МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра управления качеством, метрологии и сертификации

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
________________ О.Г. Локтионова
«____» ________________ 2018 г.

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Методические указания к выполнению практической работы по курсу «Системный анализ» по направлению подготовки 27.04.01 Стандартизация и метрология, профиль «Метрологические и контрольно-измерительные системы»

Курск 2018

Составители: В.В. Куц, Н.А. Масалов

УДК 519.6

Рецензент
Доктор технических наук, профессор *Е.В. Агеев*

Принятие решений в условиях неопределенности : методические указания к выполнению практической работы по курсу «Системный анализ» по направлению подготовки 27.04.01 Стандартизация и метрология, профиль «Метрологические и контрольно-измерительные системы» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: В.В. Куц, Н.А. Масалов. - Курск, 2018. - 8 с.: табл. 2.

Содержат методические указания к выполнению практической работы по курсу «Системный анализ» у студентов, обучающихся по направлению подготовки 27.04.01 Стандартизация и метрология, профиль «Метрологические и контрольно-измерительные системы».

В методических указаниях излагаются цели, задание, теоретические сведения, необходимые для проведения практической работы, а также порядок её выполнения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 7.02.18. Формат 60x84 1/16.
Усл.печ.л. 0,47 .Уч.-изд.л 0,42. Тираж 100 экз. Заказ 908 Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

1. Учебные вопросы, подлежащие рассмотрению:
- Основные типы неопределенности в задачах принятия решений
- Принятие решений в условиях риска
- Принятие решений в условиях неопределённости
- Принятие решений в конфликтных ситуациях
- Стохастические задачи принятия решений

2. Методические рекомендации по подготовке к занятию.

Перед выполнением задания необходимо изучить теоретические вопросы принятия

решений в детерминированных задачах, и задачах многокритериальной оптимизации,

основанные на принципе Парето. Разобраться в содержании методов преодоления

неопределённостей при выборе решений из Парето – оптимального множества решений.

3 Задача принятия решений в условиях неопределённости

От задачи принятия решения в условиях риска, данная задача отличается тем, что неизвестны вероятности состояний среды, т. е. неизвестны функции распределения потерь для каждой альтернативы.

Для преодоления возникающей проблемы необходимо сформулировать гипотезы о состоянии среды, позволяющие получить для каждой альтернативы числовую оценку полезности решения (потери) и по этой информации осуществить выбор, соответствующий этому гипотетическому состоянию. В простейшем случае множество X альтернатив и множество Y состояний среды - конечные множества и целевую функцию можно задать таблицей (матрицей Q), строки которой соответствуют какой либо альтернативе, а столбцы – состоянию среды. Тогда элемент $q_{i,j}$ матрицы Q – оценка эффективности альтернативы с номером i, соответствующая состоянию среды с номером j. Матрицу Q называют платёжной матрицей или матрицей потерь.

Для принятия решения необходимо для каждой стратегии ввести оценку, соответствующую какому либо критерию выбора. Чаще всего используют один из следующих четырёх критериев.

Критерий Лапласа основан на принципе равновозможности вариантов состояния среды и применяется, когда невозможно отдать предпочтение ни одному из них. Оценка альтернативы с номером i принимается равной среднему арифметическому элементов строки платёжной матрицы с этим же номером

$$L(i) = \frac{1}{m}\sum_{j=0}^{m-1} q_{i,j} \, .$$

Например, пусть дана матрица

$$U = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 & 3 & 7 & 1 \\ 6 & 3 & 1 & 1 & 9 & 1 \\ 0 & 5 & 5 & 1 & 4 & 0 \\ 7 & 4 & 8 & 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Критерий Лапласа для этой матрицы равен

$$L = \begin{pmatrix} 3 \\ 3.5 \\ 2.5 \\ 6 \end{pmatrix} \qquad \max(L) = 6$$

Любые две альтернативы сравнимы между собой по критерию Лапласа: лучшая альтернатива имеет большую (меньшую) оценку, а оптимальная - максимальную (минимальную) оценку. Недостатки этого критерия связаны с эффектом сглаживания отдельных оценок при вычислении критерия.

Критерий Вальда основан на принципе минимакса (максимина). Минимакс – значение функции $f(x,y)$, которое она принимает, когда сначала выбирается максимум по y из множества Y, а затем – минимум по x из множества X.

Оценка альтернативы с номером i в соответствии с критерием Вальда выполняется по одной из формул

$$W(i) = \begin{cases} \min\limits_{i} \max\limits_{j} q_{i,j}, \\ \max\limits_{i} \min\limits_{j} q_{i,j} \end{cases} \tag{2}$$

Выбор одной из этих формул зависит от цели. Первая формула позволяет выбрать стратегию с наименьшими максимальными потерями, а вторая - с наибольшими минимальными потерями. Например, для матрицы U

$$U = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 6 & 2 & 7 & 4 \\ 0 & 5 & 5 & 7 & 6 & 7 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 7 & 5 \\ 2 & 0 & 7 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

найдём

$$MaxUi = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix} \quad MinmaxU = 7 \qquad MinUi = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad MaxminU = 2$$

Содержательный смысл критерия Вальда состоит в том, что при его использовании выбранная стратегия обеспечивает или минимум максимально возможных потерь (*minmax)*, или максимум минимально возможных доходов *(maxmin)*.

Критерий Гурвица основан на задании для любой альтернативы с номером строки i субъективной вероятности α наибольших (А) и (1-α) наименьших (а) потерь, вычислении по этим данным значения

$$H(i) = \alpha A_i + (1-\alpha)a_i \tag{3}$$

и выборе альтернативы с экстремальным значением H.

Например, при α=0.5

$$U = \begin{pmatrix} 7 & 7 & 9 & 5 & 2 & 7 \\ 3 & 6 & 0 & 2 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 4 & 6 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix} \qquad H = \begin{pmatrix} 5.5 \\ 3.5 \\ 5 \\ 3.5 \end{pmatrix} \qquad \max H = 5.5$$

Критерий Гурвица учитывает только наилучший и наихудший исходы. Это обстоятельство относят к недостаткам данного критерия, как и субъективность определения значения α.

Критерий Сэвиджа основан на вычислении максимальной утерянной выгоды при различных вариантах действий, и выборе того варианта действий, который минимизирует максимальную утерянную выгоду. Матрица U преобразуется в матрицу R утерянной выгоды по правилу

$$r_{i,j} = \max_j U_{i,j} - U_{i,j} \tag{4}$$

Например,

$$U = \begin{pmatrix} 7 & 7 & 9 & 5 & 2 & 7 \\ 3 & 6 & 0 & 2 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 4 & 6 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix} \qquad r = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 4 & 7 & 2 \\ 4 & 1 & 7 & 5 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 2 & 2 & 0 & 5 \end{pmatrix} \qquad \max r = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \min\max r = 2$$

Оптимальной по критерию Сэвиджа считается альтернатива минимизирующая утерянную выгоду

$$S(i) = \min_i(\max_j q_{i,j} - q_{i,j}). \tag{5}$$

Рассмотрим пример. Пусть требуется из четырёх вариантов (A_1, A_2, A_3, A_4) выбрать проект технологии. Последствия, связанные с выбором, зависят от некоторого множества неопределённых факторов, которые определяют состояние среды. Пусть определено четыре варианта (B_1 , B_2, B_3, B_4) состояний среды. Эффективность выбора, какого либо варианта при различных состояниях среды определяется платёжной матрицей

Таблица 4. Платежная матрица

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	7	5	1	10
A_2	5	2	8	4
A_3	1	3	4	12
A_4	8	5	1	10

Какой вариант является оптимальным? Рассмотрим решение этой задачи при помощи рассмотренных критериев.

Таблица 5. Оптимальные варианты решения

	$L(i)$	$W(i)$	$H_{\alpha}(i)$, $\alpha = 1/2$	$S(i)$
X_1	23 / 4	1	11 / 2	**7**
X_2	19 /4	**2**	10 / 2	8
X_3	20 / 4	1	**13 / 2**	**7**
X_4	**24 / 4**	1	11 / 2	**7**

Оптимальные по каждому критерию варианты в таблице выделены жирным шрифтом. Для разных критериев получаем разные оптимальные решения. Это обусловлено тем, что критерии основываются на различных гипотезах о состоянии среды. Использование той или иной гипотезы снимает неопределённость, но гипотеза это лишь предположение, которое не обязательно совпадает с истинным состоянием среды.

Поэтому, если позволяют обстоятельства, рекомендуется рассмотреть весь диапазон возможных состояний среды и составить представление об эффективности решений в этом диапазоне. Решение оптимальное для заданного диапазона состояний среды называется локально оптимальным. Совокупность локально оптимальных решений для всего диапазона состояний среды и даёт представление об эффективности решения и её зависимости от состояния среды. Совершенно очевидно, что неопределённость при этом сохраняется. Поэтому неразумно предъявлять к точности решения слишком высокие требования и лучше вместо строго оптимального решения выделить область приемлемых решений, которые оказываются несущественно хуже оптимального, и в пределах этой области произвести окончательный выбор.

Варианты к заданию «Принятие решений в условиях неопределённости»

Номер варианта	Задание	Номер варианта	Задание
1	$U = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 3 & 0 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$	11	$U = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 4 & 6 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 6 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 2 & 0 & 5 & 1 \\ 6 & 1 & 5 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$
2	$U = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 6 & 5 & 5 \\ 3 & 3 & 1 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 6 & 5 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$	12	$U = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 1 & 7 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 5 & 7 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$
3	$U = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 & 2 & 7 & 1 \\ 5 & 7 & 6 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 7 & 5 & 6 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 5 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$	13	$U = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 4 & 3 & 2 & 2 \\ 5 & 5 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 6 & 4 & 2 & 6 \\ 5 & 6 & 3 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$
4	$U = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 7 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & 8 & 1 & 6 & 4 & 6 \\ 4 & 1 & 3 & 8 & 2 & 5 \\ 0 & 8 & 0 & 8 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$	14	$U = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 6 & 6 & 1 & 7 \\ 7 & 6 & 1 & 3 & 6 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 & 0 & 7 \\ 5 & 7 & 5 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$
5	$U = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 & 7 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 3 & 3 & 3 \\ 7 & 6 & 6 & 5 & 7 & 6 \\ 4 & 6 & 3 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$	15	$U = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 7 & 0 & 4 & 2 \\ 6 & 0 & 0 & 5 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 7 & 3 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & 6 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$
6	$U = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 4 & 6 & 3 \\ 5 & 2 & 1 & 6 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 6 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$	16	$U = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 & 2 & 3 & 4 \\ 6 & 4 & 0 & 5 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 0 & 2 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 5 & 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$
7	$U = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 6 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 3 & 1 & 6 \\ 6 & 2 & 6 & 3 & 4 & 3 \\ 4 & 4 & 6 & 5 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$	17	$U = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 0 & 8 & 7 & 5 \\ 3 & 4 & 2 & 7 & 3 & 8 \\ 1 & 7 & 4 & 1 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 5 & 8 & 5 \end{pmatrix}.$
8	$U = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 3 & 5 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 6 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$	18	$U = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 2 & 0 & 7 & 5 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 6 & 6 & 1 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 3 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$
9	$U = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 6 & 4 & 5 & 0 \\ 6 & 2 & 4 & 6 & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 6 & 6 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$	19	$U = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 5 & 3 & 5 & 3 \\ 3 & 7 & 2 & 5 & 3 & 3 \\ 5 & 2 & 4 & 5 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 4 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$
10	$U = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 & 5 & 2 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 1 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 4 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 2 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$	20	$U = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 5 & 5 & 2 & 0 \\ 7 & 3 & 6 & 4 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 5 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 5 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$