

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 24.12.2021 13:17:35

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра программной инженерии



Математическое обеспечение управленческих решений
методические указания к практическим занятиям для магистров
направления 27.04.05 Инноватика

Курск 2021

УДК 519.816

Составитель: Ю.А. Халин

Рецензент

Кандидат технических наук, с.н.с, доцент А.В. Ткаченко

Математическое обеспечение управленческих решений: методические указания к практическим занятиям / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. Ю.А. Халин. Курск, 2021. 23 с. Библиогр.: с. 23.

В работе рассматриваются математические методы принятия решений. Изложены краткие теоретические сведения, приведены примеры решения задач принятия управленческих решений, а также задания для самостоятельного решения.

Методические рекомендации предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 27.04.05 Инноватика.

Текст печатается в авторской редакции.

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.

Усл.печ. л. 1,49 п.л . Уч.-изд. л. 1,18 . Тираж 100 экз. Заказ. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Практическая работа №1. Построение и исследование моделей однокритериальных задач принятия решений в условиях определенности

1. Выполнить индивидуальное задание в соответствии со своим вариантом: построить линейную оптимизационную модель в среде Microsoft Excel и выполнить все пункты задания, используя надстройку «Поиск решения» (“Solver”) и отчет об устойчивости.

Содержание отчета

1. Описание всех переменных задачи, а также целевой функции и ограничений.
2. Содержание рабочего листа Excel (в форме таблицы или копии экрана) до запуска надстройки «Поиск решения»;
3. Параметры, задаваемые в окне «Поиск решения» (копия экрана).
4. Содержание рабочего листа Excel (в форме таблицы или копии экрана) по результатам поиска решения.
5. Полученный в результате оптимизации отчет об устойчивости (в форме таблицы или копии экрана);
6. Ответы на поставленные в задаче вопросы и необходимые пояснения, со ссылками на соответствующие ячейки таблиц на рабочем листе Excel и на данные отчета об устойчивости.

Примечание. Если по смыслу задачи поиск решения требуется осуществлять несколько раз, то необходимо приводить содержание рабочего листа Excel по результатам каждого такого поиска.

Варианты задач

1. Фирма производит три модели электронных реле. Каждая модель требует двухстадийной сборки. Время, необходимое для сборки каждой стадии, приведено в табл.

Оборудование на каждой стадии работает 7 часов 30 мин. в день. Требуется найти такой план производства на ближайшие 5 рабочих дней, при котором суммарная при-

Модель	Время сборки, мин.	
	Стадия 1	Стадия 2
Модель А	2,5	2,0
Модель В	1,8	1,6
Модель С	2,0	2,2

быль за данный период максимальна. Модель А обеспечивает прибыль 82,5 руб. за шт., модель В – 70 руб. за шт., модель С – 78 руб. за шт. Предполагается, что фирма может продать все, что она произведет. Также известно, что на ближайшую неделю имеется предоплаченный заказ на 60 устройств – по 20 устройств каждого типа.

Задания

- 1) Построить математическую модель задачи (записать переменные, целевую функцию и ограничения).
- 2) Найти оптимальный производственный план и величину

максимальной прибыли.

3) Все ли модели устройств выгодно производить? Если имеется убыточная модель, то что следует изменить, чтобы ее производство стало выгодным? Для ответа на данный вопрос использовать отчет об устойчивости.

4) Пусть имеется возможность установить 2 сверхурочных часа для одной из стадий. Для какой именно стадии следует назначить эти сверхурочные часы, чтобы получить наибольшую прибыль? На сколько увеличится прибыль в этом случае? Для ответа на данный вопрос использовать отчет об устойчивости.

5) Можно ли ответить на аналогичный вопрос, используя только данные отчета об устойчивости (не прибегая к новому поиску решения), если есть возможность вместо 2-х установить 5 ч. сверхурочно?

2. Предприятие производит фруктовые соки и продает их упакованными в пакеты емкостью 1 л. Список продукции и цена реализации за один пакет приведены в табл.

Сок «Яблоко-апельсин» содержит 70% яблочного и 30% апельсинового сока, «Яблоко-персик» - 60% яблочного и 40% персикового сока, «Фруктовая смесь» – 50% яблочного, 20% апельсинового и 30% персикового сока.

Напиток	Цена пакета, руб.
Сок яблочный	40
Сок апельсиновый	42
Сок персиковый	37
Сок «Яблоко-апельсин»	40
Сок «Яблоко-персик»	39
Сок «Фруктовая смесь»	44

В настоящий момент на складе предприятия имеются концентраты для получения 2800 л яблочного сока, 1900 л апельсинового сока и 2500 л персикового сока. Себестоимость 1 л яблочного сока составляет 20 руб., апельсинового – 23 руб., персикового – 18 руб.

Предприятие имеет заказ на 600 пакетов яблочного сока, 300 пакетов сока «Яблоко-апельсин» и 1000 пакетов сока «Фруктовая смесь». Заказ должен быть выполнен в текущую поставку. Кроме того, из опыта известно, что ни один из видов продукции не следует производить в количестве более чем 2 тыс. пакетов.

Задания

1) Построить математическую модель задачи максимизации прибыли (записать переменные, целевую функцию и ограничения).

2) Найти оптимальный план производства и величину максимальной прибыли.

3) Получить отчет об устойчивости. Объяснить, что означают приведенные стоимости соков яблочного и «Яблоко-апельсин». Сколько пакетов этих соков следовало бы произвести, если бы заказ на них отсутствовал?

4) Объяснить, что означает приведенная стоимость сока «Фруктовая смесь». Будет ли целесообразным производство этого сока в объеме свыше 2 тыс. пакетов при условии наличия спроса?

5) Пусть имеется возможность закупить концентрат для получения дополнительных 200 литров одного из соков. Концентрат какого сока (яблочного, апельсинового или персикового) следует предпочесть? Какую величину дополнительной прибыли можно будет получить по сравнению с первоначальным планом? Для ответа на данные вопросы использовать отчет об устойчивости.

3. Компания производит три вида корма для собак: *Regular*, *Extra* и *Puppy Delite*, используя три ингредиента: А, В и С.

Regular содержит поровну всех ингредиентов и дает прибыль 20 руб. за килограмм. *Extra* содержит 50% ингредиента А и по 25% ингредиентов В и С и дает прибыль 18 руб./кг. *Puppy Delite* содержит 10% ингредиента В и 90% ингредиента С и дает прибыль 25 руб./кг. Запасы ингредиентов на неделю: А – 1900 кг, В – 1100 кг, С – 1000 кг.

Задания

1) Построить математическую модель задачи максимизации прибыли (записать переменные, целевую функцию и ограничения).

2) Найти оптимальный план производства и величину максимальной прибыли.

3) Все ли виды корма выгодно производить? Если имеется убыточный вид корма, то что следует изменить, чтобы его производство стало выгодным? Для ответа на данный вопрос использовать отчет об устойчивости.

4) Пусть имеется возможность дополнительно приобрести 80 кг одного из ингредиентов. Какой именно ингредиент (А, В или С) следует предпочесть? На сколько увеличится прибыль в этом случае? Для ответа на данный вопрос использовать отчет об устойчивости.

5) Можно ли ответить на аналогичный вопрос, используя только данные отчета об устойчивости (не прибегая к новому поиску решения), если есть возможность докупить не 80, а 150 кг ингредиента?

4. Изделия четырех типов проходят последовательную обработку на двух станках. Время обработки изделия каждого типа на каждом из станков приведено в табл.

Затраты на производство одного изделия каждого типа определяются временем использования станков (в машино-часах). Стоимость машино-

Изделия	Время обработки, ч.	
	Станок 1	Станок 2
Изделие А	2	3
Изделие В	3	2
Изделие С	4	1
Изделие D	2	2

часа составляет 8 денежных единиц (д.е.) для стан-

ка 1 и 10 д.е. для станка 2. Максимально возможное время использования станков для обработки изделий всех типов составляет 500 машино-часов для станка 1 и 380 машино-часов для станка 2. Цена реализации изделий *A*, *B*, *C* и *D* составляют соответственно 68, 70, 62 и 58 д.е. Имеется предварительный заказ на 20 изделий типа *C*.

Задания

1) Построить математическую модель задачи максимизации стоимости (записать переменные, целевую функцию и ограничения).

2) Найти оптимальный план производства и величину максимальной стоимости.

3) Все ли типы изделий выгодно производить? Если имеются убыточные изделия, то что следует изменить, чтобы их производство стало выгодным? Для ответа на данный вопрос использовать отчет об устойчивости.

4) Пусть имеется возможность дополнительно выделить 50 машино-часов, но только для одного из станков. Для какого станка следует выделить эти часы, чтобы получить наибольшую дополнительную прибыль? Какова величина дополнительной прибыли будет получена? Для ответа на данный вопрос использовать отчет об устойчивости.

5) Можно ли ответить на аналогичный вопрос, используя только данные отчета об устойчивости (не прибегая к новому поиску решения), если дополнительно выделяется не 50, а 100 машино-часов?

5. Лесопильное предприятие заготавливает, оцилиндровывает и сушит 20-футовые бревна, которые в дальнейшем используются для строительства бревенчатых домов. Поступил новый заказ, для которого требуются 275 шт. 8-футовых, 100 шт. 10-футовых и 250 шт. 12-футовых бревен. На складе имеется 315 шт. 20-футовых бревен.

Задания

1) Построить математическую модель задачи нахождения варианта распила, обеспечивающего минимальную суммарную длину отходов. Найти соответствующий вариант распила и длину отходов.

2) Получить отчет об устойчивости и пояснить, что означают теневые цены каждого ограничения.

3) Какие коррективы следует внести в постановку задачи (изменить параметры заказа либо запас бревен на лесопилке), чтобы обратить отходы в ноль? Пользуясь только данными отчета об устойчивости, предложить не менее трех вариантов решения данной задачи?

4) Что произойдет, если запас 20-футовых бревен сделать меньше нижнего предела устойчивости?

Указание. Для каждого из 20-футовых бревен возможны 4 различных способа распила, и каждый способ дает свою длину отходов.

6. Руководство мебельной фабрики рассматривает возможность введения на одном из своих предприятий сверхурочной работы и хочет оптимизировать использование этого дополнительного времени. Предприятие выпускает пять различных изделий: стулья, столы, бюро, книжные шкафы, и передвижные столики. Соответствующая прибыль за одно изделие – 16; 30; 40; 42; 32 денежные единицы (д.е.). Продукция требует одних и тех же операций: обрезка, шлифовка и сборка. Время, затрачиваемое на эти операции для различных изделий, приведено в табл.

Время на операцию, мин.	Обрезка	Шлифовка	Сборка
Стул	8	12	4
Стол	6	10	3
Бюро	9	13	5
Книжный шкаф	8	12	4
Передвижной столик	14	8	6

Имеется 320 мин. для обрезки, 400 мин. для отделки, и 270 мин. для сборки в планируемое сверхурочное время. Также имеется предварительный заказ на 10 стульев, 4 бюро и 10 книжных шкафов, который должен быть выполнен в обязательном порядке.

Задания

1) Построить математическую модель задачи максимизации прибыли (записать переменные, целевую функцию и ограничения).

2) Найти оптимальный план производства и величину максимальной прибыли.

3) Выгодно ли производить все изделия? Если имеются изделия, которые не выгодно производить, что следует изменить, чтобы они вошли в оптимальный план? Для ответа на данный вопрос использовать отчет об устойчивости.

4) Пусть имеется возможность установить 50 сверхурочных минут, но для только одной из основных операций. На какую операцию следует выделить это время? Как изменится в этом случае прибыль? Для ответа на данный вопрос использовать отчет об устойчивости.

5) Можно ли ответить на аналогичный вопрос, используя только данные отчета об устойчивости (не прибегая к новому поиску решения), если есть возможность выделить не 50, а 100 мин. сверхурочно?

7. Мощности завода по производству удобрений позволяют произвести в текущем месяце 1000 т нитратов, 1800 т фосфатов и 1200 т солей калия. В результате смешения этих активных ингредиентов с инертными, запасы которых не ограничены, могут быть получены три вида удобрений. Процентное содержание активных ингредиентов в удобрениях, а также стоимости ингредиентов и удобрений приведены в табл.

Вид удобрений	Процентное содержание			Цена 1 т удобрения
	нитраты	фосфаты	соли калия	
1	5	10	5	38
2	5	10	10	50
3	10	10	10	60
Цена 1 т ингредиента	160	40	100	

Цена инертных ингредиентов составляет 5 денежных единиц (д.е.) за тонну. Затраты на смешивание, упаковку и реализацию каждого вида удобрений составляют 10 д.е. за тонну.

Задания

1) Построить математическую модель задачи максимизации суммарной стоимости выпускаемых удобрений (записать переменные, целевую функцию и ограничения).

2) Найти оптимальный план производства и величину максимальной стоимости.

3) Все ли удобрения выгодно производить? Если имеются удобрения, производство которых является убыточным, что следует изменить, чтобы они вошли в оптимальный план? Для ответа на данный вопрос использовать отчет об устойчивости.

4) Что является более выгодным – произвести дополнительно 100 т нитратов или 50 т солей калия? Какова величина дополнительной прибыли в каждом из этих случаев? Для ответа на данный вопрос использовать отчет об устойчивости.

5) Приведет ли к увеличению прибыли дополнительное производство фосфатов? Для ответа на данный вопрос использовать отчет об устойчивости.

8. Для откорма скота на ферме используют 3 вида прикормки. При правильном откорме необходимо удовлетворять минимальные требования по потреблению трех основных пищевых ингредиентов (углеводы, протеины и витамины). Содержание каждого ингредиента в 1 кг каждого вида корма, минимальные нормы потребления ингредиентов, а также цена 1 кг каждого вида корма приведены в табл.

Корм	Содержание ингредиентов в 1 кг			Цена за 1 кг, руб.
	Углеводы	Протеины	Витамины	
Корм А	90	30	10	84
Корм В	20	80	20	72
Корм С	40	60	60	60
Минимальная дневная норма потребления	200	180	150	

Задания

1) Построить математическую модель задачи минимизации издержек

(записать переменные, целевую функцию и ограничения).

2) Найти дневной рацион откорма, минимизирующий издержки, и величину минимальных издержек.

3) Все ли виды корма вошли в рацион? Какой должна быть цена за 1 кг корма, не вошедшего в рацион, чтобы он туда вошел? Для ответа на данный вопрос использовать отчет об устойчивости.

4) Что приведет к большему снижению издержек – уменьшение на 5 единиц дневной нормы потребления углеводов или уменьшение на такую же величину дневной нормы потребления протеинов? Для ответа на данный вопрос использовать отчет об устойчивости.

5) Приведет ли к снижению издержек уменьшение дневной нормы потребления витаминов? Для ответа на данный вопрос использовать отчет об устойчивости.

Решения оптимизационных задач (для контроля)

1. Модель *A* – 20 шт., модель *B* – 552,63 шт., модель *C* – 602,63 шт. После округления: модель *A* – 20 шт., модель *B* – 552 шт., модель *C* – 603 шт., прибыль – 87 324 руб.

2. Сок яблочный – 600 л, сок апельсиновый – 1410 л, сок персиковый – 1240 л, сок «Яблоко-апельсин» – 300 л, сок «Яблоко-персик» – 1650 л, сок «Фруктовая смесь» – 2000 л. Прибыль – 148 750 руб.

3. Regular – 300 кг, Extra – 3600 кг, Puppy Deluxe – нет. Прибыль – 70 800 руб.

4. Изделие *A* – нет, изделие *B* – 60 шт., изделие *C* – 20 шт., изделие *D* – 120 шт. Стоимость – 4 600 д.е.

5. Возможны 4 способа распила бревен: 1) 12+8 футов, 2) 10+10 футов, 3) 10+8 футов, 4) 8+8 футов. 255 бревен распиливаются 1-м способом, 50 бревен – 2-м и 10 бревен – 4-м. Суммарная длина отходов – 40 футов.

6. Стул – 10, стол – 0, бюро – 4, книжный шкаф – 15, передвижной столик – 6. Прибыль – 1142 д.е.

7. Удобрение 1 – нет, удобрение 2 – 4000 т, удобрение 3 – 8000 т. Стоимость – 172 000 д.е.

8. Корм *A* – 1,14 кг, корм *B* – нет, корм *C* – 2,43 кг. Издержки – 241,71 руб.

Практическая работа 2. Исследование методов построения решающих правил многокритериальных задач принятия решений

Порядок выполнения

Варианты заданий

1. Выделение множества Парето

Выделить множество Парето.

1.1.

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
x_1	4	5	2	8	2
x_2	3	8	4	6	2
x_3	3	5	3	6	1
x_4	5	6	2	9	3

1.2.

	f_1	f_2	f_3	f_4
x_1	5	2	3	1
x_2	4	3	1	2
x_3	2	6	2	5
x_4	5	3	4	7

1.3.

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
x_1	3	2	5	1	3
x_2	2	3	2	5	4
x_3	3	2	6	4	4
x_4	2	2	5	3	2

1.4.

	f_1	f_2	f_3	f_4
x_1	2	5	2	3
x_2	3	3	4	1
x_3	2	1	4	2
x_4	3	4	5	2

1.5.

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
x_1	8	5	4	6	3
x_2	2	7	1	4	5
x_3	7	5	4	2	2
x_4	2	3	1	4	3

1.6.

	f_1	f_2	f_3	f_4
x_1	3	4	1	1
x_2	4	2	3	2
x_3	6	2	4	3
x_4	4	5	2	1

1.7.

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
x_1	1	3	4	2	3
x_2	4	6	3	3	2
x_3	1	3	5	2	4
x_4	3	5	1	3	2

1.8.

	f_1	f_2	f_3	f_4
x_1	4	5	2	2
x_2	3	7	3	1
x_3	3	5	1	6
x_4	6	8	3	2

2. Методы свертки критериев

Требуется:

- 1) на основе заданного порядка важности критериев установить числовые оценки их весов, используя метод простого ранжирования или пропорциональный метод;
- 2) привести оценки по всем критериям к единой безразмерной шкале путем нормировки критериев;
- 3) выбрать решение, используя следующие виды свертки: аддитивная, мультипликативная, расстояние до идеала. Убедиться, что во всех случаях получено Парето-оптимальное решение.

2.1. Выбор технологической линии для предприятия из 9 моделей на основе следующих критериев:

f_1 max – производительность, изделий/час;

f_2 min – стоимость, тыс. ден.ед.;

f_3 max – удобство в эксплуатации, баллы;

f_4 max – срок гарантийного обслуживания, лет.

x_i	$f_1(x_i)$	$f_2(x_i)$	$f_3(x_i)$	$f_4(x_i)$
x_1	40	220	4	4
x_2	45	240	5	2
x_3	30	200	3	2
x_4	48	300	4	5
x_5	35	180	3	3

x_6	50	320	5	5
x_7	32	160	3	2
x_8	40	250	3	4
x_9	42	200	3	4

Порядок важности критериев: $f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4$.

2.2. Торговое предприятие намерено приобрести партию холодильных установок. Выбор осуществляется из 7 моделей на основе следующего набора критериев:

f_1 max – объем холодильной камеры, л; f_2 max – объем морозильной камеры, л; f_3 max – общая площадь полок, м²;

f_4 max – срок гарантийного обслуживания, лет.

f_5 min – стоимость, тыс. ден.ед.

x_i	$f_1(x_i)$	$f_2(x_i)$	$f_3(x_i)$	$f_4(x_i)$	$f_5(x_i)$
x_1	500	250	3,8	5	35
x_2	300	300	1,4	5	24
x_3	250	120	1,5	4	20
x_4	450	200	2,9	3	30
x_5	450	300	3,8	3	25
x_6	500	280	3,8	5	32
x_7	400	250	2,1	3	25

Порядок важности критериев: $f_1 \quad f_5 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4$.

2.3. Выбор машины для фасовки продуктов. Имеется 7 альтернатив, оцениваемых по следующим критериям:

f_1 max – производительность, упаковок в час;

f_2 max – емкость бункера для продукта, л;

f_3 min – длительность заправки бункера, мин.;

f_4 min – сложность перенастройки на др. вид фасовки, баллы;

f_5 max – удобство чистки, баллы;

f_6 min – стоимость, тыс. ден.ед.

x_i	$f_1(x_i)$	$f_2(x_i)$	$f_3(x_i)$	$f_4(x_i)$	$f_5(x_i)$	$f_6(x_i)$
x_1	200	10	5	5	4	45
x_2	180	8	3	4	5	48
x_3	200	8	2	5	5	50
x_4	190	10	5	3	4	48
x_5	220	12	3	3	5	48
x_6	200	7	2	4	3	42
x_7	220	15	4	2	4	35

Порядок важности критериев: $f_4 \quad f_6 \quad f_1 \quad f_5 \quad f_2 \quad f_3$.

2.4. Руководитель цеха рассматривает три возможных решения по повышению производительности участка фрезерования:

x_1 – модифицировать имеющийся фрезерный станок;

x_2 – приобрести новый станок с программным управлением;

x_3 – заменить станок обрабатывающим центром.

Оценка альтернатив осуществляется по следующим критериям:

f_1 min – стоимость приобретения, ден.ед;

f_2 min – стоимость обслуживания, ден.ед;

f_3 min – стоимость обучения персонала, ден.ед; f_4 max – производительность, изделий в смену; f_5 min – время наладки, мин.;

f_6 min – количество металлических отходов, кг в смену.

x_i	$f_1(x_i)$	$f_2(x_i)$	$f_3(x_i)$	$f_4(x_i)$	$f_5(x_i)$	$f_6(x_i)$
x_1	12	2	3	8	30	176
x_2	25	4	8	14	20	66
x_3	120	15	20	40	3	18

Порядок важности критериев: $f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4 \quad f_5 \quad f_6$.

2.5. Химический комбинат планирует внедрить автоматизированную систему управления технологическими процессами. Выбор осуществляется из 7 вариантов, для оценки которых используются следующие критерии:

f_1 min – затраты на внедрение, тыс. ден.ед;

f_2 min – срок ввода в эксплуатацию, месяцев;

f_3 max – удобство в эксплуатации, баллы;

f_4 max – срок гарантийного обслуживания, лет.

x_i	$f_1(x_i)$	$f_2(x_i)$	$f_3(x_i)$	$f_4(x_i)$
x_1	40	8	3	3
x_2	30	8	5	3
x_3	40	6	2	4
x_4	60	6	5	5
x_5	45	7	1	3
x_6	25	8	4	3
x_7	55	6	3	4

Порядок важности критериев: f_1 f_2 f_4 f_3 .

2.6. В ходе реконструкции порта рассматриваются проекты строительства нового терминала для разгрузки танкеров. Предлагаются 5 проектов, оценка которых производится по следующему набору критериев:

f_1 max – пропускная способность, тыс. т в день;

f_2 min – затраты на строительство, млн. ден. ед.;

f_3 min – срок строительства, мес.;

f_4 max – экологическая безопасность, баллы;

f_5 min – стоимость обработки 1 т нефти, ден. ед.

x_i	$f_1(x_i)$	$f_2(x_i)$	$f_3(x_i)$	$f_4(x_i)$	$f_5(x_i)$
x_1	2,6	3,5	24	4	4,5
x_2	2	2,5	30	5	3,5
x_3	2	3	30	4	4,5
x_4	2,5	4	28	3	6
x_5	2,3	2,8	26	4	4

Порядок важности критериев: f_1 f_4 f_5 f_2 f_3 .

2.7. Выбор машины для изготовления пластмассовой упаковки. Имеется 9 альтернатив, оцениваемых по следующим критериям:

f_1 max – производительность, упаковок в час;

f_2 min – потери материала, %;

f_3 max – удобство эксплуатации, баллы;

f_4 min – стоимость, тыс. ден.ед.

x_i	$f_1(x_i)$	$f_2(x_i)$	$f_3(x_i)$	$f_4(x_i)$
x_1	220	7	3	60
x_2	260	3	5	60
x_3	200	8	3	45
x_4	180	4	4	48
x_5	240	4	4	60
x_6	280	5	4	57
x_7	200	3	3	50
x_8	240	6	3	55
x_9	250	4	2	58

Порядок важности критериев: f_1 f_4 f_2 f_3 .

2.8. Предприятие пищевой промышленности решает задачу выбора конвейера для транспортировки продуктов. Имеется 6 альтернативных вариантов, оцениваемых по следующим критериям:

f_1 max – максимальный вес транспортируемого груза, кг;

f_2 max – количество переключаемых скоростей работы;

f_3 max – удобство эксплуатации, баллы;

f_4 min – стоимость, тыс. ден.ед.

x_i	$f_1(x_i)$	$f_2(x_i)$	$f_3(x_i)$	$f_4(x_i)$
x_1	80	4	4	45
x_2	90	4	3	45
x_3	60	2	5	48
x_4	80	3	5	42
x_5	40	2	5	40
x_6	50	2	4	42

Порядок важности критериев: f_4 f_1 f_3 f_2 .

Практическая работа 3. Построение и исследование моделей принятия решений в условиях неопределенности внешней среды

Содержание отчета

По каждой из задач в отчете необходимо привести:

- множество альтернатив X и множество состояний внешней среды Z ;
- таблицу решений с описанием того, как она получена (желательно привести расчетные формулы);
- значения всех критериев, на которых основаны решающие правила (в дополнительных столбцах таблицы решений), с указанием выбираемой альтернативы и пояснением, почему именно эта альтернатива получила наилучшую оценку;
- для задач первой группы (1.x) – график функции полезности и тип отношения ЛПР к риску (иметь в виду, что в некоторых задачах тип отношения к риску может меняться в зависимости от участка множества исходов).

За основу оформления отчета (вид таблиц, основные пояснения) можно брать пример из п. 5 теоретического материала.

1. Построение решающих правил на основе вероятностных моделей

1.1. Спрос на ежедневную газету представляет собой случайную величину со следующим законом распределения (см. табл.)

Спрос, экз.	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Вероятность	0,06	0,09	0,11	0,14	0,17	0,15	0,13	0,10	0,05

Владелец киоска в начале дня имеет возможность сделать запас газет на уровне 10, 20, 30, 40 или 50 экземпляров. Газета закупается по цене 7 денежных единиц (д.е.), а продается по цене 13 д.е. за экземпляр. Если запас превысит спрос, то непроданные газеты в конце дня сдаются по цене 3 д.е. за экземпляр.

Определить наиболее предпочтительную величину запаса газет с точки зрения максимизации прибыли.

t_0	120; 130; 140 д.е. $\sqrt{\quad}$
Функция полезности	$u(y) = 0,16 \ln y + y^2 - 200$

1.2. Предприятие производит железобетонные панели, используя в качестве основного сырья цемент. Потребность в сырье в течение месяца описывается следующим вероятностным распределением (цемент поставляется в мешках).

Потребность, тыс. мешков	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Вероятность	0,04	0,05	0,11	0,12	0,16	0,27	0,15	0,07	0,03

Удельная прибыль от производства панелей в пересчете на объем использованного сырья составляет 10 денежных единиц (д.е.) на единицу (один мешок) сырья. Затраты на хранение единицы неиспользованного сырья составляют 5 д.е., а издержки дефицитности (потери, связанные с отсутствием необходимого количества цемента на складе) равны 3 д.е. за каждую недостающую единицу.

Определить наиболее предпочтительный запас цемента на месяц с точки зрения максимизации прибыли при условии, что цемент может закупаться партиями по 1000 мешков.

t_0	20; 23; 25 тыс. д.е.
Функция полезности	$u(y) = 24 - \ln(y - 11)$, где y – прибыль, выраженная в тыс. д.е.

1.3. Производственное предприятие получает некоторый вид комплектующих от трех поставщиков. Процент брака для каждого поставщика описывается вероятностным распределением (см. табл.)

Процент брака	Вероятность		
	Поставщик 1	Поставщик 2	Поставщик 3
1	0,7	0,4	0,18
2	0,1	0,3	0,28
3	0,09	0,15	0,4
4	0,07	0,1	0,12
5	0,04	0,05	0,02

Затраты связанные с ремонтом одного бракованного изделия, составляют 12 денежных единиц (д.е.).

Поставка осуществляется партиями по 1000 единиц. Рассмотрим задачу выбора поставщика с точки зрения минимизации затрат на ремонт, учитывая, что стоимость партии у второго поставщика на 80 д.е. ниже, чем у первого, а у третьего – на 20 д.е. ниже, чем у второго

(соответственно, более низкая стоимость может частично компенсировать указанные выше затраты).

t_0	-200; -150; -100 д.е.
Функция полезности	$u(y) = \begin{cases} \frac{y}{600} & , y < 600 \\ 1 & , y \geq 600 \end{cases}$

1.4. Предприятие выпускает химический реактив, имеющий ограниченный срок годности. Если объем выпускаемой партии превышает имеющийся на нее спрос, то нереализованная часть партии подлежит уничтожению. В случае, если спрос превышает запланированный объем выпуска, то недостающая часть производится дополнительно, в сверхурочное время.

Еженедельный спрос на реактив описывается следующим вероятностным распределением (см. табл.)

Спрос, единиц	50	100	150	200	250
Вероятность	0,08	0,12	0,20	0,35	0,25

Себестоимость единицы реактива при нормальном производстве равна 5 денежных единиц (д.е.), а при дополнительном (сверхурочном) производстве – 7 д.е. Реактив продается по 10 д.е. за единицу.

Определить наиболее предпочтительный объем выпускаемой партии с точки зрения максимизации прибыли.

t_0	500; 600; 700 д.е.
Функция полезности	$u(y) = 0,25(0,01y + 7,5)^2$

1.5. Оптовый склад садовой техники должен заказать партию газонокосилок для наступающего сезона у внешнего поставщика. Согласно условиям поставок, объем партии должен быть кратным 100. Каждая газонокосилка, проданная в сезон, приносит 300 денежных единиц (д.е.) прибыли, каждая непроданная – убыток 200 д.е.

Спрос на газонокосилки в предстоящем сезоне оценивается следующим вероятностным распределением (см. табл.)

Спрос, единиц	200	300	400	500	600	700
Вероятность	0,05	0,10	0,20	0,30	0,25	0,10

Определить наиболее предпочтительный объем заказываемой партии с точки зрения максимизации прибыли.

t_0	90; 120; 130 тыс. д.е.
Функция полезности	$u(y) = 0,3 \sqrt{y} + 1,5$ где y – прибыль, выраженная в тыс. д.е.

1.6. Предприятие производит промышленный растворитель, имеющий ограниченный срок годности. Необходимое для производства сырье закупается с учетом планируемого объема выпускаемой партии. Цена продажи растворителя составляет 4 тыс. денежных единиц (д.е.) за тонну, расходы на сырье – 2 тыс. д.е. на тонну. Если объем выпускаемой партии превышает имеющийся на нее спрос, то нереализованная часть партии подлежит уничтожению. Если спрос превышает объем выпуска, то убытки по неудовлетворенному спросу составляют 1 тыс. д.е. за тонну.

Прогнозируемый спрос на очередную партию растворителя	Спрос, тонн	10	15	20	25
	Вероятность	0,1	0,2	0,5	0,2

оценивается следующим вероятностным распределением (см. табл.)

Определить наиболее предпочтительный объем выпускаемой партии с точки зрения максимизации прибыли.

t_0	20; 25; 30 тыс. д.е.
Функция полезности	$u(y) = \sqrt{y} + 7$ где y – прибыль, выраженная в тыс. д.е.

1.7. Для проведения семинара организационный комитет планирует арендовать конференц-зал и одноместные номера в гостинице для размещения участников. Возможно арендовать 20, 30, 40 или 50 номеров. Стоимость аренды конференц-зала составляет 1000 денежных единиц (д.е.), стоимость аренды одного номера – 200 д.е., прочие расходы на организацию семинара составляют 7000 д.е., из которых 5000 д.е. будут возмещены в результате привлечения спонсоров. Оплата за проживание в гостинице составляет 600 д.е. с участника. Ожидается, что услугами гостиницы воспользуются от 10 до 50 чел. – соответствующее вероятностное распределение приведено в табл.

Кол-во чел.	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Вероятность	0,06	0,09	0,11	0,14	0,17	0,15	0,13	0,10	0,05

Определить наиболее предпочтительное число арендуемых номеров с точки зрения максимизации прибыли организационного комитета.

t_0	7000; 8000; 10000 д.е.
Функция полезности	$u(y) = 0,25 \ln(2y + 15)$, где y – прибыль, выраженная в тыс. д.е.

1.8. Необходимо арендовать несколько станков на 1 месяц для производства партии однотипных изделий. Ожидаемый объем партии задан следующим вероятностным распределением.

Число изделий, тыс. шт.	30	35	40	45	50
Вероятность	0,15	0,19	0,21	0,28	0,17

Производительность одного станка равна 5 тыс. изделий в месяц, стоимость аренды – 3 тыс. денежных единиц (д.е.) Потери от недопроизводства 1 тыс. изделий составляют 1,4 тыс. д.е.

Определить наиболее предпочтительное число арендуемых станков с точки зрения минимизации затрат.

t_0	-27; -26; -23 тыс. д.е.
Функция полезности	$u(y) = 0,04y^2 - 3$, где y – прибыль, выраженная в тыс. д.е.

2. Построение решающих правил для задач в условиях «полной» неопределенности

Сформировать таблицу решений и построить модель выбора наиболее предпочтительной альтернативы, используя следующие решающие правила:

- а) критерий Вальда;
- б) критерий Гурвица (для двух значений $> 0,5$ и $< 0,5$);
- в) принцип недостаточного обоснования;
- г) комбинацию критерия Гурвица и принципа недостаточного обоснования;
- д) критерий Сэвиджа.

2.1. Рассмотреть задачу 1.7 в предположении неизвестных веро-

ятностей числа арендуемых номеров.

2.2. Рассмотреть задачу 1.1 в предположении неизвестных вероятностей спроса на газету.

2.3. Рассмотреть задачу 1.4 в предположении неизвестных вероятностей спроса на реактив.

2.4. Один из четырех станков должен быть выбран для изготовления партии изделий, объем z которой может находиться в пределах от 100 до 400 штук. Производственные затраты C_i для станка с номером i составляют $C_i = K_i + zD_i$ ($i = 1; 2; 3; 4$), где K_i – фиксированные затраты,

Номер станка, i	K_i	D_i
1	1000	5
2	400	12
3	1500	3
4	900	8

D_i – удельные затраты на производство одного изделия (см. табл.) Рассмотреть задачу минимизации производственных затрат, варьируя объем партии с шагом 50.

2.5. Для уборки овощей необходимо привлечь сезонных рабочих. Урожайность колеблется в пределах от 200 до 250 центнеров, закупочная цена стабильна и равна 5 денежных единиц (д.е.) за 1 кг. Рабочий за сезон собирает 10 центнеров и получает 2 д.е./кг за уборку и 600 д.е. в качестве компенсации расходов на проезд к месту работы. Затраты на обеспечение рабочих жильем составляют 5000 д.е. и не зависят от численности.

Определить оптимальное число привлекаемых рабочих с точки зрения максимизации прибыли.

2.6. Рассмотреть задачу 1.8 в предположении неизвестных вероятностей ожидаемого объема партии изделий.

2.7. Рассмотреть задачу 1.5 в условиях неизвестных вероятностей спроса на газонокосилки.

2.8. Рассмотреть задачу 1.3 в предположении неизвестных вероятностей величин потребности в цементе.

Контрольные вопросы и задания

1. В чем проявляется неопределенность внешней среды в задачах принятия решений?
2. Привести общую математическую модель однокритериальной ЗПР в условиях природной неопределенности.
3. Какие ЗПР называют задачами в условиях стохастического риска, а какие – задачами в условиях полной неопределенности?
4. Какую интерпретацию имеют исходы в рамках модели ЗПР в условиях

- стохастического риска? Дать определение лотереи.
5. Перечислить основные виды решающих правил, основанных на вероятностных моделях.
 6. Дать определение критерия вероятностной гарантии. Что характеризует данный критерий?
 7. Как проявляется неустойчивость критерия вероятностной гарантии относительно изменения граничного значения оценки исхода?
 8. Дать определение критерия среднего результата. Какие ограничения имеют место при использовании данного критерия?
 9. Дать определение критерия «среднее – разброс». В чем его основные отличия от критерия среднего результата?
 10. Дать определение детерминированного эквивалента лотереи.
 11. Дать определение функции полезности.
 12. Каким образом устанавливаются предпочтения на множестве альтернатив с использованием критерия ожидаемой полезности?
 13. Дать определения склонности, несклонности и безразличия к стохастическому риску в терминах лотерей и детерминированных эквивалентов.
 14. Каким образом по форме графика функции полезности установить тип отношения ЛПП к риску?
 15. Какая методика может использоваться для построения функции полезности? (охарактеризовать основные этапы построения)
 16. По какому принципу выполняется аппроксимация функции полезности методом пяти точек на участке с неизменным типом отношения к риску?
 17. Перечислить основные виды решающих правил для ЗПП в условиях полной неопределенности внешней среды. В чем заключается общая идея их построения?
 18. Дать определение критерия Вальда. Каким особенностям системы предпочтений ЛПП он соответствует?
 19. Дать определение критерия Гурвица. Каким особенностям системы предпочтений ЛПП он соответствует?
 20. В чем заключается эвристический метод вычисления коэффициента оптимизма-пессимизма для критерия Гурвица?
 21. В чем заключается принцип недостаточного обоснования? Дать определение критерия Бернулли-Лапласа.
 22. Дать определение критерия Сэвиджа. Каким особенностям системы предпочтений ЛПП он соответствует?

Дополнительная учебная литература

1. Системы поддержки принятия решений [Текст] : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Санкт-Петербургский гос. ун-т ; под ред. В. Г. Халина, Г. В. Черновой. - Москва : Юрайт, 2016. - 494 с. - (Бакалавр и магистр. Академический курс).
2. Бородачёв С. М. Теория принятия решений [Электронный ресурс]: учебное пособие / Издательство Уральского университета, 2014 – 124 с. https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=275740
3. Лотов, В. А. Многокритериальные задачи принятия решений [Текст] : учебное пособие / В. А. Лотов, И. И. Поспелова. - Москва: МАКС Пресс, 2008. – 197 с.
4. Карданская, Н. Л. Управленческие решения : учебник / Н. Л. Карданская. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 439 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436715> (дата обращения: 01.10.2021) . - Режим доступа: по подписк
5. Подиновский, В. В. Анализ и поддержка решений. Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений [Текст] / В. В. Подиновский. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 64 с.
6. Юдин, Д. Б. Вычислительные методы теории принятия решений [Текст] : монография / Д. Б. Юдин. - Москва : URSS ; Москва : Либроком, 2014. - 318 с.
7. Модели принятия решений : учебное пособие / А. В. Мендель. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 463 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115173> (дата обращения: 06.10.2021) . - Режим доступа: по подписке. - ISBN 978-5-238-01894-2 : Б. ц. - Текст : электронный.