

УДК 519.6

Составители: В.В. Куц, М.С. Разумов

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *А.О. Гладышкин*

Проверка нормальности распределения согласно критерию Пирсона : методические указания к проведению практических и лабораторных занятий / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: В.В. Куц, М.С. Разумов. – Курск, 2018. 15 с.: табл. 1.

Содержат сведения по вопросам проверки нормальности распределения согласно критерию Пирсона. Указывается порядок выполнения практического занятия, подходы к решению и правила оформления.

Методические рекомендации соответствуют требованиям программы, утвержденной учебно-методическим объединением по специальности автоматизированного машиностроительного производства (УМОАМ).

Предназначено для студентов направлений 15.04.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» профиль «Технология машиностроения» дневной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 07.02.18 г. Формат 60x84 1/16.

Усл.печ.л. 0,9. Уч.-изд.л. 0,8. Тираж 40 экз. Заказ. 879 Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1. Цель работы: Получить практические и теоретические навыки по проверки нормальности распределения результатов измерения при большом числе измерений $n > 50$.

2. Задание: Произвести более 50 измерений заданной физической величины. Проверить гипотезу о нормальности распределения полученных результатов наблюдений согласно критерию Пирсона (критерию χ^2).

3. Краткие теоретические положение

Проверка нормальности распределения согласно критерию χ^2 сводится к следующему.

1. *Данные наблюдений группируют по интервалам.*

Весь диапазон полученных результатов наблюдений $X_{max} - X_{min}$ разделяют на r интервалов шириной $\Delta X_i = (X_{max} - X_{min})/r$, ($i=1, 2, \dots, r$) и подсчитывают частоты, m_i , равные числу результатов, лежащих в каждом i -м интервале, т. е. меньших или равных его правой и больших левой границы. Число r интервалов выбирается в зависимости от числа наблюдений согласно следующим рекомендациям табл. 1:

Таблица 1

n	r
40—100	7—9
100—500	8—12
500—1000	10—16
1000—10000	12—22

Отношения

$$P_i^* = \frac{m_i}{n} \quad (1)$$

где n – общее число наблюдений, называются **частотами** и представляют собой статистические оценки вероятностей попадания результата наблюдений в i -й интервал. Распределение частот по интервалам образует статистическое распределение результатов наблюдений.

Если разделить частоту на длину интервала, то получим величины

$$p_i^* = \frac{1}{\Delta X_i} P_i^* = \frac{m_i}{n \Delta X_i} \quad (2)$$

являющиеся оценками средней плотности распределения в интервале ΔX_i .

Если в некоторые интервалы попадает меньше пяти наблюдений, то такие интервалы объединяют с соседними. При этом число степеней свободы k уменьшается на единицу.

2. Вычисляют среднее арифметическое \bar{X}

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

и точечную оценку среднего квадратического отклонения результата наблюдений s_X

$$s_X = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2},$$

которые принимают в качестве параметров теоретического нормального распределения с плотностью $p_X(X)$.

3. Для каждого интервала находят вероятности попадания в

них результатов наблюдений приближенно как произведение плотности теоретического распределения в середине интервала на его длину:

$$P_i \approx p_X\left(\frac{X_i + X_{i+1}}{2}\right)\Delta X_i.$$

4. Для каждого интервала вычисляют величину меры расхождения χ_i^2 ($i=1,2,\dots,r$)

$$\chi_i^2 = \frac{(m_i - nP_i)^2}{nP_i}$$

и суммируют их по всем i , в результате чего получают меру расхождения χ_k^2

$$\chi_k^2 = \sum_{i=1}^r \frac{n}{P_i} (P_i^* - P_i)^2 = \sum_{i=1}^r \frac{(m_i - nP_i)^2}{nP_i} = \sum_{i=1}^r \chi_i^2.$$

5. Определяют число степеней свободы $k=r-3$ и, задаваясь уровнем значимости $q=1-\alpha$, находят по табл. 5 приложения значения $\chi_{k; \frac{1}{2}q}^2$

и $\chi_{k; 1-\frac{1}{2}q}^2$. Если $\chi_{k; \frac{1}{2}q}^2 < \chi_k^2 \leq \chi_{k; 1-\frac{1}{2}q}^2$, то распределение результатов наблюдений считают нормальным.

4. Порядок выполнения работы

1. На основании исходных данных, в соответствии со своим вариантом (табл. 6 приложения), заполнить табл. 2 приложения.

2. Рассчитать параметры данного распределения, *среднее ариф-*

метическое \bar{X} и точечную оценку среднего квадратического отклонения результата наблюдений s_x .

3. Заполнить таблицу 3 приложения расчетными значениями. Плотность нормированного распределения $p(t_i)$ выбрать из табл. 4 приложения по рассчитанным значениям нормированное отклонение от среднего арифметического t_i .

4. Рассчитать меру расхождения χ_k^2

5. Задаваясь уровнем значимости $q=0,1$ и рассчитанной величиной степени свободы k найти из табл. 5 приложения значения $\chi_{k; \frac{1}{2}q}^2$ и

$$\chi_{k; 1 - \frac{1}{2}q}^2.$$

6. Сделать вывод о нормальности распределения данных результатов наблюдений.

Список литературы

1. Бурдун Г.Д., Макаров Б.Н. Основы метрологии. Учебное пособие для вузов. Издание третье, переработанное – М.: Изд-во стандартов, 1985, 256 с. ил.
2. ГОСТ 8.207 «ГСИ. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений.»

ПРИЛОЖЕНИЯ

Таблица 2.

Результаты измерений

Номер измерения	Результат измерения
1	
·	
·	
n	

Таблица 3.

Результаты расчетов

Номер интервала i	Средина интервала X_i	Частота m_i	Отклонение от среднего $X_i - \bar{X}$	Нормированное отклонение от среднего арифметического $t_i = \frac{X_i - \bar{X}}{S_X}$	Плотность нормированного распределения $p(t_i)$	Плотность в серединах интервалов $p(X_i) = \frac{p(t_i)}{S_X}$	Теоретическая частота $nP_i = n\Delta X_i \cdot p(X_i)$	Отклонение χ^2_i
1								
·								
·								
r								

$n =$ $\Delta X =$ $\bar{X} =$ $S_X =$

$k =$ $\chi_k^2 =$

Дифференциальная функция нормированного нормального распределения

t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	t
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973	0,0
0,1	3970	3965	3861	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918	0,1
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825	0,2
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697	0,3
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538	0,4
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352	0,5
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144	0,6
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920	0,7
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685	0,8
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444	0,9
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203	1,0
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965	1,1
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736	1,2
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518	1,3
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315	1,4
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127	1,5
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957	1,6
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804	1,7
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669	1,8
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551	1,9
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449	2,0
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0388	0379	0371	0363	2,1
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290	2,2
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229	2,3
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180	2,4
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139	2,5
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107	2,6
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081	2,7
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061	2,8
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046	2,9
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034	3,0
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025	3,1
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018	3,2
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013	3,3
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009	3,4
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006	3,5
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004	3,6
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003	3,7
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002	3,8
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001	3,9

Таблица 5

Интегральная функция χ^2 - распределения Пирсона.Значения $\chi^2_{k;p}$ для различных значений k и P

k	P												
	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99
1	0,000157	0,000628	0,00393	0,0158	0,0642	0,148	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635
2	0,02	0,04	0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	7,824	9,21
3	0,115	0,185	0,352	0,584	1,005	1,424	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	9,837	11,345
4	0,297	0,429	0,711	1,064	1,649	2,195	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	11,668	13,277
5	0,554	0,752	1,145	1,61	2,343	3	4,351	6,064	7,289	9,236	11,07	13,388	15,086
6	0,872	1,134	1,635	2,204	3,07	3,828	5,348	7,231	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812
7	1,239	1,564	2,167	2,833	3,822	4,671	6,346	8,383	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475
8	1,647	2,032	2,733	3,49	4,594	5,527	7,344	9,524	11,03	13,362	15,507	18,168	20,09
9	2,088	2,532	3,325	4,168	5,38	6,393	8,343	10,656	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666
10	2,558	3,059	3,94	4,865	6,179	7,267	9,342	11,781	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209
11	3,053	3,609	4,575	5,578	6,989	8,148	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	22,618	24,725
12	3,571	4,178	5,226	6,304	7,807	9,034	11,34	14,011	15,812	18,549	21,026	24,054	26,217
13	4,107	4,765	5,892	7,041	8,634	9,926	12,34	15,119	16,985	19,812	22,362	25,471	27,688
14	4,66	5,368	6,571	7,79	9,467	10,821	13,339	16,222	18,151	21,064	23,685	26,873	29,141
15	5,229	5,985	7,261	8,547	10,307	11,721	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578
16	5,812	6,614	7,962	9,312	11,152	12,624	15,338	18,418	20,465	23,542	26,296	29,633	32
17	6,408	7,255	8,672	10,085	12,002	13,531	16,338	19,511	21,615	24,769	27,587	30,995	33,409
18	7,015	7,906	9,39	10,865	12,857	14,44	17,338	20,601	22,76	25,989	28,869	32,346	34,805
19	7,633	8,567	10,117	11,651	13,716	15,352	18,338	21,689	23,9	27,204	30,144	33,687	36,191
20	8,26	9,237	10,851	12,443	14,578	16,266	19,337	22,775	25,038	28,412	31,41	35,02	37,566
21	8,897	9,915	11,591	13,24	15,445	17,182	20,337	23,858	26,171	29,615	32,671	36,343	38,932
22	9,542	10,6	12,338	14,041	16,314	18,101	21,337	24,939	27,301	30,813	33,924	37,659	40,289
23	10,196	11,293	13,091	14,848	17,187	19,021	22,337	26,018	28,429	32,007	35,172	38,968	41,638
24	10,856	11,992	13,848	15,659	18,062	19,943	23,337	27,096	29,553	33,196	36,415	40,27	42,98
25	11,524	12,697	14,611	16,473	18,94	20,867	24,337	28,172	30,675	34,382	37,652	41,566	44,314
26	12,198	13,409	15,379	17,292	19,82	21,792	25,336	29,246	31,795	35,563	38,885	42,856	45,642
27	12,878	14,125	16,151	18,114	20,703	22,719	26,336	30,319	32,912	36,741	40,113	44,14	46,963
29	14,256	15,574	17,708	19,768	22,475	24,577	28,336	32,461	35,139	39,087	42,557	46,693	49,588

k	P												
	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99
30	14,953	16,306	18,493	20,599	23,364	25,508	29,336	33,53	36,25	40,256	43,773	47,962	50,892
31	15,655	17,042	19,281	21,434	24,255	26,44	30,336	34,598	37,359	41,422	44,985	49,226	52,191
32	16,362	17,783	20,072	22,271	25,148	27,373	31,336	35,665	38,466	42,585	46,194	50,487	53,486
33	17,073	18,527	20,867	23,11	26,042	28,307	32,336	36,731	39,572	43,745	47,4	51,743	54,775
34	17,789	19,275	21,664	23,952	26,938	29,242	33,336	37,795	40,676	44,903	48,602	52,995	56,061
35	18,509	20,027	22,465	24,797	27,836	30,178	34,336	38,859	41,778	46,059	49,802	54,244	57,342
36	19,233	20,783	23,269	25,643	28,735	31,115	35,336	39,922	42,879	47,212	50,998	55,489	58,619
37	19,96	21,542	24,075	26,492	29,635	32,053	36,336	40,984	43,978	48,363	52,192	56,73	59,893
38	20,691	22,304	24,884	27,343	30,537	32,992	37,335	42,045	45,076	49,513	53,384	57,969	61,162
39	21,426	23,069	25,695	28,196	31,441	33,932	38,335	43,105	46,173	50,66	54,572	59,204	62,428
40	22,164	23,838	26,509	29,051	32,345	34,872	39,335	44,165	47,269	51,805	55,758	60,436	63,691
41	22,906	24,609	27,326	29,907	33,251	35,813	40,335	45,224	48,363	52,949	56,942	61,665	64,95
42	23,65	25,383	28,144	30,765	34,157	36,755	41,335	46,282	49,456	54,09	58,124	62,892	66,206
43	24,398	26,159	28,965	31,625	35,065	37,698	42,335	47,339	50,548	55,23	59,304	64,116	67,459
44	25,148	26,939	29,787	32,487	35,974	38,641	43,335	48,396	51,639	56,369	60,481	65,337	68,71
45	25,901	27,72	30,612	33,35	36,884	39,585	44,335	49,452	52,729	57,505	61,656	66,555	69,957
46	26,657	28,504	31,439	34,215	37,795	40,529	45,335	50,507	53,818	58,641	62,83	67,771	71,201
47	27,416	29,291	32,268	35,081	38,708	41,474	46,335	51,562	54,906	59,774	64,001	68,985	72,443
48	28,177	30,08	33,098	35,949	39,621	42,42	47,335	52,616	55,993	60,907	65,171	70,197	73,683
49	28,941	30,871	33,93	36,818	40,534	43,366	48,335	53,67	57,079	62,038	66,339	71,406	74,919
50	29,707	31,664	34,764	37,689	41,449	44,313	49,335	54,723	58,164	63,167	67,505	72,613	76,154
51	30,475	32,459	35,6	38,56	42,365	45,261	50,335	55,775	59,248	64,295	68,669	73,818	77,386
52	31,246	33,256	36,437	39,433	43,281	46,209	51,335	56,827	60,332	65,422	69,832	75,021	78,616
53	32,019	34,055	37,276	40,308	44,199	47,157	52,335	57,879	61,414	66,548	70,993	76,223	79,843
54	32,793	34,856	38,116	41,183	45,117	48,106	53,335	58,93	62,496	67,673	72,153	77,422	81,069
55	33,571	35,659	38,958	42,06	46,036	49,055	54,335	59,98	63,577	68,796	73,311	78,619	82,292
56	34,35	36,464	39,801	42,937	46,955	50,005	55,335	61,031	64,658	69,919	74,468	79,815	83,514
57	35,131	37,27	40,646	43,816	47,876	50,956	56,335	62,08	65,737	71,04	75,624	81,009	84,733
58	35,914	38,078	41,492	44,696	48,797	51,906	57,335	63,129	66,816	72,16	76,778	82,201	85,95
59	36,698	38,888	42,339	45,577	49,718	52,858	58,335	64,178	67,894	73,279	77,93	83,391	87,166
60	37,485	39,699	43,188	46,459	50,641	53,809	59,335	65,226	68,972	74,397	79,082	84,58	88,379

Таблица 6

№	№ варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	201,576	86,114	19,046	158,772	80,915	181,724	135,073	62,720	43,996	40,701
2	201,561	86,127	19,000	158,755	80,917	181,722	135,086	62,721	43,975	40,690
3	201,558	86,117	19,055	158,807	80,956	181,725	135,082	62,707	44,003	40,734
4	201,570	86,126	19,001	158,805	80,956	181,713	135,073	62,731	43,990	40,729
5	201,562	86,134	19,015	158,779	80,948	181,718	135,080	62,711	43,998	40,703
6	201,555	86,079	19,033	158,802	80,949	181,724	135,088	62,737	43,996	40,691
7	201,588	86,171	18,979	158,792	80,944	181,718	135,083	62,701	43,971	40,714
8	201,566	86,106	19,037	158,791	80,948	181,721	135,071	62,735	43,994	40,697
9	201,544	86,064	19,050	158,806	80,974	181,724	135,085	62,712	43,992	40,739
10	201,570	86,127	19,016	158,789	80,941	181,726	135,082	62,723	43,993	40,742
11	201,559	86,121	19,080	158,829	80,943	181,723	135,091	62,699	43,989	40,723
12	201,571	86,123	19,001	158,789	80,934	181,725	135,091	62,715	43,999	40,746
13	201,557	86,124	19,072	158,756	80,934	181,734	135,082	62,705	43,999	40,721
14	201,561	86,119	19,024	158,777	80,931	181,726	135,088	62,731	43,991	40,718
15	201,569	86,140	19,042	158,768	80,926	181,723	135,087	62,734	43,983	40,720
16	201,564	86,138	19,018	158,791	80,949	181,726	135,085	62,721	43,976	40,726
17	201,570	86,132	19,012	158,810	80,958	181,721	135,076	62,715	43,995	40,749
18	201,564	86,099	19,013	158,802	80,968	181,724	135,089	62,694	43,985	40,664
19	201,578	86,132	19,002	158,782	80,954	181,720	135,083	62,726	43,974	40,746
20	201,577	86,114	19,040	158,821	80,952	181,718	135,085	62,702	44,004	40,712
21	201,582	86,131	19,034	158,773	80,933	181,721	135,088	62,729	43,984	40,742
22	201,570	86,105	18,996	158,761	80,916	181,722	135,083	62,725	43,988	40,733
23	201,564	86,124	19,027	158,807	80,968	181,720	135,083	62,715	44,007	40,708
24	201,603	86,115	19,036	158,785	80,955	181,721	135,080	62,715	43,994	40,736
25	201,556	86,120	19,033	158,815	80,966	181,721	135,075	62,749	43,987	40,706
26	201,560	86,106	19,040	158,771	80,926	181,722	135,084	62,735	44,001	40,735
27	201,575	86,145	19,035	158,793	80,955	181,716	135,077	62,705	43,993	40,692
28	201,546	86,112	19,033	158,782	80,923	181,726	135,089	62,691	43,979	40,707
29	201,578	86,140	19,017	158,767	80,950	181,730	135,073	62,747	43,989	40,698
30	201,546	86,073	19,054	158,784	80,936	181,720	135,084	62,737	43,980	40,706
31	201,567	86,116	19,008	158,798	80,956	181,724	135,089	62,710	44,007	40,681
32	201,574	86,130	19,007	158,825	80,943	181,720	135,079	62,718	43,992	40,736
33	201,580	86,135	18,980	158,796	80,935	181,720	135,089	62,735	43,997	40,751
34	201,568	86,115	19,015	158,775	80,916	181,718	135,074	62,722	43,990	40,713
35	201,563	86,121	19,023	158,785	80,924	181,726	135,078	62,730	43,982	40,711
36	201,561	86,100	19,032	158,796	80,963	181,716	135,076	62,752	43,981	40,683
37	201,586	86,127	19,041	158,740	80,923	181,733	135,076	62,728	43,987	40,719
38	201,562	86,132	19,030	158,784	80,929	181,725	135,085	62,712	44,004	40,772
39	201,590	86,124	19,029	158,784	80,923	181,726	135,079	62,730	43,985	40,733

№ варианта										
№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
40	201,540	86,095	19,014	158,798	80,945	181,718	135,075	62,712	43,981	40,725
41	201,565	86,118	19,054	158,800	80,947	181,722	135,091	62,716	44,008	40,729
42	201,557	86,098	19,035	158,788	80,958	181,719	135,085	62,714	44,015	40,678
43	201,565	86,130	19,037	158,808	80,934	181,714	135,081	62,703	44,004	40,731
44	201,580	86,119	18,987	158,768	80,951	181,722	135,069	62,766	43,964	40,732
45	201,554	86,128	19,032	158,803	80,954	181,719	135,089	62,714	44,010	40,702
46	201,574	86,142	18,997	158,792	80,948	181,725	135,088	62,721	44,007	40,720
47	201,562	86,133	19,045	158,766	80,923	181,727	135,084	62,724	43,997	40,704
48	201,557	86,112	19,028	158,810	80,978	181,719	135,073	62,712	43,985	40,719
49	201,561	86,094	19,007	158,819	80,982	181,711	135,080	62,731	43,991	40,745
50	201,551	86,100	19,010	158,784	80,943	181,722	135,080	62,733	44,002	40,715

№ варианта										
№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	139,752	125,290	118,606	56,888	189,731	119,778	125,777	189,498	73,219	42,442
2	139,751	125,266	118,602	56,931	189,690	119,714	125,788	189,513	73,237	42,435
3	139,749	125,234	118,612	56,881	189,620	119,730	125,803	189,511	73,252	42,431
4	139,749	125,261	118,611	56,901	189,673	119,683	125,799	189,554	73,218	42,439
5	139,751	125,258	118,602	56,894	189,648	119,703	125,803	189,461	73,251	42,451
6	139,750	125,251	118,609	56,950	189,630	119,730	125,718	189,545	73,207	42,439
7	139,751	125,264	118,608	56,893	189,684	119,714	125,785	189,539	73,214	42,443
8	139,751	125,302	118,607	56,902	189,645	119,694	125,823	189,503	73,205	42,449
9	139,753	125,291	118,599	56,907	189,639	119,732	125,751	189,539	73,207	42,451
10	139,752	125,280	118,598	56,886	189,626	119,741	125,785	189,529	73,246	42,437
11	139,750	125,261	118,604	56,904	189,575	119,651	125,743	189,481	73,205	42,444
12	139,750	125,278	118,608	56,903	189,694	119,712	125,773	189,592	73,236	42,449
13	139,753	125,297	118,599	56,898	189,612	119,696	125,733	189,488	73,236	42,453
14	139,751	125,297	118,606	56,944	189,569	119,704	125,774	189,552	73,227	42,449
15	139,750	125,268	118,598	56,932	189,660	119,708	125,745	189,606	73,239	42,434
16	139,749	125,291	118,608	56,934	189,665	119,756	125,781	189,550	73,208	42,438
17	139,748	125,274	118,602	56,929	189,656	119,701	125,778	189,540	73,206	42,425
18	139,748	125,235	118,602	56,945	189,594	119,659	125,730	189,541	73,208	42,447
19	139,754	125,260	118,609	56,933	189,674	119,679	125,801	189,550	73,267	42,441
20	139,749	125,260	118,602	56,907	189,628	119,731	125,745	189,568	73,236	42,444
21	139,747	125,275	118,603	56,911	189,670	119,734	125,789	189,522	73,261	42,450
22	139,750	125,276	118,606	56,889	189,690	119,688	125,764	189,510	73,187	42,451
23	139,750	125,270	118,603	56,942	189,638	119,682	125,748	189,548	73,221	42,425
24	139,749	125,270	118,598	56,939	189,600	119,738	125,760	189,488	73,216	42,446
25	139,749	125,253	118,601	56,933	189,618	119,712	125,742	189,581	73,250	42,446

№ варианта										
№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
26	139,745	125,260	118,605	56,910	189,687	119,691	125,785	189,493	73,224	42,428
27	139,751	125,267	118,611	56,910	189,665	119,706	125,759	189,598	73,257	42,439
28	139,748	125,236	118,605	56,914	189,620	119,746	125,749	189,538	73,209	42,439
29	139,751	125,291	118,600	56,943	189,634	119,723	125,738	189,546	73,247	42,445
30	139,750	125,250	118,607	56,899	189,582	119,740	125,769	189,555	73,223	42,432
31	139,750	125,277	118,598	56,934	189,589	119,700	125,804	189,533	73,234	42,435
32	139,748	125,312	118,598	56,881	189,664	119,672	125,817	189,548	73,237	42,429
33	139,752	125,264	118,600	56,883	189,592	119,708	125,819	189,519	73,226	42,442
34	139,751	125,267	118,599	56,934	189,725	119,677	125,735	189,502	73,227	42,441
35	139,749	125,282	118,601	56,887	189,590	119,732	125,703	189,523	73,250	42,448
36	139,751	125,292	118,599	56,920	189,679	119,759	125,736	189,577	73,209	42,427
37	139,747	125,256	118,610	56,876	189,657	119,688	125,759	189,489	73,239	42,445
38	139,749	125,280	118,609	56,896	189,637	119,717	125,763	189,510	73,236	42,424
39	139,750	125,243	118,603	56,888	189,599	119,718	125,755	189,526	73,250	42,432
40	139,748	125,267	118,599	56,928	189,633	119,700	125,785	189,522	73,198	42,449
41	139,751	125,260	118,608	56,867	189,660	119,703	125,784	189,506	73,194	42,440
42	139,748	125,255	118,606	56,932	189,587	119,734	125,732	189,604	73,244	42,446
43	139,752	125,299	118,593	56,909	189,602	119,747	125,759	189,499	73,250	42,429
44	139,751	125,276	118,604	56,947	189,671	119,686	125,835	189,562	73,234	42,441
45	139,752	125,247	118,613	56,940	189,615	119,697	125,743	189,567	73,221	42,450
46	139,748	125,278	118,607	56,933	189,655	119,746	125,785	189,515	73,216	42,423
47	139,749	125,281	118,596	56,941	189,592	119,734	125,759	189,580	73,207	42,448
48	139,750	125,255	118,610	56,900	189,614	119,720	125,787	189,494	73,214	42,441
49	139,749	125,287	118,605	56,923	189,660	119,693	125,707	189,547	73,257	42,432
50	139,747	125,310	118,605	56,937	189,668	119,710	125,817	189,512	73,249	42,440