



УДК 621.(076.1)

Составители: Мальчиков А.В., Яцун А.С., Рукавицын А.Н.,  
Политов Е.Н.

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *В.Я. Мищенко*

**Сервисные человеко-машинные комплексы медицинского назначения:** методические указания по выполнению практических и самостоятельных работ для студентов направления 15.04.06 Мехатроника и робототехника / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. А.В. Мальчиков, А.С. Яцун, А.Н. Рукавицын, Е.Н. Политов; Юго-Зап. гос. ун-т. Курск, 2024. 61с.

Рассмотрены вопросы проектирования, настройки и эксплуатации человеко-машинных комплексов медицинского назначения. Приведены теоретические основы проектирования, методики расчета, примеры выполнения практических работ.

В методических указаниях изложены варианты заданий для практических работ, а также вопросы для самоконтроля.

Предназначены для студентов направлений направления подготовки «Мехатроника и робототехника» всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать *8.11.24*. Формат 60x84 1/16

Усл.печ.л. 3,51 Уч.-изд.л. 3,39 Тираж 15 экз. Заказ .Бесплатно. *1247*

Юго-Западный государственный университет.

305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

## СОДЕРЖАНИЕ

Практическое занятие №1. Схематизация человеко-машинного комплекса медицинского назначения	4
Практическое занятие № 2 Планирование траектории звеньев человеко- машинных комплексов медицинского назначения	13
Практическое занятие № 3 Приводные системы медицинских человеко- машинных комплексов	31
Практическое занятие № 4 Применение уравнений Лагранжа II рода к определению моментов, обеспечивающих программное движение манипулятора медицинского реабилитационного комплекса	38
Практическое занятие № 5 Автоматизированное проектирование циклоидального редуктора привода коленного шарнира медицинского реабилитационного комплекса «РЕНАВ»	48

## Практическое занятие №1.

### Схематизация человеко-машинного комплекса медицинского назначения

**Цель работы:** освоить методы схематизации человеко-машинных технических систем учитывающих особенности строения и биомеханики движения конечностей оператора.

#### Краткая теория

В настоящее время возрос интерес исследователей к различным устройствам, представляющим собой системы, состоящие из двух основных элементов: человек и машина. Такие системы названы человеко-машинными. К таким устройствам можно отнести объекты, получившие название экзоскелетон (экзоскелет) и используемые для расширения функциональных возможностей человека. Различают экзоскелеты для реабилитации опорнодвигательного аппарата на основе методов лечебной физкультуры, основанных на выполнении дозированных движений, осуществляемых с помощью механотерапевтических аппаратов. Также интерес представляют устройства, существенно повышающие возможности человека в части облегчения движения, переноса тяжестей и различных видов деятельности, требующих значительных усилий.

Экзоскелет — устройство, предназначенное для увеличения силы человека за счёт внешнего каркаса. Как правило, это антропоморфные конструкции, которые обычно закрепляются на руках, ногах или корпусе человека и служат для воспроизведения (копирования) их движений с некоторым масштабным коэффициентом по усилиям.

Рассматривая ногу человека и экзоскелет в совокупности как сложную человеко-машинную систему, можно выделить основные проблемы, стоящие перед разработчиком подобного рода устройств:

1. Необходимость соответствия осей вращения устройства с осевыми линиями суставов человека. В противном случае процесс движения выходит из-под контроля: получаемые траектории движения отличаются от предполагаемых, что может привести к недопустимому увеличению моментов нагрузки, действующих на суставы, и в конечном итоге нанести вред пациенту

2. Сложность организации обратных связей и, как следствие, формирования алгоритмов управления: получать объективную информацию о состоянии мышечной ткани и нервной системы невозможно, поэтому возникает необходимость поиска косвенных параметров, характеризующих мышечную активность и достигнутый объем движения в суставе.

3. Учет взаимодействия ноги человека и механизма экзоскелета представляет наибольшие сложности и требует экспериментальных знаний об этом процессе.

4. Свойства электроприводов и системы управления необходимо учитывать при разработке алгоритмов управления движением.

Для математического описания движения и схематизации человеко-машинной системы необходимо ясно представлять биомеханику движения конечностей человека и работы суставов.

Рассмотрим биомеханику движения тазобедренного, коленного и голеностопного суставов нижних конечностей человека.

Тазобедренный сустав образован суставной поверхностью бедренной кости и вертлужной впадиной тазовой кости (рис.1.1). Он имеет шаровидную форму, где 2/3 головки погружены в глубокую вертлужную впадину.

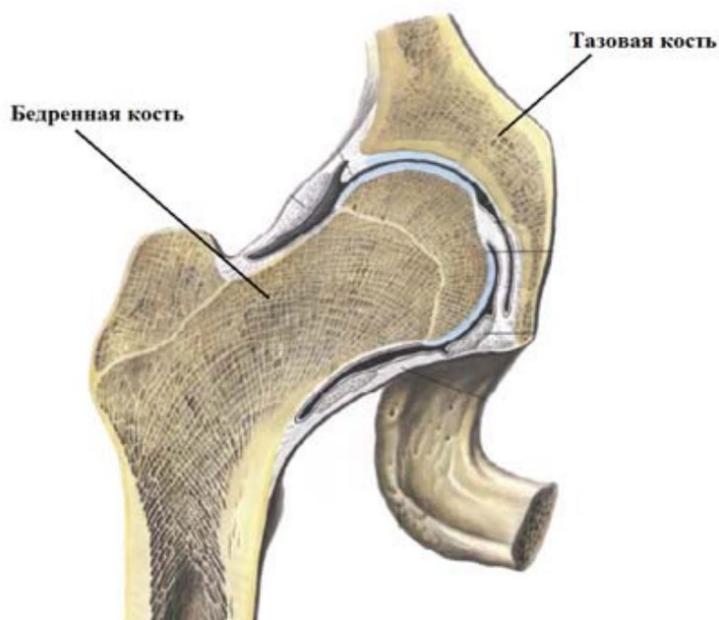


Рис. 1.1. Тазобедренный сустав, правый (фронтальный распил)

Отведение и приведение бедра происходят вокруг сагиттальной оси в объеме 45°. Дальнейшему отведению мешает

большой вертел, который упирается в крыло подвздошной кости. При согнутом положении бедра большой вертел обращен назад и не мешает отведению бедра до  $100^\circ$ . Движение бедра вокруг вертикальной оси совершается на  $40\text{--}50^\circ$ . При сочетании движений, совершаемых вокруг трех осей, можно выполнить и круговое движение нижней конечностью (*circumductio*).

В тазобедренном суставе совершаются не только движения бедра, но и перемещение таза, а следовательно, всего туловища по отношению к нижним конечностям. Эти движения производятся постоянно, например при ходьбе, когда одна нога свободна, а в другом суставе совершается движение таза по отношению к фиксированной опорной нижней конечности.

Объем этих движений зависит от величины крыльев подвздошной кости, большого вертела, угла шейки бедренной кости, что отражается и на величине угла между вертикальной осью, проходящей через головку бедра к центру тяжести на стопе, и продольной осью бедренной кости, который равняется  $5\text{--}7^\circ$ . Угол шейки бедра с его телом равен у новорожденных около  $150^\circ$ , у взрослых мужчин этот угол уменьшается до  $125^\circ$ , у женщин – до  $112\text{--}118^\circ$  (рис.1.2). И в тех случаях, когда человек балансирует на одной ноге, верхнее плечо рычага, идущее от верхушки большого вертела к подвздошному гребню, будет больше, чем расстояние от седалищной кости к бедру. Тяга за верхнее большее плечо рычага будет сильнее, и таз наклоняется в сторону опорной ноги.

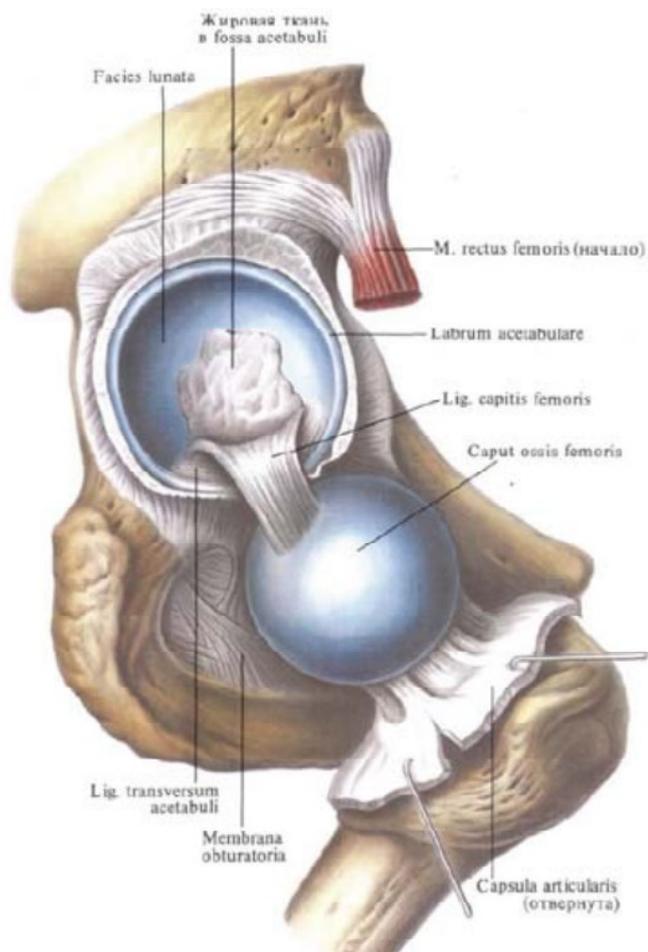


Рис. 1.2. Тазобедренный сустав

У женщин верхнее плечо рычага еще больше, чем у мужчин. Этим объясняется женская раскачивающаяся походка.

В образовании коленного сустава принимают участие три кости: дистальный эпифиз бедренной кости, проксимальный эпифиз большеберцовой кости и надколенник (рис.1.3). В выпрямленном положении ноги два мыщелка бедренной кости — латеральный (наружный) и медиальный (внутренний) — упираются своей выпуклой поверхностью в поверхность большой берцовой кости. Сустав укреплен целым рядом связок. Наиболее прочные из них — большеберцовая и малоберцовая боковые связки, проходящие внутри сустава, передняя и задняя крестообразные связки.

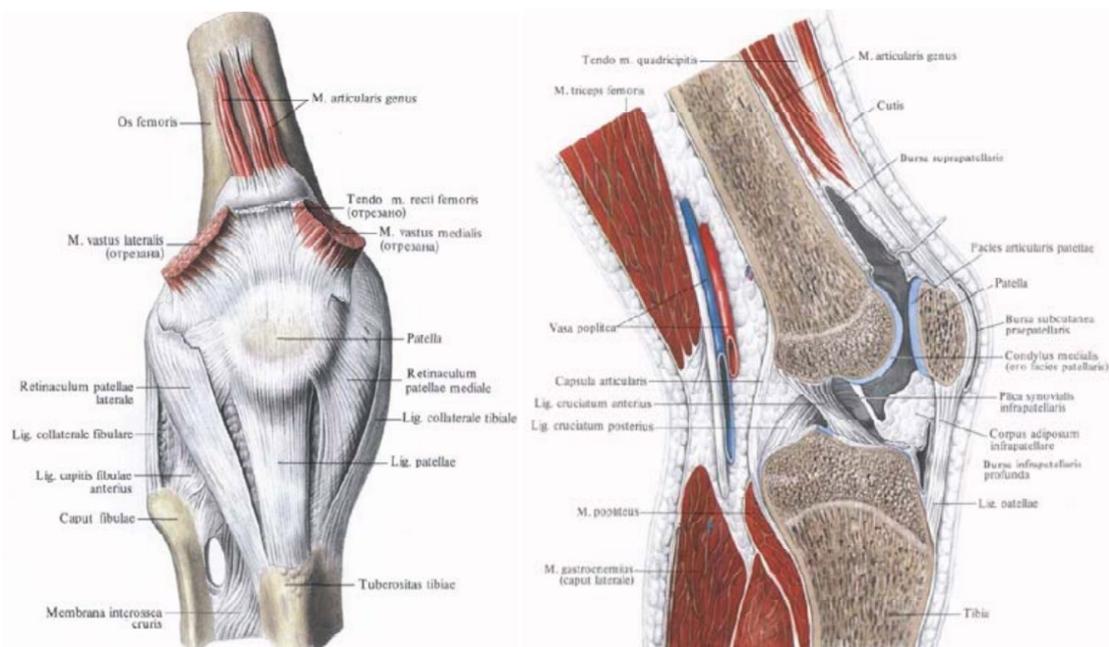


Рис. 1.3. Строение коленного сустава

Под влиянием связок, удерживающих кости, взаимное движение поверхностей гиалинового хряща заключается в обкатывании его в сочетании со скольжением. В момент сгибания колена бедренная кость сдвигается относительно большеберцовой кости и проскальзывает. Проскальзывание начинается приблизительно при угле поворота  $5-20^\circ$  и заканчивается незадолго до конца сгибания. Разгибание вызывает смещение бедренной кости вперёд. Поэтому нельзя указать определенную ось вращения в суставе: каждое положение костей имеет свою мгновенную ось вращения. Установлено, что в переднем положении бедра оси вращения выражено смещаются кверху, что связано с меньшей кривизной переднего края поверхности мыщелков. Совместно с действием связочного аппарата это способствует «запиранию» коленного сустава в выпрямленном положении, что очень важно при педалировании стоя (способом танцовщика).

Коленный сустав характеризуется исключительно высокой подвижностью вокруг поперечной оси: активное сгибание  $130^\circ$ , пассивное сгибание может добавить ещё  $30^\circ$ , максимальное разгибание из среднего положения составляет  $10-12^\circ$ . Следовательно, общая подвижность в суставе достигает  $170-172^\circ$ . В процессе педалирования угол сгибания и разгибания в коленном суставе составляет  $70-75^\circ$ , то есть немногим больше половины максимальной амплитуды (см. рис.1.3).

В связи с тем, что сочленованные поверхности костей, входящих в сустав, не соответствуют друг другу по форме, в каждый момент в соприкосновение входят лишь небольшие по объёму участки этих поверхностей. Общая площадь контакта несколько увеличивается за счёт двух менисков, которые имеют полулунную форму и расположены по наружным краям мыщелков. Движение участков в месте контакта при перекачивании и скольжении способствует лучшей смазке.

Голеностопный сустав (*articulatio talocruralis*) образован дистальными эпифизами костей голени и таранной костью (рис. 1.4). Дистальные концы костей голени соединяются между собой межберцовым синдесмозом (передней и задней межберцовыми связками) и охватывают таранную кость наподобие вилки. Суставная капсула прикрепляется по краю суставного хряща, лишь спереди она отходит от него, фиксируясь у шейки таранной кости. Боковые отделы голеностопного сустава укреплены связками: с внутренней стороны — мощной медиальной (дельтовидной) связкой; с наружной стороны — тремя связками, идущими от наружной лодыжки к таранной и пяточной костям (передняя и задняя таранно-малоберцовые и пяточно-малоберцовая связки) (см. рис. 1.4). По форме голеностопный сустав относится к блоковидным. Сгибание (подошвенное сгибание) и разгибание (тыльное сгибание) в нем происходят вокруг фронтальной оси. Суммарный объем движений равен  $60^{\circ}$ — $70^{\circ}$ . Блок таранной кости сзади уже, чем спереди. В связи с этим в момент подошвенного сгибания, когда его самый узкий участок входит в широкую часть между лодыжками костей голени, возможны небольшие боковые движения в суставе

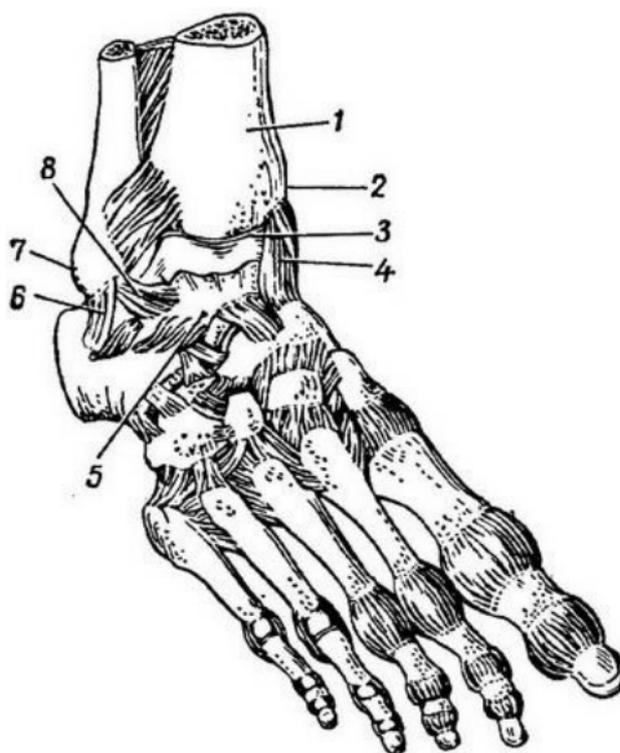


Рис. 1.4. Связки и суставы правой стопы (вид спереди): 1 — большая берцовая кость; 2 — внутренняя лодыжка; 3 — голеностопный сустав (вскрыт); 4—дельтовидная связка; 5 — таранная кость; 6 — пяточно-малоберцовая связка; 7—наружная лодыжка; 8 — передняя малоберцово-таранная связка

Угол поворота вокруг сагиттальной оси не превышает  $55^\circ$ . При сгибании стопы происходит одновременное приподнимание ее внутреннего края (супинация), а при разгибании — наружного (пронация). Сгибание в голеностопном суставе производят мышцы задней группы мышц голени, разгибание — передней группы мышц голени. Наружную лодыжку огибают сухожилия малоберцовых мышц, составляющих латеральную группу мышц голени. В области голеностопного сустава сухожилия всех мышц фиксированы связками.

Разобравшись с объемами движения в соответствующих суставах можно переходить к схематизации и моделированию движения человека в экзоскелете.

### Пример выполнения

Рассмотрим пример схемы робототехнического устройства реабилитационного экзоскелетного комплекса нижних конечностей.

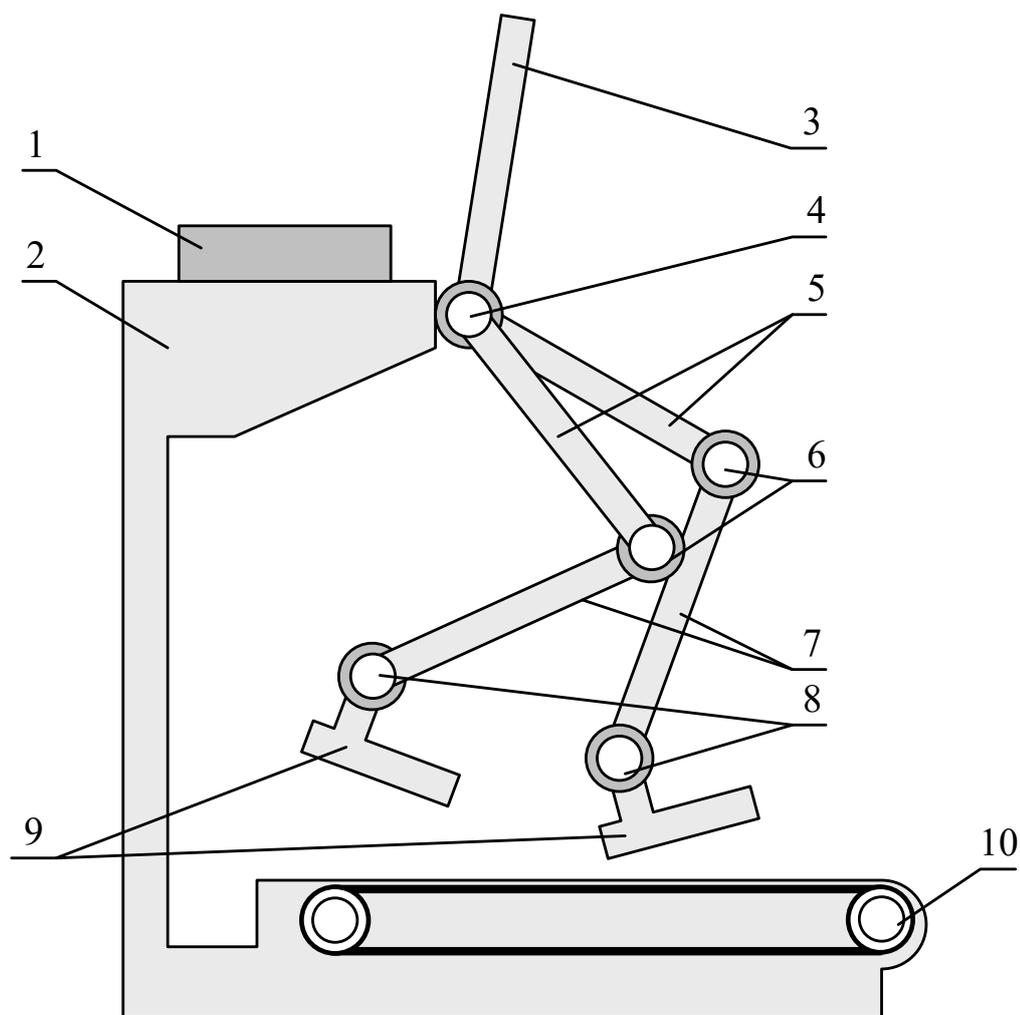


Рис. 1.5 – Схема конструкции реабилитационного экзоскелетного комплекса: 1 – блок управления; 2 – стойка; 3 – звено спины; 4 – тазобедренный шарнир; 5 – бедренное звено; 6 – коленный шарнир; 7 – звено голени; 8 – голеностопный шарнир; 9 – стопа экзоскелета; 10 – подвижное основание

Реабилитационный экзоскелет состоит из крестцового отдела, соединяющего обе ноги и звено стены 3 со стойкой 2. На крестец крепятся ноги с помощью однокоординатных шарниров 4. Нога представлена 3-мя звеньями – бедренным звеном 5, звеном голени 7 и звеном стопы 9. Все звенья ноги соединены с помощью унифицированных однокоординатных шарниров 6, 8 и приводятся в движение приводами. На стойке закрепляется блок управления.

Для приведения в движение звеньев используются линейные электроприводы постоянного тока. Особенностью конструкции является наличие регулировок длины звеньев бедра и голени, позволяющих адаптировать конструкцию под размеры пользователя.

Также конструкция оснащается системой креплений, манжет и ремней для обеспечения удобства закрепления пациента.

### **Задание для практической работы**

В рамках практической работы студенту предлагается разработать схему механизма и описать принцип его работы согласно варианту (см. прилож. 1).

### **Задание для самостоятельной работы**

В рамках самостоятельной работы необходимо:

- ознакомиться с конструкцией медицинского экзоскелета
- изучить инструкцию по эксплуатации экзоскелета
- разработать схему механизма и описать принцип его работы согласно варианту (см. прилож. 1).

## Практическое занятие № 2

### Планирование траектории звеньев человеко-машинных комплексов медицинского назначения

**Цель работы:** освоить методы моделирования движения звеньев человеко-машинных комплексов медицинского назначения.

#### Краткая теория

##### **Схема конструкции**

Рассматриваемый в работе экзоскелетный комплекс предназначен для реабилитации пациентов с нарушениями функций опорно-двигательного аппарата. Стенд должен обеспечивать перемещение конечностей пациента в сагиттальной плоскости, имитируя ходьбу по подвижному основанию. Схема устройства показана на рисунке 2.1.

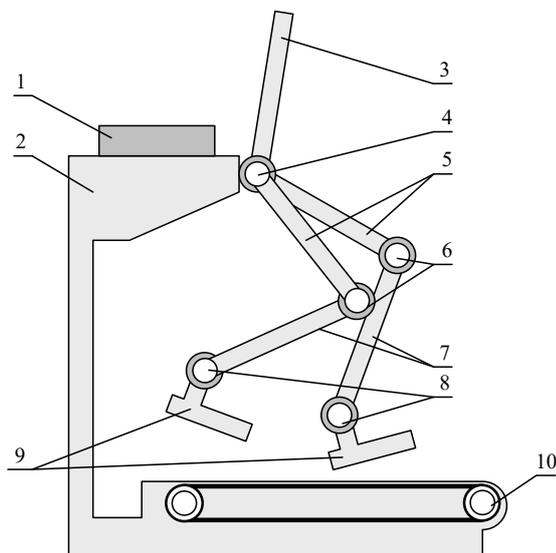


Рисунок 2.1 – Схема конструкции реабилитационного экзоскелетного комплекса: 1 – блок управления, 2 – стойка, 3 – звено спины, 4 – тазобедренный шарнир, 5 – бедренное звено, 6 – коленный шарнир, 7 – звено голени, 8 – голеностопный шарнир, 9 – стопа экзоскелета, 10 – подвижное основание

Реабилитационный экзоскелет состоит из крестцового отдела, соединяющего обе ноги и звено стены 3 со стойкой 2. На крестец крепятся ноги с помощью однокоординатных шарниров 4. Нога представлена 3-мя звеньями – бедренным звеном 5, звеном голени 7 и звеном стопы 9. Все звенья ноги соединены с помощью унифицированных однокоординатных шарниров 6, 8 и приводятся в движение приводами. На стойке закрепляется блок управления.

Для приведения в движение звеньев используются линейные электроприводы постоянного тока. Выбор линейного электропривода обусловлен компактными размерами привода и возможностью расположения приводов вдоль звеньев механизма, что значительно сокращает ширину конечного устройства. Также использование в линейном приводе шарико-винтовой передачи позволит получить значительные усилия при минимальных потерях на трение.

Особенностью конструкции является наличие регулировок длины звеньев бедра и голени, позволяющих адаптировать конструкцию под размеры пользователя.

Также конструкция должна оснащаться системой креплений, манжет и ремней для обеспечения удобства закрепления пациента. Отметим, что проектирование элементов креплений является сложной задачей, так как, кроме требований грузоподъемности и надежности, имеются высокие требования к комфорту, эргономике и удобству использования, что требует натуральных испытаний, исследования применимости различных типов материала, технологий изготовления и т.д.

Вопросы комфорта и удобства использования элементов креплений будут рассмотрены в работе поверхностно, а проектирование будет основываться на общих машиностроительных принципах. Также в работе не будут рассмотрены вопросы закрепления пациентов с нарушением формы конечностей, с фиксацией (спастичностью) суставов и с другими нарушениями, накладывающими ограничения на конструкцию устройства и требующие особого подхода при проектировании.

Наибольший акцент в настоящей работе уделим приводной части, реализации кинематических и силовых параметров движения звеньев, аппаратно-программной реализации алгоритмов управления.

### **Описание математической модели кинематики**

Отметим, что для математического описания кинематики и динамики движения РЭ потребуется различный математический аппарат, однако со сквозным обозначением. Для удобства будем рассматривать расчетные схемы для кинематического и динамического анализа отдельно.

### **Принятые допущения в модели**

При моделировании кинематики движения примем ряд допущений:

– движение бедренного звена и звена голени будут определяться только траекторией движения точки голеностопного шарнира (ГСШ);



голени равными  $l_1$ .

**Математические выражения (уравнения) для моделирования кинематики движения двухзвенных ног экзоскелета.**

***Прямая задача***

В рамках прямой задачи кинематики запишем уравнения, описывающие положения шарниров ноги экзоскелета ( $O_1 \dots O_5$ ) через длины и абсолютные углы поворота:

– для правой ноги:

$$x_{O2} = x_{O3} + l_2 \cos \varphi_2 ;$$

$$y_{O2} = y_{O3} - l_2 \sin \varphi_2 ;$$

$$x_{O1} = x_{O2} - l_1 \cos \varphi_1 ;$$

$$y_{O1} = y_{O2} - l_1 \sin \varphi_1 ;$$

– для левой ноги:

$$x_{O4} = x_{O3} + l_2 \cos \varphi_4 ;$$

$$y_{O4} = y_{O3} - l_2 \sin \varphi_4 ;$$

$$x_{O5} = x_{O4} - l_1 \cos \varphi_5 ;$$

$$y_{O5} = y_{O4} - l_1 \sin \varphi_5 .$$

Отметим, что в рамках модели начало координат располагается на оси тазобедренного шарнира, поэтому координаты точек выражены относительно точки  $O_3$ .

Так как механические ограничения у нас представлены относительными углами поворота звеньев в шарнирах, то запишем координаты точек в относительных углах:

– для правой ноги:

$$x_{O2} = x_{O3} + l_2 \cos(\varphi_{23} - \varphi_3) ;$$

$$y_{O2} = y_{O3} - l_2 \sin(\varphi_{23} - \varphi_3) ;$$

$$x_{O1} = x_{O2} \pm l_1 \cos(\varphi_{23} + \varphi_{12} - \varphi_3) ;$$

$$y_{O1} = y_{O2} + l_1 \sin(\varphi_{23} + \varphi_{12} - \varphi_3) ;$$

$$x_{O4} = x_{O3} + l_2 \cos(\varphi_{34} - \varphi_3) ;$$

$$y_{O4} = y_{O3} - l_2 \sin(\varphi_{34} - \varphi_3) ;$$

$$x_{O5} = x_{O4} + l_1 \cos(\varphi_{34} + \varphi_{45} - \varphi_3) ;$$

$$y_{O5} = y_{O4} - l_1 \sin(\varphi_{34} + \varphi_{45} - \varphi_3) .$$

Для нашего случая граничные условия обусловлены физиологическими ограничениями углов поворота суставов человека. В данной работе имеем следующие ограничения:

$$-10^\circ < \varphi_{23(34)} < 100^\circ ;$$

$$0^\circ < \varphi_{12(45)} < 100^\circ .$$

или в радианах:

$$-0.174 < \varphi_{23(34)} < 1.74;$$

$$0 < \varphi_{12(45)} < 1.74.$$

Перебором этих углов получим график возможных положений точек  $O_2$  ( $O_4$ ) и  $O_1$  ( $O_5$ ) (рис. 3).

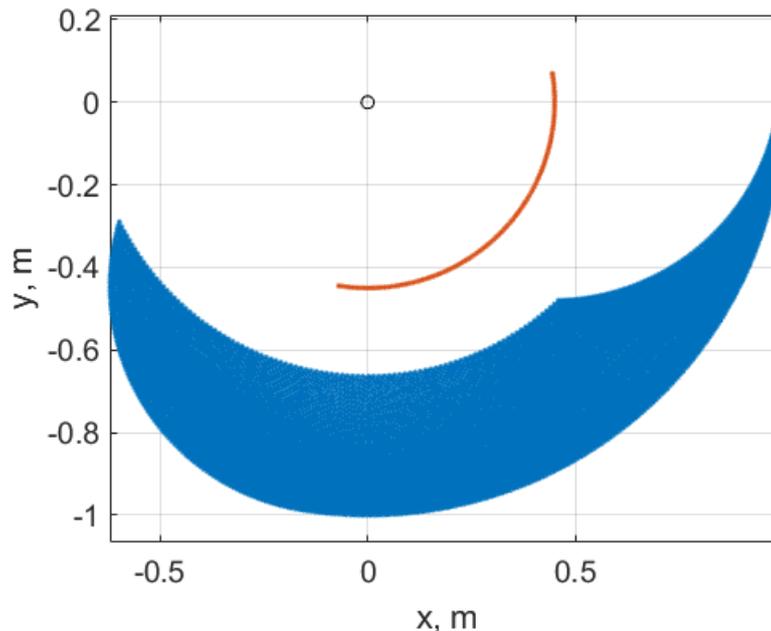


Рисунок 2.3 – Рабочая область для точек  $O_2$  ( $O_4$ ) и  $O_1$  ( $O_5$ ) ноги РЭ

Обратим внимание, что заданные диапазоны угловых перемещений не позволяют механизму занимать особое положение. При построении траекторий движения точек необходимо учитывать рабочую область многозвенника, что может быть отражено в виде набора условий при написании кода планировщика.

Обратим внимание, что при построении рабочей области не учитывался факт наличия беговой дорожки, которая также ограничит рабочую область исполнительных звеньев РЭ.

### ***Обратная задача***

Важной особенностью желаемой траектории является обеспечение отсутствия проскальзывания и ударов в момент касания

с поверхностью, что обеспечивается выбором соответствующих граничных условий.

В общем случае углы поворота звеньев могут быть определены различным способом, в рамках настоящей работы они определяются геометрически:

– для правой ноги:

$$\varphi_2 = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(\frac{y_{O1}}{x_{O1}}\right) + \arccos\left(\frac{l_2^2 - l_1^2 + (x_{O1}^2 + y_{O1}^2)}{2l_2\sqrt{x_{O1}^2 + y_{O1}^2}}\right), & \text{если } (x_{O1} > 0); \\ \operatorname{arctg}\left(\frac{y_{O1}}{x_{O1}}\right) + \arccos\left(\frac{l_2^2 - l_1^2 + (x_{O1}^2 + y_{O1}^2)}{2l_2\sqrt{x_{O1}^2 + y_{O1}^2}}\right) - \pi, & \text{если } (x_{O1} \leq 0); \end{cases}$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 + \left(\pi + \arccos\left(\frac{l_2^2 + l_1^2 - (x_{O1}^2 + y_{O1}^2)}{2l_1l_2}\right)\right);$$

– для левой ноги:

$$\varphi_4 = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(\frac{y_{O5}}{x_{O5}}\right) + \arccos\left(\frac{l_2^2 - l_1^2 + (x_{O5}^2 + y_{O5}^2)}{2l_2\sqrt{x_{O5}^2 + y_{O5}^2}}\right), & \text{если } (x_{O5} > 0); \\ \operatorname{arctg}\left(\frac{y_{O5}}{x_{O5}}\right) + \arccos\left(\frac{l_2^2 - l_1^2 + (x_{O5}^2 + y_{O5}^2)}{2l_2\sqrt{x_{O5}^2 + y_{O5}^2}}\right) - \pi, & \text{если } (x_{O5} \leq 0); \end{cases}$$

$$\varphi_5 = \varphi_4 + \left(\pi + \arccos\left(\frac{l_2^2 + l_1^2 - (x_{O5}^2 + y_{O5}^2)}{2l_1l_2}\right)\right).$$

Использование приведенных уравнений позволяют определить абсолютные углы поворота звеньев при движении точки  $O_1(O_5)$  в нижних квадрантах координатной плоскости ( $y < 0$ ).

### **Описание условий математического моделирования кинематики движения ног РЭ**

Траектории движения точек  $O_1O_5$  определяются параметрами механизма, типом походки и параметрами шага. Введем коэффициент, определяющий форму траектории движения точек

$$k_{\vartheta_1} = \vartheta_f / \vartheta_b,$$

где  $\vartheta_f$  – скорость вдоль линейного участка траектории (движение вместе с опорой);  $\vartheta_b$  – максимальная скорость стопы для симметричной ходьбы, рассматриваемой в данном случае, это верхняя точка пересечения траектории с осью ординат.

Используя введенный коэффициент, можем получить вектор параметров походки

$$\bar{s} = (s, h_s, H_s, k_{\vartheta}, T_s)^T,$$

где  $s$  – длина шага;  $h_s$  – высота подъема ноги при ходьбе;  $H_s$  – расстояние от тазобедренного шарнира до беговой дорожки;  $T_s$  – длительность одного шага.

Обратим внимание, что параметры  $s$  и  $T_s$  задают скорость ходьбы и могут быть вычислены исходя из скорости подвижного основания. Параметры траектории и ее схема показаны на рисунке 2.4.

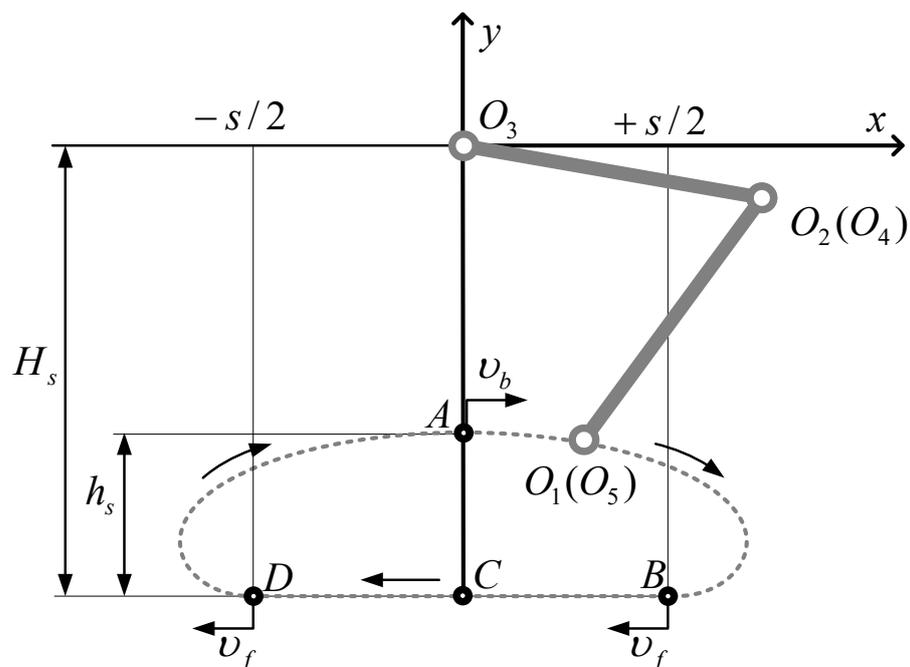


Рисунок 2.4 – Планирование траектории перемещения звеньев РЭ

Так как траектория является симметричной, для задания удобно использовать кусочно-полиномиальную функцию, разбив ее на 3 фрагмента:  $AB, BD, DA$ .

Для обеспечения неразрывности функций задающих траекторию и отсутствия ударов звеньев о поверхность необходимо соблюдение условий в каждой точке (покажем на примере правой ноги, для левой ноги функция будет аналогичной, однако смещенной на половину периода):

– в точке А:

$$\begin{cases} x_{O1} = 0; \\ y_{O1} = -(H_S - h_S); \\ \dot{x}_{O1} = \vartheta_b; \\ \dot{y}_{O1} = 0; \end{cases}$$

– в точке В:

$$\begin{cases} x_{O1} = s/2; \\ y_{O1} = -H_S; \\ \dot{x}_{O1} = -\vartheta_f; \\ \dot{y}_{O1} = 0; \end{cases}$$

– в точке D:

$$\begin{cases} x_{O1} = -s/2; \\ y_{O1} = -H_S; \\ \dot{x}_{O1} = -\vartheta_f; \\ \dot{y}_{O1} = 0; \end{cases}$$

Полиномиальные функции изменения координат представим в виде

$$\bar{q}(t_0, t_{last}, q_0, q_{last}, \dot{q}_0, \dot{q}_{last}, t) = (\sum_{i=0}^3 k_i t^i)^T,$$

где коэффициенты  $k_i$  определяются следующим образом:

$$\begin{bmatrix} k_0 \\ k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 \\ 1 & t_{last} & t_{last}^2 & t_{last}^3 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 \\ 0 & 1 & 2t_{last} & 3t_{last}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_0 \\ q_{last} \\ \dot{q}_0 \\ \dot{q}_{last} \end{bmatrix}.$$

В нашем случае  $t_0$  – начальное время фрагмента траектории;  $t_{last}$  – конечное время;  $q_0, \dot{q}_0$  – начальное значение координаты и ее производная;  $q_{last}, \dot{q}_{last}$  – конечное значение координаты и ее производной фрагмента траектории.

Для удобства записи траекторий одновременно для обеих ног устройства дополнительно введем точку  $C$  на траектории, которая соответствует точке  $A$  на траектории для другой ноги. Пересчет траекторий в цикле можно реализовать в виде функции  $mod(a, b)$ , которая возвращает остаток от деления числа  $a$  на  $b$ . Таким образом, задаваясь параметром длительности шага  $T_s$  и деля его на 4 равных промежутка  $[t_A, t_B), [t_B, t_C), [t_C, t_D), [t_D, t_A) \in t$ , где  $t = mod(Time, T_s)$ , а  $Time$  – текущее значение времени, можем применить уравнения для координат точек  $O_{L3}O_{R3}$ :

– для временного интервала  $(t_A \leq t < t_B)$ :

$$\begin{cases} x_{O1} = q(t_A, t_B, 0, (s/2), \vartheta_b, -\vartheta_f, t); \\ y_{O1} = q(t_A, t_B, -(H_s - h_s), -H_s, 0, 0, t); \\ x_{O5} = -t\vartheta \\ y_{O5} = -H_s \end{cases}$$

– для временного интервала ( $t_B \leq t < t_C$ ):

$$\begin{cases} x_{O1} = -t\vartheta_f + s; \\ y_{O1} = -H_s \\ x_{O5} = q(t_B, t_C, (-s/2), 0, -\vartheta_f, \vartheta_b, t); \\ y_{O5} = q(t_B, t_C, -H_s, -(H_s - h_s), 0, 0, t); \end{cases}$$

– для временного интервала ( $t_C \leq t < t_D$ ):

$$\begin{cases} x_{O1} = -t\vartheta + s; \\ y_{O1} = -H_s \\ x_{O5} = q(t_C, t_D, 0, (s/2), \vartheta_b, -\vartheta_f, t); \\ y_{O5} = q(t_C, t_D, -(H_s - h_s), -H_s, 0, 0, t); \end{cases}$$

– для временного интервала ( $t_D \leq t < t_A$ ):

$$\begin{cases} x_{O1} = q(t_A, t_D, (-s/2), 0, -\vartheta_f, \vartheta_b, t); \\ y_{O1} = q(t_A, t_D, -H_s, -(H_s - h_s), 0, 0, t); \\ x_{O5} = -t\vartheta + 2s \\ y_{O5} = -H_s \end{cases}$$

## Пример выполнения практического задания

Для получения решения напишем программу в Matlab, согласно

примеру.

```
close all; % закрытие всех активных окон перед началом моделирования
clear; % очистка памяти, удаление предыдущих результатов
Time = 4; % заданное время моделирования
dt = 0.01; % шаг по времени
Count = floor(Time / dt); % количество расчетных точек
L1 = 0.44; % длина бедренного звена
L2 = 0.44; % длина звена голени
L3 = 1; % длина звена спины, используется для анимации
l1 = L1;
l2 = L2;
l3 = L3;
m1 = 8; % масса бедренного звена
m2 = 8; % масса звена голени
g = 9.81; % ускорение свободного падения
% далее создаются одномерные вектора для
% сохранения результатов моделирования
result.q1L = zeros(Count, 1); % абсолютный угол поворота левого бедра
result.Q1L = zeros(Count, 1); % относительный угол поворота левого бедра
result.q2L = zeros(Count, 1); % абсолютный угол поворота левого колена
result.Q2L = zeros(Count, 1); % относительный угол поворота левого колена
result.q3L = zeros(Count, 1);
result.q1R = zeros(Count, 1);
result.Q1R = zeros(Count, 1);
result.q2R = zeros(Count, 1);
result.Q2R = zeros(Count, 1);
result.q3R = zeros(Count, 1);
% переменные для скоростей и ускорений
result.dq1 = zeros(Count, 1);
result.dq2 = zeros(Count, 1);
result.ddq1 = zeros(Count, 1);
result.ddq2 = zeros(Count, 1);
% координаты голеностопного шарнира для левой и правой ноги
result.Lx = zeros(Count, 1);
result.Ly = zeros(Count, 1);
result.Rx = zeros(Count, 1);
result.Ry = zeros(Count, 1);

% координаты промежуточных точек левой ноги экзоскелета
result.O2xL = zeros(Count, 1);
result.O2yL = zeros(Count, 1);
result.O3xL = zeros(Count, 1);
result.O3yL = zeros(Count, 1);
result.O4xL = zeros(Count, 1);
result.O4yL = zeros(Count, 1);
% координаты промежуточных точек правой ноги экзоскелета
result.O2xR = zeros(Count, 1);
result.O2yR = zeros(Count, 1);
result.O3xR = zeros(Count, 1);
result.O3yR = zeros(Count, 1);
result.O4xR = zeros(Count, 1);
result.O4yR = zeros(Count, 1);
% крутящие моменты в шарнирах
result.M1 = zeros(Count, 1);
result.M2 = zeros(Count, 1);
figure('Color', 'w'); % создаем окно для вывода анимации
% задаем основные параметры отображения
set(gca, 'YDir', 'normal', 'FontSize', 16, 'XGrid', 'on', 'YGrid', 'on');
box on; % включаем отображение границ построения
```

```

axis equal; % задаем равенство осей
grid on; % включаем отображение сетки
% задаем подписи осей на графиках
xlabel('x, m');
ylabel('y, m');
% настройка объектов анимации
% анимация стойки и беговой дорожки
gridBox = animatedline('Marker','.', 'Color', 'black', 'LineWidth',2);
% анимация правой ноги
exoRed = animatedline('Marker','o', 'Color', 'red', 'LineWidth',1.25);
% анимация левой ноги
exoBlue = animatedline('Marker','o', 'Color', 'blue', 'LineWidth',1.25);
% Инициализация переменных для численного дифференцирования
prevq1L = 0; prevq1R = 0;
prevq2L = 0; prevq2R = 0;
prevq3L = 0; prevq3R = 0;
prevdq1L = 0; prevdq1R = 0;
prevdq2L = 0; prevdq2R = 0;
prevdq3L = 0; prevdq3R = 0;
% настройка параметров шага
S = 0.2; % ширина шага
StepTime = 4; % время одного цикла шага
V = 2*S/StepTime; % скорость беговой дорожки
H = 0.1; % высота подъема ноги
H0 = 0.6; % расстояние от бедра до дорожки
V0 = V*2; % скорость голенистопа в верхней точке
% Задание начальных условий моделирования
q1R = 0; q2R = 0; q1L = 0; q2L = 0;
Q1R = 0; Q2R = 0; Q1L = 0; Q2L = 0;
O1xL = 0; O2xL = 0; O3xL = 0; O4xL = 0;
O1xR = 0; O2xR = 0; O3xR = 0; O4xR = 0;
for i = 1:Count % основной цикл моделирования
    t = i * dt; % расчет текущего времени моделирования в сек
% временные интервалы для построения траектории
    t0 = 0;
    t1 = (StepTime/4);
    t2 = (StepTime/4) + t1;
    t3 = (StepTime/4) + t2;
    t4 = StepTime;
% задание кусочно-полиномиальных функции задания траекторий
    if ( mod(t,StepTime) ) >= t0 && ( mod(t,StepTime) ) < t1
        Lx = Poli7(t0,t1,0,S/2,V0,-V,0,0,0,0, (mod(t,StepTime)));
        Ly = Poli7(t0,t1,-H0,-(H0+H),0,0,0,0,0,0, (mod(t,StepTime)));
        Rx = -(mod(t,StepTime))*V;
        Ry = -(H0+H);
    end
    if ( mod(t,StepTime) ) >= t1 && ( mod(t,StepTime) ) < t2
        Lx = -(mod(t,StepTime))*V + S;
        Ly = -(H0+H);
        Rx = Poli7(t1,t2,-S/2,0,-V,V0,0,0,0,0, (mod(t,StepTime)));
        Ry = Poli7(t1,t2,-(H0+H),-H0,0,0,0,0,0,0, (mod(t,StepTime)));
    end
    if ( mod(t,StepTime) ) >= t2 && ( mod(t,StepTime) ) < t3
        Lx = -(mod(t,StepTime))*V + S;
        Ly = -(H0+H);
        Rx = Poli7(t2,t3,0,S/2,V0,-V,0,0,0,0, (mod(t,StepTime)));
        Ry = Poli7(t2,t3,-H0,-(H0+H),0,0,0,0,0,0, (mod(t,StepTime)));
    end
    if ( mod(t,StepTime) ) >= t3 && ( mod(t,StepTime) ) < t4
        Lx = Poli7(t3,t4,-S/2,0,-V,V0,0,0,0,0, (mod(t,StepTime)));
        Ly = Poli7(t3,t4,-(H0+H),-H0,0,0,0,0,0,0, (mod(t,StepTime)));
        Rx = -(mod(t,StepTime))*V + 2*S;
        Ry = -(H0+H);
    end
end

```

```

end
% обратная задача кинематики левая нога
if (Lx > 0)
    BL = (Lx^2 + Ly^2)^0.5;
    qu1L = atan(Ly/Lx);
    qu2L = acos((L1^2 - L2^2 + BL^2)/(2*L1*BL));
    if (Lx ~= 0)
        q1L = qu1L + qu2L;
        q2L = q1L + (pi + acos((L1^2 + L2^2 - BL^2)/(2*L1*L2)));
    end
else
    BL = (Lx^2 + Ly^2)^0.5;
    qu1L = atan(Ly/Lx);
    qu2L = acos((L1^2 - L2^2 + BL^2)/(2*L1*BL));
    if (Lx ~= 0)
        q1L = (qu1L + qu2L) - pi;
        q2L = (q1L + (pi + acos((L1^2 + L2^2 - BL^2)/(2*L1*L2))));
    end
end
q3L = 0;
% обратная задача кинематики правая нога
if (Rx >= 0)
    BR = (Rx^2 + Ry^2)^0.5;
    qu1R = atan(Ry/Rx);
    qu2R = acos((L1^2 - L2^2 + BR^2)/(2*L1*BR));
    if (Rx ~= 0)
        q1R = qu1R + qu2R;
        q2R = q1R + (pi + acos((L1^2 + L2^2 - BR^2)/(2*L1*L2)));
    end
else
    BR = (Rx^2 + Ry^2)^0.5;
    qu1R = atan(Ry/Rx);
    qu2R = acos((L1^2 - L2^2 + BR^2)/(2*L1*BR));
    if (Rx ~= 0)
        q1R = (qu1R + qu2R) - pi;
        q2R = (q1R + (pi + acos((L1^2 + L2^2 - BR^2)/(2*L1*L2))));
    end
end
q3R = 0;
% пересчет относительных углов
Q1L = q1L + pi/2;
Q2L = 2*pi - (q2L + pi/2 - Q1L);
Q1R = q1R + pi/2;
Q2R = 2*pi - (q2R + pi/2 - Q1R);
% прямая задача кинематики в абсолютных углах (для анимации)
O1xL = 0;
O1yL = 0;
O2xL = O1xL + L1*cos(q1L);
O2yL = O1yL + L1*sin(q1L);
O3xL = O2xL + L2*cos(q2L);
O3yL = O2yL + L2*sin(q2L);
O1xR = 0;
O1yR = 0;
O2xR = O1xR + L1*cos(q1R);
O2yR = O1yR + L1*sin(q1R);
O3xR = O2xR + L2*cos(q2R);
O3yR = O2yR + L2*sin(q2R);
% численное дифференцирование углов поворота
dq1L = (q1L-prevq1L)/dt;
prevq1L = q1L;
ddq1L = (dq1L-prevdq1L)/dt;
prevdq1L = dq1L;
dq2L = (q2L-prevq2L)/dt;

```

```

prevq2L = q2L;
ddq2L = (dq2L-prevdq2L)/dt;
prevdq2L = dq2L;
dq1R = (q1R-prevq1R)/dt;
prevq1R = q1R;
ddq1R = (dq1R-prevdq1R)/dt;
prevdq1R = dq1R;
dq2R = (q2R-prevq2R)/dt;
prevq2R = q2R;
ddq2R = (dq2R-prevdq2R)/dt;
prevdq2R = dq2R;
%угол бедра относительно от вертикали
Q1L = Q1L*360/(2*pi);
Q1R = Q1R*360/(2*pi);
%угол колена относительно от вертикали
Q2L = Q2L*360/(2*pi);
Q2R = Q2R*360/(2*pi);
% расчет крутящих моментов
M1 = ddq1L*(m1 + m2)*l1^2 + ddq2L*m2*l1*l2*cos(q1L-q2L) + dq2L*dq2L*m2*l1*l2*sin(q1L-q2L)
+ (m1+m2)*l1*g*cos(q1L);
M2 = ddq2L*l2^2*m2 + ddq1L*m2*l1*l2*cos(q1L-q2L) - dq1L^2*m2*l1*l2*sin(q1L-q2L) +
m2*g*l1*cos(q2L);
%итерационное сохранение результатов
result.time(i) = t;
result.q1L(i) = q1L;
result.q2L(i) = q2L;
result.q1R(i) = q1R;
result.q2R(i) = q2R;
result.Q1L(i) = Q1L;
result.Q2L(i) = Q2L;
result.Q1R(i) = Q1R;
result.Q2R(i) = Q2R;
result.Lx(i) = Lx;
result.Ly(i) = Ly;
result.Rx(i) = Rx;
result.Ry(i) = Ry;
result.M1(i) = M1;
result.M2(i) = M2;
% анимация левой ноги
clearpoints(exoBlue);
addpoints(exoBlue, -0.2, 0.5);
addpoints(exoBlue, -0.2, 0);
addpoints(exoBlue, 0, 0);
addpoints(exoBlue, 01xL, 01yL);
addpoints(exoBlue, 02xL, 02yL);
addpoints(exoBlue, 03xL, 03yL);
% анимация правой ноги
clearpoints(exoRed);
addpoints(exoRed, -0.2, 0.5);
addpoints(exoRed, -0.2, 0);
addpoints(exoRed, 0, 0);
addpoints(exoRed, 01xR, 01yR);
addpoints(exoRed, 02xR, 02yR);
addpoints(exoRed, 03xR, 03yR);
% анимация рамы и беговой дорожки
addpoints(gridBox, -0.3, 1);
addpoints(gridBox, -0.3, (-H0-H-0.03));
addpoints(gridBox, 0.5, (-H0-H-0.03));
addpoints(gridBox, -0.5, (-H0-H-0.03));
drawnow limitrate nocallbacks % обновление графика
end
% вывод абсолютных углов
figure('Color', 'w');

```

```

plot(result.time, result.q1R, 'Color', 'r', 'LineWidth', 2); hold on;
plot(result.time, result.q2R, ':', 'Color', 'r', 'LineWidth', 2); hold on;
set(gca, 'YDir', 'normal', 'FontSize', 14, 'XGrid', 'on', 'YGrid', 'on');
grid on
xlabel('t, s');
ylabel('q, grad');
% ВЫВОД ОТНОСИТЕЛЬНЫХ УГЛОВ
figure('Color', 'w');
plot(result.time, result.Q1L, 'Color', 'b', 'LineWidth', 2); hold on;
plot(result.time, result.Q2L, ':', 'Color', 'b', 'LineWidth', 2); hold on;
set(gca, 'YDir', 'normal', 'FontSize', 14, 'XGrid', 'on', 'YGrid', 'on');
grid on
xlabel('t, s');
ylabel('Q, grad');
% построение траектории
figure('Color', 'w');
plot(result.time, result.Lx, 'Color', 'b', 'LineWidth', 2); hold on;
plot(result.time, result.Ly, ':', 'Color', 'b', 'LineWidth', 2); hold on;
set(gca, 'YDir', 'normal', 'FontSize', 14, 'XGrid', 'on', 'YGrid', 'on');
axis equal;
grid on;
xlabel('x, m');
ylabel('y, m');
% ВЫВОД графиков углов
figure('Color', 'w');
plot(result.time, result.M1, 'Color', 'b', 'LineWidth', 2); hold on;
plot(result.time, result.M2, ':', 'Color', 'b', 'LineWidth', 2); hold on;
set(gca, 'YDir', 'normal', 'FontSize', 14, 'XGrid', 'on', 'YGrid', 'on');
axis equal;
grid on;
xlabel('t, s');
ylabel('M, N');

```

В данном коде используется функция «Poli7.m», которая позволяет получить решение для полинома. Текст данной функции следующий:

```

% Функция полинома 7-го порядка
function [r, A] = Poli7(t0, tk, X0, Xk, V0, Vk, A0, Ak, dA0, dAk, t)

TT = [t0^7      t0^6      t0^5      t0^4      t0^3      t0^2      t0      1;
      tk^7      tk^6      tk^5      tk^4      tk^3      tk^2      tk      1;
      7*t0^6    6*t0^5    5*t0^4    4*t0^3    3*t0^2    2*t0      1      0;
      7*tk^6    6*tk^5    5*tk^4    4*tk^3    3*tk^2    2*tk      1      0;
      42*t0^5   30*t0^4   20*t0^3   12*t0^2   6*t0      2      0      0;
      42*tk^5   30*tk^4   20*tk^3   12*tk^2   6*tk      2      0      0;
      210*t0^4  120*t0^3  60*t0^2  24*t0     6          0      0      0;
      210*tk^4  120*tk^3  60*tk^2  24*tk     6          0      0      0];
X = [X0; Xk; V0; Vk; A0; Ak; dA0; dAk];
A = TT^(-1)*X;
r = A(8)+A(7)*t+A(6)*t^2+A(5)*t^3+A(4)*t^4+A(3)*t^5+A(2)*t^6+A(1)*t^7;
end
% Аргументы функции "Poli7(t0, tk, X0, Xk, V0, Vk, A0, Ak, dA0, dAk, t)" -
% t0 - время начала движения
% tk - время окончания движения
% X0 - начальная координата
% Xk - конечная координата
% V0 - начальная скорость
% Vk - конечная скорость
% A0 - начальное ускорение

```

% Ak - конечное ускорение  
 % dA0 - начальное ускорение ускорения  
 % dAk - конечное ускорение ускорения  
 % t - время моделирования

Получим законы изменения углов поворота звеньев экзоскелета методом, описанным ранее. Для этого зададимся длинами звеньев устройства равными 0,5 м и параметрами шага  $\bar{s} = (0,5; 0,2; 0,8; 0,5; 1)^T$  (рисунок 2.5).

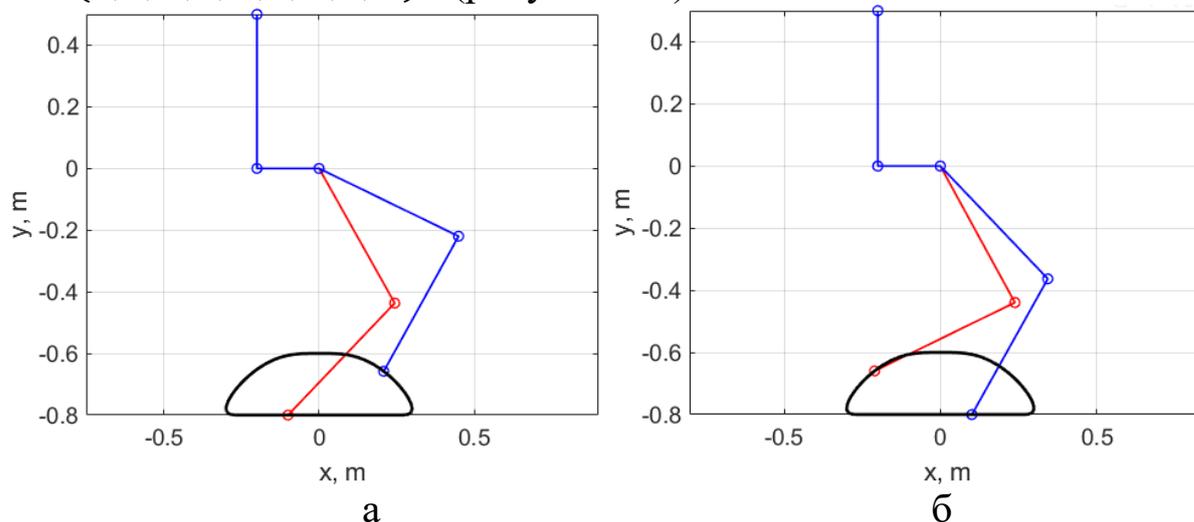


Рисунок 2.5 – Результаты моделирования походки:  
 а – в момент времени 1,1 сек , б – в момент времени 1,4 сек

Временная диаграмма для координат точек  $O_1$  и  $O_5$  будет иметь вид, показанный на рисунке 2.6.

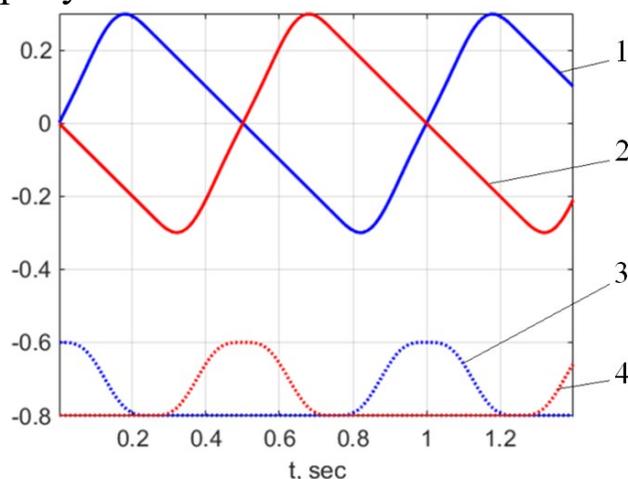


Рисунок 2.6 – Законы изменения координат точек  $O_1$  и  $O_5$  при отработке траектории: 1–  $x_{O1}$ ; 2 –  $x_{O5}$ ; 3 –  $y_{O1}$ ; 4 –  $y_{O5}$ .

В ходе моделирования были также получены абсолютные (рисунок 2.7) и относительные углы движения звеньев при отработке симметричной траектории движения звеньев исполнительного

механизма двуногой шагающей машины по горизонтальному подвижному основанию.

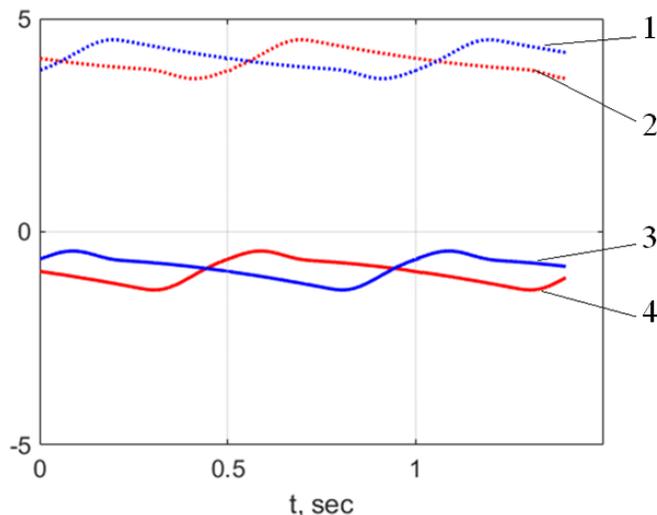


Рисунок 2.7 – Законы изменения абсолютных углов поворота звеньев устройства, при отработке заданной траектории:

1 –  $\varphi_2$ ; 2 –  $\varphi_4$ ; 3 –  $\varphi_1$ ; 4 –  $\varphi_5$ .

Для удобства построения системы автоматического управления удобно использовать временные диаграммы изменения относительных углов, представленных в градусах, рис. 2.8.

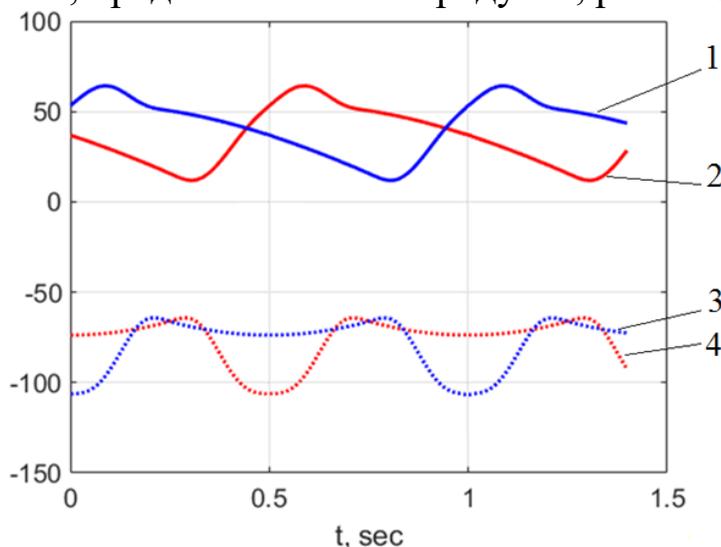


Рисунок 2.8 – Законы изменения относительных углов поворота звеньев устройства, при отработке заданной траектории:

1 –  $\varphi_{01}$ ; 2 –  $\varphi_{56}$ ; 3 –  $\varphi_{12}$ ; 4 –  $\varphi_{45}$ .

Как видно из графиков, разработанный алгоритм планирования траектории позволяет получить неразрывную траекторию для различных параметров шага. При уменьшении коэффициента  $k_9$  траектория приобретает вытянутую форму, что обусловлено требованиями синхронизации движения конца звеньев с подвижным

основанием без удара. Используя коэффициент формы траектории  $k_{\vartheta}$ , можно получить требуемый закон движения звеньев, необходимый для механотерапии конкретного пациента, что упрощает настройку и подготовку оборудования.

### **Задание для самостоятельной работы**

В рамках самостоятельной работы требуется получить законы изменения углов поворота звеньев экзоскелета для походки с параметрами, взятыми согласно варианту.

$$\bar{s} = (s, h_s, H_s, k_{\vartheta}, T_s)^T,$$

где  $s$  – длина шага;  $h_s$  – высота подъема ноги при ходьбе;  $H_s$  – расстояние от тазобедренного шарнира до беговой дорожки;  $k_{\vartheta_1}$  – скоростной коэффициент  $k_{\vartheta_1} = \vartheta_f / \vartheta_b$  (где  $\vartheta_f$  – скорость вдоль линейного участка траектории (движение вместе с опорой),  $\vartheta_b$  – максимальная скорость стопы для симметричной ходьбы, рассматриваемой в данном случае, это верхняя точка пересечения траектории с осью ординат);  $T_s$  – длительность одного шага.

Табл. 2.1. Варианты задания для самостоятельной работы

№ Варианта	$s$ – длина шага	$h_s$ – высота подъема ноги при ходьбе	$H_s$ – расстояние от тазобедренно го шарнира до беговой дорожки	$k_{\theta_1}$ скоростной коэффициент	$T_s$ – длительност ь одного шага
1	0,4	0,15	0,6	0,2	1
2	0,45	0,1	0,65	0,22	2
3	0,5	0,15	0,7	0,24	3
4	0,4	0,2	0,75	0,26	4
5	0,45	0,15	0,8	0,28	1
6	0,5	0,1	0,6	0,3	2
7	0,4	0,15	0,65	0,32	3
8	0,45	0,2	0,7	0,34	4
9	0,5	0,15	0,75	0,36	1
10	0,4	0,1	0,8	0,38	2
11	0,45	0,15	0,6	0,4	1
12	0,5	0,2	0,65	0,42	2
13	0,4	0,15	0,7	0,44	3
14	0,45	0,1	0,75	0,46	4
15	0,5	0,15	0,8	0,48	1
16	0,4	0,2	0,6	0,5	2
17	0,45	0,15	0,65	0,32	3
18	0,5	0,1	0,7	0,34	4
19	0,4	0,15	0,75	0,36	1
20	0,45	0,2	0,8	0,38	2

## **Практическое занятие № 3**

### **Приводные системы медицинских человеко-машинных комплексов**

**Цель работы:** освоить методы подбора основных компонентов электропривода реабилитационного экзоскелета, выполнения проектных и проверочных расчетов.

#### **Краткая теория**

Проектирование электроприводов медицинского оборудования и подбор компонентов привода является сложной междисциплинарной задачей требующей соблюдения не только общих принципов построения управляемых электромеханических систем, но и учета особенностей эксплуатации устройства, а также эффекты человеко-машинного взаимодействия и повышенных требований к безопасности и надежности. Данная задача может быть решена различными, в общем случае совсем не равноценными способами, а выбор одного решения, которое и будет затем реализовываться, должен быть сделан на основе ряда критериев при учете системы конкретных ограничений.

При создании приводных систем медицинских роботов необходимо придерживаться правильной последовательности этапов инженерного проектирования: формулировка задачи, анализ задачи, поиск решений, выбор решений и детальная разработка выбранного технического решения.

В рамках данного практического занятия наибольшее внимание уделим выбору компонентов электропривода, выполнению основных проектных и проверочных расчетов.

Выбор двигателя – один из ответственных этапов проектирования привода, так как именно двигатель осуществляет электромеханическое преобразование энергии и в значительной мере определяет технические и экономические качества привода в целом.

Ограничим задачу рассмотрением лишь выбора мощности двигателя, т.е. будем считать, что тип двигателя и способ управления им выбраны заранее.

Одним из основных требований к двигателю является надежность его работы при минимуме капитальных затрат и эксплуатационных издержек. Это требование может быть удовлетворено лишь при выборе двигателя соответствующей

мощности. Применение двигателя завышенной мощности влечет за собой неоправданное повышение капитальных вложений, снижение КПД. Применение двигателей недостаточной мощности может привести к нарушению нормальной работы механизма, возникновению аварий и сокращению нормального срока службы двигателя, что недопустимо при использовании в роботах медицинского назначения.

Нагрузка на двигатель при длительном ее воздействии ограничивается нагревом, а при кратковременном – его перегрузочной способностью.

Перегрузочная способность представляет собой отношение максимального момента, который способен развить двигатель хотя бы кратковременно, к его номинальному моменту  $\lambda = \frac{M_{\text{макс}}}{M_n}$ .

Для двигателей постоянного тока максимальный момент ограничен значением, максимального тока способного коммутировать обмотки двигателя без повреждений, однако чаще такое ограничение несет драйверная схема или источник питания. При оценке максимального момента привода также необходимо учитывать предельно-допустимые нагрузочные моменты

компонентов механической передачи.

Ограничение по нагреву двигателей определяется теплостойкостью их изоляции. При соблюдении установленных заводом ограничений по температуре срок службы изоляции электрических машин составляет около 10 лет, что и является нормальным сроком их эксплуатации. Нагрев изоляции выше предельных значений недопустим, так как вызывает сокращение срока службы электрических машин. Предельные температуры обмоток двигателей с различными классами изоляции соответствуют номинальной нагрузке двигателей и температуре окружающей среды  $+40^\circ\text{C}$ . Если действительное значение температуры  $t_{\text{окр}} < +40^\circ\text{C}$ , то двигатель без опасности перегрева может быть нагружен несколько выше номинальной нагрузки; при  $t_{\text{окр}} > +40^\circ\text{C}$  нагрузка двигателя должна быть снижена против номинальной.

При выборе мощности двигателя основными исходными данными являются требуемые моменты, которые должны быть

приложены к валу механизма, требуемые скорости и ускорения рабочего органа механизма. Эти величины должны быть известны из требований технологического процесса.

Задача выбора мощности двигателя осложняется тем, что в динамическом режиме момент, развиваемый двигателем, не равен моменту статической нагрузки, а разница – динамический момент  $J_{\Sigma} \frac{d\omega}{dt}$  – зависит от суммарного момента инерции привода, в который входит и момент инерции двигателя. В связи с этим в тех случаях, когда динамические режимы играют заметную роль, задача решается в два этапа: предварительный выбор двигателя и его проверка по перегрузочной способности и по нагреву. В некоторых случаях при определении требуемой мощности привода следует обратиться к математическому моделированию его работы, особенно это актуально при несимметричных, нерегулярных движениях звеньев и при действии на звенья сил тяжести.

Для предварительного выбора двигателя по известной нагрузочной диаграмме механизма можно найти средний момент статической нагрузки

$$M_{c\text{ ср}} = \frac{\sum_{i=1}^n M_{c i} t_i}{\sum_{i=1}^n t_i},$$

где  $M_{c i}$  – момент статической нагрузки на  $i$ -ом интервале;  $t_i$  – продолжительность  $i$ -ого интервала;  $n$  – число интервалов, где  $M_{c i} = \text{const}$ .

Номинальный момент искомого двигателя с учетом динамических нагрузок может быть оценен как

$$M_n = (1,1 - 1,3) M_{c\text{ ср}}.$$

В качестве номинальной скорости следует взять  $\omega_{\text{макс}}$ . По найденным таким образом величинам  $M_n$  и  $\omega_n$  можно выбрать двигатель по каталогу и, следовательно, определить его момент инерции, построить механические характеристики, кривые переходных процессов и т.д.

### **Пример выполнения практического задания**

Исходные данные для проектирования:

- крутящий момент, длительный: 60 Нм
- крутящий момент, кратковременный максимальный: 100 Нм

- скорость вращения 1.8 рад/с

### Подбор двигателя

Согласно параметрам технического задания определим требуемую мощность электродвигателя по формуле:

$$P_{\text{дв}} = \frac{M\omega\varepsilon}{\eta},$$

где  $M$  – крутящий момент (Н·м);  $\omega$  – угловая скорость вращения (рад/с);  $\varepsilon$  – коэффициент запаса ( $\varepsilon = 1,2$ );  $\eta$  – коэффициент полезного действия (принимаем  $\eta = 0,5$ ).

Таким образом:

$$P_{\text{дв}} = \frac{60 \cdot 1.8 \cdot 1.1}{0.5} = 237 \text{ (Вт)},$$

Выберем двигатель, номинальная мощность которого больше расчетной. Это бесколлекторный моментный электродвигатель от производителя Maxon Motor EC 90 flat Ø90 mm, brushless, 260 W (Part Number 607326).

Двигатель обладает характеристиками, показанными в табл.3.1.

Табл. 3.1. Технические характеристики Maxon Motor EC 90 flat, 260 W

Номинальное напряжение питания	30В
Скорость ХХ	2080 об/мин
Ток ХХ	0,49 А
Номинальная скорость	1780 об/мин
Номинальный момент	988 мНм
Номинальный ток	7.06 А
Максимальный КПД	87%
Моментный коэффициент	136 мНм/А
Размеры (диаметр/высота)	90/40 мм
Масса	0.96 кг

Размеры двигателя указаны на рис. 3.1.

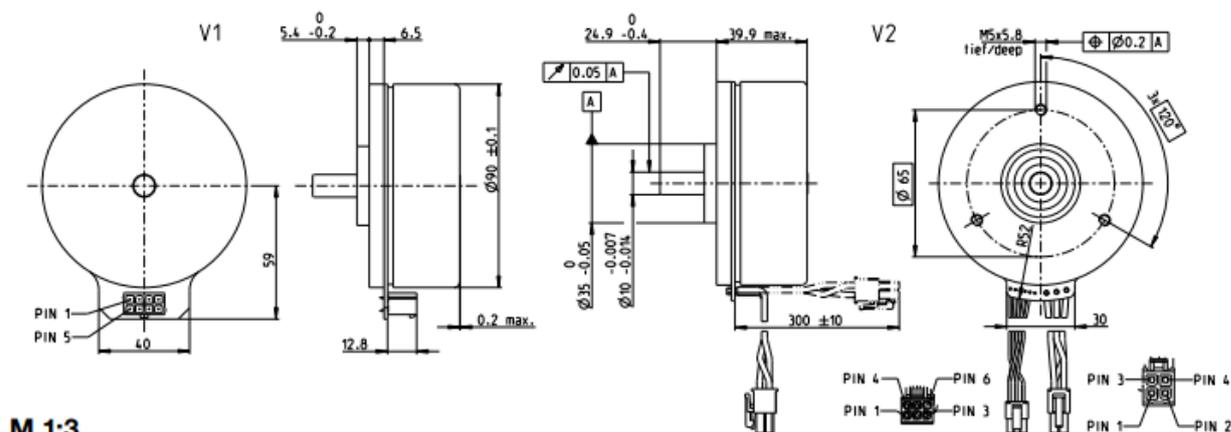


Рис. 3.1. Maxon Motor EC 90 flat

### Подбор драйвера привода

Для обеспечения требуемых параметров питающего напряжения обмоток двигателя предлагается использовать драйвер электродвигатель от производителя Maxon Motor: ESCON Module 50/8 (Part number 532872).

Данный драйвер позволяет осуществлять регулирование частоты вращения и крутящего момента (через ток на обмотках) бесколлекторных двигателей, а его технические характеристики соответствуют выбранному двигателю (Табл. 3.2.).

Табл. 3.2. Технические характеристики Maxon Motor ESCON Module 50/8

Рабочее напряжение	10-50В
Макс. импульсный выходной ток	15А
Макс. время импульсного выходного тока	2 с
Макс. ток в продолжительном режиме, для режима постоянного тока	8А
Максимальный КПД	99%
Размеры (длина/ширина/высота)	54/38/15 мм
Масса	16 г

### Подбор редуктора привода

Для обеспечения требуемого крутящего момента предлагается использовать планетарно-цевочный редуктор ПЦР 85.

Для привода коленного шарнира выберем ПЦР-85 с передаточным отношением 95:1. Технические характеристики редуктора показаны в табл. 3.

Табл. 3.3. Технические характеристики ПЦР 85-95

Передаточное отношение	95
Номинальный крутящий момент	85Нм
Номинальная входная частота	2000 об/мин
Максимальный КПД	0.85
Максимальный крутящий момент	160 Нм
Размеры (диаметр/высота)	85/38 мм
Масса	1.25 кг

### **Итоговые характеристики привода коленного шарнира РЭ**

Используя параметры сборки, получим таблицу с итоговыми параметрами электропривода.

Табл. 3.4. Технические характеристики электропривода коленного шарнира

Номинальное напряжение питания	30В
Номинальная скорость (при 7А)	1.96 рад/с
Номинальный момент (при 7А)	80 Нм
Максимальный длительный момент (при 8А)	88 Нм
Максимальный момент (при 15А) не более 2с	164,7 Нм
Размеры (диаметр/высота)	90/42 мм
Масса	2.4 кг

Как видно из табл.3.4. параметры выбранного электропривода полностью соответствуют требованиям технического задания, а выбранный контроллер двигателя способен реализовать несколько типов регулирования, позволяющие гибко настроить систему управления РЭ.

### Задание для самостоятельной работы

В рамках самостоятельной работы учащимся предлагается произвести необходимые расчеты с последующим подбором компонентов и проектированием электропривода медицинского робота согласно заданию (см. табл. 3.5).

Табл. 3.5. Варианты задания для практической работы

№ Варианта	крутящий момент, длительный $M_n$	крутящий момент максимальный, $M_{\max}$	скорость вращения, $\omega_{\max}$
1	65 Нм	105 Нм	1.5 рад/с
2	55 Нм	95 Нм	2 рад/с
3	50 Нм	90 Нм	2 рад/с
4	45 Нм	85 Нм	2,5 рад/с
5	40 Нм	80 Нм	2.5 рад/с
6	65 Нм	100 Нм	1.8 рад/с
7	55 Нм	90 Нм	2.2 рад/с
8	50 Нм	90 Нм	2.5 рад/с
9	45 Нм	80 Нм	2.8 рад/с
10	40 Нм	70 Нм	3 рад/с

### Вопросы для самоконтроля

1. Какие факторы необходимо учитывать при проектировании электроприводов медицинского оборудования?
2. Какова правильная последовательность этапов инженерного проектирования?
3. Что такое перегрузочная способность двигателя?
4. Что является исходными данными при выборе мощности двигателя?
5. Как определяется средний момент статической нагрузки при расчете мощности двигателя?
6. Как определяется номинальный момент искомого двигателя с учетом динамических нагрузок?

## Практическое занятие № 4

### Применение уравнений Лагранжа II рода к определению моментов, обеспечивающих программное движение манипулятора медицинского реабилитационного комплекса

#### 1. Разработка математической модели реабилитационной системы

Современное реабилитационное механотерапевтическое устройство для нижних конечностей представляет собой систему со сложной конфигурацией (см. рис. 4.1), которая объединяет в себе различные механические и электронные компоненты, призванные в совокупности обеспечивать максимально эффективный и безопасный процесс реабилитации пациентов. При этом большое значение приобретают функциональные возможности каждого узла, из которых и складываются характеристики устройства. При существующем множестве подобных устройств, предназначенных для людей с болезнями опорно-двигательного аппарата, математическому моделированию их функционирования в составе сложной биомехатронной системы уделяется недостаточно внимания.

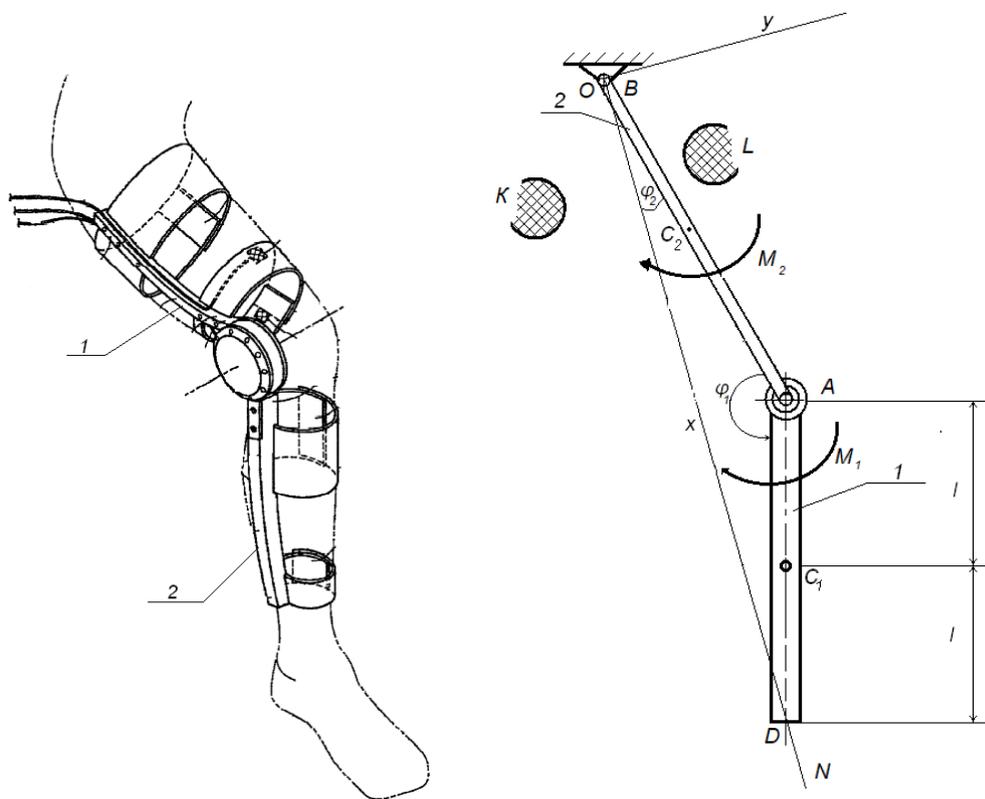


Рис. 4.1 Реабилитационное механотерапевтическое устройство

для нижних конечностей человека и его расчетная схема

Проектируемое биомехатронное реабилитационное устройство для нижних конечностей состоит из двух отдельных модулей с индивидуальными приводами. Со стороны привода тазобедренного сустава к исполнительному звену 1 прикладывается управляющий момент  $M_1$ , а со стороны коленного сустава на исполнительное звено 2 воздействует управляющим моментом  $M_2$ .

С учетом антропометрических данных человека, а также для того, чтобы не нанести вред пациенту, перемещение исполнительного звена 1 реабилитационного устройства дополнительно ограничено препятствиями А и В, поэтому плавное изменение угла поворота  $\varphi = \varphi(t)$  данного звена возможно лишь в некотором интервале  $[\varphi(0), \varphi(\tau)]$ , где  $\tau$  – время движения исполнительного звена.

Специфика работы механотерапевтического устройства в составе сложной человеко-машинной системы требуют, чтобы исполнительное звено 1 сошло со связи (ограничителя) В в момент времени  $t=0$  и «мягко» коснулось ограничителя L при  $t=\tau$ , т.е. так, чтобы были удовлетворены условия

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \varphi(t) |_{t=0, t=\tau} &= 0; \\ \frac{d^2}{dt^2} \varphi(t) |_{t=0, t=\tau} &= 0 \end{aligned}$$

Программное движение звена 1, удовлетворяющее требованиям «мягкого» касания, принимаем в следующем виде:

$$\varphi(t) = \varphi(0) + [\varphi(\tau) - \varphi(0)] \left[ \frac{t}{\tau} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{\tau}\right) \right]$$

Центр тяжести звена 1 находится в точке  $C_1$ , а звена 2 –  $C_2$ .

Будем считать, что торможение звена 1 начинается в тот момент, когда его угловое ускорение обращается в ноль.

Пренебрегая силами сопротивления движению, определим значения управляющих сил и моментов в начале торможения исполнительного звена коленного модуля.

Для решения задачи применим уравнения Лагранжа II рода. Будем рассматривать данную биомехатронную систему как механическую систему как систему с двумя степенями свободы, приняв за обобщенные координаты углы поворота  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  звеньев 1 и 2 соответственно  $\varphi$ .

Для рассматриваемой системы можно записать уравнения связей:

$$\begin{aligned} Y_{C1} &= 2l \cos \varphi_2 + l \sin(\varphi_1 - (90^\circ - \varphi_2)) = l(2 \cos \varphi_2 - \cos(\varphi_1 + \varphi_2)); \\ X_{C1} &= 2l \sin \varphi_2 - \cos(\varphi_1 - (90^\circ - \varphi_2)) = l(2 \sin \varphi_2 - \sin(\varphi_1 + \varphi_2)). \end{aligned}$$

Скорость точки  $C_1$ :

Так как 
$$\begin{cases} \dot{Y}_{C1} = l(-2\dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2) \sin(\varphi_1 + \varphi_2)); \\ \dot{X}_{C1} = l(2\dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \cos(\varphi_1 + \varphi_2)) \end{cases}, \text{ то}$$

$$\begin{aligned} V_{C1}^2 = \dot{X}_{C1}^2 + \dot{Y}_{C1}^2 &= l^2[(2\dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \cos(\varphi_1 + \varphi_2))^2 + (-2\dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2) \sin(\varphi_1 + \varphi_2))^2] = \\ &= l^2[(4\dot{\varphi}_2^2 + (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)^2 \cos^2(\varphi_1 + \varphi_2) - 4\dot{\varphi}_2(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \cos(\varphi_1 + \varphi_2) \cos \varphi_2) + \\ &+ (4\dot{\varphi}_2^2 + (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)^2 \sin^2(\varphi_1 + \varphi_2) - 4\dot{\varphi}_2(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2) \sin(\varphi_1 + \varphi_2) \sin \varphi_2)] = \end{aligned} \quad (1)$$

В соответствии с выбранными обобщенными координатами имеем

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = Q_{\varphi_1}; \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = Q_{\varphi_2} \end{cases} \quad (2)$$

Совокупность уравнений (1) и (2) позволяет составить дифференциальные уравнения движения рассматриваемой механической системы.

Составим выражение для кинетической энергии системы  $T$ , как функцию обобщенных скоростей  $\dot{\varphi}_1$  и  $\dot{\varphi}_2$  и обобщенных координат  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

Кинетическая энергия рассматриваемой системы равна сумме кинетической энергии  $T_1$  звена 1 и кинетической энергии  $T_2$  звена 2:

$$\begin{aligned} T = T_1 + T_2 &= \frac{I_1 \omega_1^2}{2} + \frac{m_1 V_{C1}^2}{2} + \frac{I_2 \omega_2^2}{2} = \frac{I_2}{2} (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)^2 + \frac{m_1 l^2}{2} [4\dot{\varphi}_2^2 + (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)^2 - 4\dot{\varphi}_2 (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2) \cos \varphi_1] + \\ &+ \frac{I_2 \dot{\varphi}_2^2}{2} = \left( \frac{I_2 + m_1 l^2}{2} \right) \dot{\varphi}_1^2 + \left( \frac{I_1 + I_2 + 5m_1 l^2}{2} \right) \dot{\varphi}_2^2 + (I_2 + m_1 l) \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 - 2m_1 l^2 (\dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_2^2) \cos \varphi_1 \end{aligned}$$

Найдем значения слагаемых уравнений Лагранжа:

$$\begin{cases}
\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} = (I_1 + m_1 l^2) \dot{\varphi}_1 + (I_1 + m_1 l^2) \dot{\varphi}_2 - 2m_1 l^2 \dot{\varphi}_2 \cos \varphi_1; \\
\frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = 2m_1 l^2 (\dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_2) \sin \varphi_1; \\
\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} = (I_1 + I_2 + 5m_1 l^2) \dot{\varphi}_2 + (I_1 + m_1 l^2) \dot{\varphi}_1 - 2m_1 l^2 (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2) \cos \varphi_1; \\
\frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = 0; \\
\frac{d}{dT} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} = (I_1 + m_1 l^2) \ddot{\varphi}_1 + (I_1 + m_1 l^2) \ddot{\varphi}_2 - 2m_1 l^2 \ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_1 + 2m_1 l \dot{\varphi}_1^2 \dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_1; \\
\frac{d}{dT} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} = (I_1 + I_2 + 5m_1 l^2) \ddot{\varphi}_2 + (I_1 + m_1 l^2) \ddot{\varphi}_1 - 2m_1 l^2 (\ddot{\varphi}_1^2 + 2\ddot{\varphi}_2) \cos \varphi_1 + 2m_1 l \dot{\varphi}_1^2 (\ddot{\varphi}_1 + 2\ddot{\varphi}_2) \sin \varphi_1.
\end{cases} \quad (3)$$

Определим обобщенные силы  $Q_{\varphi 1}$  и  $Q_{\varphi 2}$ . Для определения  $Q_{\varphi 1}$  мысленно наложим на систему связь  $\varphi_2 = const$  и, сообщив системе возможную скорость  $\dot{\varphi}_1$ , вычислим возможную мощность сил, действующих на нее:  $N_{\varphi 1} = Q_{\varphi 1} \dot{\varphi}_1 = M_A \varphi_1$ , отсюда  $Q_{\varphi 1} = M_A$ .

(4)

Аналогично, мысленно наложив на механическую систему связь  $\varphi_1 = const$  и сообщив ей возможную скорость  $\dot{\varphi}_2$ , получим выражение возможной мощности:  $N_{\varphi 2} = Q_{\varphi 2} \dot{\varphi}_2 = M_B \varphi_2$ , отсюда  $Q_{\varphi 2} = M_B$ .

(5)

При выполнении реабилитационных мероприятий необходимо обеспечить движение точки  $D$  по прямой  $ON$ . Треугольник  $BAD$  равнобедренный, тогда  $\varphi_1 + 2\varphi_2 = -180^\circ$ ,  $\dot{\varphi}_1 = -2\dot{\varphi}_2$ ;  $\ddot{\varphi}_1 = 2\ddot{\varphi}_2$ .

Подставляя (3), (4) и (5) в (2), получим:

$$\begin{cases}
M_1 = (I_1 + m_1 l^2)(-\ddot{\varphi}_2) + (I_1 + m_1 l^2) \ddot{\varphi}_2 - 2m_1 l \ddot{\varphi}_2 \cos(\pi - 2\varphi_2) + 2m_1 l \dot{\varphi}_2^2 (-2\dot{\varphi}_2^2) \sin(\pi - 2\varphi_2) - \\
- 2m_1 l^2 ((-2\dot{\varphi}_2) \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_2) \sin(\pi - 2\varphi_2); \\
M_2 = (I_1 + I_2 + 5m_1 l^2) \ddot{\varphi}_2 + (I_1 + m_1 l^2)(-2\ddot{\varphi}_2) - 2m_1 l^2 (-2\ddot{\varphi}_2 + 2\ddot{\varphi}_2) \cos(\pi - 2\varphi_2) + \\
+ 2m_1 l^2 (-2\dot{\varphi}_2 + 2\dot{\varphi}_2)(-2\dot{\varphi}_2) \sin(\pi - 2\varphi_2).
\end{cases} \quad (6)$$

Преобразуя полученные уравнения, приходим к соотношениям

$$\begin{cases}
M_1 = [2m_1 l^2 (2 \cos 2\varphi - 1) - I_1] \ddot{\varphi} - 2m_1 l^2 \dot{\varphi}_2^2 \sin 2\varphi; \\
M_2 = (3m_1 l^2 + I_2 + I_1) \ddot{\varphi}_2
\end{cases} \quad (7)$$

которые представляют собой зависимости управляющих моментов от функций  $\dot{\varphi}_2$ ;  $\ddot{\varphi}_2$  и  $\varphi_2$ .

Так как  $\varphi_2$  является заданной функцией времени, то вычисление производных  $\dot{\varphi}_2$  и  $\ddot{\varphi}_2$ , а следовательно, и управляющих моментов  $M_1$  и  $M_2$  не представляет труда.

Вычислим  $M_1$  и  $M_2$  в момент начала торможения. Специфика работы реабилитационного устройства предполагает, что программное движение звена 2 должно обеспечивать мягкое касание опоры  $L$ :

$$\varphi_2(\tau) = \varphi(0) + [\varphi(\tau) - \varphi(0)] \left( 10 - 15 \frac{t}{\tau} + 6 \frac{t^2}{\tau^2} \right) \frac{t^3}{\tau^3}$$

В этот момент угловое ускорение  $\varphi_2$  обращается в нуль. Производные  $\dot{\varphi}_2$  и  $\ddot{\varphi}_2$  соответственно равны:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_2(\tau) &= \varphi(\tau) - \varphi(0) \left( 30 \frac{t^2}{\tau^3} + 60 \frac{t^3}{\tau^4} + 30 \frac{t^4}{\tau^5} \right) = \varphi(\tau) - \varphi(0) \left( 1 - 2 \frac{t}{\tau} + \frac{t^2}{\tau^2} \right) 30 \frac{t^2}{\tau^3} & \text{и} \\ \ddot{\varphi}_2(\tau) &= \varphi(\tau) - \varphi(0) \left( 60 \frac{t}{\tau^3} + 180 \frac{t^2}{\tau^4} + 120 \frac{t^3}{\tau^4} \right) = \varphi(\tau) - \varphi(0) \left( 1 - 3 \frac{t}{\tau} + \frac{2t^2}{\tau^2} \right) 60 \frac{t}{\tau^3}. \end{aligned}$$

В момент начала торможения  $\ddot{\varphi}_2(t) = 0$ . Отсюда

$$1 - 3 \frac{t}{\tau} + \frac{2t^2}{\tau^2} = 0, t^2 - 1,5\tau t + 0,5\tau^2 = 0 \quad \text{или} \quad t = \frac{1,5\tau \pm \sqrt{2,25\tau^2 - 2\tau^2}}{2} = 0,5\tau; \tau.$$

Таким образом, торможение звена 1 начинается в момент времени  $t = 0,5\tau$ . В этот момент времени

$$\varphi\left(\frac{\tau}{2}\right) = 0 + \left[ \frac{\pi}{3} - 0 \right] \left( 10 - 15 \frac{0,5\tau}{\tau} + 6 \frac{(0,5\tau)^2}{\tau^2} \right) \frac{(0,5\tau)^3}{\tau^3} = \frac{\pi}{6} \text{ рад};$$

$$\dot{\varphi}\left(\frac{\tau}{2}\right) = \left[ \frac{\pi}{3} - 0 \right] \left( 1 - 2 \frac{0,5\tau}{\tau} + \frac{(0,5\tau)^2}{\tau^2} \right) \frac{30(0,5\tau)^2}{\tau^3} = 2 \text{ рад}.$$

$$\ddot{\varphi}\left(\frac{\tau}{2}\right) = 0. \tag{8}$$

Подставляя (8) в (7), получаем интересующие нас выражения

$$\begin{cases} M_1\left(\frac{\tau}{2}\right) = \left[ 2m_1 l^2 \left( 2 \cos 2 \frac{\pi}{6} - 1 \right) - I_1 \right] 0 - 2m_1 l^2 2^2 \sin 2 \frac{\pi}{6} = 8m_1 l^2 \sin \frac{\pi}{3}; \\ M_2 = (3m_1 l^2 + I_2 + I_1) 0 = 0. \end{cases}$$

## 2. Результаты моделирования

Проверим выполнение условия мягкого касания манипулятора опоры 1. для этого выведем графики производных первой

обобщенной координаты от времени (см. рис. 2, 3), задав вектор значений времени как:  $t := 0, 0.001 \dots \tau$  (от 0 до  $\tau$  с шагом в 0.001 с).

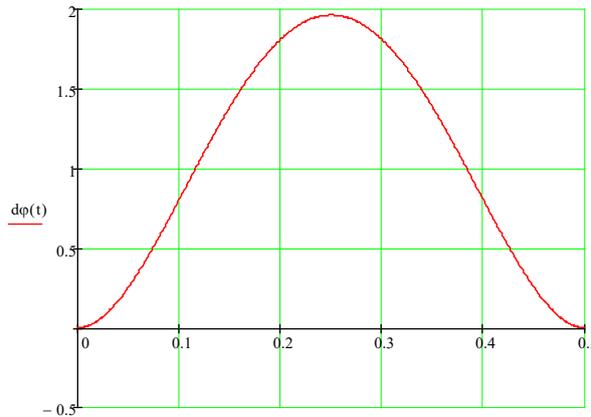


Рис. 4.2. График угловой скорости от времени

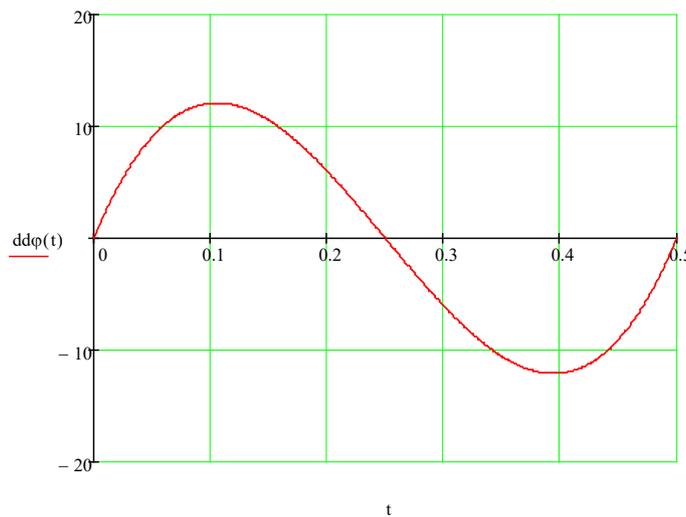


Рис. 4.3. График углового ускорения от времени

Как видно, и скорость и ускорение в точке с  $t=\tau$  равны 0, что говорит о точном выполнении условия мягкого касания.

Из графиков также видно, что торможение манипулятора начинается в  $t=0,25$ с.

На основе представленных выражений с помощью пакета блочного моделирования Matlab/Simulink получены графики зависимостей управляющих моментов от времени. Вычисления производились в интервале  $[0;\tau]$  с шагом  $0,001\tau$  при следующих исходных данных:  $m_1= 22$  кг;  $m_2= 16$  кг;  $J_1= 1,8$  кг·м<sup>2</sup>;  $l=0,5$  м;

$\varphi(0)=0$ ;  $\varphi(\tau)=\pi/6$ . Графики зависимости  $M_1$  от времени показаны на рис. 4.

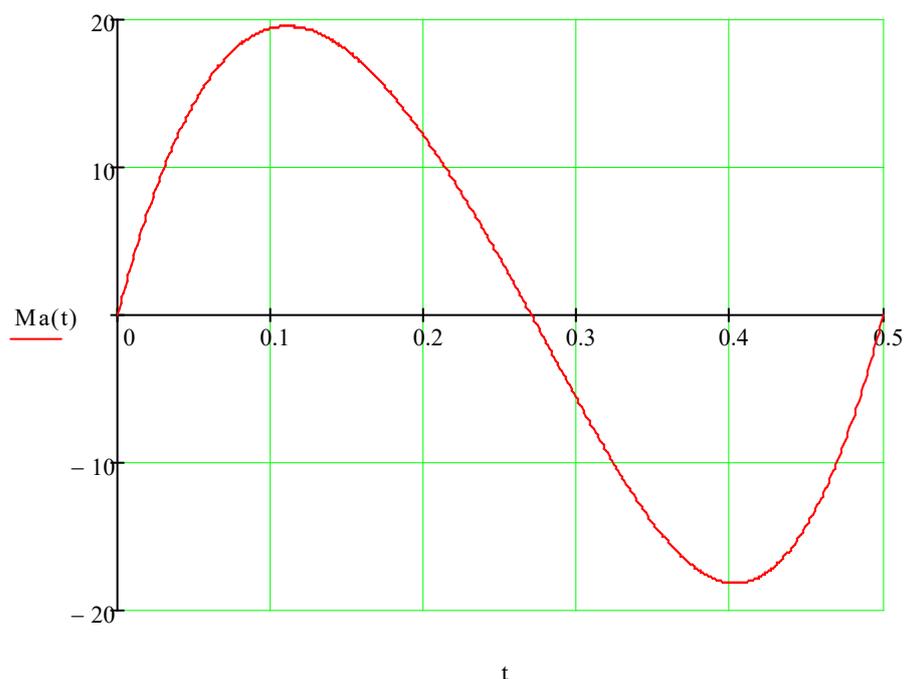


Рис. 4.4. График зависимости управляющего момента  $M$  от времени

Анализируя полученные результаты, важно отметить, что исследуемая биомехатронная система должна учитывать естественные движения в коленном суставе человека совместно с механотерапевтическим устройством. Движение каждого звена данной системы влияет на движение остальных звеньев. Указанное взаимовлияние происходит через механические устройства, общую нагрузку, через общий источник энергии, а также вследствие естественных и искусственных динамических связей между каналами в блоке управления. Формирование управления при этом биомехатронной системой (особенно на высоких скоростях, где влияние динамических факторов существенно) должно осуществляться с учетом перекрестных связей.

**3. Задание на выполнение самостоятельной работы:  
Применение уравнения Лагранжа II рода к определению сил и моментов, обеспечивающих программное движение манипулятора**

Реабилитационное устройство создано на базе плоского манипулятора представлено на рисунке в таблице 4.1 (см. приложение), состоящего из звеньев 1 и 2 и захвата  $D$ , приводится в движение приводами  $A$  и  $B$ . Захват  $D$  перемещается вдоль прямой  $ON$ . Со стороны привода  $A$  к звену 1 прикладывается либо управляющий момент  $M_A$ , либо управляющее усилие  $P_A$ . Привод  $B$  воздействует на звено 2 либо моментом  $M_B$ , либо управляющим усилием  $P_B$ .

Перемещение звеньев 1 и 2 манипулятора может быть ограничено препятствиями  $K$  и  $L$ , поэтому изменение угла поворота  $\varphi(t)$  этого звена возможно лишь в интервале  $[\varphi(0); \varphi(\tau)]$ , где  $\tau$  – время движения звена.

Технические условия работы манипулятора требуют, чтобы указанное звено сошло со связи  $K$  при  $t=0$  и «мягко» коснулось препятствия  $L$  при  $t=\tau$ , т.е. так чтобы были выполнены условия

$$\left. \frac{d}{dt} \varphi(t) \right|_{t=0, t=\tau} = 0; \quad \left. \frac{d^2}{dt^2} \varphi(t) \right|_{t=0, t=\tau} = 0.$$

Программные движения звена 1, удовлетворяющие требованиям «мягкого» касания, приняты в следующем виде:

$$\varphi(t) = \varphi(0) + [\varphi(\tau) - \varphi(0)] \left[ \frac{t}{\tau} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{\tau}\right) \right].$$

Значения  $\varphi(0)$  и  $\varphi(\tau)$  заданы в таблице 2 (см. приложение), а график  $\varphi = \varphi(t)$  показан на рис 5. Силами сопротивления движению пренебречь. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Движением захвата относительно звена 1 пренебречь.

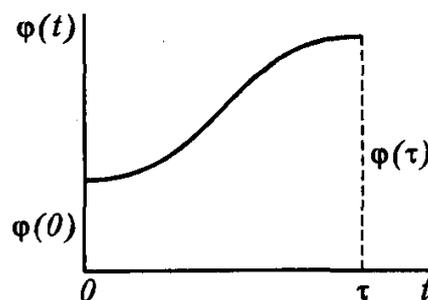


Рис. 4.5 График зависимости угла поворота от времени  $\varphi = \varphi(t)$

В задании приняты следующие обозначения:

$m_1$  - масса первого звена;

$m_2$  - масса второго звена;

$J_1$  - момент инерции звена 1 и переносимого объекта;

$J_2$  - момент инерции звена 2 и переносимого объекта.

Центр тяжести звена 1 находится в точке  $C$ .

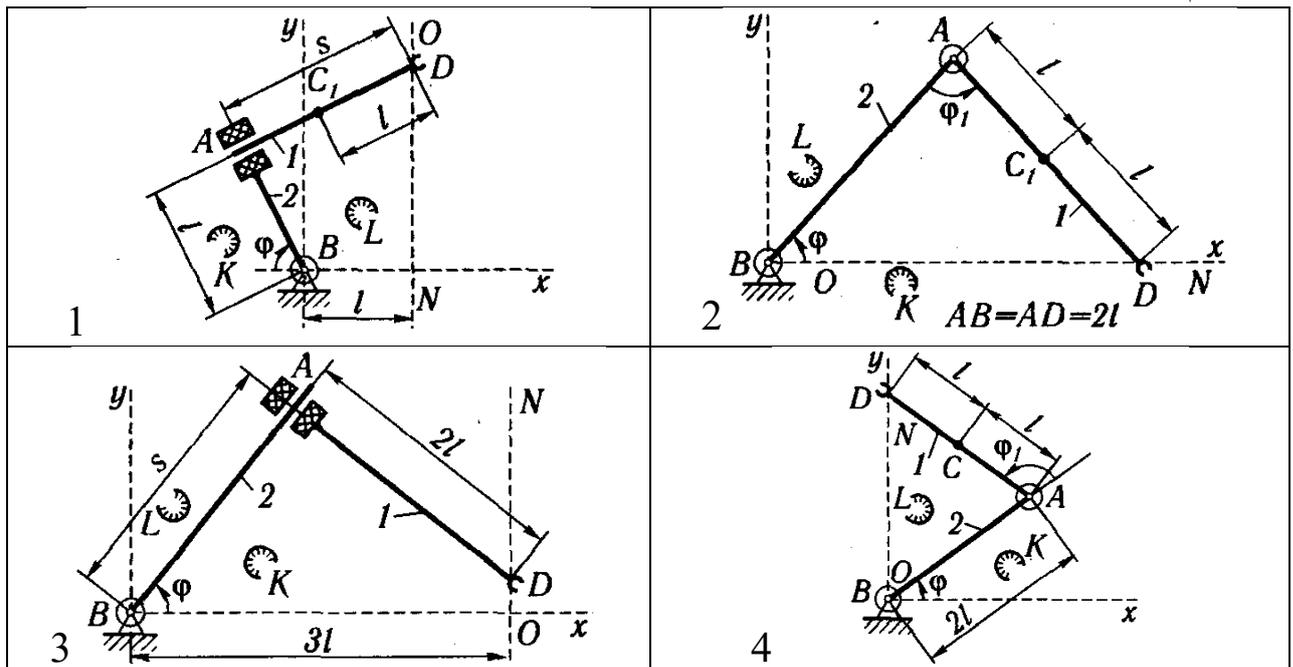
Требуется:

1. Вычислить значения управляющих сил и моментов в начале торможения звена 1. Считать, что торможение звена 1 начинается в тот момент, когда угловое ускорение звена обращается в ноль.
2. Построить графики зависимости управляющих моментов и сил от времени.

### Заключение

Анализ поведения исполнительного звена реабилитационной системы должен проходить через проведение численного эксперимента, который требует разработки уточненной математической модели биомехатронного устройства, с целью получения необходимых данных определяющих рабочую область движения исполнительного органа, а также форму траекторий, которую должна обеспечивать система реабилитации для реализации естественных движений нижних конечностей человека, что позволит оптимизировать ее параметры и синтезировать алгоритмы работы и законов управления движением исполнительных звеньев.

Таблица 4.1



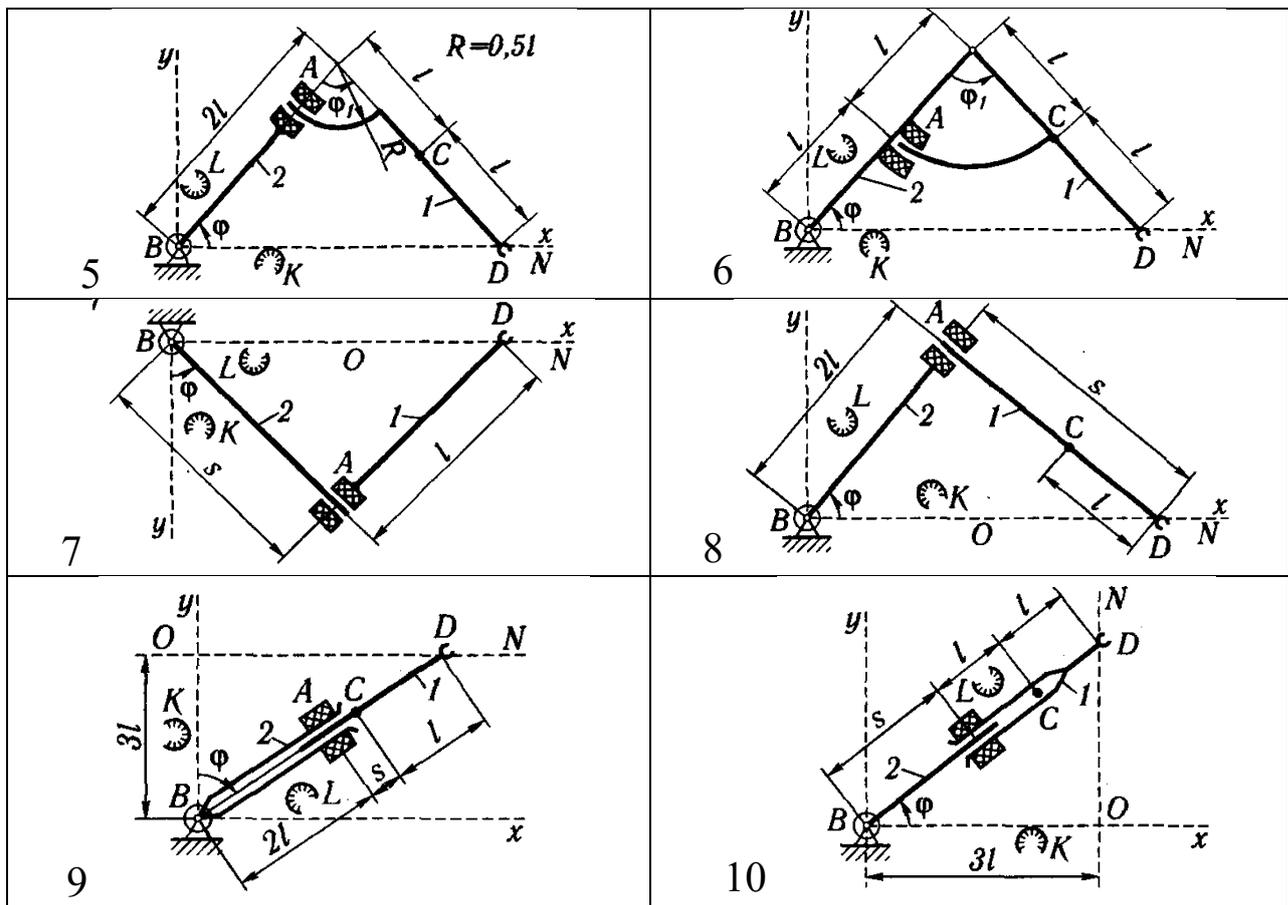


Таблица 4.2

Номер варианта	$m_1$	$J_1$	$J_2$	$l, \text{ м}$	$\tau, \text{ с}$	$\varphi(0)$	$\varphi(\tau)$
	кг	кг·м <sup>2</sup>				рад	
1	23	5	6	0,5	1	$\pi/3$	$2\pi/3$
2	14	10	20	0,3	0,25	0	$\pi/3$
3	24	20	20	0,5	2	$\pi/6$	$\pi/3$
4	13	9	21	0,4	0,3	$\pi/6$	$\pi/6$
5	25	12	14	0,5	0,5	0	$\pi/4$
6	30	12	21	0,3	0,3	0	$\pi/4$
7	23	12	22	0,3	1,8	$\pi/6$	$\pi/3$
8	27	16	18	0,4	0,8	$\pi/6$	$\pi/3$
9	28	12	21	0,2	1	0	$\pi/3$
10	25	12	15	0,3	0,9	0	$\pi/3$



Обеспечение минимальных размеров планетарно-цевочной передачи, удовлетворяющих критериям ее работоспособности, основывается на совместном учете имеющихся в ней силовых и размерных связей. Условие прочности пальцев механизма  $W$  по напряжениям изгиба:

$$\sigma_{\text{и}} = \frac{Q_{\text{max}} l_p}{0,1 d_{\text{п}}^3} \leq [\sigma_{\text{и}}], \quad (1)$$

где  $[\sigma]$ ,  $[\sigma_{\text{и}}]$  – действующее и допускаемое напряжения изгиба.

Максимальная сила, действующая на палец, определяется из рассмотрения силовых связей в механизме  $W$  [11]:

$$Q_{\text{max}} = \frac{8 k_Q k_d \Omega T}{d_W n_W n_c}, \quad (2)$$

где  $k_d$  – коэффициент динамической нагрузки;

$T$  – вращающий момент на выходном валу передачи;

$\Omega$  – коэффициент неравномерности распределения нагрузки между сателлитами;

$n_c$  – число сателлитов;

$n_W$  – число пальцев (отверстий в сателлите);

$k_Q$  – коэффициент влияния зазоров в механизме  $W$  на величину максимальной силы, действующей на палец. Из (1) и (2) следует

$$\sigma_{\text{и}} = \frac{80 k_Q k_d \Omega l_p T}{d_{\text{п}}^3 n_W n_c d_W} \leq [\sigma_{\text{и}}]. \quad (3)$$

Условие обеспечения заданного ресурса подшипников сателлитов:

$$C_{\text{тр}} \leq C_{\text{кат}}, \quad (4)$$

где  $C_{\text{тр}}$ ,  $C_{\text{кат}}$  – требуемая и фактическая динамические грузоподъемности.

Для радиальных подшипников

$$C_{\text{тр}} = R V K_E K_T K_B \left( \frac{L_{\text{на}}}{a_1 a_{23}} \right)^{\frac{1}{p}}, \quad (5)$$

где  $V$  – коэффициент вращения кольца;

$K_E$  – коэффициент эквивалентности, учитывающий переменность режима нагружения;

$K_T$  – температурный коэффициент;  
 $K_B$  – коэффициент безопасности;  
 $p$  – показатель степени при расчете долговечности;  
 $a_1, a_{23}$  – коэффициенты, корректирующие ресурс;  
 $L_{na}$  – скорректированный расчетный ресурс подшипников;  
 $R$  – сила, действующая на опору сателлита, ее определяют из рассмотрения силовых связей в передаче:

$$R = \frac{\Omega T k_R}{n_c z_1 a_w}, \quad (6)$$

где  $k_R$  – коэффициент опорной реакции [12].

$$k_R = \sqrt{1 + \left( \frac{r_{w1}}{\eta_w} \cdot k_{Qy} - \frac{k_y - f}{1 - f \cdot k_y} \right)^2},$$

$f$  – приведенный коэффициент трения.

Предварительно можно принимать  $r_1/r_w = 1$ ,  $k_y$  определять по формуле  $k_y = 0,154e^{1,48\lambda} - 0,1$ , а коэффициент  $k_{Qy}$  – по графикам (или формулам), представленным на рис. 2. С учетом (6) условие (5) имеет вид

$$\frac{k_R \Omega V K_E K_T K_B T}{n_c z_1 a_w} \left( \frac{L_{na}}{a_1 a_{23}} \right)^{\frac{1}{p}} \leq C_{кат}. \quad (7)$$

Чтобы получить проектные зависимости, используем связи между геометрическими размерами элементов передачи (см. рис. 2). Принимаем

$$d_w = 0,5(d_{f1} + D), \quad (8)$$

$$d_{f1} = d_2 - d_p - 2a_w, \quad (9)$$

где  $d_{f1}$  – диаметр впадин сателлита;  
 $d_p$  – диаметр цевки (ролика).

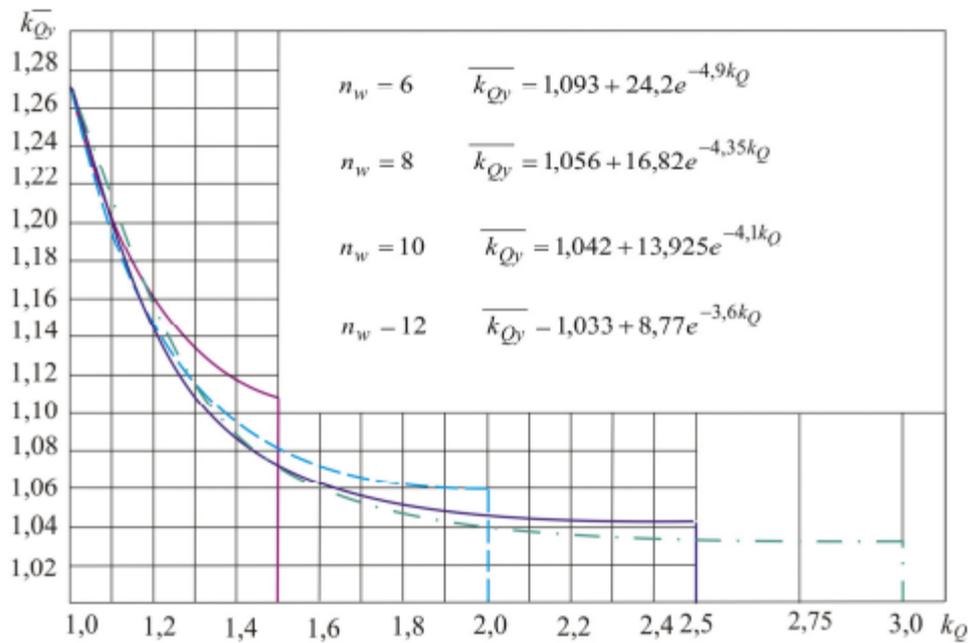


Рис. 5.2. График для определения коэффициента  $k_{Qy}$

Представим  $d_w$  в следующем виде:

$$d_w = 0,5(k_2 d_2 + D), \quad (10)$$

где  $k_2 = 1 - k_d - 2k_1$ ,  $k_d = d_n / d_2$ ,  $k_1 = a_w / d_2 = \lambda / 2z_2$ ,

$\lambda$  – коэффициент укорочения эпициклоиды;

$z_2$  – число зубьев цевочного колеса.

Диаметр пальцев выходного вала:

$$d_n = 0,5 \left[ d_2 - d_p - 6a_w - 4\delta - 2(S_{ст} + S_{об}) - D \right], \quad (11)$$

где  $\delta$  – толщина стенки втулки, одеваемой на палец;

$S_{ст}$ ,  $S_{об}$  – толщина ступицы и обода сателлита в месте расположения отверстий под палец, соответственно (см. рис. 1).

Предварительно можно принимать

$$S = S_{ст} = S_{об} = (31,5 + 4,1z_1) 10^{-2} \frac{d_2}{z_2}, \quad (12)$$

$$d_n = (0,36 \dots 0,38)(k_3 d_2 - D), \quad (13)$$

где  $k_3 = 1 - k_d - 6k_1 - (1,26 + 0,164z_1) / z_2$ ;

$z_1$  – число зубьев сателлита.

Диаметр  $D$  стандартного подшипника, входящий в формулы (11), (13), при известной динамической грузоподъемности может быть найден по формуле

$$D = k_n C_{кат}^\beta, \quad (14)$$

где  $k_n, \beta$  – параметры, определяемые подбором.

С учетом (10) и (13) условие прочности пальца (3) имеет вид

$$\frac{k_4 d_2 T \Omega}{n_W n_c (k_3 d_2 - D)^3 (k_2 d_2 + D)} \leq [\sigma_n], \quad (15)$$

где  $k_4 = (2920 \dots 3430) k_Q k_l k_v$  и  $k_l = l_p / d_2$ .

Диаметр подшипника, удовлетворяющего критерию работоспособности, с учетом (7), (14):

$$D \geq k_c \left( \frac{K_E T \Omega}{n_c z_1 k_1 d_2} \right)^\beta (L_{na})^{\beta/p}, \quad (16)$$

$$k_c = k_n (VK_T K_B k_R)^\beta \left( \frac{1}{a_1 a_{23}} \right)^{\beta/p}.$$

На несущую способность зацепления существенно влияет диаметр роликов  $d_p$ . В модель вводится условие, обеспечивающее минимальную величину контактных напряжений, максимальных по всем контактными парам. Из [13, 14] получаем

$$d_p = \frac{5,2 a_w z_2}{\lambda (z_2 + 1)} \sqrt{\frac{(1 - \lambda^2)(z_2 - 1)}{z_2 + 1}},$$

а коэффициент диаметра  $k_d = d_p / d_2$ , входящий в формулу (13), равен

$$k_d = \frac{2,6}{z_2 + 1} \sqrt{\frac{(1 - \lambda^2)(z_2 - 1)}{z_2 + 1}}. \quad (17)$$

Полученную систему уравнений и неравенств можно рассматривать как математическую модель передачи, удовлетворяющую указанным критериям работоспособности подшипников и механизма  $W$ . В зависимости от поставленной задачи она позволяет определить размеры передачи для заданной нагрузки или допустимую нагрузку при заданных размерах передачи. При проектировании передачи практически приходится решать обе задачи. Вначале определяют предварительные размеры передачи, затем выбирают их по рядам предпочтительных чисел или стандартам (например, наружный диаметр подшипников качения) и определяют допустимую нагрузку. При этом выбирают оптимальное сочетание параметров, обеспечивающее максимальную нагрузочную способность передачи. Для

определения главного размера передачи удастся построить итерационный процесс по уравнению

$$d_{2n+1} = \frac{\sqrt[3]{\frac{k_4 T \Omega}{n_c n_W [\sigma_H]}}}{k_3 \sqrt[3]{k_2 + k_c \left( \frac{K_E T \Omega}{n_c k_1 z_1} \right)^\beta \frac{L_{na}^p}{d_{2n}^{\beta-1}}} + \frac{k_c}{k_3} \left( \frac{K_E T \Omega}{n_c k_1 z_1} \right)^\beta \frac{L_{na}^p}{d_{2n}^\beta}, \quad (18)$$

где  $d_{2n}$ ,  $d_{2n+1}$  – значения диаметра окружности центров роликов (цевок)  $d_2$  на  $n$ -й и  $(n + 1)$ -й итерациях.

Начальное значение  $d_{20}$  можно принимать по соотношению

$$d_{20} = \left[ \frac{k_c}{k_3} \left( \frac{T \Omega}{n_c k_1 z_1} \right)^\beta L_{na}^{\beta/p} \right]^{\frac{1}{\beta+1}}.$$

В результате расчета по изложенному алгоритму определяются основные размеры передачи, представленные на рис. 1, силы и напряжения, действующие в зацеплениях при заданной точности изготовления (рис. 3) и строится 2D-модель передачи (рис. 4), являющаяся основой дальнейшего проектирования.

Для примера показано распределение сил и напряжений в передаче со следующими основными параметрами: вращающий момент на выходе  $T=4240\text{Н}\cdot\text{м}$ , режим работы постоянный, ресурс передачи  $10000\text{ч}$ , передаточное отношение  $u=31$ , число сателлитов  $n_c=2$ , число пальцев механизма  $W$   $n_W=12$ , коэффициент укорочения эпициклоиды  $\lambda=0,75$ . Напряжение изгиба пальцев в проверочном меньше допустимого на  $\approx 7\%$ , а расчетный ресурс в передаче без зазоров в зацеплении на  $\approx 3\%$  меньше предварительно заданного, что в данном случае связано с выбором подшипника с диаметром чуть меньше расчетного (на  $0,8\%$ ). Расчетное максимальное контактное напряжение в точно изготовленном зацеплении составляет  $\approx 690\text{МПа}$ , что существенно (на  $\approx 30\%$ ) меньше минимального допустимого для стали с химико-термическим упрочнением ( $\approx 1000\text{МПа}$ ). Максимальные силы и максимальные напряжения действуют в разных контактных парах.

Из вышеизложенного следуют важные выводы:

1. Полученные результаты подтверждают обоснованность заложенных в методику принципов расчета.

2. Методика расчета, основанная на расчете контактных напряжений в контактной паре с максимальной действующей силой

[5], приводит к погрешностям, максимальные силы и максимальные напряжения действуют в разных контактных парах.

3. Проектировочные расчеты по приближенной модели дают результаты, хорошо соответствующие результатам проверки. Заложенные в модель возможности корректировки параметров модели позволяют обеспечить необходимую точность расчета.

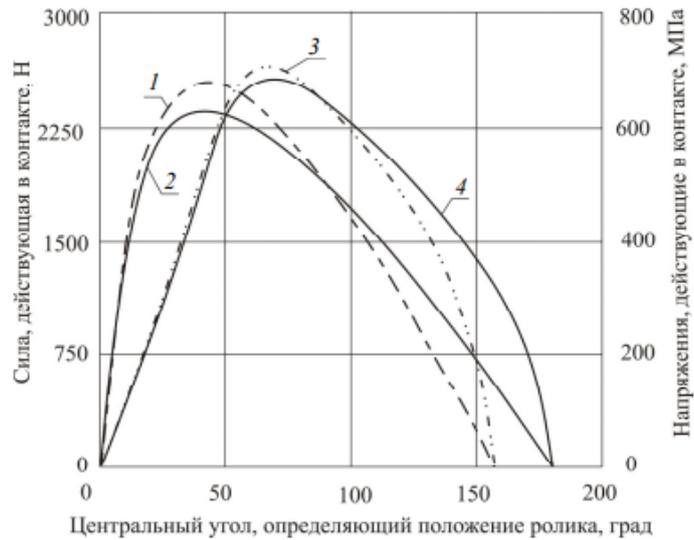


Рис. 5.3. Силы и напряжения в контакте: 1, 2 – силы, 3, 4 – напряжения в передаче без зазора (сплошные линии) и с зазором (штриховые линии)

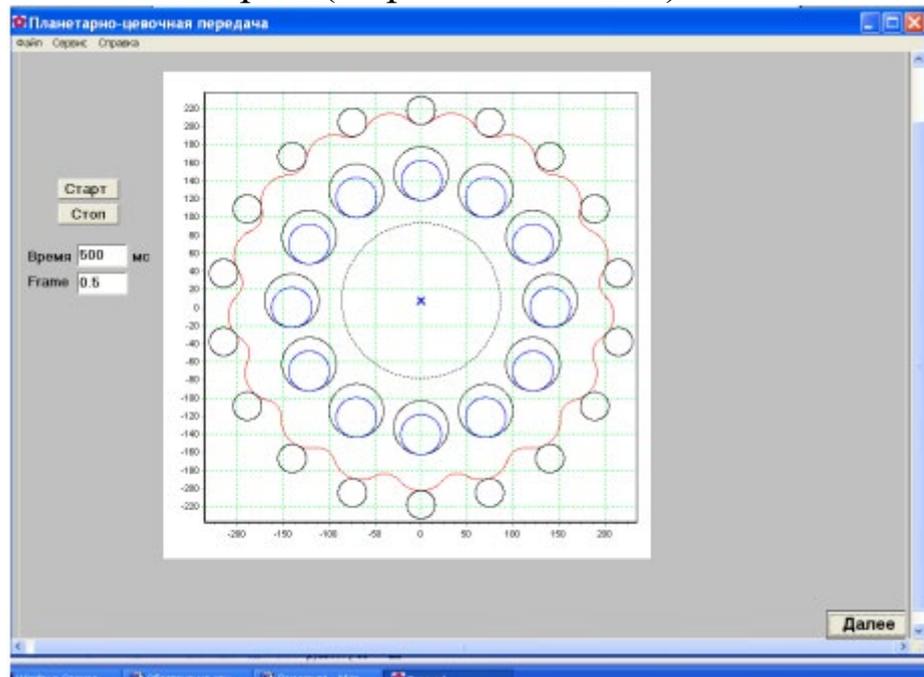


Рис. 4. 2D-модель передачи

На основе выполненных расчетов и 2D-модели разрабатывается трехмерная модель планетарно-цевочного редуктора (рис. 5). В приложении «SolidWorks: Анализ движения» исследуется кинематика редуктора. Определяются величины скоростей, ускорений его элементов, реакций в опорах валов и коэффициент полезного действия передачи.

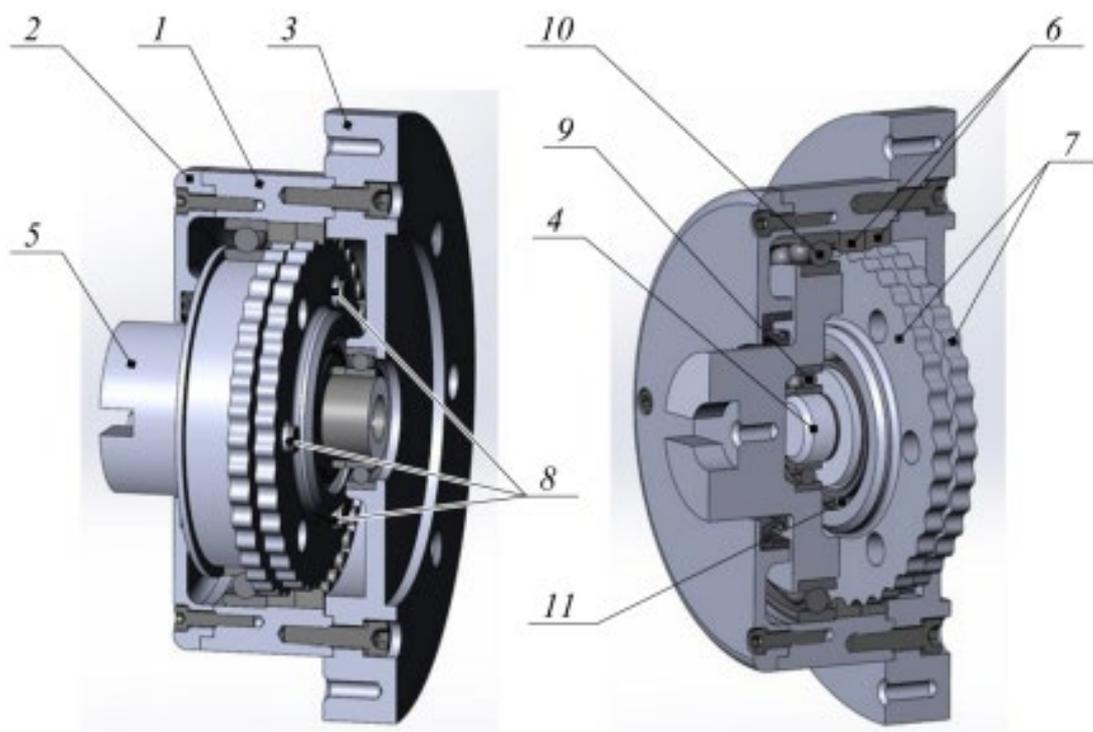


Рис. 5. Трехмерная модель редуктора: 1 – корпус; 2, 3 – крышки; 4 – входной вал; 5 – выходной вал; 6 – цевки; 7 – сателлиты; 8 – механизм параллельных кривошипов; 9, 10, 11 – подшипники

При использовании 3D-модели в приложении SolidWorks Simulation рассчитывают напряжения, возникающие в зацеплении и сателлите. Эти расчеты позволяют выполнять локальную оптимизацию геометрии сателлита. При моделировании редукторов и их элементов используется стандартный набор инструментов программного обеспечения [15]. Разработка трехмерной модели сателлита в программном обеспечении SolidWorks предусматривает использование макропрограммирования, позволяющего автоматически строить циклоидальный профиль с использованием зависимостей (19) и (20) [16]:

– уравнения эпициклоиды:

$$\begin{aligned}
 x_{\Sigma}(\tau) &= \frac{a_w z_2}{\lambda} \cos \tau - a_w \cos(z_2 \tau), \\
 y_{\Sigma}(\tau) &= \frac{a_w z_2}{\lambda} \sin \tau - a_w \sin(z_2 \tau);
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

– уравнения профиля сателлита:

$$\begin{aligned}
 x(\tau) &= x_{\Sigma}(\tau) - r_p \cos[z_2 \tau - \phi(\tau)], \\
 y(\tau) &= y_{\Sigma}(\tau) - r_p \sin[z_2 \tau - \phi(\tau)],
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

где  $\tau$  – независимый параметр,  $\tau = 0 \dots 2\pi$  ;

$\phi(\tau)$  – угол, характеризующий относительное положение цевки и рабочего профиля сателлита.

Результатом работы макропрограммы является эскиз с точным контуром рабочих профилей зубьев циклоидального профиля с необходимыми для конструктора параметрами. Этот эскиз является основой для дальнейшего построения 3D-модели сателлита, которая может использоваться для разработки управляющей программы обработки циклоидального профиля с применением САМ-систем.

## 2. Разработка технологии и управляющих программ обработки зубьев сателлитов

Существуют различные технологии изготовления сателлитов циклоидального профиля: фрезерование дисковыми, червячными и цилиндрическими фрезами, шлифование, электроэрозионная обработка. Электроэрозионная обработка обеспечивает более высокую точность, а фрезерование – более высокую производительность [17].

Основными методами нарезания зубьев сателлитов являются:

1. Метод копирования с единичным делением, который осуществляется при перекрещивающихся осях профильного дискового инструмента и заготовки.

Ширина дискового инструмента соответствует одному угловому шагу профиля нарезаемого сателлита.

Достигаемая точность обработки не превышает 20 мкм [18].

2. Метод обката с фрезерованием червячными фрезами. Подробные исследования геометрии внеполюсного зацепления в

связи с возможностью образования зубьев зубофрезерованием были выполнены в работе [19] и др. Следует отметить, что профиль поверхности фрезы зависит от параметров зацепления, и это определяет его сложность.

3. Метод контурной обработки. В первоначальном виде использовалась концевая цилиндрическая фреза и приспособление, воспроизводящее планетарное движение заготовки относительно фрезы; способ не обеспечивал высокой точности и отличался сложностью и низкой производительностью. Развитие современной технологической базы производства, применение для производства цевочных передач станков с ЧПУ сегодня позволяет выполнить требования к точности изготовления основных деталей передач и с помощью программных средств обеспечить изготовление передач широкой номенклатуры. Здесь применяют два варианта [18]:

1) центр инструментальной системы перемещается по эпициклоиде в системе координат зубчатого колеса. Точность обработки по профилю  $\pm 5$  мкм;

2) инструмент, соответствующий по форме и размеру цевке, неподвижно связан с центроидой цевочного колеса, обкатывающейся по неподвижной центроиде сателлита. Точность обработки по профилю  $\pm 2,5$  мкм [18].

В настоящее время широкое распространение для изготовления циклоидального профиля получили многокоординатные станки с ЧПУ и соответствующее электроэрозионное оборудование. Управляющие программы для механической обработки циклоидального профиля на станках с ЧПУ в основном разрабатывают с помощью САМ-систем. При этом программу создают на основе готовой 3D-модели с использованием только линейной или круговой интерполяции. В связи с этим она включает в себя большое количество кадров, что требует значительных затрат времени, вносит погрешность в точность обработки и снижает качество обрабатываемых поверхностей. При этом полученную программу можно проверить только механической обработкой. Предлагается для обработки циклоидального профиля на станках с ЧПУ применять параметрическое программирование, которое представляет собой математическое описание профилей на понятном для ЧПУ языке. Большинство станочных систем с ЧПУ имеют в своем обеспечении специальный язык для параметрического программирования, в

системе ЧПУ Fanuc это язык Macro В. Параметрическое программирование позволяет получать траекторию обработки полностью соответствующую контуру циклоидального профиля, исключая какие-либо погрешности на данном этапе.

На рис. 6 показано, как режущий инструмент формирует профиль сателлита, перемещаясь по рассчитанной системой ЧПУ станка траектории.

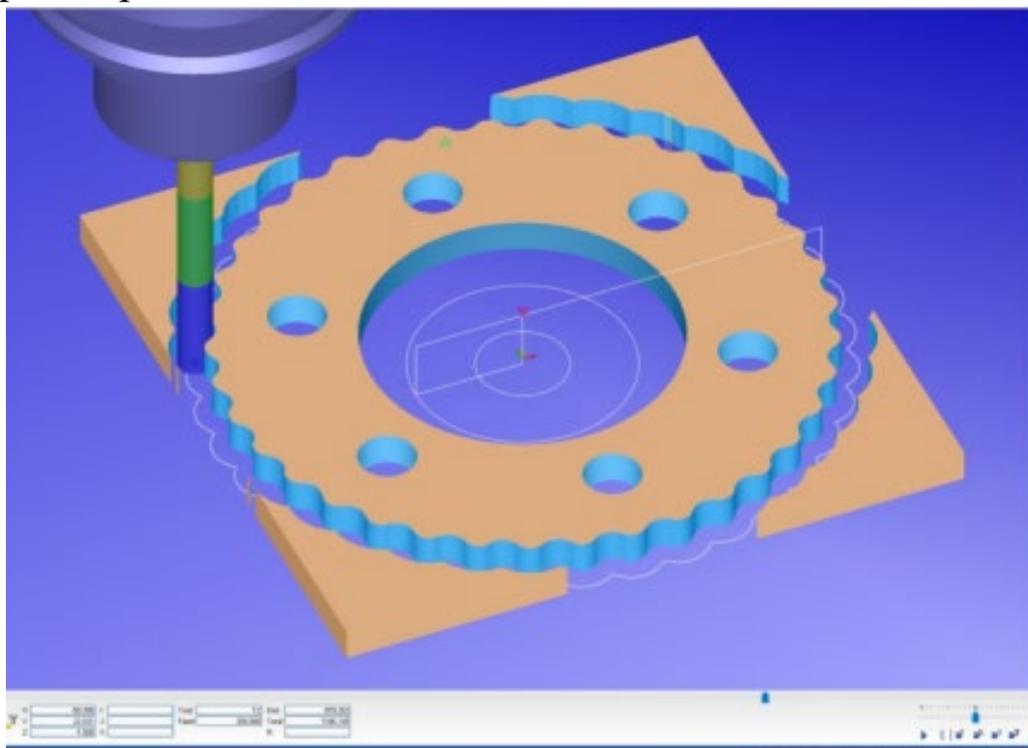


Рис. 5.6. Формирование циклоидального профиля концевой фрезой

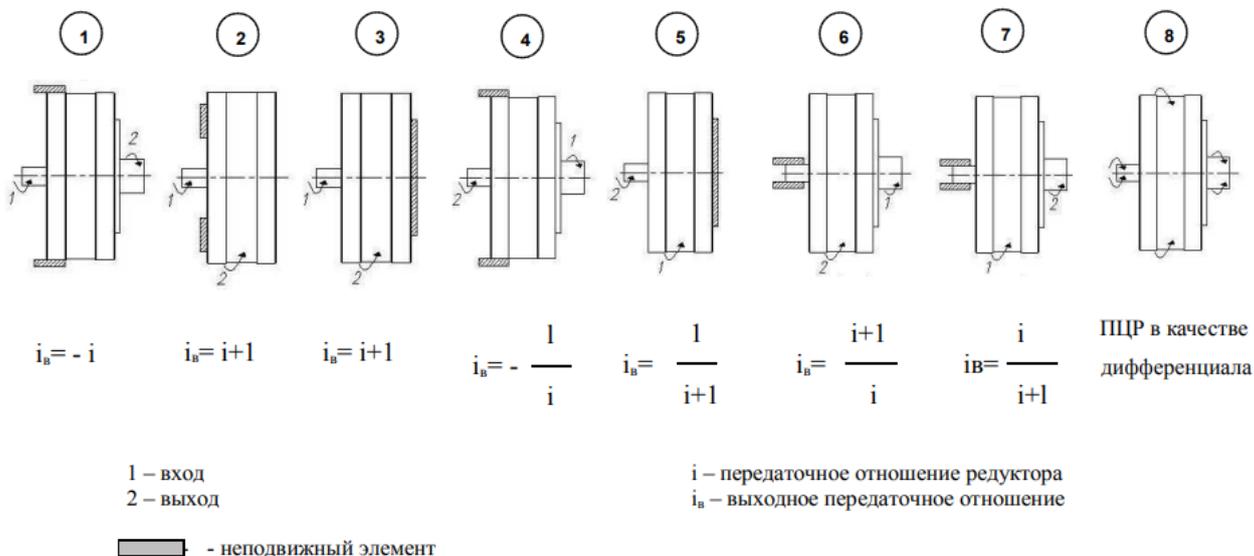
Программа для обработки циклоидального профиля на языке Macro В является универсальной. Изменяя в ней входные параметры укороченной эпициклоиды, можно получить готовую управляющую программу для обработки циклоидального профиля любыми геометрическими параметрами. Программа прошла проверку в эмуляторе системы ЧПУ Mach3, а также в системе редактирования и отладки управляющих программ SIMCO Edit 8. Описанный подход к параметрическому программированию обработки циклоидального профиля, по сравнению с использованием САМ-систем, обеспечивает снижение затрат времени и средств на разработку управляющей программы, а также повышает точность обработки за счет применения аналитических

зависимостей и отсутствия дополнительных программных обеспечений.

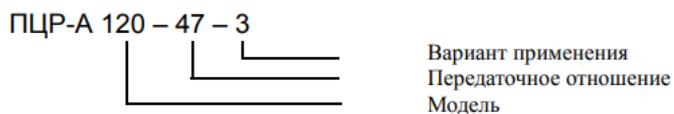
### **Заключение**

Предлагаемая единая технологии включающая расчет, компьютерное моделирование и разработку управляющих программ обработки наиболее сложных деталей позволяет обеспечивать высокое качество планетарноцевочных передач. Полученные результаты подтверждают обоснованность заложенных в методику принципов расчета и обеспечивают необходимую точность расчета. Предложено управляющую программу для обработки профиля сателлита на станках с ЧПУ разрабатывать с использованием параметрического программирования, что повышает точность передачи и значительно снижает затраты времени.

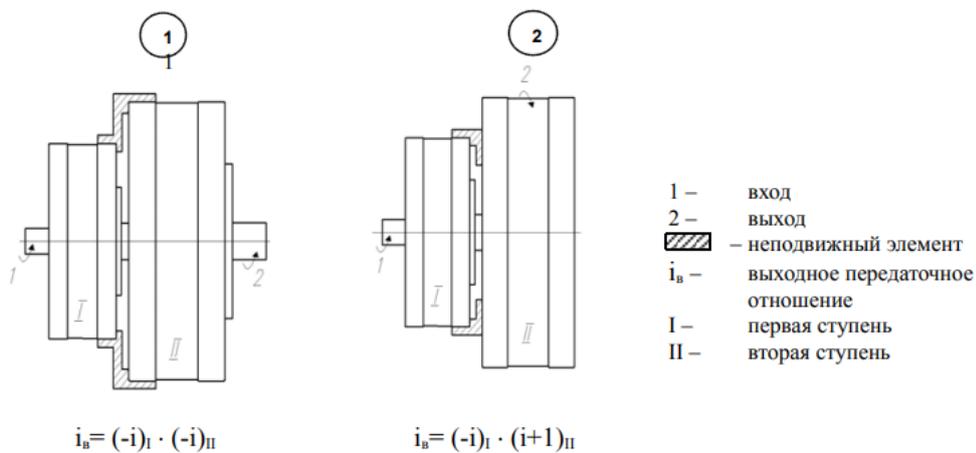
## 5. ВАРИАНТЫ ПРИМЕНЕНИЯ ПЦР-А



### Обозначение редукторов ПЦР-А

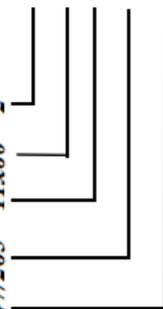


### Двухступенчатый редуктор ПЦР-А



### Обозначение двухступенчатых редукторов ПЦР

ПЦР-А 47/265 – 11х60 – 2



Вариант применения

Передаточное отношение II ступени

Передаточное отношение I ступени

Модель II ступени

Модель I ступени

### Радиальные и осевые нагрузки на выходной фланец

Допускаемые радиальные консольные нагрузки  $F_r$ , приложенные к выходному фланцу не должны превышать величин, указанных в таблице.

Допустимая осевая нагрузка  $F_a$ , приложенная, к выходному фланцу рассчитывается по формуле:

$$F_a = 0,2 \cdot F_r$$

i	F <sub>r</sub> (Н)														
	Модель редуктора ПЦР-А														
	ПЦР-А 47	ПЦР-А 60	ПЦР-А 85	ПЦР-А 120	ПЦР-А 160	ПЦР-А 210	ПЦР-А 265	ПЦР-А 320	ПЦР-А 400						
11	20	30	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
17	30	40	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
23	30	40	110	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
29	40	40	120	330	550	1000	1800	2200	-	-	-	-	-	-	-
35	40	50	130	350	590	1000	1900	2400	4300	-	-	-	-	-	-
41	40	50	140	370	620	1100	2000	2500	4500	-	-	-	-	-	-
47	40	50	140	380	650	1100	2100	2600	4700	-	-	-	-	-	-
59	510	60	150	410	700	1200	2300	2900	5100	-	-	-	-	-	-
71	540	60	160	440	740	1300	2400	3000	5400	-	-	-	-	-	-
83	-	-	170	460	780	1400	2600	3200	5700	-	-	-	-	-	-
95	-	-	180	490	820	1500	2700	3400	6000	-	-	-	-	-	-
107	-	-	-	510	850	1500	2800	3500	6200	-	-	-	-	-	-
119	-	-	-	520	880	1600	2900	3600	6400	-	-	-	-	-	-
143	-	-	-	560	940	1700	3100	3800	6800	-	-	-	-	-	-
167	-	-	-	-	990	1800	3200	4100	7200	-	-	-	-	-	-
191	-	-	-	-	1000	1900	3400	4200	7500	-	-	-	-	-	-

В таблице указаны радиальные нагрузки, приложенные к выходному фланцу на расстоянии 0,5 x L от торца выходного фланца.

