

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра механики, мехатроники и робототехники



С Т В Е Р Ж А Ю

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

16.01. 2017 г.

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ
методические указания по выполнению лабораторных работ
для студентов направления
15.03.06 Мехатроника и робототехника

Курск 2017

УДК 681.323

Составители: Яцун С.Ф., Лушников Б.В.

Рецензент:

Кандидат технических наук, доцент Юго-Западного государственного университета *П.А. Безмен*

Теория автоматического управления: методические указания по выполнению лабораторных работ для студентов направления 15.03.06 Мехатроника и робототехника / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: С.Ф. Яцун, Б.В. Лушников. - Курск, 2017. 72 с.

Изложены теоретические предпосылки, задания и примеры выполнения лабораторных работ по дисциплине «Теория автоматического управления».

Методические указания предназначены для студентов направления 15.03.06 «Мехатроника и робототехника» всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.
Усл.печ.л. Уч.-изд.л. Тираж 30 экз. Заказ. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

0. ВВЕДЕНИЕ

Мехатронные устройства – это выделившийся в последние десятилетия класс машин, или узлов этих машин, базирующийся на использовании в них точной механики, электропривода, электроники, компьютерного управления. Мехатронное устройство обладает следующими характерными признаками:

1. Наличие управляемого механизма с приводами.
2. Наличие измерительных и сенсорных устройств, позволяющих контролировать состояние механизма.
3. Наличие электронной системы управления, как правило, использующей средства вычислительной техники (микропроцессоры, микроконтроллеры и др.).
4. Минимум преобразований информации и энергии в устройстве. Устройство отвечает принципу минимума преобразований.
5. Многофункциональность устройства в целом и его компонентов. Реализуется принцип совмещения функций.
6. Интеграция электронных и механических элементов в единую конструкцию устройства.

Примерами современных мехатронных устройств являются модули станков и промышленных роботов, устройства внешней памяти компьютеров, принтеры, бытовая техника и т.п. Мехатронное устройство может быть либо машиной, либо узлом (функциональный элемент, модуль) машины.

Обобщенная структура мехатронного узла представлена на рис. 0.1, где приняты следующие обозначения: СЭ – силовой элемент, ВМЗ – выходное механическое звено, ССО – сенсор (датчик) состояния объекта, СВС – датчик параметра внешней среды, ИП – измерительный преобразователь, ЦАП – цифроаналоговый преобразователь, АЦП – аналого-цифровой преобразователь, ЛУ – логическое устройство.

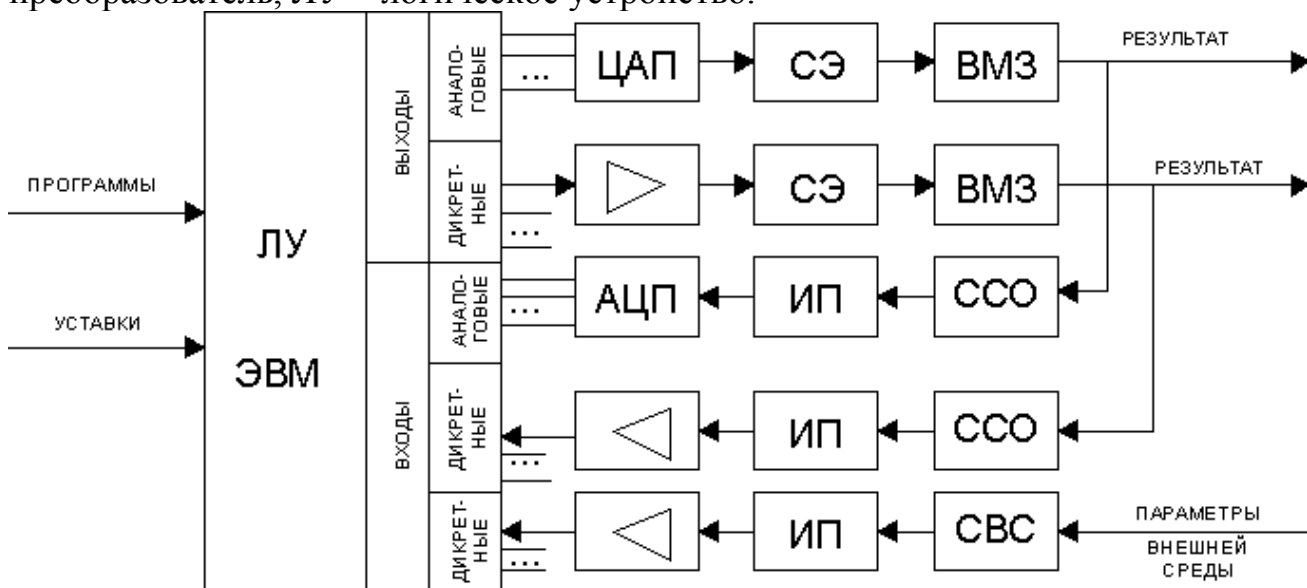


Рис. 0.1. Структура мехатронного устройства

Математическая модель автоматической системы

В теории автоматического управления в общем случае рассматривается замкнутая система автоматического управления, которую можно представить в виде изображённой на рис. 9 структуры. Устройство управления УУ постоянно сравнивает значение управляемой величины $y(t)$ с заданным значением $v(t)$ этой величины, вычисляя ошибку. На основе ошибки определяется управляющее воздействие $u(t)$. Функция сравнения на структурной схеме изображается в виде сравнивающего элемента, представляемого в виде кружка, разделённого на четыре сектора. Каждый сектор приписывается одному сигналу. Если сигнал вычитается, то его сектор заливается черным цветом).

При функционировании системы воздействия и управляемые величины изменяются во времени, т.е. происходят процессы. При описании системы необходимо математически описать эти процессы и их зависимость от параметров системы, определяемых её конструкцией и техническими решениями. Основным является процесс изменения управляемой величины во времени $y(t)$. Описание системы представляет собой её формализованную математическую модель.

В каждый момент времени состояния любого сигнала в системе можно охарактеризовать величиной сигнала, скоростью его изменения, ускорением изменения и производными более высокого порядка.

Математическое описание системы будет представлять собой некоторое уравнение, в которое будут входить величины воздействий, управляемые величины и их производные. Следовательно, такое уравнение будет дифференциальным уравнением и в общем случае его можно записать следующим образом

$$F(v(t), y(t), y'(t), y''(t) \dots y^{(n)}(t)) = 0.$$

Решением этого уравнения является функция, описывающая изменение управляемой величины системы во времени, или процесс в системе. Дифференциальное уравнение описывает поведение системы в динамике.

Таким образом, процессы в системе автоматического управления описываются дифференциальным уравнением произвольного порядка n . В общем случае это уравнение нелинейно и может иметь любой вид. Дифференциальное уравнение системы в совокупности с начальными и граничными условиями представляет собой математическую модель системы. Функция решения дифференциального уравнения описывает процесс в системе автоматического управления. Порядок дифференциального уравнения системы принято связывать с порядком системы автоматического управления.

Теория автоматического управления изучает общие принципы построения автоматических систем и методы их исследования, независимо от физических процессов, протекающих в этих системах. Основными задачами теории управления являются исследования статических (или установившихся) и динамических свойств автоматических систем и разработка систем, свойства которых удовлетворяют заданным требованиям. При создании системы

автоматического управления необходимо оценить её ожидаемое поведение при эксплуатации и предусмотреть такие технические решения устройства управления, которые обеспечили бы достижение требуемого результата управления во всех предусмотренных случаях функционирования объекта управления.

Управление представляет собой процесс, протекающий в реальном времени функционирования объекта управления. Этот процесс характеризуется изменением состояния объекта управления, изменением управляющих воздействий, изменением возмущений и т.д. Характер таких изменений может быть различным, в том числе и недопустимым с точки зрения цели функционирования объекта. Все эти особенности необходимо выявить ещё до реализации системы автоматического управления.

Целью изучения курса «Теория автоматического управления» является освоение студентами основ теории автоматического управления и математического аппарата моделирования САУ автоматике и электроники.

Задачами дисциплины является:

- изучение методов анализа и синтеза систем автоматического регулирования (САР); анализа устойчивости линейных САР; анализа и синтеза дискретных и нелинейных систем автоматического управления;
- овладение теоретическими основами и практическими навыками математического компьютерного моделирования систем автоматического управления, оценки качества их функционирования, разработки методов коррекции и регулирования.

В процессе изучения дисциплины «Теория автоматического управления» происходит формирование следующих профессиональных компетенций:

- способность составлять математические модели мехатронных и робототехнических систем, их подсистем и отдельных элементов, и модулей, включая информационные, электромеханические, гидравлические, электрогидравлические, электронные устройства и средства вычислительной техники (**ПК-1**);

- способность производить расчеты и проектирование отдельных устройств и подсистем мехатронных и робототехнических систем с использованием стандартных исполнительных и управляющих устройств, средств автоматике, измерительной и вычислительной техники в соответствии с техническим заданием (**ПК-11**).

В результате изучения дисциплины студент должен

знать:

- методы и средства математического компьютерного моделирования систем автоматического управления.
- теоретические методы анализа и проектирования САУ;
- методы расчета и проектирования систем автоматического управления мехатронных и робототехнических устройств с использованием вычислительной техники.

уметь:

- анализировать поведение систем автоматического управления (САУ);
- определять количественные показатели качества САУ на основе анализа переходного процесса;
- оценивать качество функционирования САУ: точность, устойчивость;
- пользоваться справочной литературой.

владеть:

- навыками и умением составлять структурные схемы реальных систем автоматического управления, определять передаточные функции составных элементов структурной схемы САУ.
- методами и средствами компьютерного моделирования систем автоматического управления.
- навыками анализа и синтеза САУ с заданными параметрами и показателями качества;
- приемами синтеза регуляторов для обеспечения требуемых характеристик проектируемой САУ с учетом её возможной нелинейности, наличия запаздывания или параметрической неопределенности.
- представлениями и практическими навыками анализа и синтеза дискретных регуляторов в гибридных и цифровых САУ.

Система автоматизации математических расчётов MATLAB

MATLAB – одна из старейших, тщательно проработанных и проверенных временем систем автоматизации математических расчётов, построенная на расширенном представлении и применении матричных операций. Это нашло отражение в названии системы – MATrix LABoratory – матричная лаборатория.

Матрицы широко применяются в сложных математических расчётах, например, при решении задач линейной алгебры и математического моделирования статических и динамических систем и объектов. В новых версиях MATLAB используются такие сложные типы данных, как многомерные массивы, массивы ячеек и разреженные матрицы, что открывает возможности применения системы при создании и отладке новых алгоритмов матричных и основанных на них параллельных вычислений и крупных баз данных.

Матрицы и матричные операторы являются основой автоматического составления и решения уравнений состояния динамических объектов и систем. Это делает главное расширение MATLAB – Simulink, которое входит в поставки системы MATLAB + Simulink + Toolbox + Blockset, где Toolbox и Blockset называются инструментальные «ящики», содержащие дополнительные пакеты расширения для MATLAB и Simulink, соответственно.

Одной из основных задач системы MATLAB всегда было предоставление пользователям мощного языка программирования, ориентированного на технические и математические расчёты и способного превзойти возможности традиционных языков программирования, которые многие годы использовались для реализации численных методов. При этом особое внимание уделялось как повышению скорости вычислений, так и адаптации системы к решению самых разнообразных задач пользователей.

Важными достоинствами системы являются её открытость и расширяемость. Большинство команд и функций системы реализованы в виде m-файлов текстового формата (с расширением .m) и файлов на языке Си, причём все файлы доступны для модификации. Пользователю дана возможность создавать не только отдельные файлы, но и библиотеки файлов для реализации специфических задач.

Поразительная лёгкость модификации системы и возможность её адаптации к решению специфических задач науки и техники привели к созданию десятков пакетов прикладных программ (Toolbox), намного расширивших сферы применения системы. Некоторые из них, например Notebook (интеграция с текстовым редактором Word и подготовка «живых» электронных книг), Symbolic (символьные вычисления с применением ядра системы Maple) и Simulink (моделирование динамических систем и устройств, заданных в виде системы блоков), настолько органично интегрировались с системой MATLAB, что стали её составными частями.

Работа с пакетом Simulink

Пакет Simulink является ядром интерактивного программного комплекса, предназначенного для математического моделирования линейных и нелинейных динамических систем, и устройств, представленных своей функциональной блок-схемой, именуемой S-моделью или просто моделью. При этом возможны различные варианты моделирования: во временной области, в частотной области, с событийным управлением, на основе спектральных преобразований Фурье, с использованием метода Монте-Карло (реакция на воздействия случайного характера) и т.д.

Для построения функциональной блок-схемы моделируемых устройств Simulink имеет обширную библиотеку блочных компонентов и удобный редактор блок-схем. Он основан на графическом интерфейсе пользователя и по существу является типичным средством визуально-ориентированного программирования. Используя палитры компонентов (наборы), пользователь с помощью мыши переносит нужные блоки с палитр на рабочий стол пакета Simulink и соединяет линиями входы и выходы блоков. Таким образом, создаётся блок-схема системы или устройства, то есть модель.

Библиотека Simulink содержит следующие разделы:

- Continuous – блоки аналоговых элементов;
- Discontinuities – блоки нелинейных элементов;
- Discrete – блоки дискретных элементов;
- Look-Up Tables – блоки таблиц;
- Math Operations – блоки элементов, определяющих математические операции;
- Model Verification – блоки проверки свойств сигналов;
- Model-Wide Utilities – раздел дополнительных утилит;
- Ports & Subsystems – порты и подсистемы;
- Signal Attributes – блоки задания свойств сигналов;
- Signal Routing – блоки маршрутизации сигналов;
- Sinks – блоки приёма и отображения сигналов;
- Sources – блоки источников сигнала;
- User-Defined Function – функции, определяемые пользователем.

Список разделов библиотеки Simulink представлен в виде дерева, и правила работы с ним являются общими для списков такого вида: пиктограмма свёрнутого узла дерева содержит символ «+», а пиктограмма развёрнутого – символ «-».

Для того чтобы развернуть или свернуть узел дерева, достаточно щёлкнуть на его пиктограмме левой клавишей мыши.

При выборе соответствующего раздела библиотеки его содержимое отображается в правой части окна.

Библиотека Sources – источники сигналов

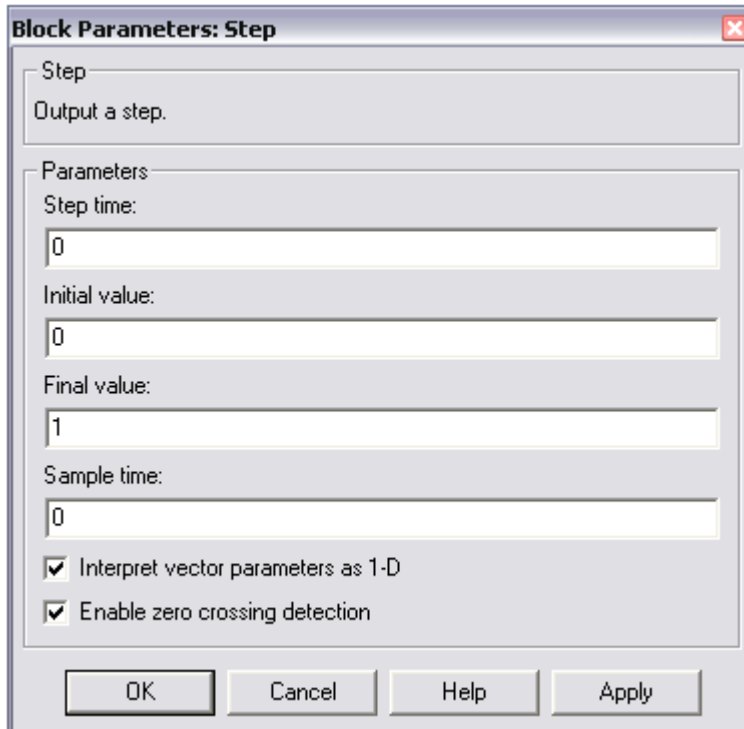
Генератор ступенчатого сигнала.

Пиктограмма:



Назначение: формирует ступенчатый сигнал.

Окно задания параметров:



Параметры блока:

Step time – время наступления перепада сигнала (с);

Initial value – начальное значение сигнала;

Final value – конечное значение сигнала;

Sample time – такт дискретности;

Interpret vector parameters as 1-D – интерпретировать вектор как массив скаляров;

Enable zero crossing detection – определять прохождение сигнала через нулевой уровень.

Перепад сигнала, задаваемый параметрами *Initial value* и *Final value*, может быть как в большую сторону (конечное значение больше, чем начальное), так и в меньшую (конечное значение меньше, чем начальное). Значения начального и конечного уровней могут быть не только положительными, но и отрицательными (например, изменение сигнала с уровня -5 до уровня -3).

Библиотека Sinks – приёмники сигналов.

Осциллограф.

Пиктограмма:



Назначение: построение графиков исследуемых сигналов в функции времени. Позволяет наблюдать за изменениями сигналов в процессе моделирования.

Для того, чтобы открыть окно просмотра сигналов, необходимо выполнить двойной щелчок левой клавишей мыши на пиктограмме блока.

Библиотека Continuous – блоки непрерывных моделей

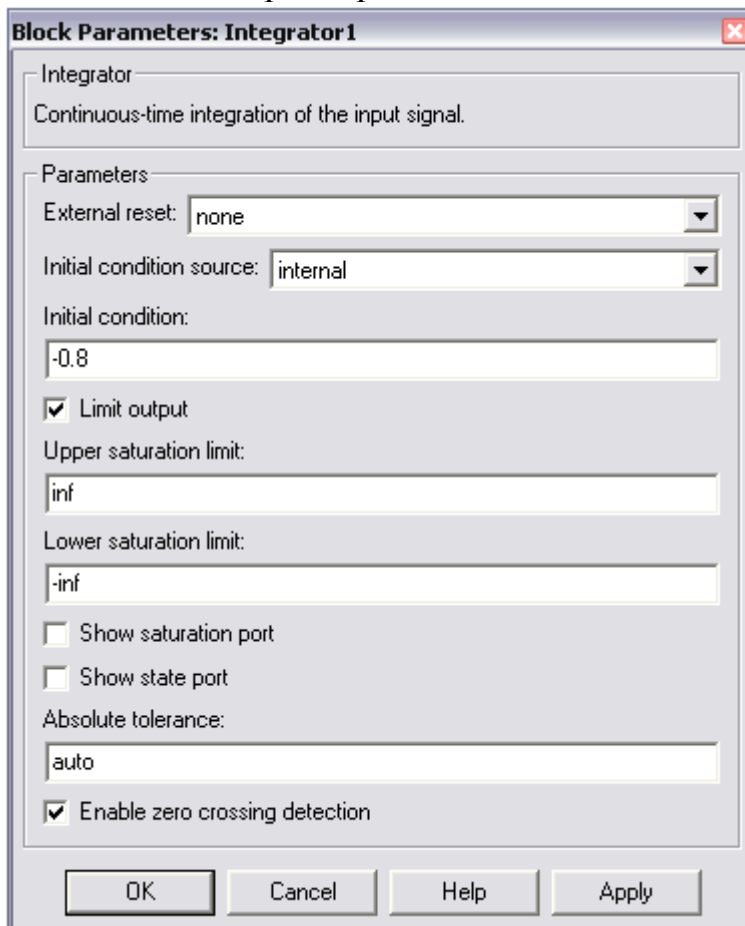
Интегратор.

Пиктограмма:



Назначение: интегрирование входного сигнала.

Окно задания параметров:



Параметры блока:

External reset – внешний сброс (тип внешнего управляющего сигнала, обеспечивающего сброс сигнала интегратора до начального значения);

Initial condition source – источник начального значения выходного сигнала (выбирается из списка: *internal* – внутренний, *external* - внешний);

Initial condition – начальное условие (установка начального значения выходного сигнала интегратора);

Limit output – ограничение выходного сигнала;

Upper saturation limit – верхний предел выходного сигнала;

Lower saturation limit – нижний предел выходного сигнала;

Show saturation port – показать на пиктограмме порт насыщения;

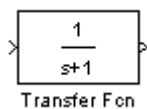
Show state port – отобразить/скрыть порт состояния блока;

Absolute tolerance – абсолютная погрешность;

Enable zero crossing detection – определять прохождение сигнала через нулевой уровень.

Передаточная функция.

Пиктограмма:

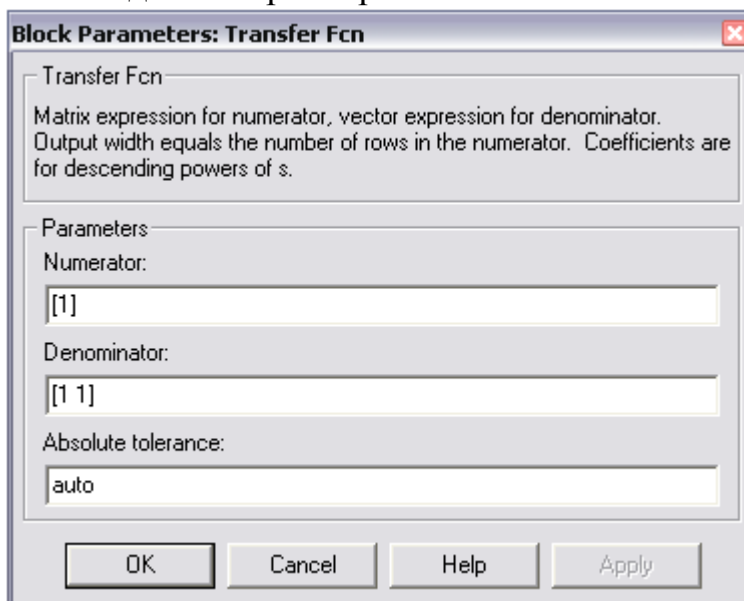


Назначение: блок Transfer Fcn задаёт передаточную функцию в виде отношения полиномов:

$$H(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{\text{num}(s)}{\text{den}(s)} = \frac{\text{num}(1)s^{nm-1} + \text{num}(2)s^{nm-2} + K + \text{num}(nn)}{\text{den}(1)s^{nd-1} + \text{den}(2)s^{nd-2} + K + \text{den}(nd)}$$

где *nn* и *nd* – порядок числителя и знаменателя передаточной функции; *num* – вектор или матрица коэффициентов числителя; *den* – вектор коэффициентов знаменателя.

Окно задания параметров:



Матричное описание числителя, векторное описание знаменателя. Размер выхода равен количеству строк числителя. Коэффициенты расположены по убыванию степени переменной *s*.

Параметры блока:

Numerator – вектор или матрица коэффициентов полинома числителя;

Denominator – вектор коэффициентов полинома знаменателя;

Absolute tolerance – абсолютная погрешность.

Порядок полиномов числителя не должен превышать порядок полинома знаменателя. Входной сигнал – скалярный.

Библиотека Math Operations – блоки математических операций

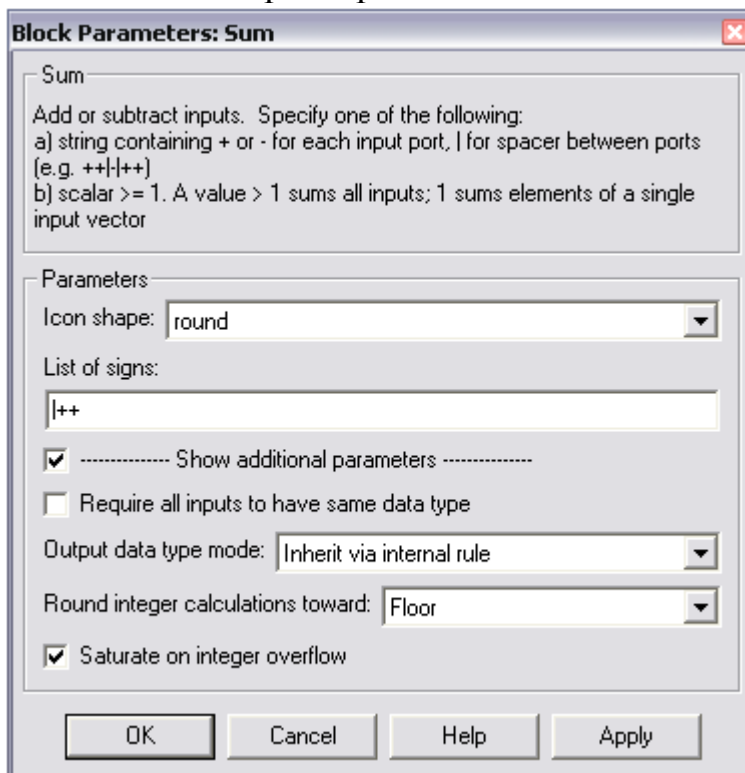
Сумматор.

Пиктограмма:



Назначение: выполняет вычисление суммы текущих значений сигналов.

Окно задания параметров:



Параметры блока:

Icon shape – форма блока (выбирается из списка: *round* – круг; *rectangular* – прямоугольник);

List of signs – список знаков (в списке можно использовать следующие знаки: + (плюс), - (минус) и | (разделитель знаков));

Show additional parameters – показать дополнительные параметры;

Require all inputs to have same data type – все входы должны иметь одинаковый тип данных;

Output data type mode – выбор типа выходных данных;

Round integer calculations toward – способ округления (значение параметра выбирается из списка: *zero* – округление отсутствует; *nearest* – ближайшее целое; *floor* – ближайшее меньшее целое; *ceiling* – ближайшее большее целое);

Saturate on integer overflow – подавлять переполнение целого.

Количество входов и операция (сложение или вычитание) определяются списком знаков параметра *List of signs*. При этом метки входов обозначаются соответствующими знаками.

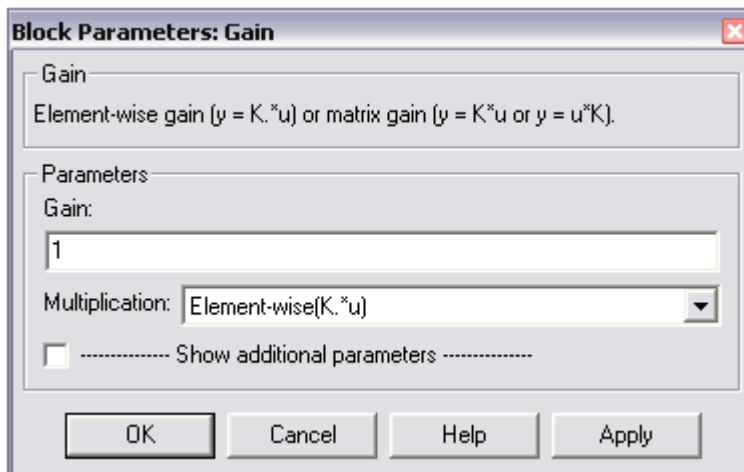
Усилитель.

Пиктограмма:



Назначение: выполняет умножение входного сигнала на постоянный коэффициент.

Окно задания параметров:



Параметры блока:

Gain – коэффициент усиления;

Multiplication – способ выполнения операции (поэлементный, матричный, векторный).

Библиотека Signal Routing – блоки маршрутизации сигналов.

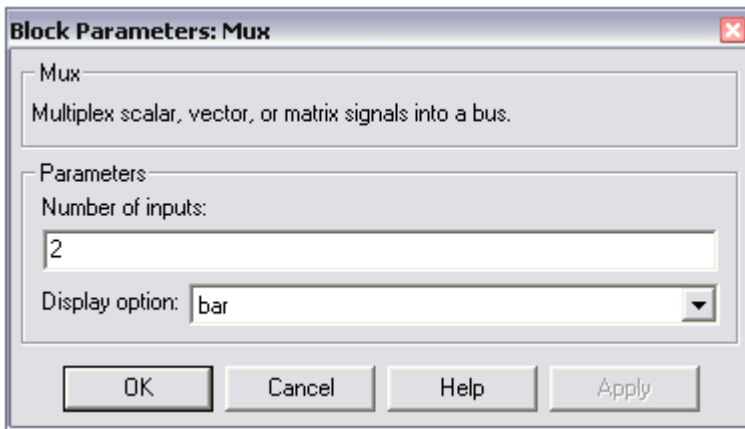
Мультиплексор.

Пиктограмма:



Назначение: объединяет входные сигналы в вектор.

Окно задания параметров:



Параметры блока:

Number of inputs – количество входов;

Display option – способ отображения (выбирается из списка: *bar* – вертикальный узкий прямоугольник чёрного цвета; *signals* – прямоугольник с белым фоном и отображением меток входных сигналов; *none* – прямоугольник с белым фоном без отображения меток входных сигналов).

1.2 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Составление схемы моделирования методом понижения порядка

Процесс моделирования состоит из математической подготовки задачи и реализации модели на компьютере.

Составим модель системы, описываемой дифференциальным уравнением 3-го порядка.

$$y^{(3)} + a_2 y^{(2)} + a_1 y^{(1)} + a_0 y = b_2 u^{(2)} + b_1 u^{(1)} + b_0 u \quad (1.4)$$

Параметры модели:

Порядок модели <i>n</i>	a_0	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2
3	5	4	3	2,5	2	3

Начальные условия модели:

Порядок модели <i>n</i>	$y(0)$	$y^{(1)}(0)$	$y^{(2)}(0)$
3	1	-0,2	0,1

Операцию дифференцирования в уравнении (1.4) заменим оператором Лапласа, т.е. $d/dt = p$:

$$p^3 y + a_2 p^2 y + a_1 p y + a_0 y = b_2 p^2 u + b_1 p u + b_0 u \quad (1.5)$$

Дважды проинтегрируем полученное уравнение. Для чего умножим обе его части на $1/p^3$. В результате получим:

$$y + \frac{1}{p} \cdot a_2 y + \frac{1}{p^2} \cdot a_1 y + \frac{1}{p^3} \cdot a_0 y = \frac{1}{p} \cdot b_2 u + \frac{1}{p^2} \cdot b_1 u + \frac{1}{p^3} \cdot b_0 u \quad (1.6)$$

Решим уравнение относительно y :

$$y = -\frac{1}{p} \cdot a_2 y - \frac{1}{p^2} \cdot a_1 y - \frac{1}{p^3} \cdot a_0 y + \frac{1}{p} \cdot b_2 u + \frac{1}{p^2} \cdot b_1 u + \frac{1}{p^3} \cdot b_0 u \quad (1.7)$$

$$y = \frac{1}{p} \cdot \left(-a_2 y + b_2 u + \frac{1}{p} \cdot \left[(-a_1 y + b_1 u) + \frac{1}{p} \cdot (-a_0 y + b_0 u) \right] \right) \quad (1.8)$$

Таким образом, выходная переменная y представлена в виде суммы сигналов прямых и обратных связей, проинтегрированных соответствующее число раз.

Схема моделирования, составленная на основе уравнения, приведена на рис.1.1.

Определим начальные условия интеграторов.

Для удобства выходные сигналы интеграторов обозначим через z_1 , z_2 и z_3 (см. рис.1.1).

Из схемы моделирования следует

$$y = z_1 \quad (1.9)$$

Подставляя начальные условия, получим

$$y(0) = z_1(0) \quad (1.10)$$

$$z_1(0) = 1 \quad (1.11)$$

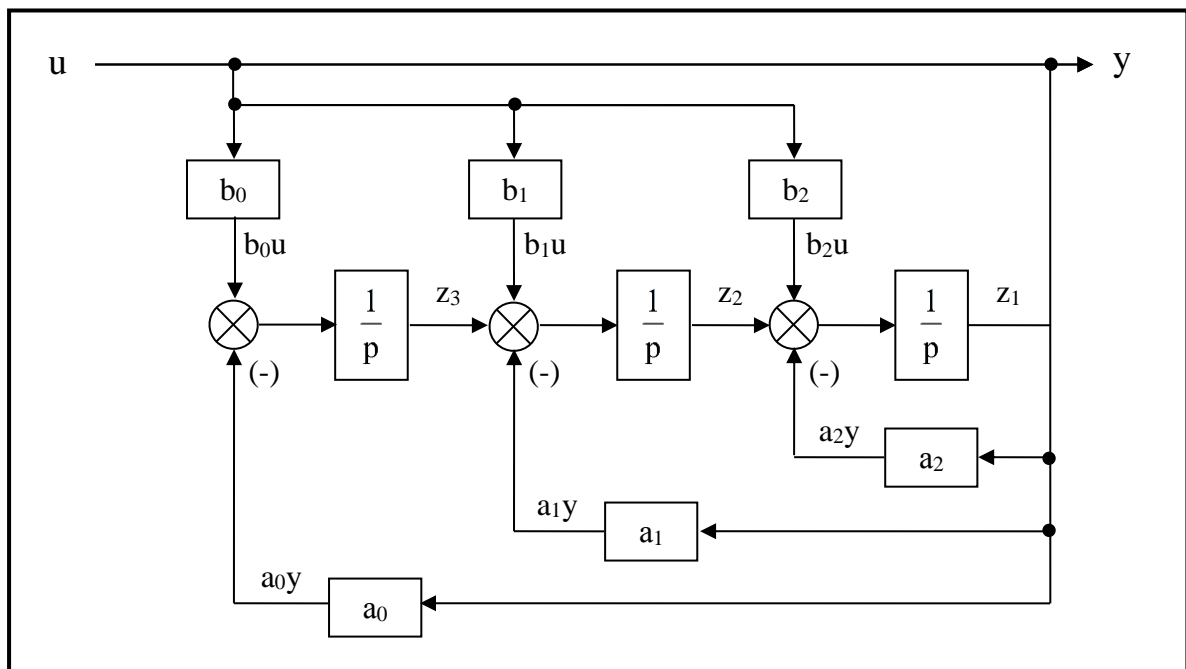


Рис.1.1 Математическая модель системы

Дифференцируем уравнение (1.9) и получаем

$$\dot{y} = z_2 \quad (1.12)$$

Далее из структурной схемы имеем

$$z_2 = z_1 + b_2 \cdot u - a_2 \cdot y \quad (1.13)$$

Подставляя в полученное уравнение выражение (1.12), получаем

$$z_2 = \dot{y} - b_2 \cdot u + a_2 \cdot y = \dot{y} - 3 \cdot u + 3 \cdot y \quad (1.14)$$

$$z_2(0) = 2,8 \quad (1.15)$$

Дифференцируем уравнение (1.14):

$$\dot{z}_2 = \ddot{y} + b_2 \cdot \dot{u} - a_2 \cdot \dot{y} \quad (1.16)$$

Из структурной схемы получаем


$$\dot{z}_2 = z_3 + b_1 \cdot \dot{u} - a_1 \cdot \dot{y} + b_2 \cdot \dot{u} - a_2 \cdot \dot{y} \quad (1.17)$$

Выполняем подстановку (1.16) в (1.17):

$$z_3 = \ddot{y} - b_2 \cdot \dot{u} + a_2 \cdot \dot{y} - b_1 \cdot \dot{u} + a_1 \cdot \dot{y} = \ddot{y} - 3 \cdot \dot{u} + 3 \cdot \dot{y} - 2 \cdot u + 4 \cdot y \quad (1.18)$$

$$z_3(0) = 3,5 \quad (1.19)$$

Реализация математической модели системы в среде MATLAB

Для начала работы в программной среде MATLAB необходимо запустить файл MATLAB 6.5.exe. Откроется окно программы. Чтобы создать блок-схемы объектов исследования (модели), нужно, щёлкнув по вкладке *Файл (File)* главного меню, в раскрывшемся списке выбрать *New*, а далее *Model*. Библиотека Simulink открывается однократным нажатием левой кнопки мыши на иконку , расположенную на панели сверху.

Итак, для создания данной схемы нам понадобится 6 усилителей, 3 интегратора, 3 сумматора, мультиплексор, генератор и осциллограф (рис.1.2). Чтобы не вытягивать многократно каждый элемент одного типа из библиотеки, достаточно, поместив его один раз на поле, с помощью мыши и зажатой кнопки *Ctrl* создать его копию.

Все элементы одного типа нумеруются, что упрощает работу с блок-схемами, однако задавать параметры каждого блока рекомендуется только после завершения сборки модели.

Соединение элементов осуществляется как в прямом, так и в обратном порядке (вход одного блока соединяется с выходом другого и наоборот). Для этого нужно подвести курсор мыши к выходу (входу) элемента (стрелка приобретёт вид креста) и, нажав левую кнопку мыши и удерживая её, подвести соединительную линию ко входу (выходу) другого блока. Если соединение было совершено неправильно, либо по-прежнему отсутствует, линия приобретёт вид пунктира красного цвета. Щёлкнув по этой линии, можно удалить её, или завершить соединение, как было описано выше.

Чтобы выходы сумматоров были расположены под прямыми углами, необходимо в окне задания параметров блока удалить из списка знаков (*List of signs*) разделитель | .

После создания схемы можно приступить к параметризации её элементов.

В окне настроек генератора нужно установить время наступления перепада сигнала (*Step time*) равным 0, а конечное значение сигнала (*Final value*) равным 1.

Для установления коэффициентов усиления в блоках усилителей достаточно выставить нужное значение в поле *Gain*.

В настройках интеграторов устанавливаются начальные значения выходного сигнала (поле *Initial condition*), найденные в результате решения дифференциального уравнения.

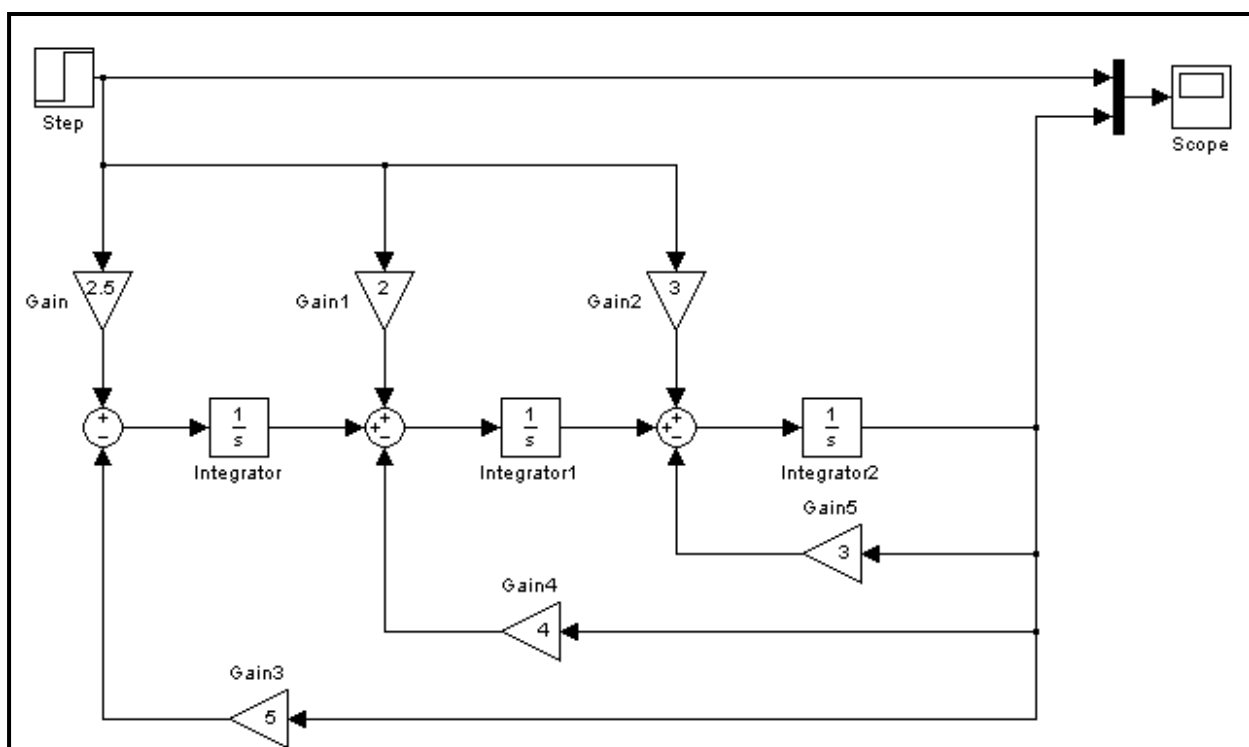


Рис.1.2 Реализация математической модели САУ в среде MATLAB

Завершающим этапом в исследовании модели является получение её выходных характеристик (в нашем случае это характеристика передаточной функции и график входного воздействия), которые позволяет вывести на экран осциллограф. Для этого необходимо нажатием кнопки *Start simulation* ▶ запустить работу собранной схемы. Завершение симуляции сопровождается характерным звуком. Теперь можно посмотреть результаты, дважды щёлкнув на блоке осциллографа (рис.1.3).

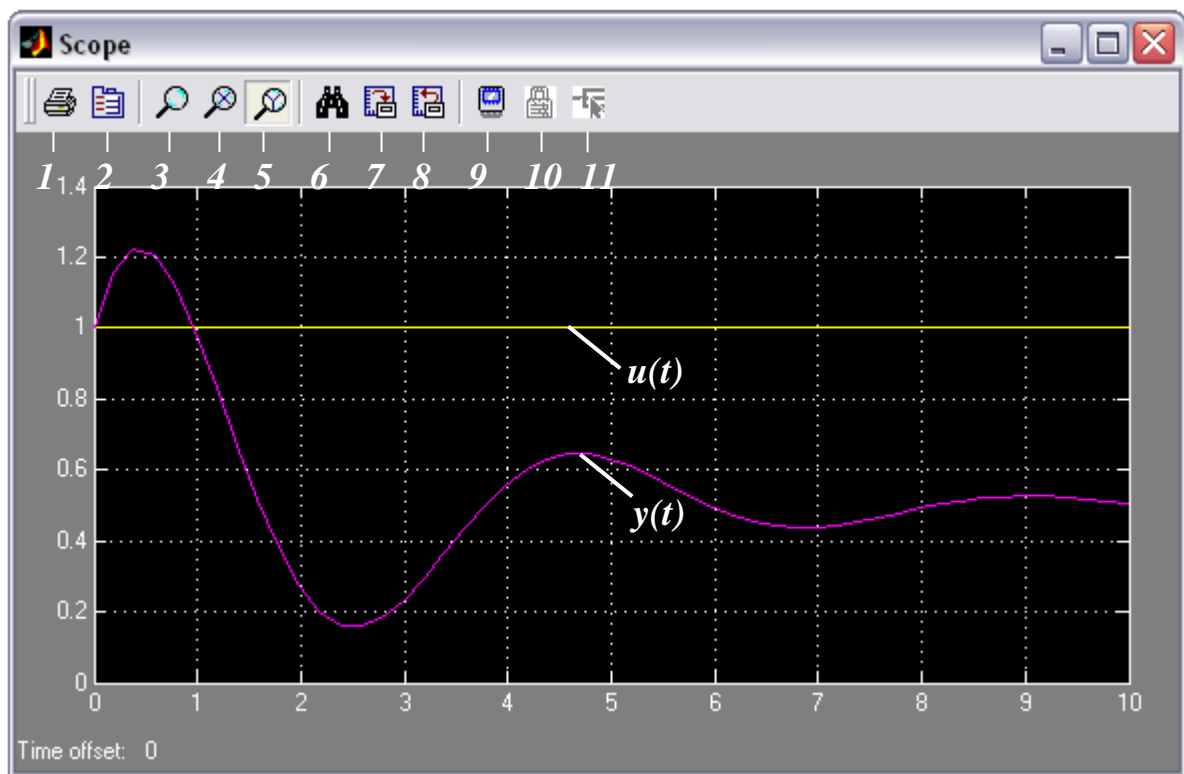


Рис.1.3 Характеристики исследуемой модели.

Панель инструментов содержит 11 кнопок.

1. *Print* – печать содержимого окна осциллографа.
2. *Parameters* – доступ к окну настройки параметров.
3. *Zoom* – увеличение масштаба по обеим осям.
4. *Zoom X-axis* – увеличение масштаба по горизонтальной оси.
5. *Zoom Y-axis* – увеличение масштаба по вертикальной оси.
6. *Autoscale* – автоматическая установка масштабов по обеим осям.
7. *Save current axes settings* – сохранение текущих настроек окна.
8. *Restore saved axes settings* – установка ранее сохранённых настроек.
9. *Floating scope* – перевод осциллографа в изменяющийся режим.
10. *Lock/Unlock axes selection* – закрепить/разорвать связь между текущей координатной системой окна и отображаемым сигналом. Опция доступна, если включен режим *Floating scope*.
11. *Signal selection* – выбор сигналов для отображения. Опция доступна, если включен режим *Floating scope*.

Изменение масштабов отображаемых графиков можно выполнять несколькими способами:

1. Нажать соответствующую кнопку (*Zoom*, *Zoom X-axis*, *Zoom Y-axis*) и щёлкнуть один раз левой кнопкой мыши в нужном месте графика. Произойдёт 2,5-кратное увеличение масштаба.
2. Нажать соответствующую кнопку (*Zoom*, *Zoom X-axis*, *Zoom Y-axis*) и, нажав левую кнопку мыши, с помощью динамической рамки или отрезка указать область графика для увеличенного изображения.

- Щёлкнуть правой клавишей мыши в окне графиков и выбрать команду *Axes properties...* в контекстном меню. Откроется окно свойств графика, в котором с помощью параметров *Y-min* и *Y-max* можно указать предельные значения вертикальной оси (рис.1.4).

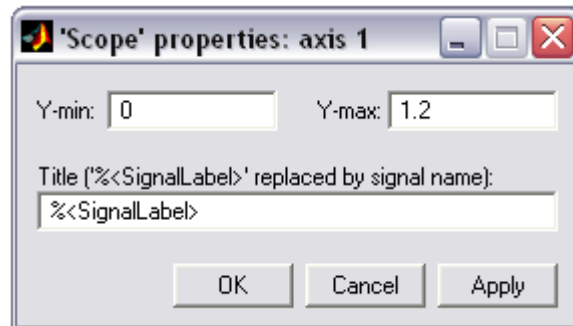


Рис.1.4 Окно свойств графика.

Анализируя полученные характеристики, мы видим, что график входного сигнала $u(t)$ является ступенчатым и в момент времени, равный нулю, имеет значение 1, как и было установлено в настройках генератора. Выходной сигнал $y(t)$ (передаточная характеристика) – это реакция исследуемой системы на входное воздействие. Здесь можно отследить время переходного процесса и вычислить амплитуду сигнала.

Чтобы задать временной интервал симуляции, который по умолчанию равен 10 секундам, нужно в меню *Simulation* выбрать элемент *Simulation parameters* (или сразу нажать *Ctrl+E*). Откроется панель управления параметрами симуляции. На вкладке *Solver* в группе *Simulation time (Интервал моделирования)* можно задать начальное (*Start time*) и конечное (*Stop time*) значения времени. Начальное время, как правило, задаётся равным нулю.

1.3 ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Ознакомиться с математическим пакетом MATLAB, приложением Simulink и компонентами его библиотек.

2. В соответствии с вариантом задания (см. табл.1.1) построить схему моделирования линейной системы автоматического управления, используя уравнение (1.1).

3. Осуществить моделирование системы при входном воздействии: $u = I(t)$. Начальные условия нулевые. На монитор выводить графики сигналов $y(t)$ и $u(t)$. Продолжительности интервалов наблюдения выбрать самостоятельно.

4. Осуществить моделирование свободного движения системы с ненулевыми начальными условиями (см. табл.1.2). Снять характеристики $u(t)$ и $y(t)$ системы автоматического управления.

Варианты параметров моделей

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Порядок модели n	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2
a_0	9	5	8	7	15	7	2	1	25	30	0,12
a_1	6	4	6	5	5	3	0,5	0,5	1	0,8	1
a_2	3	2	2	10	-	-	-	-	-	-	-
b_0	12	7,5	12	10	15	10	4	2	25	30	0,1
b_1	2	0	1	3	0,5	6	2	2	2	3	2
b_2	0,1	5	10	1,5	1	0	0	0	0	0	0

Таблица 1.2

Варианты начальных условий моделей

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Порядок модели n	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2
$y(0)$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$y^{(1)}(0)$	0,5	-0,4	0,1	-0,5	0,5	0,4	1	-0,5	0	0,5	0
$y^{(z)}(0)$	0	0,2	- 0,1	0	0,1	-	-	-	-	-	-

1.4 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет должен содержать следующие разделы:

1. Цель работы.
2. Программа работы.
3. Математическая модель динамической системы.
4. Расчет начальных условий интеграторов.
5. Графики переходных процессов.
6. Выводы.
7. Использованная литература.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие блоки пакета Simulink/MATLAB использовались для построения структурной схемы при моделировании дифференциального уравнения, описывающего линейную систему автоматического управления?

2. Что такое «оператор Лапласа»?
3. Что представляет собой оператор, обратный оператору Лапласа?
4. Как определяются постоянные интеграторов, используемых в структурной схеме при моделировании дифференциального уравнения?
5. Каков общий порядок построения структурной схемы модели дифференциального уравнения в пакете Simulink/MATLAB?

ЛИТЕРАТУРА

1. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения / Дьяконов В. П. М.: СОЛОН-Пресс, 2004. 768 с. – (Серия «Полное руководство пользователя»).
2. SIMULINK: среда создания инженерных приложений / Под общ. ред. к. т. н. В. Г. Потёмкина. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003.-496 с.
3. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования - М.: Наука, 1975.

2. Лабораторная работа №2

ТИПОВЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: исследование переходных характеристик и динамических свойств типовых звеньев систем автоматического управления.

Объект исследования: типовые звенья САУ.

Аппаратные средства: виртуальная лаборатория на ЭВМ IBM PC, программный пакет «MATLAB/Simulink».

2.1 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Типовыми динамическими звеньями называются простейшие составные части систем автоматического управления, поведение которых описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями не выше 2-ого порядка:

$$a_2 y^{(2)} + a_1 y^{(1)} + a_0 y = b_1 u^{(1)} + b_0 u, \quad (2.1)$$

где y и u – соответственно выходная переменная и управляющее воздействие звена;

a_i и b_i – постоянные коэффициенты.

С использованием оператора дифференцирования $p = \frac{d}{dt}$ уравнение (2.1) имеет вид:

$$a_2 p^2 y + a_1 p y + a_0 y = b_1 p u + b_0 u \quad (2.2)$$

Определяем передаточную функцию $W(p)$ звена, учитывая при этом, что начальные условия для уравнения (2.2) нулевые:

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{b_1 p + b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} \quad (2.3)$$

Динамические свойства звеньев определяются по их реакции на типовое входное воздействие. Наиболее простым типовым воздействием является единичная ступенчатая функция $1(t)$, удовлетворяющая условиям

$$1(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } t < 0 \\ 1, & \text{если } t \geq 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

Одной из реакций звена является переходная функция $h(t)$ – изменение выходной переменной во времени при подаче на вход звена единичной ступенчатой функции $1(t)$. Переходная функция характеризует переход звена (системы) от одного равновесного состояния или установившегося режима к другому.

По графику $h(t)$ можно определить математическую модель исследуемого динамического звена и его параметры.

2.2 ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Интегрирующее звено.

Описывается уравнениями:

$$y^{(1)} = ku \quad \text{или} \quad y = \frac{k}{p} u,$$

где k – постоянный коэффициент.

Переходная функция звена:

$$h(t) = kt \cdot 1(t).$$

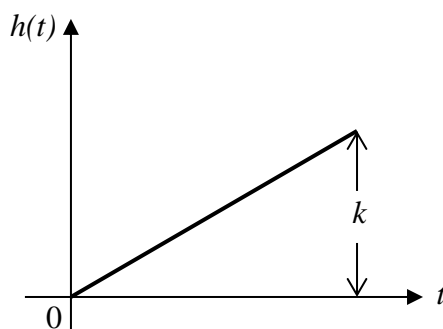


Рис. 2.1 Переходная функция звена

Интегрирующее звено с замедлением.

Описывается уравнениями

$$Ty^{(2)} + y^{(1)} = ku \quad \text{или} \quad y = \frac{k}{p(Tp+1)} u,$$

где T – постоянная времени.

Переходная функция звена:

$$h(t) = k[t - T(1 - e^{-\frac{t}{T}})] \cdot 1(t)$$

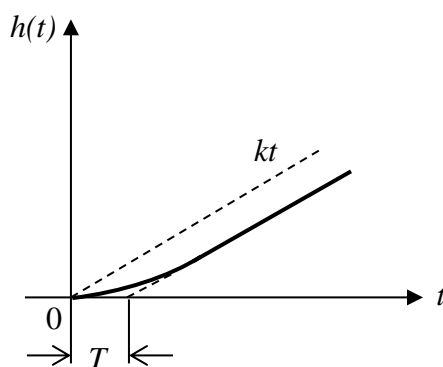


Рис.2.2 Переходная функция звена

Изодромное звено.

Описывается уравнениями

$$y^{(1)} = k(Tu^{(1)} + u) \quad \text{или} \quad y = \frac{k(Tp + 1)}{p} \cdot u,$$

Переходная функция звена:

$$h(t) = k(t + T) \cdot 1(t).$$

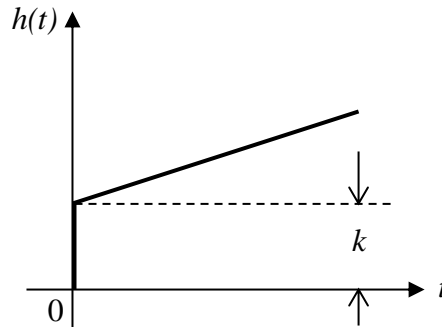


Рис.2.3 Переходная функция звена

Реальное дифференцирующее звено.

Описывается уравнениями

$$Ty^{(1)} + y = ku^{(1)} \quad \text{или} \quad y = \frac{kp}{Tp + 1} \cdot u,$$

Переходная функция звена:

$$h(t) = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}} \cdot 1(t).$$

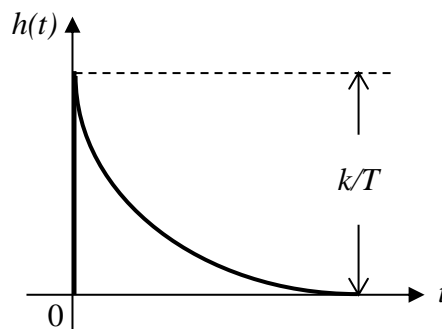


Рис.2.4 Переходная функция звена

Апериодическое звено первого порядка.

Описывается уравнениями

$$Ty^{(1)} + y = ku \quad \text{или} \quad y = \frac{k}{Tp + 1} \cdot u,$$

Переходная функция звена:

$$h(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}}) \cdot 1(t).$$

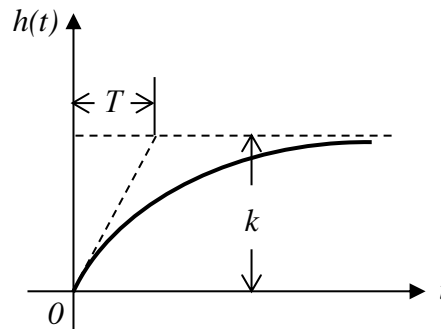


Рис.2.5 Переходная функция звена

Апериодическое звено 2-ого порядка.

Описывается уравнениями

$$T_2^2 y^{(2)} + T_1 y^{(1)} + y = ku \quad \text{или} \quad y = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1} u,$$

где T_1 , T_2 – постоянные времени ($T_1 > 2T_2$). При этом корни характеристического уравнения $T_2^2 p^2 + T_1 p + 1 = 0$ являются вещественными и отрицательными. Знаменатель передаточной функции апериодического звена 2 – ого порядка может быть разложен на множители

$$y = \frac{k}{(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)} u,$$

$$\text{где } T_3 = \frac{T_1}{2} + \sqrt{\frac{T_1^2}{4} - T_2^2}; \quad T_4 = \frac{T_1}{2} - \sqrt{\frac{T_1^2}{4} - T_2^2}.$$

В связи с этим, апериодическое звено второго порядка эквивалентно двум апериодическим звеньям первого порядка, соединенным последовательно между собой и имеющим коэффициент усиления k и постоянные времени T_3 и T_4 .

Переходная функция апериодического звена второго порядка имеет вид

$$h(t) = k \left(1 - \frac{T_3}{T_3 - T_4} e^{-\frac{t}{T_3}} + \frac{T_4}{T_3 - T_4} e^{-\frac{t}{T_4}} \right) \cdot 1(t)$$

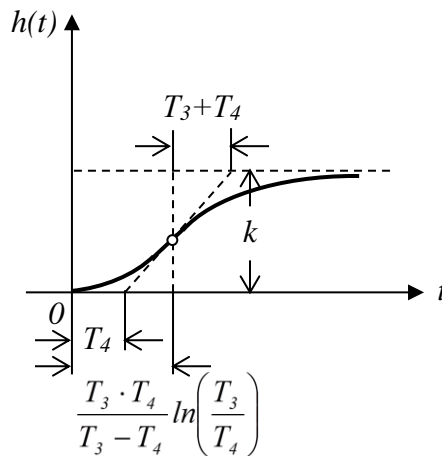


Рис.2.6 Переходная функция звена

Колебательное звено.

Описывается дифференциальным уравнением, что и аperiodическое звено второго порядка. Однако корни характеристического уравнения являются комплексными. Уравнение и передаточная функция колебательного звена представляются в виде

$$T^2 y^{(2)} + 2\xi T y^{(1)} + y = k u ,$$

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1} = \frac{k \omega_0^2}{p^2 + 2\xi \omega_0 p + \omega_0^2} ,$$

где $\omega_0 = \frac{1}{T}$ – частота свободных колебаний при отсутствии затухания; ζ – коэффициент затухания ($0 < \zeta < 1$)

Переходная функция колебательного звена:

$$h(t) = k \left[1 - e^{-\gamma t} \left(\cos \omega t + \frac{\gamma}{\omega} \sin \omega t \right) \right] \cdot 1(t)$$

$$\gamma = \frac{\omega}{\pi} \ln \frac{A_1}{A_2} ; \quad \gamma = \xi \omega_0 ; \quad \omega = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} .$$

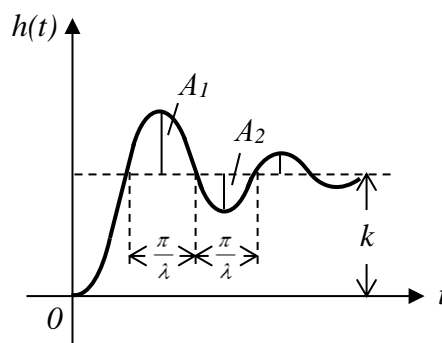


Рис.2.7 Переходная функция звена

Консервативное звено.

Может быть получено из колебательного звена, если $\zeta=0$. В этом случае корни характеристического уравнения $T^2 p^2 + 1 = 0$ будут чисто мнимые.

Передаточная функция консервативного звена имеет вид:

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 1},$$

Его переходная функция:

$$h(t) = k(1 - \cos \omega_0 t) \cdot 1(t)$$

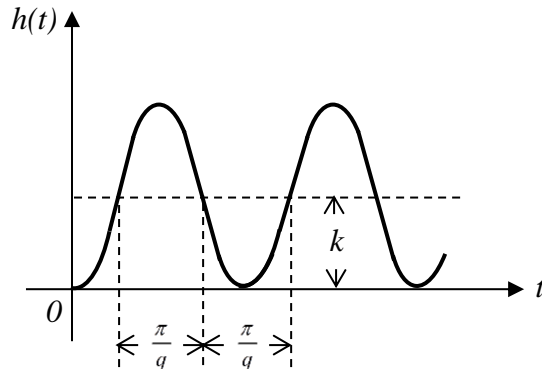


Рис.2.8 Переходная функция звена

2.3 РЕАЛИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТИПОВОГО ЗВЕНА САУ В СРЕДЕ MATLAB/SIMULINK

1. Интегрирующее звено

Интегрирующее звено описывается уравнением

$$y = \frac{k}{p} u, \quad (2.5)$$

где $k = 1$.

Для построения блок-схемы на основе данного уравнения в программном пакете MATLAB потребуется усилитель, реализующий усиление в k раз, и интегратор, выполняющий операцию $1/p$ уравнения (2.5).

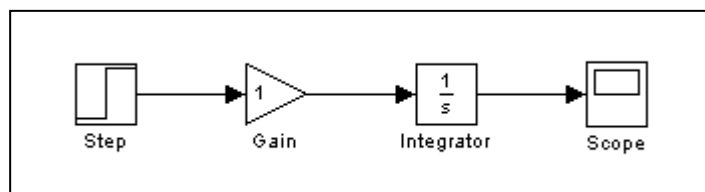


Рис.2.9 Математическая модель интегрирующего звена

Построение графиков выходных характеристик выполняется с помощью инструментального средства LTI-Viewer, предназначенного для анализа линейных стационарных систем. С помощью этого инструмента можно легко

построить частотные характеристики исследуемой системы, получить отклики на единичное ступенчатое и импульсное воздействия, найти нули и полюса системы и т.д.

2.4 ПРАВИЛА РАБОТЫ С ИС LTI-VIEWER В СРЕДЕ СИСТЕМЫ SIMULINK

1. Выполнить опцию *Linear Analysis...* меню *Tools* в окне Simulink-модели. В результате откроется окно *Model_Inputs_and_Outputs*, как это показано на рис.2.10, а также пустое окно ИС LTI-Viewer.

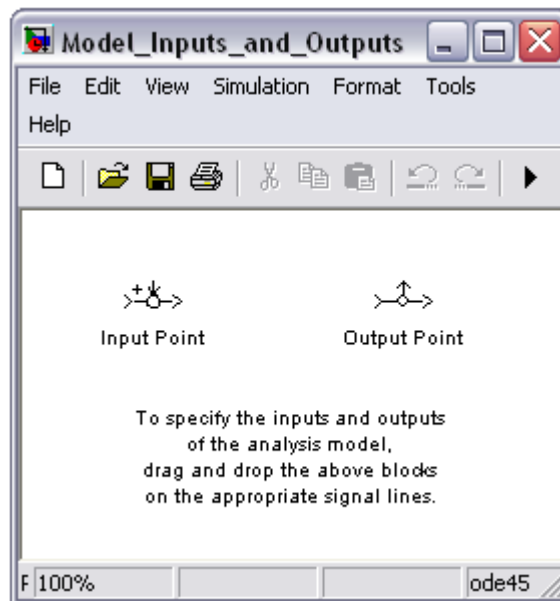


Рис.2.10 Окно Model_Inputs_and_Outputs

2. Установить блок *Input Point* (библиотека *Control System Toolbox*) в начале, а блок *Output point* в конце участка исследуемой схемы (рис.2.11).

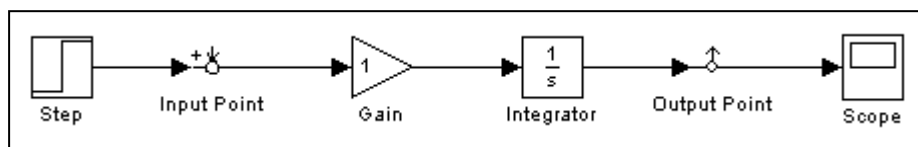


Рис.2.11 Установка дополнительных блоков

3. В окне LTI Viewer инициировать опцию *Get Linearized Model* меню *Simulink*. В результате будет выполнена линеаризация участка модели и построена реакция линеаризованной системы на единичное ступенчатое воздействие (рис.2.12).

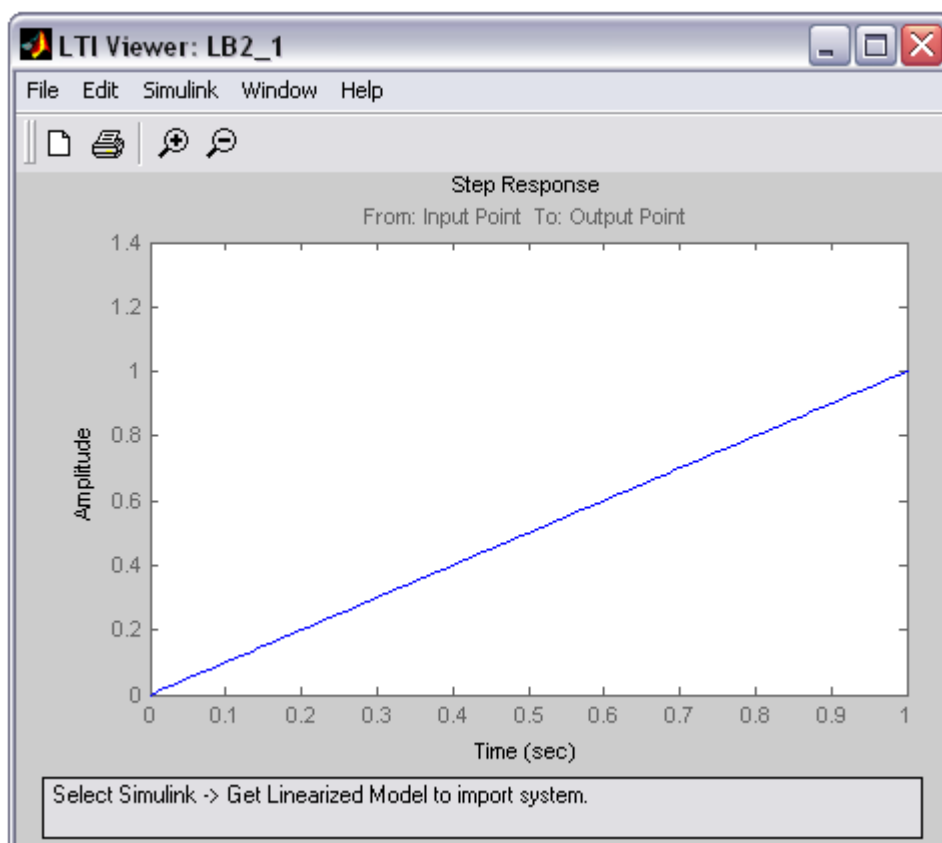


Рис.2.12 Характеристика системы в окне LTI Viewer

Если система имеет несколько входов и выходов и для всех них установлены блоки *Input Point* и *Output Point*, то на графике будет отображено несколько окон, показывающих реакцию каждого выхода на каждый вход.

4. Для получения других характеристик необходимо использовать опцию *Plot Configurations...* меню *Edit*. В результате откроется окно *Plot Configurations* (рис.2.13).

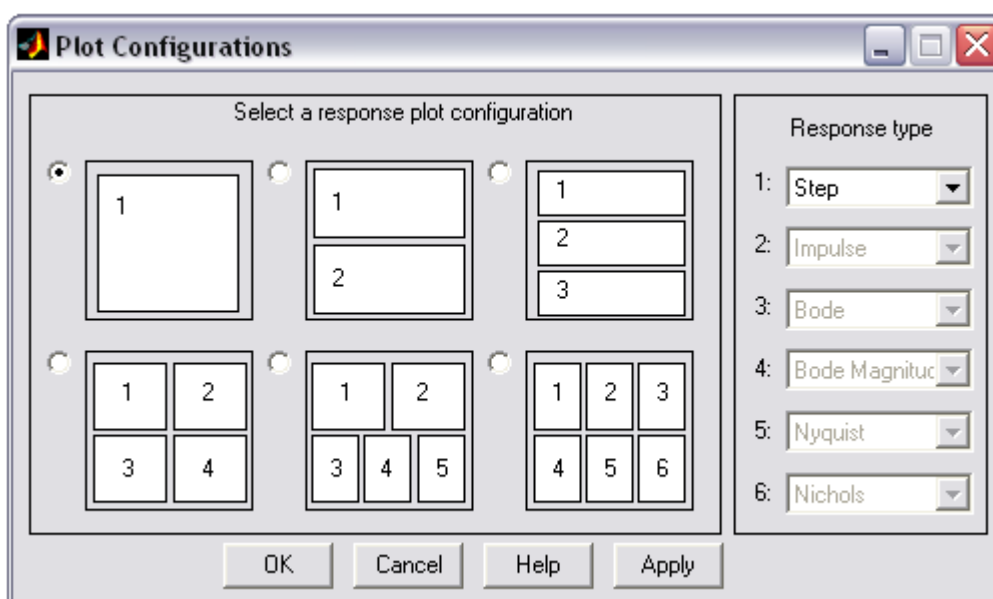


Рис.2.13 Окно Plot Configurations

В этом окне можно выбрать вид отображаемых графиков (область *Response type*) и способ их размещения (область *Select a response plot configuration*). Доступны следующие типы графиков и диаграмм:

- Step – реакция на единичное ступенчатое воздействие;
- Impulse – реакция на единичное импульсное воздействие;
- Bode – логарифмические амплитудная и фазовая частотные характеристики;
- Bode Magnitude – логарифмическая амплитудная частотная характеристика;
- Nyquist – диаграмма Найквиста;
- Nichols – диаграмма Николса;
- Sigma – сингулярные числа;
- Pole/zero – нули и полюса системы.

На рис.2.14 показано окно LTI-Viewer с различными характеристиками исследуемой системы.

Оформить внешний вид графиков – выбрать тип и цвета линий, тип маркеров и т.п. – можно с помощью опции *Line Styles...* меню *Edit*.

Для анализа и сопоставления получаемых характеристик с теоретическими необходимо установить единицы измерений частоты, уровня, фазы, а также установить масштаб оси частот. Опция меню *Edit\Viewer Preferences...* позволяет выполнить данные настройки. Все установки задаются на вкладке *Units* (рис. 2.15).

2. Апериодическое звено 2-го порядка с параметрами:

<i>k</i>	<i>T₁</i>	<i>T₂</i>
1	0,2	0,8

Звено описывается уравнением

$$y = \frac{k}{T_2 p^2 + T_1 p + 1} u .$$

Для реализации математической модели в среде MATLAB воспользуемся блоком Transfer Fcn. Чтобы задать значения T_1 и T_2 в знаменателе, нужно, открыв окно задания параметров блока, в поле *Denominator* вписать соответствующие значения через пробелы, как это показано на рис.2.17 (коэффициенты располагаются по убыванию степени переменной s).

Полученные характеристики изображены на рис.2.18.

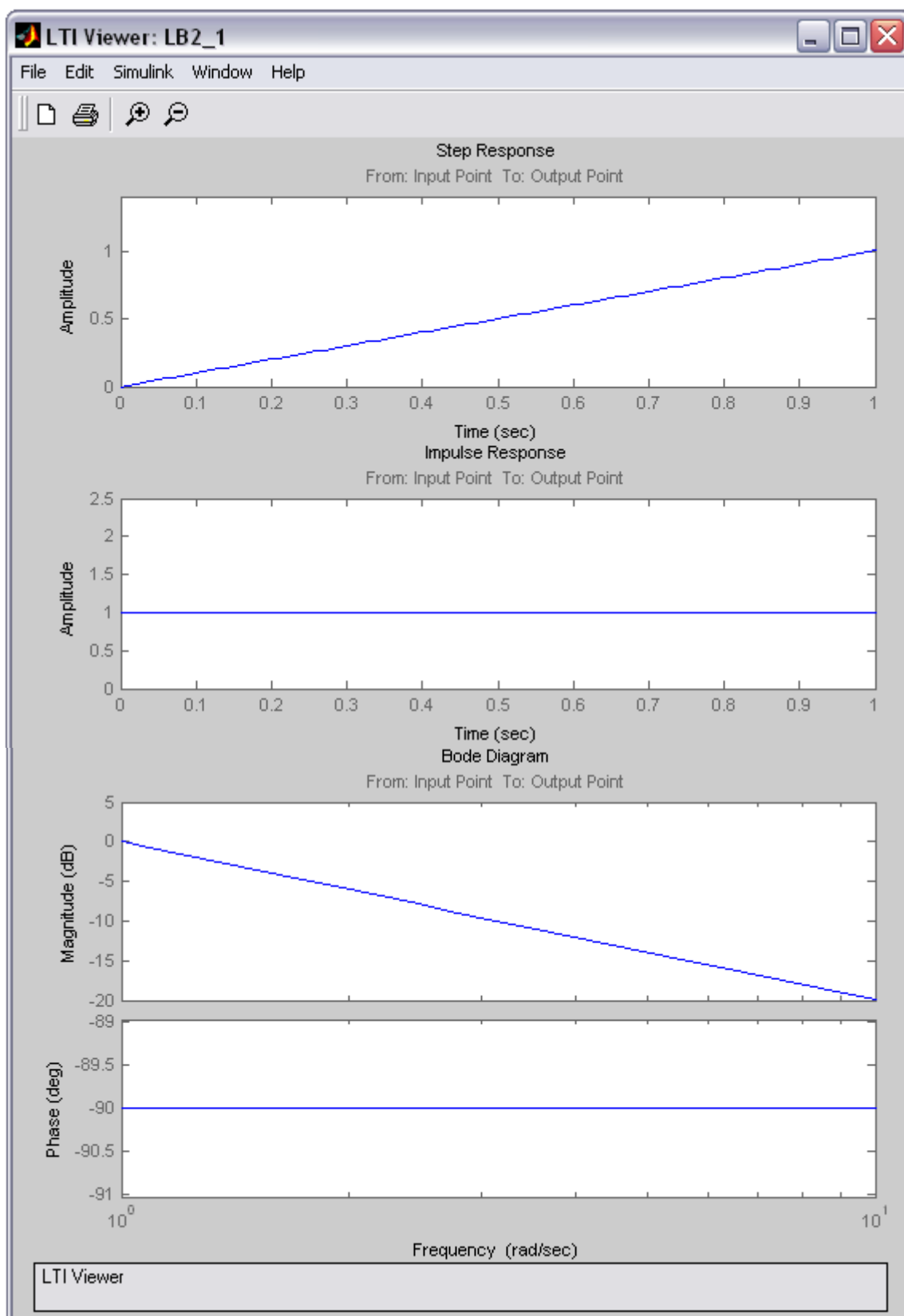


Рис.2.14 Характеристики интегрирующего звена САУ

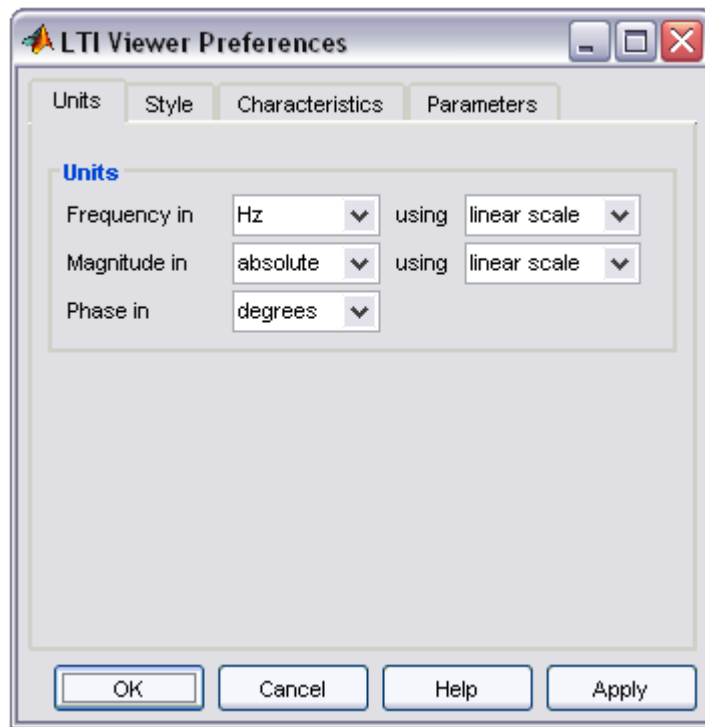


Рис.2.15 Установки единиц измерения

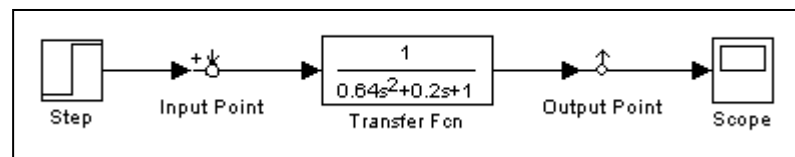


Рис.2.16 Блок-схема аperiodического звена 2-го порядка



Рис.2.17 Расстановка коэффициентов знаменателя

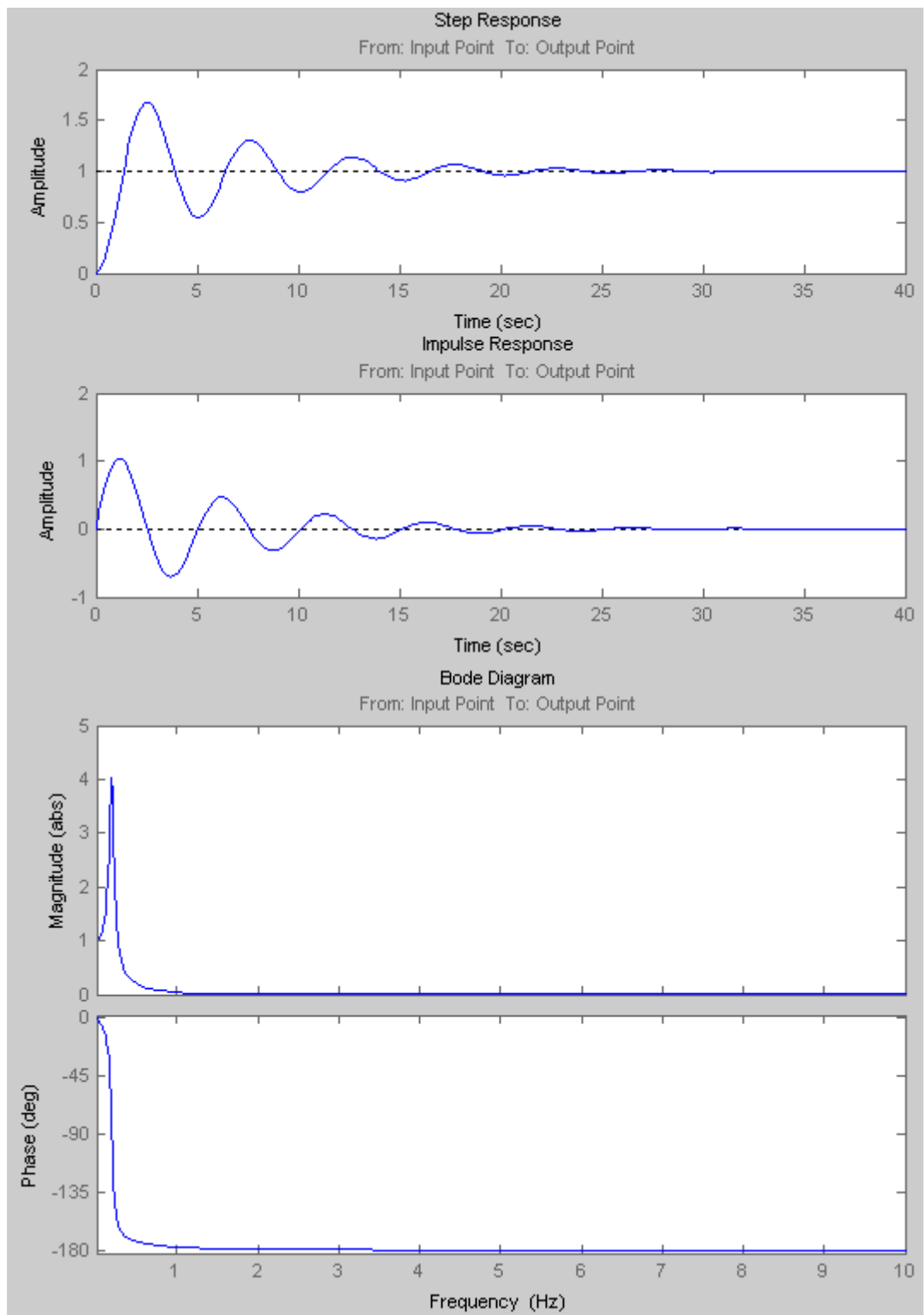


Рис.2.18 Характеристики аperiodического звена 2-го порядка

2.5 ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Построить схемы моделирования динамических звеньев:
 - интегрирующего;
 - интегрирующего с запаздыванием;
 - изотропного;
 - реального дифференцирующего;
 - апериодического первого порядка;
 - апериодического второго порядка;
 - колебательного;
 - консервативного.
2. Параметры звеньев установить в соответствии с вариантом задания (см. табл.2.1.)
3. Осуществить моделирование и снять переходные характеристики типовых динамических звеньев.
4. Для колебательного звена определить значение коэффициента затухания ζ , при котором время переходного процесса будет минимальным.
5. Сделать сравнительный анализ результатов моделирования.

Таблица 2.1

Параметры динамических звеньев

Варианты	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
k	5	10	4	1,5	3	10	14	5	4	1	2
T	2	5	1	0,2	3	5	5	1	0,4	0,2	0,2
T_1	3	4	2	0,4	6	3	6	2	0,2	0,3	0,25
T_2	1,3	1	0,8	0,45	1	1,1	1,41	1	0,3	0,35	0,3
ζ	0,2	0,4	0,5	0,25	0,2	0,25	0,3	0,4	0,6	0,5	0,55

2.6 УКАЗАНИЯ И ПОЯСНЕНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Для подготовки моделей типовых динамических звеньев используйте метод понижения порядка производных.

Моделирование (сборку схем и снятие переходных характеристик) проводите в последовательности, рассмотренной в лабораторной работе №1 «Моделирование линейных систем автоматического управления».

2.7 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет должен содержать следующие разделы:

1. Цель работы.
2. Программа работы.
3. Математические модели динамических звеньев.
4. Кривые переходных характеристик.

5. Выводы. Сравнительный анализ результатов моделирования.
6. Использованная литература.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое передаточная функция?
2. Какие типовые динамические звенья САУ вы знаете?
3. Как выглядят переходные характеристики каждого из известных вам типовых динамических звеньев САУ?
4. Что такое «диаграммы Боде» и как их построить средствами Simulink/MATLAB?
5. Как отличить по виду передаточной функции колебательное звено от апериодического звена 2-го порядка?

ЛИТЕРАТУРА

1. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения / Дьяконов В. П. М.: СОЛОН-Пресс, 2004. 768 с. – (Серия «Полное руководство пользователя»).
2. SIMULINK: среда создания инженерных приложений / Под общ. ред. к. т. н. В. Г. Потёмкина. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003.-496 с.
3. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования - М.: Наука, 1975.

3. Лабораторная работа №3

АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: исследование точности систем автоматического регулирования в различных типовых режимах.

Объект исследования: линейная система автоматического управления.

Аппаратные средства: виртуальная лаборатория на ЭВМ IBM PC, программный пакет «MATLAB/Simulink».

3.1 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Точность работы любой системы автоматического управления наиболее полно характеризуется мгновенным значением *ошибки рассогласования* $\varepsilon(t)$, равной разности между заданной $g(t)$ и действительной $y(t)$ значениями регулируемой переменной в соответствии с уравнением

$$\varepsilon(t) = g(t) - y(t). \quad (3.1)$$

При этом значение $\varepsilon(t)$ оценивается при типовых входных воздействиях: постоянном, линейно или квадратично нарастающем.

Для характеристики точностных свойств систем управления используется понятие установившейся ошибки слежения. Установившаяся ошибка $\varepsilon_y(t)$, представляет собой функцию времени, удовлетворяющую условию

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\varepsilon(t) - \varepsilon_y(t)] = 0 \quad (3.2)$$

для любых начальных условий и заданного воздействия, т. е. она характеризует ошибку слежения, установившуюся после завершения переходного процесса. Предельное значение установившейся ошибки определяется выражением:

$$\varepsilon = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) \quad (3.3)$$

Величина предельного значения установившейся ошибки при типовом воздействии (табл. 1) наиболее просто может быть рассчитана, если использовать передаточную функцию замкнутой системы по ошибке рассогласования:

$$\Phi_\varepsilon(p) = \frac{E(p)}{G(p)} = \frac{1}{1 + W(p)}, \quad (3.4)$$

где $E(p)$ и $G(p)$ – соответственно изображения величины рассогласования и задающего воздействия; $W(p)$ – передаточная функция разомкнутой системы, включающая в себя передаточные функции объекта регулирования $W_0(p)$ и регулятора $R(p)$ (рис. 3.1).

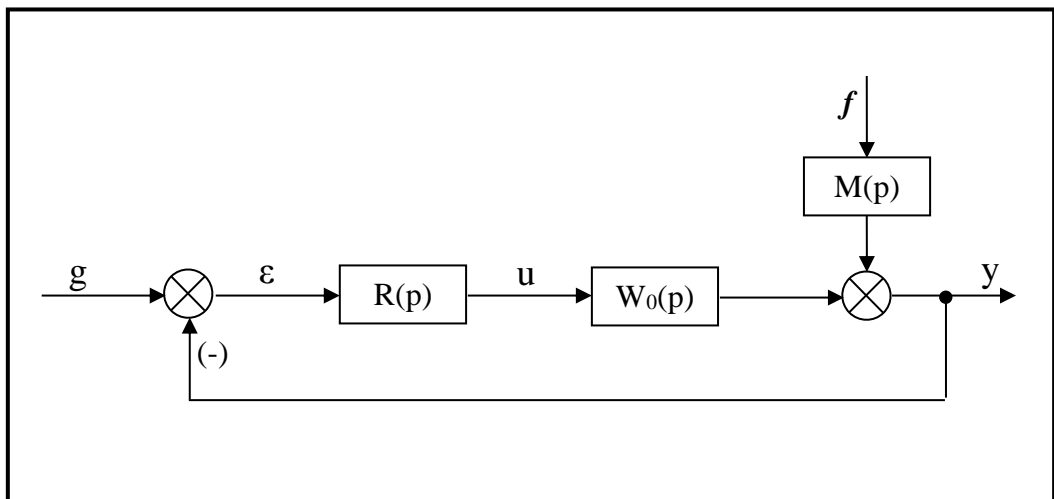


Рис.3.1 Система автоматического управления: u – управление; f – возмущающее воздействие; $M(p)$ – передаточная функция для введения в систему возмущения

Значение установившейся ошибки определяется согласно теоремы о конечном значении:

$$\varepsilon_y = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \Phi_\varepsilon(p) \cdot G(p) \quad (3.5)$$

Разложим $\Phi_\varepsilon(p)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $p=0$

$$\Phi_\varepsilon(p) = C_0 + C_1 p + \frac{C_2}{2!} p^2 + \frac{C_3}{3!} p^3 + \dots, \quad (3.6)$$

где

$$c_i = \left[\frac{d^i}{dp^i} \Phi_\varepsilon(p) \right]_{p=0}; i = 0, 1, 2, \dots$$

Подставляя (6) в (5) и переходя во временную область, получаем выражение установившейся ошибки при произвольном входном воздействии

$$\varepsilon_y(t) = c_0 g(t) + c_1 \frac{d}{dt} g(t) + \frac{c_2}{2!} \frac{d^2}{dt^2} g(t) + \frac{c_3}{3!} \frac{d^3}{dt^3} g(t) + \dots \quad (3.7)$$

Здесь постоянные c_i носят название *коэффициентов ошибок*. Если $g(t)$ изменяется *достаточно медленно*, то для приближенной оценки $\varepsilon_y(t)$ можно использовать конечное число членов ряда (7).

Точность работы системы связана с *порядком астатизма*. Система называется *статической*, если она имеет нулевой порядок астатизма, т.е. в выражении (7) $c_0 \neq 0$. В общем случае, если система имеет k -й порядок астатизма, то $c_i = 0$ для всех $0 \leq i < k$ и $c_k \neq 0$.

Таблица 3.1

Типовые задающие воздействия

<i>Изображение типового задающего воздействия</i>	<i>Постоянное $g(t) = A$</i>	<i>Линейно нарастающее $g(t) = V \cdot t$</i>	<i>Квадратично нарастающее $g(t) = \frac{at^2}{2}$</i>
$G(p)$	$\frac{A}{p}$	$\frac{V}{p^2}$	$\frac{a}{p^3}$

Порядок астатизма системы управления устанавливается на основе анализа структурных свойств схемы. Так, система (рис.1) является статической, т.е. она имеет нулевой порядок астатизма, если выполняется условие

$$\lim_{p \rightarrow 0} \lambda W(p) = K < \infty \quad (3.8)$$

где K – коэффициент усиления разомкнутой системы.

Для статической системы при постоянном входном воздействии $g(t) = A$ имеем:

$$\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{1 + W(p)} \cdot \frac{A}{p} = \frac{A}{1 + K} \quad (3.9)$$

Последнее выражение означает, что постоянное входное воздействие обрабатывается с установившейся ошибкой, которую принято называть статической ошибкой. Для уменьшения статической ошибки необходимо увеличивать коэффициент усиления разомкнутой системы K .

При линейно нарастающем задающем входном воздействии $g(t) = V \cdot t$ имеем:

$$\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{1 + W(p)} \cdot \frac{V}{p^2} = \infty \quad (3.10)$$

Из полученного выражения следует, что линейно нарастающее воздействие обрабатывается статической системой с неограниченно растущей ошибкой.

Система автоматического управления (рис. 1) является астатической, если

$$\lim_{p \rightarrow 0} W(p) = \infty \quad (3.11)$$

и передаточная функция разомкнутой системы $W(p)$ может быть представлена в виде

$$W^*(p) = \frac{1}{p^r} \cdot W(p), \quad (3.12)$$

где $W(p)$ - передаточная функция статической системы, для которой выполняется условие (8);

r – порядок астатизма системы.

Для астатической системы первого порядка при постоянном задающем воздействии $g(t) = A$ имеем:

$$\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{1 + \frac{W(p)}{P}} \cdot \frac{A}{P} = 0 \quad (3.13)$$

При линейно нарастающем задающем воздействии $g(t) = V \cdot t$

$$\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{1 + \frac{W(p)}{P}} \cdot \frac{V}{P^2} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{P}{P + K} \cdot \frac{V}{P} = \frac{V}{K} \quad (3.14)$$

Установившиеся ошибки автоматического управления различного астатизма при типовых задающих воздействиях приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2

Установившиеся ошибки систем

Порядок астатизма	$g(t) = A$	$g(t) = V \cdot t$	$g(t) = \frac{at^2}{2}$
0	$\frac{A}{1 + K}$	∞	∞
1	0	$\frac{V}{K}$	∞
2	0	0	$\frac{a}{K}$

Аналогичным образом может быть введено понятие порядка астатизма по возмущающему воздействию. При этом следует отметить, что порядок астатизма по возмущающему воздействию не соответствует порядку астатизма по задающему воздействию.

В качестве примера рассмотрим задачу стабилизации величины $y(t)$ системы, представленной на рис. 3.1.

На основе структурной схемы системы получаем при $g(t) = 0$:

$$y = W_0(p) \cdot R(p) \cdot (-y) + M(p)F \quad (3.15)$$

где Y , F – соответственно изображения регулируемой величины и возмущающего воздействия.

Так как $W_0(p)R(p) = W(p)$, можно определить передаточную функцию замкнутой системы по возмущающему воздействию:

$$\Phi_f(p) = \frac{y}{F} = \frac{M(p)}{1+W(p)} \quad (3.16)$$

При единичной отрицательной обратной связи и при $g(t)=0$ имеем - $Y=E$, тогда передаточная функция замкнутой системы для ошибки по возмущающему воздействию будет иметь тот же вид, что и для регулируемой величины, т. е.

$$\Phi_{ef}(p) = \frac{E}{F} = -\Phi_f(p) \quad (3.17)$$

Таким образом, возмущающее воздействие f дает статическую ошибку

$$\varepsilon = \lambda \lim_{p \rightarrow 0} \left[-p \frac{M(p)}{1+W(p)} \cdot F \right] = -\frac{A}{1+K} \quad (3.18)$$

где $M(p)=1$; $F = \frac{A}{p}$; $\lim_{p \rightarrow 0} W(p) = K$

3.2 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Параметры системы с нулевым порядком астатизма

$W_0(p)$	$g=A$	$g=V \cdot t$
$\frac{3}{2,5p+1}$	2	$2t$

Параметры астатической системы.

$W_0(p)$	$g = \frac{at^2}{2}$
$\frac{3}{2,5p+1}$	$0,5t^2$

Параметры систем с возмущением.

$M(p)$	0,5
f	2

1. Исследование системы с астатизмом нулевого порядка. $R(p)=K$

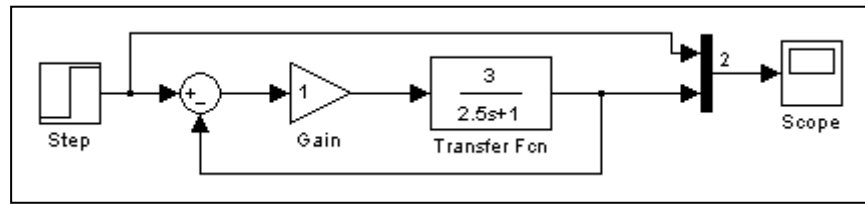


Рис.3.2 Структурная схема системы

Получим кривые переходного процесса для трех значений $K(K=1, 5, 10)$ при подаче на вход системы сигнала $g(t)=A$ и определим предельные значения установившейся ошибки.

а) $K=1$.

Значение ошибки определяется экспериментально по графикам характеристик на осциллографе как разность между установившимся выходным сигналом и входным сигналом, и подтверждается теоретически по формулам, приведённым в пункте «Краткие теоретические сведения».

Найдём ошибку:

- экспериментально: $\varepsilon = 0,5$ (рис.3.3);

- теоретически:
$$\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{1 + W(p)} \cdot \frac{A}{P} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{A}{1 + \frac{3}{2,5 \cdot p + 1} \cdot k} = \frac{2}{4} = 0,5 \quad (\text{формула 3.9});$$

б) $K=5$.

Значение ошибки:

- экспериментально: $\varepsilon = 0,125$;

- теоретически:
$$\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{1 + W(p)} \cdot \frac{A}{P} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{A}{1 + \frac{3}{2,5 \cdot p + 1} \cdot 5} = \frac{2}{16} = 0,125;$$

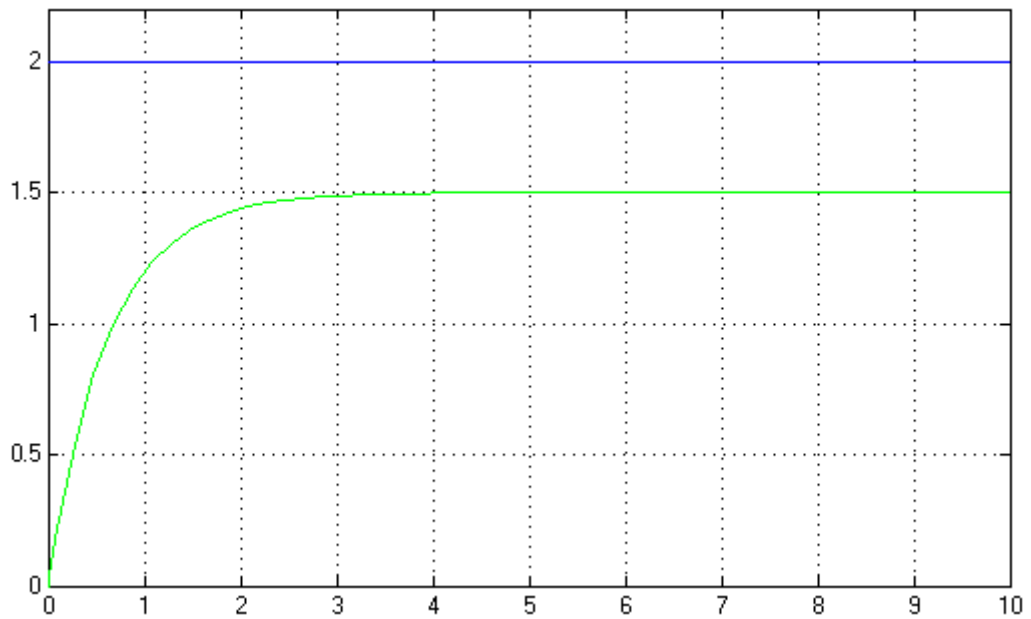


Рис.3.3 Характеристики системы при K=1

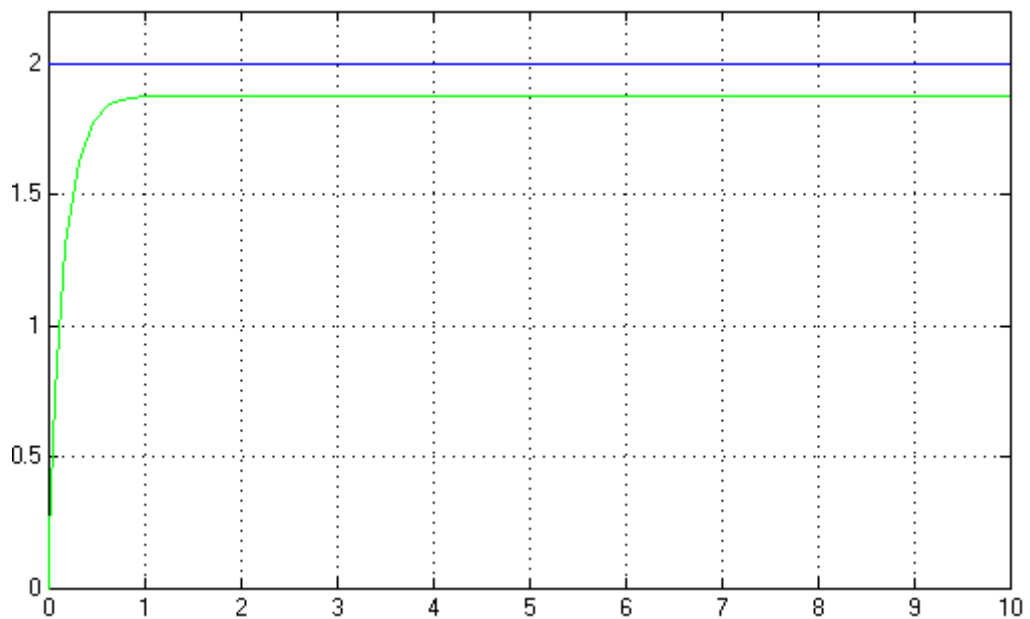


Рис.3.4 Характеристики системы при K=5

в) $K=10$.

Значение ошибки:

- экспериментально: $\varepsilon = 0,0645$;

- теоретически: $\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{1+W(p)} \cdot \frac{A}{P} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{A}{1 + \frac{3}{2,5 \cdot p + 1} \cdot 10} = \frac{2}{31} = 0,0645$.

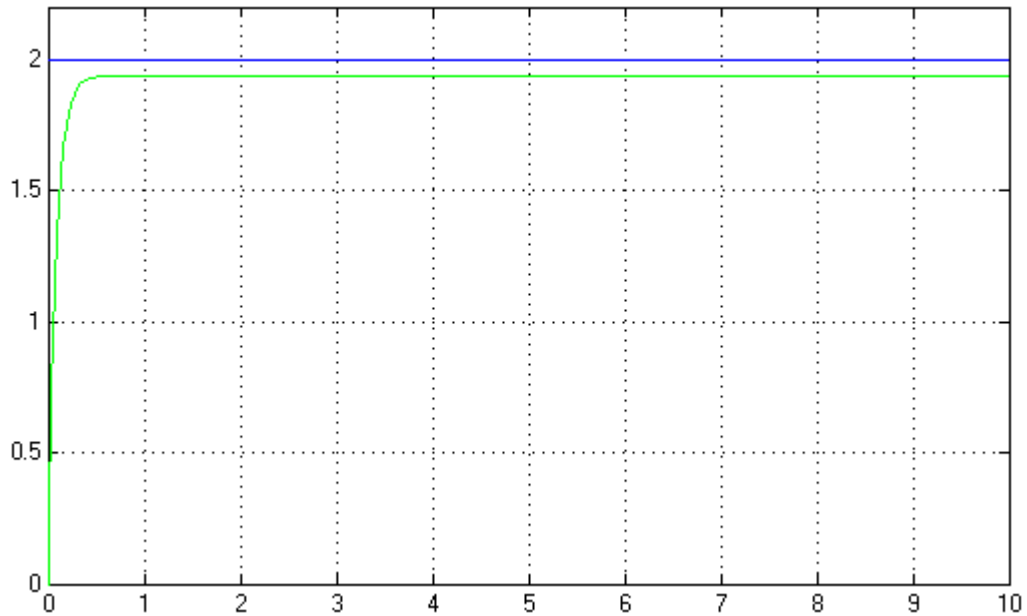


Рис.3.5 Характеристики системы при $K=10$

Получим кривые переходного процесса для трех значений $K (K=1, 5, 10)$ при подаче на вход системы сигнала $g(t)=V \cdot t$ и определим предельные значения установившейся ошибки.

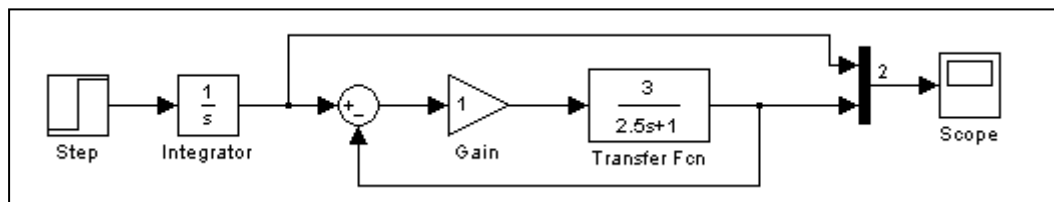


Рис.3.6 Структурная схема системы с астатизмом нулевого порядка и задающим воздействием $g(t)=Vt$

$$\left. \begin{array}{l} \text{а) } K=1. \\ \text{б) } K=5. \\ \text{в) } K=10. \end{array} \right\} \varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{1+W(p)} \cdot \frac{V}{p^2} = \infty \text{ (как и указано в таблице 3.2).}$$

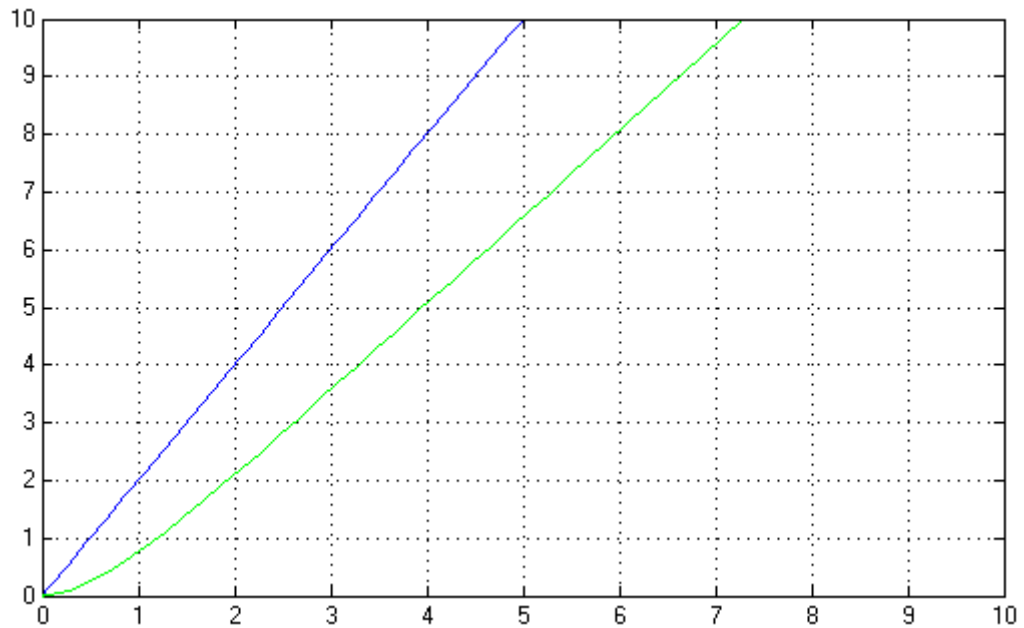


Рис.3.7 Характеристики системы при $K=1$

При подаче на вход сигнала $g(t) = \frac{at^2}{2}$ значение ошибки останется тем же, что можно проверить по формуле $\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{1+W(p)} \cdot \frac{V}{p^3}$.

3.2 Исследование системы с астатизмом первого порядка. $R(p)=K/p$

Получим кривые переходного процесса для трех значений $K(K=1, 5, 10)$ при подаче на вход системы сигнала $g(t)=A$ и определим предельные значения установившейся ошибки.

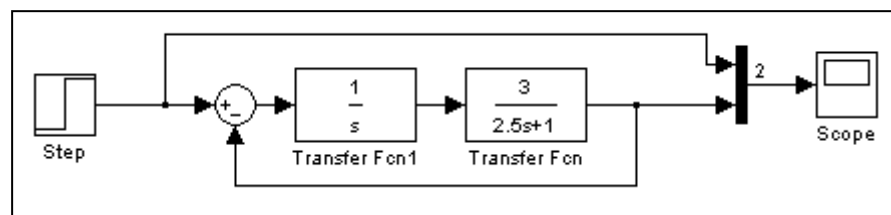


Рис.3.8 Структурная схема системы с астатизмом первого порядка, задающим воздействием $g=A=2$ и $K=1$

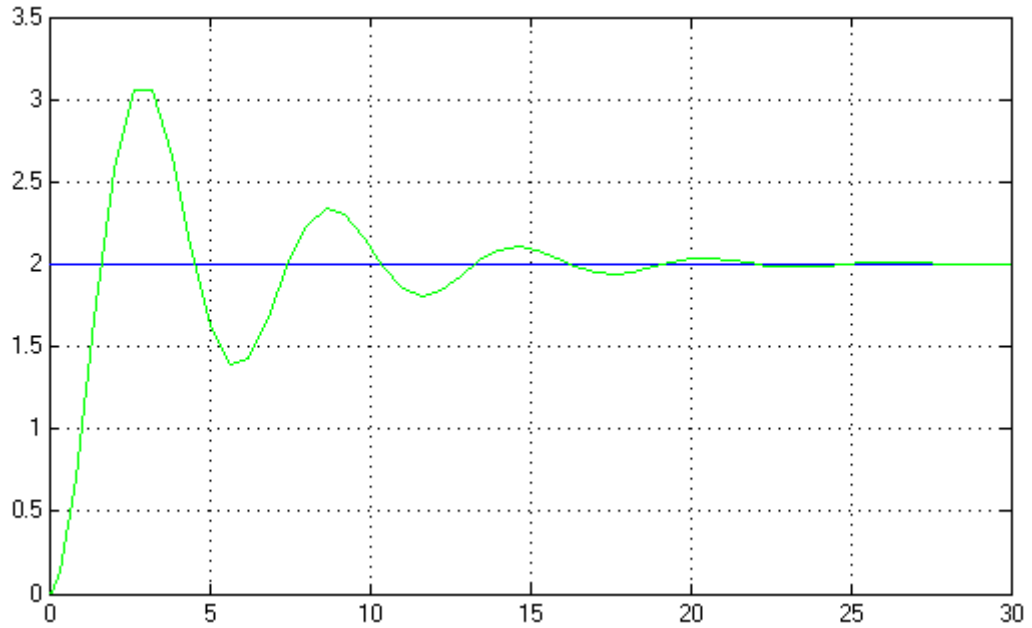


Рис.3.9 Характеристики системы при $K=1$

$$\left. \begin{array}{l} \text{а) } K=1. \\ \text{б) } K=5. \\ \text{в) } K=10. \end{array} \right\} \varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{1+W(p)} \cdot \frac{A}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{2 \cdot (2,5 \cdot p + 1) \cdot p}{(5,5 \cdot p + 1)} = 0.$$

Получим кривые переходного процесса при подаче на вход системы линейно нарастающего воздействия $g(t) = V \cdot t$. Определим предельные значения установившейся ошибки для коэффициента K .

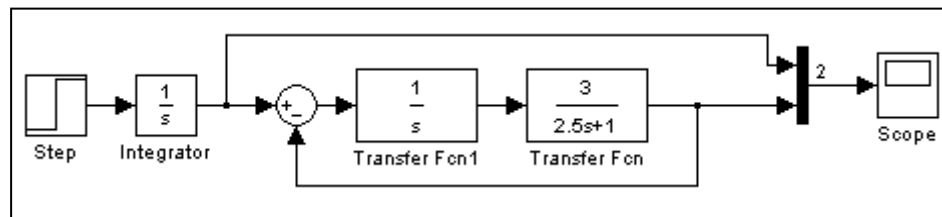


Рис.3.10 Структурная схема системы с астатизмом первого порядка и задающим воздействием $g(t) = Vt$

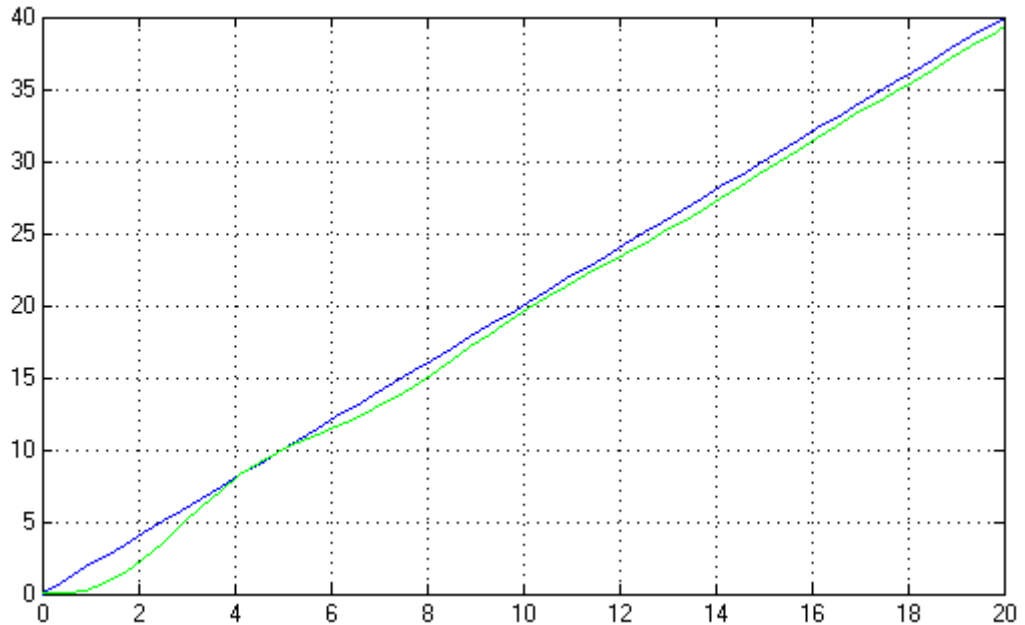


Рис.3.11 Характеристики системы при $K=1$

а) $K=1$.

Значение ошибки:

- экспериментально: $\varepsilon = 0,7$;

- теоретически: $\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{1 + \frac{W(p)}{P}} \cdot \frac{V}{P^2} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{V(2,5p+1)}{2,5p^2 + p + 3} = \frac{2}{3} = 0,7$;

б) $K=5$.

Значение ошибки:

- экспериментально: $\varepsilon = 0,12$;

- теоретически: $\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{1 + \frac{W(p)}{P}} \cdot \frac{V}{P^2} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{V(2,5p+1)}{2,5p^2 + p + 15} = \frac{2}{15} = 0,12$;

в) $K=10$.

Значение ошибки:

- экспериментально: $\varepsilon = 0,05$;

- теоретически: $\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{1 + \frac{W(p)}{P}} \cdot \frac{V}{P^2} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{V(2,5p+1)}{2,5p^2 + p + 30} = \frac{2}{30} = 0,05$.

Получим кривые переходного процесса при подаче на вход системы квадратично нарастающего воздействия $g(t) = 0,5 \cdot t^2 / 2$.

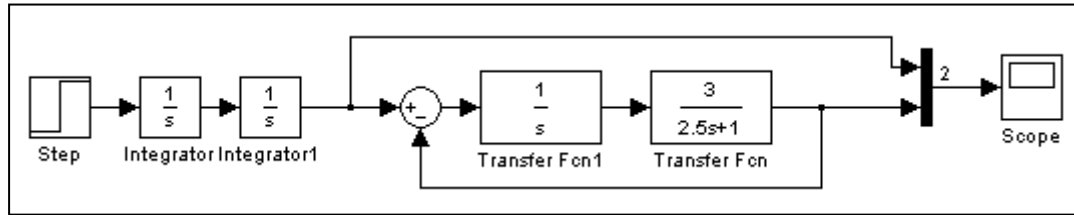


Рис.3.12 Структурная схема системы с астатизмом первого порядка и задающим воздействием $g(t) = 0,5 \cdot t^2$

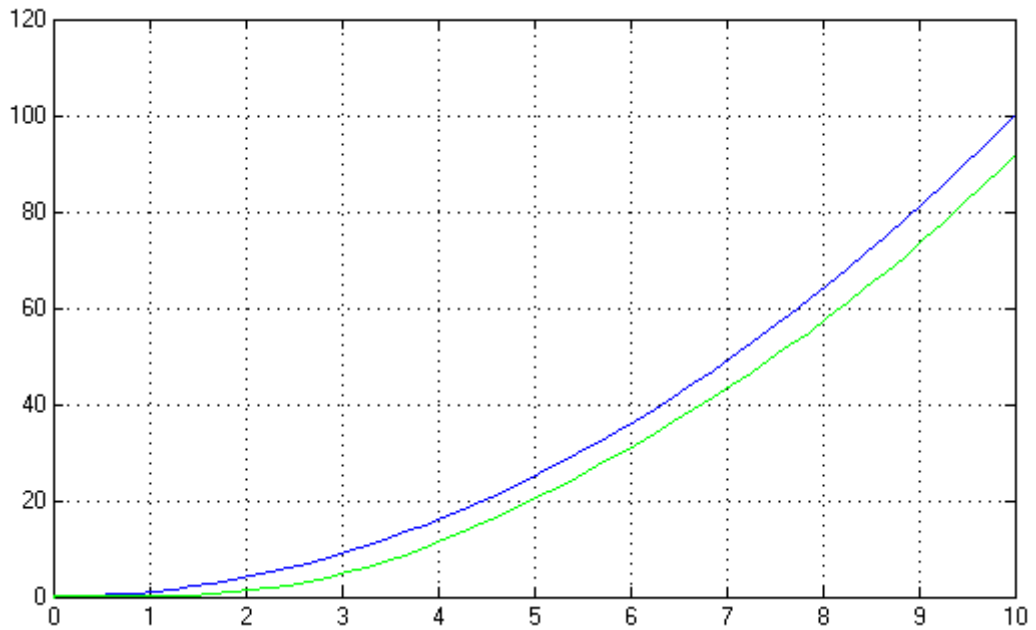


Рис.3.13 Характеристики системы при $K=1$

$$\left. \begin{array}{l} \text{а) } K=1. \\ \text{б) } K=5. \\ \text{в) } K=10. \end{array} \right\} \varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{1+W(p)} \cdot \frac{V}{p^3} = \infty.$$

3.3. Исследование влияния внешнего возмущения на систему ($R(p)=K$).

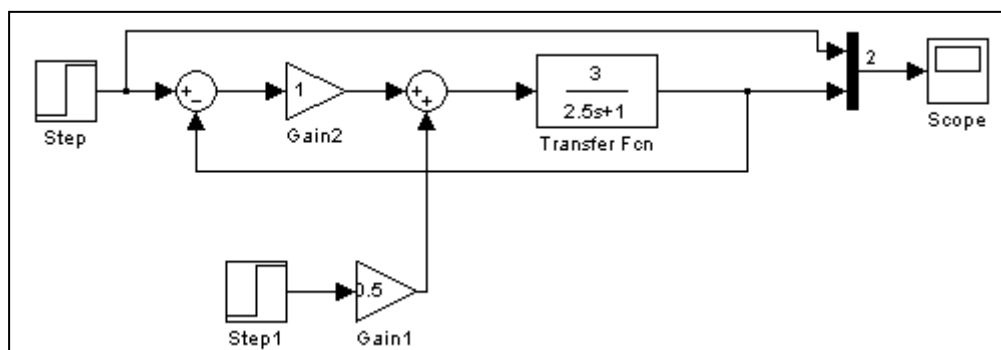


Рис.14 Структурная схема системы с внешним возмущающим воздействием

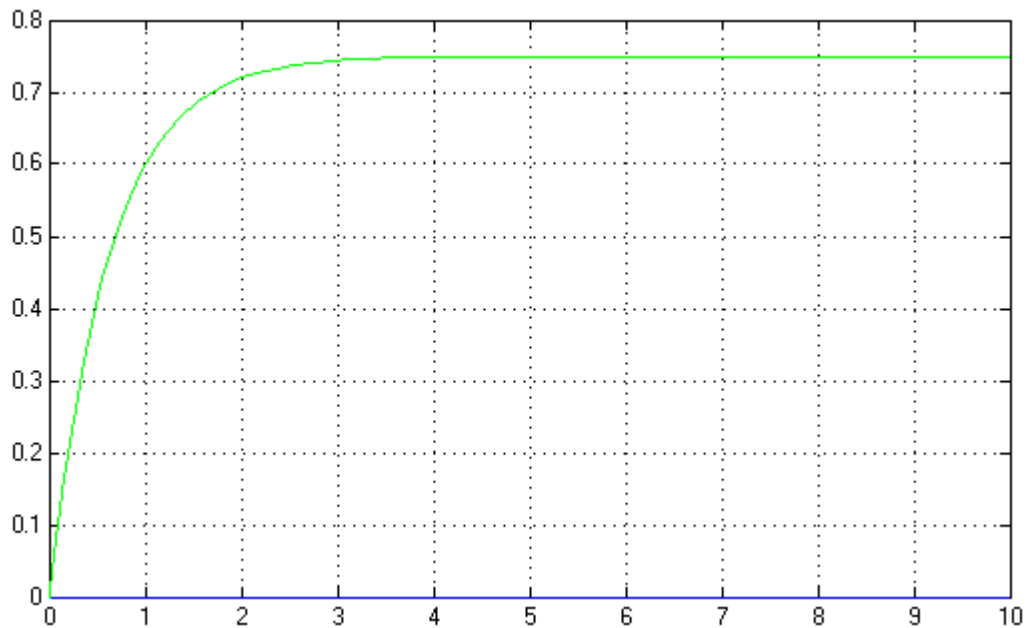


Рис.3.15 Характеристики системы при $K=1$

$K=1$.

Значение ошибки:

- экспериментально: $\varepsilon = 0,7$;

- теоретически:
$$\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{M(p) \cdot W_0(p)}{1 + W(p)} \cdot \frac{f}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{0,5 \cdot 3}{2,5 \cdot p + 4} \cdot 2 = \frac{3}{4} = 0,75 .$$

Получим кривые переходного процесса и определим предельное значение установившейся ошибки при $R(p)=K/p$.

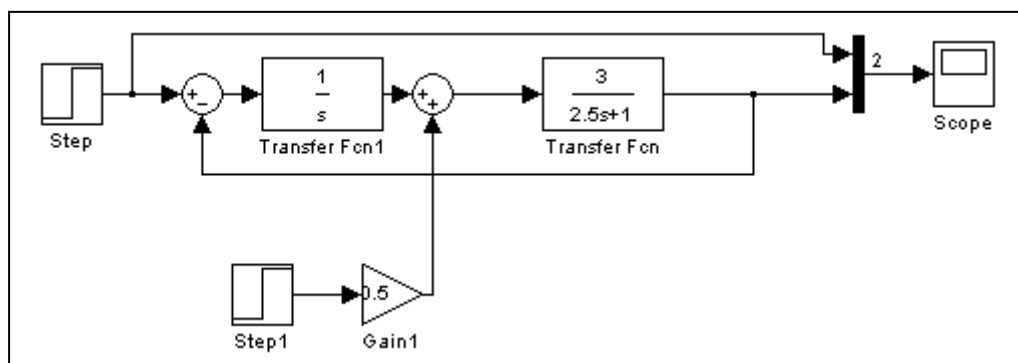


Рис.3.16 Структурная схема системы с внешним возмущающим воздействием

$K=1$.

Значение ошибки:

- экспериментально: $\varepsilon = 0$;

- теоретически: $\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{M(p) \cdot W_0(p)}{1 + \frac{W(p)}{p}} \cdot \frac{f}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{0,5 \cdot 3 \cdot p}{(2,5 \cdot p + 4)} \cdot 2 = 0$.

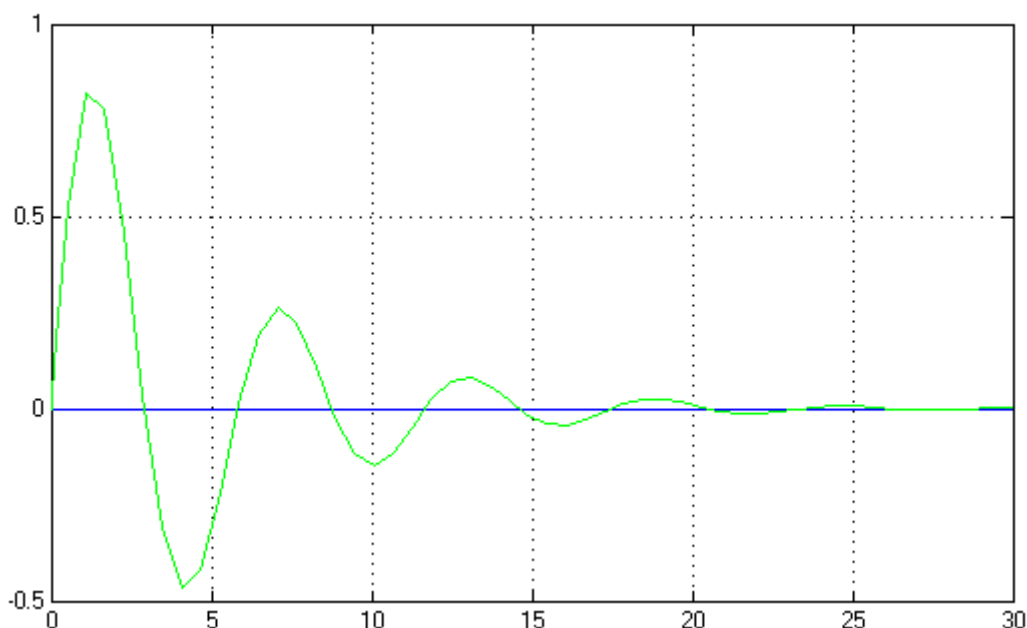


Рис.3.17 Характеристики системы при $K=1$

3.3 ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Исследовать систему с астатизмом нулевого порядка. Структурная схема системы представлена на рис. 3.18, где $R(p)=K$. Варианты передаточной функции $W_0(p)$ объекта управления и характеристики задающего воздействия $g(t)$ приведены в табл. 3.3.

1.1. Получить кривые переходного процесса для трех значений $K(K=1, 5, 10)$ при подаче на вход системы сигнала $g(t)=A$ и определить предельные значения установившейся ошибки.

1.2. Получить кривые переходного процесса при подаче на вход системы линейно нарастающего воздействия $g(t)=V \cdot t$.

2. Исследовать систему с астатизмом первого порядка. В схеме (см. рис.18) принять $R(p)=K/p$. Варианты передаточной функции $W_0(p)$ даны в табл. 4, а характеристики заданного воздействия $g(t)$ приведены в табл. 3.3 и 3.4.

2.1. Получить кривые переходного процесса при подаче на вход системы задающего воздействия $g(t)=A$ (см. табл.3.3).

2.2. Получить кривые переходного процесса при подаче на вход системы линейно нарастающего воздействия $g(t)= V \cdot t$ (см. табл. 3.3). Определить

предельные значения установившейся ошибки для различных значений коэффициента K ($K=1, 5, 10$).

2.3. Получить кривые переходного процесса при подаче на вход системы квадратично нарастающего воздействия $g(t)=a \cdot t^2/2$ (см. табл.3.4).

3. Исследовать влияние внешнего возмущения.

3.1. В соответствии с вариантом (см. табл. 3.5 и рис.3.19) собрать схему моделирования системы. При этом вид передаточной функции $W_0(p)$ взять из табл. 3.3.

3.2. Получить кривые переходного процесса и определить предельное значение установившейся ошибки ($g(t)=0, f(t)=1(t)$) и $R(p)=K, R(p)=K/p$.

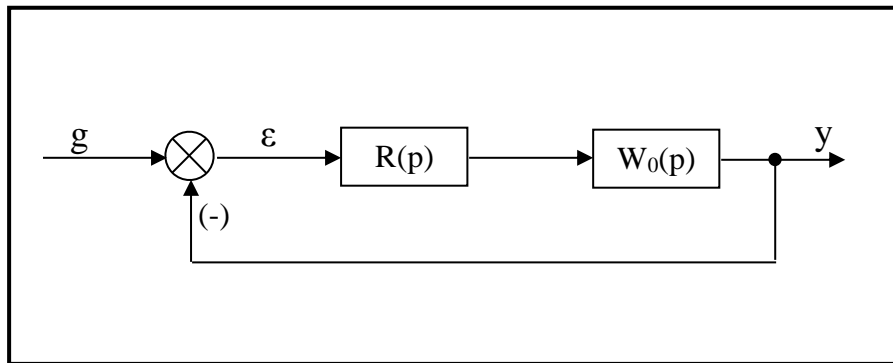
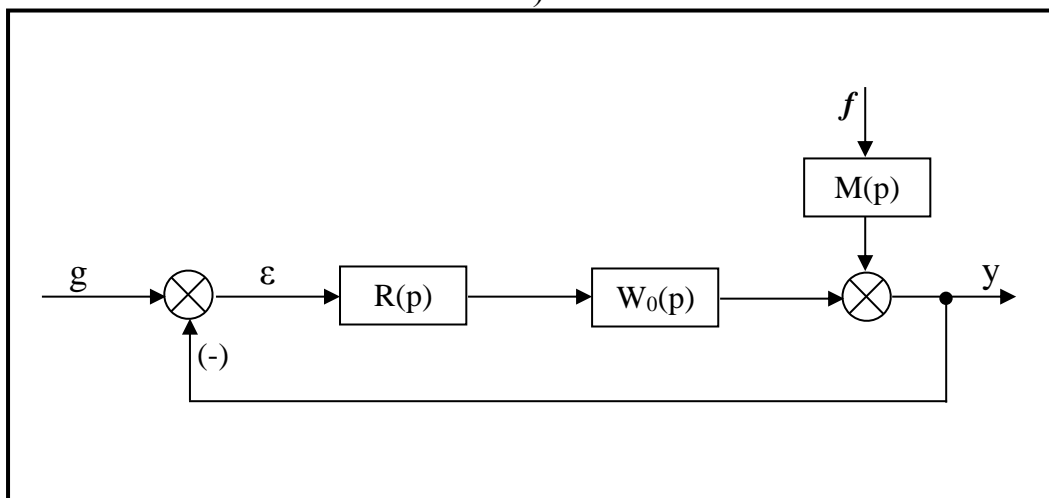


Рис. 3.18 Структурная схема системы

a)



б)

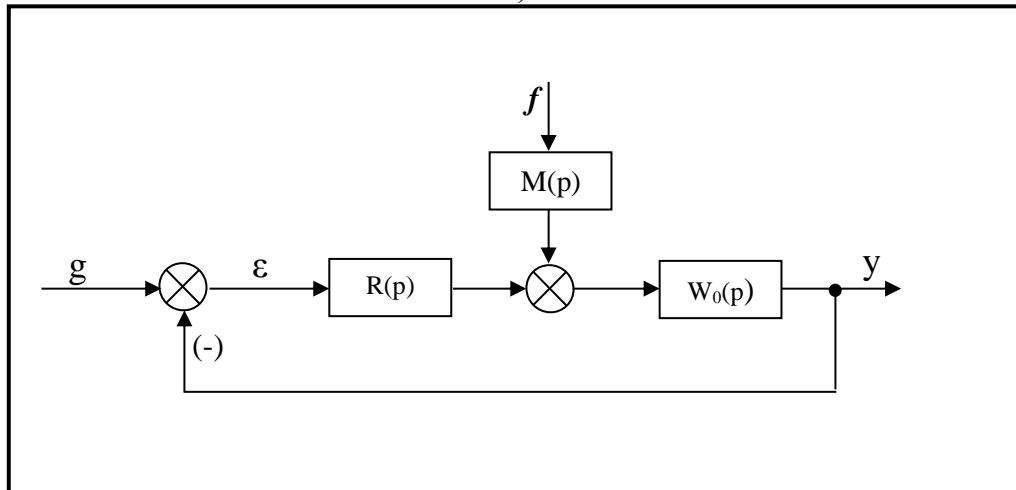


Рис.3.19 Структурные схемы систем с возмущающим воздействием

Таблица 3.3

Варианты параметров систем с нулевым порядком астатизма

Вариант	$W_0(p)$	$g=A$	$g=V \cdot t$	Вариант	$W_0(p)$	$g=A$	$g=V \cdot t$
1	$\frac{2}{3p+1}$	1	$0,5t$	6	$\frac{1}{2p^2+3p+1}$	1	$1,5t$
2	$\frac{1,5}{0,5p+1}$	2	$4t$	7	$\frac{2}{0,5p^2+p+2}$	2	$2t$
3	$\frac{1,5}{p^2+2p+1}$	1	t	8	$\frac{8}{0,5p^2+2p+8}$	2	t
4	$\frac{1}{p^2+p+2}$	2	$2t$	9	$\frac{1}{0,5p^2+p+1}$	2	$2t$
5	$\frac{5}{p^2+5p+6}$	1	t	10	$\frac{1}{0,1p^2+0,7p+1}$	4	$2t$

Таблица 3.4

Варианты параметров астатических систем

Вариант	$W_0(p)$	$g = at^2/2$	Вариант	$W_0(p)$	$g = at^2/2$
1	$\frac{2}{3p+1}$	$0,2t^2$	6	$\frac{p+1}{2p^2+3p+1}$	$0,25t^2$
2	$\frac{1,5}{0,5p}$	$0,2t^2$	7	$\frac{p+2}{0,5p^2+p+2}$	$0,5t^2$
3	$\frac{p+1,5}{p^2+2p+1}$	$0,4t^2$	8	$\frac{1,5p+8}{0,5p^2+2p+8}$	$0,3t^2$
4	$\frac{p+1}{p^2+p+2}$	$0,3t^2$	9	$\frac{p+1}{0,5p^2+p+1}$	$0,45t^2$
5	$\frac{p+5}{p^2+5p+6}$	$0,45t^2$	10	$\frac{p+1}{0,1p^2+0,7p+1}$	$0,4t^2$

Таблица 3.5

Варианты параметров систем с возмущением

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Схема системы рис.	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>б</i>	<i>a</i>	<i>б</i>	<i>a</i>	<i>б</i>	<i>a</i>	<i>б</i>	<i>a</i>	<i>б</i>
$M(p)$	0,5	1	2	0,5	2	1	2	2	1	0,5	1
f	2	$\bar{0,5}$	1	2	1	1	0,75	-0,75	2	-1	0,5

3.4 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет должен содержать следующие разделы:

1. Цель работы.
2. Программа работы.
3. Математические модели исследуемых систем и кривые переходных процессов.
4. Графики экспериментально полученных зависимостей предельных значений установившихся ошибок ε в зависимости от коэффициента K .
5. Аналитический расчет установившихся ошибок систем.
6. Выводы.
7. Использованная литература.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как определить передаточную функцию замкнутой системы по ошибке рассогласования?
2. Что такое «порядок астатизма» САУ и как его определять по виду передаточной функции?
3. Как влияет на точность САУ нулевого порядка астатизма увеличение коэффициента усиления разомкнутой цепи при ступенчатом входном воздействии?
4. Как влияет на точность САУ нулевого порядка астатизма повышение порядка астатизма САУ при ступенчатом входном воздействии?
5. Как влияет на точность САУ нулевого порядка астатизма повышение порядка астатизма САУ при линейно возрастающем входном воздействии?

ЛИТЕРАТУРА

1. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения / Дьяконов В. П. М.: СОЛОН-Пресс, 2004. 768 с. – (Серия «Полное руководство пользователя»).
2. SIMULINK: среда создания инженерных приложений / Под общ. ред. к. т. н. В. Г. Потёмкина. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003. -496 с.
3. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования - М.: Наука, 1975.

4. Лабораторная работа №4

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы:

экспериментальное построение областей устойчивости линейных систем автоматического управления и изучение влияния на устойчивость системы её параметров.

Объект исследования: *линейная система автоматического управления.*

Аппаратные средства: *виртуальная лаборатория на ЭВМ IBM PC, программный пакет «MATLAB/Simulink».*

4.1 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Под устойчивостью САУ понимается способность системы возвращаться в заданное состояние или к заданному закону движения после отклонений, вызванными внешними возмущающими воздействиями.

Физической причиной неустойчивости замкнутых систем является инерционность их элементов, из-за чего воздействие обратной связи, направленное на ликвидацию отклонения, запаздывает и поступает на вход объекта регулирования, когда отклонение уже изменилось. Этот процесс протекает либо в виде непрерывно возрастающего отклонения от заданного закона движения, либо в виде колебаний вокруг заданного значения выходной величины.

Устойчивость системы зависит от знака вещественных частей корней характеристического уравнения замкнутой системы:

$$\Phi(p) = \frac{M(p)}{D(p)};$$

$$D(p) = a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot p + a_n = 0.$$

Кроме этого корневого критерия устойчивости существуют косвенные критерии: алгебраические – Гаусса и Гурвица, частотные – Михайлова и Найквиста.

С повышением точности САУ, т.е. с увеличением коэффициента усиления, система становится менее устойчивой. Это объясняется тем, что с ростом коэффициента усиления на объект управления обратная связь действует сильнее. При этом увеличиваются отклонения под действием запаздывающего сигнала обратной связи.

Максимальный коэффициент, при котором система сохраняет устойчивость, называется критическим ($K_{кр}$).

Кроме коэффициента усиления, устойчивость зависит от инерционных свойств звеньев системы: постоянных времени и постоянных запаздывания.

Поэтому устойчивость часто рассматривают как функцию двух или нескольких параметров. Обычно это – коэффициент усиления и постоянная времени одного из звеньев. На основании любого критерия устойчивости могут быть получены области устойчивости в плоскости двух параметров.

Под областью устойчивости в пространстве параметров понимается множество значений параметров, при которых система является асимптотически устойчивой.

Под областью неустойчивости, соответственно, понимается множество значений параметров, при которых система является неустойчивой. Области устойчивости и неустойчивости отделены друг от друга так называемыми границами устойчивости.

Граница устойчивости связывает выбранные параметры в предельном режиме перехода к неустойчивости, так что $K_{кр}=f(T)$.

Эта зависимость может быть получена расчётным путём на основе любого критерия устойчивости.

Например, по критерию устойчивости Михайлова система находится на границе устойчивости, если годограф

$$D(j\omega) = U_D(\omega) + jV_D(\omega)$$

проходит через начало координат.

Таким образом, уравнение границы устойчивости в пространстве варьируемых параметров K и T , согласно этому критерию примет вид:

$$\begin{aligned} U_D(K, T, \omega) &= 0 \\ V_D(K, T, \omega) &= 0 \end{aligned}$$

Исключив из уравнения ω , можно вывести уравнение границы устойчивости, связывающее параметры T и $K_{кр}$.

Зависимость $K_{кр}=f(T)$ в данной работе определяется экспериментальным путём.

4.2 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Передаточная функция разомкнутой системы:

$$W(p) = \frac{K}{(T \cdot p + 1) \cdot (T_1^2 \cdot p + T_2 \cdot p + 1)}$$

Постоянная времени: $T_1 = 0,75$ с.

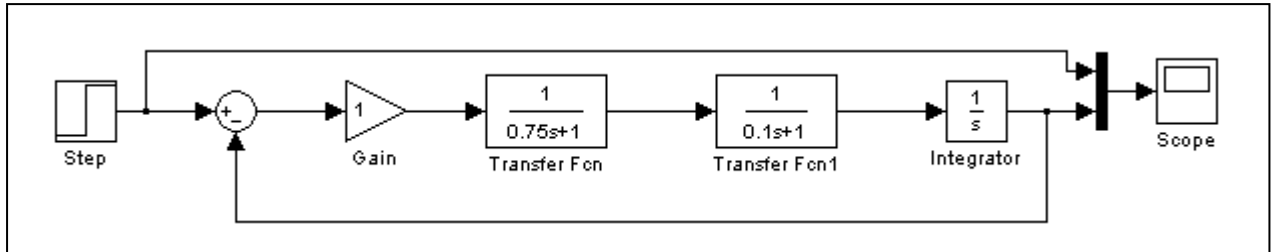


Рис.4.1 Структурная схема системы

Изменяя значение постоянной времени от 0,1 до 5 с (с шагом 0,5 с) и подбирая при каждом её значении коэффициент усиления $K_{кр}$, получили 11 точек для построения границы устойчивости исследуемой системы управления (таблица 1). График зависимости $K_{кр}=f(T)$ представлен на рисунке 2.

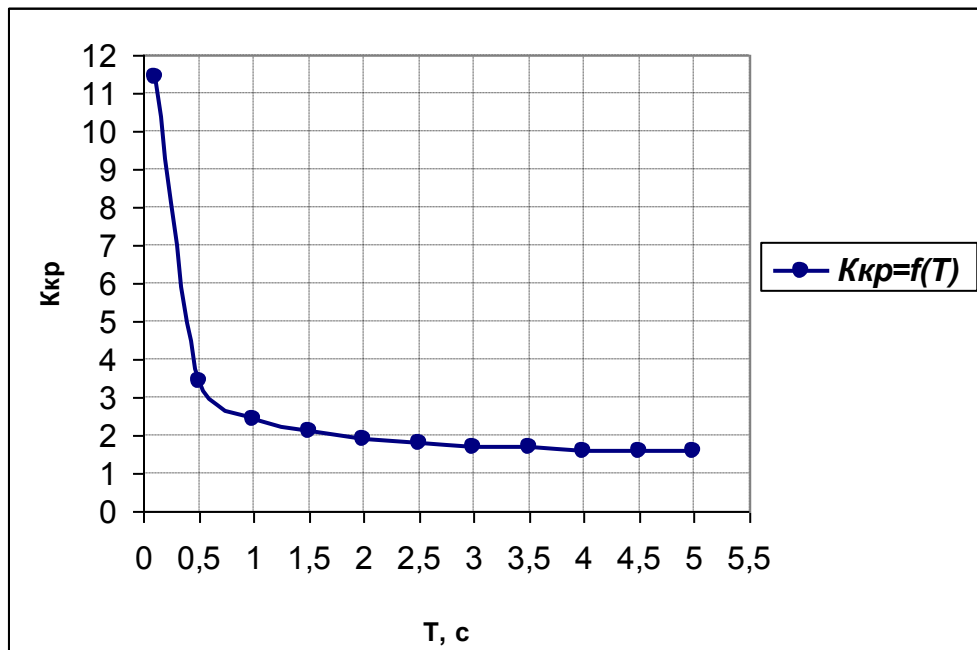


Рис.4.2 График зависимости $K_{кр}=f(T)$.

Таблица 4.1.

T, с	0,1	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Kкр	11,4	3,4	2,4	2,1	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,6

Для построения годографа Михайлова выполним следующие преобразования:

$$\begin{aligned}
 & k \cdot \frac{1}{3 \cdot p + 1} \cdot \frac{1}{0,75 \cdot p + 1} \cdot \frac{1}{p} = \frac{k}{(3 \cdot p + 1) \cdot (0,75 \cdot p + 1) \cdot p}; \\
 & \frac{k}{(3j\omega + 1) \cdot (0,75j\omega + 1) \cdot j\omega} = \frac{k}{(2,25j^2\omega^2 + 0,75j\omega + 1 + 3j\omega)j\omega} = \\
 & = \frac{k}{2,25j^3\omega^3 - 0,75\omega^2 + j\omega - 3\omega^2} = \frac{k}{(\omega - 2,25\omega^3)j - 3,75\omega^2} = \frac{k((\omega - 2,25\omega^3)j - 3,75\omega^2)}{-((\omega - 2,25\omega^3)^2 - 14,06\omega^4)} = \\
 & = \frac{7,5\omega^2}{-14,06\omega^4 - (\omega^2 - 4,5\omega^4 + 5,06\omega^6)} + \frac{k(\omega - 2,25\omega^3)j}{5,06\omega^6 - 4,5\omega^4 - \omega^2}.
 \end{aligned}$$

По полученному выражению построим в среде MathCAD характеристику, отображающую состояние исследуемой САУ (годограф Михайлова) и подберём коэффициент $K_{кр}$ так, чтобы система находилась на границе устойчивости (рис.3).

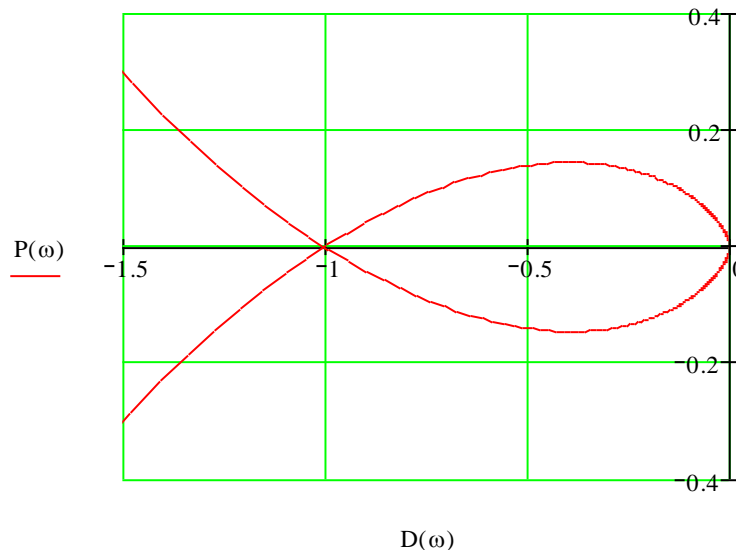


Рис.4.3 Годограф Михайлова

Характеристика получена при $K_{кр} = 1,84$; $T = 2$ с.

С учётом данных параметров в среде MATLAB получили график выходного сигнала (рис.4).

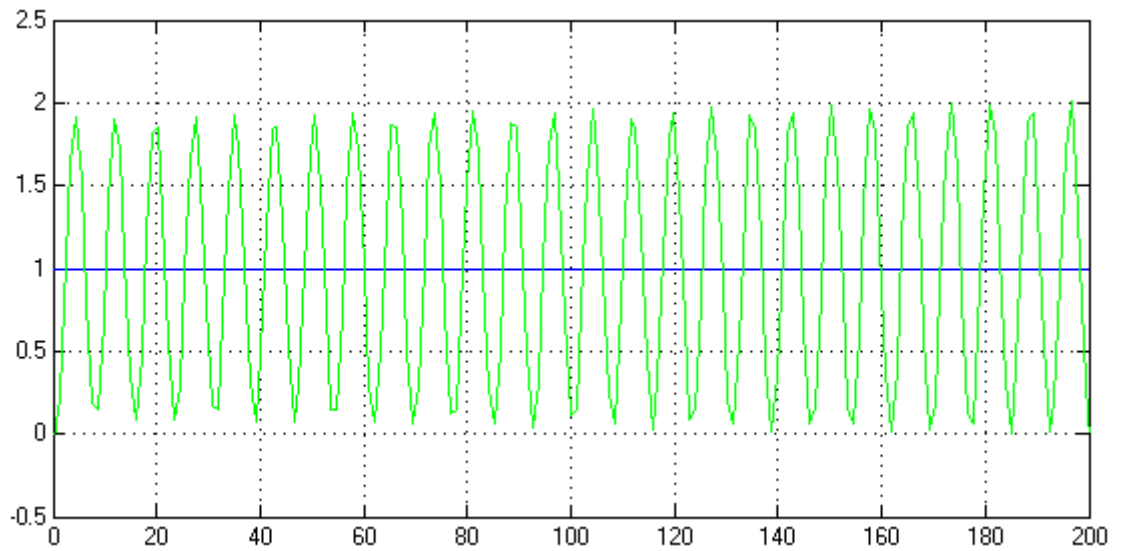


Рис.4.4 Характеристика выходного сигнала

Выполним проверку.

1) $K_{кр} = 1,9$.

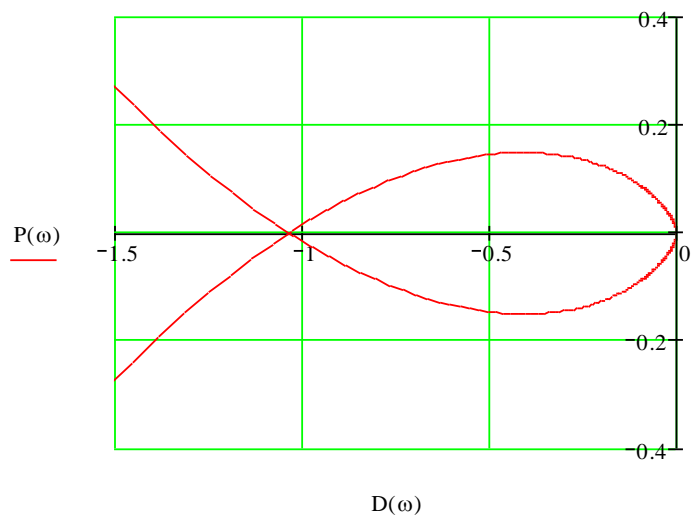


Рис. 4.5 Годограф Михайлова

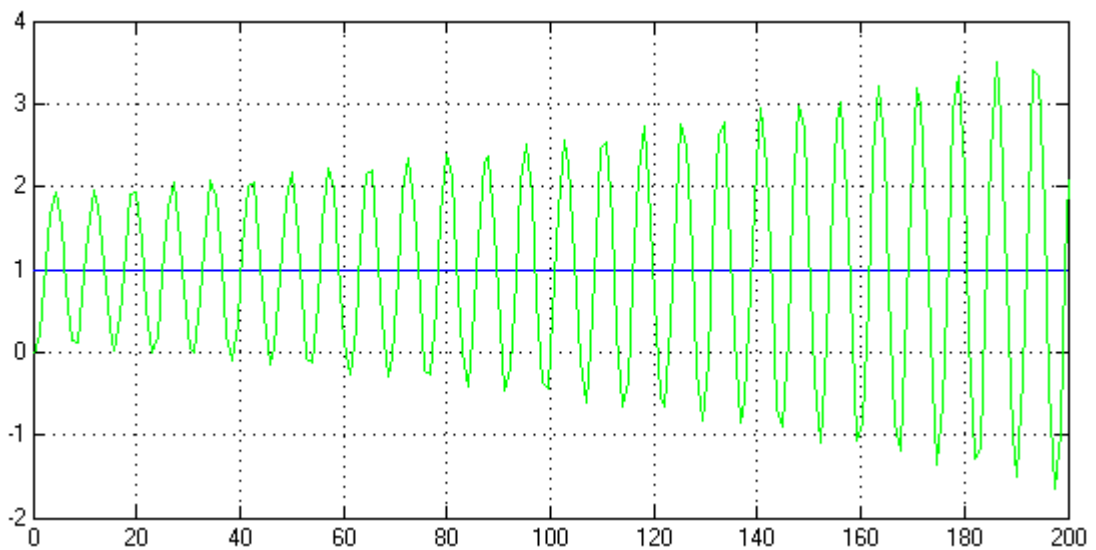


Рис.4.6 Характеристика выходного сигнала

Анализируя годограф Михайлова, можно сделать вывод о том, что САУ будет находиться в зоне неустойчивости (петля охватывает «-1»). График выходного сигнала, снятый с осциллографа исследуемой системы, доказывает это утверждение.

2) $K_{кр} = 1,8$.

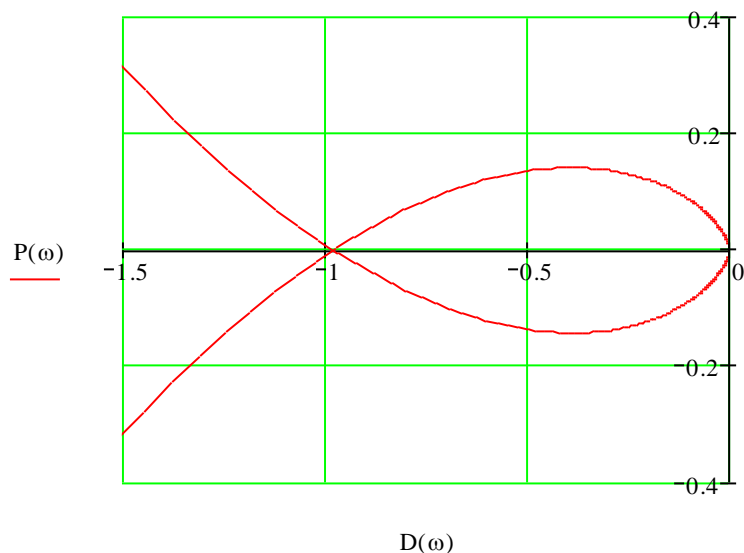


Рис.4.7 Годограф Михайлова

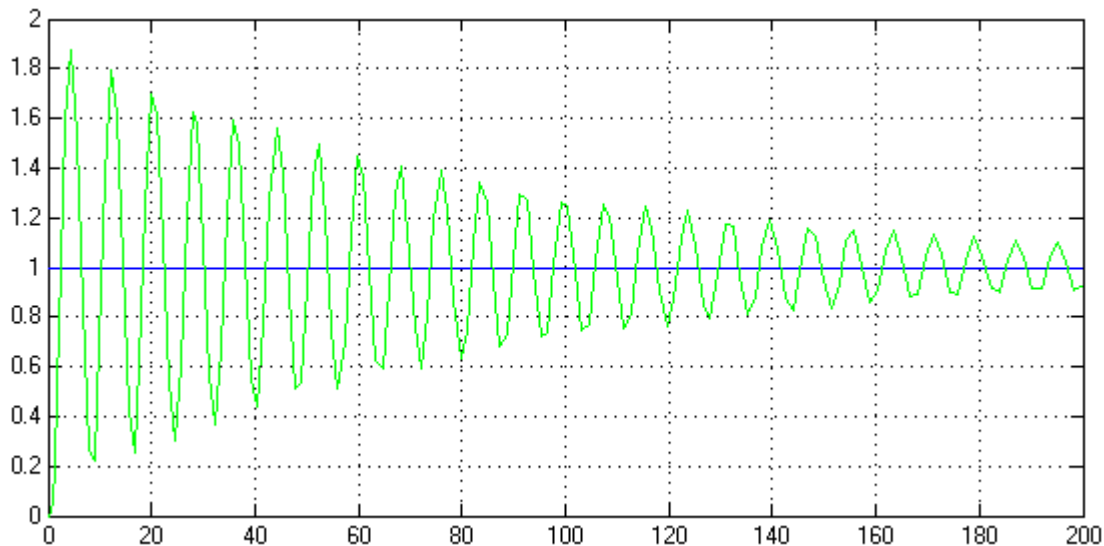


Рис.4.8 Характеристика выходного сигнала

В данном случае система находится в области устойчивости.

4.3 ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Собрать схему модели системы в соответствии с вариантом задания.
2. Экспериментальным путём получить границу устойчивости системы $K_{кр}=f(T)$.
3. Выбрать точку на графике $K_{кр}=f(T)$. Построить годограф Михайлова для системы с выбранными параметрами.
4. Сравнить результаты эксперимента и расчёта.

4.4 УКАЗАНИЯ И ПОЯСНЕНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

1. Соберите схему моделирования для системы, представленной на рис.4.9. Для подготовки модели используйте метод понижения порядка производных. Моделирование (сборку схемы и снятие переходных характеристик) проводите в последовательности, рассмотренной в лабораторной работе №1 «Моделирование линейных систем автоматического управления».

2. Установите значение постоянной времени T_I в соответствии заданным вариантом (см. таблицу 4.2).

3. Установите значение постоянной времени T равное $0,1$ с.

4. Изменяя коэффициент усиления K , подберите такое его значение, при котором система находится на границе устойчивости. Тип устойчивости системы определяется по виду переходного процесса при нулевом входном воздействии $g(t)=0$ и при нулевом значении выходной переменной $y(0)=0$.

5. Для получения следующей точки границы устойчивости измените значение постоянной времени T . Количество точек, необходимых для построения границы устойчивости, должно быть не менее 10. Диапазон изменения постоянной времени T – от $0,1$ с. до 5 с. Результаты эксперимента занесите в таблицу 3. Постройте график $K_{кр}=f(T)$.

6. Выберите точку на графике $K_{кр}=f(T)$. Для выбранных параметров системы постройте годограф Михайлова.

7. Сравните результаты расчёта и эксперимента.

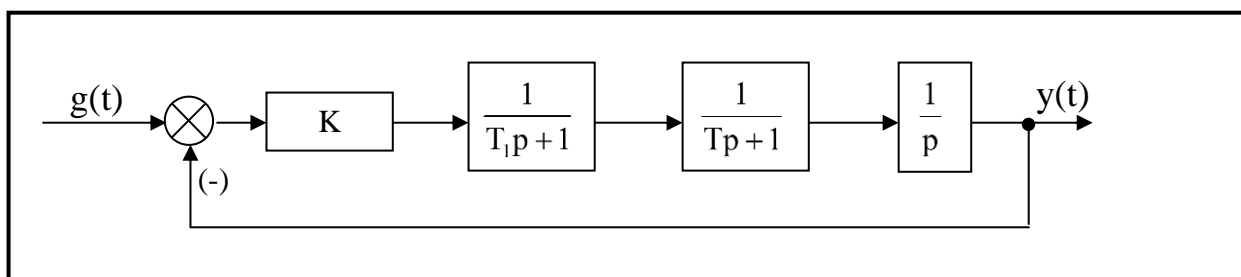


Рис.4.9 Структурная схема линейной системы автоматического управления.

Таблица 4.2.

Варианты задания

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
T_I, c	0,5	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0	0,25

Граница устойчивости

T, c	0,1										5
$K_{кр}$											

4.5 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЁТА

Отчет должен содержать следующие разделы:

1. Цель работы.
2. Программа работы.
3. Результаты работы.

Примечание: этот раздел должен содержать структурную схему, схему модели системы, экспериментальную зависимость $K_{кр}=f(T)$, годограф Михайлова.

4. Выводы.
5. Использованная литература.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как вы понимаете понятие устойчивости системы? Приведите примеры устойчивого и неустойчивого поведения различных систем.
2. Сформулируйте критерий устойчивости Гурвица.
3. Дайте формулировку устойчивости по Найквисту.
4. В каком случае говорят, что система находится на границе устойчивости? Как в этом случае будут выглядеть график переходного процесса и годограф Найквиста (Михайлова)?
5. Как построить годограф Найквиста (Михайлова) средствами пакета Mathcad?

ЛИТЕРАТУРА

1. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения / Дьяконов В. П. М.: СОЛОН-Пресс, 2004. 768 с. – (Серия «Полное руководство пользователя»).
2. SIMULINK: среда создания инженерных приложений / Под общ. ред. к. т. н. В. Г. Потёмкина. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003.-496 с.
3. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования - М.: Наука, 1975.

5. Лабораторная работа №5

НАСТРОЙКА ПИД-РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ КОРРЕКЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ САУ

Цель работы:

1. Выбор значений параметров регулятора, обеспечивающих желаемые динамические свойства САУ;

2. Подтверждение (путём моделирования) того, что в результате введения корректирующего устройства (регулятора) САУ приобрела желаемые свойства.

Объект исследования: линейная система автоматического управления.

Аппаратные средства: виртуальная лаборатория на ЭВМ IBM PC, программный пакет «MATLAB/Simulink».

5.1 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Коррекция динамических свойств САУ имеет своей целью повышение динамической точности обработки системой задающего воздействия (или парирование возмущающего воздействия), повышение запасов её устойчивости.

Улучшение динамических свойств САУ заключается в увеличении быстродействия САУ (уменьшении времени регулирования $t_{рег}$), уменьшении перерегулирования σ .

При этом

$$\sigma = \frac{h_{max} - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\%, \quad (5.1)$$

где h_{max} - максимальное значение переходной характеристики замкнутой САУ $h(t)$;

$h_{уст}$ - установившееся значение $h(t)$.

Время регулирования $t_{рег}$ - минимальная величина, при которой удовлетворяется условие:

$$|h(t_{рег}) - h_{уст}| \leq \delta,$$

где δ - заданная величина ошибки (обычно $\delta = 0,05h_{уст}$).

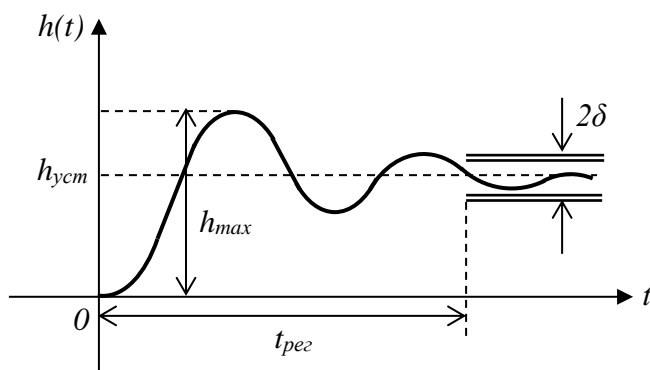


Рис.5.1 Переходная характеристика САУ

Одним из эффективных средств достижения этой цели является уменьшение отрицательных фазовых сдвигов в прямом тракте системы путём охвата неизменяемой части системы местными отрицательными обратными связями.

5.2 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Исходные данные:

<i>Параметры</i>	
k_0	2
T	0,4
ζ	0,7
$t_{рез}, с \leq$	1,5
$\sigma, \% \leq$	10

Передаточная функция исследуемой системы имеет вид:

$$W(p) = \frac{k_0}{T^2 p^2 + 2T\zeta p + 1}$$

1. Начальные данные о системе.

Для получения начальных данных о САУ необходимо создать её математическую модель в пакете MATLAB без обратной связи и по построенной характеристике измерить динамические параметры системы.

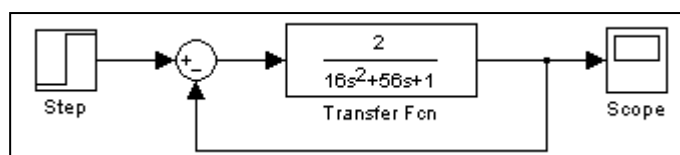


Рис.5.2 Математическая модель САУ

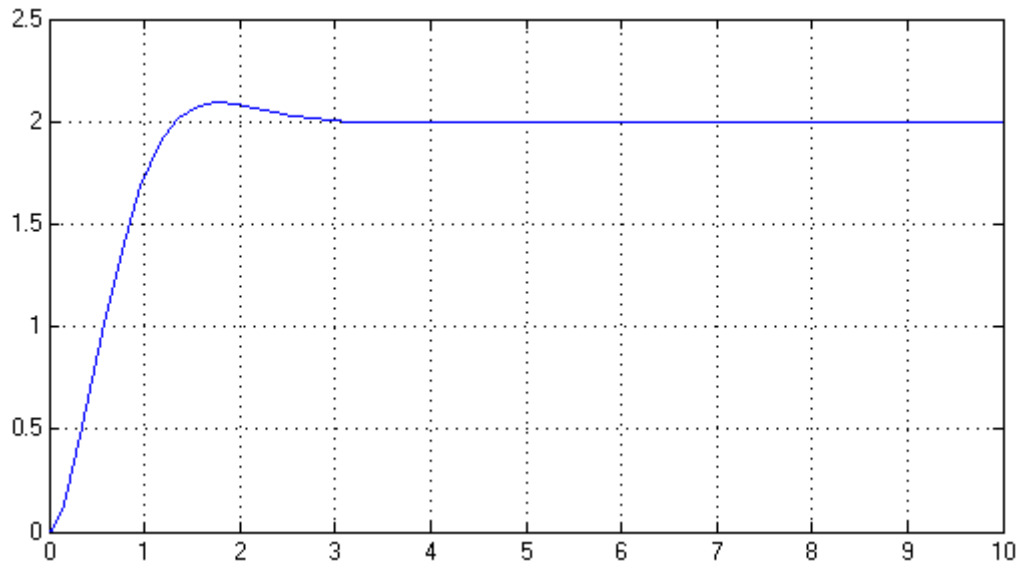


Рис.5.3 Характеристика САУ

Найдём коэффициент перерегулирования и время установления:

$$\sigma = \frac{h_{max} - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\% = \frac{2,092 - 2}{2} \cdot 100\% = 4,6\%;$$

$$t_{уст} = 4с.$$

2. Подключение ПИД-регулятора.

Регулятор пропорционально-интегрально-дифференциального типа (ПИД-регулятор) позволяет осуществить регулирование системы по следующему закону:

$$u(t) = k_{\text{П}}\varepsilon(t) + k_{\text{И}} \int_0^t \varepsilon(t)dt + k_{\text{Д}} \dot{\varepsilon}(t) \quad (5.2)$$

Коэффициенты $k_{\text{П}}$, $k_{\text{И}}$, $k_{\text{Д}}$ называются коэффициентами соответственно пропорциональной, интегральной и дифференциальной составляющих.

ПИД-регулятор (PID Controller) находится в папке Additional Linear библиотеки Simulink Extras.

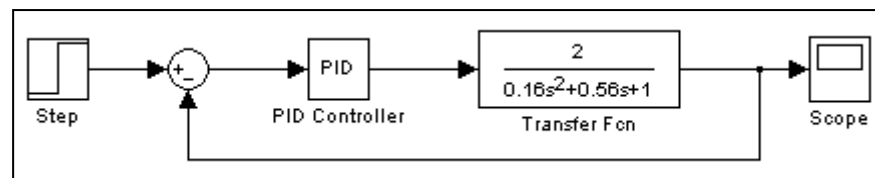


Рис.5.4 Модель системы с ПИД-регулятором

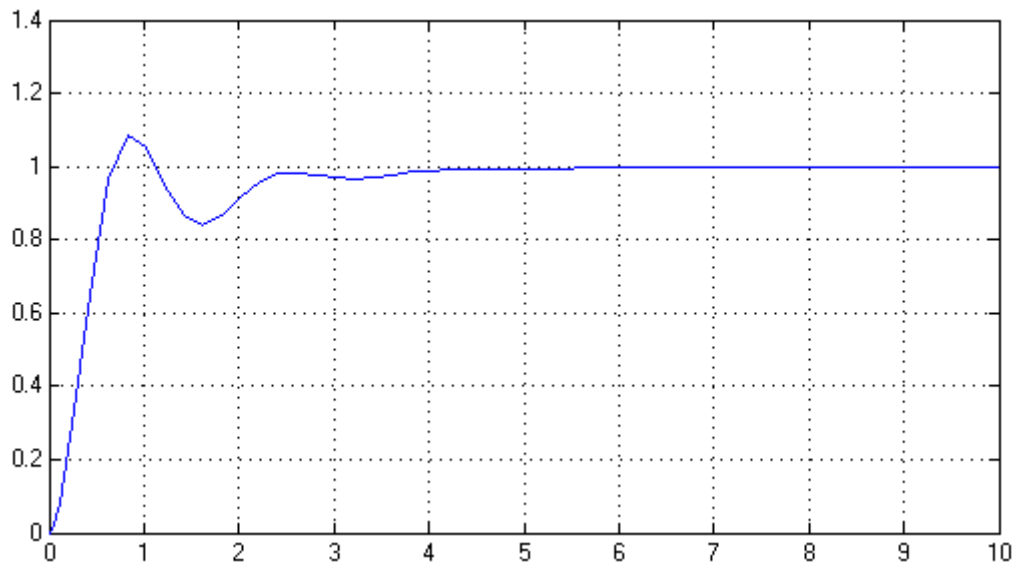


Рис.5.5 Характеристика САУ

Найдём коэффициент перерегулирования и время установления:

$$\sigma = \frac{h_{max} - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\% = \frac{1,086 - 1}{1} \cdot 100\% = 8,6\%;$$

$$t_{уст} = 6с.$$

Таким образом, введение ПИД-регулятора без подбора коэффициентов регулирования практически не уменьшило значение коэффициента перерегулирования и в 1,5 раза увеличило время установления.

3. Подбор коэффициентов регулирования.

Подбор можно осуществлять не только вручную, но и программным методом с помощью пакета MATLAB. Для этого в главном окне программы в пункте Demos меню Help необходимо выбрать пункт PID Controller раздела Nonlinear Control Design и в окне справа активизировать гиперссылку Open this model однократным нажатием левой кнопки мыши.

В открывшемся окне ncddemo1 необходимо заменить блок Plant & Actuator блоком Transfer fcn из исследуемой нами схемы.

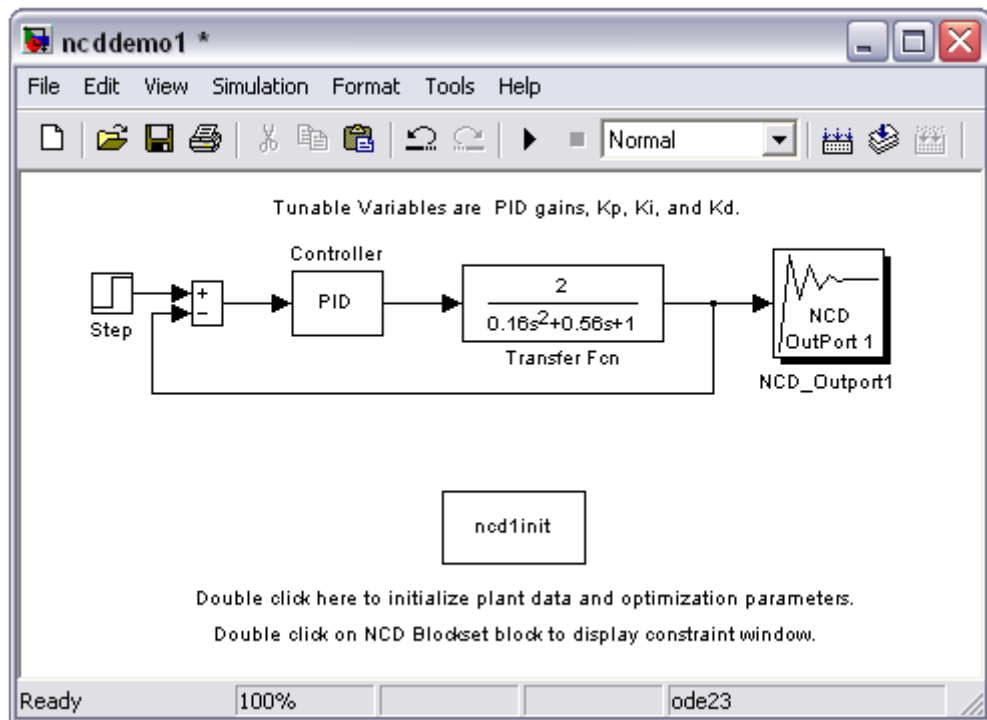


Рис.5.6 Замена блоков

Запустив работу схемы и дождавшись её завершения, дважды щёлкаем левой кнопкой мыши блок NCD_Outport1.

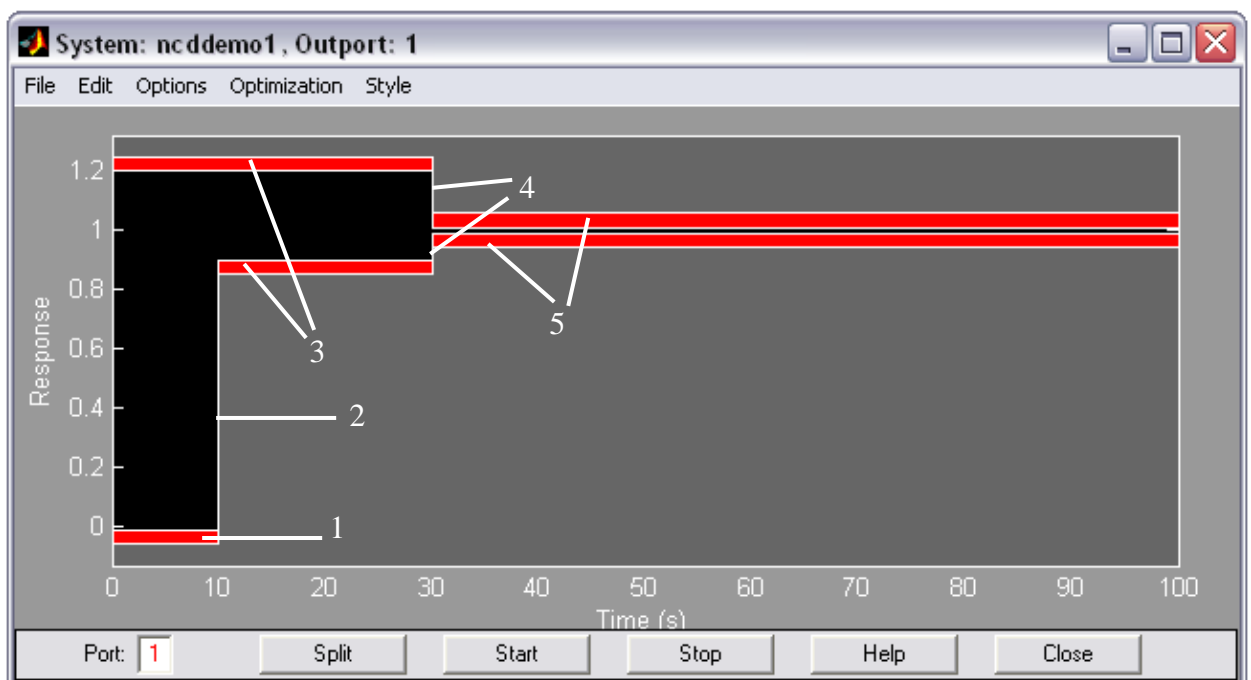


Рис.5.7 Окно управления выходными характеристиками САУ

Открывшееся окно представляет собой поле для подбора коэффициентов ПИД-регулятора путём изменения динамических параметров САУ (коэффициента перерегулирования и времени установления). Выполнение данной операции обеспечивается системой подвижных границ 1-5 (рис.5.7).

Для получения оптимальных значений коэффициентов регулирования необходимо выполнить следующие действия:

- 1) в меню Optimization выбрать пункт Parameters и в открывшемся окне в поле Discretization Interval установить значение 0.01 (рис.5.8) (уменьшение интервала дискретизации позволит получить более точную характеристику, но займёт определённое время). Нажать кнопку Done;
- 2) в меню Optimization выбрать пункт Uncertainty и в соответствии с рис.5.9 очистить поля Uncertain variables, Lower bounds и Upper bounds. Нажать кнопку Done.

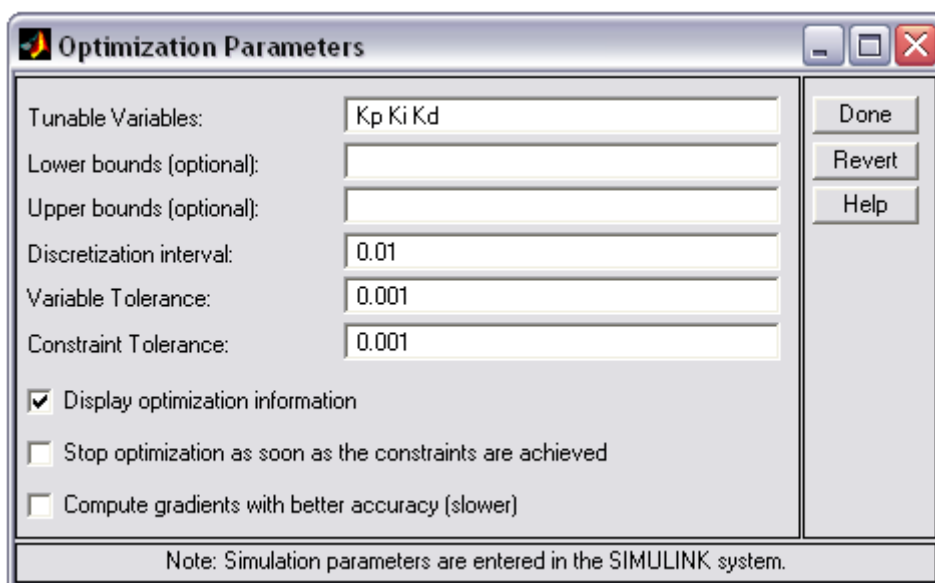


Рис.5.8 Окно оптимизации параметров

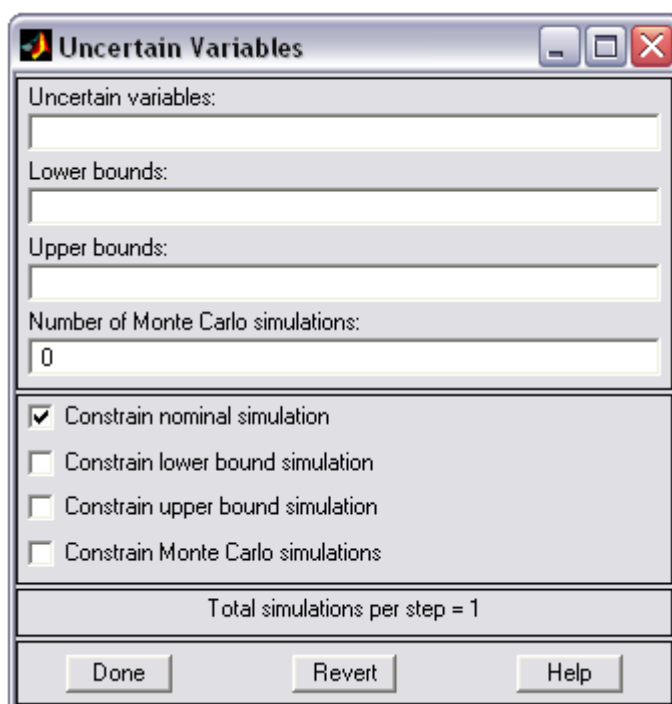


Рис.5.9 Окно задания дополнительных переменных

После настройки запускаем работу системы нажатием кнопки Start. Начнёт производиться подбор коэффициентов регулирования, что будет сопровождаться трансформацией графика САУ, пока основные его параметры не станут удовлетворять установленным границам 1-5 (рис.5.7).

По условию необходимо установить следующие значения:

$$\sigma \leq 10\% ;$$

$$t_{уст} = 1,5с .$$

Перемещая соответствующие границы регулирования в вертикальном и горизонтальном направлениях, добиваемся оптимального вида характеристики (рис.5.10). Для точной установки параметра $t_{уст}$ можно воспользоваться вкладкой Time range меню Options, выставив нужное конечное значение времени в поле Time axis limits (рис.5.11). Для установки коэффициента перерегулирования существует вкладка Y-Axis меню Options (рис.5.12).

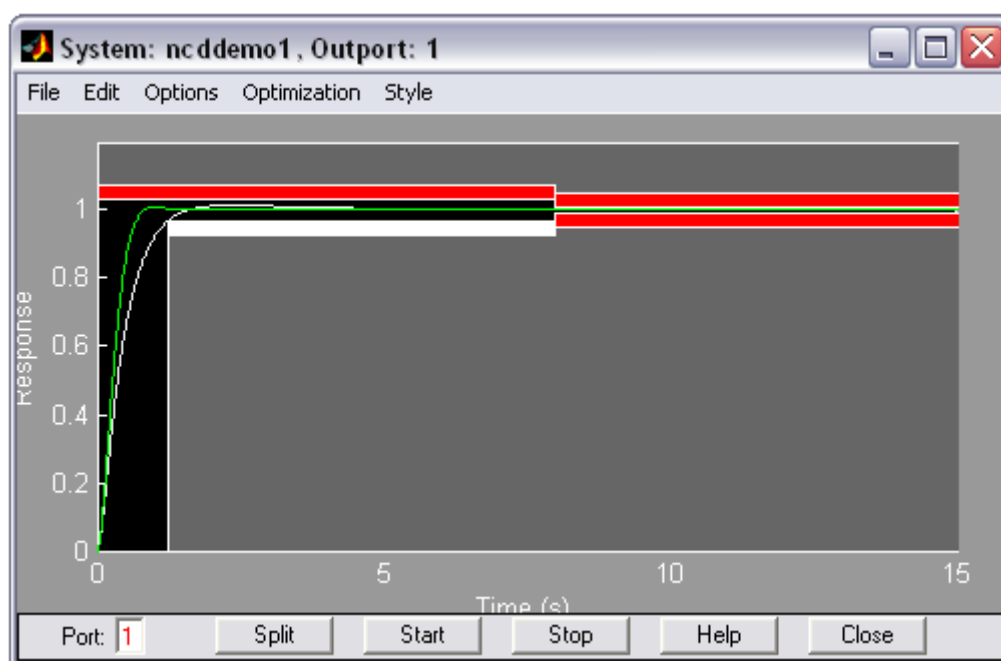


Рис.5.10 Характеристика САУ, оптимизированная NCD-блоком

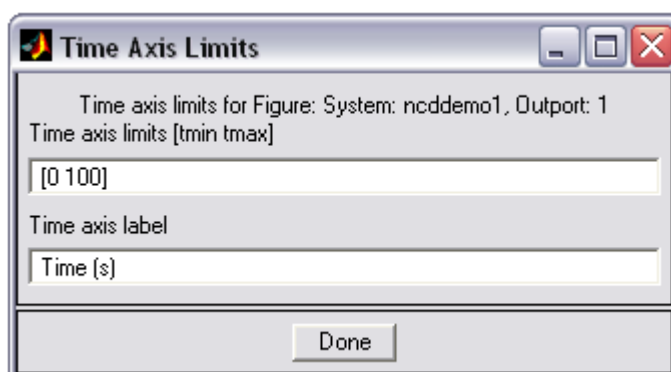


Рис.5.11 Окно управления интервалом времени оптимизации

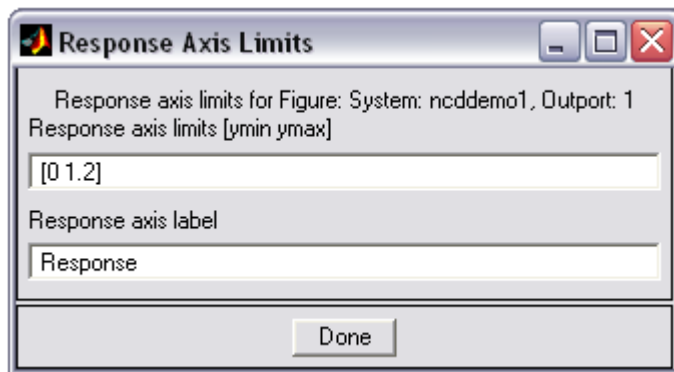


Рис.5.12 Окно управления предельными значениями оси Y

Внимание! После окончания работы с NCD-блоком НЕ нужно ничего сохранять, закрывая окна.

4. Проверка коэффициентов ПИД-регулятора.

После получения оптимальной характеристики необходимо выполнить проверку. Для этого нужно записать коэффициенты K_P , K_I , K_D , подобранные NCD-блоком. Вывести значения коэффициентов можно в главном окне программы MATLAB следующим образом: в командном окне справа необходимо ввести поочередно K_I (нажать Enter) K_D (Enter) K_P (Enter), что проиллюстрировано на рис.5.13.

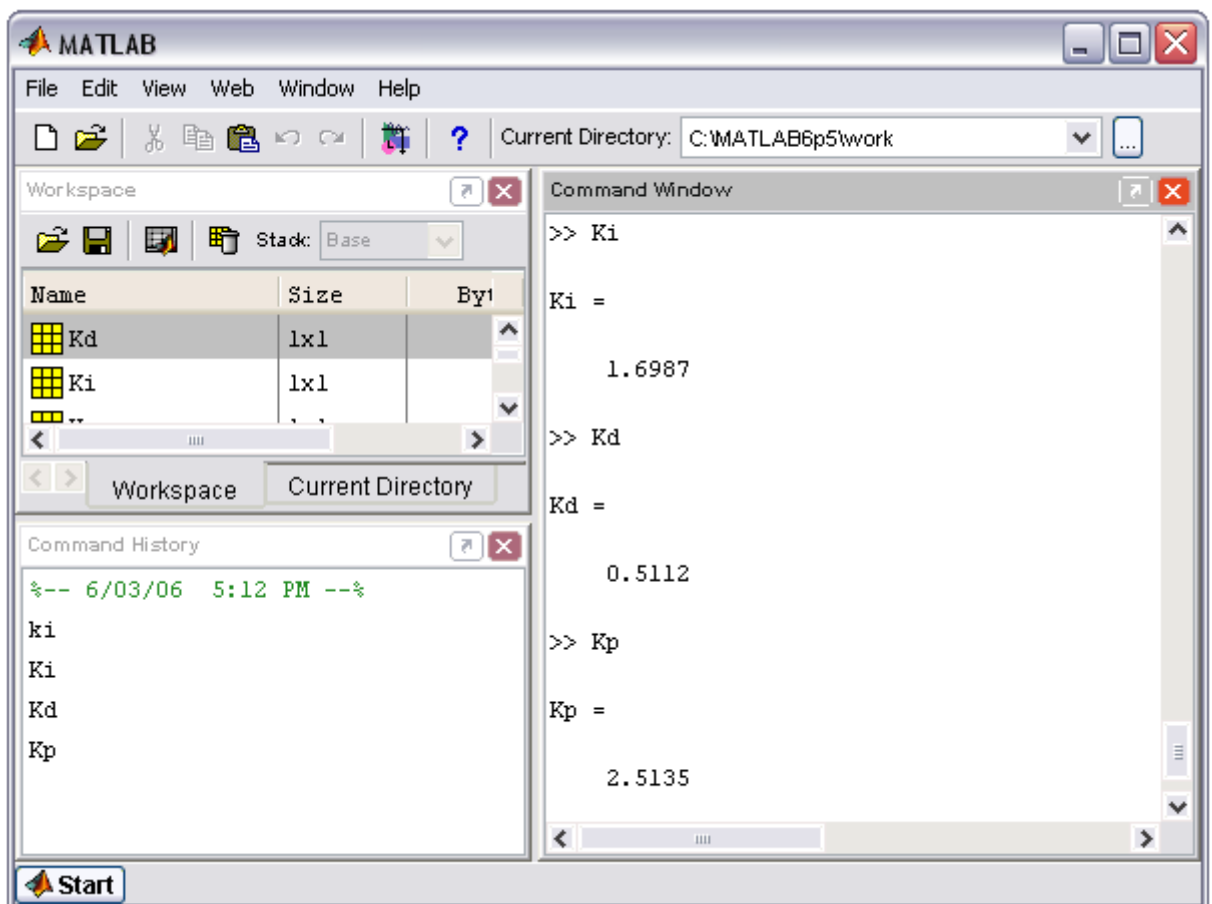


Рис.5.13 Вывод значений коэффициентов регулирования

Те же значения можно получить двойным щелчком левой кнопки мыши на соответствующих символах в левом верхнем окне Workspace (рис.5.13).

Полученные коэффициенты нужно вписать в соответствующие поля блока PID Controller исходной схемы (см. рис.5.4). В поле Proportional записываем значение коэффициента K_p , Integral – K_i , Derivative – K_d (рис.5.14). Запускаем схему.

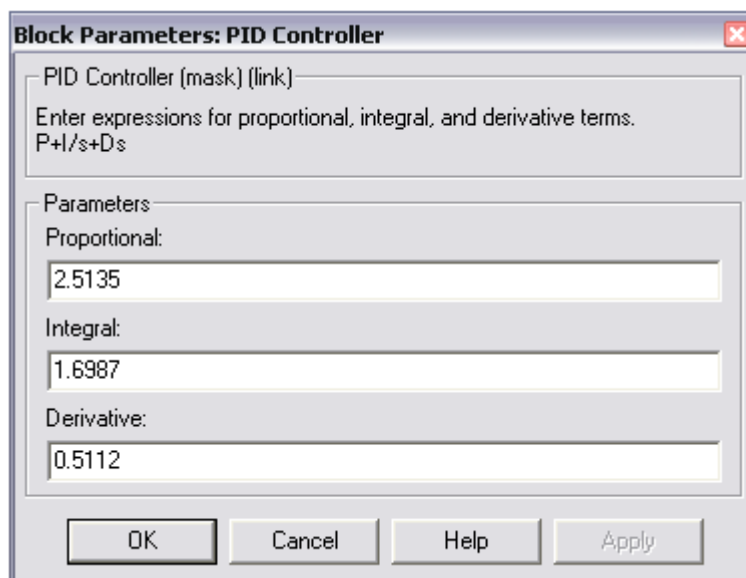


Рис.5.14 Окно задания значений коэффициентов регулирования

Получив новую характеристику (рис.14), вычислим коэффициент перерегулирования и время установления:

$$\sigma = \frac{h_{max} - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\% = \frac{1,005 - 1}{1} \cdot 100\% = 0,5\%;$$

$$t_{уст} = 1,2с.$$

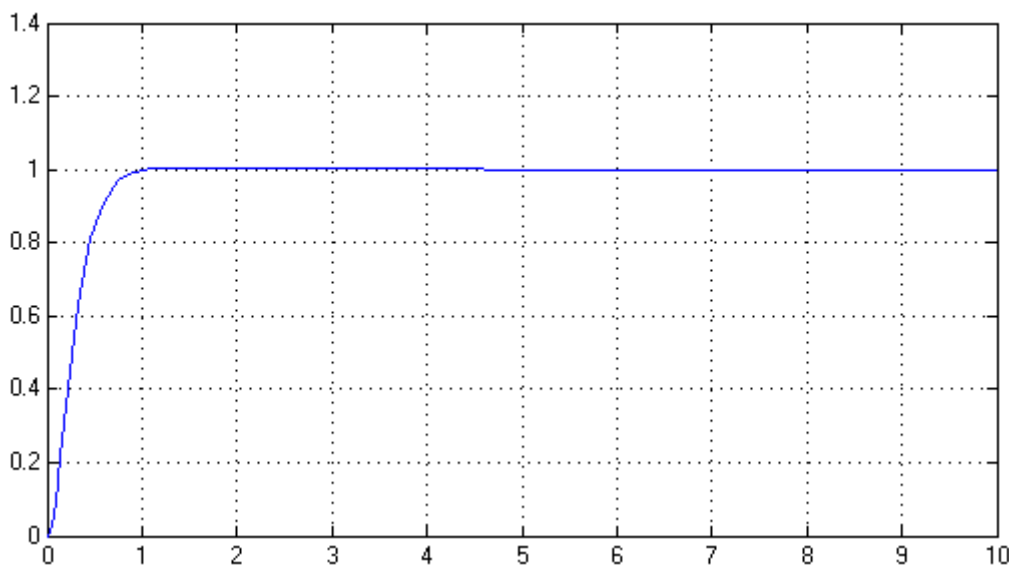


Рис.5.15 Характеристика САУ с подобранными коэффициентами регулирования

Таким образом, используя программные средства пакета MATLAB, были подобраны оптимальные динамические параметры передаточной характеристики САУ, удовлетворяющие заданным условиям.

5.3 ПОРЯДОК И МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. При исследовании рассмотренного *способа коррекции динамических свойств САУ* в качестве исходных данных выступают передаточная функция $W(p)$ неизменяемой части системы вида

$$W(p) = \frac{K_0}{T^2 p^2 + 2T\xi p + 1}.$$

Задающее воздействие $g(t) = 1(t)$.

2. В процессе выполнения данной части работы студенты должны:

1) получить путём математического моделирования в программном пакете MATLAB графики $y(t)$, $\varepsilon(t)$ в системе;

2) определить время установления $t_{уст}$ и перерегулирование σ ;

3) применяя вышеописанный способ коррекции динамических свойств САУ, найти с помощью NCD-блока пакета MATLAB коэффициенты регулирования k_P , k_I , k_D ;

4) выполнить проверку полученных значений применительно к своей математической модели САУ.

3. Сделать вывод о проделанной работе и её результатах.

Таблица 5.1

<i>№ вар.</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>
<i>К₀</i>	1	4	3	4	5	6	7	8	6	5	7
<i>T, с</i>	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	0,5	0,6	0,3
<i>ξ</i>	0,6	0,7	0,8	0,8	0,7	0,9	0,5	0,4	0,6	0,5	0,5
<i>t_{уст}, с ≤</i>	1,3	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,0	2,5	3	3
<i>σ, % ≤</i>	0	10	10	5	5	5	0	0	5	10	0

5.4 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЁТА

Отчет должен содержать следующие разделы:

1. Цель работы.
2. Структурные схемы исследуемых систем.
3. Полученные графики и характеристики.
4. Расчётная часть.
5. Основные выводы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Перечислите параметры качества переходного процесса.
2. Как определить коэффициент перерегулирования?
3. Как определить время установления (время переходного процесса)?
4. Напишите формулу передаточной функции ПИД-регулятора.
5. Нарисуйте структурную схему ПИД-регулятора.

ЛИТЕРАТУРА

1. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения / Дьяконов В. П. М.: СОЛОН-Пресс, 2004. 768 с. – (Серия «Полное руководство пользователя»).
2. SIMULINK: среда создания инженерных приложений / Под общ. ред. к. т. н. В. Г. Потёмкина. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003.-496 с.
3. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования - М.: Наука, 1975.