МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра вычислительной техники

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
__________ О.Г. Локтионова
«04» 06 ________2024 г.

ОСНОВЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Методические указания по выполнению
практических работ
для студентов направления подготовки 11.03.03

Курск 2024

УДК 681.51.01

Составитель Т.А. Ширабакина

Рецензент
Доктор технических наук, профессор *И.Е.Чернецкая*

Основы управления техническими системами: методические указания по выполнению практических работ для студентов направления подготовки 11.03.03 / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Т.А. Ширабакина.- Курск, 2024. –25 с.: ил.9, табл.8. – Библиогр.: с.24

Методические указания по выполнению практических работ являются дополнением к конспекту лекций «Основы управления техническими системами» и содержат сведения, необходимые для выполнения работ.

Методические указания соответствуют рабочей программе дисциплины и Федеральному государственному образовательному стандарту высшего образования направления подготовки 11.03.03 Конструирование и технология электронных средств.

Предназначены для студентов направления подготовки 11.03.03 очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 24.06.24 Формат
Усл.печ.л. 1,5 . Уч.-изд.л. 1,3. Тираж 100 . Заказ 540 Бесплатно
Юго-Западный государственный университет.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В результате изучения дисциплины «Основы управления техническими системами» должны сформироваться представления о принципах функционирования, пределах устойчивости и качества технических систем, о взаимодействии объектов управления, элементов и технических средств автоматизации и человека, о перспективах развития теории и систем управления в различных областях науки, техники и производства. Технические средства, используемые для создания систем управления, в последнее время достигли значительного прогресса. Поэтому важное значение имеет знание областей применимости используемых методик и характеристик, их взаимной связи, их связи с классическими методами теории автоматических систем.

Целью выполнения практических работ является рассмотрение практических вопросов, касающихся анализа и синтеза систем управления, обеспечивающих требования, предъявляемые в техническом задании на конкретную систему.

1 ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Для анализа и синтеза систем управления широкое использование получили частотные характеристики.

Выражения для частотных характеристик систем могут быть легко получены из передаточных функций путём замены p на $j\omega$.

Физически частотная характеристика системы имеет место при подаче на вход системы гармонического воздействия при изменении частоты от нуля до бесконечности и сохранении постоянной амплитуды входного сигнала на всём диапазоне изменения частот [1, 2].

К частотным характеристикам системы относятся:

$W(j\omega)$ – амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ);

$U(\omega)$ – вещественная частотная характеристика;

$V(\omega)$ – мнимая частотная характеристика;

$A(\omega)$ – амплитудная частотная характеристика (АЧХ);

$\varphi(\omega)$ – фазовая частотная характеристика (ФЧХ);

$L(\omega)$ – логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛАЧХ);

$\varphi(\omega)$ – логарифмическая фазовая частотная характеристика (ЛФЧХ).

Соотношения между этими характеристиками определяются следующими выражениями:

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)};$$

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)};$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{V(\omega)}{U(\omega)};$$

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega).$$

Ценность частотных характеристик заключается в том, что они косвенно, без решения дифференциального уравнения системы, позволяют судить о поведении системы и определить ряд показателей качества регулирования и управления, рассчитать корректирующие звенья системы для получения заданных динамических показателей.

Наибольшее применение получили характеристики разомкнутой системы благодаря их наглядности и простоте построения. Особенно это касается логарифмических частотных характеристик, позволяющих выполнить синтез системы наиболее простым образом.

Рассмотрим построение логарифмических характеристик разомкнутой системы, если передаточная функция равна

$$W(p)=\frac{k(1+T_2 p)}{p(1+T_1 p)(1+T_3 p)}, \tag{1.1}$$

где k – коэффициент передачи; T_1, T_2, T_3 – постоянные времени звеньев, входящих в систему.

Если $T_1 \geq T_2 \geq T_3$, то сопрягающие частоты

$$\omega_1=\frac{1}{T_1}\leq\omega_2=\frac{1}{T_2}\leq\omega_3=\frac{1}{T_3}.$$

Амплитудно-фазовая частотная характеристика системы

$$W(j\omega)=\frac{k\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_2}\right)}{j\omega\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_1}\right)\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_3}\right)}. \tag{1.2}$$

Выполнив преобразования, получим:

$$A(\omega)=\frac{k\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_2}\right)^2}}{\omega\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_1}\right)^2}\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_3}\right)^2}}; \tag{1.3}$$

$$\varphi(\omega)=-\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{\omega}{\omega_1}+\operatorname{arctg}\frac{\omega}{\omega_2}-\operatorname{arctg}\frac{\omega}{\omega_3}. \tag{1.4}$$

Прологарифмируем выражение (1.3):

$$L(\omega)=20\ \lg\frac{k}{\omega}-20\ \lg\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2}+20\ \lg\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}-$$

$$-20\ \lg\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_3}\right)^2}\ . \qquad (1.5)$$

При построении ЛАЧХ нужно учесть, что в выражении $\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2}$ для значений $\omega \le \omega_k$ пренебрегают вторым слагаемым по сравнению с 1. Для значений $\omega \ge \omega_k$ пренебрегают 1. Ошибка не превышает нескольких децибелов.

Если в выражении (1.2) m сопрягающих частот, то ЛАЧХ состоит из (m+1) асимптот.

В выражении (1.2) три частоты, значит характеристика содержит 4 асимптоты. Каждую асимптоту строят в диапазоне частот $\omega_{k-1} < \omega < \omega_k$. Первая асимптота для частот $0 < \omega < \omega_1$; последняя для частоты $\omega > \omega_m$. Построим логарифмическую амплитудную частотную характеристику (рисунок 1).

1. Асимптота соответствует $\omega < \omega_1$:

$$L(\omega) = 20\ \lg\frac{k}{\omega} = -20\ \lg\frac{\omega}{k}.$$

Это уравнение прямой, проходящей через точку $\left[L(\omega)=0;\omega=k\right]$ с наклоном –20 дБ/дек. Заканчивается в точке $\omega=\omega_1$.

2. Асимптота соответствует изменению частоты $\omega_1 < \omega < \omega_2$.

Из выражения (1.5) получаем:

$$L(\omega) = 20\ \lg\frac{k}{\omega} - 20\ \lg\frac{\omega}{\omega_1} = 20\ \lg\frac{k}{\omega} - 40\ \lg\frac{\omega}{\omega_1} = L_1 - 40\frac{\lg\omega}{\omega_1}.$$

3. Третья асимптота строится при $\omega_2 < \omega < \omega_3$:

$$L(\omega) = 20\ \lg\frac{k}{\omega} - 20\ \lg\frac{\omega}{\omega_1} + 20\ \lg\frac{\omega}{\omega_2} = 20\ \lg\frac{k\omega_1}{\omega_2^2} - 20\ \lg\frac{\omega}{\omega_2} = L_2 - 20\frac{\omega}{\omega_2}.$$

4. Четвертая асимптота строится при частоте больше ω_4:

$$L(\omega) = 20\lg\frac{k}{\omega} - 20\lg\frac{\omega}{\omega_1} + 20\lg\frac{\omega}{\omega_2} - 20\lg\frac{\omega}{\omega_3} = 20\lg\frac{k\omega_1}{\omega_2\omega_3} =$$

$$= L_3 - 40\lg\frac{\omega}{\omega_3}.$$

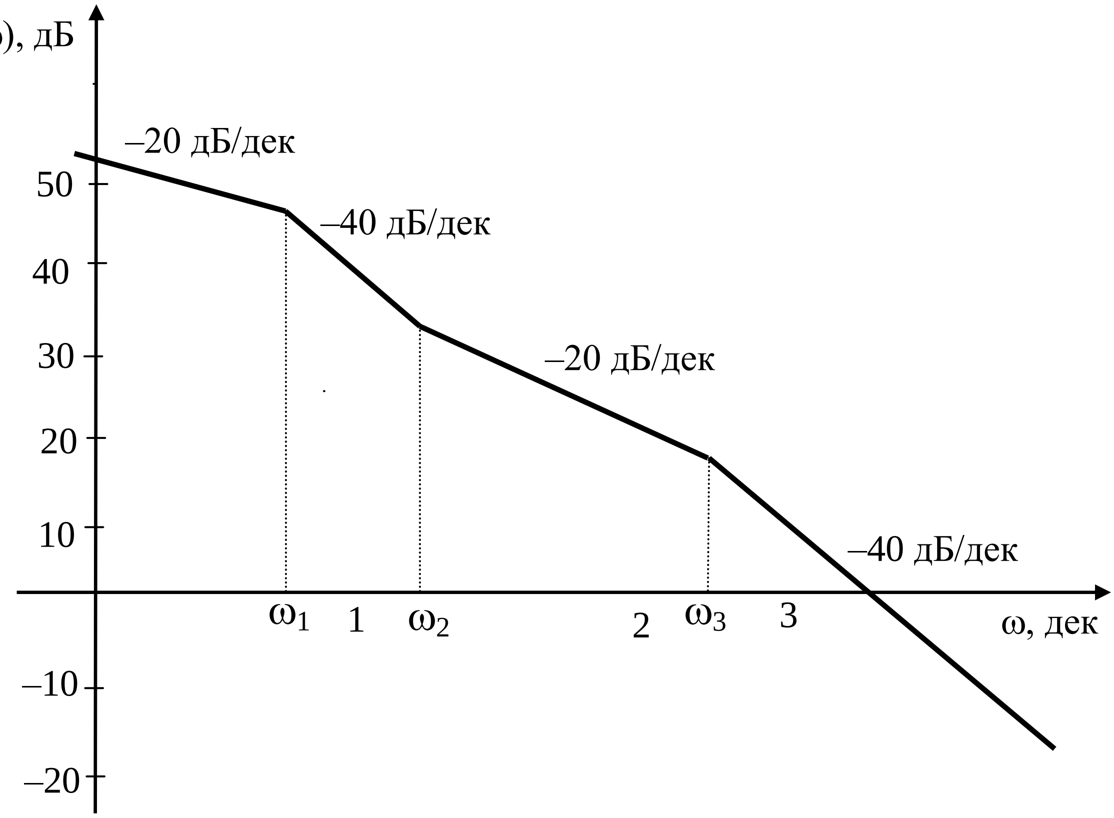

Рисунок 1 - Логарифмическая амплитудная частотная характеристика

Итак, при построении логарифмической характеристики необходимо выполнять следующее правило: наклон асимптоты изменяется:

1) на –20 дБ/дек, если ω_k принадлежит множителю $\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_k}\right)$, стоящему в знаменателе передаточной функции;

2) на +20 дБ/дек, если ω_k принадлежит множителю $\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_k}\right)$, стоящему в числителе передаточной функции.

Логарифмическая фазовая частотная характеристика представляет собой фазовую частотную характеристику, построенную в логарифмическом масштабе частот.

Задание. Построить частотные характеристики следящей системы с асинхронным двухфазовым двигателем в разомкнутом состоянии (рисунок 2).

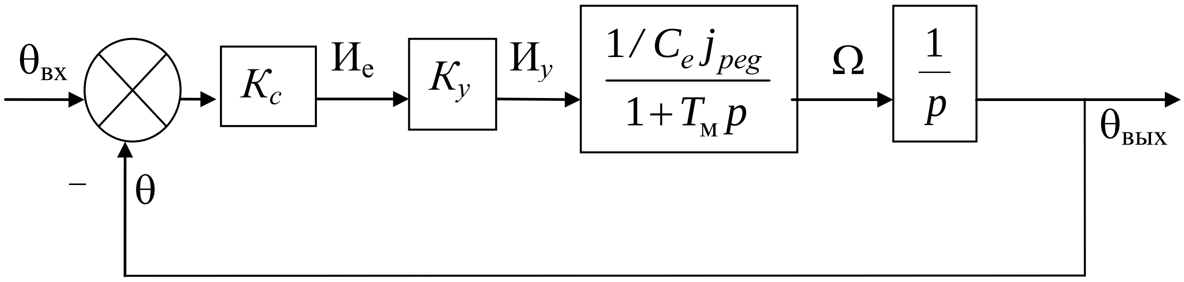

Рисунок 2 - Структурная схема системы: K_c – преобразующий коэффициент преобразующего устройства; $K_у$ – коэффициент усиления усилителя; C_e – скоростной коэффициент двигателя; $T_м$ – электромеханическая постоянная двигателя; j_{peg} – передаточное число редуктора

Численные значения параметров системы приведены в таблице 1.

Таблица 1 - Параметры системы

Вариант	K_c, В/град	$K_у$	C_e, В/град	$T_м$, с	j_{peg}
1	1	64	0,311	0,075	8
2	2	60	0,3	0,07	7
3	1	50	0,2	0,06	10
4	2	30	0,25	0,065	7
5	1	40	0,28	0,055	8
6	2	50	0,29	0,05	9
7	1	60	0,31	0,05	10
8	2	35	0,30	0,045	9
9	1	45	0,29	0,07	8
10	2	55	0,28	0,075	7
11	3	50	0,25	0,068	9
12	3	40	0,32	0,065	10
13	2	70	0,27	0,05	11
14	1,5	28	0,25	0,072	6
15	1,8	32	0,32	0,074	11
16	2,5	43	0,35	0,08	5
17	2,6	45	0,38	0,06	6
18	2,5	40	0,30	0,05	5
19	1,5	40	0,26	0,06	10

Вариант	K_c, В/град	K_y	C_e, В/град	$T_м$, с	$j_{рег}$
20	1	62	0,25	0,065	7
21	1,5	64	0,28	0,068	8
22	1,8	65	0,29	0,07	9
23	2,1	68	0,30	0,075	10
24	2,5	70	0,35	0,071	11
25	2,8	75	0,40	0,068	12
26	2,3	60	0,31	0,065	13
27	3	70	0,25	0,05	10
28	2	75	0,26	0,06	15
29	3	63	0,27	0,07	10
30	3,5	60	0,2	0,07	12
31	3,2	50	0,25	005,	10
32	1,9	55	0,1	0,06	8
33	3	20	0,2	0,05	10
34	2,2	15	0,03	0,04	10
35	2,4	20	0,02	0,05	10

Контрольные вопросы

1. Перечислите частотные характеристики САУ.

2. Дайте определение амплитудно-фазовой частотной характеристики САУ, запишите формулу.

3. Приведите формулу, по которой определяется амплитудная частотная характеристика САУ.

4. Запишите формулу фазовой частотной характеристики.

4. Дайте определения логарифмических частотных характеристик.

5. Укажите отличия фазовой частотной характеристики и логарифмической фазовой частотной характеристики.

2 ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ. ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Структурная схема – графическое представление математической модели системы в виде соединений типовых динамических звеньев с указанием входных и выходных величин, передаточной функции звеньев. Типовые звенья могут быть соединены последовательно, параллельно, смешанно, охвачены обратной связью [1,2].

Различают одноконтурные и многоконтурные системы, которые в свою очередь делятся на системы с перекрестными связями и системы без перекрестных связей.

Одноконтурная система – это система, при размыкании которой получается цепь из последовательно соединенных звеньев.

Замкнутая система называется *многоконтурной*, если при ее размыкании получается цепь, содержащая параллельные или обратные связи.

Многоконтурная система не имеет перекрестных связей, если любые два контура, образованные параллельными или обратными связями, не имеют общих участков или один участок находится внутри другого.

Многоконтурная система имеет перекрещивающиеся связи, если два каких-либо контура, образованных параллельными или обратными связями, имеют общий участок, причем ни один из них не вложен внутрь другого.

Правила преобразования структурных схем систем приведены в работах [1-3].

Задание 1. Определить передаточную функцию системы, структурная схема которой приведена на рисунке 3.

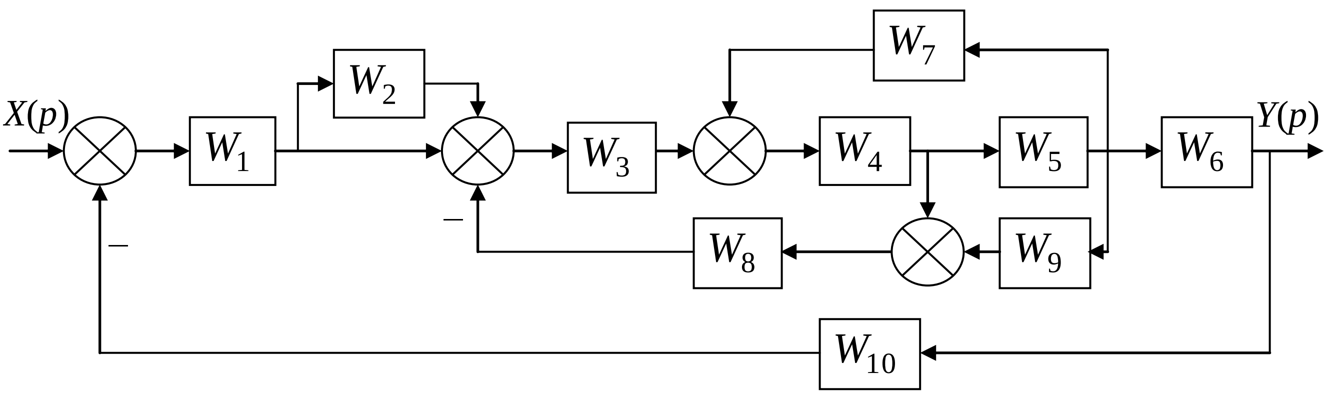

Рисунок 3 – Структурная схема системы

Передаточные функции звеньев равны:

$$W_1 = k_1;\ W_2 = \frac{k_2}{p};\ W_3 = k_3;\ W_4 = \frac{k_4}{p};\ W_5 = \frac{k_5 p}{1+T_1 p};\ W_6 = k_6 p;$$

$$W_7 = \frac{k_7}{1+T_2 p};\ W_8 = k_8;\ W_9 = k_9;\ W_{10} = k_{10}.$$

Параметры звеньев приведены в таблице 2.

Таблица 2 - Параметры звеньев

Вариант	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9	K_{10}	T_1	T_2
1	4	0,5	0,63	1,3	0,04	1	1	0,2	0,06	1	0,02	0,03
2	3	0,4	0,5	1,2	0,02	2	1,5	0,1	0,05	2	0,01	0,02
3	2	0,3	0,7	1,4	0,05	3	2,0	0,15	0,04	3	0,03	0,01
4	5	0,6	0,8	1,5	0,06	4	2,5	0,2	0,03	4	0,04	0,03
5	6	0,8	0,4	1,6	0,08	5	3,0	0,15	0,06	5	0,02	0,05
6	7	0,5	0,3	1,7	0,03	6	3,5	0,2	0,05	6	0,03	0,06
7	4	0,4	0,35	1,8	0,04	7	4,0	0,1	0,04	1	0,04	0,07
8	2	0,6	0,45	1,1	0,045	8	4,5	0,15	0,03	2	0,05	0,08
9	1	0,7	0,55	1,2	0,05	9	5,0	0,25	0,02	3	0,06	0,09
10	5	0,9	0,65	1,3	0,06	1	5,5	0,2	0,05	4	0,08	0,05

Задание 2. Определить передаточную функцию системы по задающему и возмущающему воздействиям, структурная схема которой приведена на рисунке 4.

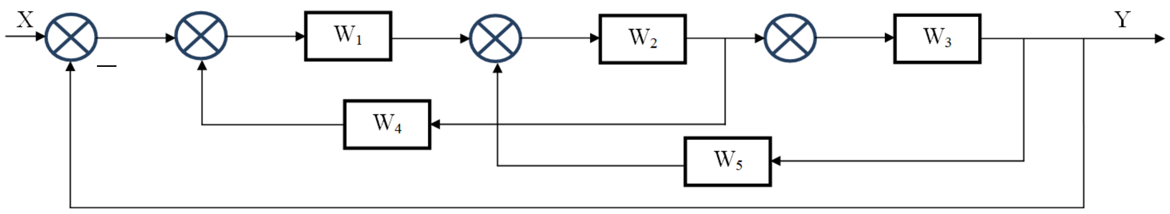

Рисунок 4 – Структурная схема системы

Передаточные функции звеньев равны: $W_1 = k_1$; $W_2 = \dfrac{k_2}{1+T_2 p}$;

$$W_3 = \frac{k_3}{p};\ W_4 = \frac{k_4 p}{1+T_4 p};\ W_5 = \frac{k_5}{p(1+T_5 p)}.$$

Параметры звеньев приведены в таблице 3.

Таблица 3 - Параметры звеньев

Вариант	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	T_2	T_4	T_5
1	2	0,5	0,6	5	0,06	0,02	0,03	0,04
2	3	0,6	0,5	6	0,05	0,03	0,04	0,05

Вариант	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	T_2	T_4	T_5
3	4	0,7	0,4	7	0,04	0,04	0,05	0,06
4	5	0,8	0,3	8	0,03	0,05	0,06	0,04
5	6	0,5	0,2	10	0,05	0,06	0,07	0,03
6	7	0,6	0,6	12	0,07	0,04	0,05	0,02
7	8	0,7	0,7	10	0,06	0,03	0,06	0,07
8	9	0,8	0,8	9	0,05	0,06	0,07	0,08
9	10	0,9	0,9	8	0,04	0,05	0,08	0,09
10	5	1,0	0,5	7	0,02	0,07	0,05	0,04

Задание 3. Определить передаточную функцию системы по задающему и возмущающему воздействиям, структурная схема которой приведена на рисунке 5.

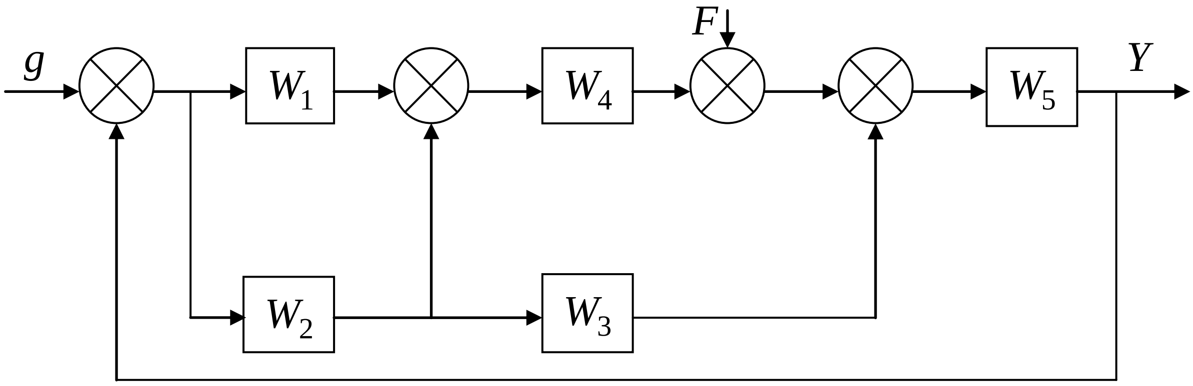

Рисунок 5 – Структурная схема системы

Передаточные функции звеньев равны: $W_1 = k_1 p$; $W_2 = \dfrac{k_2}{T_1 p + 1}$;

$$W_3 = k_3;\ W_4 = \frac{k_4}{p};\ W_5 = \frac{k_5}{T_2 p^2 + T_3 p + 1}.$$

Параметры звеньев приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Параметры звеньев

Вариант	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	T_1	T_2	T_3
1	1	0,5	0,05	2,5	1,1	0,01	0,15	0,1
2	2	0,6	0,06	3,0	1,2	0,02	0,2	0,2

Вариант	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	T_1	T_2	T_3
3	3	0,7	0,07	3,5	1,3	0,03	0,25	0,3
4	4	0,8	0,08	4,0	1,4	0,04	0,3	0,4
5	5	0,9	0,09	4,5	1,5	0,05	0,35	0,5
6	6	1,0	0,04	5,0	1,6	0,06	0,4	0,6
7	7	0,4	0,03	5,5	1,7	0,07	0,45	0,7
8	8	0,3	0,02	6,0	1,8	0,08	0,5	0,8
9	9	0,2	0,08	6,5	1,9	0,09	0,55	0,9
10	10	0,5	0,09	7,0	2,0	0,05	0,6	0,1

Задание 4. Определить передаточную функцию системы по задающему и возмущающему воздействиям, структурная схема которой приведена на рисунке 6.

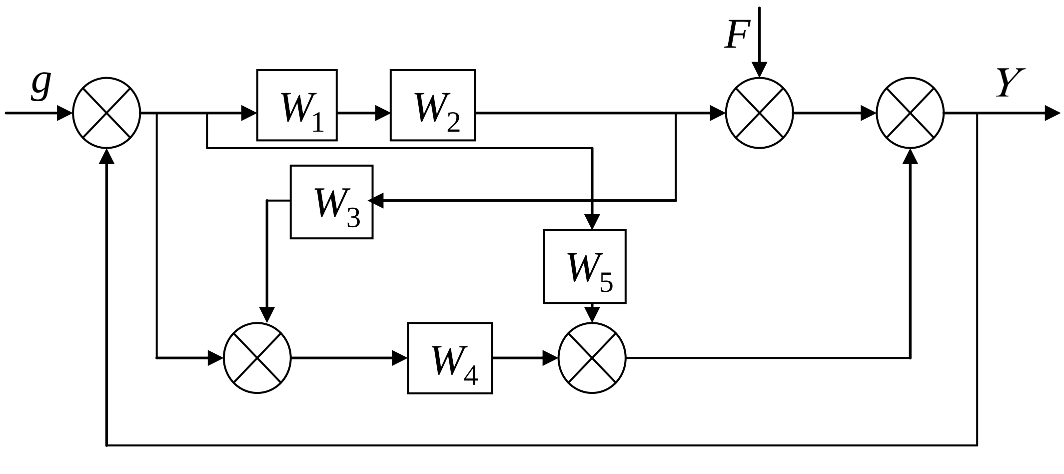

Рисунок 6 – Структурная схема системы

Передаточные функции звеньев равны: $W_1 = k_1$; $W_2 = \dfrac{k_2}{T_1 p + 1}$; $W_3 = k_3$; $W_4 = \dfrac{k_4}{p}$; $W_5 = \dfrac{k_5}{p(T_2 p + 1)}$.

Параметры звеньев приведены в таблице 5.

Таблица 5 - Параметры звеньев

Вариант	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	T_1	T_2
1	1	0,5	1,5	1,5	2,5	0,02	0,15

Вариант	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	T_1	T_2
2	2	0,6	1,6	1,6	2,4	0,03	0,16
3	3	0,4	1,7	1,5	2,6	0,04	0,17
4	4	0,3	1,8	1,6	2,7	0,05	0,18
5	5	0,2	1,9	1,5	2,3	0,06	0,19
6	6	1,5	1,3	1,6	2,2	0,07	0,20
7	7	0,7	1,4	1,5	2,1	0,08	0,21
8	8	0,8	1,5	1,6	2,0	0,09	0,22
9	9	0,9	1,8	1,5	2,2	0,01	0,23
10	10	0,5	1,7	1,6	2,3	0,02	0,24

Контрольные вопросы

1. Дайте определение структурной схемы САУ.
2. Приведите правила последовательного и параллельного соединения звеньев.
3. Приведите правило обратного соединения звеньев.
4. Приведите правила переноса сумматора.
5. Приведите правила переноса узлов.
6. Приведите порядок вычисления передаточной функции одноконтурной системы.
7. Дайте определение многоконтурной системы с перекрестными связями и без перекрестных связей.
8. Приведите методику определения передаточной функции многоконтурной системы с перекрестными связями.
9. Приведите методику определения передаточной функции многоконтурной системы без перекрестных связей.

3 АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Устойчивость – это способность системы, выведенной из состояния равновесия под влиянием управляющих и возмущающих воздействий, с течением времени прийти в равновесное состояние. Устойчивость системы – это свойство, которым должна обладать любая автоматическая система. Поэтому так важен анализ системы на устойчивость. Исследование устойчивости системы может быть выполнено с помощью алгебраических критериев [1-3].

3.1 ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ КРИТЕРИЕМ РАУСА

Критерий устойчивости Рауса формулируется следующим образом: *для того чтобы система была устойчивой, необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты характеристического уравнения и первого столбца таблицы Рауса были положительны.*

Необходимое условие устойчивости – положительность всех коэффициентов характеристического уравнения.

Таблица Рауса составляется следующим образом (табл. 6): в первую строку записываются в порядке возрастания индекса коэффициенты характеристического уравнения, имеющие четный индекс; во вторую строку – коэффициенты с нечетным индексом.

Таблица 6 – Таблица Рауса

Номер строки	Номер столбца				
	1	2	3	4	5
1	$C_{11}=a_0$	$C_{21}=a_2$	$C_{31}=a_4$	$C_{41}=a_6$	$C_{51}=a_8$
2	$C_{12}=a_1$	$C_{22}=a_3$	$C_{32}=a_5$	$C_{42}=a_7$	$C_{52}=a_9$
3	C_{13}	C_{23}	C_{33}	C_{43}	C_{53}
4	C_{14}	C_{24}	C_{34}	C_{44}	C_{54}
5	C_{15}	C_{25}	C_{35}	C_{45}	C_{55}

Любой другой коэффициент определяется в соответствии с формулой

$$C_{k,i}=C_{k+1,i-2}-Z_iC_{k+1,i-1},\ Z_i=\frac{C_{1,i-2}}{C_{1,i-1}},$$

где k – номер столбца, i – номер строки.

Например, для третьей строки $Z_3=-a_0/a_1$; для четвертой строки $Z_4=-a_1/a_{13}$ и т. д. Тогда

$$C_{13}=a_2-Z_3a_3;\ C_{23}=a_4-Z_3a_5;$$

$$C_{14}=a_3-Z_4a_{23};\ C_{24}=a_5-Z_4a_{34}$$ и т. д.

Число строк таблицы равно (n+1); число столбцов таблицы Рауса равно целому числу от (n/2 + 1), где n – степень характеристического уравнения.

Достаточное условие устойчивости: C_{11}, C_{12}, C_{13}... *должны быть положительны*. Если не все коэффициенты первого столбца больше 0, то система неустойчива. Число правых корней равно числу перемен знака в первом столбце таблицы.

Задание. Определить устойчивость по критерию Рауса замкнутой системы автоматического регулирования электроприводом (рисунок 6), которая включает объект регулирования с постоянной времени T_0 и коэффициентом передачи K_0; источник питания, имеющий параметры $T_п$ и $K_п$; регулятор ($T_{рег}$, $K_{рег}$); канал обратной связи ($T_{о.с}$, $K_{о.с}$) и канал возмущения ($K_в$). Объект описывается типовым интегрирующим звеном, остальные элементы – апериодическими.

Следует отметить, что на входе регулятора последовательно с ним целесообразно включать корректирующее устройство; его передаточная функция соответствует номеру варианта. Исходные данные для выполнения работы приведены в таблице 7.

Порядок выполнения работы следующий:

1) найти передаточную функцию системы для задающего и возмущающего воздействия;

2) определить характеристическое уравнение замкнутой системы;

3) составить таблицу Рауса;

4) сделать вывод об устойчивости системы.

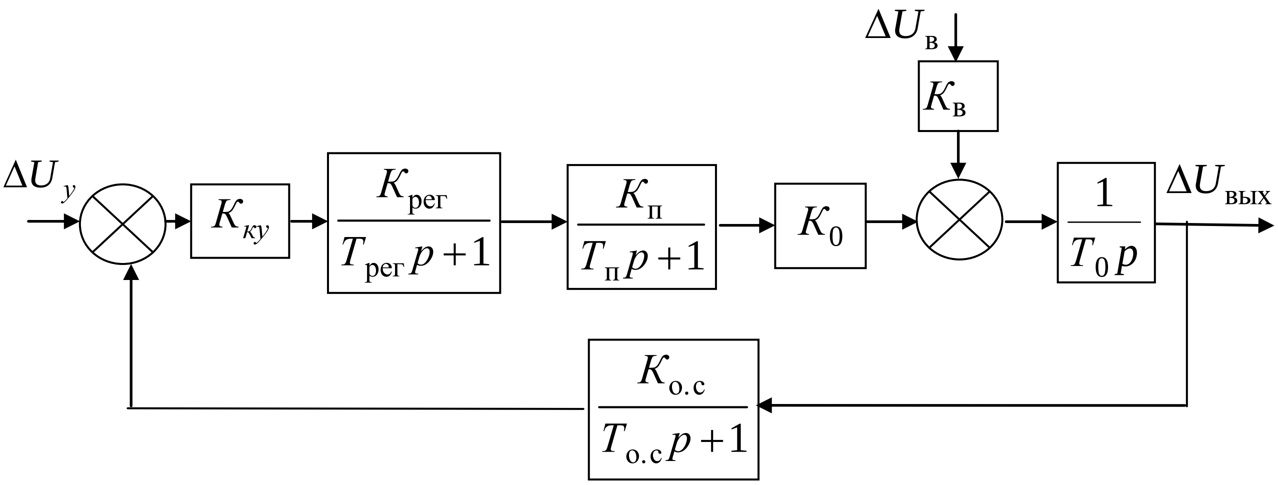

Рисунок 6 – Структурная схема системы

Таблица 7 – Исходные данные

Вариант	$K_{рег}$	$T_{рег}$	$K_{п}$	$T_{п}$	K_0	T_0	$K_{о.с}$	$T_{о.с}$
1	11	0,15	0,1	0,01	0,25	0,01	6	0,01
2	12	0,2	0,2	0,02	0,03	0,02	7	0,02
3	13	0,3	0,1	0,03	0,2	0,01	8	0,03
4	14	0,4	0,2	0,01	0,3	0,02	9	0,04
5	15	0,1	0,1	0,02	0,4	0,01	6	0,05
6	10	0,2	0,2	0,03	0,2	0,03	5	0,06
7	11	0,1	0,3	0,01	0,15	0,02	4	0,07
8	12	0,2	0,3	0,04	0,1	0,01	3	0,08
9	13	0,3	0,3	0,05	0,1	0,02	4	0,07
10	14	0,4	0,4	0,01	0,1	0,03	5	0,06
11	15	0,5	0,1	0,02	0,05	0,05	6	0,05
12	16	0,15	0,2	0,03	0,05	0,01	7	0,04
13	12	0,4	0,1	0,01	0,2	0,02	8	0,03
14	13	0,1	0,2	0,02	0,3	0,04	7	0,02
15	10	0,4	0,3	0,03	0,2	0,01	6	0,09
16	7	0,2	0,4	0,01	0,2	0,02	5	0,07
17	8	0,3	0,3	0,04	0,3	0,03	4	0,05
18	9	0,2	0,2	0,05	0,15	0,04	3	0,03
19	10	0,3	0,1	0,01	0,12	0,05	2	0,04
20	11	0,4	0,4	0,02	0,1	0,01	8	0,02
21	12	0,3	0,3	0,03	0,05	0,02	9	0,06
22	14	0,15	0,2	0,01	0,05	0,03	1	0,07
23	15	0,1	0,1	0,04	0,1	0,04	3	0,08
24	16	0,2	0,3	0,05	0,2	0,05	5	0,09
25	17	0,3	0,5	0,03	0,15	0,01	7	0,06

3.2 ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ КРИТЕРИЕМ ГУРВИЦА

Для определения устойчивости системы используется характеристическое уравнение системы:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + a_3 p^{n-3} + ... + a_n = 0.$$

Из коэффициентов характеристического уравнения составляется главный определитель Гурвица:

$$H = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & ... & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & ... & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & ... & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & ... & a_n \end{vmatrix},$$

где по главной диагонали располагаются коэффициенты $a_1, a_2, ..., a_n$; над диагональю располагаются коэффициенты с возрастающими индексами, под диагональю – коэффициенты с убывающими индексами. Левее a_0 располагаются 0, все коэффициенты с индексами больше степени характеристического уравнения замещаются 0.

Критерий Гурвица формулируется следующим образом: *для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы были положительны все коэффициенты характеристического уравнения и все* n *определителей Гурвица, где* n *– степень характеристического уравнения.*

Необходимое условие устойчивости – положительность всех коэффициентов характеристического уравнения.

Определители Гурвица получаются из матрицы путем отделения *k* строк и *k* столбцов, начиная с левого угла (*k*=1, 2, …, n):

$$\Delta_1 = |a_1| = a_1 > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0;$$

. . . .

$$\Delta_n > 0.$$

Достаточное условие устойчивости – положительность n определителей Гурвица, где n – степень характеристического уравнения.

Задание 1. Передаточная функция разомкнутой системы равна

$$W_p(p) = \frac{K_p(1+0{,}1p)}{T_n p}\,\frac{10}{(1+p)(1+2p)}.$$

Определить, при каких значениях K_p и T_n система устойчива в замкнутом состоянии.

Задание 2. Оценить, при каких значениях k замкнутая система устойчива, если передаточная функция системы в разомкнутом виде равна

$$W_p(p) = \frac{k}{p(1+2p)(1+4p)(1+8p)}.$$

Задание 3. Определить устойчивость системы по критерию Гурвица, используя значение передаточной функции, полученной при выполнении практической работы № 2.

Контрольные вопросы

1. Приведите определение устойчивости системы.
2. Сформулируйте условие устойчивости системы.
3. Дайте определение характеристического уравнения.
4. Определите понятие критерия устойчивости системы.
5. Приведите определение алгебраического критерия устойчивости.
6. Сформулируйте критерий Рауса.
7. Сформулируйте критерий Гурвица.
8. Приведите методику заполнения таблицы Рауса.
9. Приведите правила составления главного определителя Гурвица.

4 ЧАСТОТНЫЕ КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

4.1 Критерий Михайлова

Для определения устойчивости системы [1,2] частотными критериями используется характеристическое уравнение системы:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + a_3 p^{n-3} + ... + a_n = 0.$$

Критерий Михайлова формулируется следующим образом: *линейная система n порядка устойчива, если годограф Михайлова, начинаясь в точке* $(a_n, j0)$ *на вещественной положительной полуоси, последовательно против часовой стрелки обходит n квадрантов, нигде не обращаясь в 0*.

Для построения годографа Михайлова в характеристическое уравнение подставляется $p = j\omega$. Затем выделяется действительная и мнимая часть:

$$U = a_n - \omega^2 a_2 + \omega^4 a_4 - ...;$$

$$V = \omega(a_1 - a_3\omega^2 + a_5\omega^4 - ...).$$

Годограф Михайлова начинается при $\omega = 0$ и уходит в бесконечность при $\omega = \infty$.

Задание. Определить устойчивость системы, приведенной на рисунке 7. Значения параметров исследуемой системы приведены в таблице 8.

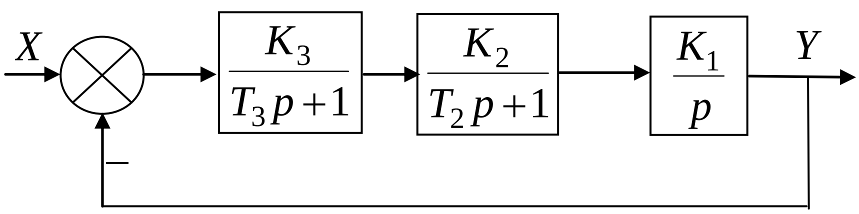

Рисунок 7 – Структурная схема системы

Таблица 8 – Параметры звеньев системы

Вариант	T_2, с	T_3, с	K_1	K_2	K_3
1	0,01	0,02	2	10	2,1
2	0,02	0,01	2	10	2,2
3	0,03	0,04	5	10	2,3
4	0,04	0,03	5	10	2,4
5	0,05	0,06	3	10	2,3
6	0,06	0,05	3	5	2,5
7	0,07	0,08	2	5	2,6
8	0,08	0,07	2	5	2,7
9	0,09	0,09	4	5	2,8
10	0,1	0,9	4	5	2,9

Вариант	T_2, с	T_3, с	K_1	K_2	K_3
11	0,15	0,8	1	3,5	2,0
12	0,2	0,7	1	3	2,0
13	0,25	0,6	2	3,2	1,9
14	0,3	0,5	2	3,5	1,8
15	0,35	0,4	4	3	1,5
16	0,4	0,3	4	7	1,5
17	0,45	0,2	5	7,2	1,4
18	0,5	0,1	5	7,3	1,2
19	0,55	0,15	6	7,5	1,1
20	0,6	0,25	6	7	1,5
21	0,65	0,35	7	3	6
22	0,7	0,45	7	3,2	8
23	0,75	0,55	8	3	4
24	0,8	0,65	9	3,5	2
25	0,85	0,75	9	3,1	10

Порядок выполнения задания следующий:

1) составить характеристическое уравнение системы;

2) построить годограф Михайлова;

3) определить устойчивость системы.

Контрольные вопросы

1. Приведите определение устойчивости системы.
2. Сформулируйте условие устойчивости системы.
3. Дайте определение характеристического уравнения.
4. Определите частотный критерий устойчивости.
5. Сформулируйте критерий Михайлова.

4.2 Критерий Найквиста

Критерий Найквиста позволяет судить об устойчивости линейной замкнутой системы по амплитудно–фазовой частотной характеристике разомкнутой системы.

Критерий Найквиста: если разомкнутая система устойчива, то для обеспечения ее устойчивости в замкнутом состоянии необходимо и достаточно, чтобы годограф разомкнутой системы не охватывал точку $(-1, j0)$ (рисунок 8).

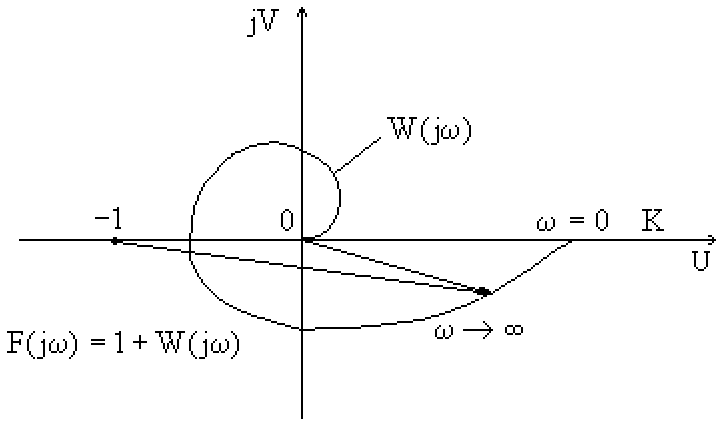

Рисунок 8 – Годограф устойчивой системы

Если АФЧХ разомкнутой системы охватывает точку $(-1, j0)$, то в замкнутом состоянии система неустойчива (рис. 9).

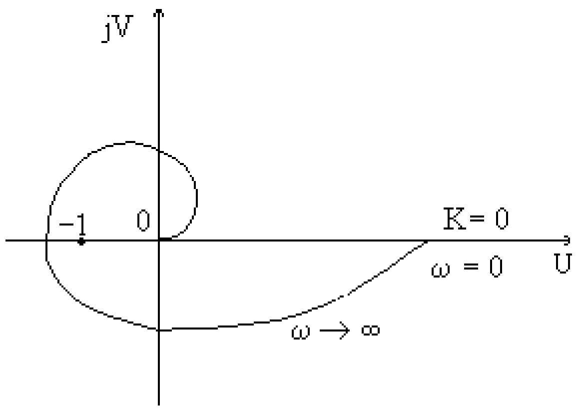

Рисунок 9 – Годограф неустойчивой системы

Если разомкнутая система устойчива, то число правых корней равно 0 (m=0), в этом случае

$$\varphi_A = \frac{\pi}{2}n; \qquad \varphi_H = \frac{\pi}{2}n \ .$$

Замкнутая система устойчива, если приращение фазы функции $F(j\omega)$при изменении ω от 0 до бесконечности равно 0 (годограф не охватывает начала координат)

$$\Delta\varphi_F = \Delta\varphi_A - \Delta\varphi_H = 0 \ .$$

В общем случае система в разомкнутом состоянии может быть неустойчива, но в замкнутом состоянии система должна быть устойчива.

Если система неустойчива, то часть корней расположена справа от мнимой оси, и тогда приращение фазы равно:

$$\varphi(\omega) = (n-m)\frac{\pi}{2} - m \cdot \frac{\pi}{2} = n\frac{\pi}{2} \quad .$$

Таким образом:

$$\varphi_F(\infty) = n\frac{\pi}{2} - (n-2m)\frac{\pi}{2} = m\pi \ .$$

Это выражение обеспечивает отсутствие корней характеристического уравнения замкнутой системы справа от мнимой оси. Значит это необходимое и достаточное условие устойчивости системы.

Задание

Определить с помощью критерия Найквиста устойчивость системы, заданной в практической работе №2.

Контрольные вопросы

1. Приведите определение разомкнутой системы.
2. Приведите определение замкнутой системы.
3. Приведите определение годографа системы.
4. Сформулируйте критерий Найквиста.
5. В каком случае неустойчивая разомкнутая система будет устойчива в замкнутом состоянии?

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Титов, Д.В. Основы теории управления: учебное пособие / Д. В. Титов, И. Е. Чернецкая, Т. А. Ширабакина; Минобрнауки России, Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2022. – 204 с. – Библиогр.: с. 202–203.
2. Коновалов, Б. И. Теория автоматического управления [Текст] : учебное пособие / Б. И. Коновалов, Ю. М. Лебедев.- Изд. 3-е, доп. и перераб.- Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 224 с.
3. Федосенков, Б. А. Теория автоматического управления: классические и современные разделы : учебное пособие / Б. А. Федосенков ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное

бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кемеровский государственный университет». – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2018. – 322 с. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=495195 (дата обращения: 19.06.2024). – Режим доступа: по подписке . – Текст : электронный.