

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 09.09.2022 11:06:31

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ:
Заведующий кафедрой
высшей математики

 Н.А. Хохлов

«09» декабря 2021 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине

Математический анализ в таможенном деле
(наименование дисциплины)

38.05.02 Таможенное дело,
направленность (профиль) Международное сотрудничество таможенных
администраций
(код и наименование ОПОП ВО)

Курск – 2021

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

1.1 ВОПРОСЫ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА

Раздел (тема) 1 «Введение в математический анализ»

1. Дайте определение множества. Перечислите и опишите операции над множествами.
2. Дайте определение предела функции в точке. В каком случае функция называется бесконечно малой, бесконечно большой? Как связаны бесконечно малые и бесконечно большие величины?
3. Как вычисляется предел функции в точке? Какие правила следует помнить при вычислении пределов? Что такое односторонний предел?
4. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$.
5. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости $\left(\frac{0}{0}\right)$ при отсутствии иррациональности и тригонометрических функций.
6. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости $\left(\frac{0}{0}\right)$ при наличии иррациональности и отсутствии тригонометрических функций.
7. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости $\left(\frac{0}{0}\right)$ при наличии тригонометрических функций.
8. Запишите формулы первого и второго замечательного пределов.
9. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости (1^∞) .
10. Приведите пример использования пределов в экономике.

Раздел (тема) 2 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

11. Дайте определение производной функции $y = f(x)$. Перечислите основные правила дифференцирования.
12. Как найти производную сложной функции?
13. Как найти уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ при известной фиксированной точке $M_0(x_0; y_0)$?
14. Опишите алгоритм исследования поведения графика функции с использованием аппарата производных.
15. Как найти точку максимума (минимума) функции?
16. Как найти наибольшее (наименьшее) значение функции на отрезке?
17. Сформулируйте правило Лопиталя.
18. Дайте определение эластичности спроса (предложения). Как вычислить эластичность спроса (предложения)? В каком случае спрос эластичен, нейтрален и неэластичен относительно цены на товар?
19. Дайте определение средних и предельных издержек. Как их вычислить?

20. Опишите алгоритм нахождения наибольшей прибыли (дохода, налогов и т.п.) с помощью аппарата производных.

Раздел (тема) 3 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

21. Дайте понятие функции двух переменных, функции нескольких переменных.

22. Как вычисляются частные производные первого порядка для функции двух переменных?

23. Сколько различных частных производных 2-го порядка имеет функция от двух переменных? Сформулируйте теорему Шварца.

24. Что такое полный дифференциал?

25. В чём заключается геометрический и функциональный смысл градиента?

26. Какая точка называется стационарной для функции двух переменных?

27. Сформулируйте необходимые условия экстремума функции двух переменных.

28. Сформулируйте достаточные условия экстремума функции двух переменных.

29. Приведите пример использования функции нескольких переменных в экономике.

30. В чём заключается метод наименьших квадратов?

Раздел (тема) 4 «Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения»

31. Дайте определение первообразной и неопределённого интеграла. Перечислите основные свойства неопределённого интеграла.

32. Опишите алгоритмы методов непосредственного интегрирования: использование приёма деления почленно и метода группировки.

33. Опишите варианты замены переменной в неопределённом интеграле.

34. Опишите способы вычисления определённого интеграла.

35. Как с помощью определённого интеграла вычислить площадь плоской фигуры в декартовой системе координат? Как используются интегралы в экономике? Приведите примеры.

36. Дайте определение дифференциального уравнения. Как определить порядок дифференциального уравнения? Дайте определение общего и частного решений дифференциального уравнения.

37. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными: формула и способ решения.

38. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка: формула и способ решения. Уравнения Бернулли.

39. Опишите алгоритм решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

40. Как найти $y_{\text{чн}}$ при решении дифференциального уравнения вида $ay'' + by' + cy = d$, где $d = \text{const}$? Приведите пример использования дифференциальных уравнений в экономике.

Шкала оценивания: балльная.

Критерии оценивания:

5 баллов (или оценка «**отлично**») выставляется обучающемуся, если он принимает активное участие в беседе по большинству обсуждаемых вопросов (в том числе самых сложных); демонстрирует сформированную способность к диалогическому мышлению, проявляет уважение и интерес к иным мнениям; владеет глубокими (в том числе дополнительными) знаниями по существу обсуждаемых вопросов, ораторскими способностями и правилами ведения полемики; строит логичные, аргументированные, точные и лаконичные высказывания, сопровождаемые яркими примерами; легко и заинтересованно откликается на неожиданные ракурсы беседы; не нуждается в уточняющих и (или) дополнительных вопросах преподавателя.

4 балла (или оценка «**хорошо**») выставляется обучающемуся, если он принимает участие в обсуждении не менее 50% дискуссионных вопросов; проявляет уважение и интерес к иным мнениям, доказательно и корректно защищает свое мнение; владеет хорошими знаниями вопросов, в обсуждении которых принимает участие; умеет не столько вести полемику, сколько участвовать в ней; строит логичные, аргументированные высказывания, сопровождаемые подходящими примерами; не всегда откликается на неожиданные ракурсы беседы; не нуждается в уточняющих и (или) дополнительных вопросах преподавателя.

3 балла (или оценка «**удовлетворительно**») выставляется обучающемуся, если он принимает участие в беседе по одному-двум наиболее простым обсуждаемым вопросам; корректно выслушивает иные мнения; неуверенно ориентируется в содержании обсуждаемых вопросов, порой допуская ошибки; в полемике предпочитает занимать позицию заинтересованного слушателя; строит краткие, но в целом логичные высказывания, сопровождаемые наиболее очевидными примерами; теряется при возникновении неожиданных ракурсов беседы и в этом случае нуждается в уточняющих и (или) дополнительных вопросах преподавателя.

2 балла (или оценка «**неудовлетворительно**») выставляется обучающемуся, если он не владеет содержанием обсуждаемых вопросов или допускает грубые ошибки; пассивен в обмене мнениями или вообще не участвует в дискуссии; затрудняется в построении монологического высказывания и (или) допускает ошибочные высказывания; постоянно нуждается в уточняющих и (или) дополнительных вопросах преподавателя.

1.2 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

Раздел (тема) 1 «Введение в математический анализ»

1. Вопрос в закрытой форме.

Даны два множества $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ и $B = \{b, d, e, m, n, p\}$. Найти $A \cap B$.

- 1) $\{a, b, c, d, e, f, m, n, p\}$ 2) $\{a, b, b, c, d, d, e, e, f, m, n, p\}$ 3) $\{b, d\}$
 4) $\{a, c, f\}$ 5) $\{b, d, e\}$

2. Вопрос в открытой форме.

Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$.

3. Вопрос на установление соответствия.

Задание на установление соответствия	Варианты ответов	Правильный ответ
<p>Имеются следующие пределы:</p> <p>1) $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} \right)$</p> <p>2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$</p> <p>3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{25}{2x^3+5}$</p> <p>4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3-4x}$</p>	<p>Установите соответствие.</p> <p>а) неопределённость $\left(\frac{0}{0} \right)$</p> <p>б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty} \right)$</p> <p>в) неопределённость (1^∞)</p> <p>г) 0</p> <p>д) неопределённость $(0 \cdot \infty)$</p>	

Раздел (тема) 2 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

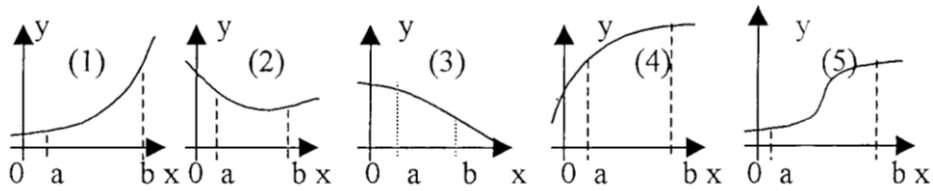
1. Вопрос в закрытой форме.

Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна

- 1) $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$
 4) $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

2. Вопрос в открытой форме.

Укажите, на каком рисунке изображён график функции, для которой в каждой точке отрезка $[a;b]$ выполняются три условия: $y > 0, y' < 0, y'' < 0$.



3. Вопрос на установление последовательности.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению	1) зафиксировать x , вычислить значение функции $f(x)$ 2) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ 3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$ 4) найти предел $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$	

Раздел (тема) 3 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

1. Вопрос в закрытой форме.

Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна

$$1) 1 - \frac{x}{y^2} \quad 2) x - \frac{1}{y^2} + 1 \quad 3) \frac{x}{y^2} \quad 4) 1 - \frac{1}{y^2} \quad 5) -\frac{x}{y^2}$$

2. Вопрос в открытой форме.

Производится два вида товаров в количестве x и y . Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 45$ и $P_2 = 27$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид $C = 6x^2 + 3xy + 3y^2$. Найти максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

Раздел (тема) 4 «Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения»

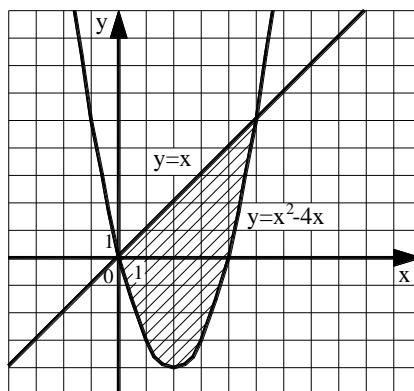
1. Вопрос в закрытой форме.

Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 3 - 8x - \frac{4}{x^2}$?

$$\begin{array}{ll}
 1) F(x) = -8 + \frac{8}{x^3} & 2) F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{8}{x^3} - 2 \\
 3) F(x) = 3x - 4x^2 - \frac{4}{x} - 6 & 4) F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x} \\
 5) F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5 &
 \end{array}$$

2. Вопрос в открытой форме.

Вычислить площадь заштрихованной области.



3. Вопрос на установление соответствия.

Задание на установление соответствия	Варианты ответов	Правильный ответ
<p>Имеются следующие дифференциальные уравнения:</p> <p>1) $y'' + y' - 6y = 0$ 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ 3) $y'' - 10y' + 25y = 0$ 4) $y'' + 25y = 0$</p>	<p>Установите соответствие.</p> <p>а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$</p>	

Шкала оценивания: балльная.

Критерии оценивания:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Предусмотрены защиты, в каждой из которых студент может набрать максимум 10 баллов. Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

- 9, 10 баллов соответствуют оценке «отлично»;
- 7, 8 баллов – оценке «хорошо»;
- 5, 6 баллов – оценке «удовлетворительно»;
- 4 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».

2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

2.1 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Даны два множества $A = \{-5, -2, 1, 4, 7, 10, 13\}$ и $B = \{-4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\}$. Тогда $A \cap B$ имеет вид...
- 1) $\{-4, 0, 2, 6, 8\}$ 2) $\{-5, -4, -2, 0, 1, 2, 4, 6, 7, 8, 10, 13\}$
3) $\{-5, -4, 0, 1, 2, 6, 7, 8, 10, 13\}$ 4) $\{-2, 4\}$ 5) $\{-5, 1, 7, 10, 13\}$
2. Даны два множества $A = \{-2, 3, 8, 13, 18, 23\}$ и $B = \{-3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$. Тогда $A \setminus B$ имеет вид...
- 1) $\{3, 13\}$ 2) $\{-3, -2, -1, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 11, 13, 18, 23\}$
3) $\{-3, -1, 1, 5, 7, 9, 11\}$ 4) $\{-2, 8, 18, 23\}$ 5) $\{-3, -2, -1, 1, 5, 7, 8, 9, 11, 18, 23\}$
3. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 2x^3 - 1}{4x^3 + x}$ равен ...
- 1) ∞ 2) $0,5$ 3) 0 4) $-\infty$ 5) $-0,25$
4. Предел $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 8x^2 + 6}{4x^2 + 7x - 1}$ равен ...
- 1) ∞ 2) 2 3) -2 4) $-\infty$ 5) $-0,75$
5. Предел $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{16 - x^2}{\sqrt{5 - x} - 3}$ равен ...
- 1) 0 2) -48 3) 48 4) -32 5) 32
6. Предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{27 - x^3}$ равен ...
- 1) $\frac{7}{27}$ 2) 0 3) $-\frac{7}{9}$ 4) $-\frac{7}{27}$ 5) $\frac{7}{9}$
7. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3 + 6x}{5 + 4x} \right)^{2x-1}$ равен ...
- 1) 1 2) e^2 3) $\frac{1}{e^2}$ 4) 0 5) ∞
8. Вычислите предел функции в точке $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \sqrt{\cos 2x}}$.
- 1) 1 2) 2 3) 0 4) ∞ 5) $-\infty$
9. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^2(3x)}{\operatorname{tg}(2x^2)}$ равен ...
- 1) $4,5$ 2) $\frac{3}{2}$ 3) 0 4) $\frac{4}{9}$ 5) $\frac{9}{4}$
10. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(6x) - \sin(3x)}{\sin x + \sin(8x)}$ равен ...
- 1) $\frac{1}{3}$ 2) 0 3) $\frac{1}{9}$ 4) $-\frac{1}{3}$ 5) -1

11. Вычислите предел функции в точке $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \sqrt{\cos 2x}}$.

- 1) 1 2) 0 3) 2 4) ∞ 5) $-\infty$

12. Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна...

- 1) $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$
 4) $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

13. Производная функции $y = \frac{x^2}{3} - \frac{2}{x^3} + \sqrt{x^5}$ равна...

- 1) $\frac{x^3}{9} - \frac{6}{x^4} + \frac{5}{2}\sqrt{x^3}$ 2) $\frac{2}{3}x - \frac{6}{x^2} + \frac{5}{2}\sqrt{x^3}$ 3) $\frac{2}{3}x + \frac{6}{x^2} + \frac{5}{2}\sqrt{x^3}$
 4) $\frac{2}{3}x + \frac{6}{x^4} + \frac{5}{2}\sqrt{x^3}$ 5) $\frac{2}{3}x - \frac{6}{x^4} + \frac{5}{2}\sqrt{x}$

14. Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна...

- 1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$
 4) $2x \cdot \sin(2x) - 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 5) $4x \cdot \cos(2x)$

15. Производная функции $y = \frac{\sqrt{2x}}{10x^2 + 3}$ равна...

- 1) $\frac{3 + 50x^2}{\sqrt{2x} \cdot (10x^2 + 3)^2}$ 2) $\frac{10x^2 + 3 - 40\sqrt{2} \cdot x^2}{2\sqrt{x} \cdot (10x^2 + 3)^2}$
 3) $\frac{10x^2 + 3 + 40\sqrt{2} \cdot x^2}{2\sqrt{x} \cdot (10x^2 + 3)^2}$ 4) $\frac{\sqrt{2}}{40x\sqrt{x}}$ 5) $\frac{3 - 30x^2}{\sqrt{2x} \cdot (10x^2 + 3)^2}$

16. Найдите производную функции $y = \frac{e^x}{x}$.

- 1) $-\frac{e^x}{x^2}$ 2) $e^x - 1$ 3) $\frac{e^x(x-1)}{x^2}$ 4) $\frac{e^x(x+1)}{x^2}$ 5) $\frac{e^x}{x^2}$

17. Найдите производную функции $y = \cos^3(x^2 + 2x)$.

- 1) $3\cos^2(x^2 + 2x)(2x + 2)$ 2) $3\cos^2(x^2 + 2x)(-\sin(x^2 + 2x))(2x + 2)$
 3) $3\sin^2(x^2 + 2x)(2x + 2)$ 4) $3\cos^2(x^2 + 2x)\sin(x^2 + 2x)(2x + 2)$
 5) $3\cos(x^2 + 2x)(2x + 2)$

18. Производная функции $y = \ln^5(2x-1)$ равна ...

1) $5\ln^4(2x-1)$

2) $\frac{10\ln^4(2x-1)}{x}$

3) $\frac{10\ln(2x-1)}{2x-1}$

4) $\frac{10 \cdot \ln^4(2x-1)}{2x-1}$

5) $\frac{5\ln^4(2x-1)}{2x-1}$

19. Производная функции $y = \operatorname{ctg}^3(4x)$ равна ...

1) $\frac{12 \cdot \operatorname{ctg}^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

2) $-\frac{12 \cdot \operatorname{ctg}^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

3) $\frac{3 \cdot \operatorname{ctg}^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

4) $-\frac{3 \cdot \operatorname{ctg}^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

5) $\frac{12 \cdot \operatorname{ctg}(4x)}{\sin^2(4x)}$

20. Производная функции $y = 3^{\frac{2x^2}{x+3}}$ равна ...

1) $3^{\frac{2x^2}{x+3}} \cdot \ln 3 \cdot \frac{4x}{(x+3)^2}$

2) $3^{\frac{2x^2}{x+3}} \cdot \ln 3$

3) $3^{\frac{2x^2}{x+3}} \cdot \ln 3 \cdot \frac{2x^2 + 12x}{(x+3)^2}$

4) $3^{\frac{2x^2}{x+3}} \cdot \ln 3 \cdot \frac{6x^2 + 12x}{(x+3)^2}$

5) $3^{\frac{2x^2}{x+3}} \cdot \ln 3 \cdot 4x$

21. Производная функции $y = \sqrt[3]{\ln^5(6x-1)}$ равна ...

1) $\frac{5 \cdot \sqrt[3]{\ln^2(6x-1)}}{18x-3}$

2) $\frac{10 \cdot \ln(6x-1)}{6x-1}$

3) $\frac{10 \cdot \sqrt[3]{\ln^2(6x-1)}}{6x-1}$

4) $\frac{3}{(6x-1)\sqrt{\ln(6x-1)}}$

5) $\frac{1}{(6x-1)\sqrt{\ln(6x-1)}}$

22. Производная функции $y = x^{\operatorname{tg} x}$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$ равна ...

1) 1

2) $\frac{\pi}{2} \cdot \ln \frac{\pi}{4} + 1$

3) $\frac{\pi}{4} \cdot \ln \frac{\pi}{4}$

4) $\frac{\pi}{4} \cdot \ln \frac{\pi}{4} + 1$

5) $\frac{\pi}{2} \cdot \ln \frac{\pi}{4}$

23. Найти точку минимума функции $y = (2x+1)^2 \cdot (x+3) + 4$.

24. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{4\sqrt{x}-3}{x+1}$.

1) 1

2) 4

3) 0,5

4) 0,9

5) 4,5

25. Найти наименьшее значение функции $y = \frac{x^2+49}{x}$ на отрезке $[-9; -1]$.

26. Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке $[a;b]$, если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y < 0$, $y' < 0$, $y'' > 0$.

- 1) график лежит ниже оси OX ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз
- 2) график лежит ниже оси OX ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх
- 3) график лежит ниже оси OX ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх
- 4) график лежит ниже оси OX ; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз
- 5) график лежит выше оси OX ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

27. Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке $[a;b]$, если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y < 0$, $y' > 0$, $y'' > 0$.

- 1) график лежит ниже оси OX ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз
- 2) график лежит ниже оси OX ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх
- 3) график лежит выше оси OX ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх
- 4) график лежит выше оси OX ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз
- 5) график лежит ниже оси OX ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх

28. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна...

- 1) $1 - \frac{x}{y^2}$
- 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$
- 3) $\frac{x}{y^2}$
- 4) $1 - \frac{1}{y^2}$
- 5) $-\frac{x}{y^2}$

29. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = 3x^2y - \frac{y}{x} + 8x$ равна...

- 1) $6x - \frac{y}{x^2} + 8$
- 2) $6xy + \frac{y}{x^2} + 8$
- 3) $3x^2 - \frac{1}{x}$
- 4) $6xy - \frac{x-y}{x^2} + 8$
- 5) $6xy - \frac{y}{x^2} + 8$

30. Направление наибыстрейшего возрастания функции $f(x, y, z) = x + y^2 - 2xyz^3$ в точке $P(1; -2; -1)$ задается вектором...

- 1) $(1; 2; -6)$
- 2) $(3; 8; -12)$
- 3) $(-1; -2; 6)$
- 4) $(-2; -2; -6)$
- 5) $(-3; -2; 12)$

31. Одной из первообразных от функции $y = 2x - 3$ является функция...

- 1) $x^2 - 3 + C$
- 2) 2
- 3) $2x^2 - 3 + C$
- 4) $x^2 - 3x + C$
- 5) $2 - 3x$

32. Одной из первообразных от функции $y = 6 - 2x^2$ является функция...

- 1) $6x - x^3 + 3$
- 2) $6 - \frac{2}{3}x^3 + 1$
- 3) $-4x$
- 4) $-\frac{2}{3}x^3 + 8$
- 5) $6x - \frac{2}{3}x^3 + 4$

33. Интеграл $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ равен...

- 1) $\ln^3 x + C$
- 2) $\frac{\ln^3 x}{3} + C$
- 3) $\ln x + C$
- 4) $2 \ln x + C$
- 5) $-\frac{\ln^3 x}{3x} + C$

34. Найдите неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x}$.

- 1) $\ln|x| \cdot \ln|\arcsin x| + C$ 2) $\ln|x \arcsin x| + C$ 3) $\sqrt{1-x^2} + C$ 4) $\ln|\arcsin x| + C$

35. Найдите неопределенный интеграл $\int x^2(x-2)^{17} dx$.

- 1) $\frac{1}{20}(x-2)^{20} + \frac{4}{19}(x-2)^{19} + \frac{2}{9}(x-2)^{18} + C$ 2) $\frac{1}{54}x^3(x-2)^{18} + C$
 3) $\frac{1}{18}x^2(x-2)^{18} + C$ 4) $\frac{1}{3}x^3(x-2)^{17} + C$

36. Интеграл $\int \sin(5-3x)dx$ равен...

- 1) $-\cos(5-3x) + C$ 2) $\cos(5-3x) + C$ 3) $\frac{1}{3}\cos(5-3x) + C$
 4) $-\frac{1}{3}\cos(5-3x) + C$ 5) $-\frac{1}{5}\cos(5-3x) + C$

37. Интеграл $\int \frac{xdx}{x^2 + 4}$ равен...

- 1) $\frac{\ln|x^2 + 4|}{2} + C$ 2) $2 \cdot \ln|x^2 + 4| + C$ 3) $\frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{2}\right) + C$
 4) $\frac{x}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{2}\right) + C$ 5) $\ln|x^2 + 4| + C$

38. Найдите неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x}$.

- 1) $\ln|x| \cdot \ln|\arcsin x| + C$ 2) $\ln|x \arcsin x| + C$ 3) $\sqrt{1-x^2} + C$ 4) $\ln|\arcsin x| + C$

39. Найдите неопределенный интеграл $\int x^2(x-2)^{17} dx$.

- 1) $\frac{1}{20}(x-2)^{20} + \frac{4}{19}(x-2)^{19} + \frac{2}{9}(x-2)^{18} + C$ 2) $\frac{1}{54}x^3(x-2)^{18} + C$
 3) $\frac{1}{18}x^2(x-2)^{18} + C$ 4) $\frac{1}{3}x^3(x-2)^{17} + C$

40. Интеграл $\int x \cdot (x^2 + 25)^9 dx$ равен...

- 1) $\frac{(x^2 + 25)^{10}}{10} + C$ 2) $\frac{(x^2 + 25)^8}{16} + C$ 3) $\frac{(x^2 + 25)^8}{8} + C$
 4) $\frac{(x^2 + 25)^{10}}{20} + C$ 5) $\frac{(x^2 + 25)^{10}}{500} + C$

41. Интеграл $\int \frac{1-x}{1+x} dx$ равен...

- 1) $-x + 2 \ln|x+1| + C$ 2) $x + 2 \ln|x+1| + C$ 3) $-x + 2 \ln|x-1| + C$
 4) $-x + \ln|x+1| + C$ 5) $x - \ln|x+1| + C$

42. Первообразная функции $f(x)$ имеет вид $F(x) = \frac{\ln x}{x}$. Вычислите

$$\int_1^5 f(x)dx.$$

- 1) $-\frac{24 + \ln 5}{25}$ 2) $\frac{1}{25} \ln 5$ 3) $\frac{1}{5} \ln 5$ 4) 4 5) $\frac{24 + \ln 5}{25}$

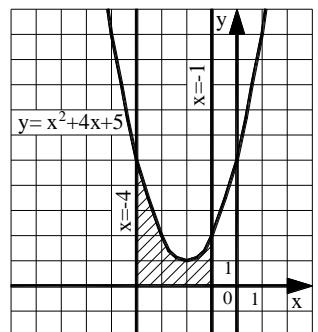
43. Первообразная функции $f(x)$ имеет вид $F(x) = \frac{x}{\ln x}$. Вычислите $\int_e^{e^2} f(x)dx$

- 1) $\frac{1}{4}$ 2) $\frac{e^2 - 2e}{2}$ 3) $\frac{e^2}{2}$ 4) e 5) 0,5

44. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 3x$ и $y = 0$.

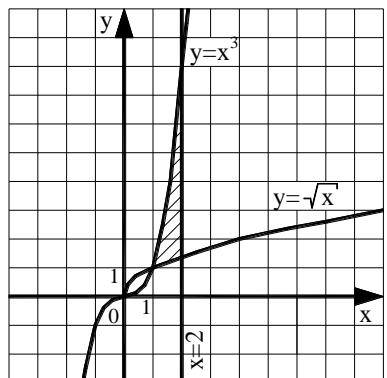
45. Площадь фигуры, изображенной на рисунке, равна...

- 1) $\frac{230}{3}$ 2) 70 3) 16 4) $\frac{100}{3}$ 5) 6



46. Площадь фигуры, изображенной на рисунке, равна...

- 1) 3,5 2) 3,75 3) $\frac{37}{12} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$
 4) $\frac{53}{12} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$ 5) $\frac{14}{3} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$



47. Общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $uy' = x^2$ имеет вид...

- 1) $\ln y = -\frac{1}{x} + C$ 2) $y = \frac{x^3}{3} + C$ 3) $y = x^2 + C$ 4) $\frac{y^2}{2} = \frac{x^3}{3} + C$ 5) $y^2 = x^2 + C$

48. Общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $e^x dx - (e^x + 2) \cdot 4y dy = 0$ имеет вид...

- 1) $\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{\sqrt{2}} = 2y^2 + C$ 2) $\ln |e^x + 2| = C - 2y^2$ 3) $\ln |e^x + 2| = 2y^2 + C$
 4) $e^x \cdot \ln |e^x + 2| = 2y^2 + C$ 5) $\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{\sqrt{2}} = C - 2y^2$

49. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' + 7y' - 8y = 0$ имеет вид...

- 1) $y = C_1 e^{\frac{-7+\sqrt{17}}{2}x} + C_2 e^{\frac{-7-\sqrt{17}}{2}x}$ 2) $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{8x}$
 3) $y = e^x (C_1 \cos(-8x) + C_2 \sin(-8x))$ 4) $y = C_1 e^x + C_2 e^{-8x}$ 5) $y = e^{-8x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$

50. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' - 10y' + 29y = 0$ имеет вид...

- 1) $y = e^{5x} (C_1 \cos(4x) + C_2 \sin(4x))$ 2) $y = C_1 e^{7x} + C_2 e^{3x}$
 3) $y = e^{2x} (C_1 \cos(5x) + C_2 \sin(5x))$ 4) $y = C_1 e^{-7x} + C_2 e^{-3x}$
 5) $y = e^{5x} (C_1 \cos(2x) + C_2 \sin(2x))$

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по дихотомической шкале (для зачёта) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и дихотомической шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	Оценка по дихотомической шкале
100–50	зачтено
49 и менее	не зачтено

Критерии оценивания результатов тестирования:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – **2 балла**, не выполнено – **0 баллов**.

2.2 КОМПЕТЕНТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

Компенентно-ориентированная задача №1

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$

рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентно-ориентированная задача №2

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$

рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентно-ориентированная задача №3

Зависимость количества Q (в шт., $0 \leq Q \leq 30 000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30 000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5 000Q + 3 000 000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. ($0 < t < 15 000$) с каждой произведённой единицей товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5 000Q - 3 000 000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компенентно-ориентированная задача №4

Зависимость количества Q (в шт., $0 \leq Q \leq 50\ 000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 50\ 000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $4\ 000Q + 2\ 000\ 000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. ($0 < t < 25\ 000$) с каждой произведённой единицей товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 4\ 000Q - 2\ 000\ 000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компенентно-ориентированная задача №5

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

Компенентно-ориентированная задача №6

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентно-ориентированная задача №7

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентно-ориентированная задача №8

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить участки роста и убывания прибыли при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентно-ориентированная задача №9

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентно-ориентированная задача №10

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение x единиц первого товара и y единиц второго товара. Задана функция полезности $u(x, y) = 0,5 \cdot \ln(x - 2) + 2 \ln(y - 1)$ и цены $P_1 = 0,2$ и $P_2 = 4$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

Компенентно-ориентированная задача №10

Вычислить на сколько процентов приближённо изменится спрос, описываемый функцией $D = e^{-\sqrt{n+P^2}}$, где n – число производителей товара, P – цена товара, если число производителей товара уменьшится на 1%, а цена возрастёт на 1%. На рынке имеется 7 производителей, цена товара составляет 3 ед.

Компенентно-ориентированная задача №12

Данные о росте индекса Доу-Джонса и росте цены акций (усл. ед.) приведены в таблице:

x	2,0	2,5	3,0	3,1	3,5	3,7	4,3
y (усл. ед.)	4,3	4,6	4,7	4,7	4,9	5,1	4,6

Методом наименьших квадратов найти зависимость вида $y = ax + b$ между ростом цены акций y и ростом индекса x . Вычислить рост цены акции при росте индекса, равном 2,6.

Компенентно-ориентированная задача №13

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$, где x – доля населения, y – доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

Компенентно-ориентированная задача №14

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно k_1 и k_2 . Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

Компенентно-ориентированная задача №15

Найти выражение объёма реализованной продукции $Q = Q(t)$ и его значение при $t = 2$, если известно, что продукция продаётся на конкурентном рынке по цене $P(Q) = 3 - 2Q$, норма акселерации $\frac{1}{l} = 1,5$, норма инвестиций $m = 0,6$, $P(0) = 1$.

Пояснение: полученный на момент времени t доход составит $R(Q) = Q \cdot P(Q)$, часть которого, равная $I(t) = m \cdot P(Q) \cdot Q$, инвестируется в производство при норме инвестиции m . В результате расширения производства (предполагается полная реализация производимой продукции) будет получен прирост дохода, часть которого опять инвестируется для расширения выпуска продукции. Это приведет к росту скорости выпуска (акселерации), причём скорость выпуска пропорциональна увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности l , т.е. $Q'(t) = l \cdot I(t)$, где l^{-1} – норма акселерации.

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по дихотомической шкале (для зачёта) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и дихотомической шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	Оценка по дихотомической шкале
100–50	зачтено
49 и менее	не зачтено

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственное правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.