МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра программной инженерии

Утверждаю:
Проректор по учебной работе
________ О.Г. Локтионова
«11» 06 ____________2024г.

СТРУКТУРНАЯ И ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ

Методические указания для проведения лабораторных занятий и по дисциплине «Моделирование» для студентов направления подготовки 09.04.04 ОПОП ВО Программная инженерия, направленность (профиль) «Предпринимательство, инновации и технологии будущего в программной инженерии»

Курск 2024

УДК 681.51.015
Составитель: Р.А. Томакова

Рецензент
Кандидат технических наук, доцент А. В. Малышев

Структурная и параметрическая идентификация: методические указания для проведения лабораторных занятий по дисциплине «Моделирование» для студентов направления подготовки 09.04.04 ОПОП ВО Программная инженерия, направленность (профиль) «Предпринимательство, инновации и технологии будущего в программной инженерии» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. Р.А. Томакова. Курск, 2024. - 36.

Рассмотрены основные понятиями методологии основы методов моделирования, применяемые для проведения научных. Определены цели и задачи моделирования систем с помощью методов структурной и параметрической идентификации, выделены особенности теоретического уровня проведения исследований, реализованы возможные структурные схемы построения теоретического познания и его элементов.

Методические указания составлены в соответствии с ФГОС ВО – магистратура по направлению подготовки 09.04.04 ОПОП ВО Программная инженерия, направленность (профиль) «Предпринимательство, инновации и технологии будущего в программной инженерии».

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 09.04.04 «Программная инженерия» профиль) «Предпринимательство, инновации и технологии будущего в программной инженерии» всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 11.06.2024. Формат 60×84 1/16.
Усл. печ. л. 1,7. Уч.- изд. л. 1,6 . Тираж 100 экз. Заказ 491 . Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

СТРУКТУРНАЯ И ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ

Цель и задачи лабораторного занятия (лабораторной работы):

Цель работы – изучение методов структурной и параметрической идентификации, применяемых в моделировании и приобретение практических навыков их использования.

Задачи работы.

- Познакомиться с основными понятиями методологии структурной и параметрической идентификации, применяемых в моделировании научных исследований;
- Изучить классификацию методов структурной и параметрической идентификации этапы построения моделей;
- Изучить функции и значение моделирования в процессе познания;
- Выделить способы классификации моделей и развертывания теорий;
- Изучить особенности теоретического уровня проведения исследований;
- Выделить структурные компоненты теоретического познания;
- Изучить возможные структурные схемы построения структурной и параметрической идентификации и его элементов;
- Познакомиться с алгоритмами процесса построения и назначения моделей;
- Проанализировать и обосновать преимущества применения методов структурной и параметрической идентификации для моделирования в процессе разработки.

Планируемые результаты обучения (формируемые знания, умения, навыки и компетенции):

Код и наименование индикатора достижения компетенции, закрепленного за дисциплиной:

ОПК-6.1 - Использует информационные технологии в практической деятельности;

ОПК-6.2 - Приобретает самостоятельным образом знания и умения в рамках существующих областей знаний;

ОПК-6.3 Получает самостоятельным образом знания и умения в рамках новых областей знаний.

Необходимые материально-техническое оборудование и материалы:

1. Класс ПЭВМ - Athlon 64 X2-2.4; Cel 2.4, Cel 2.6, Cel 800.
2. Мультимедиа центр: ноутбук ASUS X50VL PMD T2330/14"/1024Mb/ 160Gb/ сум-ка/проектор inFocus IN24+ .
3. Экран мобильный Draper Diplomat 60x60
4. Доступ в сеть Интернет.

Шкала оценивания и критерии оценивания выполненной практической работы:

Форма контроля	Минимальный балл		Максимальный балл	
	балл	примечание	балл	примечание
1	2	3	4	5
Лабораторное занятие №4 Структурная и параметрическая идентификация	6	Выполнил, но «не защитил»	12	Выполнил и «защитил»

План проведения лабораторного занятия (лабораторной работы)

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ

1. Составить структурную схему процесса структурно моделирования в научных исследованиях. Обосновать выбор входящих модулей.
2. Составить схему выполнение вычислительных экспериментов с моделью, установить компоненты классификации типов моделей. Аргументировать содержание входящих модулей и их назначение.
3. Обосновать особенности алгоритма процесса параметрического моделирования при проведения исследований.
4. Проанализировать проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними.
4. Определить пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, обосновать причины возникновения и развития проблемных ситуаций в науке.
5. Разработать и содержательно аргументировать стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарных подходов.

6. Проанализировать основные модели из трех основных классов постановки задачи идентификации объекта.

7. Выполнить структуризацию предметной области и построение модели.

8. Постройте алгоритм проверки адекватности с целью воспроизведения моделью с необходимой полнотой всех характеристик объекта, существенных для цели моделирования при всем различии модели и оригинала.

9. Произвести сравнительный анализ результатов.

10. Сделать выводы по работе.

11. Представить отчет.

1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1 Структуризация предметной области и построение модели

Структуризация проблемной области предполагает определение и последующее уточнение ее границ, а также определение состава систем, участвующих в решении исходной проблемы.

Целью данного этапа является построение адекватной модели системы в общем контексте решения исходной проблемы. Соответствующая информация представляется в форме модели системы или проблемной области в целом на некотором формально-логическом языке.

Речь идет о том, чтобы вся доступная информация о решении проблемы должна быть зафиксирована в виде некоторой модели системы. При этом модель должна удовлетворять принципу адекватности отражения основных особенностей системы-оригинала. Другими словами, модель не должна быть ни поверхностной (неполной), которая не учитывает существенные аспекты структуры или поведения системы-оригинала, ни излишне сложной или избыточной, в рамках которой разработчики пытаются учесть даже несущественные с точки зрения исходной проблемы детали системы-оригинала.

Данный этап построения модели предполагает выполнение следующей последовательности действий:

1. Построение концептуальной или информационной модели системы и проблемной области, которая содержит наиболее общую информацию и отражает структурные взаимосвязи системы-оригинала с другими объектами окружающей среды.

2. Построение аналитической или математической модели системы, которая детализирует отдельные аспекты структуры и поведения системы-оригинала в форме текста с использованием специальной математической нотации (символики).

3. Построение имитационной или программной модели системы, которая непосредственно реализует информационно-логическую модель в форме, специально предназначенной для ее исследования с использованием компьютеров.

Процесс разработки адекватных моделей и их последующего конструктивного применения требует не только знания общей методологии системного анализа, но и наличия соответствующих изобразительных средств или языков для фиксации результатов моделирования и их документирования. Для построения моделей используются формально-теоретические методы, основанные на дальнейшем развитии математических и логических средств моделирования. Для этой цели также предложены различные графические нотации и языки моделирования, в той или иной степени отражающие специфику решаемых задач на основе применения соответствующих программных инструментариев.

1.2 Выполнение вычислительных экспериментов с моделью

Модель системы разрабатывается для получения некоторой новой информации о системе-оригинале с целью решения исходной проблемы. В этом случае базовым объектом для получения такой информации является программная модель сложной системы, реализованная на одном из языков программирования или построенная с использованием соответствующих программных инструментариев.

Реализация данного этапа в контексте методологии системного моделирования означает выполнение серии экспериментов с программной моделью системы на той или иной вычислительной платформе. При этом возможна следующая последовательность действий, отражающая содержание собственно процесса планирования экспериментов:

1. Формирование конкретных значений наборов исходных данных (входных переменных), которые характеризуют отдельный вычислительный эксперимент с программной моделью системы.

2. Выполнение расчетов или, в общем случае, выполнение отдельной итерации с имитационной моделью системы с целью получения конкретных значений выходных параметров (переменных) модели.

3. Оценка точности и верификация полученных результатов на основе проверки согласованности отдельных компонентов вычислительных расчетов с использованием аналитической модели.

4. Интерпретация полученных результатов в форме управляющих воздействий или альтернатив решения исходной проблемы.

5. Оценка потенциальной возможности реализации полученных результатов применительно к системе-оригиналу.

1.3 Применение результатов вычислительных экспериментов

Содержанием данного этапа является материальное или информационное воздействие на систему-оригинал с целью решения исходной проблемы. При этом может потребоваться планирование организационных мероприятий по реализации подобных воздействий и контроль их выполнения.

После реализации рекомендаций выполненных исследований, что оказывается возможным только после окончания этапа вычислительных экспериментов с моделью, может сложиться одна из двух ситуаций.

Исходная проблема полностью решена – тем самым цели системного моделирования достигнуты. В этом случае можно перейти к решению очередной проблемы из данной предметной области, что характеризует начало нового цикла системного моделирования.

Исходная проблема не решена или решена не полностью – тем самым цели системного моделирования не достигнуты. В этом случае необходимо тщательно проанализировать сложившуюся ситуацию и причины неудачи.

После этого можно перейти либо к коррекции исходной модели системы, либо вообще отказаться от построенной модели и реализовывать цикл системного моделирования заново.

Коррекция или доработка модели. Цель данного этапа неявно была уже сформулирована выше, а именно – внесение изменений в существующую модель, которые направлены на обеспечение ее адекватности решаемой проблеме. Речь может идти как о включении в состав исходной модели дополнительных компонентов, так и о радикальном изменении структуры и содержания модели. Важно отметить проблемно-ориентированный характер этих изменений, т.е. коррекция или доработка модели должны выполняться в непосредственном контакте с решаемой проблемой.

Рассмотрим особенности двух основных классов моделей:

- аналитических;
- идентифицируемых.

1.4 Аналитические модели

Теоретические модели на практике представляют структурную основу и являются исходным материалом для всех без исключения теорий.

В области точных наук любая теория представляет собой систему взаимосвязанных аналитических моделей, подчиненная регулятивным принципам и универсальным зависимостям более высокого уровня.

В областях научного знания прикладного характера, таких как теоретическая механика, теоретическая электротехника и др. аналитические модели, дополняемые обобщенными экспериментальными данными, являются важнейшей составной частью понятийного аппарата, специфического языка и профессионального мышления.

В основе аналитических моделей, как правило, лежат так называемые балансовые соотношения, связывающие входные и выходные переменные или некоторые функционалы от этих переменных, имеющие смысл обобщенных сил, обобщенных потоков или координат.

Типичными примерами являются условия равновесия сил или моментов, действующих на некоторую механическую систему, равенство масс исходных и конечных продуктов некоторой химической реакции и т.д. Следует заметить, что эти соотношения представляют собой частные проявления законов сохранения вещества и энергии, к которым добавляется необходимая дополнительная информация, источником которой может быть эксперимент.

1.5 Идентифицируемые модели

В основе различных методов идентификации (опытного отождествления модели с объектом-оригиналом), лежит идея мысленного эксперимента с «черным ящиком», сформулированная Н. Винером. В теоретическом случае «черный ящик» представляет собой некую систему, о структуре и внутренних свойствах которой ничего неизвестно исследователю, возможная схема которого представлена на рисунке 1.

Известными считаются входные характеристики, т.е. внешние факторы $\vec{X} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, воздействующие на этот объект (процесс), а также выходные характеристики $\vec{Y} = (y_1, y_2, \ldots, y_m)$, представляющие собой реакции системы на входные воздействия, доступные для измерений в любой момент времени.

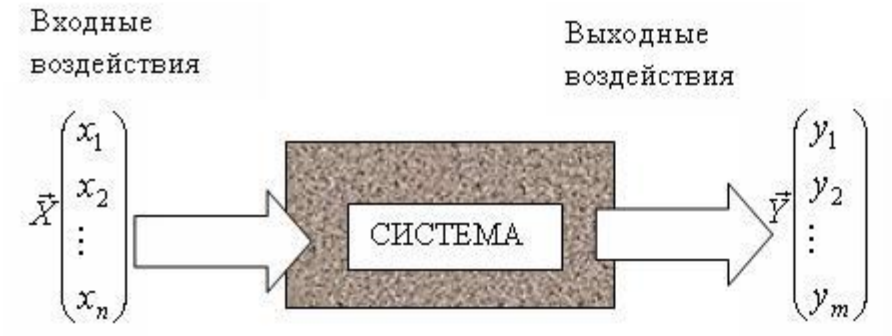

Рисунок 1. Схема модели системы в виде «черного ящика»

Задача заключается в том, чтобы по измеряемым характеристикам (наблюдаемым данным) на входах $\vec{X} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ и выходах $\vec{Y} = (y_1, y_2, \ldots, y_m)$ установить свойства объекта или иначе, построить модель.

Задача идентификации формулируется следующим образом: ***по результатам наблюдений над входными и выходными переменными системы должна быть построена оптимальная в некотором смысле модель, т.е. формализованное представление этой системы.***

Решение этой задачи допускает возможное применение двух стратегий:

1. реализуется активный эксперимент;
2. выполняется пассивный эксперимент.

При проведении активного эксперимента на вход системы подаются специальные сформированные тестовые сигналы, характеристики которых определены на основании заранее разработанного плана проведения исследований.

Преимущества активного эксперимента заключаются в том, что необходимая информация о свойствах и характеристиках изучаемого объекта получается при минимальном объеме первичных экспериментальных данных и соответственно при минимальной трудоемкости опытных работ за счет оптимального планирования эксперимента.

К недостаткам следует отнести необходимость выведения объекта из естественного состояния работы (режима функционирования), что не всегда представляется возможным.

При проведении пассивного эксперимента объект функционирует в естественном режиме, при этом выполняются систематические измерения, и осуществляется регистрация значений его входных и выходных характеристик.

Следует отметить, что реализация пассивного эксперимента позволяет исследователю получить необходимую информацию об объекте, но при этом существенно увеличивается нужный объем данных. Такое увеличение объема данных, примерно на 2-3 порядка больше, по сравнению с активным экспериментом, приводит к увеличению размерности обрабатываемых массивов информационных данных.

На практике при построении идентифицируемых моделей целесообразно применение смешанной стратегии проведения эксперимента. При этом для одной части входных переменных, допускающих измерения характеристик (например, по техническим условиям, экономической целесообразности, безопасности и другим обстоятельствам), проводится активный эксперимент. Для другой части значимых переменных результаты активного эксперимента дополняют измерениями, полученными при проведении пассивного эксперимента.

«Черный ящик» представляет собой теоретически граничный случай, поскольку практически всегда имеется некоторый объем исходной априорной информации об изучаемом процессе или явлении, т.е. приходится иметь дело с «серым», отчасти прозрачным ящиком.

В этой связи различают три основных класса постановки задачи идентификации объекта:

1. *Для сложных и слабо изученных объектов системного характера достоверные исходные данные о внутренних свойствах и структурных особенностях достаточно малы, или почти отсутствуют.* Поэтому задача идентификации, в этом случае, должна включать в себя с одной стороны, определение зависимостей, связывающих входы и выходы (обобщенного оператора), а с другой - определение внутренней структуры объекта. В такой постановке задача не разрешима, даже теоретически. Непосредственным результатом идентификации является только определение зависимостей входы-выходы, причем не в параметрической форме – в виде таблиц или кривых. Для того чтобы говорить о структуре модели, необходимо перейти к параметрической форме их представлений.

Однако, как известно, не существует однозначной связи между функциональной зависимостью и порождающей эту зависимость математической структурой. Каждую непараметрическую зависимость вход-выход можно аппроксимировать различными способами и соответственно построить ряд практически равноценных моделей, характеризующихся собственной структурой, собственным набором параметров и их значений. Основанием для предпочтения той или иной параметрической модели могут быть только данные, той или иной параметрической модели могут быть только данные, внешние по отношению к процессу идентификации, например, основанные на теоретических соображениях. Если таких данных нет, то в рассматриваемой ситуации исследователь получает имитационную модель, которая воспроизводит с тем или иным приближением характеристики объекта.

2. *Второй класс задач идентификации характеризуется тем*, что *имеются априорные данные о структуре моделируемого объекта.*

Однако какой вклад в характеристики объекта или его модели вносит тот или иной входной параметр заранее неизвестно и это предстоит определить на основе проведения эксперимента, а также получить количественную оценку соответствующих параметров.

3. *Третий класс задач связан* с относительно простыми и хорошо изученными объектами, *структура которых известна*

точно и речь идет только о том, чтобы по экспериментальным данным оценить значения всех или некоторых входящих в исследуемую структуру параметров (параметрическая идентификация). Это наиболее часто встречаемый на практике класс задач.

Независимо от характера решаемой задачи на основе идентификации, построение модели основывается на результатах измерений соответствующих величин переменных. При этом необходимо учитывать следующие требования, предъявляемые к процессу измерений:

- эксперимент должен быть обеспечен необходимыми средствами измерения надлежащей точности (датчики, измерительные преобразователи, средства регистрации);
- измерительный комплекс со всеми его компонентами требует метрологического обеспечения, т.е. градуировки, аттестации и периодичности проверки.

Реальные свойства подавляющего большинства сложных объектов, а также неизбежные случайные погрешности измерений, лежащие в основе идентификации, имеют статистический характер, что приводит к получению больших объемов выборочных экспериментальных данных с их последующей обработкой. Поэтому на практике построение моделей путем идентификации неизбежно связано с использованием информационно-вычислительной техники как при получении первичных данных (автоматизация эксперимента), так и для их последующей обработки и использования.

2. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ

2.1 Постановка задачи идентификации

Задача идентификации формулируется следующим образом. Пусть в результате каких-либо экспериментов над объектом проведены измерения входных $\vec{X} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ и выходных характеристик системы $\vec{Y} = (y_1, y_2, \ldots, y_m)$.

Требуется определить вид (структуру) и параметры некоторого оператора $\hat{A}$, определяющего соответствие между переменными $\vec{X}$ и $\vec{Y}$, т.е. $\vec{Y} = \hat{A}(\vec{X})$.

В реальных условиях переменные $\vec{X}$ и $\vec{Y}$ измеряются с погрешностью ξ_i и ζ_j. Будем считать, что эти погрешности считаются некоррелированными и аддитивными с полезной информацией, т.е. имеют вид

$$x_i = x_i \pm \xi_i, \quad i = \overline{1, n},$$

$$y_j = y_j \pm \zeta_j, \quad j = \overline{1, m}.$$

В зависимости от априорной информации об объекте различают *задачи идентификации в узком и широком смысле*.

Задача идентификации в узком смысле (***параметрическая идентификация***) состоит в оценивании параметров и состояния системы по результатам наблюдений над входными и выходными переменными, полученными в условиях функционирования объекта. При этом известна структура системы и задан класс моделей, к которому данный объект относится.

Если априорная информация об объекте отсутствует или очень мала, то предварительно приходится решать задачи с целью установления структуры модели изучаемого объекта. В этом случае имеет место идентификация в широком смысле, т.е. ***структурная идентификация.***

К этим задачам относятся: выбор структуры системы и задание класса моделей, оценивание степени стационарности и линейности объекта и действующих переменных, оценивание степени и формы влияния входных переменных на выходные, выбор информативных переменных и другие.

Задача параметрической идентификации сводится к отысканию таких оценок параметров $\hat{A}$ математической модели, которые обеспечивают близость расчетных $\hat{Y}$ и экспериментальных $\vec{Y}$ значений выходных характеристик, при одинаковых значениях входных характеристик $\vec{X}$.

Отметим, что в общем случае необходимо выполнить измерения m компонент вектора $\vec{Y}$, которые могут осуществляться при k повторениях эксперимента. В качестве критериев количественной меры близости модели и оригинала чаще всего используются максимальные δ_y, средние m_y и среднеквадратичные

σ_y величины погрешностей рассогласования расчетных $\hat{y}_j$ и экспериментальных значений выходных характеристик и y_j, соответственно.

Таким образом, задача параметрической идентификации сводится к минимизации одной из функций вида:

$$\delta_y = \max_j \left| \hat{y}_j - y_j \right|, \quad j = \overline{1,m}. \tag{2.1}$$

$$m_y = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{M} (\hat{y}_j - y_j), \quad j = \overline{1,m}. \tag{2.2}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{j=1}^{M} (\hat{y}_j - y_j)^2}, \quad j = \overline{1,m}. \tag{2.3}$$

Для минимизации могут быть использованы известные численные методы решения экстремальных задач.

Наличие большого количества существующих методов идентификации отражает разнообразие используемых математических моделей и методов их исследования.

2.2 Идентификация моделей с помощью регрессионного метода

Регрессионный анализ представляет собой статистический метод, обладающий широкими возможностями, который успешно применяется в инженерной практике. В последнее время в связи с развитием и внедрением быстродействующих ЭВМ статистические методы используются для идентификации моделей, в том числе для идентификации динамических, многомерных процессов, систем диагностики и управления в реальном масштабе времени. Регрессионный анализ основывается на двух главных принципах.

1. Методы применяются для линейных по идентифицируемым параметрам моделям.

Структура математической модели процесса представляется функцией вида:

$$y = \sum_{i=1}^{k} a_i f_i(\vec{x}) \tag{2.4}$$

где a_i- оцениваемый параметр; $f_i(\vec{x})$- известная функция, $\vec{x}$ - вектор входных воздействий, y – выходная переменная (можно рассматривать только одну выходную переменную в предположении, что все y_i не зависят друг от друга).

Возможно представление идентифицируемой модели в следующей форме:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^{k} a_i f_i(\vec{x})}{1 + \sum_{j=1}^{\ell} b_j \varphi_j(\vec{x})}, \tag{2.5}$$

где a_i, b_j- оцениваемые параметры; $f_i(\vec{x})$ и $\varphi_j(\vec{x})$ - априорно известные заданные функции.

На практике чаще всего в качестве $f_i(\vec{x})$ и $\varphi_j(\vec{x})$ выбираются степенные функции, а соответственно выражения (2.4) и (2.5) представляют полиномиальные, либо дробно-рациональные зависимости. При этом точность описания достигается увеличением числа членов полинома, обеспечивающих их сходимость к реальному процессу.

Важно отметить, что модель практически никогда не соответствует физической сущности моделируемого реального процесса. Однако простота вычислений, удобство практического использования привела к широкому применению в инженерных исследованиях регрессионных методов.

При этом следует учитывать, что удачно выбранный вид полинома позволяет существенно сократить размерность модели, а значит и трудоемкость вычислительного процесса, как при идентификации, так и при использовании модели.

2. Минимизируемой функцией ошибки (разности между прогнозируемой моделью и данными эксперимента) при регрессионном анализе является сумма квадратов ошибок выходной характеристики.

Регрессионные модели могут быть как линейными, так и нелинейными с любым числом входов и выходов.

2.3 Идентификация статических линейных систем с несколькими входами

Рассмотрим случай идентификации системы, содержащей n входных параметров $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и один выход y. Представим структуру модели в виде линейного алгебраического уравнения вида:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + \ldots + a_n x_n, \tag{2.6}$$

где $a_0, a_1, \ldots, a_n$ - параметры модели, подлежащие идентификации.

В результате идентификации мы должны получить вектор оценок $\hat{a}$ истинного вектора $\vec{a}$.

Этому вектору $\hat{a}$ будет соответствовать оценка значения выходной величины $\hat{y}$.

Для определения значений $\hat{a}_i$, $i = \overline{0, n}$ произведем N последовательных измерений величины y, соответствующих в определенном смысле произвольным набором величин x_i, $i = \overline{1, n}$. В результате получим вектор выходных характеристик

$$\vec{y} = (y_1, y_2, ..., y_N). \tag{2.7}$$

По N наборам входных величин x_i, $i = \overline{1, n}$ будет соответственно N расчетных значений выходной величины y:

$$\begin{aligned}
\hat{y}_1 &= \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x_1^{(1)} + ... + \hat{a}_n x_n^{(1)}, \\
\hat{y}_2 &= \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x_1^{(2)} + ... + \hat{a}_n x_n^{(2)}, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\hat{y}_N &= \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x_1^{(N)} + ... + \hat{a}_n x_n^{(N)}.
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Разница между экспериментальным и расчетным значением $(y_j - \hat{y}_j)$, $j = \overline{1, N}$ характеризует погрешность каждой модели в каждом из N измерений. Суммарную погрешность будем характеризовать величиной:

$$J = \sum_{j=1}^{N} (y_j - \hat{y}_j)^2. \tag{2.9}$$

Определение оценок $\hat{a}_i$, $i = \overline{0, n}$ производят из условия минимума величины суммарной погрешности J

Таким образом, основой идентификации регрессионными методами служит метод наименьших квадратов. Оценка вектора $\hat{\vec{a}}$ должна удовлетворять необходимому условию экстремума (при этом считается, что матрица гессиана является положительно определенной)

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{a}_i} = 0, \; i = \overline{1,n} \; . \qquad (2.10)$$

Уравнения (2.10) позволяют построить вычислительный процесс идентификации вектора $\hat{\vec{a}}$ на основе N групп измерений $\vec{y} = (y_1, y_2, ..., y_N)$ и $\vec{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Для получения эффективных и несмещенных оценок $\hat{\vec{a}}$ необходимо, чтобы число экспериментов (число измерений) было намного больше числа переменных, т.е. $N >> n$.

Если $N = n + 1$, то в оценке $\hat{y}$ шум измерений не будет сглажен и окажет негативное влияние на случайность наборов $\vec{x}$.

Мерой ошибки регрессионной модели обычно служит величина среднеквадратичного отклонения:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{N - n - 1} \cdot J} \; . \qquad (2.11)$$

С увеличением N уменьшается разброс значений σ_y, ее величина является определяющей для выбора N в рамках принятой структуры модели.

Псевдолинейная (внутренне линейная) модель

К этому классу относятся нелинейные по идентифицируемым параметрам модели, которые простыми преобразованиями и подстановками сводятся к линейным. В качестве примера рассмотрим мультипликативную модель вида:

$$y = a_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot ... \cdot x_n^{a_n} \; . \qquad (2.12)$$

Логарифмируя это выражение, получим

$$\ln y = \ln a_0 + a_1 \ln x_1 + ... + a_n \ln x_n$$

и производя замены переменных:

$$T = \ln y, \; z_i = \ln x_i, \; i = \overline{1,n}, \; b_0 = \ln a_0 .$$

получаем линейную модель вида:

$$T = b_0 + a_1 z_1 + \ldots + a_n z_n \; . \qquad (2.13)$$

После нахождения коэффициентов по процедурам линейной модели необходимо сделать обратное преобразование $a_0 = \exp(b_0)$. Зависимости (2.12) широко используются при построении моделей по эмпирическим данным в гидравлике, термодинамике, обработке металлов давлением и т.д.

Другими примерами псевдолинейных моделей являются:

$$y = \exp(a_0 + a_1 x_1 + ... + a_n x_n, \qquad (2.14)$$

$$y=\frac{1}{a_0+a_1x_1+...+a_nx_n}, \qquad (2.15)$$

$$y=\frac{1}{1+\exp(a_0+a_1x_1+...+a_nx_n)}, \qquad (2.16)$$

$$y=a_0+\frac{a_1}{x_1}+...+\frac{a_n}{x_n}\ . \qquad (2.17)$$

2.4 Идентификация нелинейных систем

Важным аспектом для идентификации систем является правильный выбор структуры модели. В случае, если величина среднеквадратичного отклонения идентифицируемой системы σ_y слишком велика означает, что структура модели неудовлетворительна и поэтому необходимо перейти к новой структуре модели, в которой учитываются нелинейные члены полинома.

Рассмотрим идентификацию параметров нелинейной системы второго порядка с одним выходом Y и n входами $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ вида:

$$Y=B_0+\sum_{i=1}^{n}B_iZ_i+\sum_{j=1}^{n}B_{1j}Z_1Z_j+\sum_{j=2}^{n}B_{2j}Z_2Z_j+B_{nm}Z_n^2 \qquad (2.18)$$

Произведя замену переменных Z_i и произведений Z_iZ_j, новыми переменными x_i, $i=\overline{1,m}$, получим выражение вида:

$$Y=a_0+\sum_{i=1}^{m}a_ix_i\ . \qquad (2.19)$$

Практика использования математических методов в задачах идентификации свидетельствует о том, что для большинства моделируемых систем 20% воздействующих факторов определяют 80% свойств системы (процесса). Поэтому в процессе идентификации несущественные параметры, влияние которых на величину среднеквадратичного отклонения мало, отсеивают. Тем самым определение значений постоянных коэффициентов в (2.18) и в эквивалентном ему выражении (2.19) представляет собой процесс структурно-параметрической идентификации.

Отсеивание несущественных параметров можно проводить с помощью, например корреляционного анализа, т.е. вычисления так называемых коэффициентов парной корреляции между входными и выходной переменными $r_{x_i y}$ (здесь x_i - компонента входного вектора $\overrightarrow{X} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$).

Коэффициент парной корреляции характеризует меру линейной зависимости между двумя переменными x_i и y и принимает значения $-1 \le r_{x_i y} \le 1$.

Если значения $\left| r_{x_i y} \right| \to 1$, то тем ближе изучаемая зависимость к линейной.

Значение $r_{x_i y} \approx 0$ при фиксированном значении i свидетельствует об отсутствии линейной связи между входной переменной x_i, $i = \overline{1,n}$ и y, т. е. при построении линейной регрессионной модели переменную x_i учитывать не следует.

Коэффициент парной корреляции вычисляют по формуле:

$$r_{x_i y} = \frac{\sum_{k=1}^{N}(x_{ik} y_k) - \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} x_{ik} \sum_{k=1}^{N} y_k}{\sqrt{(\sum_{k=1}^{N} x_{ik}^2 - \frac{1}{N}(\sum_{k=1}^{N} x_{ik})^2)(\sum_{k=1}^{N} y_k^2 - \frac{1}{N}(\sum_{k=1}^{N} y_k)^2)}}, \qquad (2.20)$$

где N - количество опытов (повторений эксперимента);
x_{ik} - экспериментальное значение x_i входной переменной для k-го опыта,
y_k - экспериментальное значение выходной переменной для k-го опыта.

Оценку значимости коэффициента парной корреляции (проверку наличия корреляции) проводят разными способами. В самом простом случае значение коэффициента корреляции сравнивается с некоторым его критическим значением, если $r_{x_i y} \ge r_{крит}$, то переменную x_i необходимо учитывать в зависимости.

2.5 Аадекватность регрессионной модели

Распространенной методикой установления меры ошибки регрессионной модели служит стандартное (среднеквадратичное) отклонение σ_y. Для процессов, подчиняющихся закону нормального распределения, приблизительно 66% точек находится в пределах одного стандартного отклонения от модели и 95% точек - в пределах двух стандартных отклонений.

Стандартное отклонение это важный показатель для решения вопроса о достоверности модели. Большая ошибка может означать, что модель не соответствует процессу, который послужил источником экспериментальных данных. Однако большая ошибка модели может быть вызвана и большим разбросом данных измерений. В этом случае, возможно, рекомендуется рассмотреть большее количество выборок.

Проверку значимости (качества предсказания) множественного уравнения регрессии можно осуществить на основе F –критерия Фишера. Вычисляют дисперсию среднего:

$$\bar{S}_y^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2, \tag{2.21}$$

где y_i - выходное (экспериментальное) значение переменной,
$\bar{y}$ - среднее значение выходной переменной .
При этом число степеней свободы равно $\nu_1 = N-1$.

Затем вычисляют дисперсию адекватности:

$$S_{ад}^2 = \frac{1}{N-n-1}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2 \; . \tag{2.22}$$

Число степеней свободы равно: $\nu_2 = N - n - 1$

Составляют величину $F = \dfrac{\bar{S}_y^2}{S_{ад}^2}$ и сравнивают с табличными данными.

Считают, что уравнение регрессии предсказывает результаты опытов лучше среднего, если F достигает или превышает границу значимости при выбранном уровне значимости p, обычно принимают $p = 1 - q$, $p = 5\%$, где q - вероятность предсказания

Следует заметить, что F – критерий Фишера показывает во сколько раз уравнение регрессии предсказывает результаты опытов лучше, чем $\bar{y}$.

2.6 Пример реализации метода параметрической идентификации

Будем считать, что имеется k независимых входных параметров (факторов) $x_1, x_2, \ldots, x_k$ и один выход (зависимая переменная) $y^{эксп}$, значения которой являются результатом измерений при заданных значениях факторов. Результаты проведения N экспериментов представлены в таблице 1.

Таблица 2.1

Результаты экспериментальных исследований проведения N опытов

№ эксперимента	x_1	x_2	$\ldots$	x_k	$y^{эксп}$
1	x_{11}	x_{12}	$\ldots$	x_{1k}	y_1
2	x_{21}	x_{22}	$\ldots$	x_{2k}	y_2
…	…	…	…	…	…
N	x_{N1}	x_{N2}	$\ldots$	x_{Nk}	y_N

В таблице 2.1 x_{ij} – значение *j*-го входного параметра (фактора) в *i*-м эксперименте, y_i – значение функции отклика в *i*-м эксперименте $i = \overline{1, N}$.

Требуется по апостериорной информации построить функцию $y = f^*(x_1, x_2, ..., x_k)$, которая наилучшим образом приближает восстанавливаемую зависимость на всем множестве входных параметров X (наборе данных).

Будем рассматривать задачу восстановления регрессии, без ограничения общности, подразумевая $X \in R^k, Y \in R$, используя среднеквадратический критерий близости как функционал качества

$$J = \sum_{i=1}^{N} (y_i^{эксп} - \hat{y}_i^{расч})^2 \to \min, \qquad (2.23)$$

где $y_i^{эксп}$ – значения выходного параметра в i-м эксперименте, $y_i^{расч}$ – значения выходного параметра, рассчитанные по математической модели $y_i^{расч} = f^*(x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{ik})$.

Будем искать аппроксимацию в классе линейных по параметрам функций:

$$y = \sum_{j=0}^{M} a_j f_j(x_1, x_2, ..., x_k), \qquad (2.24)$$

где $f_i(x_1, x_2, ..., x_k)$- известные заданные функции, a_i- неизвестные коэффициенты.

Тогда сумма квадратов отклонений (невязок) экспериментально определенных $y_i^{эксп}$ и рассчитанных по математической модели значений функции $\hat{y}_i^{расч}$ примет вид:

$$J = \sum_{i=1}^{N} (y_i^{эксп} - \sum_{j=0}^{M} a_j f_j(x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{ik}))^2. \qquad (2.25)$$

Приравняв частные производные функции J по параметрам a_j к нулю

$$\frac{\partial J}{\partial a_j} = -2\sum_{i=1}^{N} (y_i - \sum_{j=1}^{M} a_j f_j(x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{ik}) \cdot f_j(x_{i1}, ..., x_{ik}) = 0,$$

получим матричное уравнение для нахождения расчетных коэффициентов модели $\hat{a}_i \quad (i = \overline{0, M})$, обеспечивающих минимум функции J:

$$(F^T \cdot F) \cdot \hat{a} = F^T \cdot Y, \qquad (2.26)$$

где F – информационная матрица размерностью $N \times (M+1)$;

F^T – транспонированная информационная матрица размерностью $(M+1) \times N$;

$\hat{a}$ – матрица-столбец расчетных коэффициентов модели;

Y – матрица-столбец экспериментальных значений выходной переменной.

При этом коэффициенты информационной матрицы F определяются на основании уравнения модели

$$F = \begin{pmatrix} f_0(x_{11},...,x_{1k}) & f_1(x_{11},...,x_{1k}) & \dots & f_M(x_{11},...,x_{1k}) \\ f_0(x_{21},...,x_{2k}) & f_1(x_{21},...,x_{2k}) & \dots & f_M(x_{21},...,x_{2k}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_0(x_{N1},...,x_{Nk}) & f_1(x_{N1},...,x_{Nk}) & \dots & f_M(x_{N1},...,x_{Nk}) \end{pmatrix},$$

$\hat{a} = \begin{pmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \\ \vdots \\ \hat{a}_M \end{pmatrix}$ - вектор расчетных коэффициентов модели,

$Y = \begin{pmatrix} y_1^{эксп} \\ y_2^{эксп} \\ \vdots \\ y_M^{эксп} \end{pmatrix}$ - матрица-столбец экспериментальных значений функции отклика.

Отсюда, получим формулу для определения расчетных коэффициентов модели:

$$\hat{a} = (F^T \cdot F)^{-1} \cdot F^T \cdot Y. \qquad (2.27)$$

Пример: пусть результаты проведенных экспериментальных исследований представлены в таблице 2.2.

Таблица 2.2

Результаты экспериментальных исследований проведения 10 экспериментов

№ эксперимента	x_1	x_2	$y^{эксп}$
1	-2	1	5,3
2	1	2	-7,5
3	3	1	-4,8
4	2	4	-36,4
5	3	2	-17,2
6	-1	-2	-9,6
7	-3	2	12,9
8	4	-2	26,4
9	5	-1	50,7
10	3	5	-65,3

Задача решается в предположении, что структура модели известна и представлена, например, уравнением вида:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1 x_2 + a_3 x_2^2 \ . \qquad (2.28)$$

Руководствуясь этим уравнением модели и значениями экспериментальных данных (табл. 2.2), составим информационную матрицу F

$$F = \begin{array}{c} \begin{matrix} a_0 & x_1 & x_1x_2 & x_2^2 \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 8 & 16 \\ 1 & 3 & 6 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -3 & -6 & 4 \\ 1 & 4 & -8 & 4 \\ 1 & 5 & -5 & 1 \\ 1 & 3 & 15 & 25 \end{pmatrix} \end{array}.$$

Далее все расчеты были проведены с использованием программы Mathcad, результаты применения которой представлены на рисунках 2.2-2.7.

$ORIGIN := 1$

$N := 10 \qquad n := 3$

$$x1 := \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \\ -3 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad x2 := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \\ -2 \\ 2 \\ -2 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad y := \begin{pmatrix} 5.3 \\ -7.5 \\ -4.8 \\ -36.4 \\ -17.2 \\ -9.6 \\ 12.9 \\ 26.4 \\ 50.7 \\ -65.3 \end{pmatrix}$$

$$F := \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 8 & 16 \\ 1 & 3 & 6 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -3 & -6 & 4 \\ 1 & 4 & -8 & 4 \\ 1 & 5 & -20 & 16 \\ 1 & 3 & 15 & 25 \end{pmatrix}$$

Рис.2.2. Исходные расчетные значения:
x1, x2 –матрица-столбец входных параметров; y - матрица-столбец значений выходного параметра, полученного в результате эксперимента; F- информационная матрица.

$R1 := F^T$

R1 =

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	-2	1	3	2	3	-1	-3	4	5	3
2	-2	2	3	8	6	2	-6	-8	-20	15
3	1	4	1	16	4	4	4	4	16	25

Рис. 2.3. Расчет значений транспонированной информационной матрицы входных параметров

$$R2 := R1 \cdot F$$

$$R2 = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 0 & 79 \\ 15 & 87 & -22 & 204 \\ 0 & -22 & 846 & 168 \\ 79 & 204 & 168 & 1.219 \times 10^{3} \end{pmatrix}$$

$$R3 := R2^{-1}$$

$$R3 = \begin{pmatrix} 0.212 & -4.757 \times 10^{-3} & 2.519 \times 10^{-3} & -0.013 \\ -4.757 \times 10^{-3} & 0.02 & 1.166 \times 10^{-3} & -3.23 \times 10^{-3} \\ 2.519 \times 10^{-3} & 1.166 \times 10^{-3} & 1.32 \times 10^{-3} & -5.403 \times 10^{-4} \\ -0.013 & -3.23 \times 10^{-3} & -5.403 \times 10^{-4} & 2.298 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$R4 := R3 \cdot R1$$

Рис. 2.4. Промежуточные вычисления матриц, в соответствии с формулой (2.31), где:
$R2 = F^T \cdot F$; $R3 = (F^T \cdot F)^{-1}$;

R4 =

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0.203	0.159	0.192	$9.984 \cdot 10^{-3}$	0.16	0.169	0.158	0.12	-0.075	-0.097
1	-0.051	$4.839 \cdot 10^{-3}$	0.056	$-6.742 \cdot 10^{-3}$	0.05	-0.036	-0.085	0.054	0.021	$-7.466 \cdot 10^{-3}$
2	$-2.993 \cdot 10^{-3}$	$4.163 \cdot 10^{-3}$	$9.437 \cdot 10^{-3}$	$6.764 \cdot 10^{-3}$	0.012	$1.831 \cdot 10^{-3}$	-0.011	$-5.534 \cdot 10^{-3}$	-0.027	0.012
3	$-3.468 \cdot 10^{-3}$	$-8.427 \cdot 10^{-3}$	-0.022	0.013	-0.017	$-1.966 \cdot 10^{-3}$	$8.816 \cdot 10^{-3}$	-0.013	0.018	0.026

Рис.2.5. Промежуточные вычисления матрицы $R4 = (F^T \cdot F)^{-1} \cdot F^T$

$$a := R4 \cdot y$$

$$a = \begin{pmatrix} 1.966 \\ 1.034 \\ -3.004 \\ -1.021 \end{pmatrix}$$

Рис.2.6. Матрица-столбец расчетных коэффициентов модели (2.33), в соответствии с формулой $\hat{a} = (F^T \cdot F)^{-1} \cdot F^T \cdot Y$

$$\alpha := R4 \cdot y$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1.966 \\ 1.034 \\ -3.004 \\ -1.021 \end{pmatrix}$$

$$i := 0..N$$

$$yt_i := \alpha_0 + \alpha_1 \cdot x1_i + \alpha_2 \cdot x1_i \cdot x2_i + \alpha_3 \cdot \left(x2_i\right)^2$$

yt =

	0
0	4.886
1	-7.093
2	-4.966
3	-36.336
4	-17.042
5	-9.16
6	12.806
7	26.048
8	50.878
9	-65.521

$$S := \sum_{i=0}^{N} \left(y_i - yt_i\right)^2$$

$$S = 0.801$$

Рис.2.7. Расчет значений суммы квадратов отклонений (невязок) экспериментально определенных $y_i^{эксп}$ и рассчитанных по математической модели (2.33) значений функции $\hat{y}_i^{расч}$,
где yt_i – выходное значение переменной в i-м эксперименте, рассчитанное по уравнению модели; S – сумма квадратов отклонений между y_i – экспериментальными и yt_i – расчетными значениями выходного параметра

2.7 Построение моделей идентификации поисковыми методами

При параметрической идентификации моделей с нелинейными параметрами идентификацию таких моделей можно выполнить методом наименьших квадратов, приравнивая к нулю частные производные. В результате получается система нелинейных уравнений, общего аналитического метода решения, которой не существует. Практика реализации численных методов часто оказывается неэффективной, вследствие общих недостатков, присущих этим методам:

1. успешность применения метода зависит от выбора начального решения (начальной точки), используемого на первом шаге итерационного процесса. Важно заметить, что многие методы эффективны только в том случае, если начальное решение выбрано достаточно близко от искомого оптимума;
2. в отличие от одномерного случая (решение одного независимого нелинейного уравнения) нельзя быть уверенным, что корень системы находится в той ограниченной области, где происходит итерационный процесс;
3. нельзя быть также полностью уверенным, что система имеет строго одно решение: может оказаться, что она имеет несколько решений или же вообще их не имеет.

Для решения задачи параметрической идентификации в этом случае целесообразно использование методов Нелдера-Мида и поиска глобального экстремума функции многих переменных на сетке кода Грея (RRR). Эти методы хорошо себя зарекомендовали при решении различных задач, где метод наименьших квадратов не давал приемлемых результатов. Однако названные методы обладают и существенными недостатками.

Так, алгоритм Нелдера-Мида является методом локальной оптимизации. Это означает, что найденное решение может располагаться достаточно далеко от точки глобального оптимума минимизируемой функции. Кроме того, метод Нелдера-Мида эффективно работает в случае размерности пространства поиска менее шести (т.е. для функций, у которых число параметров меньше шести).

Следует заметить, что метод RRR, представляет собой метод глобальной оптимизации, который реализуется на дискретной сетке заданного шага. Это свидетельствует о том, что метод сильно ограничен в точности при большом числе входных переменных.

Варианты заданий

Вариант №1

$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_1x_2 + a_3x_2^2$

№ эксперимента	x_1	x_2	$y^{эксп}$
1	-2	-4	-80,1
2	-2	4	-96,1
3	4	-5	-180,1
4	-5	-3	-21,9
5	3	4	-90,9
6	3	1	-10,1
7	4	3	-51,9
8	4	3	-52,1
9	-4	-2	-1,9
10	3	0	-7,1

Вариант №2

$y = a_0 + a_1x_1^2 + a_2x_1x_2 + a_3x_2^2$

№ эксперимента	x_1	x_2	$y^{эксп}$
1	3	-2	-42,1
2	1	-5	61,9
3	-1	3	16,1
4	-3	-3	-12,1
5	4	-3	-68,1
6	4	5	11,9
7	-1	0	-7,9
8	1	-2	2,1
9	3	1	-42,1
10	3	5	41,9

Вариант №3

$$y = a_0 + a_1 x_1^2 + a_2 x_1 x_2 + a_3 x_2$$

№ эксперимента	x_1	x_2	$y^{эксп}$
1	2	1	-12,1
2	-5	4	206,1
3	2	-4	68,1
4	-3	0	13,9
5	-3	-3	-58,1
6	0	-3	-4,1
7	-1	3	21,1
8	-1	-3	-25,9
9	-5	-1	5,9
10	-1	2	13,9

Вариант №4

$$y = a_0 + a_1 x_1^2 + a_2 x_1 + a_3 x_2^2$$

№ эксперимента	x_1	x_2	$y^{эксп}$
1	-1	1	3,9
2	-2	1	-13,1
3	-2	3	-28,9
4	1	-4	-46,1
5	2	1	-53,1
6	1	-1	-15,9
7	-1	-5	-44,1
8	-5	-4	-201,9
9	-2	-1	-13,1
10	-5	5	-220,1

Вариант №5

$y = a_0 + a_1 x_1^2 + a_2 x_1 + a_3 x_1 x_2$

№ эксперимента	x_1	x_2	$y^{эксп}$
1	-3	-4	16,1
2	5	2	231,9
3	1	-4	40,1
4	4	5	103,1
5	0	4	6,9
6	-1	0	7,9
7	-4	-4	55,1
8	-1	3	20,1
9	0	-2	6,9
10	1	-2	32,1

Вариант №6

$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2^2 + a_3 x_1^2 x_2^2$

№ эксперимента	x_1	x_2	$y^{эксп}$
1	-4	0	23,1
2	2	-2	7,1
3	-1	1	4,1
4	3	-3	116,1
5	2	-4	66,9
6	-2	-2	30,9
7	3	5	355,9
8	-2	-1	15,9
9	4	3	236,1
10	2	-4	67,1

Вариант №7

$$y = a_0 + a_1 x_2^2 + a_2 x_1^2 x_2 + a_3 x_2$$

№ эксперимента	x_1	x_2	$y^{эксп}$
1	4	3	-258,9
2	5	2	-308,9
3	2	-3	124,9
4	1	-3	62,1
5	5	0	5,1
6	-3	1	-45,9
7	3	-1	68,1
8	3	1	-46,1
9	-4	-2	241,1
10	1	-1	11,9

Вариант №8

$$y = a_0 + a_1 x_1 x_2^2 + a_2 x_2^2 + a_3 x_1$$

№ эксперимента	x_1	x_2	$y^{эксп}$
1	1	2	57,1
2	1	-2	57,1
3	2	3	181,9
4	-2	3	-57,9
5	2	-1	22,1
6	4	-2	132,1
7	1	1	18,1
8	3	1	25,9
9	2	3	181,9
10	-4	4	-332,1

Вариант №9
$y = a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_1^2 + a_3 x_1 x_2$

№ эксперимента	x_1	x_2	$y^{эксп}$
1	-4	-5	-26,1
2	3	3	27,1
3	-3	3	188,9
4	0	2	15,1
5	1	3	1,1
6	1	1	13,1
7	1	2	6,9
8	3	1	74,9
9	4	1	135,9
10	-2	2	91,1

Вариант №10
$y = a_0 + a_1 x_2^2 + a_2 x_1^2 + a_3 x_1 x_2$

№ эксперимента	x_1	x_2	$y^{эксп}$
1	0	3	58,9
2	4	4	197,1
3	-3	-4	179,1
4	1	-3	33,1
5	1	0	2,9
6	0	-2	28,9
7	0	2	29,1
8	-5	-1	1,1
9	4	3	122,9
10	1	3	81,1

Контрольные задания и вопросы

1. Как формулируется задача построения моделей идентификации?
2. В чем заключается отличие структурной идентификации от параметрической идентификации?

3. На каких принципах основывается регрессионный метод построения моделей идентификации?

4. Назовите основные процедуры идентификации статических линейных объектов.

5. Что понимают под «внутренне линейными» моделями? Приведите примеры таких моделей.

6. Перечислите этапы процедуры проверки модели на адекватность по критерию Фишера.

7. Какие ограничения существуют для способа проверки по критерию Фишера?

8. В чем заключается основная особенность поисковых методов идентификации?

9. В каких случаях целесообразно применение поисковых методов идентификации?

10. Какие способы составляют основу построения научной теории?

11. Сформулируйте ряд общих требований и свойств, которые необходимо учитывать при построении модели исследований.

12. Начертите схему выполнения процесса моделирования.

13. Сформулируйте цели моделирования.

14. Как осуществляется классификация моделей?

15.Сформулируйте, какую роль эксперимент имеет в формировании научного знания?

16. Приведите различные виды физических моделей.

17. Сформулируйте особенности эмпирического исследования.

18. В чем заключается преимущество физического моделирования перед натурным экспериментом?

19. Какие модели исследования вы знаете?

20. Какая информация может быть извлечена из эксперимента?

21. В чем заключаются преимущества применения моделирования?

22. Дайте определение математической модели.

23. Сформулируйте основные отличия детерминированных моделей от вероятностных.

24. В чем заключаются преимущества математического моделирования перед натурным экспериментом?

25. Какие этапы содержит процесс моделирования?

26. В чем заключается анализ проблемной ситуации, его особенности?

27. В чем заключается структуризация проблемной области?

28. Какие этапы в контексте методологии системного моделирования содержит эксперимент?

29. В чем заключается анализ объекта моделирования?

30. Как выполняется проверка адекватности модели?

Библиографический список

1. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология [Текст]/ Е.С. Вентцель. - М.:Высшая школа, 2001.

2. Дворецкий, С.И., Муромцев Ю.А. и др. Моделирование систем [Текст]/С.И. Дворецкий, Ю.А. Муромцев. - М.: Издательский центр «Академия», 2009.

3. Козин Р.Г. Математическое моделирование [Текст]: учеб. Пособие/ Р.Г. Козин. - М.: МИФИ, 2008. - 89 с.

4. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем [Текст]/ Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. - М.: Высшая школа, 2007.

5. Перегудов Ф.И., Введение в системный анализ [Текст] /.Ф.И. Перегудов, Ф.П. Тарасенко. - М.: Высшая школа, 1989. - 367 с.

6. Фоменков, С.А. Математическое моделирование системных объектов: учебное пособие [Текст] / С.А.Фоменков, В.А.Камаев, Ю.А.Орлова; ВолгГТУ, Волгоград, 2014. - 340 с.