МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:
И.о.зав.кафедрой
высшей математики
(наименование кафедры полностью)
_____ О.А.Бредихина
(подпись)
«_02_» _____07_____2026г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине

Высшая математика
(наименование дисциплины)

30.05.03 Медицинская кибернетика
шифр и наименование направления подготовки (специальности)

направленность (профиль, специализация) «Медицинские информационные системы»
наименование направленности (профиля, специализации)

форма обучения очная
(очная, очно-заочная, заочная)

Курск – 2025

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

1.1 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

Раздел (тема) 1 «Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии»

Вариант 1 (Т 1)

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix}$.

2. Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} 1 & x & 3 \\ 1 & 2 & -3 \\ 7 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0$.

3. Найти x, если $A = \begin{pmatrix} x & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 12 & -52 \\ 13 & -1 \end{pmatrix}$, $3A^2 - 2A + 3E = B$, где E − единичная матрица.

4. На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: P_1, P_2, P_3, P_4, при этом используют сырьё трёх типов: S_1, S_2 и S_3. Нормам расхода сырья соответствует матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$, где каждый элемент a_{ij} $(i = 1,2,3,4; j = 1,2,3)$ показывает, сколько единиц сырья j-го типа расходуется на производство единицы продукции i-го вида. План выпуска продукции представлен матрицей $C = (150 \quad 120 \quad 90 \quad 100)$, а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 70 \\ 60 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Найти элемент a_{12} обратной матрицы A^{-1}.

6. Установить соответствие.

1) $\begin{cases} 4x + 6y = -1, \\ 12x + 18y = -3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 12x - 7y = 5, \\ -48x + 28y = -15 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x - 5y = 6, \\ x + 2y = 25 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x - 5y = 0, \\ 6x - 15y = 0 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение б) система имеет бесконечное множество решений в) система несовместна г) система имеет только тривиальное решение д) система имеет два решения

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{5}x + 2y = 1, \\ 6x - 3\sqrt{5}y = 12\sqrt{5} \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3. Замечание: вычисления производить в следующей последовательности 1) $\det A$ 2) $\det A_x$ 3) x 4) $\det A_y$ 5) y	1) $\sqrt{5}$ 2) $-27\sqrt{5}$ 3) −2 4) −27 5) 54	

8. Найти решение системы уравнений $\begin{cases} x + y + z = 1, \\ x - y - 2z = 8, \\ 4x + y + 2z = 2. \end{cases}$ В ответ записать произведение $x \cdot y \cdot z$.

9. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 4$ 2) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4$ 3) $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 6$
4) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 5$ 5) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 6$

10. Найти собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $X_1 = \begin{pmatrix} 3C \\ 2C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -C \end{pmatrix}$ 2) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -2C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}$ 3) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -3C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ C \end{pmatrix}$
4) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -5C \end{pmatrix}$ 5) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ 2C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -3C \end{pmatrix}$

Вариант 2 (Т 1)

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$.

2. Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} 5 & -2 & -8 \\ 1 & -2x & 6 \\ -2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$.

3. Найти *x*, если $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & 15 \\ 0 & 23 \end{pmatrix}$, $3A^2 - 4E = B$, где E − единичная матрица.

4. На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: P_1, P_2, P_3, P_4, при этом используют сырьё трёх типов: S_1, S_2 и S_3. Нормам расхода сырья соответствует матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 4 & 7 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 5 \end{pmatrix}$, где каждый элемент a_{ij} $(i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3)$ показывает, сколько единиц сырья j-го типа расходуется на производство единицы продукции i-го вида. План выпуска продукции представлен матрицей $C = (130 \quad 90 \quad 120 \quad 100)$, а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 50 \\ 60 \\ 40 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$. Найти элемент a_{21} обратной матрицы A^{-1}.

6. Установить соответствие.

1) $\begin{cases} 6x+7y=-5, \\ -18x-21y=8 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x-y=0, \\ -9x+3y=0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x+5y=-14, \\ 3x+2y=1 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x-3y=4, \\ 16x-24y=32 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение б) система имеет бесконечное множество решений в) система несовместна г) система имеет только тривиальное решение д) система имеет два решения

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{3}x+2y=11, \\ 4x-\sqrt{3}y=0 \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3. Замечание: вычисления производить в следующей последовательности 1) $\det A$ 2) $\det A_x$ 3) x 4) $\det A_y$ 5) y	1) $-11\sqrt{3}$ 2) 4 3) −44 4) $\sqrt{3}$ 5) −11	

8. Найти решение системы уравнений $\begin{cases} x-y+z=6, \\ x-2y+z=9, \\ x-4y-2z=3. \end{cases}$ В ответ записать произведение $x \cdot y \cdot z$.

9. Найти собственные числа матрицы $A=\begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.

1) $\lambda_1=3, \lambda_2=5$ 2) $\lambda_1=4, \lambda_2=10$ 3) $\lambda_1=3, \lambda_2=9$
4) $\lambda_1=1, \lambda_2=4$ 5) $\lambda_1=2, \lambda_2=8$

10. Найти собственные векторы матрицы $A=\begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.

1) $X_1=\begin{pmatrix} 2C \\ C \end{pmatrix}, X_2=\begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}$ 2) $X_1=\begin{pmatrix} C \\ -3C \end{pmatrix}, X_2=\begin{pmatrix} 2C \\ -C \end{pmatrix}$ 3) $X_1=\begin{pmatrix} C \\ 3C \end{pmatrix}, X_2=\begin{pmatrix} C \\ C \end{pmatrix}$
4) $X_1=\begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}, X_2=\begin{pmatrix} 2C \\ -5C \end{pmatrix}$ 5) $X_1=\begin{pmatrix} C \\ C \end{pmatrix}, X_2=\begin{pmatrix} C \\ -5C \end{pmatrix}$

Вариант 1 (Т 2)

1. Найти $|\vec{c}|^2$, если $\vec{c}=3\vec{a}-\vec{b}$, $\vec{a}(-1;0;5)$, $\vec{b}(2;-1;1)$.

2. Найти сумму $m+n$, если вектор $\vec{b}(12;-2)$ можно разложить по векторам $\vec{a}(-4;-1)$ и $\vec{c}(1;-1)$, записав в виде $\vec{b}=m\vec{c}+n\vec{a}$

3. Даны векторы $\vec{a}(2m;3;-1)$ и $\vec{b}(2;-3m;5)$. Найти m, если известно, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ ортогональны.

4. Установить соответствие.

1) нахождение скалярного произведения векторов 2) нахождение векторного произведения векторов	а) $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ б) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$

3) нахождение смешанного произведения векторов 4) нахождение длины вектора	в) $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$ г) $\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert}$ д) $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$

5.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении площади треугольника ABC, если $A(2;-1;2)$, $B(1;2;-1)$, $C(3;2;1)$.	1) вычислить $\lvert\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\rvert$ 2) найти определитель $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$ 3) вычислить $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ 4) разделить модуль векторного произведения на два	

6. Найти объём треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(3;4;5)$, $B(1;2;1)$, $C(-2;-3;6)$, $D(3;-6;-3)$.

7. Записать общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(6;4)$, $B(-3;-8)$.

1) $\frac{x-6}{3} = \frac{y-4}{4}$ 2) $4x - 3y - 12 = 0$ 3) $y = \frac{4}{3}x - 4$

4) $\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} = 1$ 5) $\begin{cases} x = 3t + 6, \\ y = 4t + 4 \end{cases}$

8. Найти расстояние от точки $M(2;5)$ до прямой $4x - 3y + 8 = 0$.

9. Записать общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M(6;0;-5)$ параллельно векторам $\vec{p}(2;1;-2)$ и $\vec{q}(1;0;3)$.

1) $3x - 8y - z - 23 = 0$ 2) $x + 4y - 3z - 14 = 0$ 3) $3x - 8y - z - 14 = 0$

4) $x + 4y - 3z - 23 = 0$ 5) $3x + 8y - z - 20 = 0$

10. Найти значение m, если уравнение прямой, проходящей через точки $M(1;2;3)$ и $N(-1;0;8)$, в параметрическом виде можно записать как систему $\begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 2 + mt, \\ z = 3 + 5t. \end{cases}$

Вариант 2 (Т 2)

1. Найти длину вектора $\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a}(-1;0;5)$, $\vec{b}(2;-1;1)$

1) $\sqrt{222}$ 2) $\sqrt{1404}$ 3) $\sqrt{468}$ 4) 10 5) 15

2. Если $A(1;3;2)$ и $B(5;8;-1)$ B(5;8;-1), то вектор $\overrightarrow{AB}$ AB равен

1) $-3\vec{i} + 4\vec{j} + 12\vec{k}$ 2) $3\vec{i} + 4\vec{j} - 12\vec{k}$ 3) $-3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$ 4) $3\vec{i} + 4\vec{j} + 12\vec{k}$

3. Даны векторы $\vec{a}(4;3;-2m)$ и $\vec{b}(8;3n;10)$. Найти $m + n$, если известно, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны.

4. Установить соответствие.

ВЕКТОРЫ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) коллинеарны	а) $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}$
2) перпендикулярны	б) $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$
3) образуют острый угол	в) $\vec{a}\cdot\vec{b}<0$
4) образуют тупой угол	г) $\vec{a}\cdot\vec{b}>0$
	д) $\vec{a}\times\vec{b}=0$

5.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении объёма треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(3;4;5)$, $B(1;2;1)$, $C(-2;-3;6)$, $D(3;-6;-3)$. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3. Замечание: вычисления производить в следующей последовательности 1) $\overrightarrow{AB}$ 2) $\overrightarrow{AC}$ 3) $\overrightarrow{AD}$ 4) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$ 5) объём пирамиды	1) $(-5;-7;1)$ 2) $(-2;-2;-4)$ 3) 42 4) −252 5) $(0;-10;-8)$	

6. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(2;-1;2)$, $B(1;2;-1)$, $C(3;2;1)$. В ответе запишите $S^2_{\Delta ABC}$.

7. Записать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $A(6;4)$, $B(-3;-8)$.

1) $\frac{x-6}{3}=\frac{y-4}{4}$ 2) $4x-3y-12=0$ 3) $y=\frac{4}{3}x-4$

4) $\frac{x}{3}+\frac{y}{-4}=1$ 5) $\begin{cases}x=3t+6,\\y=4t+4\end{cases}$

8. Найти расстояние от точки $M(1;2)$ до прямой $6x-8y-5=0$.

9. Найти угол между прямыми p_1 и p_2 в пространстве, если $p_1:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{1}$, $p_2:\frac{x-4}{-1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{2}$.

10. Найти значение m, если уравнение прямой, проходящей через точки $M(1;2;3)$ и $N(-1;0;8)$, в параметрическом виде можно записать как систему $\begin{cases}x=1-2t,\\y=2-2t,\\z=m+5t.\end{cases}$

Вариант 1 (Т 3)

1. Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = 2 + i$.

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^{\,2}$ 4) $z_1 + z_2$	а) $16 - 30i$ б) $7 - 2i$ в) $1{,}4 - 2{,}2i$ г) $13 - i$ д) $16 + 30i$

2. Сумма действительных решений уравнения $(-2 + 5i)\,x + 2i = (1 - 2i)\,y + 3ix - 3$ равна

1) 9 2) −4 3) −9 4) 4 5) 5

3. Верно ли, что действительная часть $(2+3i)(1-i) - \frac{i^{15}}{1+i}$ равна 5?

1) да, верно 2) нет, не верно

4. Найти мнимую часть решения уравнения (−1 − i)z = 3 + i.

5. Найти модуль комплексного числа $z = 1 + i$.

6. Найти аргумент комплексного числа $z = 1 + i$.

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую	1) подстановка ρ и φ в формулу 2) нахождения главного значения аргумента 3) вычисление модуля комплексного числа 4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$ 5) определение значений действительной и мнимой частей	

8. Тригонометрическая форма комплексного числа $z = 6 - 6i$ имеет вид

1) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ 2) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

3) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ 4) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)$

5) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} - i\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

9. Вычислить z^{10}, если $z = \sqrt{3} - i$.

1) $2^9\left(\sqrt{3} - i\right)$ 2) $2^9\left(\sqrt{3} + i\right)$ 3) $2^9\left(-\sqrt{3} - i\right)$ 4) $2^9\left(-\sqrt{3} + i\right)$

10. Вычислить $\sqrt{-7 - 24i}$

1) {−3 + 4i; 3 − 4i} 2) {3 + 4i; 3 − 4i} 3) {−3 + 4i; 3 + 4i} 4) {3 + 4i; 3 + 4i}

Вариант 2 (Т 3)

1. Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 2 + 4i$ и $z_2 = 1 - 3i$.

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^{\,2}$ 4) $z_1 + z_2$	а) $3+i$ б) $i - 1$ в) $-12 + 16i$ г) $-12 - 16i$ д) $14 - 2i$

2. Количество действительных корней многочлена $P(x) = 3x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 2$ равно

1) 2 2) 3 3) 0 4) 4 5) 1

3. Верно ли, что мнимая часть $(2+3i)(1-i) - \frac{i^{15}}{1+i}$ равна 2?

1) да, верно 2) нет, не верно

4. Найти мнимую часть решения уравнения (−1 + i)z = 2 − i.

5. Найти модуль комплексного числа $z = -1 - i$.

6. Найти аргумент комплексного числа $z = -1 - i$.

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при возведении комплексного числа в натуральную степень (без использования формул сокращённого умножения)	1) подстановка ρ и φ в формулу Муавра 2) нахождения главного значения аргумента 3) вычисление модуля комплексного числа 4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$ 5) определение значений действительной и мнимой частей	

8. Тригонометрическая форма комплексного числа $z = 2 - 2i$ имеет вид

1) $2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ 2) $2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

3) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ 4) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)$

5) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} - i\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

9. Вычислить z^8, если $z = \sqrt{3} - i$.

1) $2^7\left(1 - \sqrt{3}i\right)$ 2) $2^7\left(1 + \sqrt{3}i\right)$ 3) $2^7\left(-1 - \sqrt{3}i\right)$ 4) $2^7\left(-1 + \sqrt{3}i\right)$

10. Вычислить $\sqrt{i}$

1) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i;\ -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 2) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i;\ \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$

3) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i;\ \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 4) $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i;\ -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$

Раздел (тема) 2 «Введение в математический анализ. Элементы функционального анализа»

Вариант 1 (Т 1)

1. Даны два множества $A=\{a,b,c,d,e,f\}$ и $B=\{b,d,e,m,n,p\}$. Найти $A\cap B$.

1) $\{a,b,c,d,e,f,m,n,p\}$ 2) $\{a,b,b,c,d,d,e,e,f,m,n,p\}$ 3) $\{b,d\}$

4) $\{a,c,f\}$ 5) $\{b,d,e\}$

2. Найти $A\cap(B\cup C)$, если $A=(-3;11]$, $B=[-2;5]$, $C=(4;9)$

1) $(4;5]$ 2) $[-2;9]$ 3) $(-3;9]$ 4) $(-3;4)\cup[5;11]$

3. Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A\in R$ и $x_0\in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Число A называется пределом функции f(x) в точке x_0, если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0\in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _____

I. $|f(x)-A|<\varepsilon$

II. для любого числа $\varepsilon>0$

III. $0<|x-x_0|<\delta(\varepsilon)$

IV. $\delta(\varepsilon)>0$

4. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim\limits_{x\to1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$
2) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$
3) $\lim\limits_{x\to3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$	в) неопределённость (1^∞)
4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0\cdot\infty)$
	д) неопределённость $(\infty+\infty)$

5. Предел $\lim\limits_{x\to5}\frac{3x-7}{5-x}$ равен

1) 1 2) 0 3) ∞ 4) $-\infty$ 5) 0,8

6. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x^4-2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$.

7. Предел $\lim\limits_{x\to3}\frac{2x^2-5x-3}{27-x^3}$ равен

1) 1 2) $\frac{7}{27}$ 3) $-\frac{7}{9}$ 4) $-\frac{7}{27}$ 5) $\frac{7}{9}$

8. Предел $\lim\limits_{x\to3}\frac{x^2-9}{2-\sqrt{x+1}}$ равен

1) 24 2) –24 3) 0 4) –6 5) 6

9. Предел $\lim\limits_{x\to0}\frac{arctg^2(3x)}{tg(2x^2)}$ равен

1) 4,5 2) 1,5 3) 0 4) 2,25 5) 1,25

10. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x}\right)^x$ равен

1) 1 2) e^3 3) $\frac{3}{e}$ 4) $\frac{1}{e^3}$ 5) e

Вариант 2 (Т 1)

1. Даны два множества $A=\{-2,3,8,13,18,23\}$, $B=\{-3,-1,1,3,5,7,9,11,13\}$. Найти $A\setminus B$.

1) $\{-3,-2,-1,1,3,5,7,8,9,11,13,18,23\}$ 2) {–2, 8, 18, 23}

3) $\{-3,-2,-1,1,5,7,8,9,11,18,23\}$ 4) $\{-3,-1,1,5,7,9,11\}$

2. Даны числовые промежутки $A=[3;5)$ и $B=[0;3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

1) $A\cap B$	а) [0;5)
2) $A\cup B$	б) ∅
3) A/B	в) (3;5)
4) B\A	г) [3; 5)
	д) {3}

3. Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если _____ существует _____ такой, что если _____ , то выполняется условие _____

I. $|x_n|<\varepsilon$
II. $n>N(\varepsilon)$
III. для любого числа $\varepsilon>0$
IV. номер $N(\varepsilon)>0$

5. Предел $\lim\limits_{x\to 7}\frac{x-7}{5-2x}$ равен

1) 1 2) 0 3) ∞ 4) −∞ 5) 1,4

6. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{2x+8}{3x+5}\right)^{6-9x}$.

7. Предел $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен

1) 1 2) 2 3) $\frac{2}{5}$ 4) 0 5) $\frac{4}{5}$

8. Предел $\lim\limits_{x\to -4}\frac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен

1) –48 2) 48 3) –32 4) 0 5) 32

9. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(6x)-\sin(3x)}{\sin x+\sin(8x)}$ равен

1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{9}$ 3) $-\frac{1}{3}$ 4) –1 5) 0

10. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$ равен

1) $\frac{1}{e^8}$ 2) e^2 3) e^{-4} 4) $\frac{1}{e^2}$ 5) e^4

Раздел (тема) 3 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Вариант 1 (Т 2)

1. Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна

1) $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

4) $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

2. Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна

1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$

4) $2x \cdot \sin(2x) - 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 5) $4x \cdot \cos(2x)$

3. Производная функции $y = \ln^5(2x-1)$ равна

1) $5\ln^4(2x-1)$ 2) $\frac{10 \cdot \ln^4(2x-1)}{2x-1}$ 3) $\frac{10\ln(2x-1)}{2x-1}$

4) $10\ln^4(2x-1)$ 5) $\frac{5\ln^4(2x-1)}{2x-1}$

4.

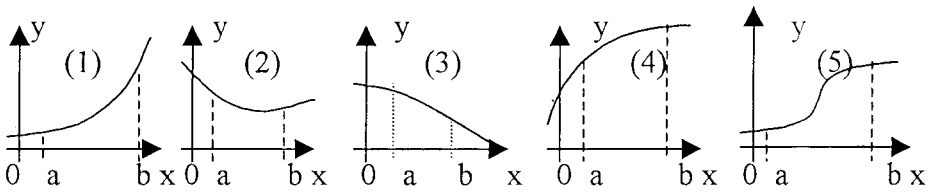
Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению	1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$ 2) найти приращение функции $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$ 3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x+\Delta x)$ 4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$	

5. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

6. Составить уравнение нормали в точке $x_0 = 2$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ (уравнение прямой записать в общем виде $Ax + By + C = 0$). В ответе записать сумму $(A + B + C)$.

7. Укажите, на каком рисунке изображён график функции, для которой в каждой точке отрезка [a;b] выполняются три условия: $y > 0, y' < 0, y'' < 0$.



8. Найти точку минимума функции $y = (2x + 1)^2 \cdot (x + 3) + 4$.

9. Найти наименьшее значение функции $y = \frac{x^2+49}{x}$ на отрезке $[-9; -1]$.

10. Выручка R от продажи некоторого товара определяется по формуле $R(Q) = 150Q - 0{,}2Q^2$, где Q – объём проданной продукции (тыс. ед.). Найти предельную выручку, если продано 120 тыс. ед.

Вариант 2 (Т 2)

1. Производная функции $\mathrm{f(x)} = \cos^3(\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x})$ равна

1) $3\cos^2(\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x})(2\mathrm{x} + 2)$

2) $3\cos^2(\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x})(-\sin(\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x}))(2\mathrm{x} + 2)$

3) $3\sin^2(\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x})(2\mathrm{x} + 2)$

4) $3\cos^2(\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x})\sin(\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x})(2\mathrm{x} + 2)$

2. Производная функции $y = \dfrac{\sqrt{2x}}{10x^2 + 3}$ равна

1) $\dfrac{3 + 50x^2}{\sqrt{2x} \cdot (10x^2 + 3)^2}$

2) $\dfrac{10x^2 + 3 - 40\sqrt{2} \cdot x^2}{2\sqrt{x} \cdot (10x^2 + 3)^2}$

3) $\dfrac{10x^2 + 3 + 40\sqrt{2} \cdot x^2}{2\sqrt{x} \cdot (10x^2 + 3)^2}$

4) $\dfrac{\sqrt{2}}{40x\sqrt{x}}$

5) $\dfrac{3 - 30x^2}{\sqrt{2x} \cdot (10x^2 + 3)^2}$

3. Производная функции $y = ctg^3(4x)$ равна

1) $\dfrac{12 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

2) $-\dfrac{12 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

3) $\dfrac{3 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

4) $-\dfrac{3 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

5) $\dfrac{12 \cdot ctg(4x)}{\sin^2(4x)}$

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$	1) найти производные обеих частей равенства 2) прологарифмировать обе части равенства 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции 4) воспользоваться свойством $\ln\|a^b\| = b \cdot \ln\|a\|$ 5) заменить *y* исходной функцией	

5. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$ 4) $y = e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

6. Найти коэффициент *k* касательной $y = kx + b$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ в точке $x_0 = 2$.

7. Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y < 0$, $y' < 0$, $y'' > 0$.

1) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз

2) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

3) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх

4) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз

5) график лежит выше оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

8. Найти точку максимума функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + 8$.

9. Найти наименьшее значение функции $y = 36 + \frac{\sqrt{3}\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}x - 3\cos x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

10. Функции долговременного спроса *D* и предложения *S* от цены *P* на мировом рынке нефти имеют, соответственно, вид $D = 30 - 0{,}9P$ и $S = 1{,}2P + 16$. Найти эластичность спроса в точке равновесной цены.

Раздел (тема) 4 «Интегральное исчисление функций одной переменной»

Вариант 1 (Т 3)

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 3 - 8x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = -8 + \frac{8}{x^3}$ 2) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$ 3) $F(x) = 3x - 4x^2 - \frac{4}{x} - 6$

4) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x}$ 5) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2. Пусть $F(x) = a \cdot \cos\frac{x}{2} + b \cdot x^2 + c \cdot x$ – первообразная для функции $f(x) = \sin\frac{x}{2} + x - 8$, график которой проходит через точку $M(0; -2)$. Найти произведение $a \cdot b \cdot c$.

3. Установите соответствие между интегралами и их значениями.

1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$	а) $\frac{1}{2a}\ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\| + c$
2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$	б) $\frac{1}{a} arc\,tg\frac{x}{a} + c$
3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	в) $arc\sin\frac{x}{a} + c$
4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	г) $arc\,tg\frac{x}{a} + c$
	д) $\ln\left\|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right\| + c$

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$	1) используем таблицу неопределённых интегралов 2) используем формулу квадрата разности 3) добавляем постоянную С в конце записи 4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ 5) используем почленное деление	

5. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$	а) использование почленного деления
2) $\int (x+1)\sin x\, dx$	б) подведение под знак дифференциала
3) $\int 5^x dx$	в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$
4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	г) непосредственное интегрирование
	д) метод интегрирования по частям

6. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

1) $-\frac{1}{4}ctg4x + C$ 2) $\frac{1}{4}tg\,2x + C$ 3) $-\frac{1}{2}ctg\,x + C$ 4) $-\frac{1}{4}ctg\,2x + C$

7. Неопределённый интеграл $\int \frac{\cos x}{\sqrt{5 - 2\sin x}} dx$ равен

1) $\sqrt{5 - 2\sin x} + C$ 2) $2\ln\left|5 - 2\sin x\right| + C$

3) $-\sqrt{5 - 2\sin x} + C$ 4) $2\sqrt{5 - 2\sin x} + C$

8. Найти неопределённый интеграл $\int (2x+1) \cdot e^{2x+1} dx$

1) $xe^{2x+1} + C$ 2) $2xe^{2x+1} + C$

3) $(x^2 + x)e^{2x+1} + C$ 4) $2(x^2 + x)e^{2x+1} + C$

9. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int (x+1) \cdot \sin x\, dx$.

1) Вычислить *du* и *v*
2) Установить, что нужно взять за *u*, а что за *dv*
3) Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям
4) Воспользоваться формулой $\int u\,dv = uv - \int v du$, подставив вместо *u*, *dv*, *du* и *v* их значения.

10. Указать вид разложения дроби $\frac{x-4}{x^3+6x^2+8x}$ на простейшие.

1) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2+6x+8}$ 2) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+6x+8}$ 3) $\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+6x+8}$
4) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+4}$ 5) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^2+6x+8}$

Вариант 2 (Т 3)

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 2 + 5x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = 5 + \frac{8}{x^3}$ 2) $F(x) = 2x + 2{,}5x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$ 3) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 - \frac{4}{x} - 6$
3) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 - \frac{4}{x} - 6$ 4) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 + \frac{4}{x}$
5) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2. Пусть $F(x) = a \cdot \sin(5x) + b \cdot x^4 + c \cdot x^2 + 6$ – первообразная для функции $f(x) = 10\cos(5x) + 8x^3 + 6x$, график которой проходит через точку $M(0;6)$. Найти произведение $a \cdot b \cdot c$.

3. Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке.

1) $\frac{1}{x^2}$	а) $\frac{x^2}{4}$
2) $\frac{x}{2}$	б) $\ln\lvert x\rvert + x^2$
3) $3x^2$	в) $\frac{1}{x^2} + 2$
4) $\frac{1}{x} + 2x$	г) $-\frac{1}{x}$
	д) x^3

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x\cdot\sqrt[3]{x}}$	1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1} + C$ 2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + C$ 3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$ 4) $\int x^{-\frac{4}{3}} dx$ 5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}} + C$ 6) $\int \frac{dx}{x\cdot x^{\frac{1}{3}}}$	

5. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

1) $\int x \cdot \cos(3x)\, dx$ 2) $\int \frac{dx}{x^2}$ 3) $\int \frac{dx}{\text{tg}\,(6x-8)}$ 4) $\int \frac{3-2x}{x} dx$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям

6. Интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-9}}$ равен

1) $\frac{1}{6}\arcsin 2x + C$ 2) $\frac{1}{6}\arcsin\frac{2x}{3} + C$ 3) $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{2x+3}{2x-3}\right| + C$ 4) $\frac{\ln\left|2x+\sqrt{4x^2-9}\right|}{2} + C$

7. Интеграл $\int \frac{xdx}{x^2+4}$ равен

1) $\frac{\ln\left|x^2+4\right|}{2} + C$ 2) $2\cdot\ln\left|x^2+4\right| + C$ 3) $\frac{1}{2}arctg\left(\frac{x}{2}\right) + C$

4) $\frac{x}{2}arctg\left(\frac{x}{2}\right) + C$ 5) $\ln\left|x^2+4\right| + C$

8. Найти неопределённый интеграл $\int 2x\ \ln x\, dx$

1) $x^2\text{lnx} + \text{C}$ 2) $x^2\text{lnx-x}^2 + C$ 3) $x + \text{lnx} + \text{C}$

4) $x^2\text{lnx} - \frac{x^2}{2} + C$ 5) $x^2\text{lnx} + \frac{x^2}{2} + C$

9. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{2-6x}{3x} dx$.

1) $\int \left(\frac{2}{3x} - 2\right) dx$
2) $\int \frac{2}{3x} dx - \int 2dx$
3) $\frac{2}{3}\ln|x| - 2x + C$
4) $\int \left(\frac{2}{3x} - \frac{6x}{3x}\right) dx$
5) $\frac{2}{3}\int \frac{dx}{x} - 2\int dx$

10. Определить вид разложения дроби $\frac{3x-4}{x^4+6x^3+10x^2}$ на простейшие дроби

1) $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^2+6x+10}$ 2) $\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+6x+10}$ 3) $\frac{A}{x} + \frac{Bx}{x^2+6x+10}$

3) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+6x+10}$ 4) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^2+6x+10}$

Вариант 1 (Т 4)

1. Указать равенства и утверждения, которые являются верными

1) $\int_a^b Cf(x)\,dx = C\int_a^b f(x)\,dx$ 2) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx - \int_c^b f(x)\,dx$

3) $\int_a^b dx = a - b$ 4) Если $f(x) \geq g(x)$, то $\int_a^b f(x)\,dx \geq \int_a^b g(x)\,dx$

2. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{6}{\pi\sqrt{4-x^2}} dx$

3. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int_{-a}^{a} f(x)dx$, если $f(x)$ – четная функция	а) 0
2) $\int_{-a}^{a} f(x)dx$, если $f(x)$ – нечетная функция	б) $-\int_{a}^{b} f(x)dx$
3) $\int_{b}^{a} f(x)dx$	в) $\int_{a}^{b} f(x)dx$
4) $\int_{a}^{c} f(x)dx + \int_{c}^{b} f(x)dx$	г) $2 \cdot \int_{0}^{a} f(x)dx$
	д) $\int_{0}^{a} f(x)dx$

4. Вычислить определенный интеграл $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx$

1) 1 2) 2 3) 0 4) $-ln\,2$ 5) $ln\,2$

5. Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int_{0}^{2} \frac{dx}{x^2 - 1} dx$ 2) $\int_{0}^{2} e^{2x-1} dx$ 3) $\int_{0}^{2} \ln x\, dx$ 4) $\int_{0}^{2} (x-2)x\, dx$

6. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_0^3 \left(\frac{4}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$ 2) $\int_1^8 (x-1)(x-8) dx$ 3) $\int_0^e \ln x\ dx$ 4) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (ctg\ x) dx$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \sqrt[3]{x}$ и прямой, проходящей через точки $A(1; 1)$ и $B(8;2)$.

8. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x, y = \frac{1}{x}, x = 2$.

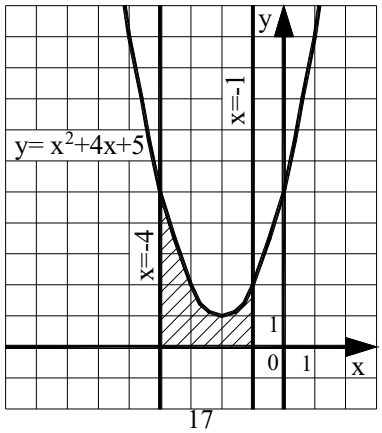
I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_{a}^{b} \big(f(x) - g(x)\big) dx$.

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

9. Вычислите площадь заштрихованной области. Ответ округлите до сотых.



10. Найти работу силы $F(x)=\frac{4}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси *Ox* из точки $x=-2$ в точку $x=-1$.

Вариант 2 (Т 4)

1. Указать равенства, которые являются верными

1) $\int_a^b f(x)\,dx = F(b)-F(a)$ 2) $\int_a^b f(x)\,dx \ge 0$

3) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_b^a f(x)\,dx$ 4) $\int_a^a f(x)\,dx = 0$

2. Вычислить определенный интеграл $\int_1^8 \left(2\sqrt[3]{x}-\frac{4}{x^2}\right)dx$.

3. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке.

1) $\int_b^a f(x)dx$	а) 0
2) $\int_a^a f(x)dx$	б) $-\int_a^b f(x)dx$
3) $\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$	в) $\int_a^b f(x)dx$
4) $\int_a^b (f(x)+g(x))dx$	г) $\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$
	д) $\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$

4. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\ln 2}\frac{e^{2x}+2}{e^x}dx$.

5. Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int_{-1}^{1}\frac{x}{x+1}dx$ 2) $\int_{-1}^{1} e^{\frac{x+1}{x}}dx$ 3) $\int_{-1}^{1}\ln(x+5)\,dx$ 4) $\int_{-1}^{1}(x-1)(x+1)\,dx$

6. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_1^3\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)dx$ 2) $\int_1^8\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)dx$ 3) $\int_1^3 \ln x\;dx$ 4) $\int_0^{\pi}(tg\,x)dx$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y=-x^3$ и прямой, проходящей через точки *A*(−1; 4) и *B*(1;−4).

8. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

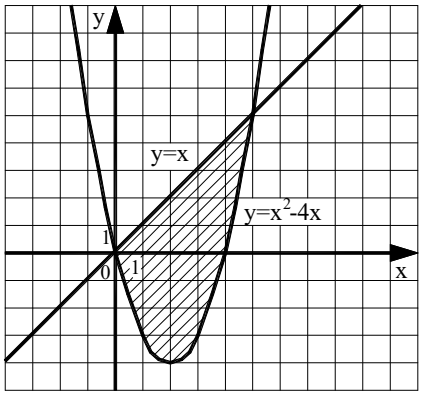
1) Доказать, что расходится хотя бы один из интегралов: $\int_{-1}^{0}\frac{1}{x^2}dx$ или $\int_0^1\frac{1}{x^2}dx$.

2) Представить интеграл в виде $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}dx=\int_{-1}^{0}\frac{1}{x^2}dx+\int_0^1\frac{1}{x^2}dx$.

3) Установить, что подынтегральная функция не определена в точке *x*=0, в окрестности которой она не ограничена.

4) Сделать вывод о расходимости интеграла $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}dx$.

9. Вычислите площадь заштрихованной области. Ответ округлите до сотых.



10. Найти работу силы $F(x)=\dfrac{-3}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси *Ox* из точки $x=1$ в точку $x=2$.

Раздел (тема) 5 «Числовые и функциональные ряды. Гармонический анализ»

Вариант 1 (Т 5)

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{2^{3n+1}-8}{3^{2n}}$.

2. Выбрать сходящиеся среди рядов.

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt[3]{n^2-1}}{n+3}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{5n^2-2}{n(n^2+1)^2}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{3n+1}{5n-1}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{6^n+n}$

3. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{3n+1}{5n-1}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{n^5+1}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{4n+1}{(n-1)!}$	в) радикальный признак Коши
4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n^2}$	г) признак Даламбера
	д) теорема Лейбница

4. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^3}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости.

1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x)=\frac{1}{x^3}$
2) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1,+\infty)$
3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится

4) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$

5. Выбрать верные утверждения для рядов $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n^2}{2^n}$ и $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots$

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно
3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно
4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

6. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n\cdot n!}{5n-2}$.

1) $[0;\infty)$ 2) $(-\infty;0]$ 3) $(-\infty;\infty)$ 4) $\{0\}$

7. Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $(1+x)^m$	а) $1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n}}{(2n)!}+\ldots$
2) $\sin x$	б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\ldots$
3) $\cos x$	в) $1+x+x^2+x^3+\ldots,$
4) $\frac{1}{1-x}$	г) $1+mx+\frac{m(m-1)}{2!}x^2+\frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3+\ldots,$
	д) $1-x+x^2-x^3+\ldots$

8. Определить значение выражения ln 0,6, вычисленное с точностью до $\varepsilon=0{,}01$.

9. Найти коэффициент b_2 разложения функции $f(x)=x-2$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi;\pi]$.

10. Запишите верную последовательность действий при нахождении области сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2\cdot 4^n}$.

1) Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости
2) Записать интервал сходимости ряда
3) Найти радиус сходимости ряда
4) Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

Вариант 2 (Т 5)

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10}{n^2+9n+20}$.

2. Выбрать расходящиеся среди рядов.

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{2n-1}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n}{n^4}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7n+3}{n^3+n-1}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n+1}}{4^n}$

3. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости.

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7n+4}{8n+3}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2-7}{n^7}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2+n}{(n+1)!}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{2n}\right)^{n^2}$	а) признак сравнений б) необходимый признак сходимости в) радикальный признак Коши г) признак Даламбера д) теорема Лейбница

4. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости.

1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x)=\frac{1}{x\sqrt{x}}$
2) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится
3) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$
4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1,+\infty)$

5. Выбрать верное утверждение для рядов $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n!}$ и $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+1)}{n^2-2}$

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно
3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно
4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

6. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n x^n}{2n+1}$.

1) [–1/5; 1/5) 2) [–1/5; 1/5] 3) (–5/2; 5/2] 4) (–1/5; 1/5)

7. Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой.

1) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\cdots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+\cdots$ 2) $x+\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}+\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\frac{x^5}{5}+\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\frac{x^7}{7}+\cdots$ 3) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\cdots+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+\cdots$ 4) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\cdots+\frac{x^n}{n!}+\cdots$	а) e^x б) $\frac{1}{1+x}$ в) $arctg\ x$ г) $arcsin\ x$ д) $\ln(1+x)$

8. Определить значение выражения $\sqrt{4{,}8}$, вычисленное с точностью до $\varepsilon=0{,}01$.

9. Какой (какие) из коэффициентов a_0, a_n, b_n разложения функции $f(x)=x^3\cos x$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi;\pi]$ равен 0?

1) a_0 2) a_n 3) b_n 4) ни один из них

10. Ниже сформулирована терема Абеля. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ сходится при $x = x_0$, то он _____ для всех x, удовлетворяющих условию _____. Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ расходится при $x = x_0$, то он _____ для всех x, удовлетворяющих условию _____.

I. $|x| < |x_0|$

II. $|x| > |x_0|$

III. сходится

IV. расходится

Раздел (тема) 6 «Дифференциальное исчисление функций многих переменных»

Вариант 1 (Т 6)

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна

1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y}$ 5) $-\frac{x}{y^2}$

2. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ равна

1) $e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 2) $2e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 3) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$ 4) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^2}}$ 5) $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$

3. Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x}\Big\|_{M_0}$ 2) $\frac{\partial z}{\partial y}\Big\|_{M_0}$ 3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\Big\|_{M_0}$ 4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\Big\|_{M_0}$ 5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\Big\|_{M_0}$	а) −3 б) 8 в) 2 г) 6 д) 9 е) 1

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$	1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$ 2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$ 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$ 4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$	

	5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$ 6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$	

5. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ от функции $z = e^{x^2+2y^3}$ равна

1) $12xy^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$ 2) $2 \cdot e^{x^2+2y^3}(2x^2+1)$ 3) $6y^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$
4) $12y \cdot e^{x^2+2y^3}(1+3y)$ 5) $e^{x^2+2y^3}$

6. Найдите сумму $a+b+c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2+3y^2+3z^2$ в точке $M(0;-2;3)$.

7. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x-y)-3x^2-3y^2$. В ответе запишите координаты стационарной точки (стационарных точек).

8. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x-y)-3x^2-3y^2$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0;y_0) = z_0$.

9. Производится два вида товаров в количестве *x* и *y*. Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 45$ и $P_2 = 27$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид C=$6x^2+3xy+3y^2$. Найдите значения *x* и *y*, если известно, что прибыль от продажи товаров должна быть максимальной.

10. Производится два вида товаров в количестве *x* и *y*. Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 45$ и $P_2 = 27$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид C=$6x^2+3xy+3y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

Вариант 2 (Т 6)

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна

1) $1-\frac{x}{y^2}$ 2) $x-\frac{1}{y^2}+1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1-\frac{1}{y}$ 5) $-\frac{x}{y^2}$

2. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ равна

1) $e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 2) $2e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 3) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$ 4) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^2}}$ 5) $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$

3. Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3-3xy^2-2y$ в точке $M_0(1;2)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) 30 б) −14 в) −12 г) −6 д) −4 е) 3

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ

Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум	1) вычисляем значения A, B, C 2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$ 3) определяем стационарные точки 4) находим частные производные функции первого и второго порядков 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума 6) вычисляем значение Δ 7) определяем наличие точки экстремума	

5. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ от функции $z = e^{x^2+2y^3}$ равна

1) $12xy^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$ 2) $2 \cdot e^{x^2+2y^3}(2x^2+1)$ 3) $6y^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$

4) $12y \cdot e^{x^2+2y^3}(1+3y)$ 5) $e^{x^2+2y^3}$

6. Найдите сумму $a+b+c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 2x^2 - 3y^2 + 4z^2$ в точке $M(1; -1; 2)$.

7. Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите координаты стационарной точки (стационарных точек).

8. Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

9. Производится два вида товаров в количестве *x* и *y*. Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 32$ и $P_2 = 24$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид C=1,5$x^2 + 2xy + y^2$. Найдите значения *x* и *y*, если известно, что прибыль от продажи товаров должна быть максимальной.

10. Производится два вида товаров в количестве *x* и *y*. Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 32$ и $P_2 = 24$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид C=1,5$x^2 + 2xy + y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

Раздел (тема) 7 «Интегральное исчисление функций многих переменных»

Вариант 1 (Т 7)

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (3x - 2y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=5.

2. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint_D \left(1 - \frac{y^2}{x^2}\right) dxdy$, где область D – круг $x^2 + y^2 \leq \pi^2$.

3. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x, y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;2), B(4;0), C (7;2). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

4. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x; y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y = x^2$, $y = -\sqrt{x}$, $x = 1$, имеет вид…

1) $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{-\sqrt{x}} f(x; y)dy$ 2) $\int_{-\sqrt{x}}^{x^2} dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x; y)dy$ 3) $\int_0^1 dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x; y)dy$

4) $\int_{-1}^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x; y)dx$ 5) $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x; y)dy$

5. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x;y)dx$ и записать результат.

6. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $x+y=1, z=1-y^2, x=0, z=0, y=0\ (y\geq 0)$.

7. Вычислить массу отрезка прямой, от точки A(3;0) до точки B(0;1), если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(x,y)=x+3y$.

8. Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями:

а) $x=1, y=2, x+y=6$ б) $y=\frac{x^2}{2}, y=8$ в) $y=2x^2, y=\sqrt{x}$ г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) д) $x^2+y^2=4$x	1) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$

9. Вычислить $\iint_S \left(z+2x+\frac{4}{3}y\right)dS$, где S – часть плоскости $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$, лежащая в первом октанте.

10.

Расположите последовательность действий при вычислении $\iint\limits_D cos(x+y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$	1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy$ 2) Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (cosx - sin2x)dx = 0$ 3) Построить область $D: x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$ 4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy = cosx - sin2x$	

Вариант 2 (Т 7)

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (2x-3y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=4.

2. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint_D \frac{dxdy}{x^2+y^2+1}$, где область D ограничена полуокружностью $y=\sqrt{1-x^2}$ и осью Ox.

3. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;–2), B(5;3), C (5;–3). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

4. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y = x^2 - 1$, $y = \sqrt{1-x^2}$, имеет вид…

1) $\int_{-1}^{1} dy \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dx$ 2) $\int_{-1}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1} f(x;y)dy$ 3) $\int_{-1}^{1} dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x;y)dy$

4) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$ 5) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$

5. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_{-1}^{0} dx \int_{x+1}^{1+x^2} f(x;y)dy$ и записать результат.

6. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $y = \frac{1}{4}x^2$, $y + z = 1$, $z = 0$.

7. Вычислить массу дуги циклоиды $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$, $0 \le t \le 2\pi$, если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(t) = \sin\frac{t}{2}$.

8. Установить соответствие при перемене порядка интегрирования в повторном интеграле:

а) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$ б) $\int_2^4 dx \int_{\frac{x}{2}}^{\frac{6-x}{2}} f(x,y)dy$ в) $\int_{-2}^{-1} dx \int_{-\sqrt{x+2}}^{\sqrt{x+2}} f(x,y)dy + \int_{-1}^{2} dx \int_{x}^{\sqrt{x+2}} f(x,y)dy$	1) $\int_{-1}^{2} dy \int_{y^2}^{y} f(x,y)dx$ 2) $\int_{-2}^{2} dy \int_{y^2}^{4} f(x,y)dx$ 3) $\int_{1}^{2} dy \int_{\frac{y}{4}}^{6-2y} f(x,y)dx$

9. Вычислить $\iint_S 6dS$, где S – часть сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, лежащая в первом октанте.

10.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D (x+2y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x = 2, y = x, x = 2y$	1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy = \frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx$ 2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy$ 3) Построить область $D: x = 2, x = 2y, y = x$ 4) Вычислить $\frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx = \frac{10}{3}$	

Раздел (тема) 8 «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1 (Т 8)

1. Указать тип дифференциального уравнения $xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$

1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = xy^2$.

1) $y = Ce^{-\frac{x^3}{3}}$ 2) $y = (x^2 + C)^{-1}$ 3) $y = \sqrt{x + C}$ 4) $y = -2(x^2 + C)^{-1}$

3. Найдите постоянную С в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$.

4. При решении уравнения Бернулли $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2y^2$ было определено, что $v = \frac{1}{x^2}$, $u = -\frac{1}{3x+C}$. Найти значение C, если известно, что $y(1) = -\frac{1}{5}$.

5. Определить последовательность действий при нахождении общего решения дифференциального уравнения $(1 + x^2)y' + 2xy = 3x^2$.

1) $v = \frac{1}{1+x^2}$
2) $y = \frac{x^3+C}{1+x^2}$
3) $u'v + u\left(v' + \frac{2xv}{1+x^2}\right) = \frac{3x^2}{1+x^2}$
4) $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$
5) $u = x^3 + C$

6. Указать уравнение, к которому сводится уравнение $yy'' - y' = 0$ с помощью введения переменной $z = y'$.

1) $y^2\,dz = zdy$ 2) $y\,dz = z^2dy$ 3) $y\,dz = zdy$ 4) $ydz = dy$

7. Указать замену, целесообразную для понижения порядка дифференциального уравнения $y'y'' = y^2$.

1) $z(y) = y'$ 2) $z(x) = y$ 3) $z(y) = y'$ 4) $z(x) = y'$

8. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения $x^2y'' = 1$, если $y(1) = 3$, $y'(1) = 1$.

1) $y = -\ln|x| + 2x + 1$ 2) $y = \ln|x| + 2$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = \frac{1}{x^2} + 3x$

9. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) y″ + y′ − 6y = 0 2) y″ – 10y′ + 29y = 0 3) y″ – 10y′ + 25y = 0 4) y″ + 25y = 0	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

10. Указать вид частного решения дифференциального уравнения $y'' + 3y = x\,e^{3x}$

1) $A\,x\,e^{3x}$ 2) $(A\,x + B)\,e^{3x}$ 3) $x(A\,x + B)\,e^{3x}$ 4) $x^2(A\,x + B)\,e^{3x}$

Вариант 2 (Т 8)

1. Дифференциальное уравнение $(3x^2 + y)dx + (x + 2y)dy = 0$ является

1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением
3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли
5) уравнением в полных дифференциалах

2. Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{xy}$.

1) $y = C\left(\frac{x\sqrt{x}}{3}\right)^2$ 2) $y = Cx - 3\sqrt{x}$ 3) $y = \frac{C}{\sqrt{x}}$ 4) $y = \left(\frac{x\sqrt{x} + C}{3}\right)^2$

3. Найдите постоянную С в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = \sqrt{x}$ при $y(9) = 4$.

4. При решении линейного уравнения $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$ было определено, что $v = \frac{1}{1+x^2}$, $u = x^3 + C$. Найти значение C, если известно, что $y(1) = 3$.

5. Определить последовательность действий при нахождении частного решения дифференциального уравнения $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2y^2$ при $y(1) = -\frac{1}{5}$.

1) $u = -\frac{1}{3x+C}$
2) $v = \frac{1}{x^2}$
3) $u'v + u\left(v' + \frac{2v}{x}\right) = 3x^2(uv)^2$
4) $y = \frac{1}{x^2}\left(-\frac{1}{3x+C}\right)$
5) $y = -\frac{1}{3x^3+2x^2}$

6. Дифференциальное уравнение $\left(xy^2 + e^x\right)dx - \frac{dy}{y} = 0$ является

1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением
3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли
5) уравнением в полных дифференциалах

7. Понижение порядка в дифференциальном уравнении $yy'' = 2$ с помощью введения переменной $z = y'$ приводит к уравнению

1) $yz\,dz = 2dy$ 2) $z\,dz = 2dy$ 3) $y\,dz = 2dy$ 4) $dz = 2\ln y\,dy$

8. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения $y'' = x^{-2}$, если $y(1) = 3$, $y'(1) = 0$.

1) $y = \ln|x| + 2$ 2) $y = -\ln|x| + x + 2$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = x^{-2} + 3x$

9. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) y″ + 2y′ + 3y = 0	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$
2) y″ – 10y′ + 29y = 0	б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$
3) y″ – 2y′ + y = 0	в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$
4) y″ + 49y = 0	г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$
	д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

10. Установить вид частного дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = (3x + 2)e^x$.

1) $A\,x\,e^x$ 2) $(A\,x + B)e^x$ 3) $x(A\,x + B)e^x$ 4) $x^2(A\,x + B)e^x$

Шкала оценивания: 10-ти балльная для Т 1, Т 2, Т 3, Т 4, Т 5, Т 6, Т 7, Т 8.

Критерии оценивания:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

9, 10 баллов соответствуют оценке «отлично»;

7, 8 баллов – оценке «хорошо»;

5, 6 баллов – оценке «удовлетворительно»;

4 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».

2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

2.1 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Вопросы в закрытой форме.

1.1 Даны два множества $A = \{-5,\ -2,\ 1,\ 4,\ 7,\ 10,\ 13\}$ и $B = \{-4,\ -2,\ 0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$. Тогда $A \cap B$ имеет вид…

1) $\{-4,\ 0,\ 2,\ 6,\ 8\}$ 2) $\{-5,\ -4,\ -2,\ 0,\ 1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10,\ 13\}$

3) $\{-5,\ -4,\ 0,\ 1,\ 2,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10,\ 13\}$ 4) $\{-2,\ 4\}$ 5) $\{-5,\ 1,\ 7,\ 10,\ 13\}$

1.2 Найти $A \cap (B \cup C)$, если $A = (-3;11]$, $B = [-2;\ 5]$, $C = (4;9)$

1) $(4;5]$ 2) $[-2;\ 9]$ 3) $(-3;9]$ 4) $(-3;4) \cup [5;\ 11]$

1.3 Предел $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^5 + 2x^3 - 1}{4x^3 + x}$ равен …

1) ∞ 2) 0,5 3) 0 4) $-\infty$ 5) –0,25

1.4 Предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{arctg^2(3x)}{tg(2x^2)}$ равен …

1) 4,5 2) $\dfrac{3}{2}$ 3) 0 4) $\dfrac{4}{9}$ 5) $\dfrac{9}{4}$

1.5 Производная функции $y = x^5 - \dfrac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна...

1) $5x^4 - \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4 + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4 + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

4) $5x + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x - \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

1.6 Найти производную y' функции $y = tg^2 5x$

1) $y' = \dfrac{2tg\,5x}{\cos^2 5x}$ 2) $y' = 2tg5x$ 3) $y' = \dfrac{10}{\cos^2 5x}$ 4) $y' = \dfrac{10tg\,5x}{\cos^2 5x}$

1.7 Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна...

1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$

4) $2x \cdot \sin(2x) - 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 5) $4x \cdot \cos(2x)$

1.8 Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y<0$, $y'<0$, $y''>0$.

1) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз

2) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

3) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх

4) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз

5) график лежит выше оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

1.9 Одной из первообразных от функции $y = 2x - 3$ является функция…

1) $x^2 - 3 + C$ 2) 2 3) $2x^2 - 3 + C$

4) $x^2 - 3x + C$ 5) $2 - 3x$

1.10 Интеграл $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ равен…

1) $\ln^3 x + C$ 2) $\frac{\ln^3 x}{3} + C$ 3) $\ln x + C$ 4) $2\ln x + C$ 5) $-\frac{\ln^3 x}{3x} + C$

1.11. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$ равен…

1) $-\frac{1}{4}ctg4x + C$ 2) $\frac{1}{4}tg2x + C$ 3) $-\frac{1}{2}ctgx + C$ 4) $-\frac{1}{4}ctg2x + C$

1.12 Найти неопределённый интеграл $\int (2x+1) \cdot e^{2x+1} dx$

1) $xe^{2x+1} + C$ 2) $2xe^{2x+1} + C$ 3) $(x^2 + x)e^{2x+1} + C$ 4) $2(x^2 + x)e^{2x+1} + C$

1.13 Разложение дроби $\frac{x+5}{x^3 + 6x^2}$ на простейшие дроби имеет вид

1) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2 + 6x}$ 2) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+6}$ 3) $\frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 6x}$ 4) $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x+6}$

1.14 Вычислить определенный интеграл $\int\limits_{\pi/2}^{\pi} \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx$

1) 0 2) 1 3) $\ln 2$ 4) $-\ln 2$

1.15 Для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n}\right)^{n^2}$ верным является утверждение

1) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = 0$ 2) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = e$

3) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \infty$ 4) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = e^3$

1.16 Для рядов $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{2^n}$ и $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$ верно утверждение

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

1.17 Если степенной ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n (x+1)^n$ сходится в точке $x = 6$, то он обязательно сходится и в точке

1) $x = -9$ 2) $x = 7$ 3) $x = -3$ 4) $x = -8$

1.18 Область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{3^n\ (n^2+1)}$ равна

1) [–3; 3) 2) [–3; 3] 3) (–3; 3] 4) [–1/3; 1/3]

1.19 Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна…

1) $1-\frac{x}{y^2}$ 2) $x-\frac{1}{y^2}+1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1-\frac{1}{y^2}$ 5) $1-\frac{x}{y}$

1.20 Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна…

1) $1-\frac{x}{y^2}$ 2) $x-\frac{1}{y^2}+1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1-\frac{1}{y^2}$ 5) $1-\frac{x}{y}$

1.21 Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y = x^2$, $y = -\sqrt{x}$, $x = 1$, имеет вид…

1) $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{-\sqrt{x}} f(x;y)dy$ 2) $\int_{-\sqrt{x}}^{x^2} dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$ 3) $\int_0^1 dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$

4) $\int_{-1}^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dx$ 5) $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x;y)dy$

1.22 Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y = x^2 - 1$, $y = \sqrt{1-x^2}$, имеет вид…

1) $\int_{-1}^1 dy \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dx$ 2) $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1} f(x;y)dy$ 3) $\int_{-1}^1 dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x;y)dy$

4) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$ 5) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$

1.23 Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{y-1}$ имеет вид

1) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{-1}$ 2) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{-2}$ 3) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{2}$

4) $y = C + \left(\frac{x}{2}\right)^{2}$ 5) $y = 1 + C\left(\frac{x}{2}\right)^{2}$

1.24 Общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $e^x dx - \left(e^x + 2\right)\cdot 4ydy = 0$ имеет вид…

1) $\frac{1}{\sqrt{2}} arctg \frac{e^x}{\sqrt{2}} = 2y^2 + C$ 2) $\ln\left|e^x + 2\right| = C - 2y^2$ 3) $\ln\left|e^x + 2\right| = 2y^2 + C$

4) $e^x \cdot \ln\left|e^x + 2\right| = 2y^2 + C$ 5) $\frac{1}{\sqrt{2}} arctg \frac{e^x}{\sqrt{2}} = C - 2y^2$

1.25 Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' - y = -x^2 + 6x - 3$ имеет вид

1) x^2 2) $2x^2 - x$ 3) $x^2 + 2$ 4) $x^2 - 2x + 1$ 5) $x^2 + 3x + 1$

2. Вопросы в открытой форме

2.1 Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+3}{2x}\right)^{x}$ равен …

2.2 Предел $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен …

2.3 Предел $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен …

2.4 Найти коэффициент k касательной $y=kx+b$ к параболе $y=7x^2-14x+5$ в точке $x_0=2$.

2.5 Найти точку минимума функции $y=(2x+1)^2\cdot(x+3)+4$.

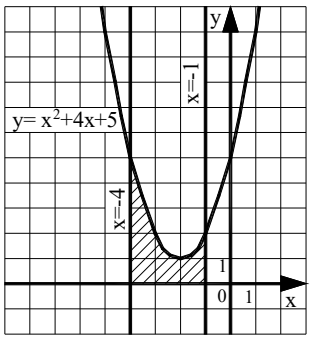
2.6 Найдите наибольшее значение функции $y=\dfrac{4\sqrt{x}-3}{x+1}$.

2.7 Длина промежутка убывания функции $y=(x+1)(x-2)^2$

2.8 Пусть $F(x)=a\cdot\cos\frac{x}{2}+b\cdot x^2+c\cdot x$ – первообразная для функции $f(x)=\sin\frac{x}{2}+x-8$, график которой проходит через точку $M(0;-2)$. Найти произведение $a\cdot b\cdot c$.

2.9 Вычислить определённый интеграл $\int\limits_1^9\dfrac{1+2\sqrt{x}}{x^2}dx$.

2.10 Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке. Ответ округлить до сотых.



2.11 Найти работу силы $F(x)=\dfrac{4}{x^2}$ по перемещению материальной точки вдоль оси Ox из точки $x=-2$ в точку $x=-1$.

2.12 Сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n-2^n}{5^n}$ равна …

2.13 Частичная сумма S_2 ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{15}{2n+1}$ равна…

2.14 Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^{2n}}{6\cdot 5^{n+2}}$ равен...

2.15 Вычислить с точностью до 0,001 значение функции ln1,5.

2.16 Коэффициент b_2 разложения функции $f(x)=x+1$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi;\pi]$ равен …

2.17 Найдите сумму $a+b+c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u=5x^2+3y^2+3z^2$ в точке $M(0;-2;3)$.

2.18 Найдите сумму $a+b+c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u=2x^2-3y^2+4z^2$ в точке $M(1;-1;2)$.

2.19 Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

2.20 Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

2.21 Вычислить двойной интеграл $\iint_D (2x - 3y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=4.

2.22 Вычислить массу дуги циклоиды $x = t - \sin t,\ y = 1 - \cos t,\ 0 \le t \le 2\pi$, если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(t) = \sin\frac{t}{2}$.

2.23 Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $y = \frac{1}{4}x^2$, $y + z = 1, z = 0$.

2.24 Найти постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = \sqrt{x}$ при $y(9) = 4$.

2.25 Найдите постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$.

3. Вопросы на установление последовательности.

3.1 Ниже дано определение предела *A* функции *f*(*x*) в точке x_0 (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Число A называется пределом функции f(x) в точке x_0, если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _____.

I. $|f(x) - A| < \varepsilon$

II. для любого числа $\varepsilon > 0$

III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.2 Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если _____ существует _____ такой, что если _____ , то выполняется условие _____.

I. $|x_n| < \varepsilon$

II. $n > N(\varepsilon)$

III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

3.3 Ниже дано определение функции *f*(*x*), бесконечно большой в действительной точке x_0. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция f(x) называется бесконечно большой в точке x_0, если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _____.

I. $\delta(\varepsilon) > 0$

II. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

III. $|f(x)| > \varepsilon$

IV. для любого числа $\varepsilon > 0$

3.4 Ниже сформулировано следствие теоремы о промежуточных значениях функциях (следствие теоремы Больцмана-Коши). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Пусть функция f(x) _____, на концах отрезка _____, тогда _____, где выполняется условие _____.

I. принимает значение разных знаков

II. существует точка $c \in (a, b)$

III. непрерывна на отрезке $[a, b]$

IV. $f(c) = 0$

3.5 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно малой в действительной точке x_0. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция f(x) называется бесконечно малой в точке x_0, если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _____.

I. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

II. $|f(x)| < \varepsilon$

III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.6 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.

1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$

2) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$

3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$

4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

3.7 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$.

1) найти производные обеих частей равенства

2) прологарифмировать обе части равенства

3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции

4) воспользоваться свойством $\ln|a^b| = b \cdot \ln|a|$

5) заменить y исходной функцией

3.8 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$.

1) используем таблицу неопределённых интегралов

2) используем формулу квадрата разности

3) добавляем постоянную C в конце записи

4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

5) используем почленное деление

3.9 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$.

1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1}+C$

2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}+C$

3) $\int\frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$

4) $\int x^{-\frac{4}{3}}dx$

5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}}+C$

6) $\int\frac{dx}{x\cdot x^{\frac{1}{3}}}$

3.10 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).
Если функция F(x) – _____ функции f(x) на промежутке X, то множество функций F(x)+C, где C – произвольная постоянная, называется _____ от функции f(x) на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x)\,dx$. При этом f(x) называется _____ , f(x)dx называется _____ .

I. подынтегральной функцией
II. первообразная
III. подынтегральным выражением
IV. неопределенным интегралом

3.11 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int(x+1)\cdot\sin x\,dx$. (Например, I, III, IV, II.)

I. Вычислить *du* и *v*
II. Установить, что нужно взять за *u*, а что за *dv*
III. Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям
IV. Воспользоваться формулой $\int u\,dv = uv - \int vdu$, подставив вместо *u*, *dv*, *du* и *v* их значения.

3.12 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int\frac{2x^3-x^2+2x-1}{x(x-1)}dx$.

1) Проинтегрировать $Q(x)$ и полученные простейшие дроби и сложить результаты
2) Определить вид разложения $\frac{R(x)}{x(x-1)}$ дроби на простейшие дроби
3) Выполнить деление многочлена в числителе подынтегральной функции на многочлен в знаменателе, то есть представить подынтегральную функцию в виде $f(x)=Q(x)+\frac{R(x)}{x(x-1)}$
4) Вычислить коэффициенты в разложении дроби $\frac{R(x)}{x(x-1)}$ на простейшие дроби, воспользовавшись методом неопределенных коэффициентов

3.13 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка одного из свойств определенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).
Если m и M – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции f(x) на _____ , то _____ ≤ _____ ≤ _____ .

I. $M(b-a)$
II. $m\,(b-a)$
III. $\int_a^b f(x)dx$

IV. $[a,b]$

3.14 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x, y = \frac{1}{x}, x = 2$.

I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$.

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.15 Ниже сформулированы факты о сходимости и расходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждения оказались верными (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _____, то _____ . Если _____, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _____ .

I. расходится

II. сходится

III. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$

IV. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$

3.16 Ниже сформулирован интегральный признак сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Пусть дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$, члены которого являются значениями некоторой функции f (x), _____ на _____ . Тогда, если _____ сходится (расходится), то сходится (расходится) и_____ .

I. $\int_1^{+\infty} f(x)dx$

II. $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$

III. $[1, +\infty)$

IV. положительной, непрерывной и не возрастающей

3.17 Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании гармонического ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости

1) Сделать вывод о расходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

2) Ввести в рассмотрение функцию $f(x) = \frac{1}{x}$

3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ расходится

4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1, +\infty)$

3.18 Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{n^2}$. Запишите верную последовательность действий, которая при этом должна быть осуществлена.

1) Применить теорему Лейбница

2) Сделать вывод, является ряд абсолютно сходящимся или нет
3) Выбрать признак сходимости ряда с положительными членами и воспользоваться им
4) Составить ряд из модулей членов данного ряда

3.19 Запишите верную последовательность действий при нахождении области сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n\cdot 5^{n+1}}$.

1) Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости
2) Записать интервал сходимости ряда
3) Найти радиус сходимости ряда
4) Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

3.20 Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z=\ln(3xy-x^3)$.

1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$

2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$

3) $(\ln(3xy-x^3))'_x$

4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$

5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$

6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$

3.21 Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

1) вычисляем значения A, B, C

2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$

3) определяем стационарные точки

4) находим частные производные функции первого и второго порядков

5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума

6) вычисляем значение Δ

7) определяем наличие точки экстремума

3.22 Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D (x+2y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=2, y=x, x=2y$.

1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy=\frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx$

2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy$

3) Построить область $D: x=2, x=2y, y=x$

4) Вычислить $\frac{5}{4}\int_0^2 x^2 dx = \frac{10}{3}$

3.23 Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D cos(x+y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$.

1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy$

2) Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (cosx - sin2x)dx = 0$

3) Построить область $D: x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$

4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy = cosx - sin2x$

3.24 Определить последовательность действий при нахождении общего решения дифференциального уравнения $(1+x^2)y' + 2xy = 3x^2$.

1) $v = \frac{1}{1+x^2}$
2) $y = \frac{x^3+C}{1+x^2}$
3) $u'v + u\left(v' + \frac{2xv}{1+x^2}\right) = \frac{3x^2}{1+x^2}$
4) $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$
5) $u = x^3 + C$

3.25 Определить последовательность действий при нахождении частного решения дифференциального уравнения $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2y^2$ при $y(1) = -\frac{1}{5}$.

1) $u = -\frac{1}{3x+C}$
2) $v = \frac{1}{x^2}$
3) $u'v + u\left(v' + \frac{2v}{x}\right) = 3x^2(uv)^2$
4) $y = \frac{1}{x^2}\left(-\frac{1}{3x+C}\right)$
5) $y = -\frac{1}{3x^3+2x^2}$

4. Вопросы на установление соответствия.

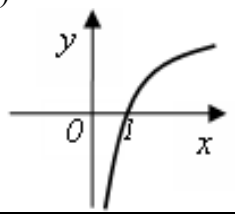
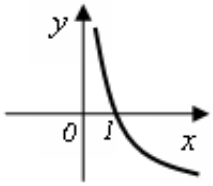
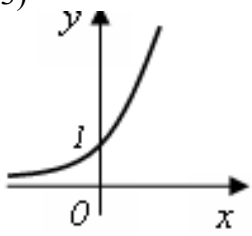
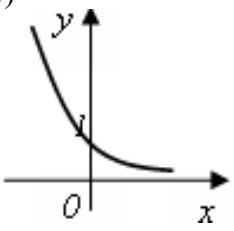
4.1 2. Даны числовые промежутки $A = [3; 5)$ и $B = [0; 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

5) $A \cap B$	а) [0;5)
6) $A \cup B$	б) ∅
7) A/B	в) (3;5)
8) B\A	г) [3; 5)
	д) {3}

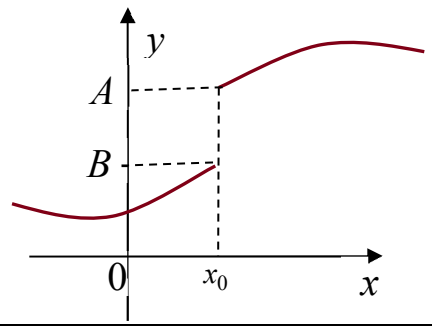
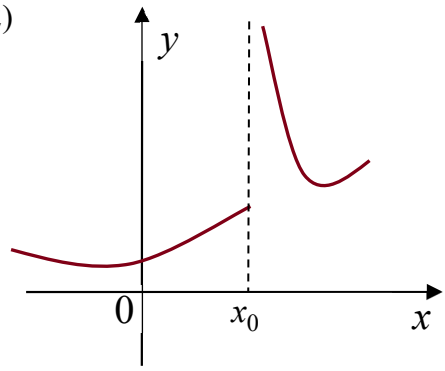
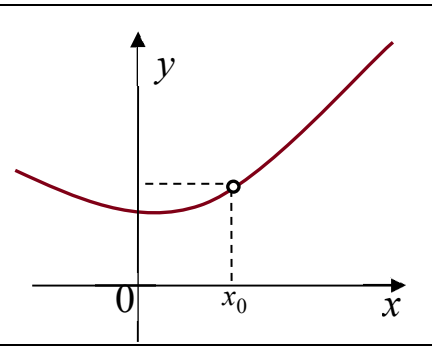
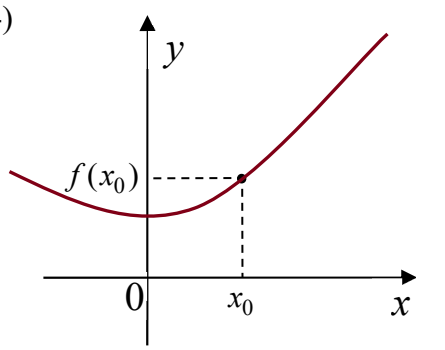
4.2 Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

5) $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ 6) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$ 7) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$ 8) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$ б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ в) неопределённость (1^{∞}) г) неопределённость $(0\cdot\infty)$ д) неопределённость $(\infty+\infty)$

4.3 Установить соответствие между графическим и аналитическим заданиями функций.

1)  2)  3)  4) 	а) $y=2^x$ б) $y=(0{,}5)^x$ в) $y=\log_2 x$ г) $y=\log_{0,5} x$ д) $y=x^{\frac{1}{2}}$

4.4 Пользуясь графиками функций, исследуйте вопрос о непрерывности функции в точке x_0 и поставьте в соответствие каждой указанной точке x_0 ее характеристику.

1) 	а) x_0 – точка непрерывности функции б) x_0 – точка устранимого разрыва 1го рода в) x_0 – точка неустранимого разрыва 1го рода г) x_0 – точка разрыва 2го рода
2) 	
3) 	
4) 	

4.5 Исследуйте вопрос о непрерывности функции $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}, & x<0\\ (x+1)^2, 0\le x\le 2\\ -x+4, & 2<x<3, x>3\\ 4, x=3\end{cases}$ в точках, указанных в левой колонке, и установите соответствие

1) $x=0$	а) точка непрерывности функции
2) $x=1$	б) точка устранимого разрыва 1го рода
3) $x=2$	в) точка неустранимого разрыва 1го рода

4) $x = 3$	г) точка разрыва 2го рода

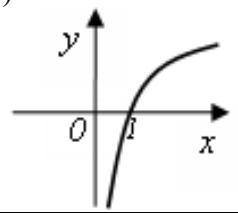
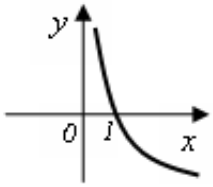
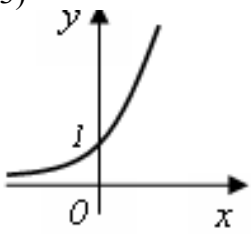
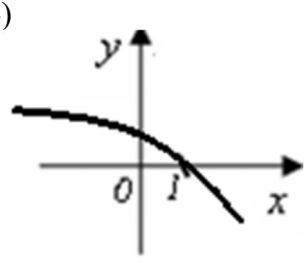
4.6 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

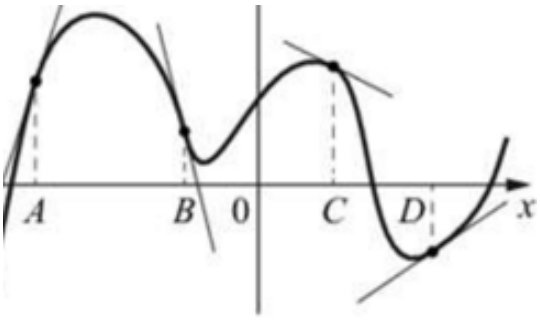
4.7 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$ 4) $y = e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

4.8 Установить соответствие между графиками функций и знаками первой и второй производной этих функций

1) 	а) $y' > 0,\ y'' > 0$
2) 	б) $y' < 0,\ y'' < 0$
3) 	в) $y' > 0,\ y'' < 0$
4) 	г) $y' < 0,\ y'' > 0$

4.9 На рисунке изображен график функции и касательные к нему, проведенные в точках с абсциссами A, B, C, D. Поставьте в соответствие каждой точке значение ее производной в этой точке.



1) A 2) B 3) C 4) D	а) – 4 б) 3 в) –0,5 г) 0,7

4.10 Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке

1) $\frac{1}{x^2}$ 2) $\frac{x}{2}$ 3) $3x^2$ 4) $\frac{1}{x}+2x$	а) $\frac{x^2}{4}$ б) $\ln\lvert x\rvert + x^2$ в) $\frac{1}{x^2}+2$ г) $-\frac{1}{x}$ д) x^3

4.11 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sin\left(\sqrt{x+1}-2\right)$ 2) $y = x \cdot \lg x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = x^6$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

4.12 Установите соответствие между интегралами и их значениями

1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$	а) $\frac{1}{2a}\ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\| + c$
2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$	б) $\frac{1}{a} arc\, tg\, \frac{x}{a} + c$
3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	в) $arc\, \sin \frac{x}{a} + c$
4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	г) $arc\, tg\, \frac{x}{a} + c$
	д) $\ln\left\|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right\| + c$

4.13 Установите соответствие между неопределенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int Af(x)dx$	а) $\int f\,dx \pm \int g\,dx$
2) $\int (f \pm g)dx$	б) $f(x)$
3) $\left(\int f(x)dx\right)'$	в) $A\int f(x)dx$
4) $\int dF(x)$	г) $F(x) + C$
	д) $f(x)dx$

4.14 Установите соответствие между неопределенными интегралами и заменами, которые целесообразно применить для вычисления интегралов

1) $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x\, dx$	а) $t = tg\ x$
2) $\int \frac{\sqrt{tgx}}{\cos^2 x} dx$	б) $t = ctg\ x$
3) $\int \sin^4 x \cdot \cos x\, dx$	в) $t = \sin\ x$
4) $\int \frac{ctgx}{\sin^2 x}\ dx$	г) $t = \cos\ x$
	д) $t = \cos^2 x$

4.15 Установите соответствие между интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$	а) использование почленного деления
2) $\int (x+1)\sin x\, dx$	б) подведение под знак дифференциала
3) $\int 5^x dx$	в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$
4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	г) непосредственное интегрирование
	д) метод интегрирования по частям

4.16 Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{5n}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^5 + 1}$	б) необходимый признак сходимости
	в) радикальный признак Коши

3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-3}{(n+2)!}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{n^2}$	г) признак Даламбера д) теорема Лейбница

4.17 Установить соответствие между степенными рядами и областями их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty}x^n\cdot n!$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2}$	а) $(-\infty;\infty)$ б) $\{0\}$ в) $[-1,\ 1]$ г) $(-1,\ 1)$ д) $[-1,\ 1)$

4.18 Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $\ln(1+x)$ 2) $\frac{1}{1-x}$ 3) e^x 4) a*rctg x*	а) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+\ldots$ б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\ldots$ в) $1+x+x^2+x^3+\ldots$ г) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+\ldots$ д) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$

4.19. Известно, что функцию, заданную на отрезке $[-\pi,\ \pi]$ можно разложить в ряд Фурье, то есть представить в виде $f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cdot\cos nx+b_n\cdot\sin nx)$. Установить соответствие между коэффициентами Фурье и формулами, по которым они вычисляются.

1) a_0 2) a_n 3) b_n	а) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\,dx$ б) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cdot\cos nx\,dx$ в) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cdot\sin nx\,dx$ г) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\cos nx\,dx$ д) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\sin nx\,dx$

4.20 Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1;-1)$ и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x}\Big\|_{M_0}$ 2) $\frac{\partial z}{\partial y}\Big\|_{M_0}$ 3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\Big\|_{M_0}$ 4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\Big\|_{M_0}$ 5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\Big\|_{M_0}$	а) −3 б) 8 в) 2 г) 6 д) 9 е) 1

4.21 Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1;2)$ и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x}\Big\|_{M_0}$ 2) $\frac{\partial z}{\partial y}\Big\|_{M_0}$ 3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\Big\|_{M_0}$ 4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\Big\|_{M_0}$ 5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\Big\|_{M_0}$	а) 30 б) −14 в) −12 г) −6 д) −4 е) 3

4.22 Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями:

а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$ б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$ в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$ г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) д) $x^2 + y^2 = 4$x	1) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$

4.23 Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями

а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$ б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$ в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$	1) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$

г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) д) $x^2 + y^2 = 4x$	3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$

4.24 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 6y = 0$ 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ 3) $y'' - 10y' + 25y = 0$ 4) $y'' + 25y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

4.25 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + 2y' + 3y = 0$ 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ 3) $y'' - 2y' + y = 0$ 4) $y'' + 49y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания результатов тестирования:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – **2 балла**, не выполнено – **0 баллов**.

2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

Компетентностно-ориентированная задача №1

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

Компетентностно-ориентированная задача №2

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Найти точку рыночного равновесия.

б) Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

Компетентностно-ориентированная задача №3

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?

б) Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

Компетентностно-ориентированная задача №4

В прошлом году средняя цена данного товара была 15 денежных единиц, а в настоящем году – 18 денежных единиц. Найти зависимость $P = f(n)$ цены товара P от номера года n при условии, что тенденция роста сохраниться, то есть цена будет увеличиваться на одно и то же число. Составить прогноз средней цены на три года вперед.

Компетентностно-ориентированная задача №5

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компетентностно-ориентированная задача №6

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компетентностно-ориентированная задача №7

Зависимость количества Q (в шт., $0 \le Q \le 30\ 000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\ 000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара

составляют $5\,000\,Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. $(0 < t < 15\,000)$ с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000\,Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компетентностно-ориентированная задача №8

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

Компетентностно-ориентированная задача №9

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

Компетентностно-ориентированная задача №10

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

Компетентностно-ориентированная задача №11

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить участки роста и убывания прибыли при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компетентностно-ориентированная задача №12

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компетентностно-ориентированная задача №13

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$, где $x -$ доля населения, $y -$ доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

Компетентностно-ориентированная задача №14

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно k_1 и k_2. Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

Компетентностно-ориентированная задача №15

Найти выражение объёма реализованной продукции $Q = Q(t)$ и его значение при $t = 2$, если известно, что продукция продаётся на конкурентном рынке по цене $P(Q) = 3 - 2Q$, норма акселерации $\frac{1}{l} = 1{,}5$, норма инвестиций $m = 0{,}6$, $P(0) = 1$.

Пояснение: полученный на момент времени t доход составит $R(Q) = Q \cdot P(Q)$, часть которого, равная $I(t) = m \cdot P(Q) \cdot Q$, инвестируется в производство при норме инвестиции m. В

результате расширения производства (предполагается полная реализация производимой продукции) будет получен прирост дохода, часть которого опять инвестируется для расширения выпуска продукции. Это приведет к росту скорости выпуска (акселерации), причём скорость выпуска пропорциональна увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности l, т.е. $Q'(t) = l \cdot I(t)$, где l^{-1} – норма акселерации.

Компетентностно-ориентированная задача №16

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение x единиц первого товара и y единиц второго товара. Заданы функция полезности $u(x, y) = 0{,}5 \cdot \ln(x-2) + 2\ln(y-1)$ и цены $P_1 = 0{,}2$ и $P_2 = 4$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

Компетентностно-ориентированная задача №17

Вычислить на сколько процентов приближённо изменится спрос, описываемый функцией $D = e^{-\sqrt{n+P^2}}$, где n – число производителей товара, P – цена товара, если число производителей товара уменьшится на 1%, а цена возрастёт на 1%. На рынке имеется 7 производителей, цена товара составляет 3 ед.

Компетентностно-ориентированная задача №18

Данные о росте индекса Доу-Джонса и росте цены акций (усл. ед.) приведены в таблице:

x	2,0	2,5	3,0	3,1	3,5	3,7	4,3
y (усл. ед.)	4,3	4,6	4,7	4,7	4,9	5,1	4,6

Методом наименьших квадратов найти зависимость вида $y = ax + b$ между ростом цены акций y и ростом индекса x. Вычислить рост цены акции при росте индекса, равном 2,6.

Компетентностно-ориентированная задача №19

Кооператив открывает линию по производству жестяных консервных банок объемом 0,25 литра для последующей расфасовки в них консервированного горош-ка. В качестве инженера-экономиста рассчитайте такие радиус основания *x* и высоту *y* консервной банки, чтобы на ее изготовление потребовалось минимум материала. Напомним, что 1 л = 1000 см^3.

Компетентностно-ориентированная задача №20

В таблице приведены данные численности занятого населения (*x*, млн.) и валового выпуска продукции (*y*, у.е.).

x_i	80	82	83	84	85	86	88	89	90	91
y_i	32	34	35	36	36	37	38	40	39	40

В предположении, что между *x* и *y* существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать валовой выпуск продукции в случае, если занятое население увеличится на 10% по сравнению с последними данными (90 млн.)

Компетентностно-ориентированная задача №21

Торговое предприятие имеет сеть, состоящую из 10 магазинов, информация о деятельности которых: годовой товарооборот (*y,* млн. руб.) и торговая площадь (*x,* тыс. м^2) представлена в таблице.

x_i	0,24	0,41	0,55	0,58	0,78	0,94	0,98	1,21	1,28	1,32
y_i	19,8	38,1	41,0	43,1	56,3	68,5	75,0	89,1	91,1	91,3

В предположении, что между *x* и *y* существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать годовой товарооборот в случае, если торговая площадь составит ровно 1 тыс. м^2.

Компетентностно-ориентированная задача №22

В таблице приведены данные о росте объема выручки (*y*, тыс. у.е.) косметической компании в зависимости от числа клиентов (*x*).

x_i	900	950	1000	1040	1080	1100	1120	1130	1135	1140
$y_i \cdot 10$	992	1101	1203	1289	1381	1432	1478	1505	1514	1530

В предположении, что между *x* и *y* существует квадратичная зависимость, определить параметры регрессии $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать объем выручки, если число клиентов достигнет 1150 человек.

Компетентностно-ориентированная задача №23

В таблице приведены данные о показателях конкуренции (*x*) и средневзвешенные по частоте упоминания количества патентов (*y*).

x_i	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,9
y_i	4,5	4,8	5,3	5,9	6,1	6,4	6,1	5,4	4,8	4,3

В предположении, что между *x* и *y* существует квадратичная зависимость, определить параметры регрессии $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать количество патентов в случае, если показатель конкуренции составит 1.

Компетентностно-ориентированная задача №24

Найти момент инерции квадратной пластины $0 \le x \le a$, $0 \le y \le a$ относительно оси Oy.

Компетентностно-ориентированная задача №25

Определить массу круглой пластины радиуса R с центром в начале координат, если поверхностная плотность материала пластины в точке $M(x; y)$ равна $\rho(x, y) = k\sqrt{x^2 + y^2}$.

Компетентностно-ориентированная задача 265

Найти массу пластины, ограниченной кривыми $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, если её плотность равна $\rho(x, y) = x + 2y$.

Компетентностно-ориентированная задача №27

Найти значение цены *p*(*t*), при котором достигается равновесное состояние рынка, заключающееся в равенстве спроса *d*(*t*) и предложения *s*(*t*), если $d(t)=3p''-p'-2p+18$, $s(t) = 4p'' + p' + 3p + 3$.

Компетентностно-ориентированная задача №28

Пирамида Хеопса представляет собой правильную четырёхугольную пирамиду высотой 146,6 м, а в основании которой - квадрат со стороной 232 м. Она построена из камня, плотность которого 2,5 г/см^3. Найдите работу, затраченную при постройке (учитывая лишь подъем).

Компетентностно-ориентированная задача №29

Зависимость суточного удоя y в литрах от возраста коров x в годах определяется уравнением $y(x) = -9{,}53 + 6{,}86x - 0{,}49x^2$, где $x > 2$. Найдите возраст дойных коров, при котором суточный удой будет наибольшим.

Компетентностно-ориентированная задача №30

Реакция организма на введённое лекарство может выражаться в повышении кровяного давления, уменьшении температуры тела, изменении пульса или других физиологических показателей. Степень реакции зависит от назначенного лекарства, его дозы. Предположим, что x обозначает дозу назначенного лекарства, а степень реакции y описывается функцией $f(x) = x^2(a - x)$, где *a* – некоторая положительная постоянная. При каком значении *x* реакция максимальна?

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.