

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич

Должность: ректор

Дата подписания: 17.05.2023 13:20:58

Уникальный программный ключ:

9ba7d3e34c012eba476ffd2d064cf2781953be730df2374d16f3c0ce536f0fc6

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ

Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:

И.о. зав. кафедрой

высшей математики

(наименование кафедры полностью)



О.А. Бредихина

(подпись)

« 30 » 08 2022 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

для текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине

Математический анализ

(наименование дисциплины)

ОПОП ВО 38.03.01 Экономика

шифр и наименование направления подготовки (специальности)

Курс – 2022

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

1.1 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

Раздел (тема) 1 «Числовые множества. Введение в математический анализ»

Вариант 1 (Т 1)

1. Найти $A \cap B$, если множества A и B заданы перечислением элементов:
 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ и $B = \{b, d, e, m, n, p\}$.

- 1) $\{a, b, c, d, e, f, m, n, p\}$ 2) $\{b, d\}$
3) $\{a, c, f\}$ 4) $\{b, d, e\}$

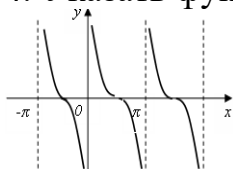
2. Найти $A \cap (B \cup C)$, если $A = (-3; 11]$, $B = [-2; 5]$, $C = (4; 9]$

- 1) $(4; 5]$ 2) $[-2; 9]$ 3) $(-3; 9]$ 4) $(-3; 4) \cup [5; 11]$

3. Найти область определения функции $y = \frac{4}{\sqrt{x} - 2}$

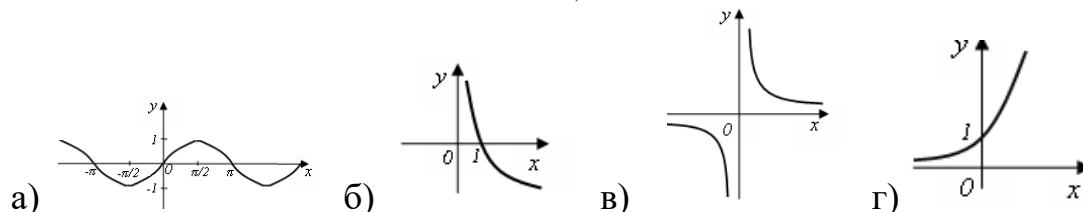
- 1) $(4; +\infty)$ 2) $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$
3) $[0; 4) \cup (4; +\infty)$ 4) $(0; 4) \cup (4; +\infty)$

4. Указать функцию, график которой изображен на рисунке



- 1) $y = \frac{1}{x}$ 2) $y = \frac{1}{x^2}$ 3) $y = x^3$ 4) $y = \operatorname{ctg} x$

5. Указать график функции $y = \log_{0,5} x$



6. Ниже дано определение бесконечно большой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно большой, если _____ существует _____ такой, что если _____, то выполняется условие _____

- I. $|x_n| > \varepsilon$
- II. $n > N(\varepsilon)$
- III. для любого числа $\varepsilon > 0$
- IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

7. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} \right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0} \right)$
2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty} \right)$
3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$	в) неопределённость (1^∞)
4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0 \cdot \infty)$
	д) неопределённость $(\infty + \infty)$

8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^4 - 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$.

9. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x} \right)^x$ равен ...

- 1) e 2) e^3 3) $3/e$ 4) 1

10. Бесконечно малые в точке x_0 функции $f(x)$ и $g(x)$ называются эквивалентными бесконечно малыми, если

- 1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ 2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ 3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$ 4) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$

Вариант 2 (Т 1)

1. Даны два множества $A = \{-2, 3, 8, 13, 18, 23\}$, $B = \{-3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$.

Найти $A \setminus B$.

- 1) $\{-3, -2, -1, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 11, 13, 18, 23\}$ 2) $\{-2, 8, 18, 23\}$
 3) $\{-3, -2, -1, 1, 5, 7, 8, 9, 11, 18, 23\}$ 4) $\{-3, -1, 1, 5, 7, 9, 11\}$

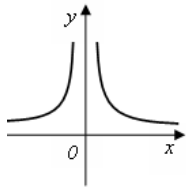
2. Даны числовые промежутки $A = [3; 5)$ и $B = [0; 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

1) $A \cap B$	а) $[0; 5]$
2) $A \cup B$	б) \emptyset
3) $A \setminus B$	в) $(3; 5)$
4) $B \setminus A$	г) $[3; 5]$
	д) $\{3\}$

3. Найти область определения функции $y = \frac{\ln(x+1)}{x-4}$

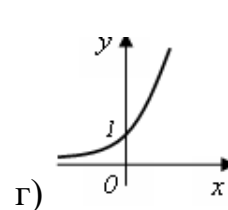
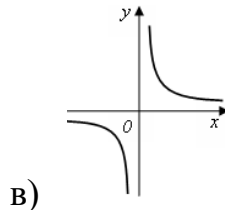
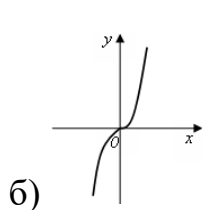
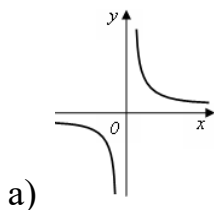
- 1) $(4; +\infty)$ 2) $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$
3) $(0; 4) \cup (4; +\infty)$ 4) $(-1; 4) \cup (4; +\infty)$

4. Указать функцию, график которой изображен на рисунке



- 1) $y = \frac{1}{x}$ 2) $y = \frac{1}{x^2}$ 3) $y = x^3$ 4) $y = \text{ctg } x$

5. Указать график функции $y = x^3$



6. Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если _____ существует _____ такой, что если _____, то выполняется условие _____

- I. $|x_n| < \varepsilon$
II. $n > N(\varepsilon)$
III. для любого числа $\varepsilon > 0$
IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+8}{3x+5} \right)^{6-9x}$.

8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{5 - 5x^2}$.

9. Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{2x} \right)^x$ равен

- 1) e 2) 0 3) $3/e$ 4) 1

10. Если функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$ – бесконечно малые в точке a , то бесконечно малыми в точке a обязательно являются функции

- 1) $f(x) + g(x)$ 2) $f(x) \cdot g(x)$ 3) $f(x)^{g(x)}$ 4) $f(x)/g(x)$

Раздел (тема) 2 «Дифференциальное исчисление функции одной»

Вариант 1 (Т 2)

1. Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна

- 1) $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$
 3) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 4) $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

2. Производная функции $f(x) = \cos^3(x^2 + 2x)$ равна

- 1) $3 \cos^2(x^2 + 2x)(2x + 2)$ 2) $3 \cos^2(x^2 + 2x)(-\sin(x^2 + 2x))(2x + 2)$
 3) $3 \sin^2(x^2 + 2x)(2x + 2)$ 4) $3 \cos^2(x^2 + 2x) \sin(x^2 + 2x)(2x + 2)$

3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению	1) зафиксировать x , вычислить значение функции $f(x)$ 2) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ 3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$ 4) найти предел $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$	

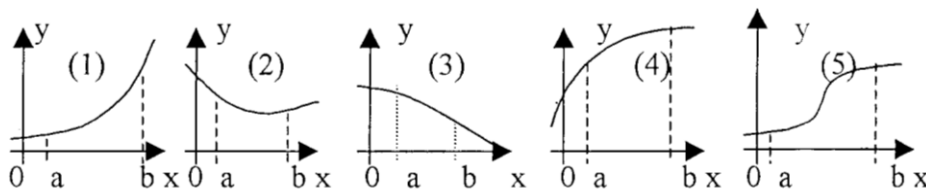
4. Производная функции $y = x^x$

1) $y' = \frac{x^{x+1}}{x+1}$ 2) $y' = x^x$ 3) $y' = x^x \ln x$ 4) $y' = x^x(1 + \ln x)$

5. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y' .

1) $y = \sin(\ln x)$	1) логарифмическое дифференцирование
2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$	2) табличная производная
3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$	3) производная неявно заданной функции
4) $y = 5^x$	4) производная произведения
	5) производная сложной функции

6. Укажите, на каком рисунке изображён график функции, для которой в каждой точке отрезка $[a; b]$ выполняются три условия: $y > 0, y' < 0, y'' < 0$.



7. Найти коэффициент k касательной $y = kx + b$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ в точке $x_0 = 2$.

8. Найти точку минимума функции $y = (2x + 1)^2 \cdot (x + 3) + 4$.

9. Найти наименьшее значение функции $y = \frac{x^2 + 49}{x}$ на отрезке $[-9; -1]$.

10. Выручка R от продажи некоторого товара определяется по формуле $R(Q) = 150Q - 0,2Q^2$, где Q – объём проданной продукции (тыс. ед.). Найти предельную выручку, если продано 120 тыс. ед.

Вариант 2 (Т 2)

1. Найти производную y' функции $y = \operatorname{tg}^2 5x$

1) $y' = \frac{2 \operatorname{tg} 5x}{\cos^2 5x}$ 2) $y' = 2 \operatorname{tg} 5x$ 3) $y' = \frac{10}{\cos^2 5x}$ 4) $y' = \frac{10 \operatorname{tg} 5x}{\cos^2 5x}$

2. Найти значение производной y'_x при $t = 1$, если функция задана

параметрически:
$$\begin{cases} x = t + \frac{t^3}{3} \\ y = \operatorname{arctg} t \end{cases}$$

3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$	1) найти производные обеих частей равенства 2) прологарифмировать обе части равенства 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции 4) воспользоваться свойством $\ln a^b = b \cdot \ln a $ 5) заменить y исходной функцией	

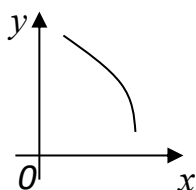
4. Пусть $y(x)$ задана неявно: $y = x + \ln y$, тогда $y'(x)$ равна _____

- 1) $\frac{y}{y-1}$ 2) $\frac{y}{y+1}$ 3) $1 + \frac{1}{y}$ 4) $\frac{y-1}{y}$

5. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y' .

1) $y = \sqrt[3]{x}$	1) логарифмическое дифференцирование
2) $y = (\lg x)^x$	2) табличная производная
3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$	3) производная неявно заданной функции
4) $y = e^{6x}$	4) производная произведения
	5) производная сложной функции

6. По графику функции $y = f(x)$, представленному на рисунке, определить знак y' и y'' .



1) $y' < 0, y'' > 0$

2) $y' > 0, y'' < 0$

3) $y' < 0, y'' < 0$

4) $y' > 0, y'' > 0$

7. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 5\sqrt[3]{x} + 4\sqrt{x}$ в точке $x = 1$

8. Точка минимума функции $y = \frac{e^x}{x}$

- 1) 0 2) 1 3) e 4) нет точки минимума

9. Длина промежутка убывания функции $y = (x+1)(x-2)^2$

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

10. Функции долговременного спроса D и предложения S от цены P на мировом рынке нефти имеют, соответственно, вид $D = 30 - 0,9P$ и $S = 1,2P + 16$. Найти эластичность спроса в точке равновесной цены.

Раздел (тема) 3 «Неопределенный интеграл»

Вариант 1 (Т 3)

1. Найти первообразная функции $f(x) = \sin \frac{x}{2} + x + 1$, график которой проходит через $M(0; 4)$

1) $\cos \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} + x + 6$

2) $2 \cos \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} + 2$

3) $-2 \cos \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} + x + 6$

4) $2 \cos \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} + x + 6$

2. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$

1) $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 4x + C$

2) $\frac{1}{4} \operatorname{tg} 2x + C$

3) $-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} x + C$

4) $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 2x + C$

3. Установите соответствие между интегралами и их значениями

1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$	а) $\frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + c$
2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$	б) $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$
3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	в) $\operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + c$
4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	г) $\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$
	д) $\ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + c$

4. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 - 9}}$

1) $\frac{1}{6} \arcsin 2x + C$

2) $\frac{1}{6} \arcsin \frac{2x}{3} + C$

3) $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{2x+3}{2x-3} \right| + C$

4) $\frac{\ln \left| 2x + \sqrt{4x^2 - 9} \right|}{2} + C$

5. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{\cos x}{\sqrt{5 - 2 \sin x}} dx$

1) $\sqrt{5 - 2 \sin x} + C$

2) $2 \ln |5 - 2 \sin x| + C$

3) $-\sqrt{5 - 2 \sin x} + C$

4) $2\sqrt{5 - 2 \sin x} + C$

6. Указать равенства, которые являются верными

1) $\int dF(x) = f(x)$

2) $\int (f_1(x) \cdot f_2(x)) dx = \int f_1(x) dx \cdot \int f_2(x) dx$

3) $\int dF(x) = F(x) + C$

4) $\int f(ax + m) dx = \frac{F(ax + m)}{a} + C$

7. Найти неопределённый интеграл $\int (2x+1) \cdot e^{2x+1} dx$

1) $x e^{2x+1} + C$

2) $2x e^{2x+1} + C$

3) $(x^2 + x) e^{2x+1} + C$

4) $2(x^2 + x) e^{2x+1} + C$

8. Указать вид разложения дроби $\frac{x-4}{x^3 + 6x^2 + 8x}$ на простейшие

1) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2 + 6x + 8}$

2) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Mx + P}{x^2 + 6x + 8}$

3) $\frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 6x + 8}$

4) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+4}$

9. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{4x+1}{x^2+x} dx$

- 1) $\ln|x| + 3\ln|x+1| + C$ 2) $3\ln|x| + \ln|x+1| + C$
 3) $\ln|x| - 3\ln|x+1| + C$ 4) $3\ln|x| - \ln|x+1| + C$

10. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int (x+1) \cdot \sin x dx$.

- 1) Вычислить du и v
 2) Установить, что нужно взять за u , а что за dv
 3) Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям
 4) Воспользоваться формулой $\int u dv = uv - \int v du$, подставив вместо u , dv , du и v их значения.

Вариант 2 (Т 3)

1. Найти первообразную функции $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + 3x^2 + 1$, график которой проходит через $M(0; 2)$

- 1) $-tg x + x^3 + 2$ 2) $tg x + x^3 + x + 2$
 3) $tg x + x^3 + 2$ 4) $tg x + x^3 + x + 2$

2. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{(2x)^2 - 9}$

- 1) $\frac{1}{3} \operatorname{arctg} 2x + C$ 2) $\frac{1}{12} \ln \left| \frac{2x-3}{2x+3} \right| + C$
 3) $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{2x+3}{2x-3} \right| + C$ 4) $\ln x + \left| \sqrt{4x^2 - 9} \right| + C$

3. Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке

1) $\frac{1}{x^2}$	а) $\frac{x^2}{4}$
2) $\frac{x}{2}$	б) $\ln x + x^2$
3) $3x^2$	в) $\frac{1}{x^2} + 2$
	г) $-\frac{1}{x}$
	д) x^3

4) $\frac{1}{x} + 2x$	
-----------------------	--

4. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^2 x}}{x} dx$

- 1) $\frac{3\sqrt[3]{\ln^5 x}}{5} + C$ 2) $-\sqrt[3]{\ln^5 x} + C$
 3) $2\sqrt[3]{\ln^2 x} + C$ 4) $3\sqrt[3]{\ln x} + C$

5. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + 3}}$

- 1) $2\sqrt{x^2 + 3} + C$ 2) $\frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 3}}$
 3) $\sqrt{x^2 + 3} + C$ 4) $\ln|x + \sqrt{x^2 + 3}| + C$

6. Найти неопределенный интеграл $\int (2x - 1) \cdot \cos x dx$

- 1) $(2x - 1) \cdot \cos x + 2 \sin x + C$ 2) $2x \cdot \cos x - \sin x + C$
 3) $(x^2 - x) \sin x + C$ 4) $2 \cos x + (2x - 1) \cdot \sin x + C$

7. Найти неопределенный интеграл $\int 2x \ln x dx$

- 1) $x^2 \ln x + C$ 2) $x^2 \ln x - x^2 + C$
 3) $x + \ln x + C$ 4) $x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + C$

8. Определить вид разложения дроби $\frac{3x - 4}{x^4 + 6x^3 + 10x^2}$ на простейшие дроби

- 1) $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^2 + 6x + 10}$ 2) $\frac{A}{x} + \frac{Mx + P}{x^2 + 6x + 10}$
 3) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Mx + P}{x^2 + 6x + 10}$ 4) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^2 + 6x + 10}$

9. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{5x - 16}{x^2 - 6x + 8} dx$

- 1) $3 \ln|x - 2| - 2 \ln|x - 4| + C$ 2) $3 \ln|x - 2| + 2 \ln|x - 4| + C$
 3) $2 \ln|x - 2| + 3 \ln|x - 4| + C$ 4) $3 \ln|x + 2| + 2 \ln|x + 4| + C$

10. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{x^3 + 5x^2 - 4x - 6}{x(x+3)} dx$.

1. Проинтегрировать $Q(x)$ и полученные простейшие дроби и сложить результаты
2. Определить вид разложения $\frac{R(x)}{x(x+3)}$ дроби на простейшие дроби
3. Выполнить деление многочлена в числителе подынтегральной функции на многочлен в знаменателе, то есть представить подынтегральную функцию в виде $f(x) = Q(x) + \frac{R(x)}{x(x+3)}$
4. Вычислить коэффициенты в разложении дроби $\frac{R(x)}{x(x+3)}$ на простейшие дроби, воспользовавшись методом неопределенных коэффициентов

Раздел (тема) 4 «Определенный интеграл»

Вариант 1 (Т 4)

1. Указать равенства, которые являются верными

1) $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ 2) $\int_a^b f(x) dx \geq 0$

3) $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$ 4) $\int_a^a f(x) dx = 0$

2. Вычислить определенный интеграл $\int_1^8 \left(2\sqrt[3]{x} - \frac{4}{x^2} \right) dx$

3. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

<p>1) $\int_b^a f(x) dx$</p> <p>2) $\int_a^a f(x) dx$</p> <p>3) $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$</p> <p>4) $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx$</p>	<p>а) 0</p> <p>б) $-\int_a^b f(x) dx$</p> <p>в) $\int_a^b f(x) dx$</p> <p>г) $\int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$</p> <p>д) $\int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$</p>
---	--

4. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x} + 2}{e^x} dx$

5. Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int_{-1}^1 \frac{x}{x+1} dx$

2) $\int_{-1}^1 e^{\frac{x+1}{x}} dx$

3) $\int_{-1}^1 \ln(x+5) dx$

4) $\int_{-1}^1 (x-1)(x+1) dx$

6. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_1^3 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$

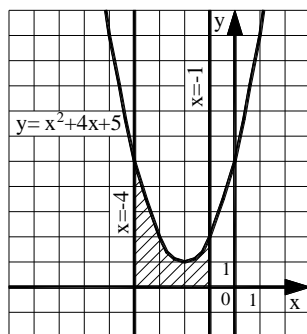
2) $\int_1^8 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$

3) $\int_1^3 \ln x dx$

4) $\int_0^\pi (\operatorname{tg} x) dx$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = -x^3$ и прямой, проходящей через точки $A(-1; 4)$ и $B(1; -4)$

8. Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке



1) $\frac{230}{3}$

2) 70

3) 16

4) $\frac{100}{3}$

5) 6

9. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

1) Доказать, что расходится хотя бы один из интегралов: $\int_{-1}^0 \frac{1}{x^2} dx$ или $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$.

2) Представить интеграл в виде $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = \int_{-1}^0 \frac{1}{x^2} dx + \int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$.

3) Установить, что подынтегральная функция не определена в точке $x=0$, в окрестности которой она не ограничена.

4) Сделать вывод о расходимости интеграла $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$.

10. Найти работу силы $F(x) = \frac{-3}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки $x=1$ в точку $x=2$.

Вариант 2 (Т 4)

1. Указать равенства и утверждения, которые являются верными

1) $\int_a^b C f(x) dx = C \int_a^b f(x) dx$ 2) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$

3) $\int_a^b dx = a - b$ 4) Если $f(x) \geq g(x)$, то $\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$

2. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{6}{\pi \sqrt{4-x^2}} dx$

3. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int_{-a}^a f(x) dx$, если $f(x)$ – четная функция	а) 0 б) $-\int_a^b f(x) dx$
2) $\int_{-a}^a f(x) dx$, если $f(x)$ – нечетная функция	в) $\int_a^b f(x) dx$
3) $\int_b^a f(x) dx$	г) $2 \cdot \int_0^a f(x) dx$
4) $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$	д) $\int_0^a f(x) dx$

4. Вычислить определенный интеграл $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx$

1) 0 2) 1 3) $\ln 2$ 4) $-\ln 2$

5. Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int_0^2 \frac{dx}{x^2-1}$

2) $\int_0^2 e^{2x-1} dx$

3) $\int_0^2 \ln x dx$

4) $\int_0^2 (x-2)x dx$

6. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_0^3 \left(\frac{4}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$

2) $\int_1^8 (x-1)(x-8) dx$

3) $\int_0^e \ln x dx$

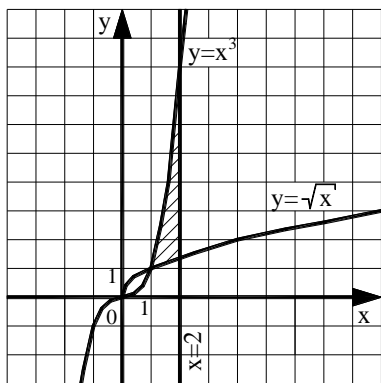
4) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (\operatorname{ctg} x) dx$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \sqrt[3]{x}$ и прямой, проходящей через точки $A(1; 1)$ и $B(8; 2)$

8. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

1. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.
2. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.
3. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.
4. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

9. Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке



1) 3,5

2) 3,75

3) $\frac{37}{12} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$

4) $\frac{53}{12} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$

5) $\frac{14}{3} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$

10. Найти работу силы $F(x) = \frac{4}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки $x = -2$ в точку $x = -1$.

Раздел (тема) 5 «Функции нескольких переменных»

Вариант 1 (Т 5)

1. Найти частную производную $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = \frac{3 - y^2}{1 + x}$

- 1) $-2y$ 2) $\frac{3-2y}{1+x}$ 3) $\frac{2y}{(1+x)^2}$ 4) $\frac{-2y}{1+x}$

2. Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

1) $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right _{M_0}$	а) 30
2) $\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right _{M_0}$	б) -14
3) $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right _{M_0}$	в) -12
4) $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right _{M_0}$	г) -6
5) $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right _{M_0}$	д) -4
	е) 3

3. Найти частную производную $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = x \ln y$

- 1) $-\frac{x}{y^2}$ 2) $\frac{x}{y^2}$ 3) $\frac{x}{y}$ 4) $\ln y$

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум	1) вычисляем значения A, B, C 2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$ 3) определяем стационарные точки 4) находим частные производные функции первого и второго порядков 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума 6) вычисляем значение Δ 7) определяем наличие точки экстремума	

5. Найти производную функции $z = f(x, y)$ по направлению вектора $e(-1; 0)$

- 1) $\frac{\partial f}{\partial x}$ 2) $\frac{\partial f}{\partial y}$ 3) $-\frac{\partial f}{\partial x}$ 4) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$

6. Найти градиент функции $z = e^{x^2+y}$ в точке P (0;1)

- 1) (0;e) 2) (0;0) 3) (e;e) 4) (1;1)

7. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 2x^2 - 3y^2 + 4z^2$ в точке $M(1; -1; 2)$.

8. Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение z_0 , если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

9. Производится два вида товаров в количестве x и y . Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 32$ и $P_2 = 24$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид $C = 1,5x^2 + 2xy + y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

10. В таблице приведены данные об уровне безработицы (x) и уровне преступности (y) в некотором населенном пункте.

x_i	0,6	1,3	2,2	3,3	4,2	5,3	6,0	6,3	6,4	6,5
y_i	4,2	4,27	4,32	4,47	4,53	4,68	4,85	5,01	5,15	5,22

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать уровень преступности в случае, когда безработица отсутствует.

Вариант 2 (Т 5)

1. Найти частную производную $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = x \cos(x + 2xy)$

- 1) $\cos(x + 2xy) - x \sin(x + 2xy)(1 + 2y)$ 2) $-2y \sin(x + 2xy)$
3) $\cos(x + 2xy) - x \sin(x + 2xy)$ 4) $-\sin(x + 2xy)$

2. Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	а) -3
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) 8
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) 2
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) 6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) 9
	е) 1

3. Найти частную производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = y^x$

- 1) $y^x \ln^2 y$ 2) $x y^{x-1} \ln y$ 3) $x(x-1)y^{x-2}$ 4) $y^{x-1} x \ln y$

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$	1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$ 2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$ 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$ 4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$ 5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$ 6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$	

5. Найти производную функции $z = f(x, y)$ по направлению вектора $\vec{e}(0;1)$

- 1) $\frac{\partial f}{\partial x}$ 2) $\frac{\partial f}{\partial y}$ 3) $-\frac{\partial f}{\partial x}$ 4) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$

6. Найти градиент функции $z = \ln x + 2xy$ в точке $P(0,5; -1)$

- 1) (0; 1) 2) (2; -1) 3) (0; -2) 4) (1; -2)

7. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0; -2; 3)$.

8. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение z_0 , если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

9. Производится два вида товаров в количестве x и y . Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 45$ и $P_2 = 27$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид $C = 6x^2 + 3xy + 3y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

10. В таблице приведены данные об объемах производства (x , у.е.) некоторой компании в течение 10 месяцев и соответствующей операционной прибылью (y , тыс. руб.).

x_i	500	520	523	530	550	555	560	562	565	570
y_i	61	66,8	67	69	74	76,7	78	79	79,3	81

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Сделать выводы о возможной месячной прибыли, если объем производства достигнет 600 у.е.

Раздел (тема) 6 «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1 (Т 6)

- Указать тип дифференциального уравнения $xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$
 - уравнением с разделяющимися переменными
 - однородным уравнением
 - линейным уравнением
 - уравнением Бернулли
 - уравнением в полных дифференциалах
- Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = xy^2$
 - $y = Ce^{-\frac{x^3}{3}}$
 - $y = (x^2 + C)^{-1}$
 - $y = \sqrt{x + C}$
 - $y = -2(x^2 + C)^{-1}$
- Найти общее решение дифференциального уравнения $yy' = 3$
 - $y = -C/x^2$
 - $y = \pm\sqrt{3x + C}$
 - $y = Ce^{2x}$
 - $y = \pm\sqrt{6x + C}$
- Указать тип дифференциального уравнения $(y^2 - 1) dx - \frac{x-1}{y+1} dy = 0$
 - уравнением с разделяющимися переменными
 - однородным уравнением
 - линейным уравнением
 - уравнением Бернулли
 - уравнением в полных дифференциалах
- Найти постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$.

6. Указать уравнение, к которому сводится уравнение $yy'' - y' = 0$ с помощью введения переменной $z = y'$

- 1) $y^2 dz = z dy$ 2) $y dz = z^2 dy$ 3) $y dz = z dy$ 4) $yz dz = dy$

7. Указать замену, целесообразную для понижения порядка диф.уравнения $y'y'' = y^2$

- 1) $z(y) = y'$ 2) $z(x) = y$ 3) $z(y) = y'$ 4) $z(x) = y'$

8. Решение задачи Коши для диф.уравнения $x^2 y'' = 1$, если $y(1) = 3$, $y'(1) = 1$

- 1) $y = -\ln|x| + 2x + 1$ 2) $y = \ln|x| + 2$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = \frac{1}{x^2} + 3x$

9. Указать вид частного решения дифференциального уравнения $y'' + 3y = xe^{3x}$

- 1) Axe^{3x} 2) $(Ax + B)e^{3x}$ 3) $x(Ax + B)e^{3x}$ 4) $x^2(Ax + B)e^{3x}$

10. Установить соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 6y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$
2) $y'' - 10y' + 29y = 0$	б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$
3) $y'' - 10y' + 25y = 0$	в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$
4) $y'' + 25y = 0$	г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$
	д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

Вариант 2 (Т 6)

1. Дифференциальное уравнение $(3x^2 + y)dx + (x + 2y)dy = 0$ является

- 1) уравнением с разделяющимися переменными
 2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
 4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

2. Дифференциальное уравнение $(xy^2 + e^x)dx - \frac{dy}{y} = 0$ является

- 1) уравнением с разделяющимися переменными
 2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
 4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

3. Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{xy}$

- 1) $y = C \left(\frac{x\sqrt{x}}{3} \right)^2$ 2) $y = Cx - 3\sqrt{x}$

$$3) y = \frac{C}{\sqrt{x}}$$

$$4) y = \left(\frac{x\sqrt{x} + C}{3} \right)^2$$

4. Общее решение дифференциального уравнения $y' = y - 1$

$$1) y = Ce^x - 1$$

$$2) y = Ce^x + 1$$

$$3) y = Cx + 1$$

$$4) y = Cx - 1$$

5. Понижение порядка в дифференциальном уравнении $yy'' = 2$ с помощью введения переменной $z = y'$ приводит к уравнению

$$1) yz dz = 2dy \quad 2) z dz = 2dy \quad 3) y dz = 2dy \quad 4) dz = 2 \ln y dy$$

6. Решение задачи Коши для диф.уравнения $y'' = x^{-2}$, если $y(1) = 3$, $y'(1) = 0$

$$1) y = \ln|x| + 2$$

$$2) y = -\ln|x| + x + 2$$

$$3) y = x^2 + 2$$

$$4) y = x^{-2} + 3x$$

7. Установить вид частного дифференциального уравнения

$$y'' - 2y' + y = (3x + 2)e^x$$

$$1) Ax e^x \quad 2) (Ax + B)e^x \quad 3) x(Ax + B)e^x \quad 4) x^2(Ax + B)e^x$$

8. Установить вид частного решения диф.уравнения $y'' - 2y' + 2y = 2e^x \cos x$

$$1) e^x(A \cos x + B \sin x) \quad 2) x e^x(A \cos x + B \sin x) \quad 3) A x e^x \cos x \quad 4) A x e^x \sin x$$

9. Найти постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = \sqrt{x}$ при $y(9) = 4$.

10. Найти общее решение линейного однородного уравнения

$$y'' - 10y' + 29y = 0.$$

$$1) y = e^{-5x}(C_1 \cdot \cos(2x) + C_2 \cdot \sin(2x)) \quad 2) y = C_1 \cdot e^{7x} + C_2 \cdot e^{3x}$$

$$3) y = C_1 \cdot e^{-7x} + C_2 \cdot e^{-3x}$$

$$4) y = e^{5x}(C_1 \cdot \cos(2x) + C_2 \cdot \sin(2x))$$

$$5) y = e^{5x}(C_1 + C_2 x)$$

Раздел (тема) 7 «Числовые ряды»

Вариант 1 (Т 7)

1. Найти сумму $a_3 + a_2$, если n -ая частичная сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ имеет вид

$$S_n = \frac{\sqrt[3]{n-2}}{2}$$

2. Найти сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{3n+1} - 8}{3^{2n}}$

3. Найти сумму ряда $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(n-2)}$

4. Выбрать сходящиеся среди рядов :

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2-1}}{n+3}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2-2}{n(n^2+1)^2}$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{5n-1}$, 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{6^n+n}$

5. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{5n-1}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^5+1}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+1}{(n-1)!}$	в) радикальный признак Коши
4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$	г) признак Даламбера
	д) теорема Лейбница

6. Выбрать верные утверждения для ряда $\frac{4}{3} + \frac{8}{5} + \frac{16}{7} + \dots$

1) сходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, 2) расходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2$,

3) расходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \infty$, 4) расходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = 4$.

7. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости

- 1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x) = \frac{1}{x^3}$
- 2) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1, +\infty)$

3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится

4) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$

8. Выбрать верные утверждения для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n}\right)^{n^2}$

1) сходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 0$, 2) сходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = e$,

3) расходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \infty$, 4) расходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = e^3$.

9. Выбрать верные утверждения для рядов $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{2^n}$ и $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$

1) оба сходятся абсолютно, 2) оба сходятся условно,

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно,

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно.

10. Какой вывод точно можно сделать о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$,

если известно, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n \geq 0$, расходится?

1) сходится условно,

2) расходится,

3) не является абсолютно сходящимся,

4) сходится абсолютно

Вариант 2 (Т 7)

1. Найти член ряда a_3 , если n -ая частичная сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ имеет вид

$$S_n = \frac{12n}{n+1}$$

2. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1} + 3^n}{2^{2n}}$

3. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{n^2 + 9n + 20}$

4. Выбрать расходящиеся среди рядов:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{2n-1}, \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n^4}, \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+3}{n^3+n-1}, \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}}{4^n}$$

5. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+4}{8n+3}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-7}{n^7}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+n}{(n+1)!}$	в) радикальный признак Коши
4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{n^2}$	г) признак Даламбера
	д) теорема Лейбница

6. Выбрать верное утверждение для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+1}{(n-1)!}$

1) сходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{4}$, 2) сходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$,

3) расходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \infty$, 4) расходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{1}{4}$.

7. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости

- 1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$
- 2) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится
- 3) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$
- 4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1, +\infty)$

8. Выбрать верное утверждение для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n-1}\right)^{(n-1)n}$

1) сходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = e^{-1}$, 2) сходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = e$,

3) расходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = e$, 4) расходится, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \infty$.

9. Выбрать верное утверждение для рядов $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}$ и $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{n^2 - 2}$

- 1) оба сходятся абсолютно, 2) оба сходятся условно,
 3) первый сходитя абсолютно, а второй сходитя условно,
 4) первый сходитя абсолютно, а второй расходится.

10. Какой вывод можно сделать о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$, если известно, что

ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n \geq 0$, сходитя?

- 1) сходитя абсолютно, 2) сходитя условно,
 3) расходится, 4) не является абсолютно сходящимся

Раздел (тема) 8 «Функциональные ряды»

Вариант 1 (Т 8)

1. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n (x+1)^n$, если радиус сходимости этого

ряда равен 3

- 1) (-3;3), 2) (-2;4) 3) (-4;2) 4) (-4;4)

2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1} x^n}{3^n (n^2 + 1)}$

- 1) [-3/2;3/2) 2) [-3/2;3/2] 3) (-3/2;3/2] 4) [-2/3;2/3]

3. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n \cdot n!}{5n - 2}$

- 1) [0;∞), 2) (-∞;0], 3) (-∞;∞) 4) {0}

4. Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $(1+x)^m$	а) $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$
2) $\sin x$	б) $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$

3) $\cos x$	в) $1 + x + x^2 + x^3 + \dots,$
4) $\frac{1}{1-x}$	г) $1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \dots,$
	д) $1 - x + x^2 - x^3 + \dots$

5. Определить значение выражения $\ln 0,6$, вычисленное с точностью до $\varepsilon = 0,01$

6. Найти коэффициент c_2 , если решение $y = y(x)$ задачи Коши $y' = 2x - \sin y$
 $y(0) = \frac{\pi}{2}$ разложено в степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$.

7. Если степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty} c_n (x+1)^n$ сходится в точке $x = 6$, то он обязательно

сходится и в точке

- 1) $x = -9$, 2) $x = 7$, 3) $x = -3$, 4) $x = -8$.

8. Найти коэффициент b_2 разложения функции $f(x) = x - 2$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi; \pi]$.

9. Запишите верную последовательность действий при нахождении области

сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 \cdot 4^n}$.

- 1) Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости
- 2) Записать интервал сходимости ряда
- 3) Найти радиус сходимости ряда
- 4) Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

10. Известно, что начальный размер вклада под 10% годовых в банке составил 1 млн. рублей. Найти размер вклада через 5 лет: а) с ежегодной капитализацией, б) с непрерывной капитализацией.

Вариант 2 (Т 8)

1. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n (x-1)^n$, если радиус сходимости ряда

равен 4

- 1) $(-3;5)$, 2) $(-4;4)$, 3) $(-3;3)$ 5) $(-5;3)$

2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{2n+1} \dots$

- 1) $[-1/5; 1/5)$ 2) $[-1/5; 1/5]$ 3) $(-5/2; 5/2]$ 4) $(-1/5; 1/5)$

3. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n \cdot n!}{4^n}$

- 1) $[-1; \infty)$, 2) $(-\infty; \infty)$ 3) $\{-1\}$ 4) $\{0\}$

4. Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой

1) $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots$	а) e^x
2) $x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{x^7}{7} + \dots$	б) $\frac{1}{1+x}$
3) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n} + \dots$	в) $\operatorname{arctg} x =$
4) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$	г) $\arcsin x =$
	д) $\ln(1+x)$

5. Определить значение выражения $\sqrt{4,8}$, вычисленное с точностью до $\varepsilon = 0,01$

6. Найти коэффициент c_2 , если решение $y = y(x)$ задачи Коши $y' = 6 \ln(x+y)$,

$y(0) = 1$ разложено в степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$

7. Определить коэффициент c_2 разложения функции $f(x) = 4 \operatorname{arctg} x$ в

степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-1)^n$ равен....

8. Какой (какие) из коэффициентов a_0, a_n, b_n разложения функции

$f(x) = x^3 \cos x$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi; \pi]$ равен 0?

- 1) a_0 , 2) a_n , 3) b_n , 4) ни один из них.

9. Ниже сформулирована теорема Абеля. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ сходится при $x = x_0$, то он _____ для всех x , удовлетворяющих условию _____. Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ расходится при $x = x_0$, то он _____ для всех x , удовлетворяющих условию _____.

- I. $|x| < |x_0|$
- II. $|x| > |x_0|$
- III. *сходится*
- IV. *расходится*

10. Известно, что начальный размер вклада под 5% годовых в банке составил 2 млн. рублей. Найдем размер вклада через 10 лет: а) без капитализации процентов, б) с непрерывной капитализацией.

Шкала оценивания: 10-ти балльная для всех тестов.

Критерии оценивания:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

- 9, 10 баллов соответствуют оценке «отлично»;
- 7, 8 баллов – оценке «хорошо»;
- 5, 6 баллов – оценке «удовлетворительно»;
- 4 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».

2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

2.1 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Вопросы в закрытой форме

1.1. Найти $A \cap (B \cup C)$, если $A = (-3; 11]$, $B = [-2; 5]$, $C = (4; 9)$

- 1) $(4; 5]$ 2) $[-2; 9]$
3) $(-3; 9]$ 4) $(-3; 4) \cup [5; 11]$

1.2. Верным для множества $X = \{x \mid x \leq 5, x \in N\}$ является утверждение:

- 1) $\inf X = 0, \sup X = 5$ 2) $\inf X = 1, \sup X = 5$
3) $\inf X = 5, \sup X = 1$ 4) $\inf X = 1, \sup X = 6$

1.3. Окрестностью точки $a = 1,3$ радиуса $r = 0,3$ является множество

- 1) $(-1,6; 1)$ 2) $(1; 1,6)$
3) $(0,3; 1,6)$ 4) $(-1; 1,6)$

1.4. Нечетными из ниже перечисленных являются функции

- 1) $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$ 2) $y = \sin^2 x$ 3) $y = \frac{x|x|}{\cos x}$ 4) $y = 3^x + 3^{-x} + 3$

1.5. Среди данных ниже функций указать функции, возрастающие на всей области определения

- 1) $y = \frac{1}{x}$ 2) $y = \frac{1}{x^2}$ 3) $y = x^3$ 4) $y = \operatorname{tg} x$

1.6. Графики взаимно обратных функций симметричны относительно

- 1) прямой $y = x$ 2) оси Ox 3) оси Oy 4) начала координат

1.7. Предел $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 8x^2 + 6}{4x^2 + 7x - 1}$ равен

- 1) ∞ 2) 2 3) -2 4) -0,75

1.8. Предел $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{16 - x^2}{\sqrt{5 - x} - 3}$ равен

- 1) -48 2) 48 3) -32 4) 0

1.9. Предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{27 - x^3}$ равен

- 1) $\frac{7}{27}$ 2) $-\frac{7}{9}$ 3) $-\frac{7}{27}$ 4) $\frac{7}{9}$

1.10. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^2(3x)}{\operatorname{tg}(2x^2)}$ равен

- 1) 4,5 2) 1,5 3) 0 4) 2,25

1.11. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(6x) - \sin(3x)}{\sin x + \sin(8x)}$ равен

- 1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{9}$ 3) $-\frac{1}{3}$ 4) -1

1.12. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} 2x$ равен

- 1) 0 2) ∞ 3) 2 4) 0,5

1.13. Найти точку разрыва функции $y = \frac{3}{(x+1) \ln x}$

- 1) e 2) 0 3) -1 4) 1

1.14. Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна

- 1) $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$
4) $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

1.15. Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна

- 1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$
3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$ 4) $4x \cdot \cos(2x)$

1.16. Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке $[a; b]$, если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия:

$$y < 0, \quad y' < 0, \quad y'' > 0.$$

- 1) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз
2) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх
3) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх
4) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз
5) график лежит выше оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

1.17. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

- 1) $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 4x + C$ 2) $\frac{1}{4} \operatorname{tg} 2x + C$
3) $-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} x + C$ 4) $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 2x + C$

1.18. Неопределенный интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^2 x}}{x} dx$ равен

- 1) $\frac{3\sqrt[3]{\ln^5 x}}{5} + C$ 2) $-\sqrt[3]{\ln^5 x} + C$
3) $2\sqrt[3]{\ln^2 x} + C$ 4) $3\sqrt[3]{\ln x} + C$

1.19. Разложение дроби $\frac{x+5}{x^3+6x^2}$ на простейшие дроби имеет вид

- 1) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2+6x}$ 2) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+6}$
3) $\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+6x}$ 4) $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x+6}$

1.20. Неопределенный интеграл $\int \frac{4x+1}{x^2+x} dx$ равен

- 1) $\ln|x| + 3\ln|x+1| + C$ 2) $3\ln|x| + \ln|x+1| + C$
3) $\ln|x| - 3\ln|x+1| + C$ 4) $3\ln|x| - \ln|x+1| + C$

1.21. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна...

- 1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y^2}$

1.22. Общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $e^x dx - (e^x + 2) \cdot 4y dy = 0$ имеет вид

- 1) $\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{\sqrt{2}} = 2y^2 + C$ 2) $\ln|e^x + 2| = C - 2y^2$ 3) $\ln|e^x + 2| = 2y^2 + C$
4) $e^x \cdot \ln|e^x + 2| = 2y^2 + C$ 5) $\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{\sqrt{2}} = C - 2y^2$

1.23. Область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n (n^2 + 1)}$ равна

- 1) $[-3; 3]$ 2) $[-3; 3]$ 3) $(-3; 3)$ 4) $[-1/3; 1/3]$

1.24. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' - y = -x^2 + 6x - 3$ имеет вид

- 1) x^2 2) $2x^2 - x$ 3) $x^2 + 2$ 4) $x^2 - 2x + 1$ 5) $x^2 + 3x + 1$

1.25. Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{y-1}$ имеет вид

- 1) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{-1}$ 2) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{-2}$ 3) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^2$
4) $y = C + \left(\frac{x}{2}\right)^2$ 5) $y = 1 + C\left(\frac{x}{2}\right)^2$

2. Вопросы в открытой форме

2.1. Количество корней уравнения $\|4-x|-7|=7$ равно ...

2.2. Точная верхняя грань множества $(0; 3)$ равна....

2.3. Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен ...

2.4. Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{2x}\right)^x$ равен ...

2.5. Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен ...

2.6. Предел $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен ...

2.7. Точка разрыва функции $y = \frac{\lg x}{x^2-4}$ равна...

2.8. Коэффициент k касательной $y = kx + b$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ в точке $x_0 = 2$ равен...

2.9. Точку минимума функции $y = (2x+1)^2 \cdot (x+3) + 4$ равна ...

2.10. Наибольшее значение функции $y = \frac{4\sqrt{x}-3}{x+1}$ равно...

2.11. Ускорение точки, движущейся по закону $x(t) = \sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$ в момент

времени $t=0$, равно

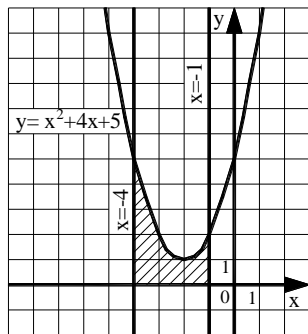
2.12. Сумма $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0; -2; 3)$ равна ...

2.13. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x-y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение z_0 , если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

2.14. Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение z_0 , если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

2.15. Определённый интеграл $\int_1^9 \frac{1 + 2\sqrt{x}}{x^2} dx$ равен ...

2.16. Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке. Ответ округлить до сотых.



2.17. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4$; $y = -2x - 1$, равна ...

2.18. Работа силы $F(x) = \frac{4}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки $x = -2$ в точку $x = -1$, равна ...

2.19. Постоянная C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$ равна ...

2.20. Сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 2^n}{5^n}$ равна ...

2.21. Частичная сумма S_2 ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{15}{2n+1}$ равна...

2.22. Если n -ая частичная сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ имеет вид $S_n = \frac{15(n-1)}{n+1}$,

то сумма $a_3 + a_4$ равна ...

2.23. Если решение $y = y(x)$ задачи Коши $y' = 5x + \frac{3}{y}$, $y(0) = 1$ разложено в

степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$, то коэффициент c_2 равен ...

2.24. Коэффициент c_2 разложения функции $f(x) = \sqrt{3} \operatorname{tg} x$ в степенной ряд

$\sum_{n=0}^{\infty} c_n \left(x - \frac{\pi}{3}\right)^n$ равен ...

2.25. Коэффициент b_2 разложения функции $f(x) = x + 1$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi; \pi]$ равен ...

3. Вопросы на установление последовательности.

3.1. Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Число A называется пределом функции $f(x)$ в точке x_0 , если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____, выполняется условие _____.

- I. $|f(x) - A| < \varepsilon$
- II. для любого числа $\varepsilon > 0$
- III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
- IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.2. Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно большой в действительной точке x_0 . Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция $f(x)$ называется бесконечно большой в точке x_0 , если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____, выполняется условие _____.

- I. $\delta(\varepsilon) > 0$
- II. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
- III. $|f(x)| > \varepsilon$
- IV. для любого числа $\varepsilon > 0$

3.3. Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно малой в действительной точке x_0 . Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция $f(x)$ называется бесконечно малой в точке x_0 , если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____, выполняется условие _____.

- I. $\delta(\varepsilon) > 0$
- II. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
- III. $|f(x)| < \varepsilon$
- IV. для любого числа $\varepsilon > 0$

3.4. Ниже сформулировано следствие теоремы о промежуточных значениях функций (следствие теоремы Больцмана-Коши). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Пусть функция $f(x)$ _____, на концах отрезка _____, тогда _____, где выполняется условие _____.

- I. принимает значение разных знаков
- II. существует точка $c \in (a, b)$
- III. непрерывна на отрезке $[a, b]$
- IV. $f(c) = 0$

3.5. Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.

- 1) зафиксировать x , вычислить значение функции $f(x)$
- 2) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$
- 3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$
- 4) найти предел $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- 5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

3.6. Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$.

- 1) найти производные обеих частей равенства
- 2) прологарифмировать обе части равенства
- 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции
- 4) воспользоваться свойством $\ln|a^b| = b \cdot \ln|a|$
- 5) заменить y исходной функцией

3.7. Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$.

- 1) $\frac{-6x(3xy - x^3) - (3y - 3x^2)(3y - 3x^2)}{(3xy - x^3)^2}$
- 2) $\frac{(3xy - x^3)'}{3xy - x^3}$
- 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$
- 4) $\left(\frac{3y - 3x^2}{3xy - x^3}\right)'_x$
- 5) $\frac{(3y - 3x^2)'(3xy - x^3) - (3y - 3x^2)(3xy - x^3)'}{(3xy - x^3)^2}$
- 6) $\frac{3y - 3x^2}{3xy - x^3}$

3.8. Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

- 1) вычисляем значения A, B, C
- 2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$
- 3) определяем стационарные точки
- 4) находим частные производные функции первого и второго порядков
- 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума
- 6) вычисляем значение Δ

7) определяем наличие точки экстремума

3.9. Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$.

- 1) используем таблицу неопределённых интегралов
- 2) используем формулу квадрата разности
- 3) используем свойство неопределённого интеграла[^]
 $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
- 4) используем почленное деление

3.10. Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$.

- 1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1} + C$
- 2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + C$
- 3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$
- 4) $\int x^{-\frac{4}{3}} dx$
- 5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}} + C$
- 6) $\int \frac{dx}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}}$

3.11. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II.)

Если функция $F(x)$ – _____ функции $f(x)$ на промежутке X , то множество функций $F(x)+C$, где C – произвольная постоянная, называется _____ от функции $f(x)$ на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x) dx$. При этом $f(x)$ называется _____, $f(x)dx$ называется _____.

- I. подынтегральной функцией
- II. первообразная
- III. подынтегральным выражением
- IV. неопределенным интегралом

3.12. Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int x \cdot \cos x dx$.

- 1) Вычислить du и v
- 2) Установить, что нужно взять за u , а что за dv
- 3) Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям

- 4) Воспользоваться формулой $\int u dv = uv - \int v du$, подставив вместо u , dv , du и v их значения.

3.13. Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{2x^3 - x^2 + 2x - 1}{x(x-1)} dx$.

- 1) Проинтегрировать $Q(x)$ и полученные простейшие дроби и сложить результаты
- 2) Определить вид разложения $\frac{R(x)}{x(x-1)}$ дроби на простейшие дроби
- 3) Выполнить деление многочлена в числителе подынтегральной функции на многочлен в знаменателе, то есть представить подынтегральную функцию в виде $f(x) = Q(x) + \frac{R(x)}{x(x-1)}$
- 4) Вычислить коэффициенты в разложении дроби $\frac{R(x)}{x(x-1)}$ на простейшие дроби, воспользовавшись методом неопределенных коэффициентов

3.14. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка одного из свойств определенного интеграла. (Например, I, III, IV, II)

Если m и M – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции $f(x)$ на _____, то _____ \leq _____ \leq _____.

- I. $M(b-a)$
- II. $m(b-a)$
- III. $\int_a^b f(x) dx$
- IV. $[a, b]$

3.15. Ниже сформулирован геометрический смысл определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ для случая $f(x) \geq 0$. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждение оказалось верным (Например, I, III, IV, II.)

Определенный интеграл $\int_a^b f(x) dx$ выражает площадь криволинейной трапеции, ограниченной сверху _____, снизу _____, слева _____, справа _____.

- I. прямой $x = a$
- II. прямой $x = b$
- III. графиком функции $y = f(x)$
- IV. осью Ox

3.16. Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = 2x$, $y = -x^2 + 4x$.

- 1) Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.
- 2) Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.
- 3) Определив, график какой из функций лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.
- 4) Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.17. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^5} dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

- 1) Сделать вывод о расходимости интеграла $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^5} dx$.
- 2) Доказать, что расходится хотя бы один из интегралов: $\int_{-1}^0 \frac{1}{x^5} dx$ или $\int_0^1 \frac{1}{x^5} dx$.
- 3) Представить интеграл в виде $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^5} dx = \int_{-1}^0 \frac{1}{x^5} dx + \int_0^1 \frac{1}{x^5} dx$.
- 4) Установить, что подынтегральная функция не определена в точке $x=0$, в окрестности которой она не ограничена.

3.18. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

- 1) Доказать, что сходятся оба интеграла: $\int_{-\infty}^a \frac{1}{1+x^2} dx$ или $\int_a^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$.
- 2) Представить интеграл в виде $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = \int_{-\infty}^a \frac{1}{1+x^2} dx + \int_a^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$.
- 3) Установить, что данный интеграл является несобственным по бесконечному промежутку.
- 4) Сделать вывод о сходимости интеграла $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$.

3.19. Ниже сформулирован признак сравнения несобственных интегралов.

Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждение оказалось верным (Например, I, III, IV, II.)

Если функции $f(x)$ и $g(x)$ _____ на $[a, +\infty)$ и удовлетворяют на нем условию _____, то из сходимости интеграла _____ следует сходимость интеграла _____.

- I. $\int_a^{+\infty} g(x)dx$
- II. $\int_a^{+\infty} f(x)dx$
- III. $0 \leq f(x) \leq g(x)$
- IV. непрерывны

3.20. Ниже сформулированы факты о сходимости и расходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждения оказались верными (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _____, то _____. Если _____, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

-
- I. *расходится*
 - II. *сходится*
 - III. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$
 - IV. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$

3.21. Ниже сформулирован интегральный признак сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Пусть дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$, члены которого являются значениями некоторой функции $f(x)$, _____ на _____. Тогда, если _____ сходится (расходится), то сходится (расходится) и _____.

- I. $\int_1^{+\infty} f(x)dx$
- II. $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$
- III. $[1, +\infty)$
- IV. *положительной, непрерывной и не возрастающей*

3.22. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании гармонического ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости

- 1) Сделать вывод о расходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$
- 2) Ввести в рассмотрение функцию $f(x) = \frac{1}{x}$

- 3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ расходится
- 4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1, +\infty)$

3.23. Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{n^2}$.

Запишите верную последовательность действий, которая при этом должна быть осуществлена.

- 1) Применить теорему Лейбница
- 2) Сделать вывод, является ряд абсолютно сходящимся или нет
- 3) Выбрать признак сходимости ряда с положительными членами и воспользоваться им
- 4) Составить ряд из модулей членов данного ряда

3.24. Запишите верную последовательность действий при нахождении области

сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 5^{n+1}}$.

- 1) Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости
- 2) Записать интервал сходимости ряда
- 3) Найти радиус сходимости ряда
- 4) Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

3.25. Ниже сформулирована теорема Абеля для ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$. Вставьте

вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$ сходится при $x = a$, то он _____ для всех x ,

удовлетворяющих условию _____. Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$ расходится при $x = a$, то он _____ для всех x , удовлетворяющих условию _____.

I. $|x - x_0| < |a|$

II. $|x - x_0| > |a|$

III. *сходится*

IV. *расходится*

4. Вопросы на установление соответствия.

4.1. Даны числовые промежутки $A = [3; 5)$ и $B = [0; 3]$.

Выполнить операции над множествами и установить соответствие.

1) $A \cap B$	а) $[0; 5)$
2) $A \cup B$	б) \emptyset
3) $A \setminus B$	в) $(3; 5)$
4) $B \setminus A$	г) $[3; 5)$
	д) $\{3\}$

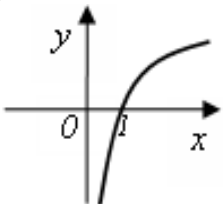
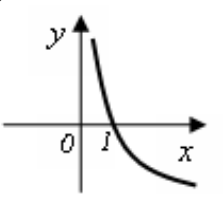
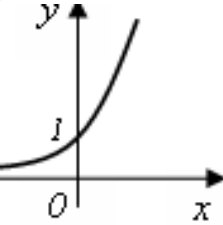
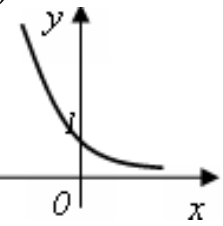
4.2. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} \right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0} \right)$
2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty} \right)$
3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$	в) неопределённость (1^∞)
4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0 \cdot \infty)$
	д) неопределённость $(\infty + \infty)$

4.3. Установить соответствие между пределами и их значениями

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	а) 0
2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	б) $\frac{2}{3}$
3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	в) $+\infty$
4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^5 + 5x^2 - 10}$	г) $-\infty$

4.4. Установить соответствие между графическим и аналитическим заданиями функций.

<p>1)</p> 	<p>а) $y = 2^x$</p> <p>б) $y = (0,5)^x$</p>
<p>2)</p> 	<p>в) $y = \log_2 x$</p> <p>г) $y = \log_{0,5} x$</p>
<p>3)</p> 	<p>д) $y = x^{\frac{1}{2}}$</p>
<p>4)</p> 	

4.5. Исследуйте данные ниже функции на ограниченность и установите соответствие.

<p>1) $y = 3^x$</p>	<p>а) ограничена сверху, не ограничена снизу</p>
<p>2) $y = -x^2 + 3x$</p>	<p>б) ограничена снизу, не ограничена сверху,</p>
<p>3) $y = \operatorname{tg} x$</p>	<p>в) ограничена и сверху, и снизу</p>
<p>4) $y = \sin x$</p>	<p>г) не ограничена ни сверху, ни снизу</p>

4.6. Исследуйте данные ниже функции на четность и периодичность и установите соответствие.

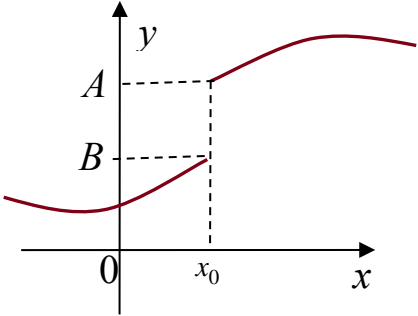
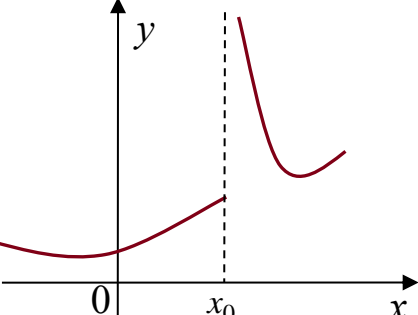
<p>1) $y = \arcsin x$</p>	<p>а) четная, периодическая с периодом $T = 2\pi$</p>
--------------------------------------	--

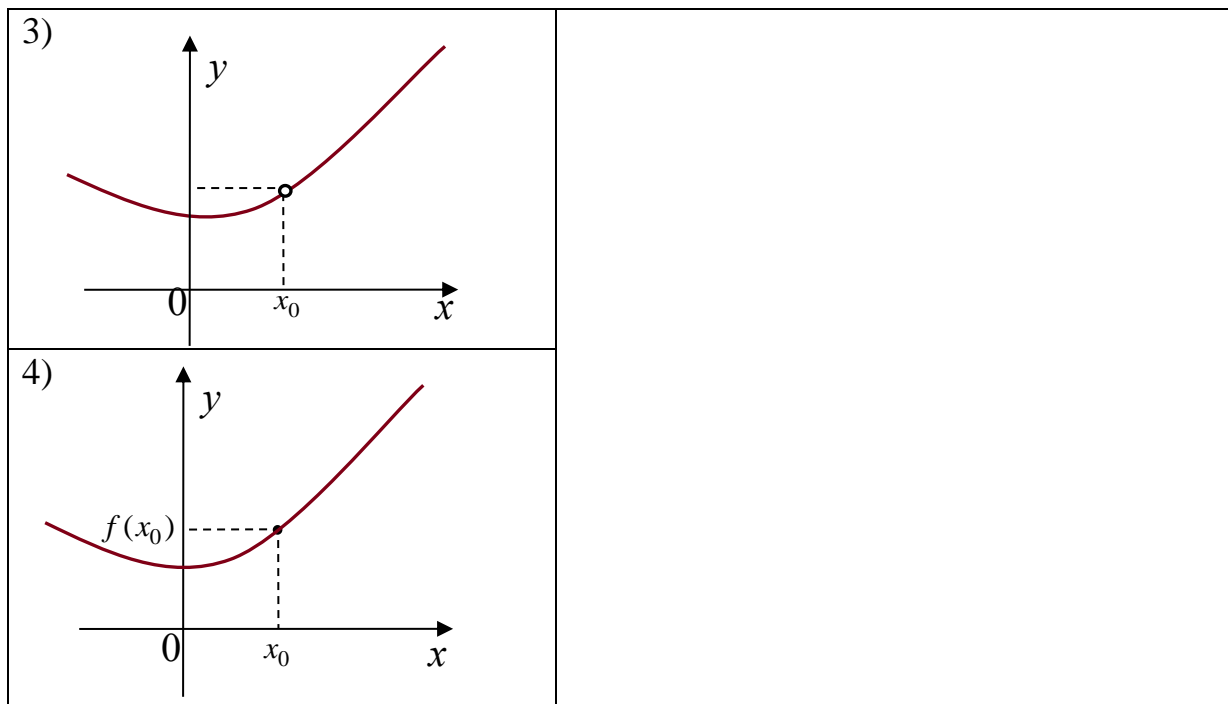
2) $y = \cos x$	б) нечетная, периодическая с периодом $T = 2\pi$
3) $y = \operatorname{tg} x$	в) четная, периодическая с периодом $T = \pi$
4) $y = \sin x$	г) нечетная, периодическая с периодом $T = \pi$
	д) нечетная, не периодическая

4.7. Исследуйте данные ниже функции на монотонность и установите соответствие.

1) $y = \arccos x$	а) возрастает на $(-\infty, +\infty)$
2) $y = (x - 1)^2$	б) убывает на $(-\infty, +\infty)$
3) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	в) убывает на $[-1, 1]$
4) $y = \operatorname{arctg} x$	г) убывает на $(-\infty, 1]$ и возрастает на $[1, +\infty)$
	д) нечетная, не периодическая

4.8. Пользуясь графиками функций, исследуйте вопрос о непрерывности функции в точке x_0 и поставьте в соответствие каждой указанной точке x_0 ее характеристику.

1) 	а) x_0 – точка непрерывности функции б) x_0 – точка устранимого разрыва 1го рода
2) 	в) x_0 – точка неустраняемого разрыва 1го рода г) x_0 – точка разрыва 2го рода



4.9. Исследуйте вопрос о непрерывности функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 0 \\ (x+1)^2, & 0 \leq x \leq 2 \\ -x+4, & 2 < x < 3, x > 3 \\ 4, & x = 3 \end{cases}$$

в точках, указанных в левой колонке, и установите соответствие

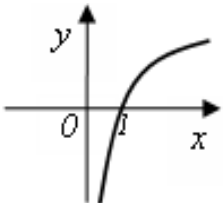
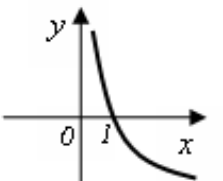
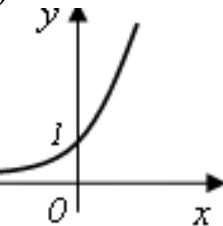
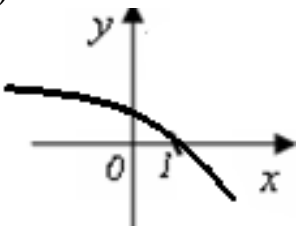
1) $x = 0$	а) точка непрерывности функции
2) $x = 1$	б) точка устранимого разрыва 1го рода
3) $x = 2$	в) точка неустранимого разрыва 1го рода
4) $x = 3$	г) точка разрыва 2го рода

4.10. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y' .

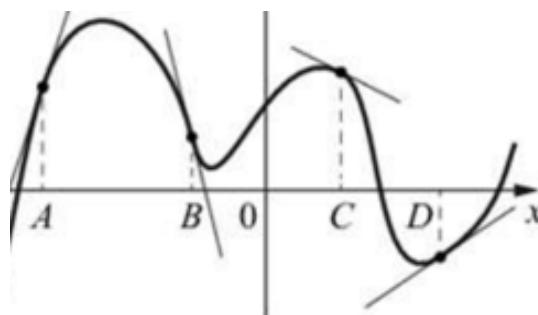
1) $y = \sin(\sqrt{x+1}-2)$	1) логарифмическое дифференцирование
2) $y = x \cdot \lg x$	2) табличная производная
3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$	3) производная неявно заданной функции
	4) производная произведения
	5) производная сложной функции

4) $y = x^6$	
--------------	--

4.11. Установить соответствие между графиками функций и знаками первой и второй производной этих функций

1) 	а) $y' > 0, y'' > 0$ б) $y' < 0, y'' < 0$
2) 	в) $y' > 0, y'' < 0$ г) $y' < 0, y'' > 0$
3) 	
4) 	

4.12. На рисунке изображен график функции и касательные к нему, проведенные в точках с абсциссами А, В, С, D. Поставьте в соответствие каждой точке значение ее производной в этой точке.



1) A	а) - 4
2) B	б) 3
3) C	в) -0,5
4) D	г) 0,7

4.13. Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	а) -3
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) 8
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) 2
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) 6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) 9
	е) 1

4.14. Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	а) 30
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) -14
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) -12
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) -6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) -4
	е) 3

4.15. Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке

1) $\frac{1}{x^2}$	а) $\frac{x^2}{4}$
2) $\frac{x}{2}$	б) $\ln x + x^2$

3) $3x^2$	в) $\frac{1}{x^2} + 2$
4) $\frac{1}{x} + 2x$	г) $-\frac{1}{x}$
	д) x^3

4.16. Установите соответствие между интегралами и их значениями

1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$	а) $\frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + c$
2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$	б) $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$
3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	в) $\operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + c$
4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	г) $\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$
	д) $\ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + c$

4.17. Установите соответствие между неопределенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int Af(x)dx$	а) $\int f dx \pm \int g dx$
2) $\int (f \pm g)dx$	б) $f(x)$
3) $\left(\int f(x)dx \right)$	в) $A \int f(x)dx$
4) $\int dF(x)$	г) $F(x) + C$
	д) $f(x)dx$

4.18. Установите соответствие между неопределенными интегралами и заменами, которые целесообразно применить для вычисления интегралов

1) $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$	а) $t = \operatorname{tg} x$
2) $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$	б) $t = \operatorname{ctg} x$
3) $\int \sin^4 x \cdot \cos x dx$	в) $t = \sin x$
4) $\int \frac{\operatorname{ctg} x}{\sin^2 x} dx$	г) $t = \cos x$
	д) $t = \cos^2 x$

4.19. Установите соответствие между интегралом и способом его вычисления.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$	а) использование почленного деления
2) $\int (x + 1) \sin x dx$	б) подведение под знак дифференциала
3) $\int 5^x dx$	в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k} \int f(t)dt$
4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	г) непосредственное интегрирование
	д) метод интегрирования по частям

4.20. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 6y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$
2) $y'' - 10y' + 29y = 0$	б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$
3) $y'' - 10y' + 25y = 0$	в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$
4) $y'' + 25y = 0$	г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$
	д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

4.21. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{5n}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^5+1}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-3}{(n+2)!}$	в) радикальный признак Коши
4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{n^2}$	г) признак Даламбера
	д) теорема Лейбница

4.22. Установить соответствие между степенными рядами и областями их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \cdot n!$	а) $(-\infty; \infty)$
2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$	б) $\{0\}$
3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$	в) $[-1, 1]$
4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$	г) $(-1, 1)$
	д) $[-1, 1)$

4.23. Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $\ln(1+x)$	а) $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots$
2) $\frac{1}{1-x}$	б) $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$
3) e^x	в) $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$
4) $\arctg x$	г) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n} + \dots$
	д) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$

4.24. Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой

1) $x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{x^7}{7} + \dots$	а) e^x
2) $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots$	б) $\frac{1}{1+x}$
3) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n} + \dots$	в) $\arctg x$
4) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$	г) $\arcsin x$
	д) $\ln(1+x)$

4.25. Известно, что функцию, заданную на отрезке $[-\pi, \pi]$ можно разложить в ряд Фурье, то есть представить в виде

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cdot \cos nx + b_n \cdot \sin nx).$$

Установить соответствие между коэффициентами Фурье и формулами, по которым они вычисляются.

1) a_0	а) $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$
2) a_n	б) $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \cos nx dx$
3) b_n	в) $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \sin nx dx$
	г) $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos nx dx$
	д) $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin nx dx$

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания результатов тестирования:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – **2 балла**, не выполнено – **0 баллов**.

2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

Компетентностно-ориентированная задача №1

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

Компетентностно-ориентированная задача №2

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

- а) Найти точку рыночного равновесия.
- б) Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

Компетентностно-ориентированная задача №3

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

- а) Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?
- б) Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

Компетентностно-ориентированная задача №4

В прошлом году средняя цена данного товара была 15 денежных единиц, а в настоящем году – 18 денежных единиц. Найти зависимость $P = f(n)$ цены товара P от номера года n при условии, что тенденция роста сохраниться, то есть цена будет увеличиваться на одно и то же число. Составить прогноз средней цены на три года вперед.

Компетентностно-ориентированная задача №5

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x –

количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компетентностно-ориентированная задача №6

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется так:

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №7

Зависимость количества Q (в шт., $0 \leq Q \leq 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. ($0 < t < 15\,000$) с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компенентностно-ориентированная задача №8

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

Компенентностно-ориентированная задача №9

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №10

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №11

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены

продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить участки роста и убывания прибыли при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №12

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №13

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение x единиц первого товара и y единиц второго товара. Заданы функция полезности $u(x, y) = 0,5 \cdot \ln(x - 2) + 2 \ln(y - 1)$ и цены $P_1 = 0,2$ и $P_2 = 4$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

Компенентностно-ориентированная задача №14

Вычислить на сколько процентов приближённо изменится спрос, описываемый функцией $D = e^{-\sqrt{n+P^2}}$, где n – число производителей товара, P – цена товара, если число производителей товара уменьшится на 1%, а цена возрастёт на 1%. На рынке имеется 7 производителей, цена товара составляет 3 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №15

Данные о росте индекса Доу-Джонса и росте цены акций (усл. ед.) приведены в таблице:

x	2,0	2,5	3,0	3,1	3,5	3,7	4,3
y (усл. ед.)	4,3	4,6	4,7	4,7	4,9	5,1	4,6

Методом наименьших квадратов найти зависимость вида $y = ax + b$ между ростом цены акций y и ростом индекса x . Вычислить рост цены акции при росте индекса, равном 2,6.

Компенентностно-ориентированная задача №16

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$, где x – доля населения, y – доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

Компенентностно-ориентированная задача №17

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно k_1 и k_2 . Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

Компенентностно-ориентированная задача №18

Найти выражение объёма реализованной продукции $Q = Q(t)$ и его значение при $t = 2$, если известно, что продукция продаётся на конкурентном рынке по цене $P(Q) = 3 - 2Q$, норма акселерации $\frac{1}{l} = 1,5$, норма инвестиций $m = 0,6$, $P(0) = 1$.

Пояснение: полученный на момент времени t доход составит $R(Q) = Q \cdot P(Q)$, часть которого, равная $I(t) = m \cdot P(Q) \cdot Q$, инвестируется в производство при норме инвестиции m . В результате расширения производства (предполагается полная реализация производимой продукции) будет получен прирост дохода, часть которого опять инвестируется для расширения выпуска продукции. Это приведет к росту скорости выпуска (акселерации), причём скорость выпуска пропорциональна увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности l , т.е. $Q'(t) = l \cdot I(t)$, где l^{-1} – норма акселерации.

Компенентностно-ориентированная задача №19

Известно, что начальный размер вклада под 10% годовых в банке составил 1 млн. рублей. Найти размер вклада через 5 лет: а) без капитализации процентов, б) с ежегодной капитализацией, в) с ежеквартальной капитализацией, г) с ежемесячной капитализацией, д) с ежедневной капитализацией, е) с непрерывной капитализацией.

Компенентностно-ориентированная задача №20

Кооператив открывает линию по производству жестяных консервных банок объемом 0,25 литра для последующей расфасовки в них консервированного горошка. В качестве инженера-экономиста рассчитайте такие радиус основания x и высоту y консервной банки, чтобы на ее изготовление потребовалось минимум материала. Напомним, что $1 \text{ л} = 1000 \text{ см}^3$.

Компенентностно-ориентированная задача №21

В таблице приведены данные численности занятого населения (x , млн.) и валового выпуска продукции (y , у.е.).

x_i	80	82	83	84	85	86	88	89	90	91
y_i	32	34	35	36	36	37	38	40	39	40

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать валовой выпуск продукции в случае, если занятое население увеличится на 10% по сравнению с последними данными (90 млн.)

Компенентностно-ориентированная задача №22

Торговое предприятие имеет сеть, состоящую из 10 магазинов, информация о деятельности которых: годовой товарооборот (y , млн. руб.) и торговая площадь (x , тыс. м²) представлена в таблице.

x_i	0,24	0,41	0,55	0,58	0,78	0,94	0,98	1,21	1,28	1,32
y_i	19,8	38,1	41,0	43,1	56,3	68,5	75,0	89,1	91,1	91,3

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать годовой товарооборот в случае, если торговая площадь составит ровно 1 тыс. м².

Компетентностно-ориентированная задача №23

В таблице приведены данные о росте объема выручки (y , тыс. у.е.) косметической компании в зависимости от числа клиентов (x).

x_i	900	950	1000	1040	1080	1100	1120	1130	1135	1140
$y_i \cdot 10$	992	1101	1203	1289	1381	1432	1478	1505	1514	1530

В предположении, что между x и y существует квадратичная зависимость, определить параметры регрессии $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать объем выручки, если число клиентов достигнет 1150 человек.

Компетентностно-ориентированная задача №24

В таблице приведены данные о показателях конкуренции (x) и средневзвешенные по частоте упоминания количества патентов (y).

x_i	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,9
y_i	4,5	4,8	5,3	5,9	6,1	6,4	6,1	5,4	4,8	4,3

В предположении, что между x и y существует квадратичная зависимость, определить параметры регрессии $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать количество патентов, в случае, если показатель конкуренции составит 1.

Компетентностно-ориентированная задача №25

Найти значение цены $p(t)$, при котором достигается равновесное состояние рынка, заключающееся в равенстве спроса $d(t)$ и предложения $s(t)$, если $d(t) = 3p'' - p' - 2p + 18$, $s(t) = 4p'' + p' + 3p + 3$.

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

В соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

<i>Сумма баллов по 100-балльной шкале</i>	<i>Оценка по 5-балльной шкале</i>
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.