

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра механики, мехатроники и робототехники



УТВЕРЖДАЮ

по учебной работе
О.Г. Локтионова
_____ 2016 г.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ВИБРОРОБОТА ПО ШЕРОХОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЯХ СИЛЫ ТРЕНИЯ

Методические указания к выполнению практических и
самостоятельных работ по дисциплине «Проектирование
мехатронных систем» для студентов направления 15.03.06

Курск 2016

УДК 621.864

Составители: С.Ф. Яцун, Л.Ю. Волкова

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *Б.В. Лушников*

Исследование движения виброробота по шероховатой поверхности при различных моделях силы трения: методические указания по выполнению практической и индивидуальной работ по дисциплине «Проектирование мехатронных систем» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. С.Ф. Яцун, Л.Ю. Волкова. Курск, 2016. 15 с.

Методические указания содержат сведения по разработке математической модели вибрационного робота, написания алгоритма численного моделирования его движения, программной реализации математической модели в среде MathCAD. Приведены варианты моделируемой мехатронной системы.

Методические указания соответствуют требованиям программы, утверждённой учебно-методическим объединением (УМО).

Предназначены для студентов специальности 15.03.06 – Мехатроника и робототехника.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.

Усл.печ.л. . Уч.-изд.л. . Тираж 20 экз. Заказ. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Содержание

Введение	4
Задание	4
1. Математическая модель виброробота	6
2. Модели силы трения	7
3. Алгоритм моделирования движения виброробо	9
4. Алгоритм определения средней скорости виброробота	12
5. Моделирование в среде MathCAD	14

Введение

Одним из наиболее важных этапов в проектировании мехатронной системы является разработка ее математической модели и реализация численного моделирования, позволяющего исследовать основные характеристики устройства и особенности его движения.

В настоящем методическом указании рассмотрена разработка математической модели вибрационного робота, перемещающегося без отрыва от поверхности под действием вынуждающей силы, алгоритма моделирования движения объекта и исследование влияния на режимы его движения угла наклона вынуждающей силы и модели силы трения.

Задание

1 В соответствии с математической моделью виброробота и алгоритмом его движения в среде MathCAD написать программу, моделирующую движение устройства.

2 Построить графики характеристик объекта:

1) $\ddot{x}(t)$,

2) $\dot{x}(t)$,

3) $x(t)$,

4) $N(t)$,

5) $F_{fr}(x)$,

6) $F_{fr}(\dot{x})$,

7) $F_{fr}(t)$ и $\Phi(t)$

для значений угла наклона возбуждающей силы α , при которых робот:

- колеблется относительно положения равновесия,
- движется в положительном направлении с откатом,
- движется в положительном направлении без отката.

3 Сделать выводы о влиянии угла наклона возбуждающей силы на характер движения мобильного виброробота.

4 В соответствии с алгоритмом рис. 4 написать программу определения средней за период скорости робота при изменении угла наклона возбуждающей силы $\alpha=0^{\circ}\div 90^{\circ}$.

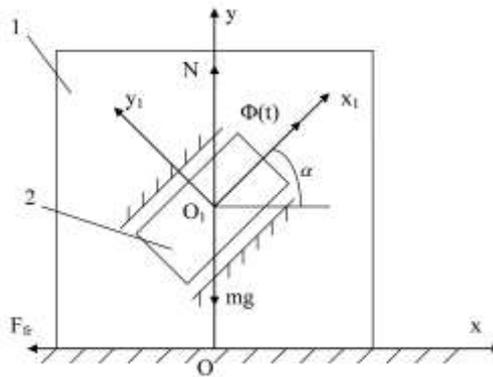
5 Сделать выводы по графику средней скорости.

Табл. 1 – Численные данные для моделирования

№	$\Phi_0, Н$	$m, кг$	$\omega, рад/с$	f_0^s	f_0^d	f_0	β	Модель силы трения
1	0,015	0,01	50	-	-	0,1	-	1
2	0,7	0,2	10	0,3	0,25	-	-	2
3	0,3	0,1	25	-	-	0,2	5	3
4	0,1	0,04	15	-	-	0,2	-	1
5	0,3	0,1	25	0,2	0,16	-	-	2
6	0,7	0,2	10	-	-	0,3	4	3
7	0,4	0,12	30	-	-	0,24	-	1
8	0,1	0,04	15	0,2	0,18	-	-	2
9	0,015	0,01	50	-	-	0,1	10	3
10	1	0,5	20	-	-	0,16	-	1
11	0,4	0,12	30	0,24	0,2	-	-	2
12	0,8	0,4	15	-	-	0,14	2	3
13	0,2	0,08	40	-	-	0,18	-	1
14	0,8	0,4	15	0,14	0,13	-	-	2
15	0,4	0,12	30	-	-	0,24	4	3
16	0,7	0,2	10	-	-	0,3	-	1
17	0,2	0,08	40	0,18	0,16	-	-	2
18	1	0,5	20	-	-	0,16	6	3
19	0,8	0,4	15	-	-	0,14	-	1
20	1	0,5	20	0,16	0,13	-	-	2
21	0,1	0,04	15	-	-	0,2	3	3
22	0,015	0,01	50	0,1	0,08	-	-	1
23	0,3	0,1	25	-	-	0,2	-	2
24	0,2	0,08	40	-	-	0,18	5	3

1. Математическая модель виброробота

На рис. 1 представлена расчетная схема для моделирования движения виброробота. Корпус робота 1 перемещается по горизонтальной шероховатой поверхности в неподвижной системе координат Oxy , внутренняя подвижная масса 2 совершает гармонические колебания относительно центра масс всей конструкции O_1 вдоль оси O_1x_1 подвижной системы координат $O_1x_1y_1$. Будем считать, что на движение объекта оказывает влияние вызываемая перемещением внутренней массы гармоническая сила, точку приложения которой - центр масс виброробота - считаем постоянной, а перемещение внутренней массы учитывать не будем. Поэтому перейдем к рассмотрению материальной точки, движущейся под действием периодической вынуждающей силы.



1 – корпус робота, 2 – внутренняя подвижная масса

Рис. 1 - Расчетная схема виброробота

Будем рассматривать движение виброробота по горизонтальной шероховатой плоскости под действием силы тяжести mg , нормальной реакции N , силы сухого трения F_{fr} и периодической силы $\Phi(t)$, направленной к поверхности под углом α . Отрыва корпуса робота от поверхности не происходит. Вынуждающая сила изменяется по закону:

$$\Phi(t) = \Phi_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где ω – круговая частота, рад/с,

φ_0 – начальная фаза, рад.

Рассмотрим статический и динамический режимы.

Когда объект неподвижен, справедлива следующая система уравнений:

$$\begin{cases} 0 = \Phi \cos \alpha - F_{fr}; \\ 0 = N - mg + \Phi \sin \alpha. \end{cases} \quad (2)$$

В динамике система уравнений (2) принимает вид:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \Phi \cos \alpha - F_{fr}; \\ 0 = N - mg + \Phi \sin \alpha. \end{cases} \quad (3)$$

Тело приобретает ускорение, определяемое разностью проекций вынуждающей силы и силы трения, которое приводит к появлению скорости и перемещения тела вдоль горизонтальной оси:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} (\Phi \cos \alpha - F_{fr}); \quad (4)$$

2. Модели силы трения

Рассмотрим наиболее часто используемые модели шероховатой поверхности, по которой перемещается виброробот.

В общем виде формула силы сухого трения имеет вид:

$$F_{fr} = \begin{cases} F_{fr}^d, & \dot{x} \neq 0; \\ F_{fr}^s, & \dot{x} = 0, |F_0| \leq F_{pred}; \\ F_{fr}^{per}, & \dot{x} = 0, |F_0| > F_{pred}. \end{cases} \quad (5)$$

где F_{fr}^d - сила трения в динамике,

F_{fr}^s - сила трения в статике,

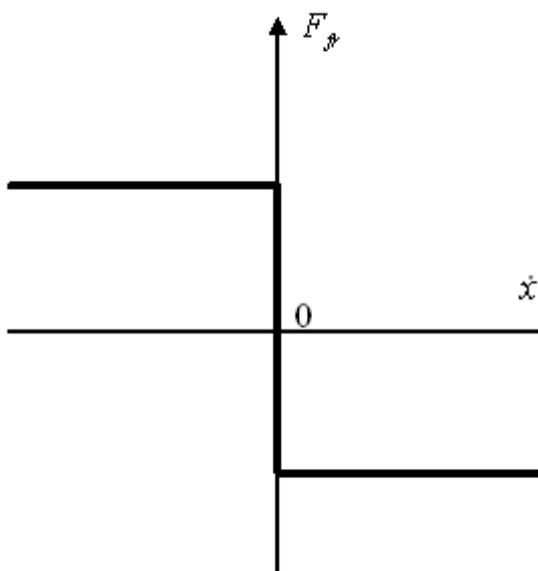
F_{fr}^{per} - сила трения в переходном режиме,

F_{pred} - предельная сила трения,

F_0 – равнодействующая всех сил кроме силы сухого трения, приложенных к конструкции робота;

\dot{x} - скорость робота вдоль оси Ox ,

1 Симметричное сухое трение



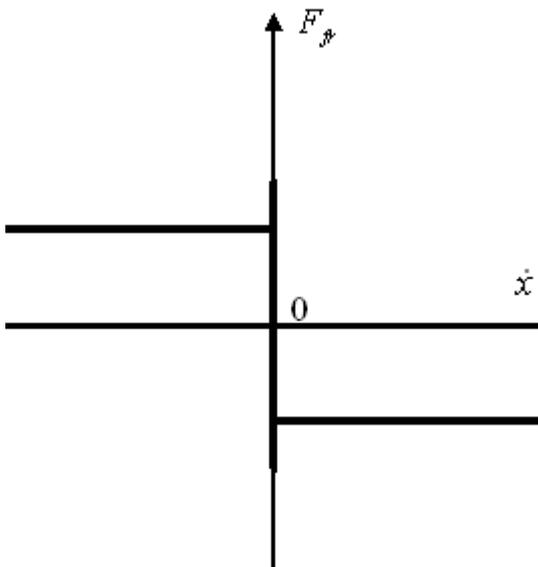
$$F_{fr}^s = -F_0$$

$$F_{fr}^{per} = -f_0 N \text{sign}(F_0)$$

$$F_{fr}^d = -f_0^d N \text{sign}(\dot{x})$$

$$F_{pred} = f_0 N$$

2 Сила трения уменьшенной динамической составляющей



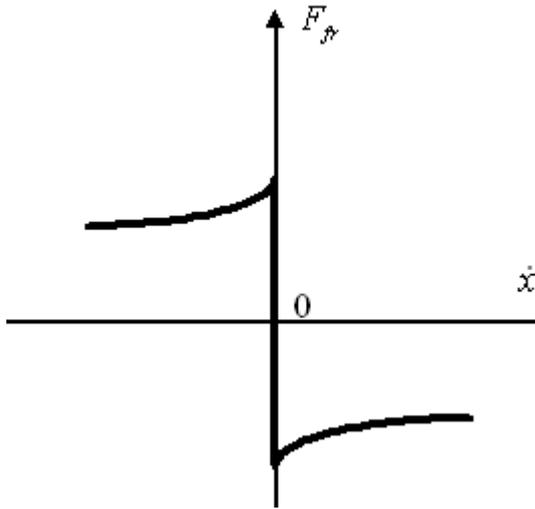
$$F_{fr}^s = -F_0$$

$$F_{fr}^{per} = -f_0^s N \text{sign}(F_0)$$

$$F_{fr}^d = -f_0^d N \text{sign}(\dot{x})$$

$$F_{pred} = f_0^s N$$

3 Сила трения с непрерывно падающей характеристикой



$$F_{fr}^s = -F_0$$

$$F_{fr}^{per} = -f_0 N \text{sign}(F_0)$$

$$F_{fr}^d = -f_0 N \cdot e^{-\beta|\dot{x}|} \text{sign}(\dot{x})$$

$$F_{pred} = f_0 N$$

f_0 – коэффициент сухого трения;

f_0^s, f_0^d – коэффициенты трения покоя и скольжения соответственно,

N – нормальная реакция опоры робота;

β – параметр, определяющий свойства шероховатой поверхности.

3. Алгоритм моделирования движения виброробота

Алгоритм (рис. 2) позволяет исследовать следующие характеристики виброробота: перемещение, скорость, ускорение вдоль оси x , силу трения, нормальную реакцию.

Результаты исследования записываются в матрицу, которая имеет 6 столбцов ($t, x, \dot{x}, \ddot{x}, F_{fr}, N$) и число строк, равное $\frac{T_k}{\Delta t}$, где

T_k – конечное время. Каждая строка матрицы соответствует определенному моменту времени. Счетчик i обеспечивает переход на следующую строку матрицы.

В начале алгоритма задаются значения констант, необходимых для расчетов характеристик объекта. В момент $t=0$ начинается наблюдение за перемещением объекта. Для этого момента указываются значения перемещения, скорости и ускорения объекта и рассчитываются по соответствующим формулам нормальная

реакция и сила трения. Это необходимо для того, чтобы сформировать первую строку матрицы.

Циклический пересчет характеристик объекта по времени обеспечивает выполнение условия $t_i \leq (Tk - \Delta t)$, то есть пока время на i -ом этапе меньше или равно разности между конечным временем движения и шагом по времени, цикл будет работать.

В каждый момент времени характеристики движения объекта находятся по формулам статики или динамики. Для того чтобы определить, по каким именно формулам они должны высчитываться, необходимо проверить условие $\dot{x}_{i-1} = 0$. При его выполнении требуется дополнительная проверка состояния объекта по условию: $|F0_i| \leq F_{pred}$.

Если второе условие выполняется, то объект неподвижен и его характеристики на i -ом этапе определяются по формулам статики с последующим сохранением их значений в соответствующей строке матрицы.

При невыполнении второго условия объект находится в так называемом переходном режиме. Его характеристики рассчитываются по формулам динамики, только вместо сигнатуры скорости ($sign(\dot{x}_{i-1})$) берется значение сигнатуры всех сил кроме сил трения в проекции на ось x ($sign(F0_{i-1})$). В результате этого в матрице формируется еще одна строка.

Если скорость объекта на предыдущем шаге не равна нулю, то его ускорение и скорость вычисляются по формулам динамики. Для определения скорости и ускорения используется метод Верле:

$$\dot{x}_i = \dot{x}_{i-1} + \ddot{x}_i \Delta t; \quad (6)$$

$$x_i = x_{i-1} + \dot{x}_i \Delta t + \ddot{x}_i \frac{(\Delta t)^2}{2}, \quad (7)$$

где Δt - шаг по времени,

i – номер шага.

После этого выполняется проверка еще одного условия $\dot{x}_i \cdot \dot{x}_{i-1} \leq 0$ для определения момента перехода объекта из динамики в статику. При выполнении дополнительного условия скорость объекта на i -ом шаге обнуляется, при невыполнении – рассчитывается по формулам динамики. Все остальные

характеристики объекта на данном этапе определяются по формулам динамики. При этом формируется i -ая строка матрицы.

При завершении цикла по времени полностью сформировывается матрица характеристик робота.

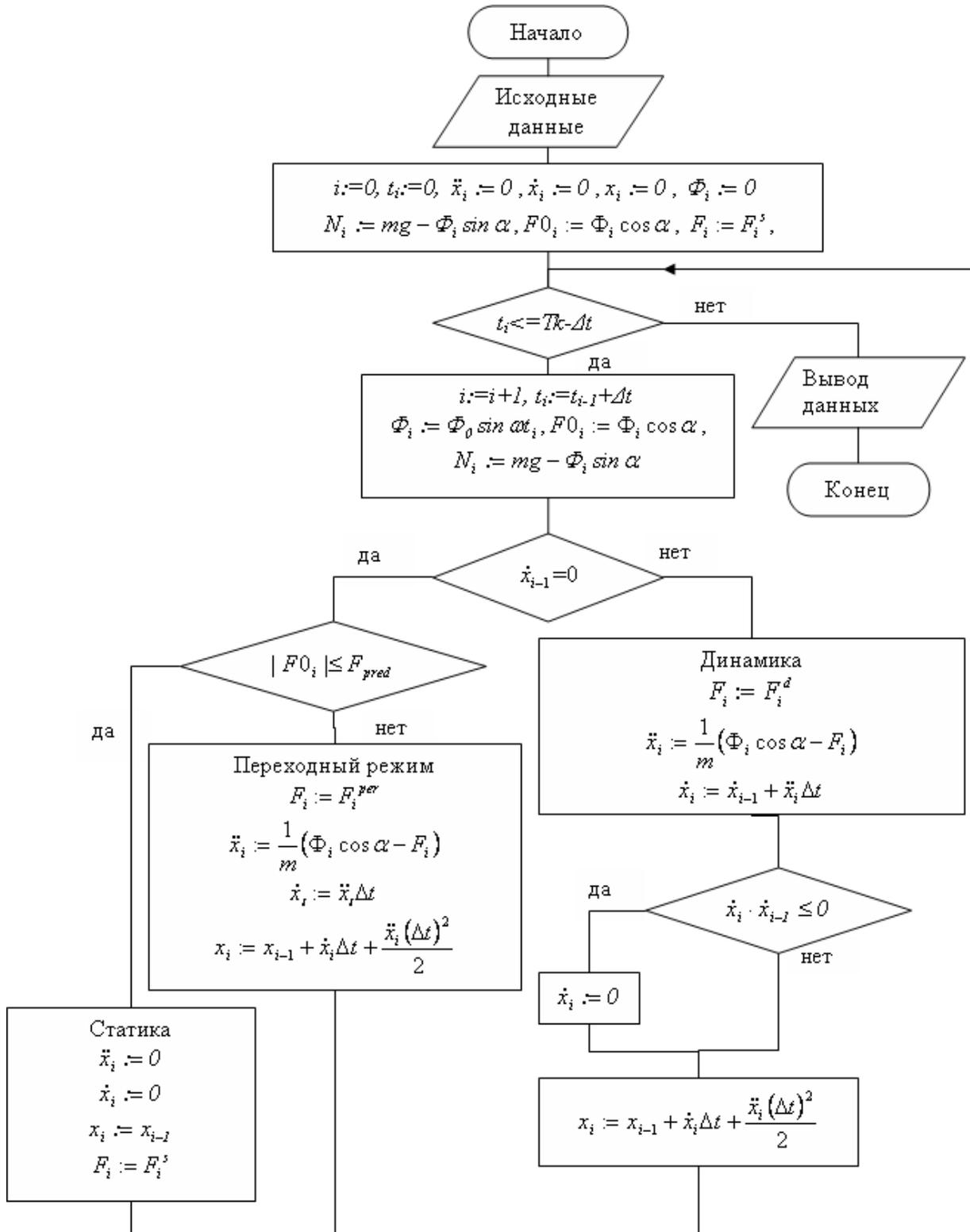


Рис. 2 Алгоритм моделирования движения виброробота

4. Алгоритм определения средней скорости виброробота

Алгоритм определения средней скорости движения устройства в зависимости от изменения угла наклона возбуждающей силы представлен на рис. 3.

В соответствии с этим алгоритмом средняя скорость vsr_j определяется при каждом значении угла α_j как среднее арифметическое суммы скоростей виброробота за период.

$$vsr_j = \frac{\sum_{i=1}^N \dot{x}}{N} = \frac{v}{N} \quad (8)$$

где N – число шагов Δt за один период,
 v – переменная, в которой хранится значение суммы скоростей робота за период.

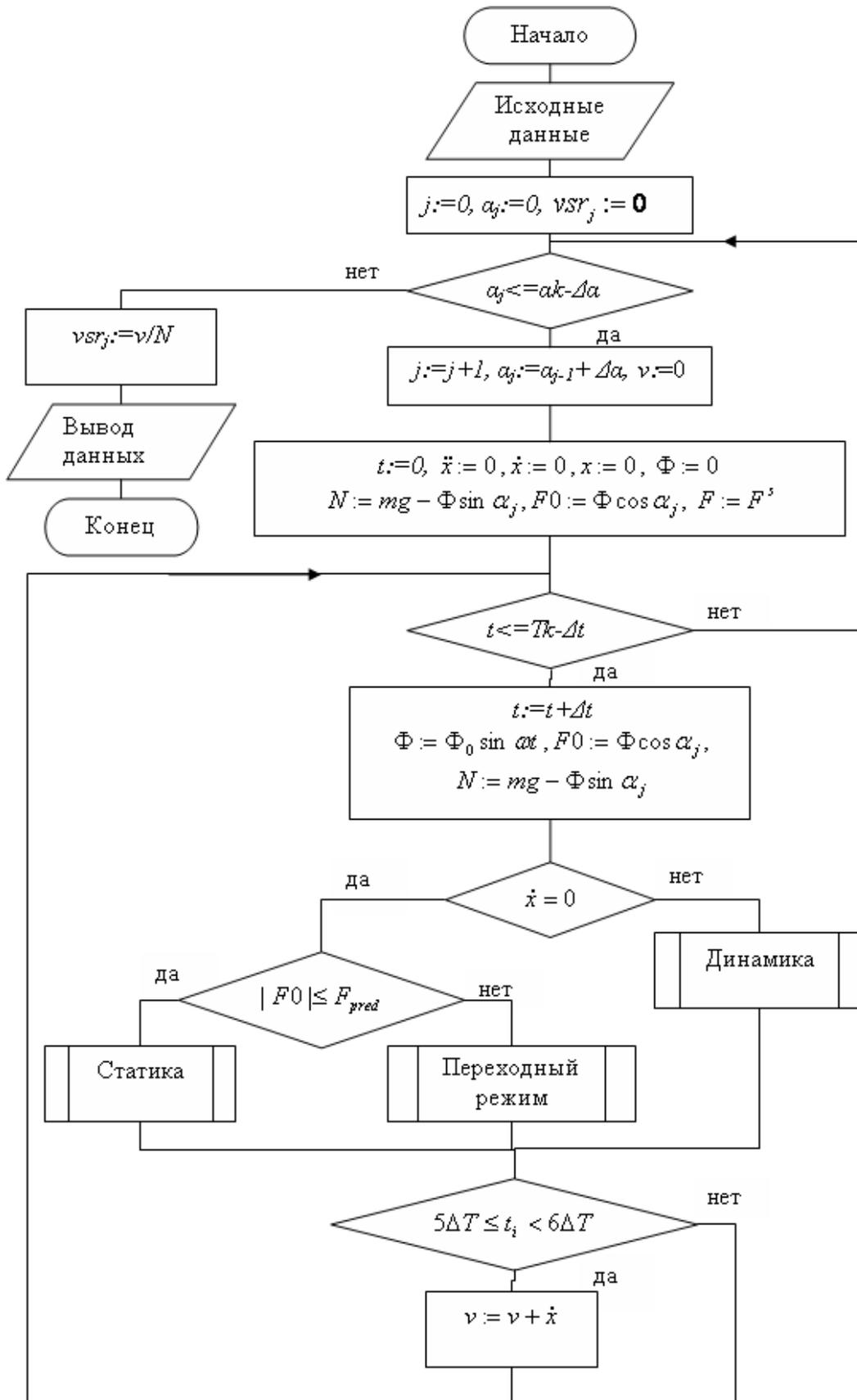


Рис. 3 Алгоритм определения средней скорости виброробота в зависимости от угла наклона возбуждающей силы

5. Моделирование в среде MathCAD

Программа записывается путем формирования матрицы результатов моделирования динамики виброробота с учетом введения переобозначений, как было показано в практической работе №1.

Функция сигнатуры в тексте программы записывается следующим образом:

$$\text{sign}(\dot{x}) = \frac{|\dot{x}|}{\dot{x}} \quad (9)$$

Графики движения виброробота при модели симметричного сухого трения приведены на рис. 4, зависимость средней скорости от угла действия возбуждающей силы – на рис. 5.

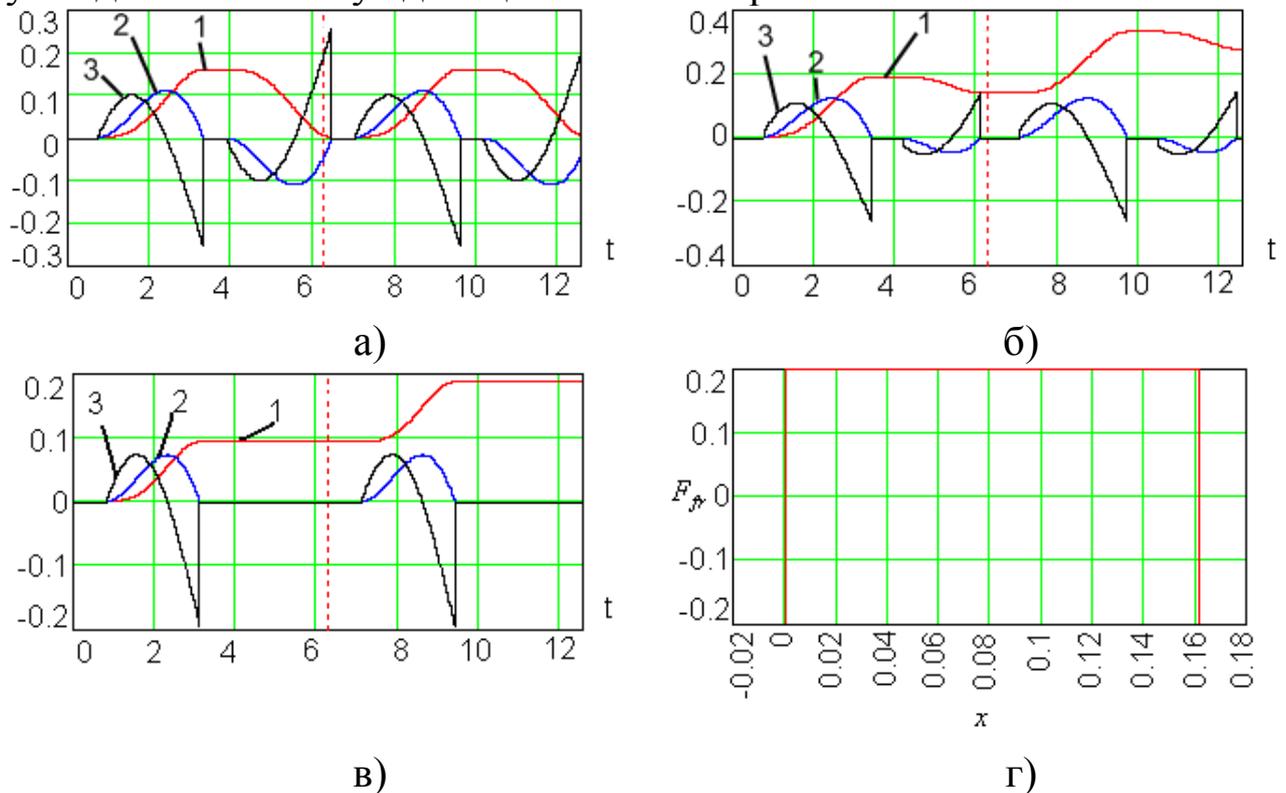


Рис. 4 Графики движения робота при симметричном сухом трении: 1 – перемещение, м; 2 – скорость, м/с; 3 – ускорение, м/с²: а) – колебания, б) – движение с откатом, в) – движение без отката, г) – петля гистерезиса

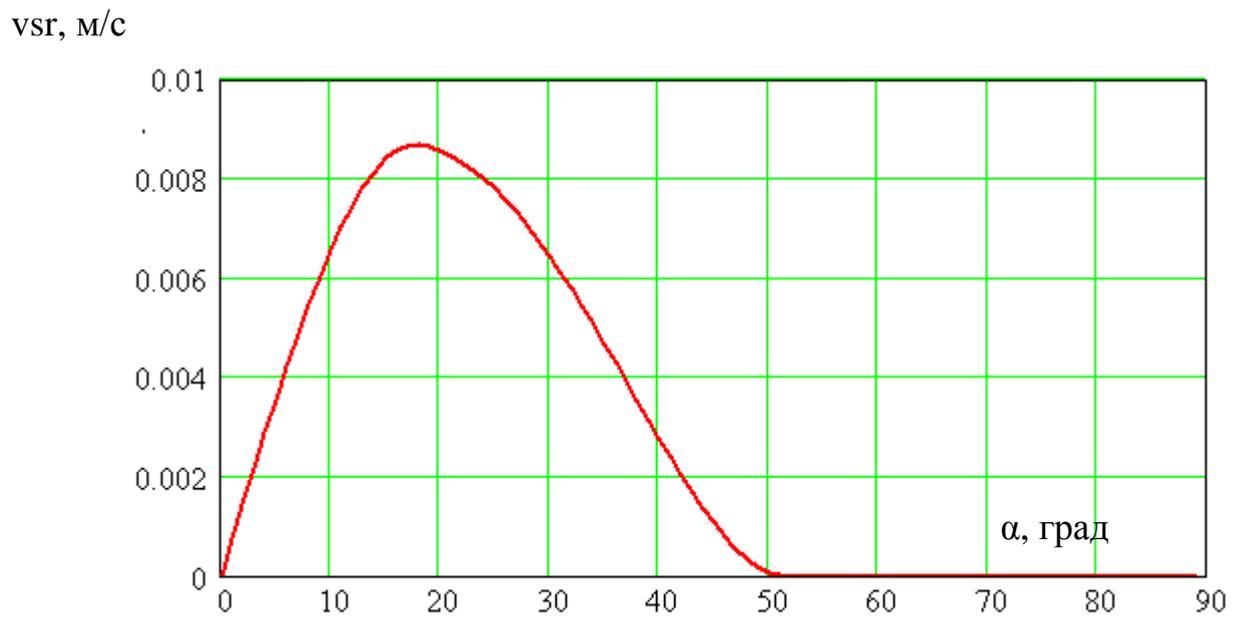


Рис. 5 График средней скорости в зависимости от угла наклона возбуждающей силы