РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Надежность технических систем»

для обучающихся по направлениям 27.04.01 «Стандартизация и метрология» и 27.04.02 «Управление качеством»

Курск

Практическая работа №1
Определение количественных характеристик надежности по статистическим данным об отказах изделия

Вероятность безотказной работы по статистическим данным об отказах оценивается выражением

$$P(t) = \frac{n(t)}{N} \tag{1}$$

где $n(t)$ – число изделий, не отказавших к моменту времени t; N–число изделий, поставленных на испытания; $P(t)$ – статистическая оценка вероятности безотказной работы изделия.

Для *вероятности отказа* по статистическим данным справедливо соотношение

$$q(t) = \frac{N - n(t)}{N} = 1 - P(t) \tag{2}$$

где N-$n(t)$ – число изделий, отказавших к моменту времени t; $q(t)$ - статистическая оценка вероятности отказа изделия.

Частота отказов по статистическим данным об отказах определяется выражением

$$f(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} \tag{3}$$

где $\Delta n(t)$ – число отказавших изделий на участке времени (t, $t+\Delta t$); $f(t)$ – статистическая оценка частоты отказов изделия; Δt – интервал времени.

Интенсивность отказов по статистическим данным об отказах определяется формулой

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} \tag{4}$$

где $n(t)$ – среднее число изделий, не отказавших к моменту времени t; $\Delta n(t)$ – число отказавших изделий на участке времени (t, $t+\Delta t$); λ (t) – статистическая оценка интенсивности отказов изделия.

Среднее время безотказной работы изделия по статистическим данным оценивается выражением

$$m_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} t_i \tag{5}$$

где t_i – время безотказной работы i- го изделия; N – общее число изделий, поставленных на испытания; m_t – статистическая оценка среднего времени безотказной работы изделия.

Для определения m_t по формуле (5) необходимо знать моменты выхода из строя всех N изделий.

Задача 1. На испытание поставлено 1000 однотипных электронных ламп, за 3000 час. отказало 80 ламп. Требуется определить $P(t)$, $q(t)$ при t = 3000 час.

Решение. В данном случае N= 1000; $n(t)$=1000-80=920; N-$n(t)$=1000-920=80. По формулам (1) и (2) определяем

$$P^*(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{920}{1000} = 0.92,$$

$$q^*(3000) = \frac{N - n(t)}{N} = \frac{80}{1000} = 0.08,$$

$$q^*(3000) = 1 - P^*(3000) = 1 - 0.92 = 0.08.$$

Задача 2. На испытание было поставлено 1000 однотипных ламп. За первые 3000 час. отказало 80 ламп, а за интервал времени 3000 - 4000 час. отказало еще 50 ламп. Требуется определить статистическую оценку частоты и интенсивности отказов электронных ламп в промежутке времени 3000 - 4000 час.

Решение. В данном случае N=1000; t=3000 час; Δt =1000 час; $\Delta n(t)$=50; $n(t)$=920.

По формулам (3) и (4) находим

$$f^*(t) = f^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5} 1 / \text{час}$$

$$\lambda^*(t) = \lambda^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} = \frac{100}{100 \cdot 200} = 5 \cdot 10^{-3} \ \ 1/\text{час}$$

Задача 3. На испытание поставлено N = 400 изделий. За время t = 3000 час отказало 200 изделий, т.е. n(t) = 400-200=200.За интервал времени (t, t+Δt) , где Δt= 100 час, отказало 100 изделий, т.е. Δn(t)= 100. Требуется определить P*(3000), P*(3100), f*(3000), λ*(3000).

Решение. По формуле (1) находим

$$P^*(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{200}{400} = 0{,}5.$$

$$P^*(3100) = \frac{n(t)}{N} = \frac{100}{400} = 0{,}25.$$

Используя формулы (3) и (4), получим

$$f^*(t) = f^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{100}{400 \cdot 100} = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \ (1/\text{час})$$

$$\lambda^*(t) = \lambda^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} = \frac{100}{100 \cdot 200} = 5 \cdot 10^{-3} \ (1/\text{час})$$

Задача4. На испытание поставлено 6 однотипных изделий. Получены следующие значения t_i (t_i – время безотказной работы i- го изделия) : t_1 =280 час; t_2 = 350 час; t_3 =400 час; t_4 =320 час; t_5 =380 час; t_6 =330 час.

Определить статистическую оценку среднего времени безотказной работы изделия.

Решение. По формуле (5) имеем

$$m_t^* = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i = \frac{280+350+400+320+380+330}{6} = \frac{2060}{6} = 343{,}3 \quad \text{час.}$$

Практическая работа №2
Структурные модели надежности сложных систем

Большинство технических систем являются сложными системами, состоящими из отдельных узлов, деталей, агрегатов, систем управления и т.п. Под *сложной системой* понимается объект, предназначенный для выполнения заданных функций, который может быть расчленен на элементы (компоненты), каждый из которых также выполняет определенные функции и находится во взаимодействии с другими элементами системы.

С позиций надежности сложная система обладает как отрицательными, так и положительными свойствами.

Факторы, отрицательно влияющие на надежность сложных систем, следующие:

- во-первых, это большое число элементов, отказ каждого из которых может привести к отказу всей системы;

- во-вторых, оценить работоспособность сложных систем весьма затруднительно с точки зрения статистических данных, т.к. они часто являются уникальными или имеются в небольших количествах;

- в-третьих, даже у систем одинакового предназначения каждый экземпляр имеет свои незначительные вариации свойств отдельных элементов, что сказывается на выходных параметрах системы. Чем сложнее система, тем большими индивидуальными особенностями она обладает.

Однако сложные системы обладают и такими свойствами, которые положительно влияют на их надежность:

- во-первых, сложным системам свойственна самоорганизация, саморегулирование или самоприспособление, когда система способна найти наиболее устойчивое для своего функционирования состояние;

- во-вторых, для сложной системы часто возможно восстановление работоспособности по частям, без прекращения ее функционирования;

- в-третьих, не все элементы системы одинаково влияют на надежность сложной системы.

Анализ работоспособности сложной системы связан с изучением ее структуры и тех взаимосвязей, которые определяют ее надежное функционирование.

При анализе надежности сложных систем их разбивают на элементы (компоненты) с тем, чтобы вначале рассмотреть параметры и характеристики элементов, а затем оценить работоспособность всей системы. Под элементом можно понимать составную часть сложной системы, которая может характеризоваться самостоятельными входными и выходными параметрами. При исследовании надежности системы элемент не расчленяется на составные части, и показатели безотказности и долговечности относятся к элементу в целом. При этом возможно восстановление работоспособности элемента независимо от других частей и элементов системы.

Анализ надежности сложных систем имеет свои специфические особенности. Влияние различных отказов и снижение работоспособности элементов системы по-разному скажутся на надежности всей системы.

При анализе надежности сложной системы все ее элементы и компоненты целесообразно разделить на следующие группы.

1) Элементы, отказ которых практически не влияет на работоспособность системы (деформация ограждающего кожуха машины, изменение окраски поверхности и т.п.). Отказы (т.е. неисправное состояние) этих элементов могут рассматриваться изолированно от системы.

2) Элементы, работоспособность которых за рассматриваемый период времени практически не изменяется (станины и корпусные детали, малонагруженные элементы с большим запасом прочности).

3) Элементы, ремонт или регулировка которых возможна при работе изделия или во время остановок, не влияющих на его эффективность (подналадка и замена режущего инструмента на станке, регулировка холостого хода карбюратора автомобильного двигателя).

4) Элементы, отказ которых приводит к отказам системы.

Таким образом, рассмотрению и анализу надежности подлежат лишь элементы последней группы. Как правило, имеется ограниченное число элементов, которые в основном и определяют надежность изделия. Эти элементы и подсистемы выявляются при рассмотрении структурной схемы параметрической надежности.

Модели надежности устанавливают связь между подсистемами (или элементами системы) и их влиянием на работу всей системы. *Структурная схема надежности* определяет функциональную взаимосвязь между работой подсистем (или элементов) в определенной последовательности. Эту схему составляют по принципу функционального назначения соответствующих подсистем (или элементов) при выполнении ими определенной части работы, выполняемой системой в целом. Техническая система может быть сконструирована таким образом, что для успешного ее функционирования необходима исправная работа всех ее элементов. В этом случае ее называют *последовательной системой.* Есть также системы, в которых при отказе одного элемента другой элемент способен выполнить его функции. Такую систему называют *параллельной.* Очень часто системы обладают свойствами как параллельных, так и последовательных систем — *системы со смешанным соединением.* При расчете надежности необходимо исследовать действия системы, основываясь на ее функциональной структуре и используя вероятностные соотношения.

Такое исследование структуры позволяет выявить узкие места в конструкции системы с точки зрения ее надежности, а на этапе проектирования разработать конструктивные меры по устранению подобных узких мест. Например, можно заранее подсчитать, сколько резервных элементов необходимо для обеспечения заданного уровня надежности системы. Далее можно рассчитать надежность системы, построенной из элементов с известной надежностью, или наоборот, исходя из требования к надежности системы, предъявить требования к надежности элементов.

Рассмотрим систему, состоящую из двух или более элементов. Пусть A — событие, состоящее в том, что система работает безотказно. а Ai (i=1, 2,..., n) — события, состоящие в исправной работе всех ее элементов. Далее предположим, что событие A имеет место тогда и только тогда, когда имеют место все события Ai, т.е. система исправна тогда и только тогда, когда исправны все ее элементы. В этом случае систему называют *последовательной системой*.

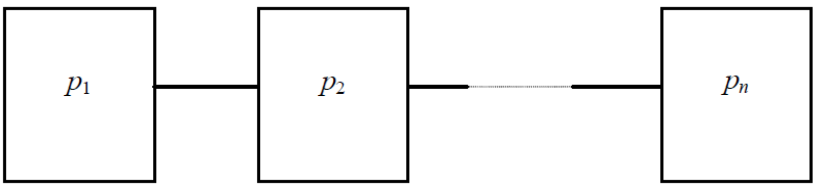


Рис. Структурная схема надежности системы с последовательным соединением элементов

Известно, что отказ любого элемента такой системы приводят, как правило, к отказу системы. Поэтому вероятность безотказной работы системы определяют как произведение вероятностей для *независимых событий.*

Таким образом, надежность всей системы равна произведению надежностей подсистем или элементов:

$$\underset{i=1}{\overset{n}{P}}(A) = \mathbf{\Pi} P(A_i).$$

Обозначив $P(A) = P; P(A_i) = p_i$, получим

$$P = \prod_{i=1}^{n} p_i, \qquad (2)$$

где P — надежность.

Сложные системы, состоящие из элементов высокой надежности, могут обладать низкой надежностью за счет наличия большого числа элементов. Например, если узел состоит всего из 50 деталей, а вероятность безотказной работы каждой детали за выбранный промежуток времени составляет $Pi = 0,99$, то вероятность безотказной работы узла будет $P(t) =(0,99)^{50} = 0,55$.

Если же узел с аналогичной безотказностью элементов состоит из 400 деталей, то $P(t)$

$= (0,99)^{400} = 0,018$, т.е. узел становится практически неработоспособным.

Пример 1 Определить надежность автомобиля (системы) при движении на заданное расстояние, если известны надежности следующих подсистем: системы зажигания $p_1 = 0,99$; системы питания топливом и смазкой $p_2 = 0,999$; системы охлаждения $p_3 = 0,998$; двигателя $p_4 = 0,985$; ходовой части $p_5 = 0,997$.

Решение. Известно, что отказ любой подсистемы приводит к отказу автомобиля. Для определения надежности автомобиля используем формулу (2)

$P = p_1\, p_2\, p_3\, p_4\, p_5 = 0,99.0,999.0,998.0,985.0,997 = 0,979.$

Ответ: $P = 0,979$.

В практике проектирования сложных технических систем часто используют схемы с *параллельным соединением элементов* (рис. 2.), которые построены таким образом, что отказ системы возможен лишь в случае, когда отказывают все ее элементы, т.е. система исправна, если исправен хотя бы один ее элемент. Такое соединение часто называют *резервированием.* В большинстве случаев резервирование оправдывает себя, несмотря на увеличение стоимости. Наиболее выгодным *является резервирование отдельных элементов,* которые непосредственно влияют на выполнение основной работы. При конструировании технических систем в зависимости от выполняемой системой задачи применяют горячее или холодное резервирование.

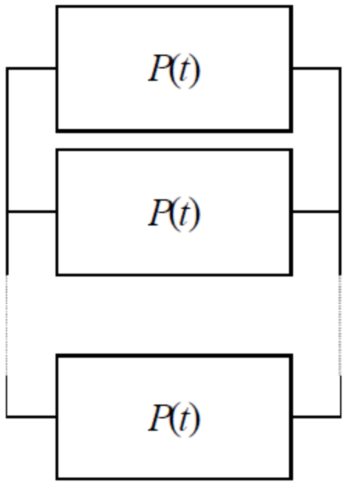


Рис. 2. Структурная схема надежности системы с параллельным соединением элементов

Горячее резервирование применяют тогда, когда не допускается перерыв в работе на переключение отказавшего элемента на резервный с целью выполнения задачи в установленное время. Чаще всего горячему резервированию подвергают отдельные элементы. Используют горячее резервирование элементов и подсистем, например источников питания (аккумуляторные батареи дублируются генератором и т.п.).

Холодное резервирование используют в тех случаях, когда необходимо увеличение ресурса работы элемента, и поэтому предусматривают время на переключение отказавшего элемента на резервный.

Существуют технические системы с *частично параллельным резервированием,* т. е. системы, которые оказываются работоспособными даже в случае отказа нескольких элементов.

Рассмотрим систему, имеющую ряд параллельных элементов с надежностью $p(t)$ и соответственно ненадежностью $q(t)$ = 1- $p(t)$. В случае, если система содержит n элементов, которые соединены параллельно, вероятность отказа системы равна:

$$Q = [q(t)]^n,$$

а вероятность безотказной работы

$$P(t) = 1- [q(t)]^n.$$

При частично параллельном резервировании вероятность безотказной работы системы, состоящей из общего числа элементов n, определяют по формуле:

$$P(t) = \sum_{k=j}^{n} C_n^k p^k(t) q^{n-k}(t),$$

где $p(t)$ — вероятность безотказной работы одного элемента; j — число исправных элементов, при котором обеспечивается работоспособность системы; C_n
$_k$ = $n!/[k!(n - k)!]$ - число сочетаний из n элементов по k.

В случае j =1 система будет полностью параллельной, в остальных случаях – частично параллельной.

Следует отметить, что в практике проектирования технических систем часто используют структурные схемы надежности с *параллельно-последовательным соединением* элементов. Так, например, часто при проектировании систем с радиоэлектронными элементами применяют схемы, работающие по принципу два из трех, когда работоспособность обеспечивается благодаря исправному состоянию любых двух элементов. Надежность такой схемы соединения определяют по формуле

$$P(T) = P^3(T) + 3P^2(T)Q(T).$$

где $p(t)$ — надежность каждого элемента за время работы t одинакова; $q(t)$=1- $p(t)$.

Широкое применение в проектировании нашли так называемые *мостиковые схемы.* Надежность такой схемы определяют из соотношения вида

$$P(t) = p^5(t) + 5p^4(t)\, q(t) + 8p^3(t)\, q^2(t) + 2p^2(t)\, q^3(t).$$

Здесь все элементы также имеют одинаковую надежность.

Различают структурные схемы надежности с поканальным и поэлементным резервированием. Структурная схема надежности с поканальным резервированием показана на рис. 3.

Формула надежности выглядит так:

$$P = [1-(1- p_{11}\, p_{12} \cdots p_{1n})(1-p_{21} p_{22} \cdots p_{2n})(1-p_{k1} p_{k2} \cdots p_{nk})]$$

При $p_{ij} = p_j$

$$P = 1-(1- p_1 p_2 \cdots p_n)^k$$

Если $p_{ij} = p$, то

$$P = 1- (1 - p^n)^k$$

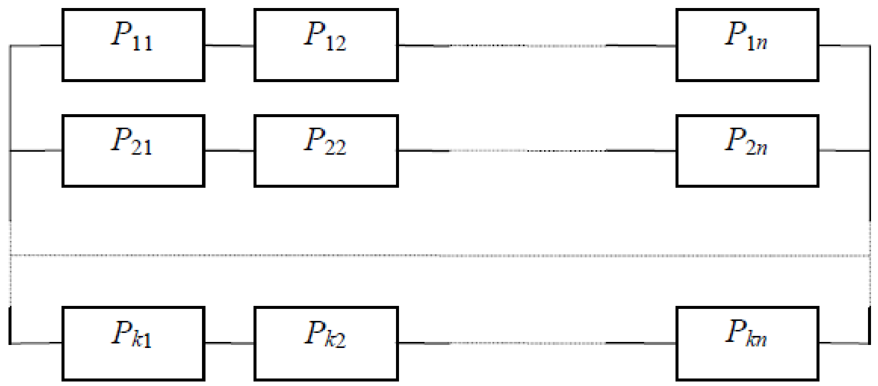


Рис.3. Структурная схема надежности с поканальным резервированием

В практике проектирования часто используют структурную схему надежности с поэлементным резервированием

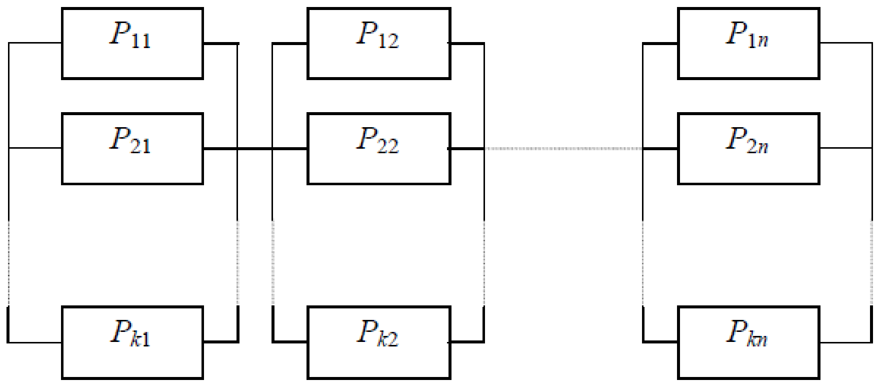


Рис.4. Надежность такой системы определяют по формуле:

$P = [1 - (1- p_{11})(1 - p_{21})...(1 - p_{k1})][1 - (1 - p_{12})(1- p_{22})...(1 - p_{k2})]\ldots[1- (1- p_{1n})(1- p_{2n})...(1- p_{kn})]$.

При $p_{ij} = p_j$

$$P = [1 - (1 - p_1)^k][1- (1 - p_2)^k]\cdots[1- (1 - p_n)^k].$$

Если $p_{ij} = p$, то

$$P = [1 - (1 - p)^k]^n .$$

Анализ последних двух схем показывает, что структурная схема с поэлементным резервированием имеет более высокую надежность по сравнению с поканальным резервированием.

Пример 2. Техническая система предназначена для выполнения некоторой задачи. С целью обеспечения работоспособности система спроектирована со смешанным соединением элементов (рис. 5.).

Определить надежность системы, если известно, что надежность ее элементов равна:

p_1=0,99; p_2=0,98; p_3=0,9; p_4=0,95; p_5=0,9; p_6=0,9; p_7=0,8; p_8=0,75; p_9=0,7.

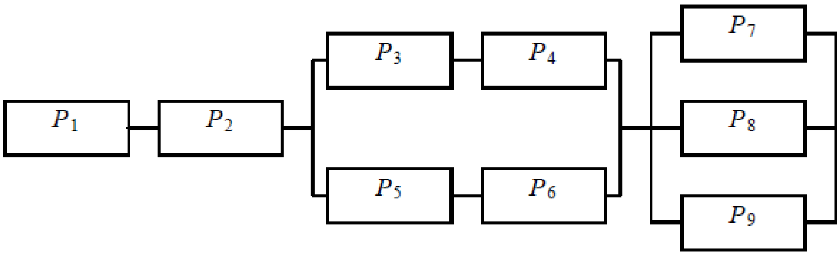


Рис.4. Структурная схема надежности технической системы

Решение. При расчете надежности воспользуемся формулами как для последовательного, так и для параллельного соединения элементов:

$$P = p_1 p_2[1-(1-p_3 p_4)(1-p_5 p_6)][1-(1-p_7)(1-p_8)(1-p_9)] =$$

$$= 0{,}99 \cdot 0{,}98[1-(1-0{,}9 \cdot 0{,}95)(1-0{,}9 \cdot 0{,}9)][1-(1-0{,}8)(1-0{,}75)(1-0{,}7)] = 0{,}927.$$

При расчете схемной надежности данную систему представляют в виде структурной схемы, в которой элементы, отказ которых приводит к отказу всей системы, изображаются последовательно, а резервные элементы или цепи – параллельно. Следует иметь в виду, что конструктивное оформление элементов, их последовательное или параллельное соединение в конструкции еще не означает аналогичного изображения в структурной схеме надежности.

Практическая работа №3
Последовательное соединение элементов в систему

Соединение элементов называется последовательным, если отказ хотя бы одного элемента приводит к отказу всей системы. Система последовательно соединенных элементов работоспособна тогда, когда работоспособны все ее элементы.

Вероятность безотказной работы системы за время t определяется формулой

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t) \qquad (1)$$

где Pi(t) - вероятность безотказной работы i-го элемента за время t.

Выразим Pc(t) через интенсивность отказов λi(t) элементов системы.
Имеем:

$$P_c(t) = \exp(-\sum_{i=1}^{n}\int_0^t \lambda_i(t)dt) \quad \text{или} \quad P_c(t) = \exp(-\int_0^t \lambda_c(t)dt), \qquad (2)$$

где

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(t). \qquad (3)$$

Здесь λi(t) – интенсивность отказов i-го элемента; λc(t) – интенсивность отказов системы.

Вероятность отказа системы на интервале времени (0, t) равна

$$q_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} \lambda_i(t). \qquad (4)$$

Частота отказов системы fc(t) определяется соотношением

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt}. \qquad (5)$$

Интенсивность отказов системы

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)}. \qquad (6)$$

Среднее время безотказной работы системы:

$$m_{tc} = \int_0^{\infty} P_c(t)dt. \qquad (7)$$

В случае экспоненциального закона надежности всех элементов системы имеем следующие зависимости

$$\lambda_i(t) = \lambda_i = const\,.$$

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \lambda_c\,;$$

$$P_i(t) = \exp(-\lambda t)\,;$$

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t}\,;$$

$$f_c(t) = \lambda_c * e^{-\lambda_c t}\,;$$

$$q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_c t}\,;$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}\,;$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_i}\,,$$

Пример 1 Система состоит из трех устройств. Интенсивность отказов электронного устройства равна λ_1=0,16*10^{-3} 1/час = const. Интенсивности отказов двух электромеханических устройств линейно зависят от времени и определяются следующими формулами

$$\lambda_2 = 0{,}23*10^{-4} t \text{ 1/час},\ \lambda_3 = 0{,}06*10^{-6} t^{2,6} \text{ 1/час}.$$

На основании формулы (2) имеем

$$P_c(t) = \exp(-\sum_{i=1}^{n} \int_0^t \lambda_i(t)dt) = \exp\left\{-\left[\int_0^t \lambda_1 dt + \int_0^t \lambda_2 dt + \int_0^t \lambda_3 dt\right]\right\} =$$

$$= \exp\left[-\left(\lambda_1 t + 0{,}23*10^{-4}\frac{t^2}{2} + 0{,}06*10^{-6}*\frac{t^{3,6}}{3{,}6}\right)\right].$$

Для t=100 час

$$P_c(100) = \exp\left[-\left(0{,}16*10^{-3}*100 + 0{,}23*10^{-4}*\frac{100^2}{2} + 0{,}06*10^{-6}*\frac{100^{3,6}}{3{,}6}\right)\right] \approx 0{,}33$$

Пример 2. Система состоит из трех блоков, среднее время безотказной работы которых равно : m_{t1}=160 час; m_{t2} =320 час; m_{t3} = 600 час.

Для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется определить среднее время безотказной работы системы.

Воспользовавшись формулой для экспоненциального закона, получим

$$\lambda_1 = \frac{1}{m_{t1}} = \frac{1}{160};\lambda_2 = \frac{1}{m_{t2}} = \frac{1}{320};\lambda_3 = \frac{1}{m_{t3}} = \frac{1}{600}.$$

Здесь λ_i - интенсивность отказов *i* -го блока.

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \frac{1}{160} + \frac{1}{320} + \frac{1}{600} \approx 0{,}011 \text{ 1/час}\,.$$

Здесь λ_c - интенсивность отказов системы.

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0,011} \approx 91 \text{ час}.$$

Пример 3. Система состоит из 12600 элементов, средняя интенсивность отказов которых λ_{cp}=0,32*10-6 1/час. Требуется определить $P_c(t)$, $q_c(t)$, $f_c(t)$, m_{tc}, для t=50 час.

Здесь $P_c(t)$ - вероятность безотказной работы системы в течение времени t ; $q_c(t)$ – вероятность отказа системы в течение времени t ; $f_c(t)$ – частота отказов или плотность вероятности времени T безотказной работы системы; m_{tc} – среднее время безотказной работы системы.

По формулам для экспоненциального закона имеем

$$\lambda_c=\lambda_{cp}*n=0,32*10^{-6}*12600=4,032*10^{-3} \text{ 1/час}.$$

$$P_c(t)=e^{-\lambda_c t} ;\ P_c(50)=e^{-4?032*0,001*50}\approx 0,82 .$$

$$q_c(50)=1-P_c(50) \approx 0,18 .$$

$$f_c(t)=\lambda_c e^{-\lambda_c t}=\lambda_c P_c(t);\ f_c(50)=4,032*10^{-3}*0,82=3,28*10^{-3} \text{ 1/час}.$$

$$m_{tc}=1/\lambda_c=1/4,032*10^{-3}\approx 250 \text{ час}.$$

Практическая работа №4
Расчет показателей надежности невосстанавливаемой системы с постоянными во времени интенсивностями отказов элементов

Понятие надежности тесно связано с понятием отказа. По характеру возникновения выделяют отказы внезапные, постепенные и перемежающиеся.

Внезапные отказы возникают в результате скачкообразного изменения значений параметров объекта. Их трудно предсказать и можно ожидать только с определенной степенью вероятности.

Постепенные отказы возникают в результате постепенного изменения значений параметров объекта в результате его старения или износа. Постепенные отказы можно прогнозировать.

Третьим видом отказа является *перемежающийся* отказ – многократно возникающий самоустраняющийся отказ объекта одного и того же характера. Сбои связаны с кратковременным действием температурных изменений, внешних электромагнитных влияний, колебаний питающих напряжений и т.д. Причины сбоев труднее всего обнаружить из-за кратковременности их действия.

Невосстанавливаемым называют такой элемент, который после работы до первого отказа заменяют на такой же элемент, так как его восстановление в условиях эксплуатации невозможно. В качестве примеров невосстанавливаемых элементов можно назвать диоды, конденсаторы, триоды, микросхемы, гидроклапаны, пиропатроны и т.п.

Вероятность безотказной работы $P(t)$ – это такая функция времени, которая определяет вероятность того, что невосстанавливаемая система будет выполнять требуемую функцию в заданный момент времени t.

В общем виде вероятность безотказной работы испытуемых элементов определяется как отношение числа элементов оставшихся исправными в конце времени испытания к начальному числу элементов поставленных на испытание.

$$P(t) = \frac{n(t)}{N} \qquad (1)$$

Вероятность отказа $Q(t)$ – это вероятность того, что система выйдет из строя к моменту времени. Она связана с вероятностью безотказной работы $P(t)$ простым соотношением

$$Q(t) + P(t) = 1 \qquad (2)$$

Функцию $Q(t)$ называют также *вероятностью отказа элемента* до момента t. Если элемент работает в течение времени t непрерывно, то существует *непрерывная плотность вероятности отказа*

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} \qquad (3)$$

Если случайная величина t (наработка до отказа) имеет *плотность распределения* $f(t)$, то вероятность безотказной работы

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt \qquad (4)$$

Другими словами, частота отказов или плотность вероятности отказов $f(t)$ представляет собой отношение числа отказавших элементов $\Delta n(t)$ к числу первоначально установленных N за единицу времени Δt

$$f(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} \qquad (5)$$

Основной количественной характеристикой надежности элементов является интенсивность отказов $\lambda(t)$. Напомним, что статистически интенсивность отказов определяется по формуле, ч$^{-1}$

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} \qquad (6)$$

где $n(t)$ – среднее число изделий, не отказавших к моменту времени t; $\Delta n(t)$ – число отказавших изделий на участке времени $(t, t+\Delta t)$; Δt − рассматриваемый интервал времени в часах.

Выражение для мгновенного значения интенсивности отказов

$$\lambda(t) = - [1/P(t)] \cdot dP(t)/dt = f(t)/P(t).$$

Выражение для вероятности безотказной работы

$$P(t) = \exp[-\int_0^t \lambda(t)dt)].$$

С помощью данного выражения можно получить формулу для вероятности безотказной работы любого элемента технической системы при любом известном распределении времени наработки на отказ.

Среднее время безотказной работы элемента определяется как

$$T(t) = \int_0^\infty P(t)dt\ .$$

Когда испытываемая система *восстанавливается* путем технического обслуживания и ремонта, то *среднее время безотказной работы называется средней наработкой до отказа или средней наработкой на отказ.*

Среднее время безотказной работы и *среднюю наработку до отказа* можно получить по результатам испытаний.

Пусть *время жизни* каждого из элементов соответственно равно τ1, τ2, ... , τ3. Тогда средняя наработка до отказа

$$T_0 = \frac{\tau_1 + \tau_2 + ... + \tau_N}{N} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\tau_i.$$

где *n* — число отказавших элементов, N — число элементов, поставленных на испытания.

В период нормальной эксплуатации устройств (исключающей время приработки и старения) интенсивность отказов является постоянной величиной. В этом случае *вероятность безотказной работы* $P(t)$ определяется по формуле:

$$\mathrm{P(t) = e^{-\lambda t}}\ .$$

Вероятность отказа Q(t) − величина, противоположная вероятности безотказной работы, поэтому

$$\mathrm{Q(t) = 1 - e^{-\lambda t}}\ .$$

Среднее время безотказной работы (средняя наработка на отказ), ч

$$\mathrm{T_{cp}} = \frac{1}{\lambda}.$$

Задача 1. Структурная схема системы имеет вид

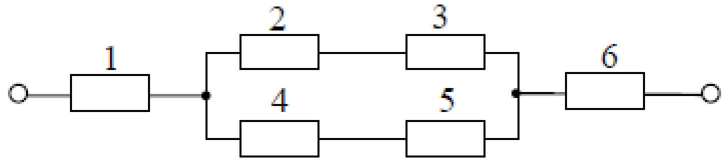


Рис. 1. Структурная схема

Интенсивность отказов элементов системы за время t =120 ч представлена в таблице.

№ элем-та	1	2	3	4	5	6
$\lambda\cdot 10^{-3}$, ч$^{-1}$	1,2	2,2	3,3	4,5	2,7	0,9

Определить:

1. Вероятность безотказной работы системы Pc(t) за заданное время t.
2. Плотность вероятности отказа системы fc(t) в момент времени t.
3. Вероятность появления отказа Qc(t) за заданное время t.

Решение:

На начальном этапе расчетов примем P(t)=P.

Так как элементы P_2 и P_3 соединены последовательно, то обобщенное выражение вероятности их безотказной работы имеет вид:

$$P_{23}=P_2\cdot P_3.$$

Элементы P_4 и P_5 также соединены последовательно, а значит, обобщенное выражение вероятности их безотказной работы имеет вид:

$$P_{45}=P_4\cdot P_5$$

Обобщенное выражение вероятности безотказной работы для элементов P2 - P5 принимает вид:

$$P_{o_1}=1-(1-P_{23})\cdot(1-P_{45})=P_{45}+P_{23}-P_{45}\cdot P_{23}.$$

С учетом (1) и (2):

$$P_{o_1}=P_2\cdot P_3+P_4\cdot P_5-P_2\cdot P_3\cdot P_4\cdot P_5.$$

В результате преобразований получим следующую обобщенную структурную схему системы (рис.2):

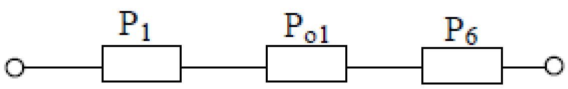


Рис.2. Обобщенная структурная схема системы

В результате вероятность безотказной работы системы Pc=Pc(t) будет:

$$P_c=P_1\cdot P_{o1}\cdot P_6=P_1\cdot P_2\cdot P_3\cdot P_6+P_1\cdot P_4\cdot P_5\cdot P_6-P_1\cdot P_2\cdot P_3\cdot P_4\cdot P_5\cdot P_6.$$

Так как P=P(t) = $e^{-\lambda t}$, то Pc(t) принимает следующий вид:

$$P_c(t)=e^{-\lambda_1 t}\cdot e^{-\lambda_2 t}\cdot e^{-\lambda_3 t}\cdot e^{-\lambda_6 t}+e^{-\lambda_1 t}\cdot e^{-\lambda_4 t}\cdot e^{-\lambda_5 t}\cdot e^{-\lambda_6 t}-e^{-\lambda_1 t}\cdot e^{-\lambda_2 t}\cdot e^{-\lambda_3 t}\cdot e^{-\lambda_4 t}\cdot e^{-\lambda_5 t}\cdot e^{-\lambda_6 t}=$$
$$=e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_6)t}+e^{-(\lambda_1+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)t}-e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)t}. \qquad (1.5)$$

Выражение плотности вероятности отказа fc(t), с учетом что

$$f(t)=-\frac{dP(t)}{dt}=\lambda\cdot e^{-\lambda\cdot t},$$

имеет следующий вид:

$$f_c(t)=(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_6)\cdot e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_6)t}+(\lambda_1+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)\cdot e^{-(\lambda_1+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)t}-$$
$$-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)\cdot e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)t}$$

Выражение определения вероятности появления отказа Qc(t) имеет следующий вид:

$$Q_c(t)=1-P_c(t).$$

Подставив исходные данные в выражения получим:

1. Вероятность безотказной работы системы Pc(t) за заданное время t:

Рс(t)=0,56.

2. Плотность вероятности отказа системы fс(t) в момент времени t:

fс(t) = 3,6·10-3 ч-1.

3. Вероятность появления отказа Qс(t) за заданное время t:

Qс(t)=0,44.

Задача 2. Структурная схема системы имеет вид

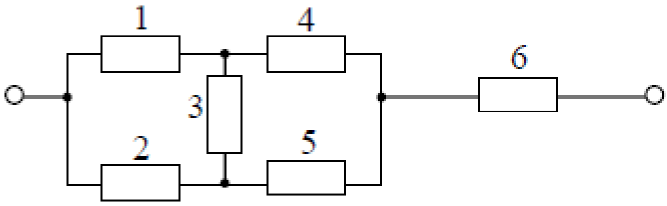


Рис.3 Структурная схема

Интенсивность отказов элементов системы за время t =120 ч.представлена в таблице.

№ элем-та	1	2	3	4	5	6
$\lambda \cdot 10^{-3}$, ч$^{-1}$	1,2	2,3	3,0	2,8	2,8	0,3

Определить:

1. Вероятность безотказной работы системы Рс(t) за заданное время t.
2. Среднюю наработку до отказа T_0.
3. Частоту отказов fс(t).
4. Интенсивность отказа системы λс.

Решение:

1. Для нахождения вероятности безотказной работы системы используем метод разложения структуры относительно базового элемента. Метод основывается на теореме о сумме вероятностей несовместимых событий.

В качестве базового элемента выберем 3-й элемент.

В соответствии с теоремой имеем два несовместимых события:

а) Базовый элемент находится в работоспособном состоянии, т.е P_3=1, и его заменяем перемычкой.

Тогда структурная схема системы принимает следующий вид (рис.4):

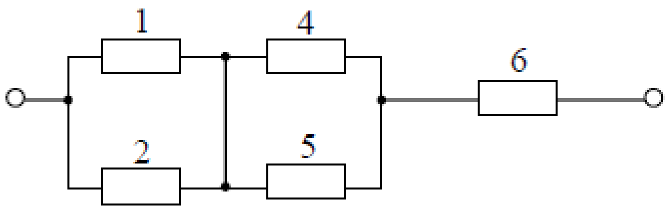


Рис.4. Структурная схема системы, когда базовый элемент находится в работоспособном состоянии

Для данной системы вероятность безотказной работы Рс1(t) будет:

$$P_{c1} = [1-(1-P_1)\cdot(1-P_2)]\cdot[1-(1-P_4)\cdot(1-P_5)]\cdot P_6 =$$
$$= [P_1 + P_2 - P_1 \cdot P_2]\cdot[P_4 + P_5 - P_4 \cdot P_5]\cdot P_6.$$

б) Базовый элемент находится в состоянии отказа, т.е Р3=0 и его заменяем разрывом.

Тогда структурная схема системы принимает следующий вид (рис.5):

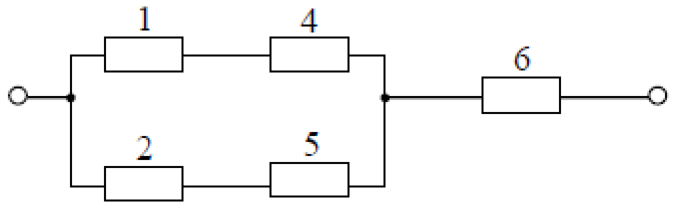


Рис.5. Структурная схема системы, когда базовый элемент находится в работоспособном состоянии

Для данной системы вероятность безотказной работы $P_{c2}(t)$ будет:

$$P_{c2} = [1-(1-P_1 \cdot P_4)\cdot(1-P_2 \cdot P_5)]\cdot P_6 = P_1 \cdot P_4 \cdot P_6 + P_2 \cdot P_5 \cdot P_6 - P_1 \cdot P_2 \cdot P_4 \cdot P_5 \cdot P_6 .$$

Вероятность безотказной работы исходной системы определится по формуле:

$$P_c(t) = P_{бэ} \cdot P_{c1}\big|_{P_{бэ}=1} + Q_{бэ} \cdot P_{c2}\big|_{Q_{бэ}=1},$$

где $P_{бэ}$ - вероятность безотказной работы базового элемента,

$Q_{бэ}$ - вероятность отказа базового элемента,

P_{c1} $P_{бэ}$ =1 - вероятность безотказной работы первой вспомогательной структуры,

P_{c2} $Q_{бэ}$=1 - вероятность безотказной работы второй вспомогательной структуры.

Так как в качестве базового элемента принят 3-й элемент и $Q(t)$ =1- $P(t)$, имеем:

$$P_c(t) = P_3 \cdot P_{c1} + (1-P_3)\cdot P_{c2} = [P_1 + P_2 - P_1 \cdot P_2]\cdot[P_4 + P_5 - P_4 \cdot P_5]\cdot P_6 \cdot P_3 +$$
$$+(1-P_3)\cdot(P_1 \cdot P_4 \cdot P_6 + P_2 \cdot P_5 \cdot P_6 - P_1 \cdot P_2 \cdot P_4 \cdot P_5 \cdot P_6).$$

Подставив исходные данные, получим:

$$P_c(t) = \frac{99}{118}.$$

2.Определим среднюю наработку до отказа, используя выражение $T_0 = \int_0^{\infty} P_c(t)dt$.

$$T_0(t) = \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1+\lambda_5+\lambda_3+\lambda_6)t}dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1+\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)t}dt +$$
$$+\int_0^{\infty} e^{-(\lambda_2+\lambda_4+\lambda_3+\lambda_6)t}dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)t}dt -$$
$$-\int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4+\lambda_3+\lambda_6)t}dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_5+\lambda_3+\lambda_6)t}dt + 2\cdot\int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_3+\lambda_6)t}dt +$$
$$+\int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1+\lambda_4+\lambda_6)t}dt + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_2+\lambda_5+\lambda_6)t}dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)t}dt.$$

Так как $P(t) = e^{-\lambda \cdot t}$ то $T = \frac{1}{\lambda}$.

В результате получим:

$$T_0 = \frac{1}{(\lambda_1+\lambda_5+\lambda_3+\lambda_6)} - \frac{1}{(\lambda_1+\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)} +$$
$$+ \frac{1}{(\lambda_2+\lambda_4+\lambda_3+\lambda_6)} - \frac{1}{(\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)} -$$
$$- \frac{1}{(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4+\lambda_3+\lambda_6)} - \frac{1}{(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_5+\lambda_3+\lambda_6)} + 2\frac{1}{(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_3+\lambda_6)} +$$
$$+ \frac{1}{(\lambda_1+\lambda_4+\lambda_6)} + \frac{1}{(\lambda_2+\lambda_5+\lambda_6)} - \frac{1}{(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)}.$$

Подставив исходные данные, получим:
T0 = 683,334 ч.
3.Интенсивность отказов системы:

$$\lambda_c = \frac{1}{T_0}.$$

Подставив исходные данные, получим:

$$\lambda_c = 1{,}463 \cdot 10^{-3} \quad ч^{-1}.$$

4. Частота отказов системы:

$$f_c(t) = \lambda_c \cdot e^{-\lambda_c \cdot t}.$$

Подставив исходные данные, получим:

$$f_c(t) = 1{,}228 \cdot 10^{-3} \ ч^{-1}.$$

Практическая работа № 5
Построение кривой интенсивности отказов невосстанавливаемого элемента

Статистическая интенсивность отказов $\lambda(t)$ равна отношению числа отказов, происшедших в единицу времени, к общему числу неотказавших элементов к этому моменту времени.

Функция $\lambda(t)$ может быть определена по результатам испытаний. Предположим, что испытаниям подвергают N элементов. Пусть $n(t)$ — число элементов, не отказавших к моменту t. Тогда при достаточно малом Δt и достаточно большом N получим

$$\lambda(t) = \Delta n/[\Delta t\, n(t)], \quad (1)$$

где Δn — число отказов на участке Δt.

Многочисленные опытные данные показывают, что для многих элементов функция $\lambda(t)$ имеет корытообразный вид (рис.).

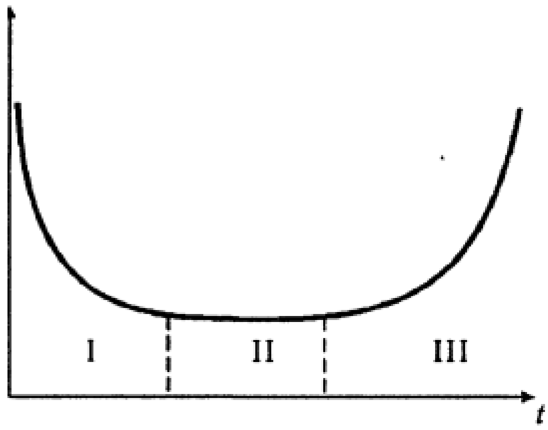


Рис.1. Кривая интенсивности отказов во времени

Анализ графика показывает, что время испытания можно условно разбить на три периода. В первом из них функция $\lambda(t)$ имеет повышенные значения. Это период приработки или период ранних отказов для скрытых дефектов. Второй период называют периодом нормальной работы. Для этого периода характерна постоянная интенсивность отказов. Последний, третий период — это период старения.

Так как период нормальной работы является основным, то в расчетах надежности принимается $\lambda(t) = \lambda$ =const.

В этом случае при экспоненциальном законе распределения функция надежности имеет вид:

$$P(t) = \exp(-\lambda t). \quad (2)$$

Среднее время безотказной работы элемента определяется как Среднее время жизни соответственно равно

$$T_0 = \int_0^\infty \exp(-\lambda t)\, dt = 1/\lambda. \quad (3)$$

Поэтому функцию надежности можно записать и так:

$$P(t) = \exp(-t/T_0). \quad (4)$$

Если время работы элемента мало по сравнению со средним временем жизни, то можно использовать приближенную формулу

$$P(t) \approx 1 - t/T_0. \quad (5)$$

Пример 1. Построить кривую интенсивности отказов по данным табл. 1. На испытания поставлено N элементов (N = 200), испытания проводились в течение t = 100 ч.

Таблица 1

№ п/п	Δt, ч	Δn	$n(t)$	№ п/п	Δt, ч	Δn	$n(t)$
1	0-10	10	190	6	50-60	2	168
2	10-20	8	182	7	60-70	2	166
3	20-30	6	176	8	70-80	4	162
4	30-40	4	172	9	80-90	5	157
5	40-50	2	170	10	90-100	8	149

Для построения кривой (рис.2) вычислим интенсивность отказов $\lambda(t_i)$ ч-1 по формуле (1):

$\lambda(t_1) = 10/(10 \cdot 190) = 0{,}0052;$ $\lambda(t_2) = 8/(10 \cdot 182) = 0{,}0044;$

$\lambda(t_3) = 6/(10 \cdot 176) = 0{,}0034;$ $\lambda(t_4) = 4/(10 \cdot 172) = 0{,}0023;$

$\lambda(t_5) = 2/(10 \cdot 170) = 0{,}0011;$ $\lambda(t_6) = 2/(10 \cdot 168) = 0{,}0011;$

$\lambda(t_7) = 2/(10 \cdot 166) = 0{,}0012;$ $\lambda(t_8) = 4/(10 \cdot 162) = 0{,}0024;$

$\lambda(t_9) = 5/(10 \cdot 157) = 0{,}0032;$ $\lambda(t_{10}) = 8/(10 \cdot 149) = 0{,}0053.$

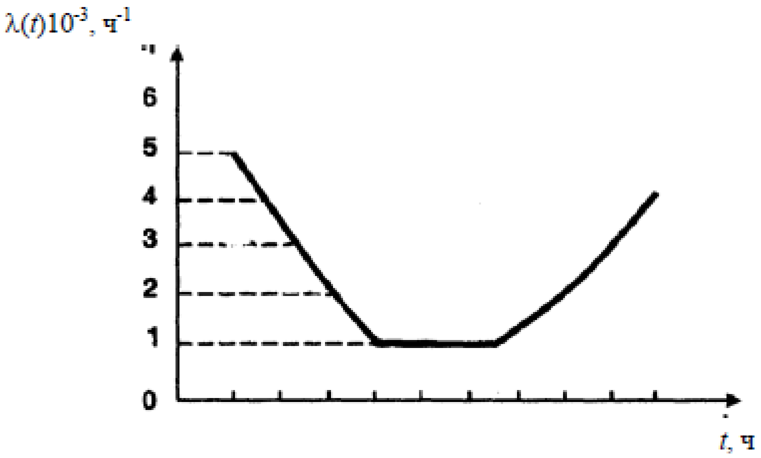


Рис.1 Кривая интенсивности отказов во времени

Практическая работа № 6

Расчет показателей надежности восстанавливаемого элемента

Большинство сложных технических систем с длительными сроками службы являются *восстанавливаемыми,* т.е. возникающие в процессе эксплуатации отказы систем устраняют при ремонте. Технически исправное состояние изделий в процессе эксплуатации поддерживают проведением профилактических и восстановительных работ.

Для осуществляемых в процессе эксплуатации изделий работ по поддержанию и восстановлению их работоспособности характерны значительные затраты труда, материальных средств и времени. Как правило, эти затраты за время эксплуатации изделия значительно превышают соответствующие затраты на его изготовление. Совокупность работ по поддержанию и восстановлению работоспособности и ресурса изделий *подразделяют на техническое обслуживание*, *и ремонт,* которые, в свою очередь, подразделяют на профилактические работы, осуществляемые в плановом порядке и *аварийные,* проводимые по мере возникновения отказов или аварийных ситуаций.

Свойство ремонтопригодности изделий влияет на материальные затраты и длительность простоев в процессе эксплуатации. Ремонтопригодность тесно связана с безотказностью и долговечностью изделий. Так, для изделий, с высоким уровнем безотказности, как правило, характерны низкие затраты труда и средств на поддержание их работоспособности. Показатели безотказности и ремонтопригодности изделий являются составными частями комплексных показателей, таких как коэффициенты *готовности* $K_г$. и *технического обслуживания* $K_{т.и}$.

К показателям надежности, присущим только восстанавливаемым элементам, следует отнести *среднюю наработку на отказ*, *наработку между отказами*, *вероятность восстановления, среднее время восстановления, коэффициент готовности и коэффициент технического использования.*

Средняя наработка на отказ — наработка восстанавливаемого элемента, приходящаяся, в среднем, на один отказ в рассматриваемом интервале суммарной наработки или определенной продолжительности эксплуатации:

$$T_о = 1/m \sum_{t=1}^{m} t_i \tag{1}$$

где t_i — наработка элемента до *i-го* отказа; *m* — число отказов в рассматриваемом интервале суммарной наработки.

Наработка между отказами определяется объемом работы элемента от *i*-го отказа до (*i* + 1)-го, где *i* =1, 2,..., *m.*

Среднее время восстановления одного отказа в рассматриваемом интервале суммарной наработки или определенной продолжительности эксплуатации

$$T_в = 1/m \sum_{i=1}^{m} t_{вi} \tag{2}$$

где $t_{вi}$ — время восстановления *i*-го отказа; *m* — число отказов в рассматриваемом интервале суммарной наработки.

*Коэффициент готовности К*г представляет собой вероятность того, что изделие будет работоспособно в произвольный момент времени, кроме периодов выполнения планового технического обслуживания, когда применение изделия по назначению исключено. Этот показатель является комплексным, так как он количественно характеризует одновременно *два показателя: безотказность и ремонтопригодность*.

В стационарном (установившемся) режиме эксплуатации и при любом виде закона распределения времени работы между отказами и времени восстановления коэффициент готовности определяют по формуле

$$K_г = T_о/(T_о + T_в) \qquad (3)$$

где *Т*о— наработка на отказ; *Т*в — среднее время восстановления отказа.

Таким образом, анализ формулы показывает, что надежность изделия является функцией не только безотказности, но и ремонтопригодности. Это означает, что низкая надежность может быть несколько компенсирована улучшением ремонтопригодности.

Чем выше интенсивность восстановления, тем выше готовность изделия. Если время простоя велико, то готовность будет низкой.

Другой важной характеристикой ремонтопригодности является коэффициент технического использования, который представляет собой отношение наработки изделия в единицах времени за некоторый период эксплуатации к сумме этой наработки и времени всех простоев, обусловленных устранением отказов, техническим обслуживанием и ремонтами за этот период. Коэффициент технического использования представ ляет собой вероятность того, что изделие будет работать в надлежащем режиме за время *Т*. Таким образом, *К*и определяется двумя основными факторами — надежностью и ремонтопригодностью.

Коэффициент технического использования характеризует долю времени нахождения элемента в работоспособном состоянии относительно рассматриваемой продолжительности эксплуатации. Период эксплуатации, для которого определяется коэффициент технического использования, должен содержать все виды технического обслуживания и ремонтов. Коэффициент технического использования учитывает затраты времени на плановые и неплановые ремонты, а также регламенты, и определяется по формуле

$$K_и = t_н/(t_н + t_в + t_р + t_о), \qquad (4)$$

где $t_н$ — суммарная наработка изделия в рассматриваемый промежуток времени; *t*в, *t*р и *t*о — соответственно суммарное время, затраченное на восстановление, ремонт и техническое обслуживание изделия за тот же период времени.

Пример 1 Определить коэффициент готовности системы, если известно, что среднее время восстановления одного отказа равно *Т*в = 5 ч, а среднее значение наработки на отказ составляет *Т*о = 500 ч.

Решение. Для определения коэффициента готовности воспользуемся формулой (3)

*К*г = *Т*с/(*Т*с + *t*в) = 500/(500 + 5) = 0,99.

Ответ: *К*г = 0,99.

Пример 2 Определить коэффициент технического использования машины, если известно, что машину эксплуатируют в течение года ($T_э$ = 8760 ч). За этот период эксплуатации машины суммарное время восстановления отказов составило *t*в = 40 ч.

Время проведения регламента составляет $t_о$ = 20 ч. Суммарное время, затраченное на ремонтные работы за период эксплуатации составляет 15 суток, т.е. $t_р$ = 15*24 = 360 ч.

Решение. Коэффициент технического использования вычислим по формуле (4), но сначала определим суммарное время наработки машины:

$t_н = T_э - (t_в + t_р + t_о) = 8760 - (40 + 360 + 20) = 8340$.

$K_и = t_н/(t_н + t_в + t_р + t_о) = t_н/T_э = 8340/8760 = 0,952$.

Ответ: $K_и = 0,952$.

Пример 3 При эксплуатации сложной технической системы получены статистические данные, которые сведены в табл.1. Определить коэффициент готовности системы.

Таблица 1

Номер системы	Число отказов m_i	Время, ч		
		восстановление отказа $t_{в,i}$	работы $t_р$	Суммарное восстановление $m_i t_{в,i}$
1	2	1	200	2
2	5	2	300	10
3	6	4	400	24
4	4	3	300	12
5	8	2	600	16
6	10	5	700	50
7	15	2	900	30
8	20	3	1000	60
Итого	70	-	4400	204

Наработка на отказ

$$T_о = \sum_{i=1}^{8} t_р / \sum_{i=1}^{8} m_i = 4400/70 = 62{,}8 \text{ ч.}$$

Среднее время восстановления

$$T_в = \sum_{i=1}^{8} m_i\, t_{в.i} / \sum_{i=1}^{8} m_i = 204/70 = 2{,}9 \text{ ч.}$$

По формуле (3) по вычисленным значениям *T*о и *T*в находим коэффициент готовности системы:

*K*г = 62,8/(62,8+2,9) = 0,95.

Практическая работа №7
Проектный расчет надежности технической системы

Известно, что техническая система, как правило, состоит из большого числа подсистем, которые между собой имеют определенную взаимную связь. Приступая к расчету надежности системы, предварительно устанавливают последовательность включения отдельных подсистем, а затем составляют функциональную схему работы системы во времени при выполнении поставленной задачи.

Надежность системы рассчитывают в каждом интервале времени, в котором задействованы определенные подсистемы, при этом суммарное время работы системы будет соответствовать времени выполнения поставленной задачи. Не исключено, что отдельные подсистемы могут работать в течение всего периода времени выполнения поставленной перед системой задачи. В этом случае вероятность безотказной работы системы в течение всего временного интервала определяется выражением вида

$$P(t) = p_1(t_1)\, p_2(t_2) \ldots p_n(t_n),$$

где $t_1, t_2, \ldots, t_n$ - интервалы времени, соответствующие вероятностям $p_1, p_2, \ldots, p_n$.

Для определения вероятностей $p_1(t_1)$, $p_2(t_2) \ldots p_n(t_n)$ для каждого интервала времени работы системы составляют структурные схемы надежности. Расчет надежности на этапе проектирования проводят по справочным данным интенсивностей отказов элементов или используют статистические данные, полученные по результатам испытаний или эксплуатации элементов-аналогов в составе системы.

Порядок расчета надежности по справочным данным сводится к следующему.

В зависимости от заданных условий эксплуатации системы (температуры, влажности, нагрузки и др.) взятые из справочников по надежности значения интенсивностей отказов умножают на коэффициент условий применения $K_у$, который может быть больше или меньше единицы. Необходимо помнить, что справочные данные по интенсивностям отказов приводятся в основном для элементов электроавтоматики, так как эти элементы стандартизованы и выпускаются предприятиями промышленности с использованием примерно одной технологии, а следовательно, и интенсивности их отказов мало отличаются.

Таким образом, чтобы установить интенсивность отказов элементов электроавтоматики, необходимо выполнить следующие этапы:

1) составить перечень элементов, указывая их название, а также число элементов, входящих в состав системы;

2) определить по справочнику интенсивности отказов;

3) найти коэффициенты условий применения $K_у$ с помощью соответствующего расчета или графика по справочнику, учитывая нагрузку, температуру и др.;

4) перемножить интенсивности отказов на множители $K_у$. Это и будет интенсивность отказов при использовании элемента в данных условиях.

Такую же процедуру осуществляют для всех элементов системы.

Для проведения расчета составляют таблицу справочных данных, примером которой является табл. 1.

Так как в процессе эксплуатации элементы системы находятся как в рабочем состоянии, так и в состоянии хранения и транспортирования, то используют следующие формулы пересчета интенсивностей отказов:

$$\lambda_х = \lambda \cdot 10^{-3}; \qquad \lambda_т = 1{,}5\lambda; \qquad \lambda_{т,х} = 1{,}5\lambda_х.$$

При показательном законе распределения времени безотказной работы надежность элемента определяется из соотношения вида

$$p_i(t) = \exp(-\lambda_i\, t + \lambda_{iт}\, t_т + \lambda_{iх}\, t_х)$$

При $(-\lambda_i\, t + \lambda_{iт}\, t_т + \lambda_{iх}\, t_х) << 1$

$$p_i(t) \approx 1\text{-}(-\lambda_i\, t+\lambda_{iт}\, t_т+\lambda_{ix}\, t_x)$$

Таблица 1

Справочные данные для расчета надежности системы

Название и обозначение элемента	Интенсивность отказов $\lambda\cdot10^6$, ч$^{-1}$	Коэффициент условий применения $K_у$	Число n элементов в системе	Суммарная интенсивность отказов $n\,K_у\,\lambda\cdot10^6$, ч$^{-1}$
Диод 2Д 106	208,0	1,5	10	3120,0
Реле РЭС47	43,5	1,2	5	261,0
Датчик температуры ТС-37	60,8	1,0	2	121,6

Приближенное значение среднего квадратического отклонения

$$\sigma_{p(t)} = (\lambda_i + \lambda_{iт} + \lambda_{ix}) = -\ln p_i(t)/t.$$

Тогда вероятность безотказной работы и среднее квадратическое отклонение системы, состоящей из последовательно соединенных элементов, определяют соответственно по формулам:

$$P(t) = \prod_{i=1}^{N} p_i(t) = \exp\left[-\sum_{i=1}^{N}(\lambda_i t + \lambda_{iт} t_т + \lambda_{ix} t_x)\right],$$

$$\sigma_{P(t)} = \left[\sum_{i=1}^{N}\sigma^2_{p(t)}\right]^{1/2} = \left[\sum_{i=1}^{N}(\lambda_i + \lambda_{iт} + \lambda_{ix})^2\right]^{1/2}.$$

При расчете надежности механических, гидравлических и пневматических элементов и узлов чаще всего используют статистические данные по испытаниям или эксплуатации элементов-аналогов. При наличии статистических данных вероятность безотказной работы элемента вычисляют по формуле

$$p_i(t) = 1 - m_i/n_i,$$

где t - время одного цикла испытаний (работы); m_i и n_i - соответственно число отказов и объем испытаний i-го элемента.

В случае, если $m_i = 0$, то

$$p_i(t) = 1 - 1/[2(n_i + 2)].$$

Среднее квадратическое отклонение элемента определяют с помощью соотношений:

$$\sigma_{p(t)} = \{p_i(t)[1 - p_i(t)]/(n_i - 1)\}^{1/2} \qquad \text{при } m_i \neq 0;$$

$$\sigma_{p(t)} = [1/2(n_i + 2)][(5n_i + 7)/(n_i + 3)]^{1/2} \qquad \text{при } m_i = 0.$$

Вероятность безотказной работы и среднее квадратическое отклонение для системы, состоящей из последовательно соединенных элементов, вычисляют соответственно по формулам:

$$P(t) = \prod_{i=1}^{N} p_i(t) = 1 - \sum_{i=1}^{N} m_i/n_i;$$

$$\sigma_{P(t)} = [\sum_{i=1}^{N} \sigma^2_{p(t)}]^{1/2}.$$

Если в системе предусмотрены различные виды резервирования, то при расчете надежности используют соответствующие формулы.

Для *восстанавливаемых систем* одним из основных показателей надежности является коэффициент готовности. Расчет коэффициента и его среднего квадратического отклонения проводят по формулам:

$$K_г = 1 - K_р - K_{рег},$$

где $K_р$ - коэффициент ремонта системы:

$$K_р = \sum_{i=1}^{N} K_{iр},$$

здесь $K_{iр}$ - коэффициент ремонта i-го элемента:

$$K_{iр} = T_{iр}/\ T_{iэ},$$

где $T_{iр}$ - среднее время непланового ремонта i-го элемента за период его эксплуатации $T_{iэ}$:

$$T_{iр} = T_{iв}\ q_i\ S_i,$$

здесь $T_{iв}$ - среднее время восстановления одного отказа; q_i - вероятность отказа i-го элемента за время $t_ц$ одного цикла работы; S_i - число циклов работы i-го элемента:

$$S_i = T_{iэ}/t_ц.$$

Три последние формулы справедливы для элементов, которые не контролируются в процессе их работы.

Для непрерывно контролируемых элементов коэффициент ремонта определяют по формуле

$$K_{iр} = T_{iв}/(\ T_{iв} + T_i),$$

где T_i - среднее значение наработки на отказ i-го элемента.

Среднее квадратическое отклонение коэффициента ремонта

$$\sigma_{Kр} = (\sum_{i=1}^{N} \sigma^2_{Kiр})^{1/2},$$

где $\sigma_{Kiр} \approx K_{iр}$; а коэффициент регламента – по формуле

$$K_{рег} = T_{рег}/T_э,$$

где $T_{рег}$ — время, затраченное на проведение регламента за период эксплуатации $T_э$.

Пример 1 В соответствии с техническим заданием разработана конструкторская документация на изделие типа подвижной установки. Выполнить расчет вероятности безотказной работы и коэффициента готовности, а также найти их средние квадратические отклонения при следующих исходных данных: t =6 ч − время работы в течение суток (принимается пятидневная рабочая неделя); $T_{рег}$ =240 ч − время регламента (технического обслуживания), предусмотренное после каждого года эксплуатации ($T_э$ =8760 ч).

Для удобства используем сокращения: ц. − цикл; от. − отказ.

Решение. По результатам анализа конструкторской документации установлено, что все элементы и узлы подвижной установки при выполнении ею работы функционируют в течение 6 ч в сутки. Составим структурную схему надежности изделия (рис. 1.).

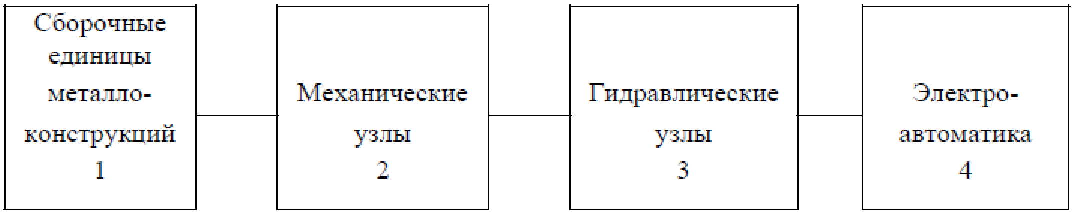


Рис.1. Структурная схема надежности изделия

Для расчета надежности элементов 1-3 структурной схемы используем статистические данные, полученные при испытаниях, а расчет надежности элемента 4 проводим по справочным данным.

Расчет надежности элемента 1. В соответствии с данными, полученными при эксплуатации металлоконструкций аналогичных изделий, предположим, что m_1 =5 от.; n_1 =5000 ц.; $t_ц$ =6 ч (длительность одного цикла работы) и $t_{1в}$ =20 ч (среднее время восстановления одного отказа). Далее, подставляя исходные данные в формулы, определим $p_1(t)$ и $\sigma_{p1(t)}$:

$$p_1(t) = 1 - m_1/n_1 = 1 - 5/5000 = 0{,}999;$$

$$\sigma_{p1(t)} = \{p_1(t)[1 - p_1(t)]/(n_1 - 1)\}^{1/2} = [0{,}999 \cdot 0{,}001/(5000 - 1)]^{1/2} = 0{,}004/$$

Для вычисления коэффициента ремонта и его среднего квадратического отклонения используем соотношения:

$$K_{1Р} = T_{1р}/T_{1э} = m_1\, t_{1в}/(n_1\, t_ц) = 5 \cdot 20/(5000 \cdot 6) = 0{,}0033;$$

$$\sigma_{K1р} = K_{1р} = 0{,}0033.$$

Расчет надежности элемента 2. По результатам эксплуатации механических узлов аналогичных изделий имеем: m_2 =8 от.; n_2 =4000 ц.; $t_ц$ =6 ч и $t_{2в}$ =10 ч.

Подставляя исходные данные в известные формулы, получим:

$$p_2(t) = 1 - m_2/n_2 = 1 - 8/4000 = 0{,}998;$$

$$\sigma_{p2(t)} = \{p_2(t)[1 - p_2(t)]/(n_2 - 1)\}^{1/2} = [0{,}998 \cdot 0{,}002/(4000 - 1)]^{1/2} = 0{,}006;$$

$$K_{2Р} = T_{2р}/T_{2э} = m_2\, t_{2в}/(n_2\, t_ц) = 8 \cdot 10/(6000 \cdot 6) = 0{,}0033;$$

$$\sigma_{K2р} = K_{2р} = 0{,}0033.$$

Расчет надежности элемента 3. По результатам эксплуатации гидравлических узлов аналогичных изделий имеем: m_3 =15 от.; n_3 =3000 ц.; $t_ц$ =6 ч; $t_{3в}$ =6 ч.

Подстановка исходных данных в известные формулы позволяет рассчитать:

$$p_3(t) = 1 - m_3/n_3 = 1 - 15/3000 = 0{,}995;$$

$$\sigma_{p3(t)} = \{p_3(t)[1 - p_3(t)]/(n_3 - 1)\}^{1/2} = [0{,}995 \cdot 0{,}005/(3000 - 1)]^{1/2} = 0{,}001;$$

$$K_{3Р} = T_{3р}/T_{3э} = m_3\, t_{3в}/(n_3\, t_ц) = 15 \cdot 6/(3000 \cdot 6) = 0{,}005;$$

$$\sigma_{K3р} = K_{3р} = 0{,}005.$$

Расчет надежности элемента 4. Структурная схема надежности электроавтоматики (рис. 2) представляет собой смешанное соединение элементов.

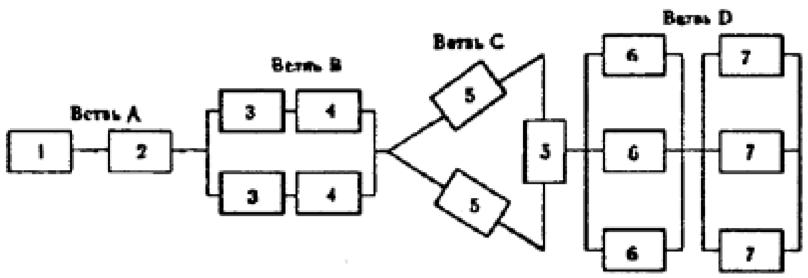


Рис. 2. Структурная схема надежности электроавтоматики

Составим таблицу исходных данных интенсивностей отказов (табл. 2.).

Для расчета надежности элемента 4 представим структурную схему в виде четырех ветвей *A*, *B*, *C* и *D* и определим надежность каждой ветви.

Таблица 2

Исходные данные для расчета надежности

Название элемента на схеме	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^6$, ч$^{-1}$	Коэффициент условий применения $K_у$	Число n элементов в системе	Суммарная интенсивность отказов $nK_у\lambda \cdot 10^6$, ч$^{-1}$
1.Резистор	87,0	1,0	5	435,00
2.Эленктромагнит	173,7	1,5	10	2605,50
3.Диод 2Д106А	208,0	1,5	1	312,00
4.Диод 2Д106А	208,0	1,5	1	312,00
5.Реле РЭС 47	43,4	1,2	1	52,08
Контактор	870,0	1,0	1	870,00
7.Датчик температуры ТС-37	608,0	1,0	1	608,00

<u>Ветвь *A*</u>.

$$P_A(t) = \exp[-\Sigma(\lambda_p t + \lambda_x t_x)] = 1 - \Sigma(\lambda_p t + \lambda_x t_x) = 1 - [(435 + 2605{,}5) \cdot 6 +$$
$$+(435 + 2605{,}5) \cdot 18 \cdot 10^{-3}] \cdot 10^{-6} = 1 - (0{,}018 + 0{,}000054) = 0{,}98;$$
$$\sigma_{P_A(t)} = \lambda_p + \lambda_x = -\ln P_A(t)/t = -\ln 0{,}98/6 = 0{,}0202/6 = 0{,}0033.$$

где λ_p – интенсивность отказов при работе; λ_x – интенсивность отказов при хранении.

<u>Ветвь *B*</u> (поканальное резервирование). Для расчета используем формулы:

$$P_B(t) = 1 - [1 - p(t)]^2 = 1 - (1 - 0{,}9963)^2 = 0{,}99999;$$
$$p(t) = \exp[-\Sigma(\lambda_p t + \lambda_x t_x)] \approx 1 - \Sigma(\lambda_p t + \lambda_x t_x) \approx 1 - [(312+312) \cdot 6 + (312+312) \cdot 18 \cdot 10^{-3}] \cdot 10^{-6} \approx 1 - (0{,}0037+0{,}000011) \approx 0{,}9963;$$
$$\sigma_{P_B(t)} = -\ln P_B(t)/t = 0{,}00005/6 = 0{,}000008.$$

<u>Ветвь *C*</u> (схема два из трех). При расчете используем формулу для схемы два из трех:

$$P_C(t) = p^3(t) + 3\,p^2(t)q(t) = 0{,}9997^3 + 3 \cdot 0{,}9997^2 \cdot 0{,}0003 = 0{,}9999;$$
$$p(t) = \exp[-(\lambda_p t + \lambda_x t_x)] = \exp[-(52{,}08 \cdot 6 + 52{,}08 \cdot 10^{-3} \cdot 18) \cdot 10^{-6}] = 0{,}9997;$$
$$\sigma_{P_C(t)} = -\ln P_C(t)/t = 0{,}0001/6 = 0{,}00001.$$

Ветвь *D* (поэлементное резервирование). При расчете воспользуемся формулой

$$P_D(t) = \{1 - [1 - p_6(t)]^3\}\{1 - [1 - p_7(t)]^3\} = (1 - 0{,}125 \cdot 10^{-6})(1 - 0{,}064 \cdot 10^{-6}) = \\ = 0{,}999999;$$

$$p_6(t) = \exp[-(\lambda_p t + \lambda_x t_x)] = 1 - (\lambda_p t + \lambda_x t_x) = 1 - (870 \cdot 6 + 870 \cdot 10^{-3} \cdot 18) \cdot 10^{-6} = 0{,}995;$$

$$p_7(t) = \exp[-(\lambda_p t + \lambda_x t_x)] = 1 - (\lambda_p t + \lambda_x t_x) = 1 - (608 \cdot 6 + 608 \cdot 10^{-3} \cdot 18) \cdot 10^{-6} = 0{,}996;$$

$$\sigma_{P_D(t)} = -\ln P_D(t)/t = 0{,}000001/6 = 0{,}016 \cdot 10^{-6}.$$

Надежность электроавтоматики равна:

$$p_4(t) = P_A(t)\, P_B(t)\, P_C(t)\, P_D(t) = 0{,}98 \cdot 0{,}99999 \cdot 0{,}9999 \cdot 0{,}999999 = 0{,}979;$$

$$\sigma_{p4(t)} = [\sigma^2_{P_A(t)} + \sigma^2_{P_B(t)} + \sigma^2_{P_C 9t)} + \sigma^2_{P_D(t)}]^{1/2} =$$

$$= [(3{,}3 \cdot 10^{-3})^2 + (0{,}8 \cdot 10^{-5})^2 + (1 \cdot 10^{-5})^2 + (0{,}016 \cdot 10^{-6})^2]^{1/2} \approx 0{,}0033.$$

Из практики известно, что среднее время восстановления электроавтоматики $T_{4в} = 5$ ч.

Вычислим коэффициент ремонта

$$K_{4р} = T_{4в}/(T_{4в} + T_4) = 5/(5 + 153{,}8) = 0{,}031,$$

где $1/T_4 = -\ln P_4(t)/t = -\ln 0{,}979/6 = 0{,}021/6 = 0{,}0065$ 1/ч;

$T_4 = 1/0{,}0065 = 153{,}8$ ч.

Вероятность безотказной работы и среднее квадратическое отклонение изделия в целом соответственно равны:

$$P(t) = p_1(t)\, p_2(t)\, p_3(t)\, p_4(t) = 0{,}999 \cdot 0{,}998 \cdot 0{,}995 \cdot 0{,}979 = 0{,}971;$$

$$\sigma_{P(t)} = [\sigma^2_{P_1(t)} + \sigma^2_{P_2(t)} + \sigma^2_{P_3(t)} + \sigma^2_{P_4(t)}]^{1/2} =$$

$$= (0{,}004^2 + 0{,}006^2 + 0{,}001^2 + 0{,}0033^2)^{1/2} = 0{,}008.$$

Найдем коэффициент ремонта изделия и среднее квадратическое отклонение

$$K_р = \sum_{i=1}^{4} K_{iр} = 0{,}0033 + 0{,}0033 + 0{,}005 + 0{,}031 = 0{,}0426;$$

$$\sigma_{Kр} = \Big(\sum_{i=1}^{4} K^2_{iр}\Big)^{1/2} = (0{,}0033^2 + 0{,}0033^2 + 0{,}005^2 + 0{,}031^2)^{1/2} = 0{,}037.$$

Вычислим коэффициент регламента

$$K_{рег} = T_{рег}/T_э = 240/8760 = 0{,}027.$$

Определим коэффициент готовности

$$K_г = 1 - K_р - K_{рег} = 1 - 0{,}0426 - 0{,}027 = 0{,}93.$$

Среднее квадратическое отклонение коэффициента готовности принимаем равным среднему квадратическому отклонению коэффициента ремонта:

$$\sigma_{Kг} = \sigma_{Kр} = 0{,}037.$$

Ответ: $P(t) = 0{,}971$; $\sigma_{P(t)} = 0{,}008$; $K_г = 0{,}93$; $\sigma_{Kг} = 0{,}037$.

Практическая работа №8
Логико-графические методы анализа надежности и риска

Анализ причин промышленных аварий показывает, что возникновение и развитие крупных аварий, как правило, характеризуется комбинацией случайных локальных событий, возникающих с различной частотой на разных стадиях аварии (отказы оборудования, человеческие ошибки при эксплуатации/ проектировании, внешние воздействия, разрушение/разгерметизация, выброс/ утечка, пролив вещества, испарение, рассеяние веществ, воспламенение, взрыв, интоксикация и т.д.). Для выявления причинно-следственных связей между этими событиями используют логико-графические методы деревьев отказов и событий.

Модели процессов в человеко-машинных системах должны отражать процесс появления отдельных предпосылок и развития их в причинную цепь происшествия в виде соответствующих диаграмм причинно-следственных связей – диаграмм влияния. Такие диаграммы являются формализованными представлениями моделируемых объектов, процессов, целей, свойств в виде множества графических символов (узлов, вершин) и отношений – предполагаемых или реальных связей между ними. Широкое распространение получили диаграммы в форме *потоковых графов* (графов состояний и переходов), *деревьев событий* (целей, свойств) и *функциональных сетей* различного предназначения и структуры.

В последние десятилетия интенсивно разрабатываются диаграммы влияния из класса семантических или функциональных *сетей*, которые являются графами, но с дополнительной информацией, содержащихся в их узлах и дугах (ребрах). Достоинства таких сетей возможность объединения логических и графических способов представления исследуемых процессов, учет стохастичности информации, выраженной узлами и дугами, доступность для моделирования циклических и многократно наблюдаемых событий, наибольшие (по сравнению с другими типами диаграмм) логические возможности.

Другим (после графов) и наиболее широко используемым типом диаграмм влияния являются «деревья». В безопасности диаграммы данного класса часто называют «деревом происшествий» и «деревом их исходов». Они являются в сущности графами с ветвящейся структурой и с дополнительными (логическими) условиями.

Основные достоинства этих моделей: сравнительная простота построения; дедуктивный характер выявления причинно-следственных связей исследуемых явлений; направленность на их существенные факторы; легкость преобразования таких моделей; наглядность реакции изучаемой системы на изменение структуры; декомпозируемость «дерева» и процесса его изучения; возможность качественного анализа исследуемых процессов; легкость дальнейшей формализации и алгоритмизации; приспособленность к обработке на средствах ВТ; доступность для статистического моделирования и количественной оценки изучаемых явлений, процессов и их свойств.

Создание дерева заключается в определении его структуры: а) элементов – головного события (происшествия) и ему предшествующих предпосылок; б) связей между ними – логических условий, соблюдение которых необходимо и достаточно для его возникновения.

На практике обычно используют обратную или прямую *последовательность* выявления условий возникновения конкретных происшествий или аварийности и травматизма в целом: а) от головного события *дедуктивно* к отдельным предпосылкам, либо б) от отдельных предпосылок *индуктивно* к головному событию.

Из анализа структуры диаграммы влияния следует, что основными ее компонентами служат *узлы* (вершины) и *связи* (отношения) между ними. В качестве узлов обычно подразумеваются простейшие элементы моделируемых категорий (переменные или константы) – события, состояния, свойства, а в качестве связей – активности, работы, ресурсы и другие взаимодействия. Отношения или связи между переменными или константами в узлах диаграммы графически представляются в виде линий, называемых дугами или ребрами.

Каждые два соединенных между собой узла образуют ветвь диаграммы. В тех случаях, когда узлы связаны направленными дугами таким образом, что каждый из них является общим ровно для двух ветвей, возникают *циклы* или *петли*.

Переменные в узлах характеризуются *фреймами* данных – множеством выходов (значений, принимаемых переменными, неизменных во времени и между собой не пересекающихся) и условными распределениями вероятностей появления каждого из них.

Идея прогнозирования размеров ущерба от происшествий в человеко-машинных системах основана на использовании деревьев специального типа (*деревьев исходов*) – вероятностных графов. Их построение позволяет учитывать различные варианты разрушительного воздействия потоков энергии или вредного вещества, высвободившихся в результате происшествия.

С помощью предварительно построенных диаграмм – графов, сетей, и деревьев могут быть получены математические модели аварийности и травматизма.

В исследовании безопасности широкое распространение получили диаграммы влияния ветвящейся структуры, называемые «деревом» событий (отказов, происшествий). *Деревом* событий называют не ориентированный граф, не имеющий циклов, являющийся конечным и связным. В нем каждая пара вершин должна быть связанной (соединенной цепью), однако все соединения не должны образовывать петель (циклов), т.е. содержать такие маршруты, вершины которых одновременно являются началом одних и концом других цепей.

Структура *дерева происшествий* обычно включает одно, размещаемое сверху нежелательное событие – происшествие (авария, несчастный случай, катастрофа), которое соединяется с набором соответствующих событий – предпосылок (ошибок, отказов, неблагоприятных внешних воздействий), образующих определенные их цепи или «ветви». «Листьями» на ветвях дерева происшествий служат предпосылки – инициаторы причинных цепей, рассматриваемые как постулируемые исходные события, дальнейшая детализация которых не целесообразна. В качестве узлов дерева происшествий могут использоваться как отдельные события или состояния, так и логические условия их объединения (сложения или перемножения).

Дерево отказов - это топологическая модель надежности и безопасности, которая отражает логико-вероятностные взаимосвязи между отдельными случайными исходными событиями в виде первичных отказов или результирующих отказов, совокупность которых приводит к главному анализируемому событию. Таким образом, дерево отказов - это ориентировочный граф в виде дерева.

Основной целью построения дерева неисправностей является символическое представление существующих в системе условий, способных вызвать ее отказ. Кроме того, построенное дерево позволяет показать в явном виде слабые места системы и является наглядным средством представления и обоснования принимаемых решений, а также средством исследования компромиссных соотношений или установления степени соответствия конструкции системы заданным требованиям.

Выделяют пять типов вершин дерева отказов (ДО):

- вершины, отображающие первичные отказы;
- вершины, отображающие результирующие или вторичные отказы;
- вершины, отображающие локальные отказы, которые не влияют на возникновение других отказов;
- вершины, соответствующие операции логического объединения случайных событий (типа "*ИЛИ* ");
- вершины, соответствующие операции логического произведения случайных событий (типа "*И*").

Каждой вершине ДО, отображающей первичный или результирующий отказ, соответствует определенная вероятность возникновения отказа. Одним из основных преимуществ ДО является то, что анализ ограничивается выявлением только тех элементов систем и событий, которые приводят к постулируемому отказу или аварии. Чтобы определить вероятность отказа, необходимо найти аварийные сочетания, для чего необходимо произвести качественный и количественный анализ дерева отказов.

Структура «дерева отказа» включает одно головное событие (аварию, инцидент), которое соединяется с набором соответствующих нижестоящих событии (ошибок, отказов, неблагоприятных внешний воздействий), образующих причинные цепи (сценарии аварий). Для связи между событиями в узлах «деревьев» используются знаки «*И*» и «*ИЛИ*». Логический знак «*И*» означает, что вышестоящее событие возникает при одновременном наступлении нижестоящих событий (соответствует перемножению их вероятностей для оценки вероятности вышестоящего события). Знак «*ИЛИ*» означает, что вышестоящее событие может произойти вследствие возникновения одного из нижестоящих событий.

Обычно предполагается, что исследователь, прежде чем приступить к построению дерева неисправностей, тщательно изучает систему. Поэтому описание системы должно быть частью документации, составленной в ходе такого изучения.

В зависимости от конкретных целей анализа дерева неисправностей для построения последнего специалисты по надежности обычно используют либо метод первичных отказов, либо метод вторичных отказов, либо метод инициированных отказов.

Схема И (схема совпадения): сигнал на выходе появляется только тогда, когда поступают все входные сигналы; для изображения используются символы

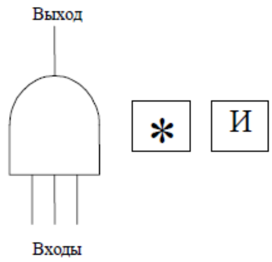


Схема ИЛИ (схема объединения): сигнал на выходе появляется при поступлении на вход любого одного или большего числа сигналов; для изображения используются символы

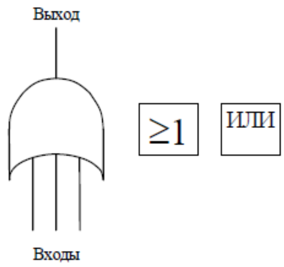
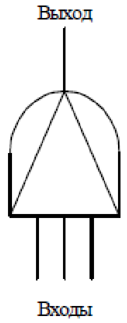
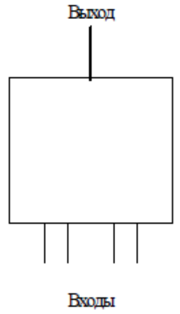


Схема ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ: сигнал на выходе рассматривается как промежуточное событие и появляется при поступлении на вход одного и только одного сигнала; для изображения используется символ

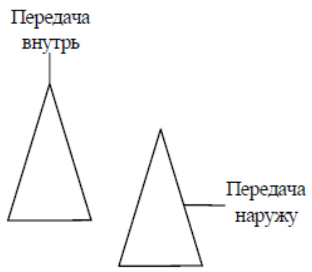
Схема И с приоритетом: логически эквивалентна схеме *И*, но входные сигналы должны поступать в определенном порядке; для изображения используется символ



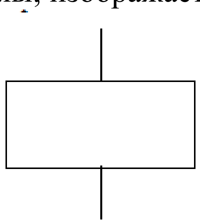
Специальная схема: отображает любую другую разрешенную комбинацию входных сигналов; для изображения используется символ



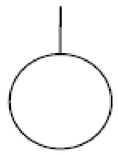
Вход или *выход* изображаются с помощью треугольников, что позволяет избежать повторения отдельных участков дерева. Прямая, входящая в вершину треугольника, означает переход внутрь соответствующей ветви, а прямая, берущая начало из середины боковой стороны треугольника, - переход к другой ветви.



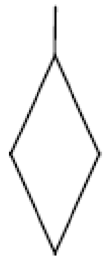
Результирующее событие: наступает в результате конкретной комбинации неисправностей на входе логической схемы; изображается в виде прямоугольника



Событие, означающее первичный отказ (или неисправность элемента): изображается в виде кружка



Неполное событие: неисправность, причины которой выявлены не полностью. Такое событие может быть детализировано путем показа вызывающих его первичных неисправностей, и если этого не делается, то, значит, либо отсутствует необходимая информация, либо само событие не представляет особого интереса. Для изображения используется символ



Метод первичных, отказов. Отказ элемента называется *первичным*, если он происходит в расчетных условиях функционирования системы. Построение дерева неисправностей на основе учета лишь первичных отказов не представляет большой сложности, так как дерево строится только до той точки, где идентифицируемые первичные отказы элементов вызывают отказ системы. Для иллюстрации этого метода рассмотрим следующий пример.

Требуется построить дерево неисправностей для простой системы — комнаты, в которой имеются выключатель и электрическая лампочка. Считается, что отказ выключателя состоит лишь в том, что он не замыкается, а завершающим событием является отсутствие освещения в комнате.

Дерево неисправностей для этой системы показано на рис 8.1. Основными, или первичными, событиями дерева неисправностей являются (1) отказ источника питания E_1, (2) отказ предохранителя E_2, (3) отказ выключателя E_3 и (4) перегорание лампочки E_4.

Промежуточным событием является прекращение подачи электроэнергии. Наибольший интерес представляет завершающее событие - «отсутствие света в комнате», и поэтому именно ему уделяется основное внимание при анализе. Дерево неисправностей, изображенное на рис. 1, показывает, что исходные события представляют собой входы схем ИЛИ: при наступлении любого из четырех первичных событий E_1, E_2, E_3, E_4 осуществляется завершающее событие (отсутствие света в комнате).

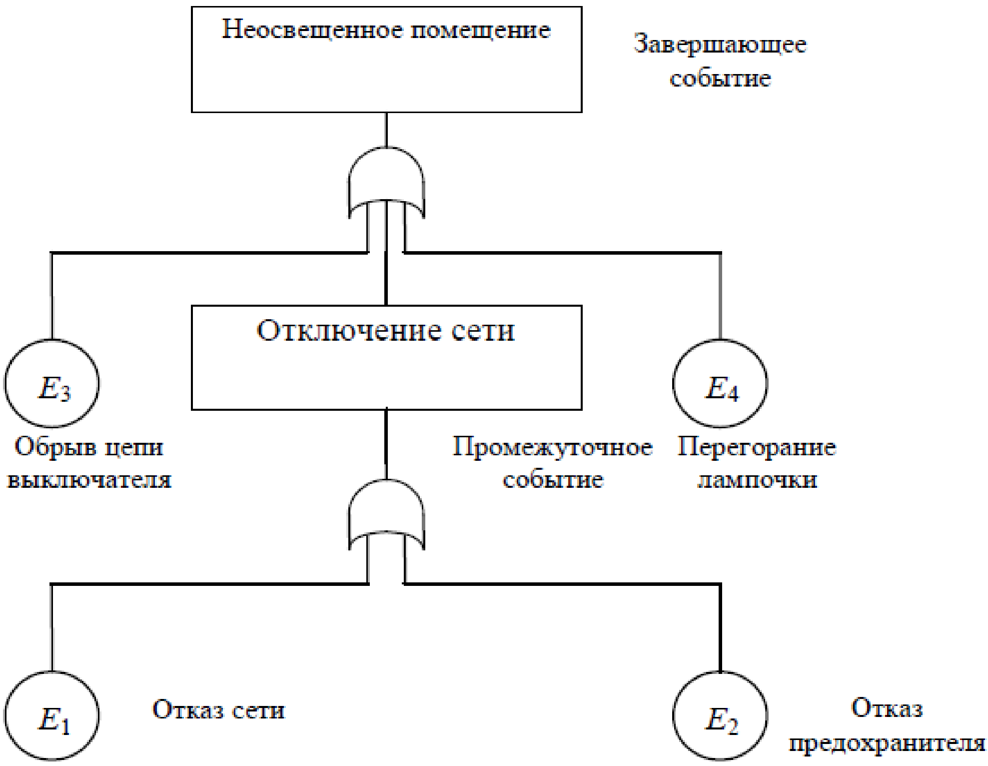


Рис. 1. Дерево неисправностей для случая первичных отказов.

Метод вторичных отказов. Чтобы анализ охватывал и вторичные отказы, требуется более глубокое исследование системы. При этом анализ выходит за рамки рассмотрения системы на уровне отказов ее основных элементов, поскольку вторичные отказы вызываются неблагоприятным воздействием окружающих условий или чрезмерными нагрузками на элементы системы в процессе эксплуатации.

Пример 2. На рис 2 показано простое дерево неисправностей с завершающим событием «прекращение выработки электроэнергии генератором». Дерево отказов отображает такие первичные события, как отказ выключателя (отсутствие замыкания), неисправности внутренних цепей двигателя, источника питания и предохранителя. Вторичные отказы изображаются прямоугольником как промежуточное событие.

Вторичные отказы, изображенные на рис. 2, происходят вследствие неудовлетворительного технического обслуживания, неблагоприятного воздействия внешней среды, стихийного бедствия и т. д.

Метод инициированных отказов. Подобные отказы возникают при правильном использовании элемента, но в неустановленное время или в неположенном месте. Другими словами, инициированные отказы - это сбои операций координации событий на различных уровнях дерева неисправностей: от первичных отказов до завершающего события (нежелательного либо конечного).

Пример 3. Типичным примером инициированного отказа является поступление ошибочного сигнала на какое-либо электротехническое устройство (например, двигатель или преобразователь). Взаимосвязь между основными и инициированными отказами показана на рис. 3.

Многообразие причин аварийности и травматизма наиболее полно и удобно представляется в виде диаграммы-дерева причин, отражающей процесс появления и развития цепи предпосылок. Основными компонентами диаграммы причин или опасностей являются узлы (или вершины) и взаимосвязи между ними. В качестве узлов подразумеваются события, свойства и состояния элементов рассматриваемой системы, а также логические условия их трансформации (сложение «*ИЛИ*» и перемножение «*И*»).

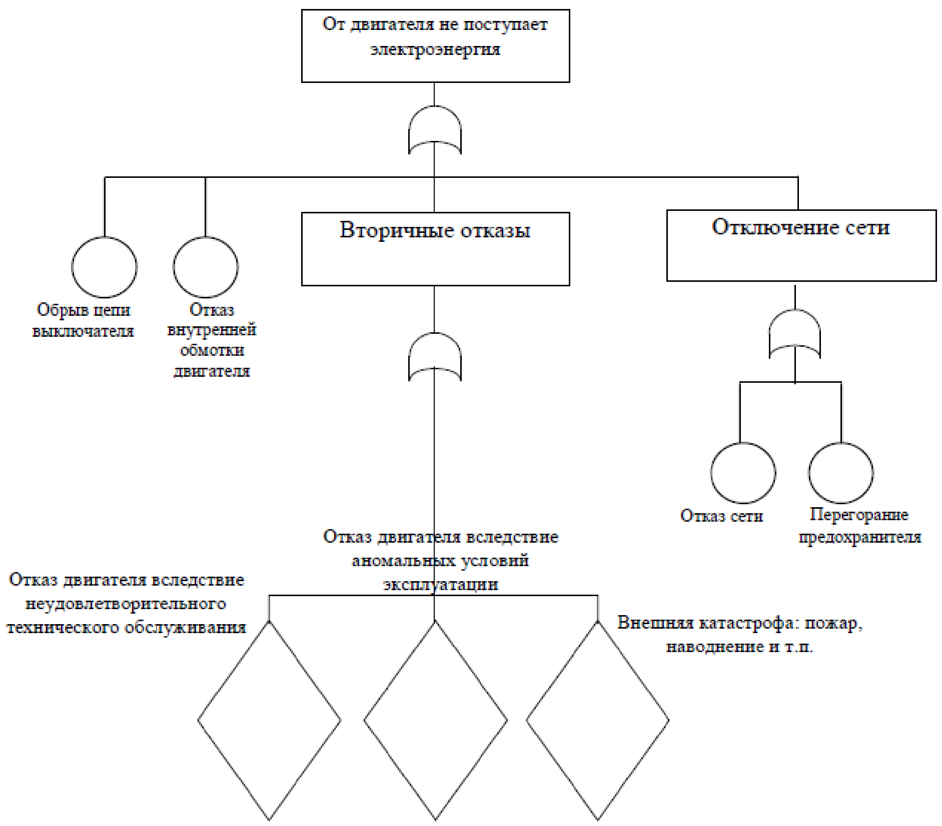


Рис. 2.Дерево неисправностей для случая вторичных отказов.

Операция «*И*» означает, что перед тем, как произойдет некоторое событие «А», должно произойти несколько событий, например, «Б» и «В».

В вероятностном аспекте такая операция выражается логическим произведением:

$$P(\text{А}) = P(\text{Б})*P(\text{В}).$$

Операция «*ИЛИ*» означает, что некоторое событие «Г» будет иметь место, если произойдет хотя бы одно из нескольких событий или все события, например, «Д» и «Е».

В этом случае вероятность появления события «Г» будет иметь вид алгебраической суммы:

$$P(\text{Г}) = P(\text{Д}) + P(\text{Е}) - P(\text{Д})*P(\text{Е}).$$

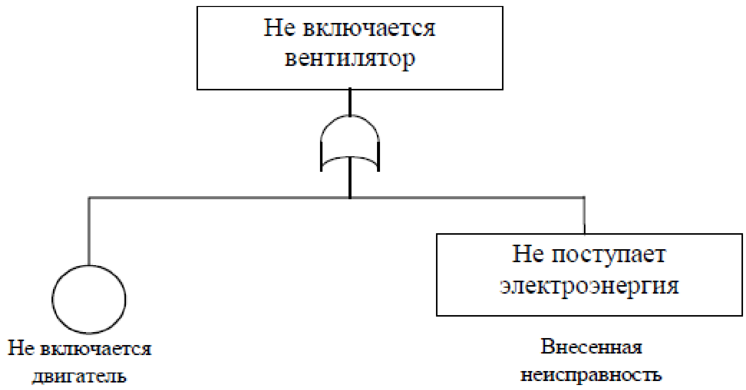


Рис. 3. Дерево неисправностей для случая основных и инициированных отказов

Практическая работа №9
Имитационное моделирование износа направляющих металлорежущих станков

Параметрический отказ приводит к выходу параметров (характеристик) изделия за допустимые пределы. Такие отказы, как нарушение точности обработки на станке, падение коэффициента полезного действия передачи, снижение максимальной скорости движения автомобиля ниже нормы и другие не ограничивают возможность дальнейшего функционирования изделия. Однако оно становится неработоспособным с точки зрения требований, установленных техническими нормативами.

Для направляющих станков основной причиной потери работоспособности является износ. Повреждение поверхности в результате износа приводит к искажению начальной формы направляющих, что влияет на точность обработки детали. Поэтому выходной параметр станка – погрешность обработки Δ, - функционально связан с износом направляющих U, т.е. $\Delta = f(U)$. Однако, если Δ не превосходит допустимого (по требованиям точности к станку) значения $\Delta_{доп}$, то отказ не возникает.

Согласно усталостной теории износа , в случае если давление в направляющих p не превосходит некоторого критического значения $p_{кр}$, то процесс изнашивания не возникает. Критическое значение давления соответствует контактным напряжениям, возникающим в микровыступах поверхностей при их взаимном внедрении в процессе трения, которые должны быть ниже длительного предела усталости для данной пары материалов. Это требование обычно приводит к повышенным габаритам направляющих и поэтому, как правило, $p > p_{кр}$, т.е. имеют место условия для возникновения усталостного износа.

Все функциональные зависимости, определяющие протекание процесса износа, проявляются при эксплуатации станков, как случайные процессы. Это связано с двумя основными причинами:

1) Начальные свойства материалов и геометрические параметры направляющих имеют рассеивание, так как являются продуктом некоторого технологического процесса их изготовления, характеризующегося своей определенной точностью и стабильностью.

2) Стохастическая природа процессов износа связана с широкой вариацией режимов работы и условий эксплуатации станков.

В результате зависимости, описывающие процессы износа, становятся функциями случайных аргументов – нагрузок, скоростей, условий смазки и т.п.

Показателями износа являются:

1) *линейный износ* U (мкм) – изменение размера поверхности при ее износе, измеренное в направлении, перпендикулярном к поверхности трения;

2) *скорость изнашивания* $\gamma = dU/dt$ (мкм/ч) – отношение величины износа ко времени, в течение которого он возник;

3) *интенсивность изнашивания* $j = dU/ds$ – отношение величины износа к относительному пути трения (s), на котором происходило изнашивание; эта величина будет безразмерной, если линейный износ и путь терния измеряются в одних единицах.

Закон изнашивания материалов должен в общем виде выражать в аналитической форме зависимость U или γ от следующих факторов:

- от силовых и кинематических параметров и в первую очередь от давления на поверхности трения p и скорости относительного скольжения v;
- от параметров, характеризующих состав, структуру и механические свойства материалов трущейся пары (например, его твердость H, предел текучести σ_s, модуль упругости E и др.);

- от свойств поверхностного слоя – его шероховатости, жесткости, напряженного состояния и т.д.;
- от вида трения и смазки;
- от внешних условий, влияющих на процесс изнашивания – температуры, наложения вибрации, наличия вакуума и др.

Кроме того, все закономерности должны описывать изменения износа во времени t.

Для периода установившегося (нормального) износа (периоды приработки и катастрофического износа не рассматриваются) линейный износ равен

$$U = \gamma\, t. \qquad (1)$$

На основе анализа большого числа исследований износа различных материалов в условиях граничного трения и трения без смазки, установлено, что в общем виде скорость изнашивания может быть выражена зависимостью

$$\gamma = k\, p^m\, v^n, \qquad (2)$$

где m = 0,5 ÷ 3 и для большинства пар трения n = 1; k – коэффициент износа, характеризующий материал пары и условия изнашивания.

Для абразивного и других видов изнашивания $m = n = 1$,

$$\gamma = k\, p\, v, \qquad (3)$$

или

$$U = \gamma\, t = k\, p\, v\, t = k\, p\, s, \qquad (4)$$

где $s = v\, t$ – путь трения.

Если все линейные величины выражать в одинаковых единицах, то размерность коэффициента износа k будет обратной размерности давления.

Модель формирования параметрического отказа направляющих станков

Скорость изнашивания γ зависит, как правило, от большого числа случайных факторов – от нагрузки, скорости, температуры, условий эксплуатации и т.п. Поэтому наиболее характерен случай, когда она подчинена нормальному закону распределения, т.е.

$$f(\gamma) = \frac{1}{\sigma_\gamma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\gamma - \gamma_{cp})^2}{2\sigma_\gamma^2}}, \qquad (5)$$

где $f(\gamma)$ – плотность вероятности; $\gamma_{ср}$ – среднее значение (математическое ожидание) скорости изнашивания; σ_γ - среднее квадратическое отклонение скорости изнашивания.

Предельно допустимое значение параметра U_{max} устанавливается из условия обеспечения заданной точности обработки детали на станке. При $U = U_{max}$ наступает предельное состояние, которое и определяет срок службы (наработку) направляющих до отказа $t = T$. Срок службы T является функцией случайного аргумента γ, т.е. $T = \varphi(\gamma) = U_{max}/\gamma$. Средний срок службы направляющих $T_{ср} = U_{max}/\gamma_{ср}$.

После определения плотности распределения $f(t)$ на основе $f(\gamma)$, можно найти вероятность безотказной работы направляющих

$$P(T) = 0{,}5 + \Phi\left(\frac{U_{max} - \gamma_{cp} T}{T \sigma_\gamma}\right), \qquad (6)$$

где Ф – нормированная функция Лапласа, 0 ≤ Ф ≤ 0,5.

Применение метода Монте-Карло для прогнозирования надежности

Рассмотренная модель параметрического отказа является формализованным описанием процесса потери станком работоспособности вследствие износа направляющих. Она устанавливает функциональную связь между показателями надежности и действующими факторами.

Статистическая природа этой закономерности проявляется в том, что аргументы полученной функции являются случайными и завися от большого числа факторов. Поэтому и нельзя точно предсказать поведение системы, а можно лишь определить вероятность того или иного ее состояния.

Для прогнозирования поведения сложных систем нашел широкое применение метод статистического моделирования – метод Монте-Карло. Основная идея этого метода заключается в многократном расчете параметров по некоторой формализованной схеме, являющейся математически описанием рассматриваемого процесса (в нашем случае – процесса износа направляющих станка). При этом для случайных параметров, входящих в выражения, перебираются наиболее вероятные их значения в соответствии с законами распределения.

Таким образом, каждое статистическое испытание заключается в выявлении одной из реализаций случайного процесса, так как подставляя, хотя и случайным образом, выбранные, но зафиксированные аргументы, мы получаем детерминированную зависимость, которая описывает данный процесс при принятых условиях. Многократно повторяя испытания по данной схеме, получаем большое число реализаций случайного процесса, которое позволит оценить ход этого процесса и его основные параметры.

Металлорежущий станок может попасть в разные условия эксплуатации и работать при разных режимах. Для того чтобы предсказать ход процесса потери станком точности из-за износа направляющих, надо знать вероятностную характеристику тех условий, в которых он будет эксплуатироваться. Такими характеристиками могут быть законы распределения нагрузок (сил резания и веса) $f(P)$, скоростей (для станков скорость относительного скольжения пропорциональна подаче) $f(v)$ и условий эксплуатации $f(k)$. Спектры нагрузок и скоростей для металлорежущих станков могут быть определены из технологических процессов изготавливаемых на них деталей в виде гистограмм или законов распределения. Условия эксплуатации можно установить по работе аналогичного оборудования на конкретном предприятии, или в среднем для группы предприятий.

Алгоритм для оценки надежности методом Монте-Карло состоит из программы одного случайного испытания, по которой определяется конкретное значение скорости изнашивания γ_U. Данное испытание повторяется N раз, где N должно быть достаточно большим для получения достаточно достоверных статистических данных, например $N \geq 50$. По результатам этих испытаний оценивается математическое ожидание $\gamma_{ср}$ и среднеквадратическое отклонение σ_γ случайного процесса, т.е. данные необходимые для определения $P(t)$.

Последовательность расчета (статистического испытания) следующая. После ввода необходимых данных (оператор 1) производится выбор конкретных для данного испытания значений p, v и k (оператор 2). Для этого используются гистограммы действительных значений параметров или подпрограммы генерации случайных чисел по принятым законам распределения. В каждом испытании рассчитывается скорость изнашивания γ (оператор 3) и по ней скорость процесса изменения параметра γ_U (оператор 4), значение которой запоминается. После накопления необходимого количества статистических данных, т.е. при $n = N$ (проверка выполняется в операторе 5) оператором 4 полностью формируется гистограмма (закон) распределения. Далее определяются величины $\gamma_{ср}$ и σ_γ (операторы 6 и 7), после чего возможен расчет вероятности безотказной работы $P(T)$ (оператор 8) и печать необходимых данных (оператор 9).

Программа для прогнозирования параметрической надежности

Текст программы для прогнозирования параметрической надежности станков в математическом пакете MAPLE приведен построчно, после каждой из которых даются необходимые комментарии.

```
> with(stats): with(stats[statplots]):
```

Знак > является приглашением MAPLE и пользователем не вводится. Оператором «with(stats):» производится подключение библиотеки статистических функций, двоеточие после оператора подавляет вывод дополнительных сведений и результатов расчетов. Оператор «with(stats[statplots]):» выполняет подключение библиотеки графики статистических функций.

```
> N:=50; m:=1; n:=1; Umax:=1;
```

Здесь задается число испытаний, показатели степени, а также значение величины износа, при которой наступает параметрический отказ. Точка с запятой после оператора разрешает вывод откликов и результатов расчетов.

```
> p:=[stats[random, normald[10,3]](N)]: histogram(p, colour=cyan);
```

Данными операторами генерируются *N* случайных (random) значений величины давления, имеющих нормальное (normald) распределение с математическим ожиданием $p_{ср}$ = 10 и среднеквадратическим отклонением σ_p = 3, после чего выполняется построение гистограммы (histogram).

```
> v:=[stats[random, normald[12,2]](N)]: histogram(v, colour=cyan);
```

Выполняются аналогичные действия для случайной величины v – скорости относительного скольжения, здесь $v_{ср}$ = 12 и σ_v = 2.

```
> k:=[stats[random, uniform[0.000001,0.00001]](N)]:
   histogram(k, colour=cyan);
```

Этими операторами генерируются *N* случайных значений коэффициента износа, имеющих равномерное (uniform) распределение, причем $0{,}000001 \le k \le 0{,}00001$, и строится гистограмма.

```
> for i from 1 to N do gam[i]:=k[i]*(p[i]^m)*(v[i]^n) od:
   gam1:=convert(gam,list): histogram(gam1, colour=cyan);
```

С помощью оператора цикла рассчитываются *N* значений величины γ, список этих значений преобразуется в формат list и выполняется построение гистограммы для скорости изнашивания.

```
> gams:=0;

> for i from 1 to N do gams:=gams+gam[i] od:
```

> gamsr:=gams/N;

Данные операторы соответствуют блоку 6 алгоритма и позволяют определить среднюю величину скорости изнашивания.

> sig:=0;

> for i from 1 to N do sig:=(gam[i]-gamsr)^2 od:

> sigma:=(sig/(N-1))^0.5;

Эти операторы реализуют блок 7 алгоритма и служат для определения величины σ_γ.

> arg:=(Umax-gamsr*T)/(T*sigma);

Здесь вычисляется аргумент функции Лапласа, см. выражение (6).

> P:=0.5+0.5*erf(arg/2^0.5);

Этот оператор вместе с предыдущим реализуют блок 8 алгоритма и позволяют рассчитать вероятность безотказной работы как функцию времени.

> plot(P, T=0..2000);

Здесь реализуется построение графика зависимости $P(T)$ при значении времени $0 \leq T \leq 2000$.

Задание №1

Задание к практической работе №1

1.1 Определить P(t), q(t) согласно условию задачи 1.1

№ варианта	N	t, час	Количество отказавших изделий к моменту времени t
1	2500	2000	70
2	5000	2000	25
3	4000	3000	65
4	1200	1000	40
5	2850	1000	30
6	3120	1500	80
7	4280	3000	50
8	1780	1100	45
9	3640	1150	60
10	3100	2400	75

1.2 Требуется определить λ(t) и f(t) согласно условию задачи 1.2

№ варианта	Δt, час	Δn
1	900	20
2	1200	15
3	1000	40
4	350	25
5	850	12
6	1120	45
7	1560	32
8	890	28
9	1280	35
10	1170	32

1.3 Требуется определить P(t), P(t+ Δt), λ(t) и f(t) согласно условию задачи 1.3

№ варианта	N	t, час	Количество отказавших изделий к моменту времени t	Δt, час	Δn
1	2700	2200	70	700	22
2	4800	2100	25	800	12
3	4100	3100	65	1000	30
4	1400	1200	40	500	20
5	2600	1200	30	800	15
6	2920	1400	80	920	35
7	4050	3300	50	1320	30
8	2080	1000	45	1020	25
9	3800	1000	60	680	18
10	3100	2400	75	950	28

Задание №2

Задание к практической работе №2

Задача 1. Определить надежность автомобиля (системы) при движении на заданное расстояние, если известны надежности следующих подсистем:

- системы зажигания p_1 = 1-N/1000;

- системы питания топливом и смазкой p_2 = 0,99-N/1000;

- системы охлаждения p_3 = 0,99-N/890;

- двигателя p_4 = 0,99-N/1200;

- ходовой части p_5 = 0,99-N/1000.

(*N* – номер варианта, соответствующий двум последним цифрам по зачетке).

Задача 2. Техническая система предназначена для выполнения некоторой задачи. С целью обеспечения работоспособности система спроектирована со смешанным соединением элементов (рис. 5. см. пример).

Определить надежность системы, если известно, что надежность ее элементов равна:

*p*1=0,99-N/1200; *p*2=0,98-N/890; *p*3=0,9-N/1200; *p*4=0,95-N/890; *p*5=0,9-N/1200; *p*6=0,9-N/890; *p*7=0,8-N/1000; *p*8=0,75-N/1200; *p*9=0,7-N/1000.

Задание №3

Задание к практической работе №3

Определить среднее время безотказной работы системы m_{tc} по условию задачи 3.2

№ варианта	m_{t1}, час	m_{t2}, час	m_{t3}, час	m_{t4}, час
1	120	220	450	600
2	200	300	520	680
3	220	250	500	690
4	155	280	480	610
5	180	290	510	590
6	210	310	490	625
7	240	350	565	640
8	190	330	580	655
9	140	270	430	685
10	160	325	555	700

Определить $P_c(t)$, $q_c(t)$, $\lambda_c(t)$ и m_{tc} по условию задачи 3.3

№ варианта	$\lambda_{ср}$, 10^{-6} 1/час	t, час
1	0,25	100
2	0,4	70
3	0,3	35
4	0,35	65
5	0,45	90
6	0,28	80
7	0,32	50
8	0,48	45
9	0,51	85
10	0,22	75

Задание №4

Задание к практической работе №4

ЗАДАЧА №1

Расчет показателей надежности невосстанавливаемой системы с постоянными во времени интенсивностями отказов элементов

Исходные данные:

1. Структурная схема системы:

Шифр	Номер рисунка	Шифр	Номер рисунка
$0 \le N \le 12$	рис.1	$52 \le N \le 64$	рис.5
$13 \le N \le 25$	рис.2	$65 \le N \le 76$	рис.6
$26 \le N \le 38$	рис.3	$77 \le N \le 88$	рис.7
$39 \le N \le 51$	рис.4	$89 \le N \le 99$	рис.8

где N - две последние цифры шифра.

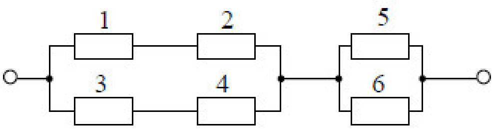


Рис.1

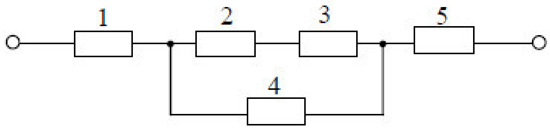


Рис.2

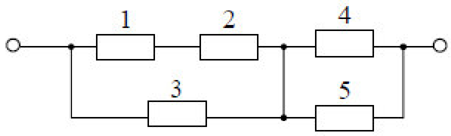


Рис.3

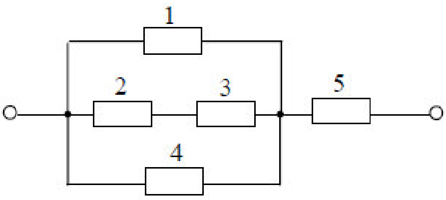


Рис.4

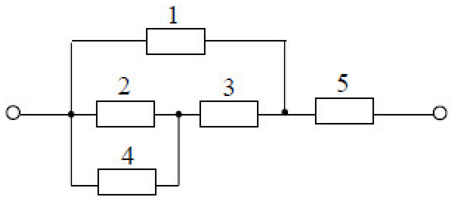


Рис.5

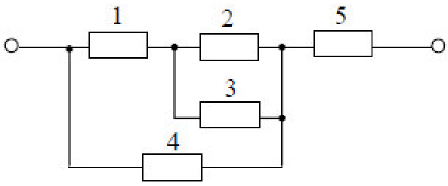


Рис.6

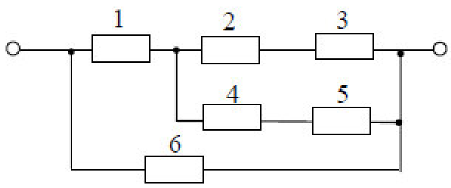


Рис.7

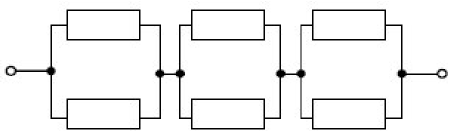


Рис.8

2. Интенсивность отказа i - го элемента определяется по формуле:

$$\lambda_i = \left(0{,}1 \cdot i + \frac{N}{100}\right) \cdot 10^{-3},\ \text{ч}^{-1},$$

где i - порядковый номер элемента,
N-две последние цифры шифра.
3. Время работы системы, t:

$$t=90+N, \text{ ч}$$

где N-две последние цифры шифра.

Определить:

Для выбранной структурной схемы системы, интенсивности отказов элементов λ которой известны, определить:

1. Вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ за заданное время t.
2. Плотность вероятности отказа системы $f_c(t)$ в момент времени t.
3. Вероятность появления отказа $Q_c(t)$ за заданное время t.

ЗАДАЧА №2

Расчет показателей надежности невосстанавливаемой системы с постоянными во времени интенсивностями отказов элементов

Исходные данные:

1. Структурная схема системы:

Шифр	Номер рисунка	Шифр	Номер рисунка
$0 \le N \le 24$	рис.9	$50 \le N \le 74$	рис.11
$25 \le N \le 49$	рис.10	$75 \le N \le 99$	рис.12

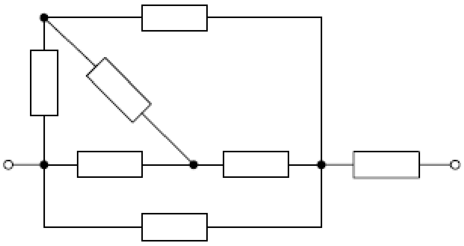


Рис.9

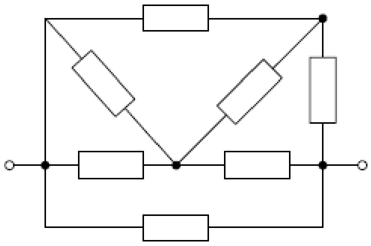


Рис. 10

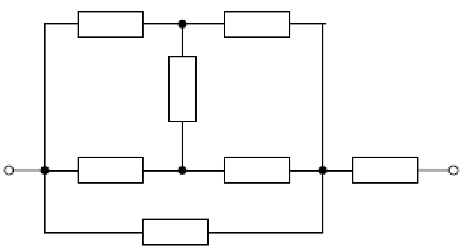


Рис. 11

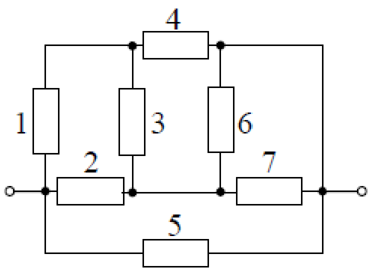


Рис.12

2. Интенсивность отказа i - го элемента определяется по формуле:

$$\lambda_i = \left(0{,}2 \cdot i + \frac{N}{100}\right) \cdot 10^{-3}, \text{ ч}^{-1},$$

где i - порядковый номер элемента,
N-две последние цифры шифра.

3. Время работы системы, t:

$$t=90+N, \text{ ч},$$

где N-две последние цифры шифра.

Определить:

1. Вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ за заданное время t.
2. Среднюю наработку до отказа T_0.
3. Частоту отказов $f_c(t)$
4. Интенсивность отказа системы λ_c.

Задание №5

Задание к практической работе №5

Построить кривую интенсивности отказов. На испытания поставлено N элементов (N = 200), испытания проводились в течение t = 100 ч.

Обозначения:

Δt — интервал испытаний (соответствует данным таблицы 1 примера);

Δn — число отказов, определяется по формуле:

- 1-3 варианты – Δn (взятое из таблицы) + 3N, где N*в* – номер варианта;

- 4-7 варианты – Δn (взятое из таблицы) + 5N, где N*в* – номер варианта;

- 8-10 варианты – Δn (взятое из таблицы) + 7N, где N*в* – номер варианта.

$n(t)$ — число неотказавших элементов,

$$n(t) = N - \Delta n$$

Задание №6

Задание к практической работе №6

Задача 1. Определить коэффициент готовности системы, если известно, что среднее время восстановления одного отказа равно Tв = $2N$ ч, а среднее значение наработки на отказ составляет $T_о$ = $250*N$ ч (N – номер варианта, соответствующий двум последним цифрам по зачетке).

Задача 2. Определить коэффициент технического использования машины, если известно, что машину эксплуатируют в течение года ($T_э$ = 8760 ч). За этот период эксплуатации машины суммарное время восстановления отказов составило tв = $3N$ ч.

Время проведения регламента составляет $t_о$ = $2N$ ч. Суммарное время, затраченное на ремонтные работы за период эксплуатации составляет N суток.

Задача 3. При эксплуатации сложной технической системы получены статистические данные. Определить коэффициент готовности системы.

Число отказов определяется по данным таблицы 1 (см. пример):

- для 1-4 систем будет равно $3Nm_{iтабл}$

- для 5-8 систем будет равно $2Nm_{iтабл}$

Время восстановления отказа равно номеру варианта N.

Время работы оставить без изменения.

Задание №7

Задание к практической работе №7

В соответствии с техническим заданием разработана конструкторская документация на изделие типа подвижной установки. Выполнить расчет вероятности безотказной работы и коэффициента готовности, а также найти их средние квадратические отклонения при следующих исходных данных: t =6 ч − время работы в течение суток (принимается пятидневная рабочая неделя); T рег =240 ч − время регламента (технического обслуживания), предусмотренное после каждого года эксплуатации (Tэ =8760 ч).

При расчете надежности 1 – 3 элементов число циклов принять на 0,2 N больше представленных в примере, число отказов принять на 0,5 N больше представленных в примере; время оставить без изменения.

При расчете надежности элемента 4 число элементов в системе принять на 0,3 N больше представленных в примере (таблица 2 предпоследний столбец) и полученный результат округлить до целого.

Задание №8

Задание к практической работе №8

Построить дерево неисправностей для случая первичных отказов на примере любого изделия.

Задание №9

Задание к практической работе №9

Рассчитать среднее значение скорости изнашивания, вероятность безотказной работы как функции времени и средний срок службы направляющих.

1) Напишите в математическом пакете MAPLE текст программы для прогнозирования параметрической надежности станков. Для этого задается число испытаний, показатели степени давления на поверхности трения (m) и скорости относительного скольжения (n), а также значение величины износа U_{max}, при которой наступает параметрический отказ (табл. 1).

Таблица 1

Номер варианта	Число испытаний, N	Показатель степени, m	Показатель степени, n	Величина износа, U_{max}, мкм
1	70	0,5	0,95	10
2	70	0,6	0,95	20
3	70	0,7	0,95	30
4	90	0,8	0,95	40
5	90	0,9	0,95	50
6	90	1,0	1,0	80
7	100	1,1	1,0	90
8	100	1,2	1,0	100
9	100	1,3	1,0	70
10	110	1,4	1,0	60
11	110	1,5	1,05	35
12	110	1,6	1,05	55
13	120	1,7	1,05	75
14	120	1,8	1,05	95
15	120	1,9	1,05	5
16	150	2,0	1,1	25
17	150	2,1	1,1	15
18	80	2,2	1,1	45
19	80	2,3	1,1	85
20	80	2,4	1,1	65

Данные для генерации случайных значений величины давления, скорости относительного скольжения, коэффициента износа представлены в таблице 2.

Таблица 2

Номер варианта	Давление на поверхности трения, МПа		Скорость относительного скольжения, мкм/ч		Коэффициент износа, k, 1/МПа	
	Распределение нормальное		Распределение нормальное		Распределение равномерное	
	$p_{ср}$	σ_p	$v_{ср}$	σ_v	от	до
1	22	2,0	10	0,7	$1\cdot10^{-5}$	$8\cdot10^{-5}$
2	23	2,1	28	0,8	$2\cdot10^{-5}$	$9\cdot10^{-5}$
3	24	2,2	20	1,2	$3\cdot10^{-6}$	$1\cdot10^{-5}$
4	13	1,2	18	1,3	$4\cdot10^{-6}$	$9\cdot10^{-6}$
5	14	1,5	29	0,3	$1\cdot10^{-6}$	$7\cdot10^{-6}$
6	25	2,3	16	0,4	$1\cdot10^{-6}$	$1\cdot10^{-5}$
7	26	2,6	22	0,5	$6\cdot10^{-6}$	$2\cdot10^{-5}$
8	27	2,8	24	1,4	$4\cdot10^{-6}$	$9\cdot10^{-6}$
9	28	2,4	19	1,5	$5\cdot10^{-6}$	$1\cdot10^{-5}$
10	15	1,6	11	1,8	$1\cdot10^{-7}$	$8\cdot10^{-7}$
11	16	1,3	13	0,9	$3\cdot10^{-7}$	$9\cdot10^{-7}$
12	17	1,7	17	1,0	$5\cdot10^{-7}$	$2\cdot10^{-6}$
13	18	1,0	15	1,1	$5\cdot10^{-7}$	$9\cdot10^{-7}$
14	19	1,4	21	1,9	$4\cdot10^{-7}$	$8\cdot10^{-7}$
15	20	2,5	25	2,1	$7\cdot10^{-7}$	$3\cdot10^{-6}$
16	21	2,7	23	1,6	$1\cdot10^{-8}$	$1\cdot10^{-7}$
17	10	1,8	26	1,7	$1\cdot10^{-8}$	$9\cdot10^{-8}$
18	11	0,8	14	2,0	$7\cdot10^{-8}$	$2\cdot10^{-7}$
19	12	0,9	12	2,2	$2\cdot10^{-8}$	$8\cdot10^{-8}$
20	29	1,9	27	2,3	$1\cdot10^{-7}$	$1\cdot10^{-6}$

2 Охарактеризуйте график зависимости вероятности безотказной работы от времени.

3 На основании полученных данных о средней скорости изнашивания рассчитайте значение среднего срока службы направляющих.