

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич  
Должность: ректор  
Дата подписания: 25.04.2025 10:04:54  
Уникальный программный ключ:  
9ba7d3e34c012eba476ffd2d064c12181955be730df2374d26f5c0e536f01c6

1

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра международных отношений и государственного  
управления

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
О.Г. Локтионова  
« 10 » 04 2025 г.



### Эконометрика (продвинутый уровень)

Методические указания к лабораторным работам

для студентов направления подготовки  
38.04.01 Экономика

Курск 2025

УДК 338.24

Составители: О.В. Емельянова, С.В. Солошенко

Рецензент

Доктор экономических наук *Т.С. Колмыкова*

Эконометрика (продвинутый уровень): методические указания к лабораторным работам/ Юго-Зап. гос. ун-т; сост. О.В. Емельянова, С.В. Солошенко. - Курск, 20257. 33 с.

Методические указания составлены на основании рабочих программ дисциплины, соответствующих учебным планам направления подготовки 38.04.01 Экономика и рекомендованной к применению в учебном процессе на заседании кафедры международных отношений и государственного управления ЮЗГУ. Раскрывают базовую проблематику курса, предоставляют возможность студентам выработать необходимые практические навыки и закрепить теоретические знания; включают общие положения, содержание лабораторных работ, используемые информационные технологии, формы контроля знаний, список рекомендуемой литературы.

Предназначены для студентов направления подготовки 38.04.01 Экономика очной и заочной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать *10.04.25* . Формат 60×84 1/16.

Усл.печ.л. 1,8. Уч.-изд.л. 2,0. Тираж 100 экз. Заказ. *583* Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## Содержание

Введение .....	4
1 Планируемые результаты обучения, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП.....	5
2 Содержание и объем лабораторных работ .....	7
3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций на лабораторных работах .....	7
4 Методические указания по подготовке к лабораторным работам .	8
Лабораторная работа 1 «Оценка коэффициентов регрессии методом Монте-Карло» .....	8
Лабораторная работа 2 «Множественный регрессионный анализ» .....	13
Лабораторная работа 3 «Построение нелинейной модели» .....	22
5 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины .....	30
6 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем .....	32

## Введение

Методические указания разработаны с целью оказания помощи студентам направления подготовки 38.04.01 Экономика при подготовке к лабораторным работам по дисциплине «Эконометрика (продвинутый уровень)». Систематизированные методические разработки содержат методику организации лабораторных работ, необходимых для закрепления или овладения практическими навыками, тематику и методику различных практических форм закрепления знаний, изложенных в форме, удобной для изучения и усвоения.

Дисциплина «Эконометрика (продвинутый уровень)» изучается на первом курсе в первом семестре, и рассматривает методологию организации процесса управления, представлен детальным анализ условий и факторов качества управленческих решений, описаны модели, методология и организация процесса разработки управленческого решения.

Предлагаемые указания содержат основные вопросы, на которые необходимо обратить внимание при подготовке к выполнению лабораторных работ и список необходимой для изучения данных вопросов литературы. Методические указания включают задания для выполнения в ходе лабораторных работ, вопросы для самоконтроля.

Данные методические указания позволят студентам подготовиться к выполнению лабораторных работ по разделам курса, а также лучше подготовиться к контролю результатов обучения.

## **1 Планируемые результаты обучения, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП**

**Цель дисциплины:** формирование у студентов теоретических **Цель дисциплины:** формирование знаний и умений, связанных с проверкой, обоснованием, оцениванием количественных закономерностей и качественных утверждений (гипотез) в микро- и макроэкономике на основе анализа статистических данных.

### **Задачи дисциплины:**

- изучение студентами подходов к построению эконометрических моделей и методов их реализации;
- обучение применению различных методов в решении задач анализа экономических и социальных процессов;
- овладение приемами оценивания закономерностей в микро- и макроэкономике на основе анализа статистических данных
- получение опыта проведения регрессионного анализа и прогнозирования;
- выработка умений и навыков эконометрического моделирования и содержательного анализа его результатов;
- развитие у студентов логического и аналитического мышления.
  
- категории и понятия эконометрики;
- методы организации сбора, обработки данных (материалов) наблюдения;
- подходы к построению эконометрических моделей и методов их реализации;
- методы и средства эконометрического моделирования;

### **уметь:**

- определять цели и результаты эконометрического исследования;
- обосновывать выбор методов и средств эконометрического моделирования при решении задач анализа экономических и социальных процессов;
- осмысленно охарактеризовать процедуры сбора, обработки и анализа информации;

- разьяснять методы, применяемые эконометрике;
- критически оценивать результаты эконометрического моделирования;
- обосновывать результаты эконометрического моделирования при решении задач анализа экономических и социальных процессов, иллюстрировать усвоенные теоретические положения своими расчетами;

**владеть:**

- методами и средствами обработки информации, позволяющими прогнозировать свойства и поведение объектов профессиональной деятельности;
- навыками анализа массивов экономических данных, интерпретации эконометрических показателей;
- навыками решения примеров и задач, составления схем, выполнения практических заданий;
- навыками эконометрического моделирования и содержательного анализа его результатов на основе использования прикладных пакетов программ.

**В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:**

- Способен применять продвинутые инструментальные методы экономического анализа в прикладных и (или) фундаментальных исследованиях; (ОПК-2):
  - Применяет на практике знания о продвинутых инструментальных методах экономического анализа в прикладных и (или) фундаментальных исследованиях (ОПК-2.1);
  - Осуществляет выбор продвинутых инструментальных методов экономического анализа для решения задач прикладных и (или) фундаментальных исследований (ОПК-2.2);
  - Выполняет прикладные и фундаментальные исследования в области экономики и финансов с применением продвинутых инструментальных методов экономического анализа (ОПК-2.3).

## **Место дисциплины в структуре образовательной программы**

«Эконометрика (продвинутый уровень)» представляет обязательную дисциплину с индексом Б1.О.03 базовой части учебного плана направления подготовки 38.04.01 Экономика, изучаемую на 1 курсе в 1 семестре.

## **2 Содержание и объем лабораторных работ**

Структура лабораторных работ представлена в таблице.

Таблица 1 – Лабораторные работы

№	Наименование лабораторных работ	Объем, час.	
		Очной формы	Заочной формы
1	2	3	4
1	Оценка коэффициентов регрессии методом Монте-Карло	2	1
2	Множественный регрессионный анализ	4	2
3	Построение нелинейной модели	2	1
Итого		8	4

## **3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций на лабораторных работах**

Процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, регулируются следующими нормативными актами университета:

- Положение П 02.016-2018 «О балльно-рейтинговой системе оценивания результатов обучения по дисциплинам (модулям) и практикам при освоении обучающимися образовательных программ»;

- методические указания, используемые в образовательном процессе, указанные в списке литературы.

Для *текущего контроля* по дисциплине в рамках действующей в университете балльно-рейтинговой системы применяется следующий порядок начисления баллов:

Таблица 2 – Порядок начисления баллов в рамках БРС за выполнение лабораторных работ

Форма контроля	Минимальный балл		Максимальный балл	
	балл	примечание	балл	примечание
Лабораторная работа № 1 «Оценка коэффициентов регрессии методом Монте-Карло»	2	Выполнил, но «не защитил»	5	Выполнил и «защитил»
Лабораторная работа №2 «Множественный регрессионный анализ»	4	Выполнил, но «не защитил»	6	Выполнил и «защитил»
Лабораторная работа № 3 «Построение нелинейной модели»	2	Выполнил, но «не защитил»	5	Выполнил и «защитил»
Итого	8		16	

#### **4 Методические указания по подготовке к лабораторным работам**

##### **Лабораторная работа 1 «Оценка коэффициентов регрессии методом Монте-Карло»**

Целью работы является проведение экспериментов методом Монте-Карло, оценивание точности прогнозируемых коэффициентов регрессии, вычисление для них доверительных интервалов.

##### **Задание на лабораторную работу**

1. Взять в качестве остатков нормально распределенные случайные числа и рассчитать пять раз новые значения  $Y$ .
2. Вычислить коэффициенты регрессии  $a$  и  $b$ , сравнить их с

принятыми за истинные.

3. Проверить точность коэффициентов регрессии.
4. Рассчитать стандартные ошибки  $a$  и  $b$  в каждом из экспериментов.
5. Дать интервальные оценки коэффициентам регрессии.

При выполнении данной расчетной работы рекомендуется использовать табличный редактор Microsoft Office Excel.

### Экспериментальная часть

Используя данные выбранные в расчетных работах №1,2, проведем эксперимент по методу Монте-Карло с целью оценивания полученных ранее коэффициентов регрессии.

Предположим, что истинная зависимость имеет вид:

$$y=0,1938+0,9071*x+u \quad (1)$$

то есть в расчетной работе №2 были получены истинные значения коэффициентов регрессии.

Для представления случайной остаточной составляющей  $u$  используются случайные числа, взятые из нормально распределенной совокупности с нулевым средним и единичной дисперсией, которые будем обозначать как  $rn_1, \dots, rn_{17}$ . Случайная составляющая  $u_1$  в первом наблюдении просто будет равна  $rn_1$  и т. д.

Зная значения  $x$  и  $u_1$  в каждом наблюдении, можно вычислить значения  $y_1$ , используя уравнение (19); это сделано в таблице 1. Теперь необходимо оценить регрессионную зависимость между исходными данными  $x$  и полученными значениями  $y$ . Уравнение примет вид:

$$\hat{y}_1=0,1712+0,9072*x \quad (2)$$

В данном случае оценка  $a$  приняла меньшее значение (0,1712) по сравнению с  $\alpha$  (0,1938), а  $b$  совсем немного выше  $\beta$  (0,9072 по сравнению с 0,9071). Расхождения вызваны совместным влиянием случайных составляющих в 17 наблюдениях. Очевидно, что одного эксперимента такого типа не достаточно для оценки качества регрессии. Для дальнейшей проверки необходимо повторить эксперимент с *тем же* истинным уравнением (19) и с *теми же*

значениями  $x$ , но с *новым* набором случайных чисел для остаточного члена, взятых из того же нормального распределения (нулевое среднее и единичная дисперсия). Повторно находятся значения  $y$ , используя эти значения и значения  $x$  (см. табл. 3) и оценивается регрессия между полученными значениями  $y$  и исходными  $x$ .

Уравнение регрессии примет вид:

$$\hat{y}_2 = 1,1648 + 0,9059 * x \quad (3)$$

Таблица 3 – Расчет первого эксперимента

№ п/п	$x$	$u_1$	$y_1$
1	5049,5	-0,75289	4579,84236
2	6999,2	0,339108	6349,507228
3	8678	1,261771	7873,269371
4	10567,4	-0,79538	9585,08696
5	12939	0,536043	11737,69674
6	16320	0,541416	14804,60722
7	20810	-0,10893	18876,83587
8	25394	-0,51758	23034,57362
9	36221	-0,43146	32855,83144
10	47482	0,335338	43071,45134
11	52504	0,278696	47626,8509
12	47715	-0,01456	43282,45574
13	48144	-0,11445	43671,50175
14	43686	0,040869	39627,80527
15	48163	-0,28054	43688,57056
16	50208	0,465085	45544,33569
17	51714	-0,67106	46909,29214
сумма	532594,1	0,111476	483119,5142
среднее	31329,06471	0,006557412	28418,79495

Таблица 4 - Расчет второго эксперимента

№ п/п	$x$	$u_2$	$y_2$
1	5049,5	0,616517	4581,211767
2	6999,2	-1,51263	6347,65549
3	8678	0,764971	7872,772571
4	10567,4	0,828977	9586,711317
5	12939	1,126493	11738,28719

6	16320	1,79858	14805,86438
7	20810	-1,1252	18875,8196
8	25394	0,281238	23035,37244
9	36221	0,705918	32856,96882
10	47482	-0,11481	43071,00119
11	52504	0,538417	47627,11062
12	47715	-0,93948	43281,53082
13	48144	1,545873	43673,16207
14	43686	-1,13899	39626,62541
15	48163	0,283708	43689,13481
16	50208	-2,54313	45541,32747
17	51714	0,830057	46910,79326
сумма	532594,1	1,946509	483121,3492
среднее	31329,06471	0,114500529	28418,9029

Случайных чисел в каждом из них (см. табл. 5) позволило получить следующие результаты (уравнения регрессии (4),(5),(6)):

$$y_3 = 0,8174 + 0,9064 * x \quad (4)$$

$$y_4 = -0,0455 + 0,9073 * x \quad (5)$$

$$y_5 = 0,4569 + 0,9065 * x \quad (6)$$

Таблица 5 – Расчет третьего, четвертого, пятого экспериментов

№ п/п	x	u3	y3	u4	y4	u5	y5
1	5049,5	1,68282	4582,28	0,44566	4581,04	1,165738	4581,76
2	6999,2	1,359604	6350,53	0,438069	6349,61	0,775469	6349,94
3	8678	-0,53338	7871,47	-0,65813	7871,35	-0,97013	7871,04
4	10567,4	0,598485	9586,48	-0,56649	9585,36	-2,28767	9583,59
5	12939	-1,24797	11735,91	0,73107	11737,89	-1,11332	11736,04
6	16320	-0,67841	14803,39	-0,54968	14803,51	-0,4582	14803,60
7	20810	0,297832	18877,24	-0,69487	18876,25	0,356756	18877,30
8	25394	0,924131	23036,02	-2,10724	23032,98	1,618318	23036,70
9	36221	0,511375	32856,77	0,527308	32856,79	-0,15666	32856,10
10	47482	0,381159	43071,50	-0,1493	43070,97	0,468162	43071,58
11	52504	-0,03638	47626,54	1,49978	47628,07	-0,56855	47626,00
12	47715	-1,05548	43281,42	0,193558	43282,66	0,133001	43282,60
13	48144	-0,32239	43671,29	-2,1274	43669,49	0,73708	43672,35
14	43686	-0,25815	39627,51	1,189924	39628,95	0,694481	39628,46
15	48163	0,520201	43689,37	-0,43799	43688,41	-0,55342	43688,30
16	50208	0,458115	45544,33	0,083135	45543,95	-0,01327	45543,86
17	51714	-0,22868	46909,73	0,623843	46910,59	-1,29536	46908,67

сум ма	532594,1	2,372882	483121,78	-1,558753	483117,84	-1,467575	483117,9 3
сред нее	31329,064 71	0,139581 294	28418,93	- 0,0916913 53	28418,70	- 0,0863279 41	28418,70

В таблице 6 приведены оценки  $a$  и  $b$  всех пяти экспериментов.

Можно заметить, что, несмотря на то, что в одних случаях оценки принимают заниженные значения, а в других – завышенные, в целом значения  $a$  и  $b$  группируются вокруг истинных значений  $\alpha$  и  $\beta$  (то есть выбранных истинными по предположению), равных соответственно 0,1938 и 0,9071.

Таблица 6 – Значения коэффициентов полученные в пяти экспериментах

№ п/п	a	b
1	0,1712	0,9072
2	1,1648	0,9059
3	0,8174	0,9064
4	-0,0455	0,9073
5	0,4569	0,9065
Сумма	2,5648	4,5333
Среднее	0,51296	0,90666

Несмотря на идеальность условий Гаусса-Маркова, необходимо приближать к ним условия проведения экспериментов. Среднее математическое каждого набора случайных чисел должно быть близко к нулю, а их дисперсии приблизительно равны между собой.

Оценим точность коэффициентов регрессии с помощью их дисперсий, которые находятся по формулам (5). Так как  $\sigma_u^2$  неизвестно, получим ее оценку  $S_u^2$  на основе остатков по формуле (6). А затем, используя ее, рассчитаем стандартные ошибки коэффициентов регрессии в каждом из наблюдении по формулам (7). Результаты вычислений представлены в таблице 7.

Таблица 7 – Статистики вычислений

Экспери мент	$Var(e)$	$S_u^2$	$c.o.(a)$	$c.o.(b)$
1	0,3064	0,3472	0,2819 69	0,0000077
2	1,3859	1,5707	0,2819	0,000016

3	0,6361	0,7209	0,4063	0,000011
4	0,9924	1,1420	0,5114	0,000014
5	0,9874	1,1477	0,2628	0,000014

Полученные значения с.о.(a) и с.о.(b) можно сравнить с истинными стандартными отклонениями для a и b, одинаковыми во всех экспериментах по методу Монте-Карло. Они рассчитываются по формулам (5), в которых  $\sigma_u^2$  принимается равной 1, так как  $u$  определялось на основе нормально распределенных случайных чисел, взятых из генеральной совокупности с нулевым средним и единичной дисперсией.

$$pop.\text{var}(a) = \frac{\sigma_u^2}{n} \left\{ 1 + \frac{\bar{x}^2}{Var(x)} \right\} = 0,2290$$

$$pop.\text{var}(b) = \frac{\sigma_u^2}{nVar(x)} = 0,00000000017$$

#### Вопросы для собеседования

1. Объяснить суть метода Монте-Карло и назвать этапы его проведения.
2. Охарактеризуйте условия Гаусса-Маркова.
3. Поясните, предположение о нормальности распределения случайной составляющей.
4. Дать определение стандартной ошибки.
5. Каким образом происходит проверка гипотезы?
6. Раскройте понятие доверительного интервала.
7. От каких параметров зависит величина доверительных интервалов коэффициентов регрессии?

### **Лабораторная работа 2 «Множественный регрессионный анализ»**

Цель расчетной работы заключается в освоении методики проведения множественного регрессионного анализа.

#### **Задание на лабораторную работу**

1. Проиллюстрировать понятие регрессионного анализа.
2. Рассчитать по полученным данным коэффициенты линейной множественной регрессии, определить их стандартные отклонения.
3. Оценить качество построенной модели: рассмотреть деление полной дисперсии зависимой переменной  $Y$  на объясненную и необъясненную составляющие, определить коэффициент детерминации, сделать вывод о качестве полученной модели.
4. Определить значимость коэффициентов регрессии, используя статистику Стьюдента.
5. Проверить качество модели, используя статистику Фишера.
6. По полученной модели определить с доверительной вероятностью 95% интервал возможных значений  $Y$  при заданных значениях независимой переменной  $X$ .

При выполнении данной расчетной работы рекомендуется использовать табличный редактор Microsoft Office Excel.

### **Экспериментальная часть**

Для выполнения расчетной работы на сайте Росстата ([www.gks.ru](http://www.gks.ru)) выбраны следующие показатели:

$y$  – валовой внутренний продукт Российской Федерации, млн. руб.;

$x_1$  – среднедушевые денежные доходы населения, в месяц рублей;

$x_2$  – инвестиции в основной капитал, млн. руб.;

$x_3$  – среднегодовая численность занятых в экономике, тыс. человек;

$x_4$  – оборот розничной торговли, млн. руб.;

$x_5$  – основные фонды в экономике, млн. руб.

Для анализа использованы данные государственной статистики за 1999-2010 гг. (таблица 8). На основе данных необходимо сделать выводы о зависимости ВВП Российской Федерации от среднедушевых денежных доходов населения, инвестиций в основной капитал, среднегодовой численности занятых в экономике, оборота розничной торговли и основных фондов в экономике.

Таблица 8 – Основные факторы, характеризующие объем ВВП Российской Федерации

Год	ВВП РФ, млн. руб. (y)	Среднедушевые денежные доходы населения, в месяц; рублей (x <sub>1</sub> )	Инвестиции в основной капитал, млн. руб. (x <sub>2</sub> )	Среднегодовая численность занятых в экономике, тыс. человек (x <sub>3</sub> )	Оборот розничной торговли, млн. руб. (x <sub>4</sub> )	Основные фонды в экономике, млн. руб. (x <sub>5</sub> )
1	4149289,6	1659	670439	63963,4	1797,4	14334783
2	5753671,6	2281	1165234	64516,6	2352,3	17464172
3	7741381,3	3062	1504712	64980,1	3070,0	21495236
4	8741219,2	3947	1762407	65573,6	3765,4	26333273
5	10742423,3	5170	2186365	65979,2	4529,7	32173286
6	13964305,4	6410	2865014	66407,2	5642,5	34873724
7	18034385,2	8112	3611109	66791,6	7041,5	41493568
8	22492119,6	10196	4730023	67174,0	8711,9	47489498
9	27963955,6	12603	6716222	68019,2	10869,0	60391454
10	33908756,7	14948	8781616	68473,6	13924,9	74441095
11	32072552,0	17009	7976013	67462,9	14584,7	82302969
12	37398520,1	18881	9151411	67576,7	16468,6	93185612

В качестве регрессионной модели возьмем линейную модель вида:

$$Y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + \varepsilon$$

Тогда в матричном виде исходные данные примут вид:

$$Y = \begin{pmatrix} 4149289,6 \\ 5753671,6 \\ 7741381,3 \\ 8741219,2 \\ 10742423,3 \\ 13964305,4 \\ 18034385,2 \\ 22492119,6 \\ 27963955,6 \\ 33908756,7 \\ 32072552,0 \\ 37398520,1 \end{pmatrix};$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1659 & 670439 & 63963,4 & 1797,4 & 14334783 \\ 1 & 2281 & 1165234 & 64516,6 & 2352,3 & 17464172 \\ 1 & 3062 & 1504712 & 64980,1 & 3070,0 & 21495236 \\ 1 & 3947 & 1762407 & 65573,6 & 3765,4 & 26333273 \\ 1 & 5170 & 2186365 & 65979,2 & 4529,7 & 32173286 \\ 1 & 6410 & 2865014 & 66407,2 & 5642,5 & 34873724 \\ 1 & 8112 & 3611109 & 66791,6 & 7041,5 & 41493568 \\ 1 & 10196 & 4730023 & 67174,0 & 8711,9 & 47489498 \\ 1 & 12603 & 6716222 & 68019,2 & 10869,0 & 60391454 \\ 1 & 14948 & 8781616 & 68473,6 & 13924,9 & 74441095 \\ 1 & 17009 & 7976013 & 67462,9 & 14584,7 & 82302969 \\ 1 & 18881 & 9151411 & 67576,7 & 16468,6 & 93185612 \end{pmatrix}$$

Коэффициенты регрессии и их стандартные ошибки определим по следующим формулам:

$$b = (X^T X)^{-1} X^T Y,$$

$$S(b) = S^2 (X^T X)^{-1},$$

$$S^2 = \frac{1}{n-k-1} (Y - Xb)^T (Y - Xb),$$

$$S_{b_j} = s \sqrt{[(X^T X)^{-1}]_{jj}}.$$

Перемножаем матрицы, в результате получаем:

$$b = \begin{pmatrix} -55825145,66 \\ 955,21 \\ 1,18 \\ 914,61 \\ 1645,42 \\ -0,27 \end{pmatrix}$$

$$b^T = (-55825145,66 \quad 955,21 \quad 1,18 \quad 914,61 \quad 1645,42 \quad -0,27)$$


Среднеквадратическое отклонение (стандартная ошибка) коэффициента регрессии:

$$S_{b_j} = \begin{pmatrix} 24754239,36 \\ 800,0644126 \\ 0,995004296 \\ 376,851264 \\ 1663,606625 \\ 0,129433335 \end{pmatrix}$$

Следовательно, аналитическую модель можно представить как:

$$\hat{y}_i = -55825145,66 + 955,21x_1 + 1,18x_2 + 914,61x_3 + 1645,42x_4 - 0,27x_5$$

Для проведения расчетов рекомендуется использовать табличный редактор Microsoft Office Excel включающий надстройку «Анализ данных», которую можно настроить следующим образом:

1. На панели инструментов в раскрывающемся меню при нажатии кнопки Office  в его нижней части выбрать Параметры Excel → Надстройки → Перейти (рисунок 1).

2. Далее в меню «Надстройки» (рисунок 2) выбирается надстройка «Анализ данных». После установки на панели инструментов во вкладке «Данные» появятся кнопка «Анализ данных».

3. Кнопка «Анализ данных» вызывает список доступных средств анализа. Для решения задачи выбираем функцию «Регрессия» (рисунок 3).

4. Устанавливаем параметры регрессии (рисунок 3), массив входных данных  $Y$  и  $X$ , задаем уровень надежности 95%. После выполнения расчетов на новом рабочем листе появится массив значений коэффициентов регрессии и их стандартные ошибки, предсказанные значения  $Y$  и остатки, а также данные дисперсионного анализа.

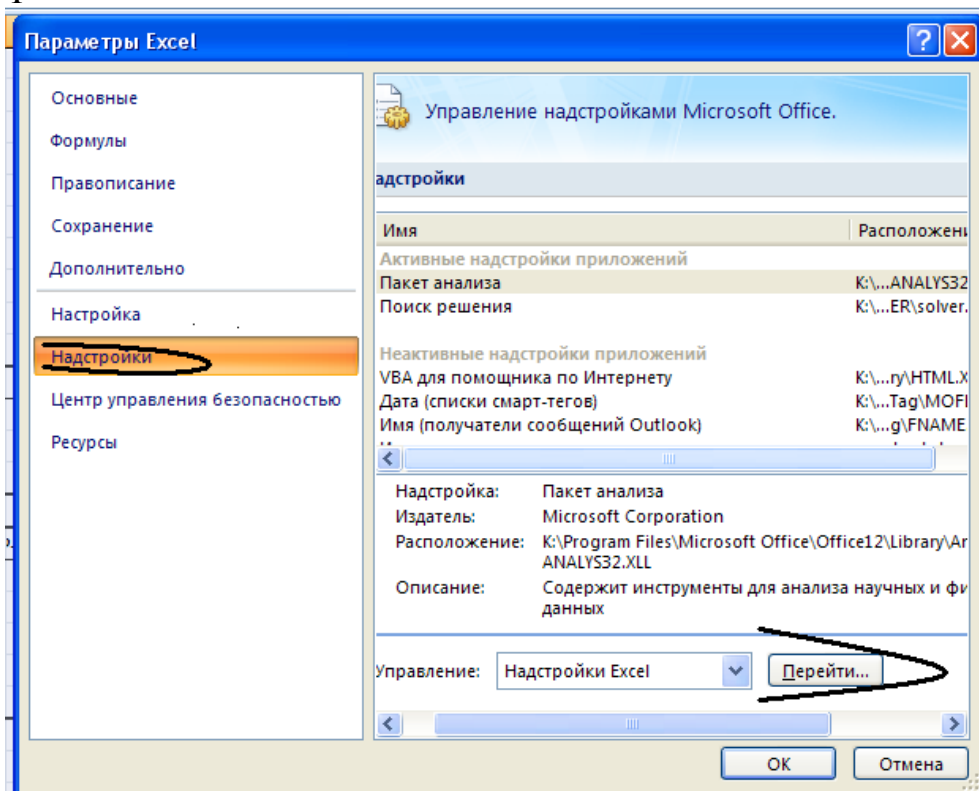


Рисунок 1 –Иллюстрация настройки Microsoft Office Excel

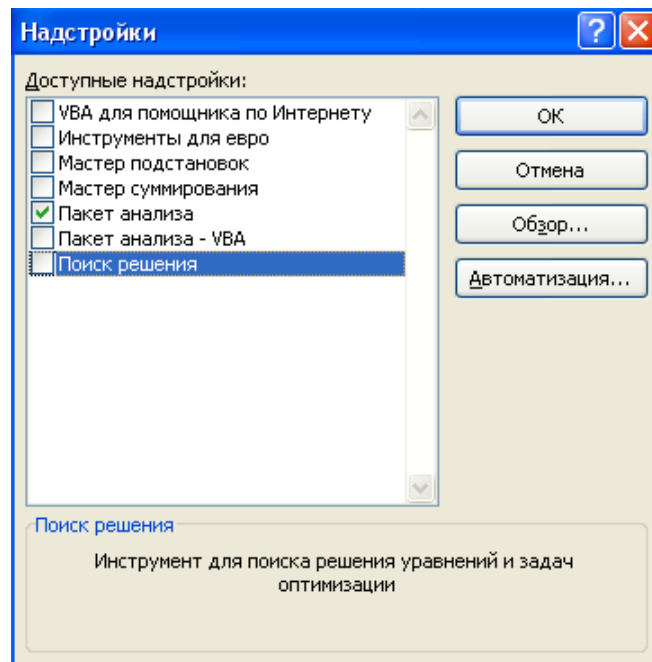


Рисунок 2 – Меню Надстройки

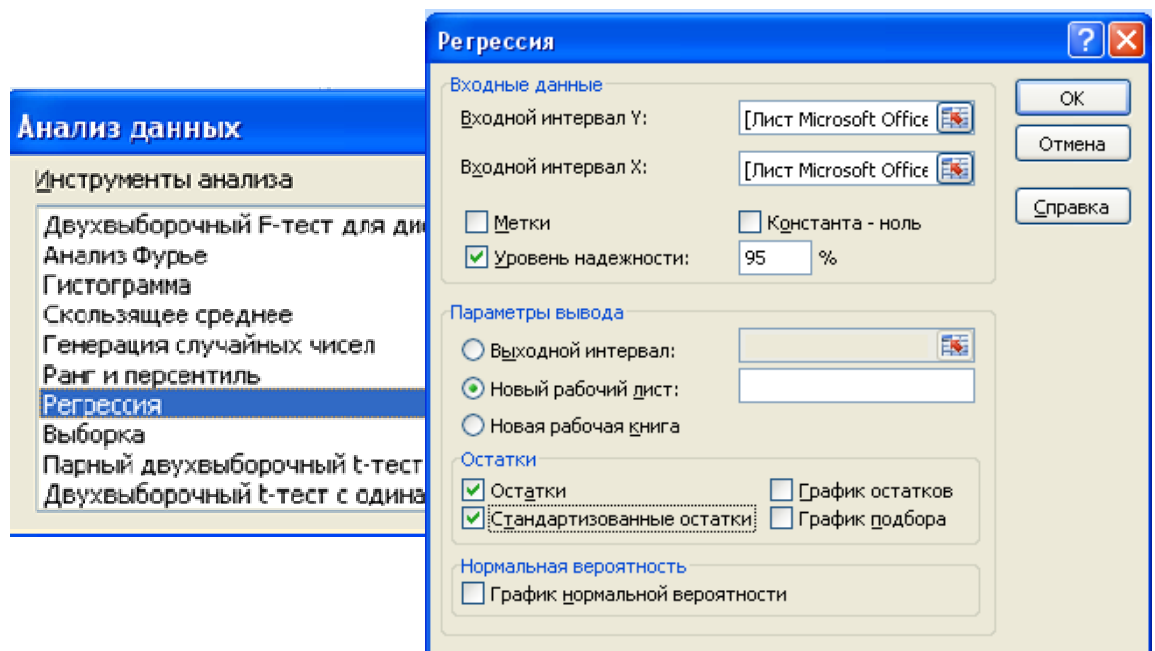


Рисунок 3 – Расчет параметров регрессии в табличном редакторе Microsoft Office Excel

Для оценки качества построенного уравнения регрессии сравним объясненную и полную дисперсии (таблица 9).

Таблица 9 – Вычисление объясненной и полной дисперсии

Наблю- дение	ВВП РФ, млн. руб. (y)	Предска- занное ( $\hat{y}_i$ )	Остатки ( $y_i - \hat{y}_i$ )	$(y_i - \hat{y}_i)^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(\hat{y}_i - \bar{y})^2$
1	4149289,6	4108169,726	41119,87	1690844065	2,08252E+14	2,0944E+14
2	5753671,6	5854019,943	-100348,34	10069789993	1,6452E+14	1,61956E+14
3	7741381,3	7508526,087	232855,21	54221550233	1,1748E+14	1,22582E+14
4	8741219,2	9028213,009	-286993,81	82365446498	9,68058E+13	9,12407E+13
5	10742423,3	10735954,06	6469,24	41851071,91	6,1431E+13	6,15324E+13
6	13964305,4	14209664,13	-245358,73	60200908613	2,13066E+13	1,91017E+13
7	18034385,2	17568283,3	466101,89	2,17251E+11	2,9793E+11	1,02401E+12
8	22492119,6	22347003,52	145116,08	21058677394	1,5303E+13	1,41887E+13
9	27963955,6	27803001,66	160953,94	25906170624	8,80546E+13	8,50598E+13
10	33908756,7	34102355,62	-193598,92	37480543484	2,34964E+14	2,40937E+14
11	32072552,0	33139653,93	-1067101,93	1,13871E+12	1,82043E+14	2,11977E+14
12	37398520,1	36557734,61	840785,49	7,0692E+11	3,54129E+14	3,23191E+14
Сумма	222962579,6	222962579,6		2,35591E+12	1,54459E+15	

Сумма квадратов остатков (необъясненная дисперсия):

$$S_e = e^T e = 2,35591E+12.$$

Объясненная дисперсия:

$$S_{yp} = (Y_p - \bar{Y}_p)^T (Y_p - \bar{Y}_p) = 1,54223E+15.$$

Полная дисперсия:

$$S = (Y - \bar{Y})^T (Y - \bar{Y}) = 1,54459E+15.$$

То есть объясненная дисперсия составляет почти 100% от полной, что свидетельствует о хорошем соответствии модели реальной ситуации. Далее для оценки качества построенной регрессии рассчитаем коэффициенты детерминации (простой и скорректированный).

Простой коэффициент детерминации:

$$R^2 = 1 - \frac{S_e}{S} = \frac{S_{yp}}{S} = 0,9984747.$$

Скорректированный коэффициент детерминации:

$$\hat{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-k-1} (1 - R^2) = 1 - \frac{12-1}{12-5-1} (1 - 0,9984747) = 0,9972037.$$

Высокое значение коэффициента детерминации свидетельствует о высоком качестве полученной модели.

Проверим значимость модели, используя F-статистику. Для этого выдвинем статистическую гипотезу о равенстве всех коэффициентов регрессии нулю.

$H_0$ : все коэффициенты регрессии равны 0, т.е. уравнение модели не значимо.

В качестве альтернативной гипотезы предложим, что все коэффициенты регрессии не равны 0.

H1: существует хотя бы один коэффициент регрессии, значение которого не равно 0, т.е. уравнение модели значимо.

$$F = \frac{S_{yp}(n-k-1)}{S_{ek}} = 785,5455.$$

Табличное значение  $F$ -критерия Фишера для уровня значимости  $\alpha=0,05$  и чисел степеней свободы числителя (регрессии)  $\nu_1 = k=5$  и знаменателя  $\nu_2 = (n - k - 1)=6$  составляет  $F_{таб}=4,95$ . Так как  $F$ -статистика превышает табличное значение  $F$ -критерия Фишера, то это свидетельствует о статистической значимости уравнения регрессии в целом. Таким образом, справедливо утверждать, что гипотеза  $H_0$  отвергается в пользу альтернативной, то есть полученная модель значима.

Проверим значимость коэффициентов регрессии, используя статистику Стьюдента. Для этого выдвинем  $k$  статистических гипотез, о равенстве каждого коэффициента регрессии нулю. Альтернативными гипотезами будут неравенство каждого коэффициента нулю (коэффициент значим).

$$t_j = \frac{b_i}{S_{b_i}} \quad j = 0,1 \dots k$$

$$t_j = \begin{pmatrix} -2,255175 \\ 1,193918 \\ 1,187737 \\ 2,426988 \\ 0,989066 \\ 0,989066 \end{pmatrix}$$

$$t_j^T = (-2,255175 \quad 1,193918 \quad 1,187737 \quad 2,426988 \quad 0,989066 \quad 0,989066)$$

Для уровня значимости  $\alpha=0,05$  и чисел степеней свободы  $n - k - 1 = 6$  табличное значение статистики Стьюдента  $t_{1-\alpha, n-k-1} = 2,44$ . Если выбрать уровень значимости  $\alpha=0,10$ , то табличное значение уменьшится и составит  $t_{1-\alpha, n-k-1}=1,94$ , тогда увеличится вероятность ошибки до 10%, но это условие будет проще удовлетворить.

Результаты проверки гипотез приведены в матричном виде. Для уровня значимости  $\alpha=0,05$  результат сравнения  $|t| > t_{1-\alpha, n-k-1}$  следующий:

$$H_{\beta_0 T} = ("b=0" \quad "b=0" \quad "b=0" \quad "b=0" \quad "b=0" \quad "b=0")$$

Следовательно, коэффициенты регрессии при уровне значимости  $\alpha=0,05$  являются незначимыми.

Для уровня значимости  $\alpha=0,10$  результат сравнения  $|t| > t_{1-\alpha, n-k-1}$  следующий:

$$H_{\beta_0 T} = ("b < 0" \quad "b=0" \quad "b=0" \quad "b > 0" \quad "b=0" \quad "b=0")$$

При уровне значимости 0,10 коэффициент регрессии  $b_0$  и  $b_3$  являются значимыми. Так как гипотеза о значимости коэффициентов  $b_1, b_2, b_5$  нулю принимается, то справедливо полагать, что значение  $Y$ , не зависит от значения  $X_1, X_2, X_5$ .

В действительности полученный результат свидетельствует лишь, что доверительный интервал коэффициентов  $b_1, b_2, b_5$  будет включать и нулевое значение.

Доверительные интервалы для  $b_j$  представим в виде матрицы, в первом столбце которого укажем нижние границы интервалов для каждого  $b_j$ , а во втором верхние.

$$b_j - t_{(1-\alpha), (n-k-1)} S_{b_j} \leq \beta_j \leq b_j + t_{(1-\alpha), (n-k-1)} S_{b_j}$$

При уровне значимости  $\alpha=0,05$

$$\text{Int}\beta = \begin{pmatrix} -116396587,2 & 4746295,885 \\ -1002,475643 & 2912,898535 \\ -1,252884675 & 3,616490923 \\ -7,508275065 & 1836,735369 \\ -2425,282218 & 5716,115301 \\ -0,588984738 & 0,044439184 \end{pmatrix}$$

Предсказание значения  $Y$  по полученной модели в заданной точке

$$X_0 := (1 \ 20557.1 \ 10776838.7 \ 70732 \ 19082577.6 \ 93185612)^T$$

По прогнозным оценкам макроэкономических показателей на 2011 год, выбранных в качестве факторов, предскажем значение ВВП в Российской Федерации на 2011 года. В построенное уравнение  $\hat{y}_i = -55825145,66 + 955,21x_1 + 1,18x_2 + 914,61x_3 + 1645,42x_4 - 0,27x_5$  подставим значения  $X^0$ .

В точке  $X^0$  значение, рассчитанное по модели равно:

$$y_{19} = 31414914785 \text{ млн. руб.}$$

Границы доверительного интервала предсказанного значения:

$$y \in [(X^0)b \pm t_{(1-\alpha), k} S \sqrt{(X^0)^T (X^T X)^{-1} X^0}]$$

$$y_{\min} = -2,20E+20$$

$$y_{\max} = 2,20E+20$$

Таким образом, ВВП РФ ( $Y$ ) с вероятностью 95 % будет находиться в интервале от  $2,20E+20$  до  $2,20E+20$  млн. руб.

Широкое значение интервала объясняется большой колеблемостью  $Y$  за рассматриваемый период, в связи с этим большое значение дисперсии  $S=1,54459E+15$ , обуславливает полученные большие значения доверительного интервала.

Использование регрессионного анализа привело к получению модели описывающей взаимосвязь между ВВП Российской Федерации и среднедушевыми денежными доходами населения; инвестициями в основной капитал; среднегодовой численностью занятых в экономике; оборотом розничной торговли; основными фондами в экономике.

### **Вопросы для собеседования**

1. Запишите линейную модель множественной регрессии.
2. Назовите этапы построения модели множественной регрессии.
3. Опишите факторы обуславливающие точность коэффициентов множественной регрессии.
4. Как проводится оценка параметров множественной регрессии методом наименьших квадратов?
5. Как проводится оценка качества модели?
6. Поясните, от каких параметров зависит величина доверительных интервалов для коэффициентов регрессии.
7. Дайте определение понятию «гетероскедастичность».
8. Для чего применяется тест Гольдфельда – Квандта.
9. Дайте определение понятию «мультиколлинеарность».
10. Назовите способы обнаружения мультиколлинеарности факторов при построении регрессионных моделей.
11. Назовите методы уменьшения мультиколлинеарности.

### **Лабораторная работа 3 «Построение нелинейной модели»**

Цель расчетной работы - освоение методов построения нелинейных моделей с помощью их приведения к линейному виду или путем использования нелинейной регрессии.

### Задание на лабораторную работу:

1. Выбрать нелинейную функцию, аппроксимирующую исходные данные.
  2. Привести нелинейное соотношение к линейному виду, то есть линеаризовать путем логарифмирования или метода замены переменных.
  3. По статистическим данным построить уравнение регрессии, характеризующее данную зависимость.
  4. Осуществить проверку, не обеспечивает ли одна из моделей значимо лучшего соответствия.
  5. Дать экономическую трактовку полученного результата.
- При выполнении данной расчетной работы рекомендуется использовать табличный редактор Microsoft Office Excel.

### Экспериментальная часть

При выборе вида нелинейного соотношения, которое возможно наиболее лучшим способом аппроксимирует зависимость между  $Y$  и  $X$ , рекомендуется произвести сравнение различных видов распределений с диаграммой рассеяния для имеющихся данных.

Для анализа использованы данные государственной статистики за 2000-2017 гг. (таблица 10). На основе данных необходимо сделать выводы о зависимости денежной массы от золотовалютного запаса, наличных денег, безналичных средств, депозитов и кредитов.

В нашем случае для аппроксимации зависимости между денежной массой и золотовалютным запасом возьмем модель степенной функции

$$y = \alpha x^{\beta} \varepsilon.$$

Оценим коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$ , предварительно приведя его к линейному виду путем логарифмирования обеих частей:

$$\log y = \log \alpha x^{\beta} \varepsilon = \log a + b \log x + \log \varepsilon.$$

С учетом замен:

$$y' = \log y, z = \log x, a' = \log a, e' = \log \varepsilon$$

уравнение можно представить в следующем виде:

$$y' = a' + bz + e'.$$

Таблица 10 – Основные факторы, характеризующие денежную массу

№ п/п	Год	Денежная масса (у), млн. руб.	Золотовалютный запас (х1), млн. руб.	Наличные деньги (х2)	Безналичные средства (х3)	Депозиты и вклады (х4)	Кредиты (х5)
1	2000	714,6	399,8	266,1	448,5	695,8	956,3
2	2001	1 150,60	370,8	418,9	731,7	971,6	1467,5
3	2002	1 609,40	408,00	583,8	1025,6	1362,3	2028,9
4	2003	2 130,50	373,9	763,2	1367,3	1924,1	2910,2
5	2004	3 205,20	376,34	1 147,00	2058,2	2563,8	3576,3
6	2005	4353,9	373,24	1534,8	2819,1	3501,9	4228,0
7	2006	6032,1	634,9	2009,2	4022,9	5152,3	5999,4
8	2007	8970,7	816,44	2785,2	6185,5	7738,4	9218,2
9	2008	12869	1201,19	3702,2	9166,8	11569,0	13923,8
10	2009	12975,9	1453,34	3794,8	9181,1	14573,4	19362,5
11	2010	15267,6	2279,8	4038,1	11229,5	16159,4	19179,6
12	2011	20011,9	3578,81	5062,7	14949,2	19729,8	21537,3
13	2012	24204,8	4469,67	5938,6	18266,2	24944,9	27911,6
14	2013	27164,6	5103,93	6430,1	20734,5	27381,2	29751,8
15	2014	31155,6	3998,99	6985,6	24170,0	25312,2	26472,6
16	2015	31615,7	4608,90	7171,5	24444,2	23673,8	25191,0
17	2016	35179,7	4856,26	7239,1	27940,6	24571,6	26782,9
18	2017	38417,9	6019,4	7714,8	30703,1	26758,4	28964,2

Процедура оценивания регрессии теперь будет следующей. Сначала вычислим  $y'$  и  $z$  для каждого наблюдения путем взятия логарифмов от исходных значений. Затем оценим регрессионную зависимость значений  $y'$  от  $z$  методом наименьших квадратов. Необходимые расчеты предоставлены в таблице 11.

Таблица 11 – Расчет показателей степенной функции

№ п/п	$x$	$y$	$z=\ln x$	$y'=\log y$	$\hat{y}$	$e'$	$e'^2$
1	399,800	714,600	5,991	6,572	3310,235	-2595,635	6737322,192
2	370,800	1150,600	5,916	7,048	3093,215	-1942,615	3773753,688
3	408,000	1609,400	6,011	7,384	3371,311	-1761,911	3104329,776
4	373,900	2130,500	5,924	7,664	3116,492	-985,992	972180,869
5	376,340	3205,200	5,930	8,073	3134,800	70,400	4956,133
6	373,240	4353,900	5,922	8,379	3111,538	1242,362	1543462,943
7	634,900	6032,100	6,453	8,705	5020,341	1011,759	1023656,607
8	816,440	8970,700	6,705	9,102	6296,273	2674,427	7152557,675
9	1201,190	12869,000	7,091	9,463	8914,236	3954,764	15640157,000
10	1453,340	12975,900	7,282	9,471	10582,895	2393,005	5726470,859

11	2279,800	15267,600	7,732	9,633	15873,640	-606,040	367284,888
12	3578,810	20011,900	8,183	9,904	23824,832	-3812,932	14538452,761
13	4469,670	24204,800	8,405	10,094	29104,498	-4899,698	24007044,638
14	5103,930	27164,600	8,538	10,210	32798,545	-5633,945	31741337,246
15	3998,990	31155,600	8,294	10,347	26329,578	4826,022	23290488,328
16	4608,895	31615,700	8,436	10,361	29919,604	1696,096	2876741,519
17	4856,260	35179,700	8,488	10,468	31361,840	3817,860	14576056,905
18	6019,400	38417,900	8,703	10,556	38051,625	366,275	134157,627
Сум- ма	41323,705	277029,700	130,003	163,433	277215,500	-185,800	157210411,655
Сре днее	2295,76	15390,54	7,222	9,080	15400,86	-10,32	8733911,76

Коэффициент при  $z$  будет представлять собой непосредственно оценку коэффициента  $\beta$ . Постоянный член является оценкой  $\alpha'$ , т.е.  $\log \alpha$ . Таким образом, оценка  $b$  коэффициента  $\beta$  равна 0,9, а для того чтобы найти оценку  $a$  коэффициента  $\alpha$ , найдем экспоненту значения  $a' = 1,176$ :

$$a = \exp(a') = 15,29.$$

Следовательно, нелинейная, а точнее экспоненциальная зависимость будет иметь следующий вид:

$$\hat{y} = 15,29x^{0,9}.$$

Эластичность  $Y$  по  $X$  в данном уравнении равна  $b=0,9$ , т.е. эластичность денежной массы от золотовалютных запасов равна 0,9, следовательно, изменение золотовалютных запасов 1% вызывает изменение денежной массы потребления на 0,9%.

Проверим тест Кокса-Бокса для того, чтобы непосредственно сравнить суммы квадратов отклонений в линейной и логарифмической моделях.

Вычисляем среднее геометрическое значение  $y$ , используя среднее арифметическое значений  $y' = \log y$  (таблица 12).

$$y_{ср.геом} = e^{\sum_{i=1}^{25} y_i} = e^{9,08} = 9124.$$

Пересчитываем наблюдения  $y$  и  $\log y$  по формулам:

$$y_i^* = \frac{y_i}{y_{ср.геом}}, \quad \log y_i^* = \log \frac{y_i}{y_{ср.геом}}.$$

Таблица 12 – Пересчет данных линейной модели

№ п/п	$x$	$y$	$y^*$	$y^*_{\text{расч.}}$	$e_{\text{лин.}}$	$e^2_{\text{лин.}}$
1	399,800	714,600	0,078	0,425	-0,346	0,120
2	370,800	1150,600	0,126	0,408	-0,282	0,080
3	408,000	1609,400	0,176	0,429	-0,253	0,064
4	373,900	2130,500	0,234	0,410	-0,177	0,031
5	376,340	3205,200	0,351	0,412	-0,060	0,004
6	373,240	4353,900	0,477	0,410	0,067	0,005
7	634,900	6032,100	0,661	0,555	0,106	0,011
8	816,440	8970,700	0,983	0,656	0,327	0,107
9	1201,190	12869,000	1,410	0,870	0,540	0,292
10	1453,340	12975,900	1,422	1,011	0,411	0,169
11	2279,800	15267,600	1,673	1,471	0,203	0,041
12	3578,810	20011,900	2,193	2,193	0,000	0,000
13	4469,670	24204,800	2,653	2,689	-0,036	0,001
14	5103,930	27164,600	2,977	3,042	-0,065	0,004
15	3998,990	31155,600	3,415	2,427	0,988	0,975
16	4608,895	31615,700	3,465	2,766	0,699	0,488
17	4856,260	35179,700	3,856	2,904	0,952	0,906
18	6019,400	38417,900	4,211	3,551	0,659	0,435
Сумма	1722,610	11454,427	1,255	1,161	0,095	0,127
Ср-е	25839,150	171816,400	18,831	17,409	1,423	1,904

Оценим параметры регрессии для линейной модели между значениями  $x_i$  и  $y_i^*$  (таблица 12) с использованием  $y^*$  вместо  $y$  в качестве зависимой переменной и для логарифмической - между значениями  $z = \log x$  и  $\log y_i^*$  (таблица 13) с использованием  $\log y^*$  вместо  $\log y$ . Используем формулы для нахождения оценок коэффициентов обеих регрессий через ковариацию и дисперсию независимой переменной и математические ожидания, а затем вычислим коэффициенты детерминации и суммы квадратов отклонений (СКО) для каждой регрессии и сравним их (таблица 14).

Таблица 13 – Пересчет данных логарифмической модели

№ п/п	$x$	$z = \log x$	$\log y^*$	$\log y^*_{\text{расч}}$	$e_{\text{логар.}}$	$e^2_{\text{логар.}}$
1	399,8	5,99	-2,55	-2,55	0,00	0,00
2	370,8	5,92	-2,07	-2,67	0,60	0,36
3	408	6,01	-1,74	-2,51	0,78	0,61
4	373,9	5,92	-1,45	-2,66	1,20	1,45
5	376,34	5,93	-1,05	-2,65	1,60	2,57
6	373,24	5,92	-0,74	-2,66	1,92	3,69
7	634,9	6,45	-0,41	-1,78	1,36	1,85
8	816,44	6,70	-0,02	-1,36	1,34	1,79
9	1201,19	7,09	0,34	-0,71	1,06	1,11

10	1453,34	7,28	0,35	-0,39	0,75	0,56
11	2279,8	7,73	0,51	0,36	0,16	0,02
12	3578,81	8,18	0,79	1,11	-0,32	0,11
13	4469,67	8,41	0,98	1,48	-0,51	0,26
14	5103,93	8,54	1,09	1,70	-0,61	0,37
15	3998,99	8,29	1,23	1,30	-0,07	0,00
16	4608,895	8,44	1,24	1,53	-0,29	0,08
17	4856,26	8,49	1,35	1,62	-0,27	0,07
18	6019,4	8,70	1,44	1,98	-0,54	0,29
Сумма	1722,61	6,96	-0,32	-0,93	0,62	0,98
Ср-е	25839,15	104,38	-4,73	-13,99	9,26	14,76

Таблица 14 – Сравнение параметров моделей

Значения параметров	Регрессия	
	линейная	логарифмическая
Дисперсия (Var)	5,22832476	2,78935966
Ковариация(Cov)	1521,63553	2646,46671
Коэффициент b	0,00055637	0,00015
Коэффициент a	0,2021583	-0,06695841
Коэффициент детерминации R <sup>2</sup>	0,97744737	0,78388506
СКО (S)	1,90359724	14,7555995

Из таблицы 14 видно, что линейная регрессия дает немного более точное соответствие, чем логарифмическая, так как коэффициент детерминации R<sup>2</sup> для линейной регрессии больше, а сумма квадратов отклонений меньше, чем для логарифмической регрессии.

Проверим, не обеспечивает ли линейная модель значимо лучшего соответствия. Вычислим величину  $\chi^2_{\text{расч}}$  и возьмем ее абсолютное значение. Эта статистика имеет распределение  $\chi^2$  с одной степенью свободы. Если она превышает критическое значение  $\chi^2_{\text{крит}}$  с одной степенью свободы при выбранном уровне значимости (приложение 3), то делается вывод о наличии значимой разницы в качестве оценивания.

Таким образом, расчетное значение равно:

$$X_{\text{расч}}^2 = \left| \frac{18}{2} \log \frac{1,903}{14,7555} \right| = |-33,014068| = 39,89,$$

$$X_{\text{крит}}^2 = 7,2609,$$

$$|X_{\text{расч}}^2| > X_{\text{крит}}^2.$$

Следовательно, с уровнем значимости 5% можно сделать вывод о том, что разница в качестве оценивания значима, и для отражения зависимости между денежной массой и золотовалютными запасами в данном случае предпочтительнее строить линейную модель.

Продолжим выбор нелинейной модели. Рассчитаем параметры полиномиальной модели:

$$y = a + b_1 * x + b_2 * x^2 + \varepsilon.$$

Для линеаризации выбранной модели используем метод замены переменных.

С учетом замены ( $x^2 = z$ ) уравнение можно представить в следующем виде:

$$y = a + b_1 x + b_2 z + \varepsilon.$$

Оценим регрессионную зависимость значений  $y$  от  $x$  и  $z$  методом наименьших квадратов. Необходимые расчеты предоставлены в таблице 15.

В результате расчетов получим следующие оценки коэффициентов:

$$a = 66,988, \quad b_1 = 5,219999, \quad b_2 = 410,77.$$

Следовательно, выбранная полиномиальная зависимость будет иметь следующий вид:

$$y = 66,988 - 5,219999x + 410,77z + \varepsilon.$$

Рассчитаем коэффициент эластичности:

$$\varepsilon = f'(x) * \frac{x_{\text{ср}}}{y_{\text{ср}}} = \frac{b_1 + 2b_2 x_{\text{ср}}}{a + b_1 x_{\text{ср}} + b_2 x_{\text{ср}}^2}.$$

Эластичность  $Y$  по  $X$  в данном уравнении равна  $\varepsilon = 0,001161$ , то есть эластичность денежной массы от золотовалютных запасов равна 0,001161, то есть изменение золотовалютных запас на 1% вызывает изменение денежной массы на 0,001161%.

Таблица 15 – Расчет коэффициентов регрессии

№ п/п	x	y	z=ln x	$\hat{y}$	$e'$	$e'^2$
1	399,8	714,6	5,99	4614,892652	-3900,29	15212283
2	370,8	1 150,60	5,92	4432,58053	-3281,98	10771396
3	408	1 609,40	6,01	4666,036545	-3056,64	9343027
4	373,9	2 130,50	5,92	4452,182469	-2321,68	5390209
5	376,34	3 205,20	5,93	4467,59121	-1262,39	1593632
6	373,24	4353,9	5,92	4448,011535	-94,1115	8856,981
7	634,9	6032,1	6,45	6032,1	-4,8E-07	2,26E-13
8	816,44	8970,7	6,70	7083,043238	1887,657	3563248
9	1201,19	12869	7,09	9250,044848	3618,955	13096836
10	1453,34	12975,9	7,28	10644,54184	2331,358	5435231
11	2279,8	15267,6	7,73	15143,6037	123,9963	15375,08
12	3578,81	20011,9	8,18	22109,67166	-2097,77	4400646
13	4469,67	24204,8	8,41	26851,26937	-2646,47	7003800
14	5103,93	27164,6	8,54	30216,61462	-3052,01	9314793
15	3998,99	31155,6	8,29	24348,61187	6806,988	46335087
16	4608,895	31615,7	8,44	27590,62375	4025,076	16201239
17	4856,26	35179,7	8,49	28903,34446	6276,356	39392639
18	6019,4	38417,9	8,70	35063,13593	3354,764	11254442
Сумма	1722,61	11454,427		11917,38641		8765628,07
Среднее	25839,15	171816,4		178760,7961		131484421

Среднеквадратическое отклонение для полиномиальной модели составит СКО= 672913,84.

Рассчитаем коэффициент детерминации  $R^2$ , используя дисперсии значений  $y$  и остатков  $e$ :

$$R^2 = 1 - \frac{Var(e')}{Var(y)} = 1 - \frac{8766199}{223539832} = 0,960785.$$

Коэффициент детерминации позволяет говорить о достаточно хорошем соответствии, обеспечиваемом уравнением регрессии  $y=66,988-5,219999x+410,77z+\varepsilon$ .

Коэффициент детерминации не позволяет дать окончательного заключения без учета других факторов, так как он подвержен влиянию посторонних факторов и может привести к ошибочному выводу. Даже если отсутствует зависимость между  $Y$  и  $X$ , по любой данной выборке наблюдений может показаться, что такая зависимость существует, возможно, и слабая. Только по случайному стечению обстоятельств  $R^2$  в точности равен 0.

Таблицы для критических значений  $R^2$  отсутствуют, для этого нужно рассчитывать на его основе другие показатели. Например, F-критерий для проверки качества оценивания.

Выдвинем гипотезу  $H_0$  об отсутствии связи между  $X$  и  $Y$  и альтернативную –  $H_1$  с уровнем значимости  $\alpha=0,05$ .

$$F = \frac{R^2}{(1-R^2)/(n-2)} = 1,5312, \quad F_{\text{крит}} = 3,59 (0,05; 3; 11).$$

Так как  $F < F_{\text{крит}}$ , то нулевая гипотеза не отклоняется.

Сравним параметры моделей (таблица 16).

Таблица 16 – Сравнение параметров моделей

Вид модели	СКО	$R^2$
Линейная	1,903597	0,977447
Логарифмическая	14,7556	0,783885
Полиномиальная	1,31E+08	0,960785

Исходя из значений стандартного отклонения и коэффициента детерминации трех моделей можно сделать вывод, что линейная модель обеспечивает лучшее соответствие исходным данным.

### Вопросы для собеседования

1. Приведите примеры моделей нелинейного вида.
2. Расскажите о методах линеаризации нелинейных моделей.
3. Приведите примеры логарифмических преобразований нелинейных моделей.
4. Дайте определение эластичности, ее экономический смысл.
5. Объясните, какое влияние оказывают логарифмические преобразования на случайную составляющую в нелинейных моделях.
6. Опишите процедуру Зарембки сравнения линейных и нелинейных моделей.

## 5 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Основная учебная литература

1. Новиков, А. И. Эконометрика : учебное пособие / А. И. Новиков. - 3-е изд. - Москва: Дашков и К°, 2021. - 224 с. - URL:

<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=684224> (дата обращения: 26.05.2024). - Режим доступа : по подписке. - Текст : электронный.

2. Кремер, Н. Ш. Эконометрика : учебник / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко ; под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юнити-Дана, 2017. - 328 с. - URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=615865> (дата обращения 26.05.2024) . - Режим доступа : по подписке. - Текст : электронный.

3. Невежин, В. П. Эконометрические исследования : учебное пособие / В. П. Невежин. - Москва : Прометей, 2020. - 539 с. - URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=612081> (дата обращения 26.05.2024) . - Режим доступа : по подписке. - Текст : электронный.

### **Дополнительная учебная литература**

4. Эконометрика : практикум / Р. В. Гордеев, Е. Д. Иванцова, А. В. Чугункова, А. И. Пыжев ; Сибирский федеральный университет. – Красноярск : Сибирский федеральный университет (СФУ), 2022. – 80 с. - URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=705227> (дата обращения: 26.05.2024). – Режим доступа: по подписке. - Текст : электронный.

5. Яковлев, В. П. Эконометрика : учебник / В. П. Яковлев. - Москва : Дашков и К°, 2021. - 384 с. - URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=684237> (дата обращения: 26.05.2024). - Режим доступа : по подписке. - Текст : электронный.

6. Эконометрика : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, Н. А. Брызгалов и др. ; под ред. В. Б. Уткина. - 2-е изд. - Москва : Дашков и К°, 2017. - 562 с. - URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=452991> (дата обращения 26.05.2024). - Режим доступа : по подписке. - Текст : электронный.

### **Перечень методических указаний**

1. Методы принятия решений в условиях определенности (Часть I) [Электронный ресурс]: методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Теория принятия решений» / Юго-Западный государственный университет, Кафедра вычислительной техники ; ЮЗГУ ; сост. Е. Н. Иванова. - Курск : ЮЗГУ, 2012. - 27 с.

2. Методы принятия решений в условиях определенности (часть II) [Электронный ресурс]: методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Теория принятия

решений» / Юго-Западный государственный университет, Кафедра вычислительной техники ; ЮЗГУ ; сост. Е. Н. Иванова. - Курск : ЮЗГУ, 2012. - 41 с.

3. Давыдкина, О.А. Методы принятия управленческих решений [Электронный ресурс]: методические указания к практическим занятиям / О.А. Давыдкина ; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Пензенский государственный технологический университет», Минобрнауки России. - Пенза : ПензГТУ, 2014. - 120 с. Режим доступа: <http://biblioclub.ru>.

4. Переяслова О.Г. Методы принятия управленческих решений: методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе студентов / Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М. И. Платова. - Новочеркасск: ЮРГПУ (НПИ), 2016. – 68 с.

#### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1 <http://www.biblioclub.ru> - ЭБС «Университетская библиотека онлайн».

2 Научная электронная библиотека eLibrary [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.elibrary.ru>.

3 Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.prlib.ru>.

4 Информационная система «Национальная электронная библиотека» [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://rusneb.ru/>

5 Электронная библиотека ЮЗГУ [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://lib.swsu.ru/>.

#### **6 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

При изучении дисциплины применяются программные продукты Microsoft Office: текстовый редактор Microsoft Word,

электронные таблицы Microsoft Excel, создание презентаций в редакторе Microsoft Power Point.

В качестве источников нормативных и законодательных актов РФ используются справочные правовые системы «Консультант-Плюс», «Гарант».