Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Хохлов Николай Александрович
Должность: Заведующий кафедрой
Дата подписания: 26.10.2026 15:21:30
Уникальный программный ключ:
49bfda6abbc97fd66d5283c52c348f039aa80a08

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:
И.о.зав.кафедрой
высшей математики
(наименование кафедры полностью)
_____ О.А.Бредихина
(подпись)

«_02_»__07_____2026г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине

Высшая математика
(наименование дисциплины)

ОПОП ВО 28.03.01 Нанотехнология и микросистемная техника
шифр и наименование направления подготовки (специальности)

направленность (профиль) «Микро- и наносистемы»
наименование направленности (профиля, специализации)

форма обучения очная
(очная, очно-заочная, заочная)

Курск – 2026

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

Раздел (тема) 1 «Элементы линейной алгебры»

Вариант 1 (Т 1)

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & -4 & 0 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$; $C = 3 \cdot A + B \cdot A$. Элемент c_{23} матрицы C равен___.

1) –16 2) 1 3) 18 4) –7 5) 20

2. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 5 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{vmatrix}$ равен ____.

3. Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} 1 & x & 3 \\ 1 & 2 & -3 \\ 7 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0$.

4. Найти *x*, если $A = \begin{pmatrix} x & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 12 & -52 \\ 13 & -1 \end{pmatrix}$, $3A^2 - 2A + 3E = B$, где E – единичная матрица.

5. На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: P_1, P_2, P_3, P_4, при этом используют сырьё трёх типов: S_1, S_2 и S_3. Нормам расхода сырья соответствует матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$, где каждый элемент a_{ij} $(i = 1,2,3,4;\ j == 1,2,3)$ показывает, сколько единиц сырья j-го типа расходуется на производство единицы продукции i-го вида. План выпуска продукции представлен матрицей $C = (150 \quad 120 \quad 90 \quad 100)$, а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 70 \\ 60 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

6. Установить соответствие.

Установите соответствие между матрицей и ее размерностью.

1) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix}$	а) $[2 \times 3]$ б) $[3 \times 3]$ в) $[3 \times 2]$ г) $[2 \times 2]$

7.. После приведения системы уравнений $\begin{cases} 5x + y - z = 3 \\ 10x + 7y + 4z = 7 \\ -5x + 4y + 2z = -7 \end{cases}$ к виду $\begin{cases} 5x + y - z = 3 \\ y + mz = n \\ y + pz = q \end{cases}$ произведение n·q равно

1) –5/2 2) –40/15 3) 0 4) –4/25 5) –4/3

8. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 4$ 2) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4$ 3) $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 6$
4) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 5$ 5) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 6$

9. Найти собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $X_1 = \begin{pmatrix} 3C \\ 2C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -C \end{pmatrix}$ 2) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -2C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}$ 3) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -3C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ C \end{pmatrix}$
4) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -5C \end{pmatrix}$ 5) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ 2C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -3C \end{pmatrix}$

10.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{3}x + 2y = 11, \\ 4x - \sqrt{3}y = 0 \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3. Замечание: вычисления производить в следующей последовательности 1) $\det A$ 2) $\det A_x$ 3) x 4) $\det A_y$ 5) y	1) $-11\sqrt{3}$ 2) 4 3) −44 4) $\sqrt{3}$ 5) −11	

Вариант 2 (Т 1)

1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 5 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$; $C = B \cdot A - 3 \cdot B$. Элемент c_{21} матрицы C равен____.

1) 2 2) 3 3) –10 4) –4 5) –9

2. Определитель $\begin{vmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & -2 & -2 \end{vmatrix}$ равен_____.

3. Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} 5 & -2 & -8 \\ 1 & -2x & 6 \\ -2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$.

4. Найти x, если $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & 15 \\ 0 & 23 \end{pmatrix}$, $3A^2 - 4E = B$, где E − единичная матрица.

5. На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: P_1, P_2, P_3, P_4, при этом используют сырьё трёх типов: S_1, S_2 и S_3. Нормам расхода сырья соответствует матрица $A =$

$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 4 & 7 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 5 \end{pmatrix}$, где каждый элемент a_{ij} $(i = 1,2,3,4; j = 1,2,3)$ показывает, сколько единиц сырья j-го типа расходуется на производство единицы продукции i-го вида. План выпуска продукции представлен матрицей $C = (130 \quad 90 \quad 120 \quad 100)$, а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 50 \\ 60 \\ 40 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

6. Установить соответствие.

1) $\begin{cases} 4x + 6y = -1, \\ 12x + 18y = -3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 12x - 7y = 5, \\ -48x + 28y = -15 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x - 5y = 6, \\ x + 2y = 25 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x - 5y = 0, \\ 6x - 15y = 0 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение б) система имеет бесконечное множество решений в) система несовместна г) система имеет только тривиальное решение д) система имеет два решения

7. После приведения системы уравнений $\begin{cases} -x + y + z = 2 \\ x + 3y - z = 1 \\ 2x + y + 3\mathrm{z} = 5 \end{cases}$ к виду $\begin{cases} -x + y + z = 2 \\ y + \mathrm{mz} = n \\ y + pz = q \end{cases}$ произведение n·q равно

1) 1/4 2) 5 3) 27 4) 9/4 5) –3/4

8. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.

1) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 5$ 2) $\lambda_1 = 4, \lambda_2 = 10$ 3) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 9$
4) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4$ 5) $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 8$

9. Найти собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.

1) $X_1 = \begin{pmatrix} 2C \\ C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}$ 2) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -3C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -C \end{pmatrix}$ 3) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ 3C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ C \end{pmatrix}$
4) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -5C \end{pmatrix}$ 5) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -5C \end{pmatrix}$

10.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{5}x + 2y = 1, \\ 6x - 3\sqrt{5}y = 12\sqrt{5} \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3. Замечание: вычисления производить в следующей последовательности 1) $\det A$ 2) $\det A_x$ 3) x 4) $\det A_y$ 5) y	1) $\sqrt{5}$ 2) $-27\sqrt{5}$ 3) –2 4) –27 5) 54	

Раздел (тема) 2 «Векторная алгебра и аналитическая геометрия. Комплексные числа»

Вариант 1 (Т 2)

1. Найти $|\vec{c}|^2$, если $\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{a}(-1; 0; 5)$, $\vec{b}(2; -1; 1)$.

2. Найти сумму $m + n$, если вектор $\vec{b}(12; -2)$ можно разложить по векторам $\vec{a}(-4; -1)$ и $\vec{c}(1; -1)$, записав в виде $\vec{b} = m\vec{c} + n\vec{a}$

3. Даны векторы $\vec{a}(2m; 3; -1)$ и $\vec{b}(2; -3m; 5)$. Найти m, если известно, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ ортогональны.

4. Установить соответствие.

1) нахождение скалярного произведения векторов 2) нахождение векторного произведения векторов 3) нахождение смешанного произведения векторов 4) нахождение длины вектора	а) $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ б) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$ в) $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$ г) $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert}$ д) $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$

5.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении площади треугольника ABC, если $A(2; -1; 2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(3; 2; 1)$.	1) вычислить $\lvert\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\rvert$ 2) найти определитель $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$ 3) вычислить $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ 4) разделить модуль векторного произведения на два	

6. Найти объём треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(3; 4; 5)$, $B(1; 2; 1)$, $C(-2; -3; 6)$, $D(3; -6; -3)$.

7. Записать общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(6; 4)$, $B(-3; -8)$.

1) $\frac{x-6}{3} = \frac{y-4}{4}$ 2) $4x - 3y - 12 = 0$ 3) $y = \frac{4}{3}x - 4$

4) $\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} = 1$ 5) $\begin{cases} x = 3t + 6, \\ y = 4t + 4 \end{cases}$

8. Найти расстояние от точки $M(2; 5)$ до прямой $4x - 3y + 8 = 0$.

9. Записать общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M(6; 0; -5)$ параллельно векторам $\vec{p}(2; 1; -2)$ и $\vec{q}(1; 0; 3)$.

1) $3x - 8y - z - 23 = 0$ 2) $x + 4y - 3z - 14 = 0$ 3) $3x - 8y - z - 14 = 0$

4) $x + 4y - 3z - 23 = 0$ 5) $3x + 8y - z - 20 = 0$

10. Найти значение m, если уравнение прямой, проходящей через точки $M(1; 2; 3)$ и $N(-1; 0; 8)$, в параметрическом виде можно записать как систему $\begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 2 + mt, \\ z = 3 + 5t. \end{cases}$

Вариант 2 (Т 2)

1. Найти длину вектора $\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a}(-1; 0; 5)$, $\vec{b}(2; -1; 1)$

1) $\sqrt{222}$ 2) $\sqrt{1404}$ 3) $\sqrt{468}$ 4) 10 5) 15

2. Если $A(1; 3; 2)$ и $B(5; 8; -1)$ B(5;8;-1), то вектор $\overrightarrow{AB}$ AB равен

1) $-3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} + 12\vec{k}$ 2) $3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} - 12\vec{k}$ 3) $-3\vec{\imath} - 4\vec{\jmath} + 12\vec{k}$ 4) $3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} + 12\vec{k}$

3. Даны векторы $\vec{a}(4; 3; -2m)$ и $\vec{b}(8; 3n; 10)$. Найти $m + n$, если известно, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны.

4. Установить соответствие.

ВЕКТОРЫ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) коллинеарны	а) $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$
2) перпендикулярны	б) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
3) образуют острый угол	в) $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$
4) образуют тупой угол	г) $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$
	д) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$

5.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении объёма треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(3; 4; 5)$, $B(1; 2; 1)$, $C(-2; -3; 6)$, $D(3; -6; -3)$. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3. Замечание: вычисления производить в следующей последовательности 1) $\overrightarrow{AB}$ 2) $\overrightarrow{AC}$ 3) $\overrightarrow{AD}$ 4) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$ 5) объём пирамиды	1) $(-5; -7; 1)$ 2) $(-2; -2; -4)$ 3) 42 4) −252 5) $(0; -10; -8)$	

6. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(2; -1; 2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(3; 2; 1)$. В ответе запишите $S^2_{\Delta ABC}$.

7. Записать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $A(6; 4)$, $B(-3; -8)$.

1) $\frac{x-6}{3} = \frac{y-4}{4}$ 2) $4x - 3y - 12 = 0$ 3) $y = \frac{4}{3}x - 4$

4) $\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} = 1$ 5) $\begin{cases} x = 3t + 6, \\ y = 4t + 4 \end{cases}$

8. Найти расстояние от точки $M(1; 2)$ до прямой $6x - 8y - 5 = 0$.

9. Найти угол между прямыми p_1 и p_2 в пространстве, если $p_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{1}$, $p_2 : \frac{x-4}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}$.

10. Найти значение m, если уравнение прямой, проходящей через точки $M(1; 2; 3)$ и $N(-1; 0; 8)$, в параметрическом виде можно записать как систему $\begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 2 - 2t, \\ z = m + 5t. \end{cases}$

Вариант 1 (Т 3)

1. Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = 2 + i$.

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\overline{z_1}^2$ 4) $z_1 + z_2$	а) $16 - 30i$ б) $7 - 2i$ в) $1{,}4 - 2{,}2i$ г) $13 - i$ д) $16 + 30i$

2. Сумма действительных решений уравнения $(-2 + 5i)x + 2i = (1 - 2i)y + 3ix - 3$ равна

1) 9 2) −4 3) −9 4) 4 5) 5

3. Верно ли, что действительная часть $(2 + 3i)(1 - i) - \frac{i^{15}}{1+i}$ равна 5?

1) да, верно 2) нет, не верно

4. Найти мнимую часть решения уравнения $(-1 - i)\,z = 3 + i$.

5. Найти модуль комплексного числа $z = 1 + i$.

6. Найти аргумент комплексного числа $z = 1 + i$.

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую	1) подстановка ρ и φ в формулу 2) нахождения главного значения аргумента 3) вычисление модуля комплексного числа 4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$ 5) определение значений действительной и мнимой частей	

8. Тригонометрическая форма комплексного числа $z = 6 - 6i$ имеет вид

1) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ 2) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

3) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ 4) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)$

5) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} - i\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

9. Вычислить z^{10}, если $z = \sqrt{3} - i$.

1) $2^9\left(\sqrt{3} - i\right)$ 2) $2^9\left(\sqrt{3} + i\right)$ 3) $2^9\left(-\sqrt{3} - i\right)$ 4) $2^9\left(-\sqrt{3} + i\right)$

10. Вычислить $\sqrt{-7 - 24i}$

1) $\{-3 + 4i;\ 3 - 4i\}$ 2) $\{3 + 4i;\ 3 - 4i\}$ 3) $\{-3 + 4i;\ 3 + 4i\}$ 4) $\{3 + 4i;\ 3 + 4i\}$

Вариант 2 (Т 3)

1. Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 2 + 4i$ и $z_2 = 1 - 3i$.

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\overline{z}_1^{\,2}$ 4) $z_1 + z_2$	а) $3+i$ б) $i - 1$ в) $-12 + 16i$ г) $-12 - 16i$ д) $14 - 2i$

2. Количество действительных корней многочлена $P(x) = 3x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 2$ равно

1) 2 2) 3 3) 0 4) 4 5) 1

3. Верно ли, что мнимая часть $(2 + 3i)(1 - i) - \frac{i^{15}}{1+i}$ равна 2?

1) да, верно 2) нет, не верно

4. Найти мнимую часть решения уравнения $(-1 + i)\, z = 2 - i$.

5. Найти модуль комплексного числа $z = -1 - i$.

6. Найти аргумент комплексного числа $z = -1 - i$.

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при возведении комплексного числа в натуральную степень (без использования формул сокращённого умножения)	1) подстановка ρ и φ в формулу Муавра 2) нахождения главного значения аргумента 3) вычисление модуля комплексного числа 4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$ 5) определение значений действительной и мнимой частей	

8. Тригонометрическая форма комплексного числа $z = 2 - 2i$ имеет вид

1) $2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ 2) $2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

3) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{3\pi}{4}\right)$ 4) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{\pi}{4}\right)$

5) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} - i \cdot \sin\frac{3\pi}{4}\right)$

9. Вычислить z^8, если $z = \sqrt{3} - i$.

1) $2^7\left(1 - \sqrt{3}i\right)$ 2) $2^7\left(1 + \sqrt{3}i\right)$ 3) $2^7\left(-1 - \sqrt{3}i\right)$ 4) $2^7\left(-1 + \sqrt{3}i\right)$

10. Вычислить $\sqrt{i}$

1) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i;\ -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 2) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i;\ \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$

3) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i;\ \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 4) $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i;\ -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$

Раздел (тема) 3 «Введение в математический анализ»

Вариант 1 (Т 4)

1. Даны два множества $A=\{a,b,c,d,e,f\}$ и $B=\{b,d,e,m,n,p\}$. Найти $A\cap B$.

1) $\{a,b,c,d,e,f,m,n,p\}$ 2) $\{a,b,b,c,d,d,e,e,f,m,n,p\}$ 3) $\{b,d\}$

4) $\{a,c,f\}$ 5) $\{b,d,e\}$

2. Найти $A\cap(B\cup C)$, если $A=(-3;11]$, $B=[-2;5]$, $C=(4;9)$

1) $(4;5]$ 2) $[-2;9]$ 3) $(-3;9]$ 4) $(-3;4)\cup[5;11]$

2. Даны числовые промежутки $A=[3;5)$ и $B=[0;3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

1) $A\cap B$	а) $[0;5)$
2) $A\cup B$	б) $\emptyset$
3) $A\setminus B$	в) $(3;5)$
4) $B\setminus A$	г) $[3;5)$
	д) $\{3\}$

4. Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если _____ существует _____ такой, что если _____ , то выполняется условие _____

I. $|x_n|<\varepsilon$

II. $n>N(\varepsilon)$

III. для любого числа $\varepsilon>0$

IV. номер $N(\varepsilon)>0$

5. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim\limits_{x\to1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$
2) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$
3) $\lim\limits_{x\to3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$	в) неопределённость (1^∞)
4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0\cdot\infty)$
	д) неопределённость $(\infty+\infty)$

6. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{12x^3-6x^2+12}{x^3+4x}$ равен

7. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(6x)-\sin(3x)}{\sin x+\sin(8x)}$ равен

1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{9}$ 3) $-\frac{1}{3}$ 4) –1 5) 0

8. Предел $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{3x-7}{5-x}$ равен

1) 1 2) 0 3) ∞ 4) $-\infty$ 5) 0,8

9. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x}\right)^{x}$ равен

1) 1 2) e^3 3) $\frac{3}{e}$ 4) $\frac{1}{e^3}$ 5) e

10. Предел $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2+4x+1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+3x}}$ равен.

Вариант 2 (Т 4)

1. Даны два множества $A=\{-5,\ -2,\ 1,\ 4,\ 7,\ 10,\ 13\}$ и $B=\{-4,\ -2,\ 0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$. Тогда $A\cap B$имеет вид…

1) $\{-4,\ 0,\ 2,\ 6,\ 8\}$ 2) $\{-5,\ -4,\ -2,\ 0,\ 1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10,\ 13\}$
3) $\{-5,\ -4,\ 0,\ 1,\ 2,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10,\ 13\}$ 4) $\{-2,\ 4\}$ 5) $\{-5,\ 1,\ 7,\ 10,\ 13\}$

2. Найти $A\cap(B\cup C)$, если $A=(-3;11],\ B=[-2;5],\ C=(4;9)$

1) $(4;5]$ 2) $[-2;9]$ 3) $(-3;9]$ 4) $(-3;4)\cup[5;11]$

3. Даны числовые промежутки $A=[3;5)$ и $B=[0;3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

5) $A\cap B$	а) $[0;\ 5)$
6) $A\cup B$	б) $\emptyset$
7) $A\setminus B$	в) $(3;\ 5)$
8) $B\setminus A$	г) $[3;\ 5)$
	д) $\{3\}$

4. Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A\in R$ и $x_0\in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Число А называется пределом функции f(x) в точке x_0, если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0\in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _____

I. $|f(x) - A| < \varepsilon$
II. для любого числа $\varepsilon > 0$
III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

5. Установить соответствие между пределами и их значениями

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$ 2) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$ 3) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x^3+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$ 4) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x^4+2x^2+8}{3x^5+5x^2-10}$	а) 0 б) $\frac{2}{3}$ в) $+\infty$ г) $-\infty$

6. Предел $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^3+x^2-2}{7x^3-4x+3}$ равен

7. Предел $\lim\limits_{x\to0} \frac{arctg^2(3x)}{tg(2x^2)}$ равен

1) 4,5 2) 1,5 3) 0 4) 2,25 5) 1,25

8. Предел $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{5x+6}{5x+2}\right)^{10x-7}$ равен_____.

1) e^{40} 2) e^8 3) e^4 4) $\frac{1}{e^8}$ 5) $\frac{1}{e^4}$

9. Предел $\lim\limits_{x\to4} \frac{\sqrt{x}-2}{x^2-16}$ равен_____

1) $\frac{1}{24}$ 2) ∞ 3) $\frac{1}{8}$ 4) $\frac{1}{32}$ 5) $-\frac{1}{24}$

10. Предел $\lim\limits_{x\to-4} \frac{\sqrt{x+12}-\sqrt{4-x}}{x^2+2x-8}$ равен

Раздел (тема) 4 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Вариант 1 (5)

1. Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна...

1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $4x \cdot \cos(2x)$ 3) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$
4) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$ 5) $2x \cdot \sin(2x) - 2x^2 \cdot \cos(2x)$

2. Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна

1) $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

4) $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

3. Производная функции $y = x^2 \cdot sin(2x)$ равна

1) $2x \cdot cos(2x)$ 2) $2x \cdot sin(2x) + 2x^2 \cdot cos(2x)$ 3) $2x \cdot sin(2x) + x^2 \cdot cos(2x)$

4) $2x \cdot sin(2x) - 2x^2 \cdot cos(2x)$ 5) $4x \cdot cos(2x)$

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению	1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$ 2) найти приращение функции $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$ 3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x+\Delta x)$ 4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$	

5. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

6. Уравнение касательной к графику функции $y = \sqrt{1 - x^2}$, в точке с положительной абсциссой, параллельной прямой $y = -x$, имеет вид _____.

1) $y = -1$ 2) $y = -x + 1$ 3) $y = x + \sqrt{2}$ 4) $y = -x + \sqrt{2}$ 5) $y = -x - \sqrt{2}$

7. Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y < 0$, $y' < 0$, $y'' > 0$.

1) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз
2) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх
3) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх
4) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз
5) график лежит выше оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

8. Найти точку минимума функции $y = (2x+1)^2 \cdot (x+3) + 4$.

9. Найти наименьшее значение функции $y = \frac{x^2+49}{x}$ на отрезке $[-9; -1]$

10. Выручка R от продажи некоторого товара определяется по формуле $R(Q) = 150Q - 0{,}2Q^2$, где Q – объём проданной продукции (тыс. ед.). Найти предельную выручку, если продано 120 тыс. ед.

Вариант 2 (Т 5)

1. Производная функции $\mathrm{f(x)} = \cos^3(\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x})$ равна

1) $3\cos^2(\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x})(2\mathrm{x} + 2)$

2) $3\cos^2(\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x})(-\sin(\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x}))(2\mathrm{x} + 2)$

3) $3\sin^2(\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x})(2\mathrm{x} + 2)$

4) $3\cos^2(\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x})\sin(\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x})(2\mathrm{x} + 2)$

2. Производная функции $y = \frac{\sqrt{2x}}{10x^2 + 3}$ равна

1) $\frac{3 + 50x^2}{\sqrt{2x} \cdot \left(10x^2 + 3\right)^2}$

2) $\frac{10x^2 + 3 - 40\sqrt{2} \cdot x^2}{2\sqrt{x} \cdot \left(10x^2 + 3\right)^2}$

3) $\frac{10x^2 + 3 + 40\sqrt{2} \cdot x^2}{2\sqrt{x} \cdot \left(10x^2 + 3\right)^2}$

4) $\frac{\sqrt{2}}{40x\sqrt{x}}$

5) $\frac{3 - 30x^2}{\sqrt{2x} \cdot \left(10x^2 + 3\right)^2}$

3. Производная функции $y = ctg^3(4x)$ равна

1) $\frac{12 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

2) $-\frac{12 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

3) $\frac{3 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

4) $-\frac{3 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

5) $\frac{12 \cdot ctg(4x)}{\sin^2(4x)}$

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$	1) найти производные обеих частей равенства 2) прологарифмировать обе части равенства 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции 4) воспользоваться свойством $\ln\|a^b\| = b \cdot \ln\|a\|$ 5) заменить y исходной функцией	

5. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$ 4) $y = e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

6. Уравнение касательной к графику функции $y = x\sqrt{x} + \sqrt{2}$, параллельной прямой $y = x + 3$, имеет вид _____.

1) $y = x$ 2) $y = x + (\sqrt{2} - \frac{4}{27})$ 3) $y = x + (\sqrt{2} + \frac{4}{27})$

4) $y = x - (\sqrt{2} - \frac{4}{27})$ 5) $y = x - (\sqrt{2} + \frac{4}{27})$

7. Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y < 0$, $y' < 0$, $y'' > 0$.

1) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз

2) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

3) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх

4) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз

5) график лежит выше оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

8. Найти точку максимума функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + 8$.

9. Найти наименьшее значение функции $y = 36 + \frac{\sqrt{3}\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}x - 3\cos x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

10. Функции долговременного спроса D и предложения S от цены P на мировом рынке нефти имеют, соответственно, вид $D = 30 - 0{,}9P$ и $S = 1{,}2P + 16$. Найти эластичность спроса в точке равновесной цены.

Раздел (тема) 5 «Неопределенный интеграл»

Вариант 1 (Т 6)

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 3 - 8x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = -8 + \frac{8}{x^3}$ 2) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$

3) $F(x) = 3x - 4x^2 - \frac{4}{x} - 6$ 4) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x}$

5) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int (x+1) \cdot \sin x \, dx$.

1) Вычислить *du* и *v*
2) Установить, что нужно взять за *u*, а что за *dv*
3) Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям

4) Воспользоваться формулой $\int u\,dv = uv - \int v du$, подставив вместо *u*, *dv*, *du* и *v* их значения.

3. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

1) $-\frac{1}{4}ctg4x + C$ 2) $\frac{1}{4}tg\,2x + C$ 3) $-\frac{1}{2}ctg\,x + C$ 4) $-\frac{1}{4}ctg\,2x + C$

4.. Интеграл $\int \frac{xdx}{x^2+4}$ равен

1) $\frac{\ln|x^2+4|}{2} + C$ 2) $2 \cdot \ln|x^2+4| + C$ 3) $\frac{1}{2}arctg\left(\frac{x}{2}\right) + C$

4) $\frac{x}{2}arctg\left(\frac{x}{2}\right) + C$ 5) $\ln|x^2+4| + C$

5. Установите соответствие между интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$ 2) $\int 5^x dx$ 3) $\int \frac{3+x}{x} dx$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)\,dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям

6.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$	1) используем таблицу неопределённых интегралов 2) используем формулу квадрата разности 3) добавляем постоянную С в конце записи 4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x)+g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ 5) используем почленное деление	

7. Указать вид разложения дроби $\frac{x-4}{x^3+6x^2+8x}$ на простейшие.

1) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2+6x+8}$ 2) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+6x+8}$ 3) $\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+6x+8}$

4) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+4}$ 5) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^2+6x+8}$

8. Все первообразные данной функции $f(x) = 2x\,arctg\,x$ могут быть представлены выражением_____

1) $\frac{x^2}{1+x^2} + C$ 2) $(x^2+1)arctg\,x - x + C$ 3) $x^2 arctg\,x + C$

4) $2arctg\,x + \frac{2x}{1+x^2} + C$ 5) $(x^2-1)arctg\,x + C$

9. Представить подынтегральную функцию в виде суммы простейших дробей $\int \frac{6x^4 - 30x^2 + 30}{(x^2-1)(x+2)} dx$.

10. Интеграл $\int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{-2x^2+4x-1.5}}$ равен_____

Вариант 2 (Т 6)

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 2 + 5x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = 5 + \frac{8}{x^3}$ 2) $F(x) = 2x + 2{,}5x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$

3) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 - \frac{4}{x} - 6$ 4) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 + \frac{4}{x}$

5) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{2-6x}{3x} dx$.

1) $\int \left(\frac{2}{3x} - 2\right) dx$

2) $\int \frac{2}{3x} dx - \int 2dx$

3) $\frac{2}{3}\ln|x| - 2x + C$

4) $\int \left(\frac{2}{3x} - \frac{6x}{3x}\right) dx$

5) $\frac{2}{3}\int \frac{dx}{x} - 2\int dx$

3. Неопределенный интеграл $\int \frac{x^2}{x^3+1} dx$ равен_____

1) $\ln|x^3+1|+C$ 2) $\frac{x^3}{x^4+1}+C$ 3) $-\frac{1}{3}\ln|x^3+1|+C$ 4) $\frac{1}{3}\ln|1+x^3|+C$ 5) $3\ln|x^3+1|+C$

4. Интеграл $\int \frac{arcctgx}{1+x^2} dx$ равен_____

1) $arctg^2x + C$ 2) $-arctg^2x + C$ 3) $-\frac{1}{2}arctg^2x + C$ 4) $\frac{1}{2}arctg^2x + C$ 5) $2arctg^2x + C$

5. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

1) $\int x \cdot \cos(3x)\, dx$ 2) $\int \frac{dx}{x^2}$ 3) $\int \frac{dx}{\text{tg}\,(6x-8)}$ 4) $\int \frac{3-2x}{x} dx$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям

6.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$	1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1} + C$ 2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + C$ 3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$ 4) $\int x^{-\frac{4}{3}} dx$ 5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}} + C$ 6) $\int \frac{dx}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}}$	

7. Укажите вид разложения дроби $\frac{3x-4}{x^4+6x^3+10x^2}$ на простейшие дроби

1) $\frac{A}{x^2}+\frac{B}{x^2+6x+10}$ 2) $\frac{A}{x}+\frac{Bx+C}{x^2+6x+10}$ 3) $\frac{A}{x}+\frac{Bx}{x^2+6x+10}$

3) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{Cx+D}{x^2+6x+10}$ 4) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{x^2+6x+10}$

8. Все первообразные данной функции $f(x)=\operatorname{arctg} x$ могут быть представлены выражением_____

1) $\frac{1}{1+x^2}+C$ 2) $x\operatorname{arctg} x+C$ 3) $x\operatorname{arctg} x-\ln(1+x^2)+C$

4) $x\operatorname{arctg} x-\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+C$ 5) $x\operatorname{arctg} x-x^2\ln(1+x^2)+C$

9. Представить подынтегральную функцию в виде суммы простейших дробей

$$\int\frac{x^3-4x^2+2x-1}{x^3-x^2}dx.$$

10. Интеграл $\int\frac{(x-3)dx}{\sqrt{2x^2-4x+2.5}}$ равен_____

Раздел (тема) 6 «Определенный интеграл и его приложения»

Вариант 1 (Т 7)

1. Указать равенства и утверждения, которые являются верными

1) $\int_a^b Cf(x)dx=C\int_a^b f(x)dx$ 2) $\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx-\int_c^b f(x)dx$

3) $\int_a^b dx=a-b$ 4) Если $f(x)\geq g(x)$, то $\int_a^b f(x)dx\geq\int_a^b g(x)dx$

2. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1\frac{6}{\pi\sqrt{4-x^2}}dx$

3. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int_{-a}^{a}f(x)dx$, если $f(x)$ – четная функция	а) 0
2) $\int_{-a}^{a}f(x)dx$, если $f(x)$ – нечетная функция	б) $-\int_a^b f(x)dx$
3) $\int_b^a f(x)dx$	в) $\int_a^b f(x)dx$
4) $\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$	г) $2\cdot\int_0^a f(x)dx$
	д) $\int_0^a f(x)dx$

4. Вычислить определенный интеграл $\int_{\pi/2}^{\pi}\frac{\cos x}{\sin x+1}dx$

1) 1 2) 2 3) 0 4) $-ln\,2$ 5) $ln\,2$

5. Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int_0^2 \frac{dx}{x^2-1}dx$ 2) $\int_0^2 e^{2x-1}dx$ 3) $\int_0^2 ln\,x\,dx$ 4) $\int_0^2 (x-2)xdx$

6. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_0^3 \left(\frac{4}{\sqrt[3]{x}}\right)dx$ 2) $\int_1^8 (x-1)(x-8)dx$ 3) $\int_0^e \ln x\ dx$ 4) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (ctg\ x)dx$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y=\sqrt[3]{x}$ и прямой, проходящей через точки $A(1; 1)$ и $B(8;2)$.

8. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

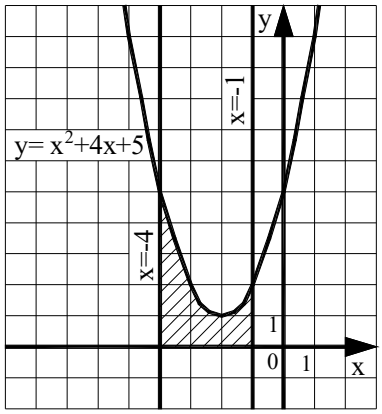
I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b \left(f(x) - g(x)\right)dx$.

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

9. Вычислите площадь заштрихованной области. Ответ округлите до сотых.



10. Найти работу силы $F(x) = \frac{4}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки $x = -2$ в точку $x = -1$.

Вариант 2 (Т 7)

1. Указать равенства, которые являются верными

1) $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ 2) $\int_a^b f(x)dx \geq 0$

3) $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx$ 4) $\int_a^a f(x)dx = 0$

2. Вычислить определенный интеграл $\int_1^8 \left(2\sqrt[3]{x} - \frac{4}{x^2}\right)dx$.

3. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке.

1) $\int_b^a f(x)dx$ 2) $\int_a^a f(x)dx$ 3) $\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$ 4) $\int_a^b (f(x)+g(x))dx$	а) 0 б) $-\int_a^b f(x)dx$ в) $\int_a^b f(x)dx$ г) $\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$ д) $\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$

4. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\ln 2}\frac{e^{2x}+2}{e^x}dx$.

5. Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int_{-1}^{1}\frac{x}{x+1}dx$ 2) $\int_{-1}^{1}e^{\frac{x+1}{x}}dx$ 3) $\int_{-1}^{1}\ln(x+5)\,dx$ 4) $\int_{-1}^{1}(x-1)(x+1)\,dx$

6. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_1^3\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)dx$ 2) $\int_1^8\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)dx$ 3) $\int_1^3\ln x\;dx$ 4) $\int_0^{\pi}(tg\,x)dx$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y=-x^3$ и прямой, проходящей через точки $A(-1;4)$ и $B(1;-4)$.

8. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

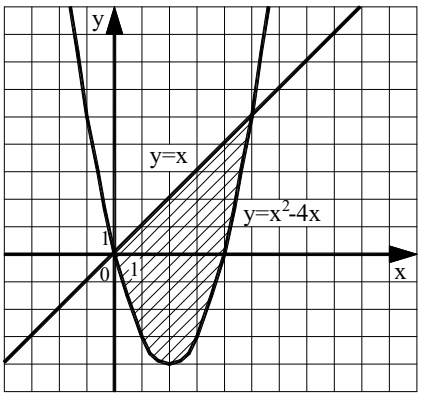
1) Доказать, что расходится хотя бы один из интегралов: $\int_{-1}^{0}\frac{1}{x^2}dx$ или $\int_0^1\frac{1}{x^2}dx$.

2) Представить интеграл в виде $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}dx=\int_{-1}^{0}\frac{1}{x^2}dx+\int_0^1\frac{1}{x^2}dx$.

3) Установить, что подынтегральная функция не определена в точке $x=0$, в окрестности которой она не ограничена.

4) Сделать вывод о расходимости интеграла $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}dx$.

9. Вычислите площадь заштрихованной области. Ответ округлите до сотых.



10. Найти работу силы $F(x)=\frac{-3}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки $x=1$ в точку $x=2$.

Раздел (тема) 7 «Дифференциальное исчисление функций многих переменных»

Вариант 1 (Т 8)

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна

1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y}$ 5) $-\frac{x}{y^2}$

2. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ равна

1) $e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 2) $2e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 3) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$ 4) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^2}}$ 5) $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$

3. Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) −3 б) 8 в) 2 г) 6 д) 9 е) 1

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$	1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$ 2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$ 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$ 4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$ 5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$ 6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$	

5. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ от функции $z = e^{x^2+2y^3}$ равна

1) $12xy^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$ 2) $2 \cdot e^{x^2+2y^3}(2x^2 + 1)$ 3) $6y^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$
4) $12y \cdot e^{x^2+2y^3}(1 + 3y)$ 5) $e^{x^2+2y^3}$

6. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0; -2; 3)$.

7. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите координаты стационарной точки (стационарных точек).

8. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

9. Найти полный дифференциал функции $z = ln(xy - y)$ в точке x =4, y = 0,5.

10. Найти градиент функции $z = \cos x \cdot \log_5 y$ в точке x =4, y =0,5.

Вариант 2 (Т 8)

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна

1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y}$ 5) $-\frac{x}{y^2}$

2. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ равна

1) $e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 2) $2e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 3) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$ 4) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^2}}$ 5) $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$

3. Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x}\Big\|_{M_0}$ 2) $\frac{\partial z}{\partial y}\Big\|_{M_0}$ 3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\Big\|_{M_0}$ 4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\Big\|_{M_0}$ 5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\Big\|_{M_0}$	а) 30 б) −14 в) −12 г) −6 д) −4 е) 3

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум	1) вычисляем значения A, B, C 2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$ 3) определяем стационарные точки 4) находим частные производные функции первого и второго порядков 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума 6) вычисляем значение Δ 7) определяем наличие точки экстремума	

5. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ от функции $z = e^{x^2+2y^3}$ равна

1) $12xy^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$ 2) $2 \cdot e^{x^2+2y^3}(2x^2 + 1)$ 3) $6y^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$
4) $12y \cdot e^{x^2+2y^3}(1 + 3y)$ 5) $e^{x^2+2y^3}$

6. Найдите сумму $a+b+c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u=2x^2-3y^2+4z^2$ в точке $M(1;-1;2)$.

7. Исследуйте на экстремум функцию $z=\frac{x^3}{3}-2xy+y^2-3x$. В ответе запишите координаты стационарной точки (стационарных точек).

8. Исследуйте на экстремум функцию $z=\frac{x^3}{3}-2xy+y^2-3x$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0;y_0)=z_0$.

9. Найти полный дифференциал функции $z = \arcsin\sqrt{x\cdot y}$ в точке x =1, y = 0,5.

10. Найти градиент функции $z = \arcsin\sqrt{x\cdot y}$ в точке x =1, y = 0,5.

Раздел (тема) 8 «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1 (Т 9)

1. Указать тип дифференциального уравнения $xy' + 2y + x^5y^3e^x = 0$

1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = xy^2$.

1) $y = Ce^{-\frac{x^3}{3}}$ 2) $y = (x^2 + C)^{-1}$ 3) $y = \sqrt{x + C}$ 4) $y = -2(x^2 + C)^{-1}$

3. Найдите постоянную С в частном решении дифференциального уравнения $y\cdot y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$.

4. При решении уравнения Бернулли $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2y^2$ было определено, что $v = \frac{1}{x^2}$, $u = -\frac{1}{3x+C}$. Найти значение C, если известно, что $y(1) = -\frac{1}{5}$.

5. Определить последовательность действий при нахождении общего решения дифференциального уравнения $(1 + x^2)y' + 2xy = 3x^2$.

1) $v = \frac{1}{1+x^2}$
2) $y = \frac{x^3+C}{1+x^2}$
3) $u'v + u\left(v' + \frac{2xv}{1+x^2}\right) = \frac{3x^2}{1+x^2}$
4) $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$
5) $u = x^3 + C$

6. Указать уравнение, к которому сводится уравнение $yy'' - y' = 0$ с помощью введения переменной $z = y'$.

1) $y^2dz = zdy$ 2) $ydz = z^2dy$ 3) $ydz = zdy$ 4) $ydz = dy$

7. Указать замену, целесообразную для понижения порядка дифференциального уравнения $y'y'' = y^2$.

1) $z(y) = y'$ 2) $z(x) = y$ 3) $z(y) = y'$ 4) $z(x) = y'$

8. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения $x^2y'' = 1$, если $y(1) = 3$, $y'(1) = 1$.

1) $y = -ln|x| + 2x + 1$ 2) $y = ln|x| + 2$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = \frac{1}{x^2} + 3x$

9. Дифференциальное уравнение $(3x^2 + y)dx + (x + 2y)dy = 0$ является

1) уравнением с разделяющимися переменными

2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

10. Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{xy}$.

1) $y = C\left(\frac{x\sqrt{x}}{3}\right)^2$ 2) $y = Cx - 3\sqrt{x}$ 3) $y = \frac{C}{\sqrt{x}}$ 4) $y = \left(\frac{x\sqrt{x}+C}{3}\right)^2$

Вариант 2 (Т 9)

1. Дифференциальное уравнение $(3x^2 + y)dx + (x + 2y)dy = 0$ является
1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

2. Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{xy}$.

1) $y = C\left(\frac{x\sqrt{x}}{3}\right)^2$ 2) $y = Cx - 3\sqrt{x}$ 3) $y = \frac{C}{\sqrt{x}}$ 4) $y = \left(\frac{x\sqrt{x}+C}{3}\right)^2$

3. Найдите постоянную С в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = \sqrt{x}$ при $y(9) = 4$.

4. При решении линейного уравнения $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$ было определено, что $v = \frac{1}{1+x^2}$, $u = x^3 + C$. Найти значение C, если известно, что $y(1) = 3$.

5. Определить последовательность действий при нахождении частного решения дифференциального уравнения $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2y^2$ при $y(1) = -\frac{1}{5}$.

1) $u = -\frac{1}{3x+C}$
2) $v = \frac{1}{x^2}$
3) $u'v + u\left(v' + \frac{2v}{x}\right) = 3x^2(uv)^2$
4) $y = \frac{1}{x^2}\left(-\frac{1}{3x+C}\right)$
5) $y = -\frac{1}{3x^3+2x^2}$

6. Дифференциальное уравнение $\left(xy^2 + e^x\right)dx - \frac{dy}{y} = 0$ является
1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

7. Понижение порядка в дифференциальном уравнении $yy'' = 2$ с помощью введения переменной $z = y'$ приводит к уравнению

1) $yz\,dz = 2dy$ 2) $z\,dz = 2dy$ 3) $y\,dz = 2dy$ 4) $dz = 2\ln y\,dy$

8. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения $y'' = x^{-2}$, если $y(1) = 3$, $y'(1) = 0$.

1) $y = ln|x| + 2$ 2) $y = -ln|x| + x + 2$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = x^{-2} + 3x$

9. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) y″ + 2y′ + 3y = 0 2) y″ – 10y′ + 29y = 0 3) y″ – 2y′ + y = 0 4) y″ + 49y = 0	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

10. Установить вид частного дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = (3x + 2)e^x$.

1) $A\,x\,e^x$ 2) $(A\,x + B)\,e^x$ 3) $x(A\,x + B)\,e^x$ 4) $x^2(Ax + B)e^x$

Раздел (тема) 9 «Числовые и функциональные ряды. Гармонический анализ»

Вариант 1 (Т 10)

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2^{3n+1}-8}{3^{2n}}$.

2. Найти частичную сумму S_2 ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{15}{2n+1}$.

3. Выбрать сходящиеся среди рядов.

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{n^2-1}}{n+3}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5n^2-2}{n(n^2+1)^2}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{5n-1}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{6^n+n}$

4. Определите ряд для сравнения, если требуется узнать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{5^n+3}$.

1) геометрическая прогрессия 2) гармонический ряд 3) обобщённый ряд Дирихле

5. При исследовании сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n^3+8n}{4+5n}$ нужно воспользоваться

1) признаком Даламбера 2) радикальным признаком Коши
3) достаточным признаком расходимости 4) признаком Лейбница

6. Для ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{3n}\right)^{n^2}$ верным является утверждение

1) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=0$ 2) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=e$
3) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=\infty$ 4) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=e^3$

7. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{5n-1}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^5+1}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n+1}{(n-1)!}$	в) радикальный признак Коши
4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$	г) признак Даламбера
	д) теорема Лейбница

8. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости.

1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x)=\frac{1}{x^3}$
2) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1,+\infty)$
3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty}f(x)dx$ сходится
4) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$

9. Выбрать верные утверждения для рядов $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n^2}{2^n}$ и $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots$

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно
3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

10. Какой вывод точно можно сделать о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$, если известно, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n \geq 0$, расходится?

1) сходится условно
2) расходится
3) не является абсолютно сходящимся
4) сходится абсолютно

Вариант 2 (Т 10)

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10}{n^2+9n+20}$.

2. Найти частичную сумму S_2 ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5}{2n+4}$.

3. Выбрать расходящиеся среди рядов.

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{2n-1}$
2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n}{n^4}$
3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7n+3}{n^3+n-1}$
4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n+1}}{4^n}$

4. Определите ряд для сравнения, если требуется узнать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n}{2n^5+3}$.

1) геометрическая прогрессия
2) гармонический ряд
3) обобщённый ряд Дирихле

5. При исследовании сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n!}$ нужно воспользоваться

1) признаком Даламбера
2) радикальным признаком Коши
3) достаточным признаком расходимости
4) признаком Лейбница

6. Выбрать верное утверждение для рядов $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n!}$ и $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+1)}{n^2-2}$

1) оба сходятся абсолютно
2) оба сходятся условно
3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно
4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

7. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости.

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7n+4}{8n+3}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2-7}{n^7}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2+n}{(n+1)!}$	в) радикальный признак Коши
4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{2n}\right)^{n^2}$	г) признак Даламбера
	д) теорема Лейбница

8. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости.

1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x)=\frac{1}{x\sqrt{x}}$

2) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится

3) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$

4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1,+\infty)$

9. Выбрать верные утверждения для ряда $\frac{4}{3}+\frac{8}{5}+\frac{16}{7}+...$

1) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{1}{2}$ 2) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=2$

3) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\infty$ 4) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{a_{n+1}}=4$

10. Какой вывод можно сделать о сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$, если известно, что ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n\geq 0$, сходится?

1) сходится условно 2) расходится
3) не является абсолютно сходящимся 4) сходится абсолютно

Вариант 1 (Т 11)

1. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{5^n x^n}{2n+1}$.

2. Если степенной ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}c_n(x+1)^n$ сходится в точке $x=6$, то он обязательно сходится и в точке

1) $x=-9$ 2) $x=7$ 3) $x=-3$ 4) $x=-8$

3. Найти интервал сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}c_n(x-1)^n$, если радиус сходимости ряда равен 4.

1) (–3;5) 2) (–4;4) 3) (–3;3) 5) (–5;3)

4. Найти область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n+1}x^n}{3^n\ (n^2+1)}$.

1) [–3/2;3/2) 2) [–3/2;3/2] 3) (–3/2;3/2] 4) [–2/3;2/3]

5. Найти область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n\cdot n!}{5n-2}$.

1) [0;∞) 2) (–∞;0] 3) (–∞;∞) 4) {0}

6. Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $(1+x)^m$	а) $1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n}}{(2n)!}+\ldots$
2) $\sin x$	б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\ldots$
3) $\cos x$	в) $1+x+x^2+x^3+\ldots,$
4) $\frac{1}{1-x}$	г) $1+mx+\frac{m(m-1)}{2!}x^2+\frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3+\ldots,$
	д) $1-x+x^2-x^3+\ldots$

7. Определить значение выражения $ln\,0,6$, вычисленное с точностью до $\varepsilon=0{,}01$.

8. Найти коэффициент c_2, если решение $y = y(x)$ задачи Коши $y' = 2x - \sin y$ $y(0) = \frac{\pi}{2}$ разложено в степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$.

9. Найти коэффициент b_2 разложения функции $f(x) = x - 2$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi; \pi]$.

10. Запишите верную последовательность действий при нахождении области сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 \cdot 4^n}$.

1) Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости
2) Записать интервал сходимости ряда
3) Найти радиус сходимости ряда
4) Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

Вариант 2 (Т 11)

1. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1} x^n}{3^n \ (n^2+1)}$.

2. Если степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty} c_n x^n$ сходится в точке $x = 4$, то он обязательно сходится и в точке

1) $x = -5$ 2) $x = 5$ 3) $x = -3$ 4) $x = 4{,}5$

3. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n (x+1)^n$, если радиус сходимости этого ряда равен 3.

1) (–3;3) 2) (–2;4) 3) (–4;2) 4) (–4;4)

4. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n \cdot n!}{4^n}$

1) [–1;∞) 2) (–∞;∞) 3) {–1} 4) {0}

5. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{2n+1}$.

1) [–1/5;1/5) 2) [–1/5;1/5] 3) (–5/2;5/2] 4) (–1/5;1/5)

6. Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой.

1) $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \ldots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \ldots$	а) e^x
2) $x + \frac{1}{2}\frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\frac{x^7}{7} + \ldots$	б) $\frac{1}{1+x}$
3) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ldots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n} + \ldots$	в) $arctg\ x$
4) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots$	г) $arcsin\, x$
	д) $ln\ (1+x)$

7. Определить значение выражения $\sqrt{4{,}8}$, вычисленное с точностью до $\varepsilon = 0{,}01$.

8. Найти коэффициент c_2, если решение $y = y(x)$ задачи Коши $y' = 6\ ln(x + y)$, $y(0) = 1$ разложено в степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$.

9. Какой (какие) из коэффициентов a_0, a_n, b_n разложения функции $f(x) = x^3 \cos x$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi; \pi]$ равен 0?

1) a_0 2) a_n 3) b_n 4) ни один из них

10. Ниже сформулирована терема Абеля. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, 1,2,3,4).
Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ сходится при $x = x_0$, то он _____ для всех x, удовлетворяющих условию _____ . Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ расходится при $x = x_0$, то он _____ для всех x, удовлетворяющих условию _____.
1) $|x| < |x_0|$
2) $|x| > |x_0|$
3) сходится
4) расходится

Раздел (тема) 10 «Интегральное исчисление функций многих переменных

Вариант 1 (Т 12)

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (3x - 2y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=5.

2. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint_D \left(1 - \frac{y^2}{x^2}\right) dxdy$, где область D – круг $x^2 + y^2 \leq \pi^2$.

3. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x, y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;2), B(4;0), C (7;2). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

4. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x; y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y = x^2$, $y = -\sqrt{x}$, $x = 1$, имеет вид…

1) $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{-\sqrt{x}} f(x; y)dy$ 2) $\int_{-\sqrt{x}}^{x^2} dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x; y)dy$ 3) $\int_0^1 dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x; y)dy$

4) $\int_{-1}^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x; y)dx$ 5) $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x; y)dy$

5. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x; y)dx$ и записать результат.

6. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $x + y = 1$, $z = 1 - y^2$, $x = 0$, $z = 0$, $y = 0$ ($y \geq 0$).

7. Вычислить массу отрезка прямой, от точки A(3;0) до точки B(0;1), если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(x, y) = x + 3y$.

8. Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x, y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями:

а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$	1) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x, y)dy$

б) $y=\frac{x^2}{2}, y=8$ в) $y=2x^2, y=\sqrt{x}$ г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) д) $x^2+y^2=4$x	2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$

9. Вычислить $\iint_S \left(z+2x+\frac{4}{3}y\right)dS$, где S – часть плоскости $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$, лежащая в первом октанте.

10.

Расположите последовательность действий при вычислении $\iint\limits_D cos(x+y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$	1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy$ 2) Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(cosx-sin2x)dx=0$ 3) Построить область $D: x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$ 4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy=cosx-sin2x$	

Вариант 2 (Т 12)

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D(2x-3y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=4.

2. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint_D \frac{dxdy}{x^2+y^2+1}$, где область D ограничена полуокружностью $y=\sqrt{1-x^2}$ и осью Ox.

3. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;–2), B(5;3), C (5;–3). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

4. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2-1$, $y=\sqrt{1-x^2}$, имеет вид…

1) $\int_{-1}^1 dy \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dx$ 2) $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1} f(x;y)dy$ 3) $\int_{-1}^1 dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x;y)dy$

4) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$ 5) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$

5. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_{-1}^0 dx \int_{x+1}^{1+x^2} f(x;y)dy$ и записать результат.

6. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $y = \frac{1}{4}x^2$, $y + z = 1, z = 0$.

7. Вычислить массу дуги циклоиды $x = t - \sin t,\ y = 1 - \cos t,\ 0 \le t \le 2\pi$, если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(t) = \sin\frac{t}{2}$.

8. Установить соответствие при перемене порядка интегрирования в повторном интеграле:

а) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$ б) $\int_2^4 dx \int_{\frac{4}{x}}^{\frac{6-x}{2}} f(x,y)dy$ в) $\int_{-2}^{-1} dx \int_{-\sqrt{x+2}}^{\sqrt{x+2}} f(x,y)dy + \int_{-1}^{2} dx \int_{x}^{\sqrt{x+2}} f(x,y)dy$	1) $\int_{-1}^{2} dy \int_{y^2}^{y} f(x,y)dx$ 2) $\int_{-2}^{2} dy \int_{y^2}^{4} f(x,y)dx$ 3) $\int_{1}^{2} dy \int_{\frac{4}{y}}^{6-2y} f(x,y)dx$

9. Вычислить $\iint_S 6dS$, где S – часть сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, лежащая в первом октанте.

10.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D (x+2y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x = 2, y = x, x = 2y$	1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy = \frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx$ 2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy$ 3) Построить область $D: x = 2, x = 2y, y = x$ 4) Вычислить $\frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx = \frac{10}{3}$	

Раздел (тема) 11 «Основные понятия теории вероятностей»

Вариант 1 (Т 13)

1. На железнодорожной станции имеется 10 путей. Сколькими способами можно расставить на них 3 состава?

2. При испытании прибора оказалось, что относительная частота появления некачественного прибора равна 0,05. Найти число исправных приборов в партии из 500 приборов.

3. На площадку, покрытую кафельной плиткой в виде квадрата со стороной $a = 6$ см, случайно падает монета радиуса $r = 2$ см. Найдите вероятность того, что монета целиком окажется внутри квадрата.

1) $\frac{\pi}{2}$ 2) $\frac{\pi}{3}$ 3) $\frac{\pi}{9}$ 4) $\frac{\pi}{6}$ 5) $\frac{\pi}{18}$

4. В каждой пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Галя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найти вероятность того, что Галя не найдёт приз в своей банке.

5. Формула для вычисления вероятности события «при выборе 4 мячей из 7 красных и 5 синих выберут 4 синих» имеет вид

1) $\frac{C_{12}^4}{C_5^4}$ 2) $\frac{C_5^5}{C_4^{12}}$ 3) $\frac{C_5^4}{C_{12}^4}$ 4) $\frac{C_{12}^4}{C_{12}^5}$ 5) $\frac{4}{C_{12}^4}$

6. В урне находятся 3 белых и 5 черных шара. Из неё наугад вынимают (без возвращения) один за другим два шара. Какова вероятность того, что среди них будет ровно один чёрный шар?

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность получения чисел при решении задачи по предложенному алгоритму. Вычисляем 1) $P(\text{б})$ 2) $P(\text{ч})$ 3) $P(\text{ч}\backslash\text{б})$ 4) $P(\text{б}\backslash\text{ч})$ 5) $P(\text{ровно один чёрный шар})$	1) $\frac{5}{8}$ 2) $\frac{3}{7}$ 3) $\frac{3}{8}$ 4) $\frac{15}{28}$ 5) $\frac{5}{7}$	

7. Вероятность «успешной зимовки» для розы равна 0,7, для дельфиниума 0,8, для пиона 0,9. Найти вероятность того, что только один цветок пропадет в результате зимних морозов.

8. Сборщик получил 3 коробки деталей, изготовленных заводом №1, и 2 коробки деталей, изготовленных заводом №2. Вероятность того, что деталь с завода №1 стандартна, равна 0,8, а с завода №2 – 0,9. Сборщик наудачу извлек деталь из наудачу взятой коробки. Найти вероятность того, что она стандартная.

1) 0,72 2) 0,84 3) 0,6 4) 0,86 5) 0,54

9. В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады, равна 0,7, для второй – 0,8. Взятая наугад единица продукции оказалась нестандартной. Определить вероятность, что она из второй бригады.

1) ≈0,18 2) 0,725 3) 0,276 4) 0,275 5) 0,56

10. Установите соответствие между формулами из теории вероятностей и их названиями.

1) $P(A) = \frac{m}{n}$ 2) $P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n) = 1$ 3) $P(A) = P(B_1) \cdot P(A\backslash B_1) + \ldots$ $\ldots + P(B_2) \cdot P(A\backslash B_2) + \cdots +$ $+P(B_n) \cdot P(A\backslash B_n)$ 4) $P(B_i\backslash A) = \frac{P(B_i) \cdot P(A\backslash B_i)}{P(A)}$	а) формула полной вероятности б) формула классической вероятности в) формула Байеса г) формула вероятности полной группы событий д) формула Бернулли

Вариант 2 (Т 13)

1. Сколько существует перестановок слов в предложении: «Редактор вчера внимательно прочитал рукопись»?

2. При стрельбе из винтовки относительная частота попадания в цель оказалась равной 0,85. Найти число попаданий, если всего было произведено 120 выстрелов.

3. На плоскость, разграфленную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстоянии 6 см, наудачу брошен круг радиуса 1 см. Найти вероятность того, что круг не пересечёт ни одной из прямых. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

1) $\frac{1}{6}$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{1}{36}$ 5) $\frac{2}{3}$

4. На каждые 1000 электрических лампочек приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

5. Формула для вычисления вероятности события «при выборе 4 мячей из 7 красных и 5 синих выберут 2 красных» имеет вид

1) $\frac{C_7^2}{C_{12}^4}$ 2) $\frac{C_7^2 \cdot C_5^2}{C_{12}^4}$ 3) $\frac{C_2^7 \cdot C_2^5}{C_{12}^4}$ 4) $\frac{C_4^2}{C_7^2}$ 5) $\frac{C_5^2}{C_{12}^4}$

6. В урне находятся 4 белых и 6 черных шара. Из неё наугад вынимают (без возвращения) один за другим два шара. Какова вероятность того, что среди них будет ровно один белый шар?

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность получения чисел при решении задачи по предложенному алгоритму. Вычисляем 1) $P(\text{б})$ 2) $P(\text{ч})$ 3) $P(\text{ч}\backslash\text{б})$ 4) $P(\text{б}\backslash\text{ч})$ 5) $P(\text{ровно один белый шар})$	1) $\frac{6}{10}$ 2) $\frac{8}{15}$ 3) $\frac{6}{9}$ 4) $\frac{4}{9}$ 5) $\frac{4}{10}$	

7. Вероятность того, что благодаря объявлению распродажи будет распространен весь залежавшийся товар, для трех магазинов соответственно равна 0,9; 0,8; 0,6. Найти вероятность того, что какие-то два магазина полностью распродадут весь товар.

8. В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады, равна 0,7, для второй – 0,8. Определить вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет стандартной.

1) $\frac{21}{40}$ 2) $\frac{31}{40}$ 3) $\frac{29}{40}$ 4) 0,63 5) 0,75

9. В городе два медицинских центра занимаются пластической хирургией: дорогой и не очень. В среднем каждый год около 3000 жителей города прибегают к услугам пластики, в дорогой центр обращаются только около 1000 из них. Вероятность успешного исхода операции при обращении в дорогой мед. центр равна 0,9, а при обращении в более дешевой центр – 0,6. Для интервью выбрали случайным образом одного человека, удачно сделавшего пластическую операцию. Вероятность того, что он обратился в более дешевой мед. центр, равна

1) 2/3 2) 7/10 3) 4/7 4) 0,4 5) другой вариант ответа

10. Установите соответствие между событиями и их вероятностями.

Игральная кость бросается один раз. Найти вероятность, что на верхней грани выпадет…

1) чётное число очков 2) менее трёх очков 3) хотя бы три очка 4) три очка	а) $\frac{1}{2}$ б) $\frac{1}{6}$ в) $\frac{2}{3}$ г) $\frac{1}{3}$ д) 1

Вариант 1 (Т 14)

1. Чему равно значение q в вероятностной схеме Бернулли, если p=0,4?

2. Стрелок производит 4 независимых выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,9. Найти вероятность того, что мишень будет поражена хотя бы 1 раз.

1) 0,0729 2) 0,9999 3) 0,4095 4) 0,0081

3. Формула для определения вероятности того, что в семи независимых испытаниях событие B, вероятность которого равна в каждом испытании 0,3, произойдет три раза.

1) $P_7(3) = C_7^3(0{,}3)^3(0{,}7)^4$ 2) $P_7(3) = C_7^3(0{,}3)^4(0{,}7)^3$

3) $P_7(3) = (0{,}3)^3(0{,}7)^4$ 4) $P_7(3) = 7 \cdot (0{,}3)^3(0{,}7)^4$

4. Найти наивероятнейшее число успехов, если проводится 5 независимых испытаний, в каждом из которых фиксируется наступление некоторого события, вероятность которого в каждом испытании равна 0,7.

5. Определите последовательность получения чисел при вычислении вероятности того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена не менее 70 и не более 80 раз, если вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,75. Предложен следующий порядок вычислений: 1) x'; 2) x''; 3) $\Phi(x')$; 4) $\Phi(x'')$; 5) $P_{100}(70, 80)$. Ответ представить в виде, например, 34521.

1) 0,7498
2) 1,1547
3) 0,3910
4) –1,1547
5) –0,3910

6. Указать номер формулы, которую целесообразно применять для нахождения вероятности в следующей задаче.

Торговый агент в среднем контактирует с 8 потенциальными покупателями в день. Из опыта ему известно, что вероятность того, что потенциальный покупатель совершит покупку, равна 0,1. Чему равна вероятность того, что у агента будут хотя бы две продажи в течение дня?

1) Локальная формула Муавра-Лапласа
2) Формула Бернулли
3) Интегральная формула Муавра-Лапласа
4) Формула Пуассона
5) Формула полной вероятности

7. Указать номер формулы, которую целесообразно применять для нахождения вероятности в следующей задаче.

В новом микрорайоне поставлено 10000 кодовых замков на входных дверях домов. Вероятность выхода из строя одного замка в течение месяца равна 0,0002. Найти вероятность того, что за месяц откажет ровно 1 замок.

1) Локальная формула Муавра-Лапласа
2) Формула Бернулли
3) Интегральная формула Муавра-Лапласа
4) Формула Пуассона
5) Формула Байеса

8. Установить последовательность действий для вычисления вероятности того, что про 100 выстрелах мишень будет поражена ровно 75 раз, если вероятность ее поражения при одном выстреле равна 0,8.

1) Найти φ(x)
2) Найти P100(75)
3) Найти x
4) Определить, что необходимо воспользоваться локальной теоремой Лапласа

9. Вероятность появления положительного результата в каждом из 10000 независимых испытаний равна 0,75. Найти вероятность того, что относительная частота появления положительного результата отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,001.

10. Установить соответствие между условием задачи и способом ее решения.

1) Если вероятность наступления события А в каждом испытании равна 0,002, то для нахождения вероятности того, что событие А наступит 3 раза в 1000 испытаниях, вы воспользуетесь 2) Если вероятность некоторого события А в каждом испытании постоянна и равна 0,75, то для нахождения вероятности того, что того, что это событие в 192 испытаниях наступит 150 раз, вы воспользуетесь 3) Если вероятность некоторого события А в каждом испытании постоянна и равна 0,75, то для нахождения вероятности того, что это событие в 192 испытаниях наступит не менее 135 и не более 150 раз, вы воспользуетесь 4) Для нахождения вероятности того, что при 10 бросаниях монеты герб выпадет 5 раз, вы воспользуетесь	а) формулой Бернулли б) формулой Пуассона в) локальной теоремой Муавра-Лапласа г) интегральной теоремой Муавра-Лапласа д) формулой Байеса

Вариант 2 (Т 14)

1. Чему равно значение p в вероятностной схеме Бернулли, если q=0,2?

2. Орудие производит 4 независимых выстрела по цели. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,6. Найти вероятность того, что мишень будет поражена более 2 раз.
1) 0,3174 2) 0,6544 3) 0,3456 4) 0,4752

3. Формула, по которой можно найти вероятность того, что в n независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна p, событие наступит ровно k раз.
1) $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$
2) $P_n(k) = p^k q^{n-k}$
3) $P_n(k) = p^{n-k} q^k$
4) $P_n(k) = C_n^k p^{n-k} q^k$

4. Определите последовательность получения чисел при вычислении вероятности того, что среди 100 новорождённых окажется 50 мальчиков, если вероятность рождения мальчика равна 0,51. Предложен следующий порядок вычислений: 1) p; 2) q; 3) x; 4) $\varphi(x)$; 5) $P_{100}(50)$. Ответ представить в виде, например, 34521.
1) –0,20
2) 0,49
3) 0,3910
4) 0,51
5) 0,0782

5. Данные длительной проверки качества выпускаемых стандартных деталей показали, что в среднем брак составляет 7,5%. Определить наиболее вероятное число вполне исправных деталей в партии из 39 штук.

6. Указать номер формулы, которую целесообразно применять для нахождения вероятности в следующей задаче.
В партии из 768 арбузов каждый арбуз оказывается неспелым с вероятностью 0,25. Найти вероятность того, что количество спелых арбузов будет находиться в пределах от 564 до 600.
1) Локальная формула Муавра-Лапласа
2) Формула Бернулли
3) Интегральная формула Муавра-Лапласа
4) Формула Пуассона
5) Формула полной вероятности

7. Указать номер формулы, которую целесообразно применять для нахождения вероятности в следующей задаче.
Вероятность потери банковской карты 0,03. Найти вероятность того, что из 200 карт будут потеряны 4 карты.

1) Локальная формула Муавра-Лапласа
2) Формула Бернулли
3) Интегральная формула Муавра-Лапласа
4) Формула Пуассона
5) Формула Байеса

8. Установить последовательность действий для вычисления вероятности того, что про 200 подбрасываниях монеты герб выпадет ровно 85 раз.

1) Найти $P_{200}(85)$
2) Найти φ(x)
3) Определить, что необходимо воспользоваться локальной теоремой Лапласа
4) Найти x

9. Вероятность появления события в каждом из 900 независимых испытаний равна 0,5. Найти вероятность того, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,01.

10. Установить соответствие между условием задачи и способом ее решения.

1) Если вероятность наступления события А в каждом испытании равна 0,003, то для нахождения вероятности того, что событие А наступит 2 раза в 1000 испытаниях, вы воспользуетесь 2) Если вероятность наступления события А в каждом испытании равна 0,25, то для нахождения вероятности того, что событие А наступит от 215 до 300 раз в 1000 испытаниях, вы воспользуетесь 3) Если вероятность промышленного содержания металла в каждой пробе постоянна и равна 0,7, то для нахождения вероятности того, что среди 400 проб руды окажется 275 проб с промышленным содержанием металла, вы воспользуетесь 4) Для нахождения вероятности того, что в семье с восемью детьми будет два сына, вы воспользуетесь	а) формулой Бернулли б) формулой Пуассона в) локальной теоремой Муавра-Лапласа г) интегральной теоремой Муавра-Лапласа д) формулой полной вероятности

Вариант 1 (Т 15)

1. Условие нормировки для дискретной случайной величины

1) $\sum_i x_i p_i = 1$ 2) $\sum_i p_i = 1$ 3) $\sum_i p_i = 0$
4) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ 5) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 0$

2. Вероятность того, что случайная величина ξ примет значение 3, если дан закон распределения этой величины

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,3	0,2	?	0,1	0,1

1) 0,1 2) 0,2 3) 0,3 4) 0,4 5) 0,5

3. Найти вероятность того, что случайная величина ξ – число раз выпадения орла при двукратном подбрасывании монеты, принимает значение 1.

4. Дан закон распределения случайной величины ξ. Вычислите математическое ожидание.

x_i	1	2	3
p_i	0,3	0,6	0,1

5. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения

x_i	1	2	3	4
p_i	0,1	0,1	0,6	0,2

Вычислите $D[X]$.

6. Найти моду, если закон распределения случайной величины X имеет вид

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p_i	0,02	0,08	0,12	0,12	0,15	0,35	0,06	0,04	0,04	0,02

7. Дискретная случайная величина ξ задана функцией распределения вероятностей:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x\le 1,\\ 0{,}3, & \text{если } 1<x\le 2,\\ 0{,}5, & \text{если } 2<x\le 3,\\ 0{,}8, & \text{если } 3<x\le 4,\\ 0{,}9, & \text{если } 4<x\le 5,\\ 1, & \text{если } x>5.\end{cases}$$

Найти вероятность того, что $\xi < 4$.

8. Установить соответствие между характеристиками случайной величины и применяемыми формулами.

1) Математическое ожидание дискретной случайной величины 2) Математическое ожидание непрерывной случайной величины 3) Дисперсия дискретной случайной величины 4) Дисперсия непрерывной случайной величины	а) $\sum_i x_i p_i$ б) $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)\,dx - \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\,dx\right)^2$ в) $\sum_i x_i^2 p_i - \left(\sum_i x_i p_i\right)^2$ г) $\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\,dx$ д) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx$

9. Установить соответствие между случайной величиной и законом распределения.

1) Точка С делит отрезок АВ в отношении 2:1. Наудачу на отрезок АВ бросаются 4 точки. Случайная величина ξ – число точек, попавших на отрезок АС 2) Случайная величина ξ – ошибка измерительного прибора длины некоторого изделия 3) 400 изделий проходят контроль. Вероятность того, что изделие браковано, равна 0,001. Случайная величина ξ − число бракованных изделий	а) Биномиальное распределение дискретной случайной величины б) Распределение Пуассона дискретной случайной величины в) Нормальное (гауссовское) распределение непрерывной случайной величины г) Геометрическое распределение дискретной случайной величины д) Показательное (экспоненциальное) распределение непрерывной случайной величины

4) Вероятность попадания в цель 0,1. Случайная величина ξ − число выстрелов до первого попадания	

10. Установить последовательность действий для вычисления дисперсии случайной величины ξ, если ξ задана законом распределения

x_i	2	4	5
p_i	p_1	0,5	0,3

1) Вычислить M(ξ)
2) Вычислить M(ξ^2)
3) Вычислить M(ξ^2) – M^2(ξ)
4) Найти вероятность того, что ξ примет значение 2

Вариант 2 (Т 15)

1. Условие нормировки для непрерывной случайной величины

1) $\sum_i x_i\, p_i = 1$ 2) $\sum_i p_i = 1$ 3) $\sum_i p_i = 0$
4) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ 5) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 0$

2. Вероятность того, что случайная величина ξ примет значение 3, если дан закон распределения этой величины

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,1	0,2	?	0,2	0,2

1) 0,1 2) 0,2 3) 0,3 4) 0,4 5) 0,5

3. Найти вероятность того, что случайная величина ξ – число раз выпадения орла при двукратном подбрасывании монеты, принимает значение 2.

4. Дан закон распределения случайной величины ξ. Вычислите математическое ожидание.

x_i	1	2	3
p_i	0,1	0,3	0,4

5. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения

x_i	1	2	3	4
p_i	0,1	0,3	0,4	0,2

Вычислите $D[X]$.

6. Найти моду, если закон распределения случайной величины X имеет вид

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p_i	0,04	0,06	0,12	0,12	0,35	0,15	0,06	0,04	0,04	0,02

7. Вероятность того, что дискретная случайная величина ξ удовлетворяет условию $2 \leq \xi < 5$, если ξ задана функцией распределения вероятностей

$$F(x) = \begin{cases} 0, \text{если } x \leq 1, \\ 0{,}3, \text{если } 1 < x \leq 2, \\ 0{,}5, \text{если } 2 < x \leq 3, \\ 0{,}8, \text{если } 3 < x \leq 4, \\ 0{,}9, \text{если } 4 < x \leq 5, \\ 1, \text{если } x > 5. \end{cases}$$

1) 0,1 2) 0,2 3) 0,3 4) 0,5 5) 0,6

8. Установить соответствие между характеристиками случайной величины X и их значениями, если X имеет закон распределения

x_i	1	2	3
p_i	0,2	0,3	0,5

1) $M[X]$ 2) $D[X]$ 3) Mo 4) $M[X^2]$	а) 3 б) 2,6 в) 3,3 г) 4,99 д) 5,9

9. Установить соответствие между случайной величиной и законом распределения.

1) Точка С делит отрезок АВ в отношении 2:1. Наудачу на отрезок АВ бросаются 4 точки. Случайная величина ξ – число точек, попавших на отрезок АС 2) Случайная величина ξ –ошибка измерительного прибора длины некоторого изделия 3) 400 изделий проходят контроль. Вероятность того, что изделие браковано, равна 0,001. Случайная величина ξ − число бракованных изделий 4) Вероятность попадания в цель 0,1. Случайная величина ξ − число выстрелов до первого попадания	а) Биномиальное распределение дискретной случайной величины б) Распределение Пуассона дискретной случайной величины в) Нормальное (гауссовское) распределение непрерывной случайной величины г) Геометрическое распределение дискретной случайной величины д) Показательное (экспоненциальное) распределение непрерывной случайной величины

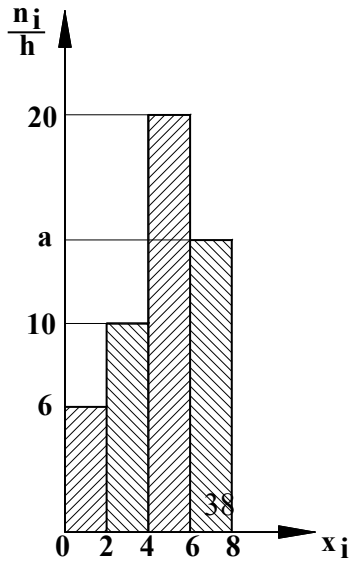
10. Установить последовательность действий для вычисления дисперсии случайной величины ξ с использованием определения понятия дисперсии, если ξ – число раз выпадения решки при двукратном подбрасывании монеты.

1) Найти M(ξ)
2) Составить закон случайной величины ξ
3) Найти $M(\xi - M(\xi))^2$
4) Составить закон распределения случайной величины $(\xi - M(\xi))^2$.

Раздел (тема) 12 «Элементы математической статистики и корреляционного анализа»

Вариант 1 (Т 16)

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n = 100, гистограмма частот которой изображена на рисунке. Найти значение параметра a.



2. Интервальный вариационный ряд графически можно изобразить

1) полигоном 2) гистограммой 3) кумулятивной кривой

3. Из генеральной совокупности извлечена выборка. Найдите несмещённую оценку математического ожидания.

x_i	3	5	9
n_i	2	7	1

4. Найти дисперсию для выборки

x_i	1	2	3
n_i	5	3	2

5.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при построении интервального вариационного ряда по данным выборки	1) составление таблицы, в которой в первой строке формируются границы интервалов, а число во второй строке – это общая сумма частоты встреч всех чисел дискретного ряда, попадающих в соответствующий интервал 2) формирование шкалы интервалов 3) нахождение величины интервала 4) построение дискретного вариационного ряда	

6. Для вариационного ряда 3, 4, 5, 9, 10, 10, 12, 12, 12 вычислить медиану.

7. Дан доверительный интервал (13,5; 17,3) для оценки математического ожидания нормально распределённого количественного признака. Найти точность этой оценки.

8. Основная гипотеза имеет вид $H_0: \sigma^2 = 3$. Тогда конкурирующей может явится гипотеза

1) $H_1: \sigma^2 > 2$ 2) $H_1: \sigma^2 \geq 3$ 3) $H_1: \sigma^2 < 6$ 4) $H_1: \sigma^2 < 3$ 5) $H_1: \sigma^2 \leq 3$

9. Правосторонняя критическая область может определяться из соотношения

1) $P(K > 2{,}2) = 0{,}05$ 2) $P(K < -2{,}2) = 0{,}05$

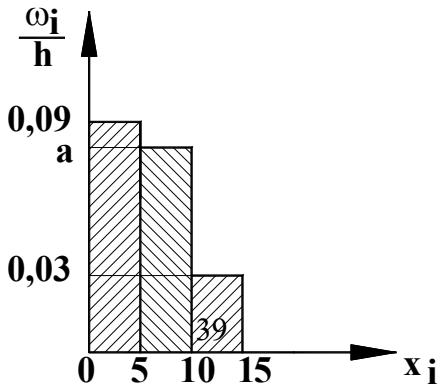
3) $P(K < -2{,}2) + P(K > 2{,}2) = 0{,}05$ 4) $P(-2{,}2 < K < 2{,}2) = 0{,}95$

10. Для вариационного ряда 4, 5, 5, 6, 10 вычислены числовые характеристики. Установите соответствие между их названиями и значениями.

1) 4 2) 33,2 3) 5,6 4) 5	а) мода б) среднее квадратическое в) среднее арифметическое г) дисперсия д) размах

Вариант 2 (Т 16)

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n = 100, гистограмма относительных частот которой изображена на рисунке. Найти значение параметра а.



2. Дискретный вариационный ряд графически можно изобразить

1) полигоном 2) гистограммой 3) кумулятивной кривой

3. Из генеральной совокупности извлечена выборка. Найдите несмещённую оценку дисперсии.

x_i	3	5	9
n_i	2	7	1

4. Найти среднее арифметическое для выборки

x_i	1	2	3
n_i	5	3	2

5.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при проверке гипотезы	1) вычисляется наблюдаемый критерий 2) записываются основная и конкурирующая гипотезы 3) вычисляется критический критерий 4) делается вывод о подтверждении или опровержении H_0 5) сравниваются полученные величины	

6. Для вариационного ряда 3, 4, 9, 9, 9, 10, 11, 12, 13, 13 вычислить моду.

7. Дан доверительный интервал (13,5; 17,3) для оценки математического ожидания нормально распределённого количественного признака. Найти точечную оценку математического ожидания.

8. Основная гипотеза имеет вид $H_0: a = 20$. Тогда конкурирующей может явится гипотеза

1) $H_1: a \geq 19$ 2) $H_1: a > 18$ 3) $H_1: a \neq 20$ 4) $H_1: a \leq 21$ 5) $H_1: a < 21$

9. Левосторонняя критическая область может определяться из соотношения

1) $P(K > 2{,}2) = 0{,}05$ 2) $P(K < -2{,}2) = 0{,}05$

3) $P(K < -2{,}2) + P(K > 2{,}2) = 0{,}05$ 4) $P(-2{,}2 < K < 2{,}2) = 0{,}95$

10. Для вариационного ряда 3, 4, 5, 9, 10, 10, 12, 12, 12 вычислены числовые характеристики. Установите соответствие между их названиями и значениями.

1) 10 2) 9 3) $8\frac{5}{9}$ 4) 12	а) мода б) медиана в) среднее арифметическое г) дисперсия д) размах

Шкала оценивания: 10-ти балльная для Т 1−Т 16.

Критерии оценивания:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

9, 10 баллов соответствуют оценке «отлично»;

7, 8 баллов – оценке «хорошо»;

5, 6 баллов – оценке «удовлетворительно»;

4 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».

1.2 ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Лабораторная работа №1 «Расчёт вероятностей случайных событий» (2 часа)

Вариант 1

Задание №1. Вычислить статистическую и классическую вероятности.

а) При испытании прибора оказалось, что относительная частота появления некачественного прибора равна 0,05. Найти число исправных приборов в партии из 500 приборов

б) В каждой пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Галя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найти вероятность того, что Галя не найдёт приз в своей банке.

Задание №2. Вычислить вероятность, используя формулу полной вероятности (или формулу Байеса).

Сборщик получил 3 коробки деталей, изготовленных заводом №1, и 2 коробки деталей, изготовленных заводом №2. Вероятность того, что деталь с завода №1 стандартна, равна 0,8, а с завода №2 – 0,9. Сборщик наудачу извлек деталь из наудачу взятой коробки. Найти вероятность того, что она стандартная.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Вычислить статистическую и классическую вероятности.

а) При стрельбе из винтовки относительная частота попадания в цель оказалась равной 0,85. Найти число попаданий, если всего было произведено 120 выстрелов.

б) На каждые 1000 электрических лампочек приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

Задание №2. Вычислить вероятность, используя формулу полной вероятности (или формулу Байеса).

В городе два медицинских центра занимаются пластической хирургией: дорогой и не очень. В среднем каждый год около 3000 жителей города прибегают к услугам пластики, в дорогой центр обращаются только около 1000 из них. Вероятность успешного исхода операции при обращении в дорогой мед. центр равна 0,9, а при обращении в более дешевой центр – 0,6. Для интервью выбрали случайным образом одного человека, удачно сделавшего пластическую операцию. Найти вероятность того, что он обратился в более дешевой мед. центр.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №1

1. Предмет и основные определения теории вероятностей.
2. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности, вытекающие из классического определения. Примеры.
3. Статистическое определение вероятности, его особенности и связь с классическим определением.
4. Геометрическая вероятность, её особенности.
5. Полная группа несовместных событий, противоположные события, свойства их вероятностей.
6. Зависимые и независимые события. Условные и безусловные вероятности.
7. Теоремы умножения вероятностей.
8. Теоремы сложения вероятностей.
9. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
10. Комбинаторика: размещения, сочетания, перестановки. Размещения, сочетания и перестановки с повторениями. Примеры.

Лабораторная работа №2 «Повторные испытания. Случайные величины»

Вариант 1

Задание №1. Два равносильных противника играют в шахматы. Что вероятнее:

а) выиграть одну партию из двух или две партии из четырёх?

б) выиграть не менее двух партий из четырёх или не менее трёх партий из пяти?

Задание №2. Торговый агент в среднем контактирует с 8 потенциальными покупателями в день. Из опыта ему известно, что вероятность того, что потенциальный покупатель совершит покупку, равна 0,1. Чему равна вероятность того, что у агента будут хотя бы две продажи в течение дня?

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Среди коконов некоторой партии 30% цветных. Какова вероятность того, что среди 5 случайно отобранных коконов

а) попадётся 2 или 3 цветных?

б) попадётся хотя бы один не цветной?

Задание №2. В партии из 768 арбузов каждый арбуз оказывается неспелым с вероятностью 0,25. Найти вероятность того, что количество спелых арбузов будет находиться в пределах от 564 до 600.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №2

1. Опишите схему испытаний Бернулли.
2. Общая схема определения формулы для расчёта вероятности при повторном испытании.
3. Формула Бернулли.
4. Формула Пуассона.
5. Локальная теорема Лапласа.
6. Интегральная теорема Лапласа.
7. Наивероятнейшее число появлений события.
8. Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
9. Закон больших чисел. Понятие о теореме Чебышева (общий случай). Значение теоремы Чебышева.
10. Понятие о центральной предельной теореме Ляпунова.

Лабораторная работа №3 «Числовые характеристики случайных величин»

Вариант 1

Задание №1. Случайная величина X распределена по следующему закону

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,3	0,2	?	0,1	0,1

а) найти $p(X = 3)$;

б) вычислить $M(X)$ и $D(X)$.

Задание №2. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ ax^2, & 0 < x \le 5, \\ 1, & x > 5. \end{cases}$ Найти плотность распределения вероятностей и $M(X)$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Случайная величина X распределена по следующему закону

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,1	0,3	?	0,2	0,1

а) найти $p(X = 3)$;

б) вычислить $M(X)$ и $D(X)$.

Задание №2. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей $f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1, \\ x + a, & 1 < x \le 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$ Найти функцию распределения и $M(X)$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №3

1. Случайные величины и случайные события. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения случайной величины и способы его задания.
2. Числовые характеристики случайных величин. Начальные и центральные моменты. Асимметрия и эксцесс.
3. Математическое ожидание случайной величины. Его смысл и примеры. Свойства математического ожидания.
4. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины. Их смысл и примеры вычисления. Формулы для вычисления дисперсии. Свойства дисперсии.
5. Мода.
6. Медиана.
7. Распределения дискретных случайных величин.
8. Распределения непрерывных случайных величин.
9. Дифференциальная и интегральная функции их распределения, их смысл и связь между ними.
10. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал. Вероятность того, что непрерывная случайная величина примет точно заданное значение.

Лабораторная работа №4 «Элементы математической статистики и корреляционного анализа»

Для двух случайных величин X и Y проведена серия испытаний. Результаты испытаний записаны в следующую корреляционную таблицу. Четные варианты индивидуальные задания берут из таблицы 1, а нечетные – из таблицы 2.

Таблица 1

Индивидуальные данные к заданию 6

Y \ X	0	1	2	3	4	5
1	D	C	–	–	–	–
2	–	C	B	–	–	–
3	–	–	A	B	A	1
4	–	–	–	–	D	C

Таблица 2

Индивидуальные данные к заданию 6

X / Y	0	1	2	3	4	5
1						A
2				C	B	A
3		D	3	B		
4	C	2				

Для этих случайных величин:

1. Вычислить числовые характеристики выборочные средние, выборочные дисперсии, ковариацию и выборочный коэффициент корреляции ρ_{XY}.
2. Проверить для доверительной вероятности P = 0,95 значимость коэффициента корреляции ρ_{XY}. Сделать вывод о тесноте взаимосвязи.
3. Написать уравнения прямых регрессий Y на X и X на Y.
4. В подходящем масштабе изобразить на графике точки (x, y) из корреляционной таблицы и прямые регрессии.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №4

1. Дайте определения: перестановок, сочетаний, размещений.
2. Сформулируйте классическое определение вероятностей. Укажите недостатки этого определения.
3. Какое событие называется достоверным, невозможным, случайным?
4. Дайте определение полной группы событий.
5. Какие события называются несовместными, совместными, противоположными, независимыми?
6. Дайте определение относительной частоты.
7. Сформулируйте статистическое определение вероятностей. Назовите условия существования статистической вероятности.
8. Что такое вариационный и статистический ряды, ряд распределения, функция распределения и эмпирическая функция распределения, гистограмма?
9. Что такое интервальные оценки? Как построить доверительный интервал для среднего генеральной совокупности?
10. Какие особенности генеральной совокупности отражают выборочные оценки числовых характеристик?
11. Перечислите важнейшие характеристики случайных величин.
12. Перечислите важнейшие точечные характеристики выборки.
13. Дайте понятие доверительного интервала.
14. Дайте определение основной и конкурирующей гипотез.
15. Дайте определение прямой регрессии Y на X, X на Y.

2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

2.1 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Вопросы в закрытой форме.

1.1 Определитель матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ равен…

1) 34 2) 24 3) –12 4) 11 5) –2

1.2 Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $B = A^T - A^2$. Тогда матрица B равна…

1) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -11 & -20 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 6 & -15 \\ -10 & -14 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 6 & 15 \\ -20 & -14 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} -4 & -9 \\ 16 & 24 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 6 & -15 \\ -13 & -21 \end{pmatrix}$

1.3 Для системы $\begin{cases} 4\sqrt{2}x + y = \sqrt{2}; \\ 24x + 3\sqrt{2}y = 6 \end{cases}$ справедливо следующее утверждение…

1) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен нулю; система имеет одно решение; если $x = -3\sqrt{2}$, то соответствующий y равен…
2) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен нулю; система не имеет решений
3) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен 11; система имеет одно решение; если $x = -3\sqrt{2}$, то соответствующий y равен…
4) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен нулю; система имеет бесконечное множество решений; если $x = C$, то соответствующий y равен…
5) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен 11; система имеет два решения; если $x = -3\sqrt{2}$, то соответствующий y равен…

Замечание: если система имеет решения, то необходимо их указать в соответствии с утверждением!

1.4 Если $\vec{a}$ (3; 4; –1), $\vec{b}$ (2; 1; –4), то проекция $\text{пр}_{\vec{b}}\vec{a}$, равна ...

1) $\frac{14}{\sqrt{26}}$ 2) $\frac{14}{\sqrt{21}}$ 3) 14 4) $\frac{2}{7}$ 5) $\frac{7}{\sqrt{6}}$

1.5 Уравнение прямой, проходящей через точку М(1;–8) перпендикулярно прямой $y = 2 - 3x$, имеет вид …

1) $y = -3x - 5$ 2) $y = \frac{x}{3} + \frac{11}{3}$ 3) $y = \frac{x}{3} - \frac{25}{3}$

4) $y = -3x - 23$ 5) $y = \frac{x}{3} - \frac{23}{3}$

1.6 Даны комплексные числа: $z_1 = 7 + i$ и $z_2 = 1 - 2i$. Отношение $\frac{z_1}{z_2}$ равно…

1) $-\frac{5}{3} - 5i$ 2) $\frac{9}{5} - \frac{13}{5}i$ 3) 1+3i 4) 0,1–0,3i 5) $\frac{5}{48} - \frac{15}{48}i$

1.7 Тригонометрическая форма комплексного числа $z = 6 - 6i$ имеет вид …

1) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ 2) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

3) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ 4) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)$

5) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}-i\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

1.8 Даны два множества $A=\{-5,\ -2,\ 1,\ 4,\ 7,\ 10,\ 13\}$ и $B=\{-4,\ -2,\ 0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$. Тогда $A\cap B$ имеет вид…

1) $\{-4,\ 0,\ 2,\ 6,\ 8\}$ 2) $\{-5,\ -4,\ -2,\ 0,\ 1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10,\ 13\}$

3) $\{-5,\ -4,\ 0,\ 1,\ 2,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10,\ 13\}$ 4) $\{-2,\ 4\}$ 5) $\{-5,\ 1,\ 7,\ 10,\ 13\}$

1.9 Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^5+2x^3-1}{4x^3+x}$ равен …

1) ∞ 2) 0,5 3) 0 4) $-\infty$ 5) –0,25

1.10 Производная функции $y=x^5-\dfrac{1}{x}+\sqrt[4]{x^3}$ равна...

1) $5x^4-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

4) $5x+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

1.11 Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y<0$, $y'<0$, $y''>0$.

1) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз

2) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

3) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх

4) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз

5) график лежит выше оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

1.12 Одной из первообразных от функции $y=2x-3$ является функция…

1) x^2-3+C 2) 2 3) $2x^2-3+C$

4) x^2-3x+C 5) $2-3x$

1.13 Интеграл $\int\dfrac{\ln^2 x}{x}dx$ равен…

1) $\ln^3 x+C$ 2) $\dfrac{\ln^3 x}{3}+C$ 3) $\ln x+C$ 4) $2\ln x+C$ 5) $-\dfrac{\ln^3 x}{3x}+C$

1.14 Определенный интеграл $\int\limits_1^8\dfrac{2dx}{\sqrt[3]{x}}$ равен_____.

1) 3 2) 5 3) 9 4) 7 5) 11

1.15 Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int\limits_{-1}^{1}\dfrac{x}{x+1}dx$ 2) $\int\limits_{-1}^{1}e^{\frac{x+1}{x}}dx$ 3) $\int\limits_{-1}^{1}\ln(x+5)\,dx$ 4) $\int\limits_{-1}^{1}(x-1)(x+1)\,dx$

1.16 Частная производная $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z=x-\dfrac{x}{y}+1$ равна…

1) $1-\frac{x}{y^2}$ 2) $x-\frac{1}{y^2}+1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1-\frac{1}{y^2}$ 5) $1-\frac{x}{y}$

1.17 Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z=x-\frac{x}{y}+1$ равна…

1) $1-\frac{x}{y^2}$ 2) $x-\frac{1}{y^2}+1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1-\frac{1}{y^2}$ 5) $1-\frac{x}{y}$

1.18 Общее решение дифференциального уравнения $y'=\sqrt{y-1}$ имеет вид

1) $y=1+\left(\frac{x+C}{2}\right)^{-1}$ 2) $y=1+\left(\frac{x+C}{2}\right)^{-2}$ 3) $y=1+\left(\frac{x+C}{2}\right)^{2}$

4) $y=C+\left(\frac{x}{2}\right)^{2}$ 5) $y=1+C\left(\frac{x}{2}\right)^{2}$

1.19 Общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $e^x dx-\left(e^x+2\right)\cdot 4ydy=0$ имеет вид…

1) $\frac{1}{\sqrt{2}}arctg\frac{e^x}{\sqrt{2}}=2y^2+C$ 2) $\ln\left|e^x+2\right|=C-2y^2$ 3) $\ln\left|e^x+2\right|=2y^2+C$

4) $e^x\cdot\ln\left|e^x+2\right|=2y^2+C$ 5) $\frac{1}{\sqrt{2}}arctg\frac{e^x}{\sqrt{2}}=C-2y^2$

1.20 Для ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{3n}\right)^{n^2}$ верным является утверждение

1) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=0$ 2) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=e$

3) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=\infty$ 4) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=e^3$

1.21 Область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{3^n\ (n^2+1)}$ равна

1) [-3; 3) 2) [-3; 3] 3) (-3; 3] 4) [-1/3; 1/3]

1.22 Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2$, $y=-\sqrt{x}$, $x=1$, имеет вид…

1) $\int_0^1 dx\int_{x^2}^{-\sqrt{x}}f(x;y)dy$ 2) $\int_{-\sqrt{x}}^{x^2}dx\int_{y^2}^{\sqrt{y}}f(x;y)dy$ 3) $\int_0^1 dx\int_{y^2}^{\sqrt{y}}f(x;y)dy$

4) $\int_{-1}^1 dy\int_{y^2}^{\sqrt{y}}f(x;y)dx$ 5) $\int_0^1 dx\int_{-\sqrt{x}}^{x^2}f(x;y)dy$

1.23 Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2-1$, $y=\sqrt{1-x^2}$, имеет вид…

1) $\int_{-1}^1 dy\int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}}f(x;y)dx$ 2) $\int_{-1}^1 dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1}f(x;y)dy$ 3) $\int_{-1}^1 dx\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}}f(x;y)dy$

4) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}}dx\int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}}f(x;y)dy$ 5) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}}dx\int_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}}f(x;y)dy$

1.24 Восстановить аналитическую функцию $W=u(x,y)+i\cdot v(x,y)$ по её известной мнимой части $v(x,y)=e^y\cdot\cos x$.

1) $W=i\cdot e^{-iz}+C$ 2) $W=i\cdot e^{iz}+C$ 3) $W=i\cdot e^{-z}+C$

4) $W=e^{iz}+C$ 5) $W=i\cdot e^{z}+C$

1.25 Определить вид особой точки $z=2i$ для функции $f(z)=\frac{z^2+4}{z-2i}$.

1) полюс первого порядка
2) устранимая особая точка
3) полюс второго порядка
4) существенно особая точка

1.26 Фабрика выпускает сумки. В среднем на 180 качественных сумок приходится две сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

1) 0,99 2) 0,90 3) 0,10 4) 0,01 5) 0,11

1.27 Формула для вычисления вероятности события «при выборе 4 мячей из 7 красных и 5 синих выберут 4 синих» имеет вид

1) $\frac{C_{12}^4}{C_5^4}$ 2) $\frac{C_4^5}{C_4^{12}}$ 3) $\frac{C_5^4}{C_{12}^4}$ 4) $\frac{C_{12}^4}{C_{12}^5}$ 5) $\frac{4}{C_{12}^4}$

1.28 Статистическое распределение выборки имеет вид

$x_i - x_{i+1}$	0-1,5	1,5-3,0	3,0-4,5	4,5-6,0	6,0-7,5
n_i	10	32	60	28	20

Тогда объем выборки равен

1) 225 2) 140 3) 100 4) 150

1.29 Из предложенных вариантов выберите $\chi^2_{\text{крит.}}$, используя условие задачи.

1) 9,5 2) 10,5 3) 8,5 4) 7 5) 10

ЗАДАЧА. Используя критерий Пирсона при уровне значимости 0,05, установить, случайно или значимо расхождение между эмпирическими и теоретическими частотами, которые вычислены, исходя из предположения о нормальном распределении признака X генеральной совокупности:

$m_i^{\text{э}}$	14	18	32	70	20	36	10
$m_i^{\text{т}}$	10	24	34	80	18	22	12

2. Вопросы в открытой форме

2.1 Определитель $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 6 \end{vmatrix}$ равен…

2.2 Найти x, если $A = \begin{pmatrix} x & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 12 & -52 \\ 13 & -1 \end{pmatrix}$, $3A^2 - 2A + 3E = B$.

2.3 Ранг матрицы $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ равен…

2.4 Найти скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 3$ и $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 45^0$.

2.5 Найти m, если прямая, проходящая через точки $M(1;2;3)$ и $N(-1;0;8)$, записана в параметрическом виде $\begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 2 + mt, \\ z = 3 + 5t. \end{cases}$

2.6 Действительная часть комплексного числа $z = 5 - 6i$ равна…

2.7 Модуль комплексного числа $z = -4 + 3i$ равен…

2.8 Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+3}{2x}\right)^{x}$ равен …

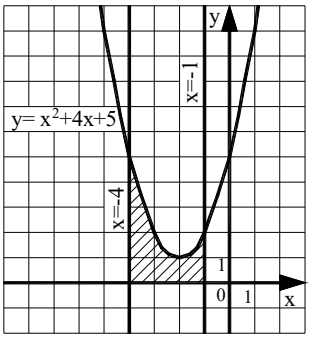
2.9 Предел $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-x-1}{3x^2-x-2}$ равен …

2.10 Найти коэффициент k касательной $y=kx+b$ к параболе $y=7x^2-14x+5$ в точке $x_0=2$.

2.11 Найти точку минимума функции $y=(2x+1)^2\cdot(x+3)+4$.

2.12 Пусть $F(x)=a\cdot\cos\frac{x}{2}+b\cdot x^2+c\cdot x$ – первообразная для функции $f(x)=\sin\frac{x}{2}+x-8$, график которой проходит через точку $M(0;-2)$. Найти произведение $a\cdot b\cdot c$.

2.13 Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке. Ответ округлить до сотых.



2.14 Определенный интеграл $\int\limits_1^2 arctg\sqrt{4x-1}\,dx$ равен…

2.15 Несобственный интеграл $\int\limits_1^{+\infty}\dfrac{\cos x}{x^3}dx$ равен_____.

2.16 Найдите сумму $a+b+c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u=5x^2+3y^2+3z^2$ в точке $M(0;-2;3)$.

2.17 Найдите сумму $a+b+c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u=2x^2-3y^2+4z^2$ в точке $M(1;-1;2)$.

2.18 Найти постоянную С в частном решении дифференциального уравнения $y\cdot y'=\sqrt{x}$ при $y(9)=4$.

2.19 Найдите постоянную С в частном решении дифференциального уравнения $y\cdot y'=4x^3$ при $y(5)=2$.

2.20 Сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n-2^n}{5^n}$ равна …

2.21 Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^{2n}}{6\cdot 5^{n+2}}$равен...

2.22 Вычислить двойной интеграл $\iint_D(2x-3y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=4.

2.23 Вычислить массу дуги циклоиды $x=t-\sin t,\ y=1-\cos t,\ 0\le t\le 2\pi$, если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(t)=\sin\frac{t}{2}$.

2.24 Вычислить $f'(3)$, если $f(z)=4x^2-4y^2+3x+(8xy+3y)i$.

2.25 Вычислить интеграл $\oint_{|z-1|=1}\frac{dz}{(z-1)(z+2)}$.

2.26 На каждые 1000 электрических лампочек приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

2.27 Вероятность того, что аккумулятор не заряжен, равна 0,15. Покупатель в магазине приобретает случайную упаковку, которая содержит два таких аккумулятора. Найти вероятность того, что оба аккумулятора в этой упаковке окажутся заряжены.

2.28 Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n=100

x_i	3	4	5	6	7
n_i	7	n_2	45	21	2

Найти относительную частоту варианты $x_i = 4$.

2.29 Дан доверительный интервал (13,5; 17,3) для оценки математического ожидания нормально распределённого количественного признака. Найти точность этой оценки.

3. Вопросы на установление последовательности.

3.1 Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{5}x + 2y = 1, \\ 6x - 3\sqrt{5}y = 12\sqrt{5} \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.

Замечание: вычисления производить в следующей последовательности: 1) $\det A$; 2) $\det A_x$; 3) x; 4) $\det A_y$; 5) y.

Варианты ответов:
1) $\sqrt{5}$
2) $-27\sqrt{5}$
3) -2
4) -27
5) 54

3.2 Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{3}x + 2y = 11, \\ 4x - \sqrt{3}y = 0 \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.
Замечание: вычисления производить в следующей последовательности: 1) $\det A$; 2) $\det A_x$; 3) x; 4) $\det A_y$; 5) y.

Варианты ответов:
1) $-11\sqrt{3}$

2) 4

3) -44

4) $\sqrt{3}$

5) -11

3.3 Расположите последовательность действий при вычислении площади треугольника ABC, если $A(2; -1; 2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(3; 2; 1)$.
1) вычислить $\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|$

2) найти определитель $\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$

3) вычислить $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$

4) разделить модуль векторного произведения на два

3.4 Расположите последовательность действий при вычислении объёма треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(3;4;5)$, $B(1;2;1)$, $C(-2;-3;6)$, $D(3;-6;-3)$. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.

Замечание: вычисления производить в следующей последовательности: 1) $\overrightarrow{AB}$; 2) $\overrightarrow{AC}$; 3) $\overrightarrow{AD}$; 4) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$; 5) объём пирамиды.

Варианты ответов:
1) $(-5;-7;1)$

2) $(-2;-2;-4)$

3) 42

4) −252

5) $(0;-10;-8)$

3.5 Составьте последовательность действий при выводе общего уравнения прямой:

а) $\left.\begin{array}{l}\overline{n} \perp \ell \\ \overline{M_0M} \subset \ell\end{array}\right\} \Rightarrow \overline{n} \perp \overline{M_0M} \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \overline{M_0M} = 0$

б) даны точка $M_0(x_0, y_0)$, принадлежащая прямой, и вектор $\bar{n} = (A, B)$, ей перпендикулярный

в) $\overline{n} \cdot \overline{M_0M} = A(x-x_0)+B(y-y_0)=0 \Leftrightarrow Ax+By+C=0$, где $C = -Ax_0 - By_0$.

г) составим вектор $\overline{M_0M} = (x-x_0, y-y_0)$, где $M(x, y)$ – текущая точка прямой.

3.6 Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую.
1) подстановка ρ и φ в формулу
2) нахождения главного значения аргумента
3) вычисление модуля комплексного числа
4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$
5) определение значений действительной и мнимой частей

3.7 Укажите последовательность действий при возведении комплексного числа в натуральную степень (без использования формул сокращённого умножения).
1) подстановка ρ и φ в формулу Муавра
2) нахождения главного значения аргумента
3) вычисление модуля комплексного числа
4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$
5) определение значений действительной и мнимой частей

3.8 Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).
Число A называется пределом функции f(x) в точке x_0, если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _____.
I. $|f(x) - A| < \varepsilon$
II. для любого числа $\varepsilon > 0$
III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.9 Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).
Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если _____ существует _____ такой, что если _____ , то выполняется условие _____.

I. $|x_n| < \varepsilon$
II. $n > N(\varepsilon)$
III. для любого числа $\varepsilon > 0$
IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

3.10 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.

1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$
2) найти приращение функции $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$
3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x+\Delta x)$
4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$
5) определить отношение $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

3.11 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$.

1) найти производные обеих частей равенства
2) прологарифмировать обе части равенства
3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции
4) воспользоваться свойством $\ln|a^b| = b \cdot \ln|a|$
5) заменить *y* исходной функцией

3.12 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$.

1) используем таблицу неопределённых интегралов
2) используем формулу квадрата разности
3) добавляем постоянную C в конце записи
4) используем свойство неопределённого интеграла $\int \big(f(x) + g(x)\big)dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$
5) используем почленное деление

3.13 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если функция F(x) – _____ функции f(x) на промежутке X, то множество функций F(x)+C, где C – произвольная постоянная, называется _____ от функции f(x) на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x)dx$. При этом f(x) называется _____ , f(x)dx называется _____ .

I. подынтегральной функцией
II. первообразная
III. подынтегральным выражением
IV. неопределенным интегралом

3.14 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка одного из свойств определенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если m и M – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции f(x) на _____, то _____ ≤ _____ ≤ _____ .

I) $M(b-a)$
II) $m(b-a)$

III) $\int_a^b f(x)dx$

IV) $[a,b]$

3.15 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

I) Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II) Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III) Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b \big(f(x) - g(x)\big)dx$.

IV) Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.16 Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$.

1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$

2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$

3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$

4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$

5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$

6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$

3.17 Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

1) вычисляем значения A, B, C

2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$

3) определяем стационарные точки

4) находим частные производные функции первого и второго порядков

5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума

6) вычисляем значение Δ

7) определяем наличие точки экстремума

3.18 Определить последовательность действий при нахождении общего решения дифференциального уравнения $(1 + x^2)y' + 2xy = 3x^2$.

1) $v = \frac{1}{1+x^2}$

2) $y = \frac{x^3+C}{1+x^2}$

3) $u'v + u\left(v' + \frac{2xv}{1+x^2}\right) = \frac{3x^2}{1+x^2}$

4) $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$

5) $u = x^3 + C$

3.19 Определить последовательность действий при нахождении частного решения дифференциального уравнения $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2y^2$ при $y(1) = -\frac{1}{5}$.

1) $u = -\frac{1}{3x+C}$

2) $v = \frac{1}{x^2}$

3) $u'v + u\left(v' + \frac{2v}{x}\right) = 3x^2(uv)^2$

4) $y = \frac{1}{x^2}\left(-\frac{1}{3x+C}\right)$

5) $y = -\frac{1}{3x^3+2x^2}$

3.20 Ниже сформулированы факты о сходимости и расходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждения оказались верными (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _____, то _____ . Если _____, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _____ .

I. расходится

II. сходится

III. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$

IV. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$

3.21 Запишите верную последовательность действий при нахождении области сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 5^{n+1}}$.

1) Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости
2) Записать интервал сходимости ряда
3) Найти радиус сходимости ряда
4) Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

3.22 Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D (x+2y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x = 2, y = x, x = 2y$.

1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^{x} (x+2)dy = \frac{5}{4}\int_0^2 x^2 dx$

2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^{x} (x+2)dy$

3) Построить область $D: x = 2, x = 2y, y = x$

4) Вычислить $\frac{5}{4}\int_0^2 x^2 dx = \frac{10}{3}$

3.23 Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D cos(x+y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$.

1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy$

2) Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (cosx - sin2x)dx = 0$

3) Построить область $D: x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$

4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy = cosx - sin2x$

3.24 На столе лежат четыре стопки карточек, каждая стопка содержит одинаковый набор из восьми карточек с буквами А, В, Д, К, О, О, П, Р. Все стопки перемешивают и из получившейся большой стопки выбирают 6 карточек. Укажите последовательность решений по порядку вопросов.

Найти число способов получить из выбранных карточек

а) две буквы О;

б) не менее четырёх букв О;

в) хотя бы пять букв О;

г) более двух букв О;

д) три или четыре буквы О.

Варианты решений:

1) $C_8^5 \cdot C_{24}^1 + C_8^6 \cdot C_{24}^0$

2) $C_8^3 \cdot C_{24}^3 + C_8^4 \cdot C_{24}^2 + C_8^5 \cdot C_{24}^1 + C_8^6 \cdot C_{24}^0$

3) $C_8^2 \cdot C_{24}^4$

4) $C_8^3 \cdot C_{24}^3 + C_8^4 \cdot C_{24}^2$

5) $C_8^4 \cdot C_{24}^2 + C_8^5 \cdot C_{24}^1 + C_8^6 \cdot C_{24}^0$

Замечание: ответ записать в виде последовательности цифр от 1 до 5, например, 13245.

3.26 Определите последовательность получения чисел при вычислении вероятности того, что среди 100 новорождённых окажется 50 мальчиков, если вероятность рождения мальчика равна 0,51. Предложен следующий порядок вычислений: 1) p; 2) q; 3) x; 4) $\varphi(x)$; 5) $P_{100}(50)$. Ответ представить в виде, например, 34521.

1) –0,20

2) 0,49

3) 0,3910

4) 0,51

5) 0,0782

3.27 Установить последовательность действий для вычисления дисперсии случайной величины ξ, если ξ задана законом распределения

x_i	2	4	5
p_i	p_1	0,5	0,3

1) Вычислить M(ξ)

2) Вычислить M(ξ^2)

3) Вычислить M(ξ^2) – M^2(ξ)

4) Найти вероятность того, что ξ примет значение 2

3.28 Расположите последовательность действий при построении интервального вариационного ряда по данным выборки

1) составление таблицы, в которой в первой строке формируются границы интервалов, а число во второй строке – это общая сумма частоты встреч всех чисел дискретного ряда, попадающих в соответствующий интервал

2) формирование шкалы интервалов

3) нахождение величины интервала

4) построение дискретного вариационного ряда

3.29 Расположите последовательность действий при проверке гипотезы

1) вычисляется наблюдаемый критерий

2) записываются основная и конкурирующая гипотезы

3) вычисляется критический критерий

4) делается вывод о подтверждении или опровержении H_0

5) сравниваются полученные величины

4. Вопросы на установление соответствия.

4.1 Установите соответствие между матрицей и ее размерностью.

1) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$	а) $[2 \times 3]$ б) $[3 \times 3]$ в) $[3 \times 2]$

2) $\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix}$	г) $[2 \times 2]$

4.2 Установите соответствие между минором и его значением для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

1) M_{21} 2) M_{32} 3) M_{13}	а) 10 б) −5 в) −9 г) 8

4.3 Установить соответствие между системой и количеством её решений.

1) $\begin{cases} 4x + 6y = -1, \\ 12x + 18y = -3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 12x - 7y = 5, \\ -48x + 28y = -15 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x - 5y = 6, \\ x + 2y = 25 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x - 5y = 0, \\ 6x - 15y = 0 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение б) система имеет бесконечное множество решений в) система несовместна г) система имеет только тривиальное решение д) система имеет два решения

4.4 Установить соответствие между действием и формулой.

1) нахождение скалярного произведения векторов 2) нахождение векторного произведения векторов 3) нахождение смешанного произведения векторов 4) нахождение длины вектора	а) $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ б) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$ в) $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$ г) $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert}$ д) $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$

4.5 Установить соответствие взаимного расположение прямой $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$ и плоскости $Ax+By+Cz+D=0$.

ПРЯМАЯ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) параллельна плоскости 2) перпендикулярна плоскости 3) образует с плоскостью угол	а) $\frac{A}{l} = \frac{B}{m} = \frac{C}{n}$ б) $Al + Bm + Cn = 0$ в) $ABC = lmn$ г) $\cos\alpha = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$ д) $\sin\alpha = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$

4.6 Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = 2 + i$.

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\overline{z}_1^{\,2}$ 4) $z_1 + z_2$	а) $16 - 30i$ б) $7 - 2i$ в) $1{,}4 - 2{,}2i$ г) $13 - i$ д) $16 + 30i$

4.7 Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 2 + 4i$ и $z_2 = 1 - 3i$.

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\overline{z}_1^{\,2}$ 4) $z_1 + z_2$	а) $3+i$ б) $i - 1$ в) $-12 + 16i$ г) $-12 - 16i$ д) $14 - 2i$

4.8 Даны числовые промежутки $A = [3; 5)$ и $B = [0; 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие.

1) $A \cap B$ 2) $A \cup B$ 3) $A \backslash B$ 4) $B \backslash A$	а) $[0; 5)$ б) $\emptyset$ в) $(3; 5)$ г) $[3; 5)$ д) $\{3\}$

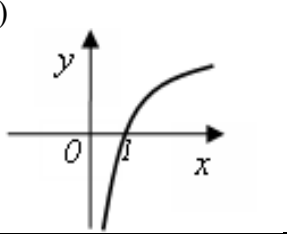
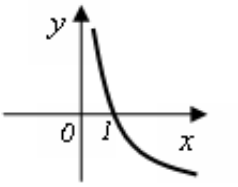
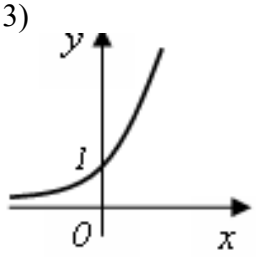
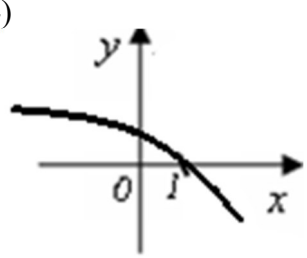
4.9 Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

5) $\lim\limits_{x \to 1}(1 - x) \cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ 6) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$ 7) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$ 8) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$ б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ в) неопределённость (1^{∞}) г) неопределённость $(0 \cdot \infty)$ д) неопределённость $(\infty + \infty)$

4.10 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

4.11 Установить соответствие между графиками функций и знаками первой и второй производной этих функций

1) 	а) $y' > 0,\ y'' > 0$
2) 	б) $y' < 0,\ y'' < 0$
3) 	в) $y' > 0,\ y'' < 0$
4) 	г) $y' < 0,\ y'' > 0$

4.12 Установите соответствие между интегралами и их значениями

1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$ 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$ 3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ 4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	а) $\frac{1}{2a}\ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\| + c$ б) $\frac{1}{a} arc\, tg \frac{x}{a} + c$ в) $arc \sin \frac{x}{a} + c$ г) $arc\, tg \frac{x}{a} + c$ д) $\ln\left\|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right\| + c$

4.13 Установите соответствие между неопределенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int Af(x)dx$	а) $\int f\,dx \pm \int g\,dx$
2) $\int (f \pm g)dx$	б) $f(x)$
3) $\left(\int f(x)dx\right)'$	в) $A\int f(x)dx$
4) $\int dF(x)$	г) $F(x)+C$
	д) $f(x)dx$

4.14 Установите соответствие между интегралом и способом его вычисления.

1) $\int_e^{2e} \frac{dx}{x\cdot\ln^5 x}$	а) использование почленного деления
2) $\int_0^{\pi}(x+1)\sin x\,dx$	б) подведение под знак дифференциала
3) $\int_0^1 5^x$	в) непосредственное интегрирование
4) $\int_1^2 \frac{2-x}{x}$	г) метод интегрирования по частям

4.15 Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int_b^a f(x)dx$	а) 0
2) $\int_a^a f(x)dx$	б) $-\int_a^b f(x)dx$
3) $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$	в) $\int_a^b f(x)dx$
4) $\int_a^b (f(x)+g(x))dx$	г) $\int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$
	д) $\int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

4.16 Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1;-1)$ и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x}\Big\|_{M_0}$	а) -3
2) $\frac{\partial z}{\partial y}\Big\|_{M_0}$	б) 8
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\Big\|_{M_0}$	в) 2
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\Big\|_{M_0}$	г) 6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\Big\|_{M_0}$	д) 9
	е) 1

4.17 Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1;2)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) 30 б) −14 в) −12 г) −6 д) −4 е) 3

4.18 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) y″ + y′ − 6y = 0 2) y″ – 10y′ + 29y = 0 3) y″ – 10y′ + 25y = 0 4) y″ + 25y = 0	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

4.19 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) y″ + 2y′ + 3y = 0 2) y″ – 10y′ + 29y = 0 3) y″ – 2y′ + y = 0 4) y″ + 49y = 0	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

4.20 Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{5n}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^5+1}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-3}{(n+2)!}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{2}{n}\right)^{n^2}$	а) признак сравнений б) необходимый признак сходимости в) радикальный признак Коши г) признак Даламбера д) теорема Лейбница

4.21. Известно, что функцию, заданную на отрезке [-π, π] можно разложить в ряд Фурье, то есть представить в виде $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cdot \cos nx + b_n \cdot \sin nx)$. Установить соответствие между коэффициентами Фурье и формулами, по которым они вычисляются.

1) a_0 2) a_n 3) b_n	а) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx$ б) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \cos nx\,dx$

	в) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cdot \sin nx\,dx$ г) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \cos nx\,dx$ д) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \sin\ nx\ dx$

4.22 Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями:

а) $x=1, y=2, x+y=6$ б) $y=\frac{x^2}{2}, y=8$ в) $y=2x^2, y=\sqrt{x}$ г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) д) $x^2+y^2=4$x	1)$\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$

4.23 Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями

а) $x=1, y=2, x+y=6$ б) $y=\frac{x^2}{2}, y=8$ в) $y=2x^2, y=\sqrt{x}$ г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) д) $x^2+y^2=4$x	1)$\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$

4.24 Установить соответствие между условием задачи и способом ее решения.

1) Если вероятность наступления события A в каждом испытании равна 0,003, то для нахождения вероятности того, что событие A наступит 2 раза в 1000 испытаниях, вы воспользуетесь 2) Если вероятность наступления события A в каждом испытании равна 0,25, то для нахождения вероятности того, что событие A наступит от 215 до 300 раз в 1000 испытаниях, вы воспользуетесь 3) Если вероятность промышленного содержания металла в каждой пробе постоянна и равна 0,7, то для нахождения вероятности того, что среди 400 проб руды окажется 275 проб с промышленным содержанием металла, вы воспользуетесь	а) формулой Бернулли б) формулой Пуассона в) локальной теоремой Муавра-Лапласа г) интегральной теоремой Муавра-Лапласа д) формулой полной вероятности

4) Для нахождения вероятности того, что в семье с восемью детьми будет два сына, вы воспользуетесь	

4.25 Установить соответствие между случайной величиной и законом распределения.

1) Точка С делит отрезок АВ в отношении 2:1. Наудачу на отрезок АВ бросаются 4 точки. Случайная величина ξ – число точек, попавших на отрезок АС 2) Случайная величина ξ – ошибка измерительного прибора длины некоторого изделия 3) 400 изделий проходят контроль. Вероятность того, что изделие браковано, равна 0,001. Случайная величина ξ − число бракованных изделий 4) Вероятность попадания в цель 0,1. Случайная величина ξ − число выстрелов до первого попадания	а) Биномиальное распределение дискретной случайной величины б) Распределение Пуассона дискретной случайной величины в) Нормальное (гауссовское) распределение непрерывной случайной величины г) Геометрическое распределение дискретной случайной величины д) Показательное (экспоненциальное) распределение непрерывной случайной величины

4.26 Установить соответствие между характеристиками случайной величины и применяемыми формулами.

1) Математическое ожидание дискретной случайной величины 2) Математическое ожидание непрерывной случайной величины 3) Дисперсия дискретной случайной величины 4) Дисперсия непрерывной случайной величины	а) $\sum_i x_i p_i$ б) $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)\,dx - \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\,dx\right)^2$ в) $\sum_i x_i^2 p_i - \left(\sum_i x_i p_i\right)^2$ г) $\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\,dx$ д) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx$

4.27 Для вариационного ряда 3, 4, 5, 9, 10, 10, 12, 12, 12 вычислены числовые характеристики. Установите соответствие между их названиями и значениями.

1) 10 2) 9 3) $8\frac{5}{9}$ 4) 12	а) мода б) медиана в) среднее арифметическое г) дисперсия д) размах

4.28 При проверке гипотезы о виде закона распределения признака X основная и конкурирующая гипотезы имеют вид:

H_0: признак X имеет нормальный закон распределения.

H_1: признак X имеет закон распределения, отличный от нормального.

Рассматривается правосторонняя критическая область. При решении задачи получили следующие данные: $\chi^2_{\text{набл}} \approx 13{,}93$; $\chi^2_{\text{крит}}(0{,}05;\ 4) = 9{,}5$. Установите соответствие между гипотезой и ее справедливостью.

1) H_0 2) H_1	а) нулевая гипотеза отвергается б) нулевая гипотеза принимается в) конкурирующая гипотеза отвергается г) конкурирующая гипотеза принимается

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания результатов тестирования:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – **2 балла**, не выполнено – **0 баллов**.

2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

Компетентностно-ориентированная задача №1

На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: P_1, P_2, P_3, P_4, при этом используют сырьё трёх типов: S_1, S_2 и S_3. Нормам расхода сырья соответствует матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$, где каждый элемент a_{ij} $(i = 1,2,3,4; j = 1,2,3)$ показывает, сколько единиц сырья j-го типа расходуется на производство единицы продукции i-го вида. План выпуска продукции представлен матрицей $C = (150 \quad 120 \quad 90 \quad 100)$, а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 70 \\ 60 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

Компетентностно-ориентированная задача №2

По данным таблицы найти векторы конечного потребления и валового выпуска, а также матрицу коэффициентов прямых затрат и определить, является ли она продуктивной.

№	Отрасль	Потребление					Конечный продукт	Валовой выпуск, ден. ед.
		1	2	3	4	5		
1	Станкостроение	15	12	24	23	16	10	100
2	Энергетика	10	3	35	15	7	30	100

3	Машиностроение	10	5	10	10	10	5	50
4	Автомобильная промышленность	10	5	10	5	5	15	50
5	Добыча и переработка углеводородов	7	15	15	10	3	50	100

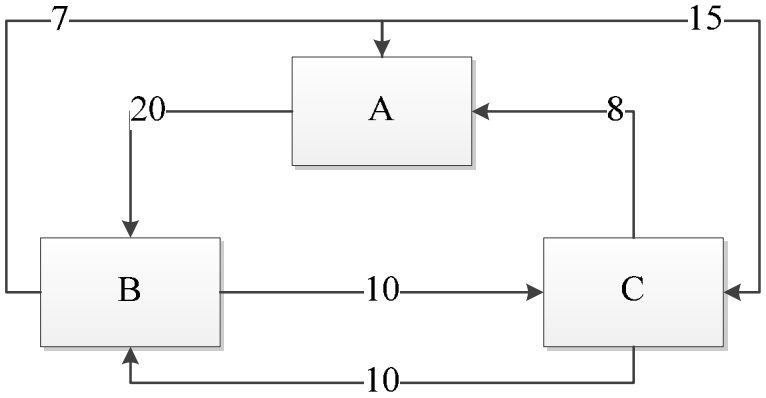
Компетентностно-ориентированная задача №3

В таблице приведены данные об исполнении баланса за отчётный период, усл. ден. ед. Вычислить необходимый объём валового выпуска каждой отрасли, если конечное потребление энергетической отрасли увеличится вдвое, а машиностроения сохранится на прежнем уровне.

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный пункт	Валовой выпуск
	энергетика	машиностроение		
Энергетика	7	21	72	100
Машиностроение	12	15	123	150

Компетентностно-ориентированная задача №4

В городе имеется три крупных завода, на которых работает 100000 рабочих. Других заводов в городе нет. Имеются данные о текучести кадров: за год из каждой тысячи работающих с завода А 20 человек переходят на завод В и 15 человек на завод С и т.д. (исходя из рисунка). Установить численность рабочих на каждом заводе при условии, что город живёт стабильной жизнью.



Компетентностно-ориентированная задача №5

Отрасль состоит из четырёх предприятий: вектор выпуска продукции и матрица коэффициентов прямых затрат имеют вид $X = \begin{pmatrix} 400 \\ 300 \\ 250 \\ 300 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0{,}25 & 0{,}1 & 0{,}24 & 0{,}25 \\ 0{,}2 & 0{,}15 & 0{,}36 & 0{,}17 \\ 0{,}15 & 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}15 \\ 0{,}3 & 0{,}15 & 0{,}2 & 0{,}15 \end{pmatrix}$. Найти вектор объёмов конечного продукта, предназначенного для реализации вне отрасли.

Компетентностно-ориентированная задача №5

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0)=R_0$.

Компетентностно-ориентированная задача №6

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0)=R_0$.

Компетентностно-ориентированная задача №7

Зависимость количества Q (в шт., $0 \le Q \le 30\ 000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\ 000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\ 000\,Q + 3\ 000\ 000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. $(0 < t < 15\ 000)$ с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\ 000\,Q - 3\ 000\ 000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компетентностно-ориентированная задача №8

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

Компетентностно-ориентированная задача №9

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

Компетентностно-ориентированная задача №10

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$, где $x -$ доля населения, $y -$ доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

Компетентностно-ориентированная задача №11

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно k_1 и k_2. Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

Компетентностно-ориентированная задача №12

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение x единиц первого товара и y единиц второго товара. Заданы функция полезности $u(x, y) = 0{,}5 \cdot \ln(x-2) + 2\ln(y-1)$ и цены $P_1 = 0{,}2$ и $P_2 = 4$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

Компетентностно-ориентированная задача №13

Торговое предприятие имеет сеть, состоящую из 10 магазинов, информация о деятельности которых: годовой товарооборот (*y,* млн. руб.) и торговая площадь (*x,* тыс. м^2) представлена в таблице.

x_i	0,24	0,41	0,55	0,58	0,78	0,94	0,98	1,21	1,28	1,32
y_i	19,8	38,1	41,0	43,1	56,3	68,5	75,0	89,1	91,1	91,3

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать годовой товарооборот в случае, если торговая площадь составит ровно 1 тыс. м^2.

Компетентностно-ориентированная задача №14

Найти момент инерции квадратной пластины $0 \le x \le a$, $0 \le y \le a$ относительно оси Oy.

Компетентностно-ориентированная задача №15

Определить массу круглой пластины радиуса R с центром в начале координат, если поверхностная плотность материала пластины в точке $M(x; y)$ равна $\rho(x, y) = k\sqrt{x^2 + y^2}$.

Компетентностно-ориентированная задача 16

Найти массу пластины, ограниченной кривыми $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, если её плотность равна $\rho(x, y) = x + 2y$.

Компетентностно-ориентированная задача №17

Цифровая система содержит 5 электронных блоков и выходит из строя при отказе любых двух блоков. Какова вероятность того, что цифровая система выйдет из строя по причине отказа чётных блоков (№2 и №4), если известно, что $p_1=p_2=0.9$; $q_3=q_4=q_5=0.25$.

Компетентностно-ориентированная задача №18

Определить вероятность повреждения энергетического блока, $q_{бл}$, представляющего собой последовательное соединение парового котла с паровой турбиной и электрическим генератором. Паровая турбина получает весь пар от парового котла. Генератор расположен на одном валу с турбиной, т.е. использует всю её мощность. Вероятности повреждения отдельных элементов блока известны и составляют: $q_к=0.02$; $q_т=0,01$ и $q_г=0,001$ для котла, турбины и генератора соответственно.

Компетентностно-ориентированная задача №19

По результатам измерений параметра тока, I в течение часа с дискретностью 10 минут вычислить основные статистические характеристики: M(x); D(x); σ(x)

Данные измерений тока

№ измерения	1	2	3	4	5	6
I, A	9	12	10	17	24	18

Компетентностно-ориентированная задача №20

Определить область изменений уровней напряжения при условии нормального закона распределения. При этом имеются следующие исходные данные.

Исходные данные

Параметр	Уровни напряжения							
	1	2	3	4	5	6	7	8
U,кВ	106,5	108,0	111,5	110,2	109,4	112,0	107,9	109,6

Компетентностно-ориентированная задача №21

В работу вводится 2 идентичных энергоблока. Вероятность включения каждого из них равна 0,5. Записать в виде таблицы закон распределения случайной величины X.

Компетентностно-ориентированная задача №22

За месяц завод произвёл 5000 вольтметров. Вероятность того, что какой-либо прибор находится вне класса точности равна 0,0002. Требуется найти вероятность того, что в указанной партии три прибора находятся вне класса точности

Компетентностно-ориентированная задача №23

Найти вероятность того, что 80 из 400 цифровых вольтметров не будут соответствовать классу точности, если вероятность появления такого события в каждом испытании составляет 0,2

Компетентностно-ориентированная задача №24

В лаборатории двумя приборами в течение нескольких дней были проведены измерения напряжения. Из полученных генеральных совокупностей U_1 и U_2 были извлечены независимые выборки объёмами N_1 =12 и N_2 =15, и найдены выборочные дисперсии $D(U_1)$ =11.41 $кВ^2$, $D(U_2)$ =6.52 $кВ^2$. При уровне значимости 0.05 проверить нулевую гипотезу H_0 : $D(U_1)=D(U_2)$ о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе H_1 : $D(U_1)>D(U_2)$.

Компетентностно-ориентированная задача №25

В испытательной лаборатории четырьмя амперметрами в течение нескольких дней были проведены измерения электрического тока. Из полученных генеральных совокупностей I_1, I2, I_3, I_4 были извлечены независимые выборки N_1 =10, N_2 =12, N_3 =15, N_4 =16. Выборочные дисперсии в этом случае соответственно равны 0.25, 0.40, 0.36, 0.46 $А^2$. При уровне значимости 0.05 проверить гипотезу об однородности дисперсий.

Компетентностно-ориентированная задача №26

В испытательной лаборатории четырьмя ваттметрами выполнены измерения активной мощности. Из полученных генеральных совокупностей P_1, P_2, P_3, P_4 были извлечены независимые выборки N=17. Найдены «исправленные» дисперсии, которые в этом случае соответственно равны 0.26, 0.36, 0.40, 0.42 $Вт^2$. Требуется проверить нулевую гипотезу об однородности дисперсий генеральных совокупностей при уровне значимости 0.05

Компетентностно-ориентированная задача №27

Сформирован месячный массив данных измерений напряжения в узле. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении ГС измерений напряжения, если известны эмпирические и теоретические частоты.

Исходные данные

Эмпирические частоты	6	13	38	74	106	85	30	14
Теоретические частоты	6	14	42	82	99	76	37	13

Компетентностно-ориентированная задача №28

Амперметр со шкалой 0…5 А и классом точности 0.5 подключен через трансформатор тока (коэффициент трансформации 20/5, класс точности 0,2) к электрической цепи. Показания прибора – 4,1 А. Определить величину измеренного тока и предел основной допустимой погрешности.

Компетентностно-ориентированная задача №29

При измерении частоты цифровым частотомером с пределом 100 кГц и классом точности 0,05/0,02 получен результат 78 кГц. Оценить величину погрешности измерения.

Компетентностно-ориентированная задача №30

Для двух случайных величин X, Y проведена серия испытаний. Результаты испытаний записаны в следующую корреляционную таблицу

Y \ X	0	1	2	3	4	5
1	—	3	1	—	—	—
2	1	2	2	—	—	—
3	—	—	1	4	3	1
4	—	—	—	—	1	2

Вычислить выборочный коэффициент линейной корреляции и проверить его значимость при $\alpha = 0{,}05$.

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.