Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Чернецкая Ирина Евгеньевна
Должность: Заведующий кафедрой
Дата подписания: 28.02.2023 09:42:50
Уникальный программный ключ:
bdf214c64d8a381b0782ea566b0dce05e3f5ea2d

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
«Юго-Западный государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Заведующей кафедрой
«Вычислительная техника»
__________ И.Е. Чернецкая
«31» 08 2022 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

«Нелинейные модели в задачах цифровой экономики»

09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Курск 2022

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

1.1 Вопросы для устного опроса

Раздел (тема) дисциплины: Основные понятия математического моделирования

- 1. Математическое моделирование и его этапы.
- 2. Содержание этапов математического моделирования.
- 3. Этапы построения математической модели.
- 4. Понятие объекта и ее схемы замещения.
- 5. Адекватность математической модели.
- 6. Пример построения математической модели при заданной схеме замещения.
- 7. Содержание этапов реализации математической модели.
- 8. Пример реализации математической модели объекта.
- 9. Математические модели в физике, технике, экономике
- 10 Применение цифровых технологий в задачах экономики и при моделировании экономических систем.

Раздел (тема) дисциплины: Нелинейные математические модели: динамическая система как основная математическая модель естествознания

- 1. Определение динамической системы. Роль теории устойчивости и бифуркаций в изучении динамических явлений.
- 2. Дифференциальные уравнения и точечные отображения– математические модели динамических процессов.
- 3. Автономные дифференциальные уравнения и основные свойства.
- 4. Понятие орбиты (траектории) автономного уравнения. Определение потенциальной функции и особые траектории автномных дифференциальных уравнений.

- 5. Устойчивость состояний равновесия скалярных автономных уравнений. Автономное управнение на цилиндре.
- 6. Простейшие бифуркации состояний равновесия автономных дифференциальных уравнений: транскритическая и касательная бифуркации; вилообразная бифуркация .
- 7. Двупараметрические бифуркации состояний равновесия автономных уравнений на окружности.
- 8. Неавтономные дифференциальные уравнения на цилиндре и торе.
- 9. Свойства решений неавтономных дифференциальных уравнении на цилиндре и торе.
- 10. Точечные отображения автономных и неавтономных дифференциальных уравнений.

Раздел (тема) дисциплины: Введение в нелинейную динамику

- 1. Элементы теории линейной устойчивости динамических систем с непрерывным временем.
- 2. Одномерные отображения. Определение гомоеморфизмоа, диффеоморфизмов и эндоморфизмов. Определение орбиты дискретной динамический системы.
- 3. Неподвижные/периодические точки. Орбиты неподвижных/периодических точек. Графическое итерирование одномерных отображений.
- 4. Устойчивость неподвижных/периодических точек. Критерии локальной устойчивости. Понятие гиперболических неподвижных/периодических точек.
- 5. Устойчивость негиперболических неподвижных/периодических точек.
- 6. Понятие мультипликатора неподвижных/периодических точек.
- 7. Касательная бифуркация.
- 8. Транскритическая бифуркация.
- 9. Вилообразная бифуркация.
- 10. Бифуркация удвоения периода.

- 11. Понятие о бифуркациях граничного столкновения в моделях экономики.

Раздел (тема) дисциплины: Математическое моделирование нелинейных явлений в экономике

- 1. Нелинейные функции Калдора для инвестиций и сбережений.
- 2. Модели экономического роста и бизнес циклов.
- 3. Нелинейная динамика экономических циклов.
- 4. Бифуркационные явления и хаос в моделях экономики.
- 5. Двумерные отображения, возникающие при моделировании в экономике.
- 6. Элементы теории устойчивости и бифуркаций двумерных отображений. Треугольник устойчивости.
- 7. Бифуркации в двумерных отображениях: седло-узловая бифуркация, бифуркация удвоения периода, бифуркация Неймарка-Сакера.
- 9. Бифуркации в двумерных негладких отображениях.
- 10. Нелокальные бифуркации, мультистабильность, кризисы хаотических аттракторов в моделях экономики

Шкала оценивания: балльная

Критерии оценки

Оценка **«6 баллов»** выставляется обучающемуся, если он демонстрирует глубокое знание содержания вопроса, дает точные определения основных понятий, аргументированно и логически стройно излагает учебный материал, иллюстрирует свой ответ актуальными примерами (типовыми и нестандартными), в том числе самостоятельно найденными, не нуждается в уточняющих и (или) дополнительных вопросах преподавателя.

Оценка **«4 балла»** выставляется обучающемуся, если он владеет содержанием вопроса, но допускает некоторые недочеты при ответе, допускает незначительные неточности при определении основных понятий, недостаточно аргументированно и (или) логически стройно излагает учебный материал, иллюстрирует свой ответ типовыми примерами.

Оценка **« 3 балла»** выставляется обучающемуся, если он освоил основные положения контролируемой темы, но недостаточно четко дает определение основных понятий и дефиниций, затрудняется при ответах на дополнительные вопросы, приводит недостаточное количество примеров для иллюстрирования своего ответа, нуждается в уточняющих и (или) дополнительных вопросах преподавателя.

Оценка **« 0 баллов»** выставляется обучающемуся, если он не владеет содержанием вопроса или допускает грубые ошибки, затрудняется дать основные определения, не может привести или приводит неправильные примеры, не отвечает на уточняющие и (или) дополнительные вопросы преподавателя или допускает при ответе на них грубые ошибки.

2 КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

2.1 ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

- 1. Математическое моделирование и его этапы.
- 2. Содержание этапов математического моделирования.
- 3. Этапы построения математической модели.
- 4. Что такое динамическая система? Динамические системы с непрерывным и дискретным временем.
- 5. Определение орбиты отображений и векторного поля.
- 6. Определения неподвижной/периодической точки.
- 7. Линейная устойчивость состояний равновесия автономных дифференциальных уравнений.
- 8. Бифуркауии состояний равновесия автономных дифференциальных уравнений.
- 9. Устойчивость неподвижных точек линейного отображения.
- 10. Локальная устойчивость неподвижных/периодических точек нелинейного отображенния
    - 10.1 Определение гиперболической и негиперболической непожвижной точки.

  - 10.2. Мультипликатор неподвижной/периодической точки.
  - 10.3 Устойчивость гиперболической неподвижной точки.
  - 10.4 Устойчивость негиперболических неподвижных точек.
- 11. Введение в теорию бифуркаций одномерных отображений
  - 11.1. Касательная бифуркация (fold).
  - 11.2. Вилообразная бифуркация (pitchfork).
  - 11.3. Транскритическая бифуркация (transcritical).
  - 11.5. Бифуркация удвоения периода (flip или period-doubling).
- 11. Нелинейные функции Калдора для инвестиций и сбережений.
- 12. Модели экономического роста и бизнес циклов.
- 13. Нелинейная динамика экономических циклов.
- 14. Бифуркационные явления и хаос в моделях экономики.
- 15. Двумерные отображения, возникающие при моделировании в экономике.
- 16. Неподвижные/периодические точки двумерных отображений.
- 17. Анализ локальной (линейной) устойчивости неподвижных/периодических точек двумерных отображений.
- 18. Критерии линейной устойчивости. Треугольних устойчивости.
- 19. Бифуркации граничного столкновения, нелокальные бифуркации в моделях экономики.
- 20. Элементы локальных бифуркаций в двумерных отображениях:

2.2 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1.Найдите состояние равновесия x_* дифференциального уравнения

$$\dot{x} = ax + 1.$$

- (а) $x_* = 1/a$.
- (б) $x_* = -1/a$.

- (в) $x_* = 1/(1-a)$.

2. Определите устойчивость состояния равновесия

$$\dot{x} = -x.$$

- (а) Устойчива.
- (б) Неустойчива.
- (в) Нейтральна.

3. Определите устойчивость негиперболической неподвижной точки x_* отображения

$$x_{k+1} = 1 - 0.25x_k^2.$$

4. Определите характер переходного процесса в линейном отображении

$$x_{k+1} = -0.75x_k - 1.$$

- (а) переходный процесс затухает монотонно:
- (б) переходный процесс затухает колебательно:
- (в) наблюдаются незатухающие колебания.

5. Точка $x_0 \in \mathbb{R}$ отображения $x \mapsto F(x)$ является m-периодической, если

- (а)

$$F(x_0) - x_0 = 0 \quad F^m(x_0) \neq x_0.$$

- (б)

$$F(x_0) - x_0 = 0 \quad F^m(x_0) = x_0.$$

- (в)

$$F(x_0) - x_0 \neq 0 \quad F^m(x_0) = x_0.$$

.

Здесь

$$F^m x_0) = \underbrace{F(F(\dots F(x_0)\dots))}_{m \text{ раз}}.$$

6. Какая бифуркация реализуется в отображении

$$x_{k+1} = F(x_k), \quad F(x) = \begin{cases} a_{\mathcal{L}}x + \mu, & x \leqslant 0; \\ a_{\mathcal{R}}x + \mu, & x \geqslant 0, \end{cases}$$

если $a_{\mathcal{L}} = 1.5$ и $a_{\mathcal{R}} = -0.75$?

7. Дано отображение

$$x_{k+1} = F(x_k), \quad F(x) = \mathrm{e}^{\lambda}(x-1) + \mathrm{e}^{\lambda(1-z)}, \quad \varphi(z,x) = x + \frac{q}{\alpha}z - q = 0.$$

Найдите первую производную $F'(x)$ для расчета мультипликатора неподвижной точки.

8. Пусть дано отображение $x_{k+1} = f(x_k)$, имеющее неподвижную точку x_* с мультипликатором $f'(x_*) = -1$. Чему равна $F''(x_*)$, где $F(x) = f(f(x))$?

9. Для отображения

$$x_{k+1} = F(a, x_k), \quad F(a,x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}} = a \cdot x^{\gamma} & , \quad 0 < x < 1; \\ F_{\mathcal{R}} = \dfrac{a \cdot x}{1 + \theta \cdot (x-1)} & , \quad x \geqslant 1, \end{cases}$$

$$\theta = \gamma^{1-b}, \quad \gamma = 1 - \frac{1}{b}$$

получите нормальную форму в виде кусочно-линейного отображения. Здесь $a > 0$ – варьируемый параметр, $b > 1$ – фиксированный параметр.

10. Определите устойчивость негиперболической неподвижной точки x_* отображения

$$x \mapsto 0.5 - x^2.$$

11. Какая бифуркация реализуется в отображении

$$x_{k+1} = F(x_k), \quad F(x) = \begin{cases} a_{\mathcal{L}} x + \mu, & x \leqslant 0; \\ a_{\mathcal{R}} x + \mu, & x \geqslant 0, \end{cases}$$

если $a_{\mathcal{L}} = 0.25$ и $a_{\mathcal{R}} = -0.25$?

12. Дано отображение

$$x_{k+1} = F(x_k), \quad F(x) = \mathrm{e}^{\lambda}(x-1) + 2\mathrm{e}^{\lambda(1-z)} - 1, \quad \varphi(z,x) = q - x - \frac{q}{\alpha}(z - 0.5) = 0.$$

Получите уравнение для расчета неподвижной точки.

13. Для двумерного отображения

$$x_{k+1} = y_k; \quad y_{k+1} = a - bx_k - y_k^2$$

найдите неподвижные точки, след и определитель матрицы Якоби как функции параметров a и b.

14. Какая бифуркация реализуются в точке $a = 3.0$ в отображении $x \mapsto ax(1-x)$?

- (а) Касательная.
- (б) Транскритическая.
- (в) Удвоения периода.
- (г) Вилообразная.
- (д) Никакая.

15. Найдите линию бифуркации седло-узел для отображения

$$x_{k+1} = a - x_k^2 - by_k; \quad y_{k+1} = x_k$$

в форме явной зависмости от параметрв a и b.

16. Определите устойчивость неподвижной точки отображения

$$x_{k+1} = F(x_k), \quad F(x) = \begin{cases} 0.4x + 2, & x \leqslant 0; \\ -1.1x + 2, & x \geqslant 0. \end{cases}$$

17. Как ведет себя орбита точки x_0 отображения

$$x_{k+1} = -0.4x_k + 1?$$

18. Найдите неподвижные точки и отвечающие им мультипликаторы для отображения

$$x_{k+1} = 1 - ax_k^2.$$

19. Определите устойчивость негиперболической неподвижной точки x_* отображения

$$x \mapsto 2x - x^3.$$

20. Какая бифуркация реализуется в отображении

$$x_{k+1} = \mathrm{e}^{-x_k} - \lambda,$$

при $\lambda = 1.0$?

21. Дано отображение

$$x_{k+1} = \lambda x_k(1 - x_k).$$

Найдите преобразование, которое приводит это отображение к виду

$$x_{k+1} = \lambda - x_k^2.$$

22. Дано неавтономное дифференциальное уравнение

$$\dot{x} = x^2 - \cos^2(2\pi t) - 2\pi \sin(2\pi t),$$

периодическое рашение которого $\varphi(t,0,1) = \cos(2\pi t)$. Чему равна неподвижная точка отображения, отвечаюшщая периодическому решению $\varphi(t,0,1) = \cos(2\pi t)$?

23. Какая бифуркация реализуются при $a = 3.5$ в отображении $x \mapsto a(x - x^2)$?

24. Найдите линию бифуркации удвоения периода для отображения

$$x_{k+1} = a - x_k^2 - by_k; \quad y_{k+1} = x_k$$

в форме явной зависмости от параметров a и b.

25. Определите устойчивость неподвижной точки отображения

$$x_{k+1} = F(x_k), \quad F(x) = \begin{cases} 0.5x - 1, & x \leqslant 0; \\ -1.2x - 1, & x \geqslant 0. \end{cases}$$

26. Найдите неподвижную точку и отвечающий ей мультипликатор для отображения

$$x_{k+1} = a - x_k^2$$

Используя этот результат, найдите точку бифуркации удвоения периода. Определите устойчивость неподвижной точки при бифуркационном значении параметра?

27. Определите устойчивость негиперболической неподвижной точки x_* отображения

$$x \mapsto 2x - x^3.$$

28. Дано отображение

$$x_{k+1} = F(x_k), \quad F(x) = \mathrm{e}^{\lambda}(x-1) + 2\mathrm{e}^{\lambda(1-z)} - 1, \quad \varphi(z,x) = q - x - \frac{q}{\alpha}(z - 0.5) = 0.$$

Найдите первую производную $F'(x)$ для расчета мультипликатора неподвижной точки.

29. Для двумерного отображения

$$x_{k+1} = y_k; \quad y_{k+1} = 1 - ax_k^2 + by_k$$

найдите неподвижные точки, след τ и определитель δ матрицы Якоби как функции параметров a и b.

30. Найдите линию бифуркации удвоения периода для отображения

$$x_{k+1} = a - x_k^2 - by_k; \quad y_{k+1} = x_k$$

в форме явной зависмости от параметрв a и b.

31. Какова скорость завершения переходного процесса в зависимости от величины мультипликатора $F'(x_*)$ устойчивой неподвижной точки x_* отображения $x \mapsto F(x)$?

- (а) Чем величина $|F'(x_*)|$ ближе к 1, тем выше скорость завершения переходного процесса.
- (б) Чем величина $|F'(x_*)|$ ближе к 1, тем ниже скорость завершения переходного процесса.
- (в) Скорость завершения переходного не зависит от величины $F'(x_*)$.

32. Пусть дано отображение $x_{k+1} = f(x_k)$, имеющее неподвижную точку x_* с мультипликатором $f'(x_*) = -1$. Чему равна $F'''(x_*)$, где $F(x) = f(f(x))$?

33. Какая бифуркация реализуются в точке $a = 1.0$ в отображении $x \mapsto ax(1 + x^2) \equiv F(a, x)$?

- (а) Касательная.
- (б) Транскритическая.
- (в) Удвоения периода.
- (г) Вилообразная.

34. Оцените число итераций k (дискретное время), за которое изображающая точка попадет в окрестность неподвижной точки x_* линейного отображения $x_{k+1} = 0.5x_k$ длиной $\Delta = 10^{-p}, \Delta > 0$, если $x_0 = 1.0$? Здесь $p > 1$ –целое число.

35. Найдите неподвижную точку и отвечающий ей мультипликатор для отображения

$$x_{k+1} = \frac{ax_k}{\sqrt{1 + x_k^2}}.$$

Используя этот результат, найдите точку вилообразной бифуркации. Изобразите качественно итерационные диаграммы до, в точке и после бифуркации. Определите устойчивость неподвижной точки при бифуркационном значении параметра.

36. Определите устойчивость негиперболической неподвижной точки x_* отображения

$$x \mapsto -x - x^3.$$

37. Найдите мультипликаторы неподвижных точек x_* отображения

$$x_{k+1} = 3/4 - x_k^2.$$

38. Как ведет себя орбита линейного отображения

$$x_{k+1} = -x_k - 2,$$

начинающаяся в точке $x_0 \in \mathbb{R}$?

39. Для двумерного отображения

$$x_{k+1} = y_k; \quad y_{k+1} = a - bx_k - y_k^2$$

найдите неподвижные точки, след τ и определитель δ матрицы Якоби как функции параметров a и b. Запишите условие седло-узловой бифуркации.

40. Определите устойчивость негиперболической неподвижной точки x_* отображения

$$x \mapsto \frac{1}{2x} - 1 + x.$$

41. Дано отображение

$$x_{k+1} = F(x_k), \quad F(x) = \mathrm{e}^{\lambda}(x-1) + 2\mathrm{e}^{\lambda(1-z)} - 1, \quad \varphi(z, x) = q - 1 - (x-1)\mathrm{e}^{\lambda z} - \frac{q}{\alpha} z = 0.$$

Получите уравнение для расчета неподвижной точки.

42. Пусть дано отображение $x_{k+1} = 2.8x_k(1-x_k)$. Опрелелите знак мультипликатора устойчивой неподвижной точки.

- 1. $f'(x_*) < 0$;
- 2. $f'(x_*) = 0$;
- 3. $f'(x_*) > 0$.

43. Найдите вторую итерацию $F(x) = f(f(x))$ функции $f(x)$, если

$$f(x) = 1 - ax^2.$$

- (а) $F(x) = 1 - a^2 - 2ax^2 + x^4$.
- (б) $F(x) = 1 - a + 2ax^2 - a^2x^4$.
- (в) $F(x) = 1 - a - 2ax^2 + a^2x^4$.

44. Определите гиперболичность и устойчивость неподвижной точки x_* отображения

$$x_{k+1} = -1/4 - x_k^2 \equiv F(x_k).$$

- (а) x_* — негиперболическая с мультипликатором $F'(x_*) = +1$; полуустойчивая.

- (б) x_* — негиперболическая с мультипликатором $F'(x_*) = +1$; устойчивая.
- (в) x_* — негиперболическая с мультипликатором $F'(x_*) = -1$; устойчивая.
- (г) x_* — гиперболическая устойчивая с мультипликатором $|F'(x_*)| < 1$.
- (д) x_* — негиперболическая с мультипликатором $F'(x_*) = -1$; неустойчивая.
- (е) x_* — негиперболическая с мультипликатором $F'(x_*) = +1$; неустойчивая.

45. Для двумерного отображения

$$x_{k+1} = y_k; \quad y_{k+1} = 1 - ax_k^2 + by_k$$

найдите неподвижные точки, след τ и определитель δ матрицы Якоби как функции параметров a и b. Запишите условие бифуркации Неймарка-Сакера.

- 1. $x_* = y_* = -\dfrac{1}{2a}\left(b - 1 \pm \sqrt{(b-1)^2 + 4a}\right)$, $\delta = -b$, $\tau = b - 1 \pm \sqrt{(b-1)^2 + 4a}$. Условие бифуркации Неймарка-Сакера $\delta = 1$.
- 2. $x_* = y_* = \dfrac{1}{2a}\left(1 - b \pm \sqrt{(1-b)^2 + 4a}\right)$, $\delta = b$, $\tau = 1 - b \pm \sqrt{(1-b)^2 + 4a}$. Условие бифуркации Неймарка-Сакера $\delta = 1$;
- 3. $x_* = y_* = -\dfrac{1}{2a}\left(b - 1 \pm \sqrt{(b-1)^2 + 4a}\right)$, $\delta = -b$, $\tau = -b + 1 \pm \sqrt{(b-1)^2 + 4a}$. Условие бифуркации Неймарка-Сакера $1 - \tau + \delta = 0$;

46.Найдите неподвижные точки отображения

$$x_{k+1} = \frac{ax_k}{\sqrt{1 + x_k^2}}.$$

47. Найдите мультипликаторы неподвижных точек x_* отображения

$$x_{k+1} = \frac{4 - x_k^2}{4} \equiv F(x_k).$$

48. Какова скорость завершения переходного процесса в зависимости от величины мультипликатора $F'(x_*)$ устойчивой неподвижной точки x_* отображения $x \mapsto F(x)$?

49. Дано отображение

$$x_{k+1} = F(x_k), \quad F(x) = \mathrm{e}^{\lambda}(x - 1 + \gamma) - \gamma + \mathrm{e}^{\lambda(1-z)}, \quad \varphi(z, x) = x + \frac{q \cdot z}{\alpha} - q = 0.$$

Найдите первую производную $F'(x)$ для расчета мультипликатора неподвижной точки.

- (а)

$$F'(x) = \mathrm{e}^{\lambda} + \gamma + \frac{q \cdot \alpha}{\lambda}\mathrm{e}^{\lambda(1-z)}.$$

- (б)

$$F'(x) = \mathrm{e}^{\lambda} - \gamma + \frac{\lambda \cdot \alpha}{q \cdot \mathrm{e}^{\lambda(1-z)}}.$$

.

- (в)

$$F'(x) = \mathrm{e}^{\lambda} + \frac{\lambda \cdot \alpha}{q}\mathrm{e}^{\lambda(1-z)}.$$

.

50. Дано отображение

$$x_{k+1} = F(x_k), \quad F(x) = \mathrm{e}^{\lambda}(x - 1) + \mathrm{e}^{\lambda(1-z)}, \quad \varphi(z, x) = q - 1 - (x - 1)\mathrm{e}^{\lambda z} - \frac{q}{\alpha}z = 0.$$

Найдите первую производную $F'(x)$ для расчета мультипликатора неподвижной точки.

- (а)

$$F'(x) = \mathrm{e}^{\lambda} - \frac{\lambda \mathrm{e}^{\lambda}}{\lambda \mathrm{e}^{\lambda z}(x - 1) + \dfrac{q}{\alpha}}.$$

- (б)

$$F'(x) = \mathrm{e}^{\lambda} + \frac{\mathrm{e}^{\lambda}}{\lambda \mathrm{e}^{\lambda z}(x-1) - \dfrac{q}{\alpha}}.$$

.

- (в)

$$F'(x) = \mathrm{e}^{\lambda} + \frac{\mathrm{e}^{\lambda}}{\mathrm{e}^{\lambda z}(x-1) + \dfrac{q}{\alpha\lambda}}.$$

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения- 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи. Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по дихотомической шкале следующим образом:

Соответствие 100 бальной и дихотомический шкал

Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по дихотомической шкале
100-85	отлично
84-70	хорошо
69-50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

2.3 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

Компетентностно-ориентированная задача №1.

Рассмотрите простейшую модель бизнес-циклов с побочными эффектами (Business cycles with knowledge spillovers):

$$x_{k+1} = F(x_k),$$
$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = ax + a(1-a), & x < c; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = ax, & x \geqslant c. \end{cases}$$

Найдите симметричные и ассиметричные циклы. Запишите условия их устойчивости.

Компетентностно-ориентированная задача №2.

Нелинейная модель с нормальным спросом и предложением и адаптивной корректировкой производства задается отображением:

$$z_{k+1} = (1-a)z_k + \frac{a}{z_k^b},$$

которое получается из модели

$$x_{k+1} = (1-a)x_k + \frac{a \cdot n}{d \cdot x_k^b},$$

с помощь линейного преобразования $z = S \cdot x$. Найдите это преобразование.

Компетентностно-ориентированная задача №3.

Модель инвентаризации с рациональными ожиданиями задается отображением:

$$x_{k+1} = F(x_k),$$
$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = x + d \cdot c + a - c, & x \leqslant \gamma; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = -\dfrac{b \cdot \beta\, x - a \cdot b \cdot \beta}{d - b(1+\beta)}, & \gamma < x < \gamma_0; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = x - a & x \geqslant \gamma_0. \end{cases}$$

Здесь $a = 0.2$, $b = 0.75$, $= 1$, $d = 1$. Бифуркациронный параметр – β. Найдите неподвижные точки и выполните анализ их устойчивости.

Компетентностно-ориентированная задача №4.

Модель Солоу-Шумпетера роста колебаний (The Solow-Schumpeter model growth of oscillations) задается отображением

$$x_{k+1} = F(x_k),$$
$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = s \cdot A \cdot x^a, & x \leqslant 1; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = \dfrac{s \cdot A \cdot x}{1 + \theta \cdot (x - 1)} & x > 1. \end{cases}$$

Найдите неподвижные точки и определите их устойчивость.

Компетентностно-ориентированная задача №5.

Модель для выявления эндогенных колебаний в денежной экономике задается отображением

$$x_{k+1} = \frac{x_k}{[(1+a)(1-x_k)]^\eta}.$$

Найдите неподвижные точки и исследуйте их устойчивость..

Компетентностно-ориентированная задача №6.

Изобразите фазовый портрет на окружности и выполните анализ устойчивости состояния равновесия скалярного дифференциального уравнения $\dot{x} = 1 - 2\sin\,x$.

Компетентностно-ориентированная задача №7.

Изобразите фазовый портрет на окружности и выполните анализ устойчивости состояния равновесия дифференциального уравнения $\dot{x} = \cos(2x) - \cos\,x$.

Компетентностно-ориентированная задача №8.

Определите состояния равновесия скалярного дифференциального уравнения. Выполните анализ устойчивости гиперболического состояния равновесия и изобразите фазовый портрет.

$$\dot{x} = x\ \sin\ x$$

Компетентностно-ориентированная задача №9.

Определите состояния равновесия скалярного дифференциального уравнения. Выполните анализ устойчивости гиперболического состояния равновесия и изобразите фазовый портрет.

$$\dot{x} = x^2 - x^3.$$

Компетентностно-ориентированная задача №10.

Рассчитайте бифуркационную диаграмму дифференциального уравнения:

$$\dot{x} = \mu - \frac{x^2}{1 + x^2}.$$

Компетентностно-ориентированная задача №11.

Для дифференциального уравнения

$$\dot{x} = \mu - \frac{x^3}{1 + x^3}, \quad x > -1$$

рассчитайте бифуркационную диаграмму.

Компетентностно-ориентированная задача №7.

Для дифференциального уравнения

$$\dot{x} = \mu - \frac{x^2}{(1 + x^2)}$$

рассчитайте бифуркационную диаграмму.

Компетентностно-ориентированная задача №12.

Для дифференциального уравнения

$$\dot{x} = 1 + \mu + 2\mu x - x^3$$

рассчитайте бифуркационную диаграмму.

Компетентностно-ориентированная задача №13.

Изобразите фазовый портрет дифференциального уравнения

$$\dot{x} = -\lambda + 2 + \cos(2x) - 3\cos\, x, \quad 0.0 < \lambda < 6.0.$$

Компетентностно-ориентированная задача №14.
Покажите, орбита отображения

$$x_{k+1} = x_k - \frac{1}{3}(x_k^2 - 3)$$

сходится к $\sqrt{3}$. Сравните скорость сходимости такого алгоритма со скоростью сходимости традиционного алгоритма вычисления $\sqrt{3}$ методом Ньютона.

Компетентностно-ориентированная задача №15.

Найдите значения параметра μ, отвечающие касательной бифуркации и бифуркации удвоения периода неподвижной точки отображения

$$x_{k+1} = \mu - x_k^2.$$

Компетентностно-ориентированная задача №16.

Найдите значение параметра μ для вилообразной бифуркации отображения

$$x_{k+1} = \mu x_k(1 - x_k^2).$$

Изобразите итерационные диаграммы до, в точке и после бифуркации.

Компетентностно-ориентированная задача №17.

Для отображения

$$x_{k+1} = 1 - \mu x_k^2 + y_k; \quad y_{k+1} = \alpha x_k$$

найдите

- ○ уравнение для неподвижных точек;
- ○ матрицу Якоби;
- ○ след τ матрицы Якоби;

- ○ определитель δ матрицы Якоби.

Определите линию бифуркации удвоения периода.

Компетентностно-ориентированная задача №18.

Для отображения

$$x_{k+1} = y_k; \quad y_{k+1} = by_k - ax_k + x_k^2.$$

найдите

- ○ уравнение для неподвижных точек;
- ○ матрицу Якоби;
- ○ след τ матрицы Якоби;
- ○ определитель δ матрицы Якоби.

Определите

- ○ линию седло-узловой (saddle-node, fold) бифуркации;
- ○ линию бифуркации удвоения периода (period-doubling, flip);

Компетентностно-ориентированная задача №19.

Для отображения

$$x_{k+1} = ax_k + y_k; \quad y_{k+1} = bx_k + x_k^3.$$

найдите

- ○ уравнение для неподвижных точек;
- ○ неподвижные точки как функции параметров a, b;
- ○ матрицу Якоби;
- ○ след τ матрицы Якоби;
- ○ определитель δ матрицы Якоби.
- ○ мультпликаторы как функции параметров a, b;

Определите линию седло-узловой бифуркации.

Компетентностно-ориентированная задача №20.

Для отображения

$$x_{k+1} = \alpha x_k + y_k; \quad y_{k+1} = \beta x_k + x_k^3.$$

найдите

- ○ уравнение для неподвижных точек;
- ○ неподвижные точки как функции параметров α, β;
- ○ матрицу Якоби;
- ○ след τ матрицы Якоби;
- ○ определитель δ матрицы Якоби.
- ○ мультпликаторы как функции параметров α, β;

Определите линию бифуркации удвоения периода.

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи (нижеследующие критерии оценки являются примерными и могут корректироваться): 6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени. 4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа). 2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время. 0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.