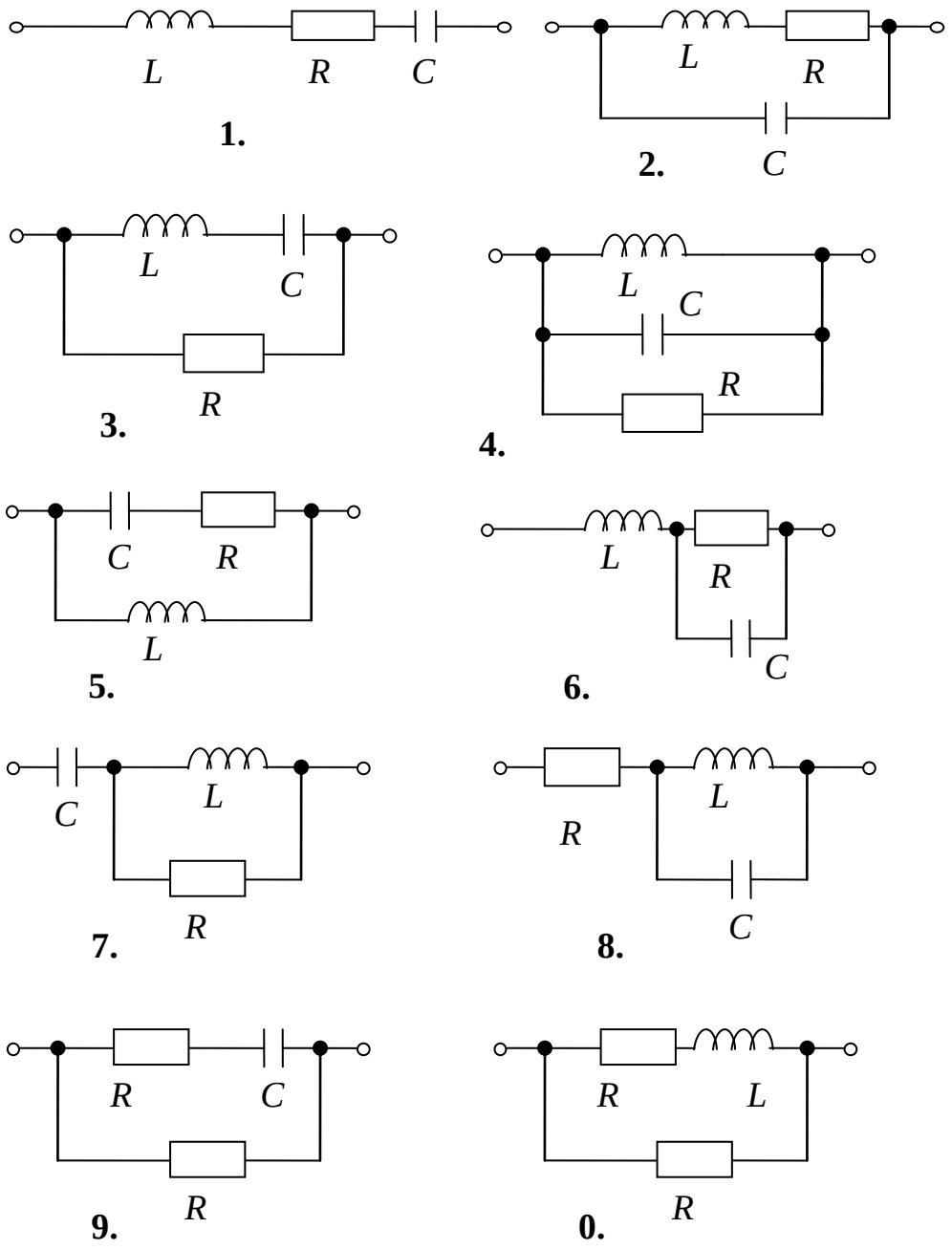


Рисунок 3.2 – Схемы замещения продольных и поперечных сопротивлений ЧП

б) непосредственно через продольное и поперечное сопротивления для режимов холостого хода и короткого замыкания на соответствующих выводах;

5) определить характеристические сопротивления для выводов 11’ и 22’ и постоянную передачи ЧП;

6) определить комплексный коэффициент передачи по напряжению и передаточную функцию ЧП;

7) определить индуктивность и ёмкость элементов X_1, X_2 эквивалентной схемы ЧП при $f = f_0$, после чего построить амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики ЧП, если частота входного сигнала меняется от $f = 0$ до $f = f_0$. Построение вести с шагом $0{,}1\ f_0$.

Таблица 3.1 – Параметры элементов продольного и поперечного сопротивлений ЧП

Номер строки	Продольное сопротивление			Поперечное сопротивление			f_0, кГц
	R, Ом	L, мГ	C, мкФ	R, Ом	L, мГ	C, мкФ	
0	10	1	5	20	2	2	10
1	20	2	10	15	4	4	20
2	30	5	5	10	3	1	30
3	40	1	10	30	0,5	4	40
4	50	1	1	40	0,5	1	50
5	60	0,5	1	20	1	0,5	60
6	70	5	5	25	4	3	8
7	80	12	20	35	8	6	6
8	90	8	10	45	10	16	2
9	100	20	30	50	14	20	1

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ

4.1. Выполненная расчетная работа должна содержать титульный лист и расчетно-пояснительную записку, в которую входят:

1) задание на выполнение работы, содержащее номер варианта, исходные данные к расчету и перечень пунктов, которые необходимо выполнить (оформляется на первой странице записки – на первой странице после титульного листа);

2) исходная расчетная схема ЧП;

3) расчеты, частотные характеристики, предусмотренные заданием. Рекомендуемое оформление расчетов: *рассчитываемая величина = формула с буквенными обозначениями = формула с подставленными числовыми значениями = результат расчета с сокращенным обозначением единицы измерения*. Промежуточные этапы расчета для сложных формул можно не приводить. Расчет дол-

жен сопровождаться пояснительным текстом и при необходимости ссылками на использованную литературу;

4) список использованной литературы на последней странице.

Расчетно-пояснительная записка оформляется на листах формата А4 (210•297 мм.) с учетом требований ЕСКД. Листы записки должны быть скреплены. Образец выполнения титульного листа показан на рисунке 4.1.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Юго-Западный государственный университет
Кафедра электроэнергетики и электротехники

РАСЧЁТНАЯ РАБОТА

по дисциплине _____
(название дисциплины)

«Расчет четырехполюсника»

Выполнил: студент группы ВМ-31б Иванов В.Н.

Принял: доцент Петров И.С.

Курск - 202_

Рисунок 4.1 - Пример оформления титульного листа

Все элементы электрической схемы следует изображать в соответствии с государственными стандартами, используя чертежные инструменты.

4.2. В качестве примера расчёта возьмём схему четырёхполюсника, представленную на рисунке 4.2, где L_1=4 мГ, L_2=6 мГ, R_1=10

Ом, R_2=20 Ом, R_3=30 Ом, R_4 = 40 Ом, C_1=2 мкФ, C_2= 1 мкФ, f_0=10 кГц.

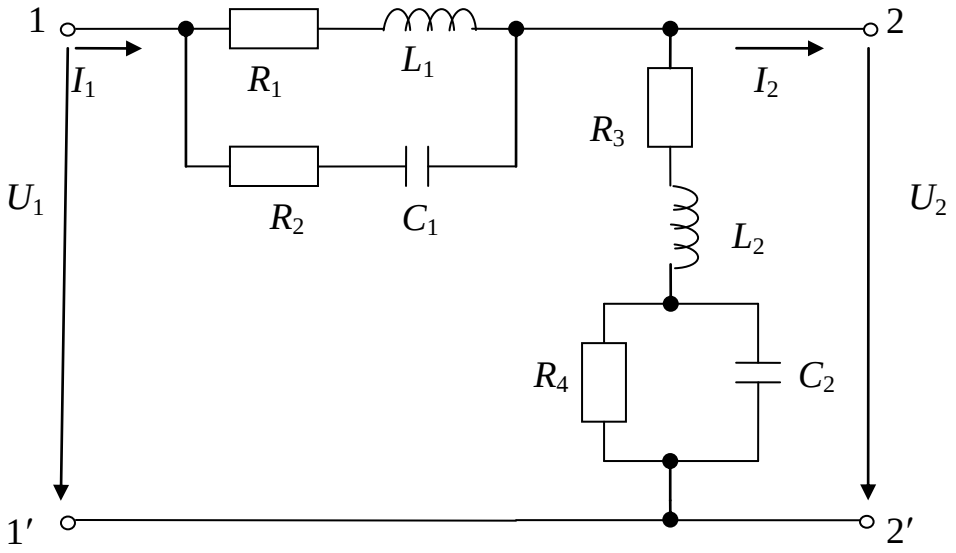


Рисунок 4.2 - Исходная схема для расчета ЧП

4.3. Для перехода от схемы на рисунке 4.2. к эквивалентной схеме на рисунке 3.1 определим значения индуктивных и емкостных сопротивлений в схеме на рисунке 4.2 и комплексы продольного и поперечного сопротивлений:

$$X_{L1} = \omega L_1 = 2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 251 \text{ (Ом)};$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = 8 \text{ (Ом)};$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-3} = 377 \text{ (Ом)};$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}} = 16 \text{ (Ом)};$$

$$\underline{Z}_1 = \frac{(R_1 + jX_{L1})(R_2 - jX_{C1})}{R_1 + jX_{L_1} + R_2 - jX_{C_1}} = \frac{(10 + j251)(20 - j8)}{10 + j251 + 20 - j8} =$$

$$= 21{,}12 - 6{,}48\,j = R_a - jX_C,$$

где R_a=21,12 Ом, X_c=6,48 Ом;

$$\underline{Z}_2 = R_3 + jX_{L2} + \frac{R_4(-jX_{C2})}{R_4 - jX_{C_2}} = 30 + j377 + \frac{40(-16\,j)}{40 - 16\,j} =$$

$$35{,}52 + 363{,}2\,j = R_b - jX_L,$$

где R_b=35,52 Ом, X_L=36,48 Ом.

Таким образом, исходная схема на рисунке 4.2. может быть представлена эквивалентной схемой на рисунке 4.3.

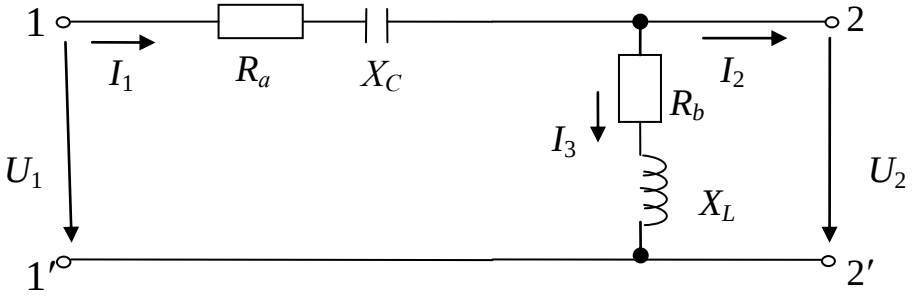


Рисунок 4.3 - Эквивалентная схема рассчитываемого ЧП

4.4. Определим коэффициенты *A*-формы записи уравнений ЧП

$$\left.\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{A}_{11}\underline{U}_2 + \underline{A}_{12}\underline{I}_2,\\ \underline{I}_1 &= \underline{A}_{21}\underline{U}_2 + \underline{A}_{22}\underline{I}_2\end{aligned}\right\} \qquad (4.1)$$

для схемы на рисунке 4.3 двумя методами.

4.4.1. Определим *A*-параметры, записывая уравнения по законам Кирхгофа:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{I}_2 + \frac{\underline{U}_2}{R_b + jX_L} = \underline{U}_2 \cdot \frac{1}{35{,}5 + j363{,}2} + \underline{I}_2,$$

откуда $\underline{A}_{22} = 1,$

$$\underline{A}_{21} = \frac{1}{(35{,}5 + j363{,}2)} = 0{,}00027 - j0{,}00273.$$

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1(R_a - jX_C) + \underline{U}_2 = \underline{U}_2 \cdot \underline{A}_{21}(R_a - jX_C) + \underline{I}_2(R_a - jX_C) + \underline{U}_2 =$$
$$= \underline{U}_2\left[\underline{A}_{21}(R_a - jX_C) + 1\right] + \underline{I}_2(R_a - jX_C),$$

откуда $\underline{A}_{12} = R_a - jX_C = 21{,}12 - 6{,}48\,j,$

$$\underline{A}_{11} = \underline{A}_{21}(R_a - jX_C) + 1 = (0{,}00027 - 0{,}00273)(21{,}12 - 6{,}48\,j) + 1 =$$

$$= -0{,}012 - 0{,}0594\,j.$$

4.4.2. Определим А-параметры, используя режимы холостого хода и короткого замыкания.

При холостом ходе на выводах 22′ (I_2=0) система уравнений (4.1) примет вид

$$\left.\begin{aligned}\underline{U}_{1x} &= \underline{A}_{11}\underline{U}_{2x},\\ \underline{I}_{1x} &= \underline{A}_{21}\underline{U}_{2x}.\end{aligned}\right\}$$

При холостом ходе на зажимах 22′ из рисунка 4.3 видно, что

$$\underline{I}_{1X} = \underline{I}_{3X} = \underline{U}_{2X}/(R_b + jX_L), \text{ т.е.}$$

$$\underline{A}_{21} = \frac{1}{R_b + jX_L} = \frac{1}{35{,}5 + j363{,}2} = 0{,}00027 - j0{,}00273,$$

$$\underline{U}_{1X} = \underline{U}_{2X} + \underline{I}_{1X}(R_a - jX_C) = \underline{U}_{2X} + \underline{U}_{2X}\frac{R_a - jX_C}{R_b + jX_L} = \underline{U}_{2X}\left(1 + \frac{R_a - jX_C}{R_b + jX_L}\right),$$

т.е. $$\underline{A}_{11} = 1 + \frac{R_a - jX_C}{R_b + jX_L} = 1 + \frac{21{,}12 - 6{,}48j}{35{,}52 + j363{,}2} = -0{,}012 - 0{,}0594j.$$

При коротком замыкании на выводах 22′ (U_2=0) система уравнений (4.1) примет вид

$$\left.\begin{aligned} \underline{U}_{1к} &= \underline{A}_{12}\underline{I}_{2к}, \\ \underline{I}_{1к} &= \underline{A}_{22}\underline{I}_{2}. \end{aligned}\right\}$$

Из рисунка 4.3 при коротком замыкании на зажимах 22′ видно, что $\underline{I}_{1K} = \underline{I}_{2K}$, т.е. $A_{22} = 1$, а

$$\underline{U}_{1K} = \underline{I}_{1K}(R_a - jX_C) = \underline{I}_{2R}(R_a - jX_C), \text{ т.е.}$$

$$\underline{A}_{12} = R_a - jX_C = 21{,}12 - 6{,}48j.$$

Сравнивая результаты определения А-коэффициентов обоими методами, видим, что получаются одни и те же значения коэффициентов.

4.5. Определим сопротивления холостого хода и короткого замыкания со стороны выводов 11′ и 22′ через A-параметры:

$$\underline{Z}_{X1} = \frac{\underline{A}_{11}}{\underline{A}_{21}} = \frac{-0{,}012 - 0{,}0594j}{0{,}00027 - 0{,}00273j} = 56{,}64 + 356{,}72j;$$

$$\underline{Z}_{K1} = \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{22}} = \frac{21{,}12 - 6{,}48j}{1} = 21{,}12 + 6{,}48j;$$

$$\underline{Z}_{X2} = \frac{\underline{A}_{22}}{\underline{A}_{21}} = \frac{1}{0{,}00027 - 0{,}00273j} = 35{,}52 + 363{,}2j;$$

$$\underline{Z}_{K2} = \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{11}} = \frac{21{,}12 - 6{,}48j}{-0{,}012 - 0{,}0594j} = 35{,}82 + 363j.$$

4.6. Определим сопротивления холостого хода и короткого замыкания со стороны выводов 11′ и 22′ непосредственно через продольное и поперечное сопротивления для схемы на рисунке 4.3:

$$\underline{Z_{X1}} = R_a - jX_C + R_b + jX_L = 21{,}12 - 6{,}48\,j + 35{,}52 + 363{,}2\,j = 56{,}64 + 356{,}72\,j;$$

$$\underline{Z}_{K1} = R_a - jX_C = 21{,}12 - 6{,}48j;$$

$$\underline{Z}_{X2} = R_b - jX_L = 35{,}52 + 363{,}2j;$$

$$\underline{Z}_{K2} = \frac{(R_a - jX_C)(R_b + jX_L)}{R_a - jX_C + R_b + jX_L} = 35{,}82 + 363j.$$

4.7. Определим характеристические сопротивления со стороны выводов 11′ и 22′:

$$\underline{Z}_{C1} = \sqrt{\underline{Z}_{X1} \cdot \underline{Z}_{K1}} = \sqrt{(56{,}64 + 356{,}72\,j)(21{,}2 - 6{,}48\,j)} =$$

$$= \sqrt{361{,}2e^{81^\circ j} \cdot 22{,}1e^{-17{,}2^\circ j}} = 89{,}3e^{31{,}9^\circ j};$$

$$\underline{Z}_{C2} = \sqrt{\underline{Z}_{X2} \cdot \underline{Z}_{K2}} = \sqrt{(35{,}52 + 363{,}2j)(35{,}82 - 363j)} = 365e^{89^\circ j}.$$

4.8. Определим постоянную передачи ЧП $g_C = a + jb$:

$$thg_c = \sqrt{\frac{\underline{z}_{k1}}{\underline{z}_{x1}}} = \sqrt{\frac{21{,}12 - 6{,}48\,j}{56{,}64 + 356{,}72\,j}} = 0{,}2474e^{-49{,}1^\circ j}$$

$$e^{2g_C} = \frac{1 + thg_C}{1 - thg_C} = \frac{1 + 0{,}2474(\cos 49{,}1^\circ - j\sin 49{,}1^\circ)}{1 - 0{,}2474(\cos 49{,}1^\circ - j\sin 49{,}1^\circ)} = 1{,}3715e^{-j\,21{,}72^\circ}$$

$$g_C = \frac{1}{2}\ln M - j\frac{\psi}{2}, \qquad \text{где} \quad M = 1{,}3715, \psi = 21{,}72^\circ$$

$$g_C = 0{,}158 - j10{,}86^\circ = a + jb,$$

где a=0,158 – собственное затухание, b= -10,86° – коэффициент фазы.

4.9. Определим комплексный коэффициент передачи по напряжению (при холостом ходе на выводах 22’):

$$K(j\omega) = \frac{\underline{U}_{2X}}{\underline{U}_1}.$$

Из схемы на рисунке 4.3:

$$\underline{U}_{2X} = \underline{I}_{1X}(R_b + jX_L) = \frac{\underline{U}_1(R_b + jX_L)}{R_a - jX_C + R_b + jX_L}.$$

Тогда комплексный коэффициент передачи по напряжению равен:

$$K(j\omega) = \frac{R_b + jX_L}{R_a - jX_C + R_b + jX_L} = \frac{R_b + j\omega L}{R_a - j\dfrac{1}{\omega C} + R_b + j\omega L}.$$

4.10. Передаточная функция четырёхполюсника будет иметь следующий вид после замены $j\omega = p$:

$$W(p) = \frac{R_b + pL}{R_a - \frac{1}{pC} + R_b + pL} = \frac{p^2LC + pR_bC}{p^2LC + pC(R_a + R_b) + 1}.$$

4.11. Определим индуктивность и емкость элементов в схеме на рисунке 4.3. при f_0=10 кГц:

$$L = \frac{X_L}{2\pi f_0} = \frac{363{,}2}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^3} = 5{,}783 мГ$$

$$C = \frac{1}{2\pi f_0 X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 6{,}48} = 2{,}457 мкФ$$

Преобразуем ранее найденное выражение для комплексного коэффициента передачи по напряжению, в результате получим:

$$K(j\omega) = \frac{R_b(R_a + R_b) + \omega L\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{(R_a + R_b)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} + j\frac{\omega L(R_a + R_b) - R_b\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{(R_a + R_b)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = K(\omega)e^{j\psi(\omega)},$$

где

$$K(\omega) = \sqrt{\left[\frac{R_b(R_a + R_b) + \omega L\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{(R_a + R_b)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\right]^2 + \left[\frac{\omega L(R_a + R_b) - R_b\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{(R_a + R_b)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\right]^2} -$$

модуль комплексной частотной характеристики (КЧХ), т.е. амплитудно-частотная характеристика (АЧХ),

$$\psi(\omega) = arctg\frac{\omega L(R_a + R_b) - R_b\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R_b(R_a + R_b) + \omega L\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)},$$ – аргумент КЧХ, т.е. фазочастотная характеристика (ФЧХ).

Если частота входного сигнала меняется от f=0 до f=f_0=10кГц, то АЧХ и ФЧХ будут иметь вид, показанный на рисунках 4.4 и 4.5.

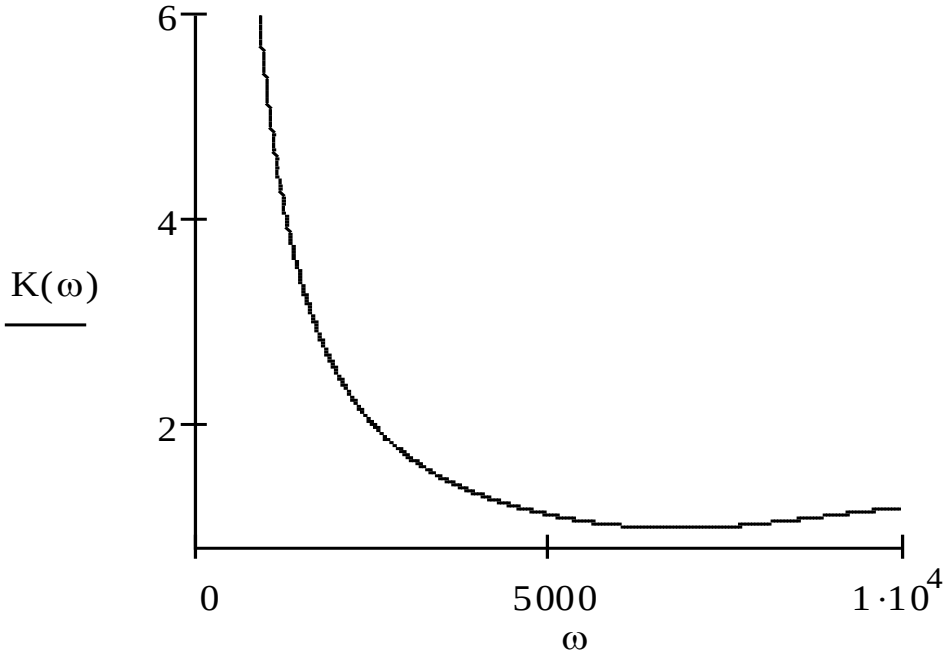


Рисунок 4.4 - Амплитудно-частотная характеристика

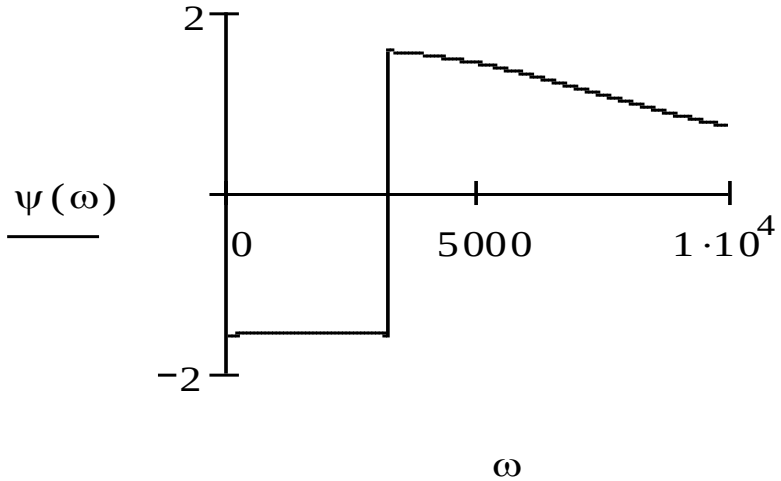


Рисунок 4.5 - Фазочастотная характеристика

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник / Л. А. Бессонов. – 10-е изд. – М.: Гардарики, 2002. – 638 с. – Текст непосредственный.

2. Бакалов, В. П. Основы теории цепей : учебник / В. П. Бакалов, В. Ф. Дмитриков, Б. Е. Крук.; – Под ред. В. П. Бакалова. – М.: Радио и связь, 2000. – 592с. – Текст непосредственный.

3. Основы теории цепей : учебник для вузов / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нетушил, С. В. Страхов. – 5-е изд., перераб. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с. – Текст непосредственный.