

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра механики, мехатроники и робототехники



УТВЕРЖДАЮ
профессор по учебной работе
О.Г. Локтионова
2016 г.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА В СРЕДЕ MATHCAD

Методические указания к выполнению практических и
самостоятельных работ по дисциплине «Проектирование
мехатронных систем» для студентов направления 15.03.06

Курск 2016

УДК 621.864

Составители: С.Ф. Яцун, Л.Ю. Волкова

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *Б.В. Лушников*

Моделирование работы упругопластического элемента в среде MathCAD: методические указания по выполнению практической и индивидуальной работ по дисциплине «Проектирование мехатронных систем» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. С.Ф. Яцун, Л.Ю. Волкова. Курск, 2016. 10 с.

Методические указания содержат сведения по разработке математической модели технологической нагрузки, написания алгоритма и программы численного моделирования ее работы в среде MathCAD.

Методические указания соответствуют требованиям программы, утверждённой учебно-методическим объединением (УМО).

Предназначены для студентов специальности 15.03.06 - Мехатроника и робототехника.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.

Усл.печ.л. . Уч.-изд.л. . Тираж 20 экз. Заказ. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Содержание

Введение	4
Задание	4
1. Реологическая модель обрабатываемой среды	4
2. Алгоритм моделирования технологической нагрузки	7
3. Программа моделирования технологической нагрузки	9
4. Результаты моделирования	9

Введение

Одним из наиболее важных этапов в проектировании мехатронной системы является разработка ее математической модели и реализация численного моделирования, позволяющего исследовать основные характеристики устройства и особенности его движения.

В настоящем методическом указании рассмотрена разработка математической модели упруго-вязко-пластической технологической нагрузки, действующей на мехатронную систему со стороны окружающей среды, алгоритма моделирования работы нагрузки и реализации ее программной модели в среде MathCAD.

Задание

1 Написать программу моделирования технологической нагрузки при гармоническом законе изменения линейного перемещения $x(t) = x_m \sin \omega t$, где $x_m = 0,001\text{м}$, $\omega = 500\text{рад/с}$ - амплитуда и круговая частота мехатронной системы, $k=1\text{ Н}$, $c_3=1000\text{ Н/м}$.

2 Построить временные зависимости $x(t), \Delta(t)$ и графики $F_3(x), F_3(\Delta)$.

1. Реологическая модель обрабатываемой среды

Важную роль в динамике мехатронной системы, играет сила взаимодействия ее рабочего органа с обрабатываемой средой F_1 , которая зависит от физико-механических свойств последней. Предполагается, что при взаимодействии со средой происходит ее деформирование (или проникновение в нее рабочего органа), сопровождающееся преодолением различных сил сопротивления среды без нарушения контакта с рабочим органом (т.е. рассматривается безударный режим). Свойства этих сил можно описать при помощи реологической модели, представленной в виде параллельного соединения упруго-пластического тела Бингама и упруго-вязкого тела Кельвина–Фойгта (рис. 1). Принятая модель среды описывает ее упруго-вязко-пластические свойства, которые определяются комбинацией элементов и значениями их параметров.

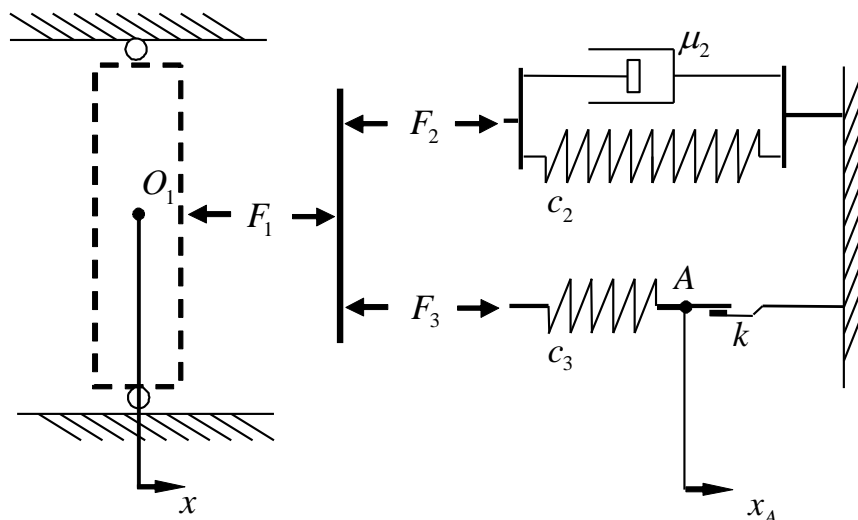


Рис. 1 Модель обрабатываемой среды (технологической нагрузки)

Таким образом, сила взаимодействия рабочего органа с обрабатываемой средой представляет собой сумму сил F_2 и F_3 , возникающих в упруго-вязком и упруго-пластическом элементе, т.е.

$$F_1 = F_2 + F_3 \quad (1)$$

Сила, действующая со стороны упруго-вязкого элемента технологической нагрузки, определяется выражением:

$$F_2 = -c_2 x - \mu_2 \frac{dx}{dt}, \quad (2)$$

где c_2 , μ_2 – коэффициенты жесткости и демпфирования соответственно.

Сила F_3 , действующая со стороны упругопластического элемента, зависит как от перемещения несущего корпуса, так и от направления его движения. Нелинейный характер этой силы (рис. 2) связан с наличием элемента типа сухого трения, последовательно соединенным с упругим элементом.

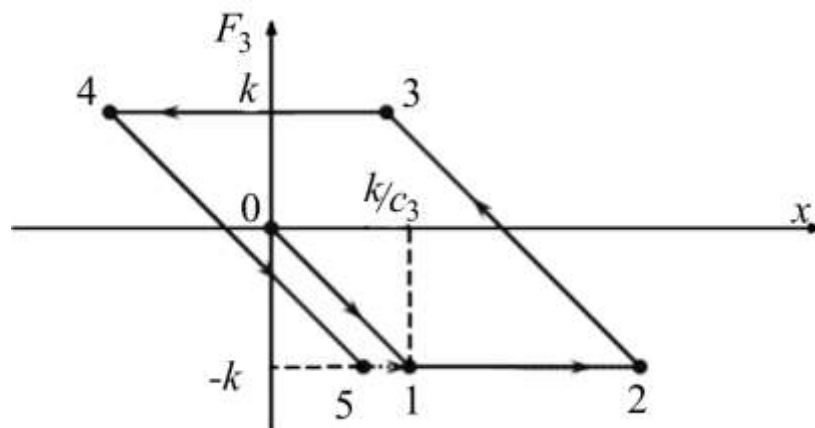


Рис. 2 График зависимости силы F_3 от перемещения корпуса x

Участок 0–1 соответствует перемещению корпуса вправо до тех пор, пока модуль силы упругости пружины остается меньше предельной силы трения покоя. При этом точка A пружины остается на месте. Затем, когда сила упругости достигает предельного значения силы трения k , происходит срыв точки A , которая начинает двигаться так же, как и корпус, причем деформация пружины остается неизменной, а значение $F_3(x) = \text{const}$ (участок 1–2). Однако, если корпус изменит направление движения, то деформация и модуль силы упругости будут уменьшаться до нуля, а затем возрастать в противоположном направлении (участок 2–3). Точка A останется неподвижной до того момента, пока абсолютное удлинение пружины не достигнет предельного значения. В этом случае точка A начнет перемещаться в противоположную сторону также с сохранением деформации (участок 3–4).

Аналитическую зависимость силы $F_3(x)$ можно представить в виде:

$$F_3(x) = - \begin{cases} c_3 \Delta, & |\Delta| < \frac{k}{c_3}; \\ k \operatorname{sgn} \Delta, & |\Delta| = \frac{k}{c_3}; \end{cases} \quad (3)$$

2. Алгоритм моделирования технологической нагрузки

Моделирование силы F_3 упругопластического элемента, описываемой системой уравнений (3), будем проводить при гармоническом законе линейного перемещения виброинструмента

$$x(t) = x_m \sin \omega t,$$

где $x_m = 0.002$ м, $\omega = 500$ рад/с.

Будем считать, что упругопластический элемент не оказывает влияния на закон линейного перемещения $x(t)$.

Алгоритм моделирования силы F_3 приведен на рис. 3.

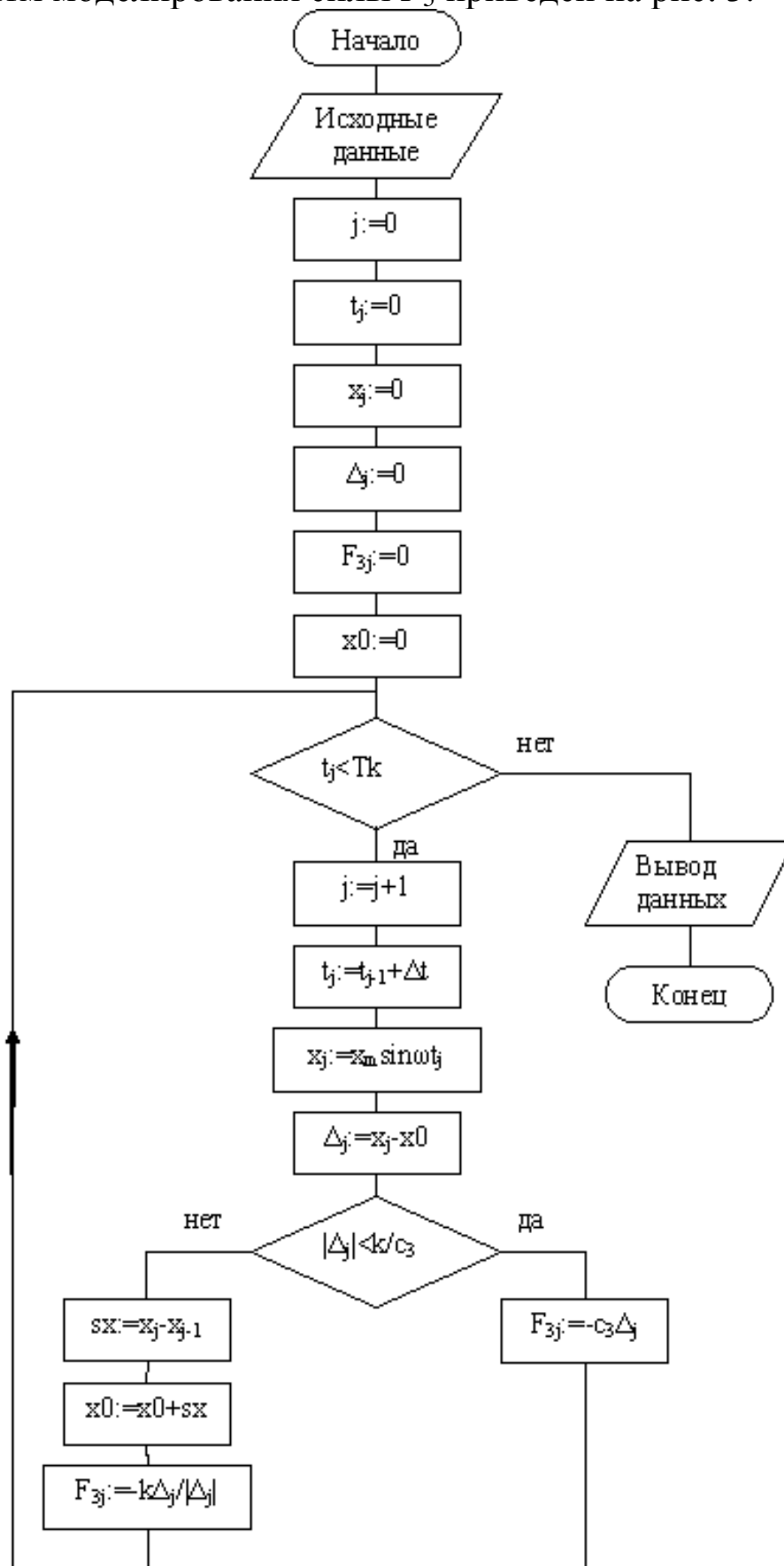


Рис. 3 Алгоритм моделирования технологической нагрузки 3. Программа моделирования технологической нагрузки

Записываем программу моделирования упругопластического элемента. Для реализации приведенного алгоритма введем переобозначения:

$$A^{<0>} - t,$$

$$A^{<1>} - x,$$

$$A^{<2>} - \Delta,$$

$$A^{<3>} - F_3.$$

Условие $|\Delta_j| < k/c_3$ записывается с использованием оператора *if*. Несколько строк по ветке условия «нет» записываются при помощи *Add Line*.

$$\text{if } |A_{j,2}| \geq \frac{k}{c_3}$$

$$\left| \begin{array}{l} sx \leftarrow A_{j,1} - A_{j-1,1} \\ x0 \leftarrow x0 + sx \\ A_{j,3} \leftarrow -k \cdot \frac{A_{j,2}}{|A_{j,2}|} \end{array} \right.$$

4. Результаты моделирования

Графики характеристик показаны на рис. 4 – 7

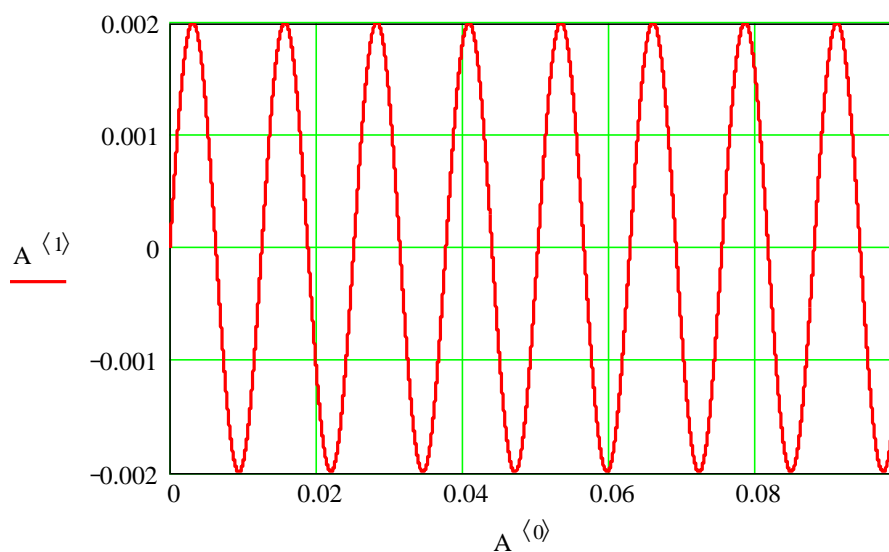
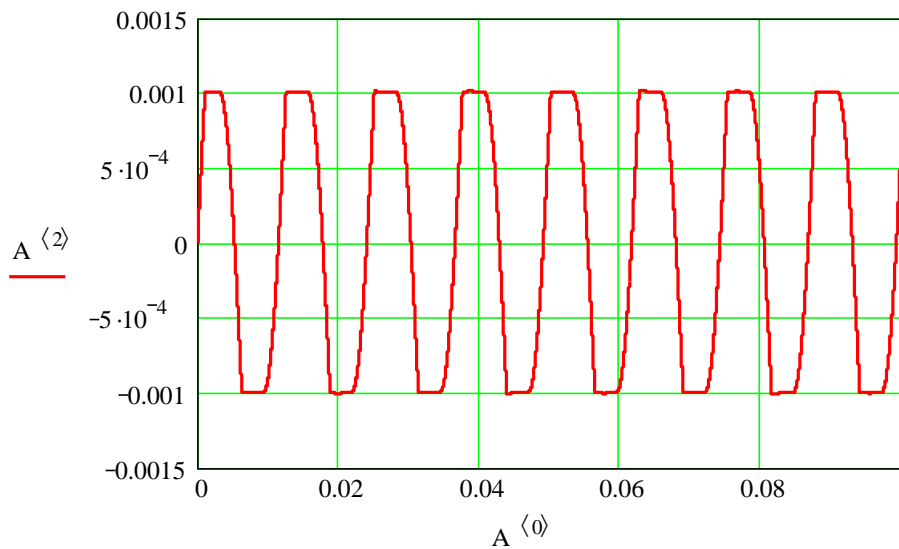
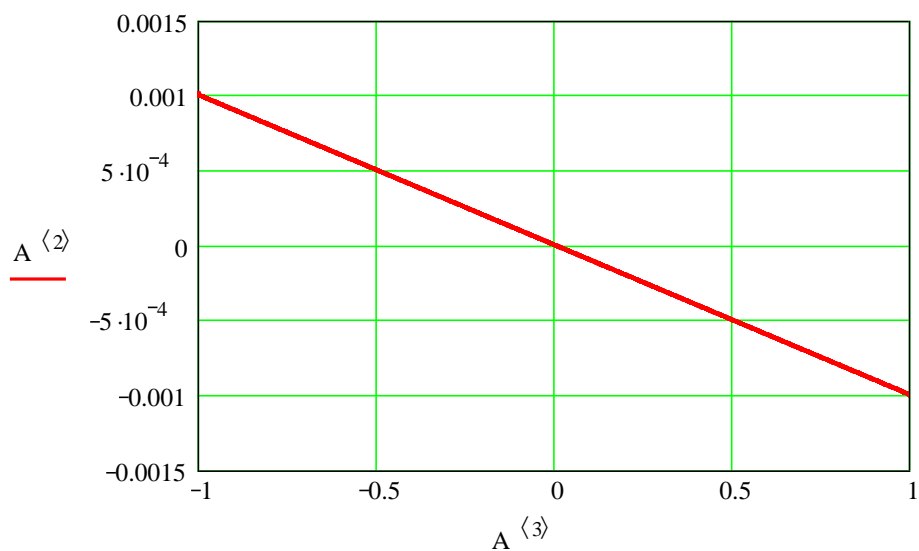
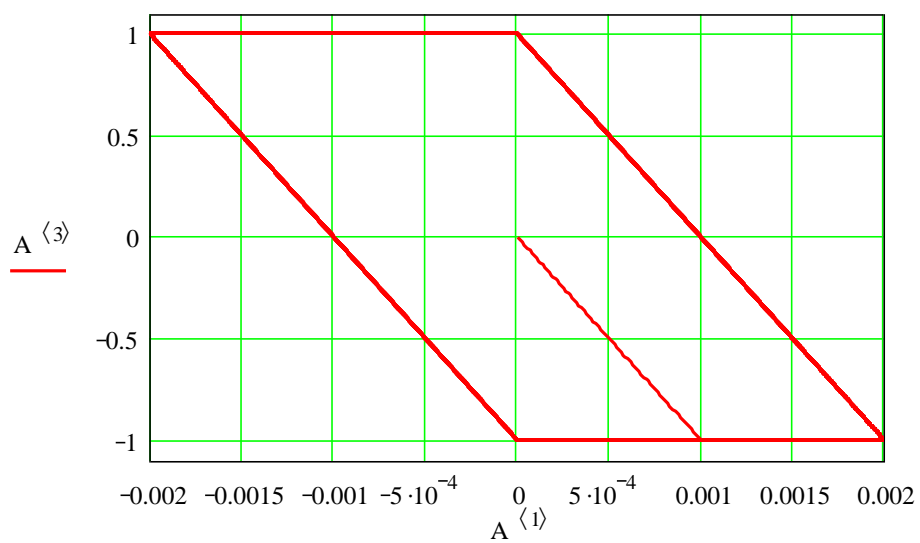


Рис. 4 График зависимости $x(t)$

Рис. 5 График зависимости $\Delta(t)$ Рис. 6 График зависимости $\Delta(F_3)$ Рис. 7 График зависимости $F_3(x)$