

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич

Должность: ректор

Дата подписания: 31.08.2021 15:13:32

Уникальный программный ключ:

9ba7d3e34c012eba476ffd2d064cf2781953ba730d62374d16f3c0ee536f0f66

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Юго-Западный государственный университет»

Кафедра «Машиностроительные технологии и оборудование»

Проректор по учебной работе
« 7 » 02 г.
Ю. С. Ковалев
Юго-Западный государственный университет
(ЮЗГУ) г.



ОДНОФАКТОРНЫЙ ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Методические указания к проведению практических занятий для студентов по направлению подготовки 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств профиль «Технология машиностроения»

Курск 2018

УДК 519.6

Составители: В.В. Куц, М.С. Разумов

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *А.О. Гладышкин*

Однофакторный дисперсионный анализ : методические указания к проведению практических и лабораторных занятий / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: В.В. Куц, М.С. Разумов. – Курск, 2018. 15 с.: ил. 3.: табл. 2.

Содержат сведения по вопросам выполнения однофакторного дисперсионного анализа. Указывается порядок выполнения практического занятия, подходы к решению и правила оформления.

Методические рекомендации соответствуют требованиям программы, утвержденной учебно-методическим объединением по специальности автоматизированного машиностроительного производства (УМОАМ) .

Предназначено для студентов направлений 15.04.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» профиль «Технология машиностроения» дневной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 07.02.18 г. Формат 60x84 1/16.

Усл.печ.л. 0,9. Уч.-изд.л. 0,8. Тираж 40 экз. Заказ. 877 Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы: Ознакомить с методом однофакторного дисперсионного анализа и овладеть практическими навыками анализа технологических процессов данным методом.

2 Задание:

2.1 По табл. 1 приложения Б в соответствии со своим вариантом выбрать уровень значимости критериев.

2.2 Для исходных данных, приведенных в табл. 2 приложения Б, провести анализа технологических процессов данным методом однофакторного дисперсионного анализа.

2.3. Оформить отчет.

3 Краткие теоретические сведения

Идея дисперсионного анализа, как и сам термин «дисперсия», принадлежит английскому статистику Р. Фишеру. Метод был разработан в 1920-х годах и используется для определения степени влияния на изучаемый показатель некоторых факторов, в том числе и не поддающихся количественному измерению (достаточно, чтобы его можно было измерить хотя бы в шкале наименований). При исследовании зависимостей такого рода одной из наиболее простых является ситуация, когда можно указать один только фактор, который, возможно, влияет на конечный результат, и этот фактор может принимать лишь конечное число значений (уровней). В этом случае реализуется алгоритм однофакторного дисперсионного анализа. Если же на изменение показателя в равной степени могут оказывать влияние несколько факторов, то для установления степени их совместного влияния используется уже алгоритм двухфакторного или многофакторного анализа.

3.1 Однофакторный дисперсионный анализ

Предположим, что анализируется влияние на случайную величину X фактора A , изучаемого на k уровнях (A_1, A_2, \dots, A_k) . На каждом уровне A_i проведены n наблюдений $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$, $i = 1, k$ случайной величины X . Следовательно, на всех k уровнях фактора A произведены kn наблюдений.

Поясним суть и последовательность проведения дисперсионного анализа.

Расположим экспериментальные данные в виде таблицы:

Номер наблюдения	Уровни фактора A					
	A_1	A_2	...	A_i	...	A_k
1	x_{11}	x_{21}	...	x_{i1}	...	x_{k1}
2	x_{12}	x_{22}	...	x_{i2}	...	x_{k2}
⋮	⋮	⋮	...	⋮	...	⋮
j	x_{1j}	x_{2j}	...	x_{ij}	...	x_{kj}
⋮	⋮	⋮	...	⋮	...	⋮
n	x_{1n}	x_{2n}	...	x_{in}	...	x_{kn}
Σ	X_1	X_2	...	X_i	...	X_k

Здесь $X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij}, i = \overline{1, k}$.

Рассмотрим оценки различных дисперсий, возникающие при анализе таблицы результатов наблюдений. Для оценки дисперсии, характеризующей изменение данных на уровне A_i (по строкам таблицы), имеем

$$s_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{j=1}^n x_{ij}^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{j=1}^n x_{ij} \right)^2 \right]. \quad (1)$$

Находим оценку дисперсии, характеризующей рассеяние рассматриваемой случайной величины вне влияния фактора A, по формуле

$$\begin{aligned} s_0^2 &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k s_i^2 = \frac{1}{k(n-1)} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 = \\ &= \frac{1}{k(n-1)} \left[\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n x_{ij}^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \left(\sum_{j=1}^n x_{ij} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Оценка s_i^2 имеет $(n-1)$ степеней свободы, а оценка s_0^2 – $k(n-1)$ степеней свободы.

Оценка s^2 выборочной дисперсии с использованием всех наблюдений равна

$$s^2 = \frac{1}{kn-1} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x})^2, \quad (3)$$

где $\bar{x} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{x}_i$; $\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij}$.

Следовательно

$$s^2 = \frac{1}{kn-1} \left[\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n x_{ij}^2 - \frac{1}{kn} \left(\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n x_{ij} \right)^2 \right]. \quad (4)$$

Оценку дисперсии, характеризующей изменение математических ожиданий m_i , связанное с влиянием фактора A рассчитаем как

$$s_A^2 = \frac{n}{k-1} \sum_{i=1}^k (\bar{x}_i - \bar{x})^2. \quad (5)$$

Оценка s_A^2 имеет $(k-1)$ степеней свободы.

Влияние фактора A признается значимым, если значимо отношение s_A^2/s_0^2 . Отношение s_A^2/s_0^2 признается значимым с доверительной вероятностью q , если

$$s_A^2/s_0^2 > F_{q,k-1,k(n-1)}$$

где $F_{q,k-1,k(n-1)}$ – квантиль F распределения с $k-1$ и $k(n-1)$ степенями свободы. Для его нахождения используются таблицы приложения А.

Итоговая схема вычислений следующая. Вычисляем последовательно суммы

$$Q_1 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n x_{ij}^2; \quad Q_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k X_i^2; \quad Q_3 = \frac{1}{kn} \left(\sum_{i=1}^k X_i \right)^2.$$

Далее находим

$$s_0^2 = \frac{Q_1 - Q_2}{k(n-1)}; \quad s_A^2 = \frac{Q_2 - Q_3}{k-1}.$$

Сравниваем s_A^2 и s_0^2 и устанавливаем наличие влияния фактора A . Если влияние фактора A не установлено, то всю выборку наблюдений будем считать однородной с общей дисперсией

$$s^2 = \frac{Q_1 - Q_3}{kn-1};$$

Пример. Провести дисперсионный анализ данных, представленных таблицей, при уровне значимости $q = 0,05$.

Номер наблюдения	Уровни фактора A				
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
1	3,2	2,6	2,9	3,6	3,0
2	3,1	3,1	2,6	3,4	3,4
3	3,1	2,7	3,0	3,2	3,2
4	2,8	2,9	3,1	3,3	3,5
5	3,3	2,7	3,0	3,5	2,9
6	3,0	2,8	2,8	3,3	3,1

Для вычисления величин Q_1 , Q_2 и Q_3 заполним следующие таблицы

Номер наблюдения	x_{1j}	x_{2j}	x_{3j}	x_{4j}	x_{5j}		
1	3,2	2,6	2,9	3,6	3,0	$Q_2 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^5 X_i^2;$ $Q_3 = \frac{1}{5 \cdot 6} \left(\sum_{i=1}^5 X_i \right)^2.$	
2	3,1	3,1	2,6	3,4	3,4		
3	3,1	2,7	3,0	3,2	3,2		
4	2,8	2,9	3,1	3,3	3,5		
5	3,3	2,7	3,0	3,5	2,9		
6	3,0	2,8	2,8	3,3	3,1		
X_i	18,50	16,80	17,40	20,30	19,10	$\Sigma X_i = 92,10$	$Q_3 = 282,75$
X_i^2	342,25	282,24	302,76	412,09	364,81	$\Sigma X_i^2 = 1704,15$	$Q_2 = 284,03$

Номер наблюдения	x_{1j}^2	x_{2j}^2	x_{3j}^2	x_{4j}^2	x_{5j}^2		
1	10,24	6,76	8,41	12,96	9,00	$Q_1 = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^6 x_{ij}^2;$	
2	9,61	9,61	6,76	11,56	11,56		
3	9,61	7,29	9,00	10,24	10,24		
4	7,84	8,41	9,61	10,89	12,25		
5	10,89	7,29	9,00	12,25	8,41		
6	9,00	7,84	7,84	10,89	9,61		
$\sum_{j=1}^6 x_{ij}^2$	57,19	47,20	50,62	68,79	61,07	$Q_1 = 284,87$	

Далее вычисляем дисперсии

$$s_0^2 = \frac{284,87 - 284,03}{5(6-1)} = 0,034; \quad s_A^2 = \frac{284,03 - 284,35}{5-1} = 0,319.$$

$$\frac{s_A^2}{s_0^2} = \frac{0,319}{0,034} = 9,45.$$

Из таблиц для $k_1 = k - 1 = 4$ и $k_2 = k(n - 1) = 25$ находим $F_{0,05;4;25} = 2,76$.

Т.к. $s_A^2/s_0^2 = 9,45 > F_{0,05;4;25} = 2,76$ влияние фактора А на поведение наблюдаемой случайной величины следует признать значимым.

4 Выполнение работы

Получив исходные данные для выполнения практической работы (см. приложение Б), студент изучает теоретические сведения согласно пункту 3. Далее выполняет расчеты аналогичные в рассмотренном примере **с учетом имеющихся особенностей задания.**

В отчёте по практической работе должны найти отражение следующие пункты:

- название работы;
- цель работы;
- индивидуальное задание для выполнения работы;
- краткие теоретические сведения;
- результаты выполнения работы;
- подробные выводы по работе.

Контрольные вопросы

1. Что такое дисперсионный анализ?
2. Можно ли с помощью дисперсионного анализа построить математическую модель объекта?
3. Какие гипотезы проверяются в дисперсионном анализе?
4. Основные предпосылки при решении задач с помощью дисперсионного анализа.
5. Основная идея однофакторного дисперсионного анализа.

Библиографический список

1. Сергеев, А.Г. Метрология [Текст]/ А.Г. Сергеев, В.В. Крохин. Учебное пособие для вузов. М.: Логос, 2001. 488 с.: ил.

2. Алексахин, С.В. Прикладной статистический анализ [Текст]/ С.В. Алексахин, А.В. Балдин, А.Б. Николаев, В.Ю. Строганов. Учебное пособие для вузов. М.: “Издательство ПРИОР”, 2001. 224 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
F-распределение (при $q=0,05$)

k_2	k_1 для больших дисперсий									
	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,37
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,41
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,51	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,37	2,20	2,01	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,31	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
31	4,16	3,30	2,91	2,68	2,52	2,41	2,25	2,08	1,88	1,61
35	4,12	3,27	2,87	2,64	2,49	2,37	2,22	2,04	1,83	1,56
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45	4,06	3,20	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,47
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,33
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,30
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,03	1,85	1,63	1,28
∞	3,84	3,00	2,61	2,37	2,21	2,10	1,94	1,75	1,52	1,03

F-распределение (при $q=0,1$)

k_2	k_1 для больших дисперсий									
	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
2	8,53	9,00	9,16	9,24	9,29	9,33	9,37	9,41	9,45	9,49
3	5,54	5,46	5,39	5,34	5,31	5,28	5,25	5,22	5,18	5,13
4	4,54	4,32	4,19	4,11	4,05	4,01	3,95	3,90	3,83	3,76
5	4,06	3,78	3,62	3,52	3,45	3,40	3,34	3,27	3,19	3,11
6	3,78	3,46	3,29	3,18	3,11	3,05	2,98	2,90	2,82	2,72
7	3,59	3,26	3,07	2,96	2,88	2,83	2,75	2,67	2,58	2,47
8	3,46	3,11	2,92	2,81	2,73	2,67	2,59	2,50	2,40	2,29
9	3,36	3,01	2,81	2,69	2,61	2,55	2,47	2,38	2,28	2,16
10	3,29	2,92	2,73	2,61	2,52	2,46	2,38	2,28	2,18	2,06
11	3,23	2,86	2,66	2,54	2,45	2,39	2,30	2,21	2,10	1,97
12	3,18	2,81	2,61	2,48	2,39	2,33	2,24	2,15	2,04	1,90
13	3,14	2,76	2,56	2,43	2,35	2,28	2,20	2,10	1,98	1,85
14	3,10	2,73	2,52	2,39	2,31	2,24	2,15	2,05	1,94	1,80
15	3,07	2,70	2,49	2,36	2,27	2,21	2,12	2,02	1,90	1,76
16	3,05	2,67	2,46	2,33	2,24	2,18	2,09	1,99	1,87	1,72
17	3,03	2,64	2,44	2,31	2,22	2,15	2,06	1,96	1,84	1,69
18	3,01	2,62	2,42	2,29	2,20	2,13	2,04	1,93	1,81	1,66
19	2,99	2,61	2,40	2,27	2,18	2,11	2,02	1,91	1,79	1,63
20	2,97	2,59	2,38	2,25	2,16	2,09	2,00	1,89	1,77	1,61
21	2,96	2,57	2,36	2,23	2,14	2,08	1,98	1,87	1,75	1,59
22	2,95	2,56	2,35	2,22	2,13	2,06	1,97	1,86	1,73	1,57
23	2,94	2,55	2,34	2,21	2,11	2,05	1,95	1,84	1,72	1,55
24	2,93	2,54	2,33	2,19	2,10	2,04	1,94	1,83	1,70	1,53
25	2,92	2,53	2,32	2,18	2,09	2,02	1,93	1,82	1,69	1,52
26	2,91	2,52	2,31	2,17	2,08	2,01	1,92	1,81	1,68	1,50
27	2,90	2,51	2,30	2,17	2,07	2,00	1,91	1,80	1,67	1,49
28	2,89	2,50	2,29	2,16	2,06	2,00	1,90	1,79	1,66	1,48
29	2,89	2,50	2,28	2,15	2,06	1,99	1,89	1,78	1,65	1,47
30	2,88	2,49	2,28	2,14	2,05	1,98	1,88	1,77	1,64	1,46
31	2,87	2,48	2,27	2,14	2,04	1,97	1,88	1,77	1,63	1,45
35	2,85	2,46	2,25	2,11	2,02	1,95	1,85	1,74	1,60	1,41
40	2,84	2,44	2,23	2,09	2,00	1,93	1,83	1,71	1,57	1,38
45	2,82	2,42	2,21	2,07	1,98	1,91	1,81	1,70	1,55	1,35
50	2,81	2,41	2,20	2,06	1,97	1,90	1,80	1,68	1,54	1,33
60	2,79	2,39	2,18	2,04	1,95	1,87	1,77	1,66	1,51	1,29
70	2,78	2,38	2,16	2,03	1,93	1,86	1,76	1,64	1,49	1,27
80	2,77	2,37	2,15	2,02	1,92	1,85	1,75	1,63	1,48	1,25
90	2,76	2,36	2,15	2,01	1,91	1,84	1,74	1,62	1,47	1,23
100	2,76	2,36	2,14	2,00	1,91	1,83	1,73	1,61	1,46	1,22
∞	2,71	2,30	2,08	1,95	1,85	1,77	1,67	1,55	1,38	1,03

ПРИЛОЖЕНИЕ Б
Исходные данные к работе

Таблица 1

	№ варианта														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<i>q</i>	0,05	0,1	0,05	0,1	0,05	0,1	0,05	0,1	0,05	0,1	0,05	0,1	0,05	0,1	0,05

Таблица 2

Номер наблюдения	Уровни фактора А				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
Вариант 1					
1	25,19	25,45	24,90	24,62	25,29
2	25,03	25,38	24,99	24,67	25,15
3	25,13	24,61	25,48	25,29	25,49
4	25,15	25,39	24,86	24,99	24,64
5	24,61	24,62	24,57	24,62	24,51
6	25,17	24,74	25,02	24,76	25,33
7	25,23	25,43	25,41	25,06	25,03
8	25,32	25,08	25,37	25,14	25,29
9	24,58	25,25	24,67	25,22	24,77
10	25,22	24,99	24,84	25,25	24,52
Вариант 2					
1	32,52	32,63	33,34	32,80	33,20
2	33,36	32,93	32,90	33,21	33,28
3	32,76	32,59	33,07	33,33	32,77
4	33,47	32,51	32,64	32,87	32,95
5	32,93	32,52	33,49	32,89	32,99
6	32,76	33,38	33,45	33,07	33,03
7	32,55	33,24	33,45	32,94	32,87
8	33,45	33,23	32,91	33,33	32,76
9	32,74	32,61	33,40	33,00	33,20
10	33,41	33,24	33,05	33,30	33,23
Вариант 3					
1	23,13	23,06	22,54	22,97	22,59
2	22,95	22,98	22,66	22,77	22,80
3	22,71	23,26	23,41	23,39	23,35
4	23,50	22,56	23,27	22,64	23,41
5	22,72	23,20	23,41	23,40	22,87
6	23,37	23,42	23,13	22,99	22,62
7	22,93	23,30	22,58	23,00	22,79
8	22,59	22,80	23,42	22,82	22,78

Номер наблюдения	Уровни фактора А				
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
9	22,71	23,43	23,19	23,35	23,25
10	23,19	22,60	22,75	22,77	22,91
Вариант 4					
1	41,62	42,04	42,04	41,96	42,26
2	41,93	41,83	42,08	42,42	41,92
3	41,96	42,34	41,61	41,70	42,40
4	42,32	41,97	42,14	42,10	42,27
5	41,65	42,24	41,91	42,24	41,59
6	41,55	42,30	41,93	41,86	41,84
7	42,44	42,35	41,77	42,20	41,51
8	42,32	41,92	41,55	41,94	41,71
9	41,62	42,48	41,64	41,90	42,24
10	41,63	42,46	41,83	41,54	42,44
Вариант 5					
1	64,32	63,79	64,01	64,29	64,19
2	63,74	64,36	63,89	64,10	64,37
3	64,19	64,27	64,46	63,98	64,35
4	64,42	63,59	63,82	63,90	64,02
5	64,34	63,93	63,56	64,09	64,26
6	64,35	63,77	63,66	64,21	64,16
7	64,48	63,59	64,23	64,06	63,57
8	63,99	64,28	63,97	63,61	63,80
9	64,34	63,62	63,80	64,01	64,44
10	64,43	63,93	63,98	63,62	63,72
Вариант 6					
1	44,28	44,49	44,00	44,29	43,60
2	43,87	43,67	44,09	44,43	44,06
3	43,95	44,43	44,30	44,03	43,67
4	44,06	44,18	43,95	43,53	43,91
5	44,41	43,67	43,64	43,57	43,55
6	44,16	44,27	44,37	43,84	44,16
7	44,16	44,33	44,00	43,79	44,09
8	44,07	43,64	44,14	43,86	43,58
9	43,96	44,03	44,19	43,95	44,24
10	44,26	43,72	44,15	43,86	43,79
Вариант 7					
1	25,98	25,89	26,36	25,77	25,94
2	26,04	25,99	26,05	26,15	26,19
3	25,65	25,57	25,56	26,18	25,66

Номер наблюдения	Уровни фактора А				
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
4	26,07	25,66	25,75	25,55	26,24
5	25,80	25,81	26,38	26,01	25,60
6	26,23	26,50	25,60	26,01	26,22
7	25,76	26,45	25,75	26,11	26,20
8	25,70	25,92	25,77	26,46	25,98
9	25,83	26,26	26,36	26,06	26,07
10	26,10	26,07	25,95	25,65	25,63
Вариант 8					
1	14,23	13,54	14,47	13,88	13,77
2	13,71	13,92	13,63	14,31	13,93
3	14,41	13,72	14,32	14,20	13,56
4	13,58	13,98	13,80	13,72	13,68
5	14,07	13,85	14,15	13,86	14,17
6	13,88	14,35	13,57	13,83	14,16
7	13,77	14,12	14,13	14,17	13,64
8	14,21	13,76	13,92	14,03	13,76
9	13,77	14,21	13,89	13,77	13,79
10	14,39	13,53	13,82	14,26	13,64
Вариант 9					
1	74,28	74,31	74,34	74,37	73,60
2	74,27	73,55	74,39	74,07	74,43
3	73,99	74,18	73,76	73,97	73,83
4	74,05	73,77	73,89	74,39	73,85
5	74,35	73,85	74,37	73,82	74,29
6	73,94	74,42	73,58	73,65	74,40
7	73,84	73,84	73,73	73,91	73,70
8	73,50	74,22	74,28	74,19	73,99
9	74,08	74,46	74,36	73,77	73,56
10	74,23	74,11	74,07	73,57	73,95
Вариант 11					
1	61,20	60,87	60,86	60,61	61,12
2	60,55	61,46	60,76	60,92	61,46
3	60,78	60,95	60,75	61,13	61,00
4	61,35	61,43	60,51	61,03	60,51
5	61,35	61,34	61,21	60,63	61,42
6	60,78	60,60	61,08	61,48	61,26
7	61,40	60,99	60,77	60,58	61,19
8	60,81	60,92	60,83	61,29	60,75
9	61,22	60,90	60,57	60,70	60,60

Номер наблюдения	Уровни фактора А				
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
10	61,18	61,44	61,08	60,59	61,01
Вариант 12					
1	57,36	57,32	57,32	56,51	57,26
2	56,74	57,19	56,50	56,57	57,01
3	56,65	56,68	56,53	57,44	57,04
4	56,76	57,33	57,35	56,99	57,02
5	57,25	57,06	56,98	56,72	57,18
6	57,42	57,37	57,45	56,55	56,53
7	56,67	57,09	57,11	57,27	56,60
8	56,58	56,54	56,69	57,20	56,82
9	57,18	56,58	57,12	56,93	56,89
10	56,99	56,68	57,26	56,58	56,84
Вариант 13					
1	78,74	79,19	79,32	79,04	79,31
2	78,97	79,22	78,61	79,48	78,54
3	78,86	79,44	79,03	78,55	78,64
4	78,95	79,02	78,86	79,11	79,45
5	78,87	78,78	79,24	79,33	78,98
6	78,89	78,94	78,84	79,32	79,47
7	79,50	78,68	78,67	78,67	78,62
8	78,97	79,43	78,77	79,33	78,75
9	79,17	79,03	79,02	79,17	78,65
10	78,61	79,43	78,77	78,95	79,05
Вариант 14					
1	78,81	79,35	79,31	79,49	79,00
2	79,42	79,15	78,89	78,94	78,88
3	78,53	79,27	78,65	79,32	78,55
4	79,22	79,37	79,26	79,05	79,22
5	78,80	79,44	78,84	78,94	79,29
6	78,64	78,79	78,62	79,15	78,58
7	78,63	78,69	78,71	78,86	79,37
8	78,79	78,52	79,44	79,24	78,78
9	78,75	78,91	78,95	79,37	79,18
10	78,96	79,11	78,97	79,19	79,28
Вариант 15					
1	69,25	68,87	68,65	69,16	68,64
2	69,42	69,44	69,29	68,86	68,63
3	69,46	69,32	69,26	68,64	68,66
4	69,41	68,87	68,81	69,46	69,45

Номер наблюдения	Уровни фактора A				
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
5	69,19	69,28	68,90	69,11	68,55
6	69,19	68,54	68,59	68,60	68,69
7	69,37	68,98	69,44	68,60	68,65
8	69,28	68,76	68,50	69,48	68,94
9	69,03	69,36	68,97	69,43	69,07
10	69,44	68,56	69,14	69,36	69,39