МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
___________ О.Г. Локтионова
«15» 12 2017 г.

ДИСКРЕТНЫЕ ЦЕПИ МАРКОВА

Методические указания
по выполнению самостоятельной работы для студентов,
обучающихся по направлению подготовки
11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»
по курсу «Теория телетрафика»

Курск 2017

2

УДК 621.391

Составители: А.В. Хмелевская, А.Н. Шевцов

Рецензент
Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
профессор кафедры *В.Г. Андронов*

Дискретные цепи Маркова: методические указания по выполнению самостоятельной работы по теме 7 по курсу «Теория телетрафика» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. А.В. Хмелевская, А.Н. Шевцов. Курск, 2017. – 19 с.: ил. 6, табл. 1. – Библиогр.: с. 19.

Методические указания по выполнению самостоятельной работы содержат краткие теоретические сведения о марковских случайных процессах, дискретных цепях Маркова, варианты заданий на практическую работу и примеры их выполнения, а также перечень контрольных вопросов для самопроверки.

Методические указания полностью соответствуют требованиям типовой программы, утвержденной УМО по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», а также рабочей программе дисциплины «Теория телетрафика».

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.03.02 очной и заочной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 15.12.17. Формат 60х841/16.
Усл. печ. л. 1,22 .Уч.-изд. л.1,1 Тираж 100 экз. Заказ 3264 Бесплатно
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

1 Цель работы

Целью данной работы является изучение дискретных цепей Маркова, овладение навыками построения графа состояний и переходов.

2 Краткие теоретические сведения

Марковские случайные процессы названы по имени выдающегося русского математика А. А. Маркова (1856 – 1922), впервые начавшего изучение вероятностной связи случайных величин и создавшего теорию, которую можно назвать "динамикой вероятностей". В дальнейшем основы этой теории явились исходной базой общей теории случайных процессов, а также таких важных прикладных наук, как теория диффузионных процессов, теория надежности, теория массового обслуживания и т. д.. В настоящее время теория марковских процессов и ее приложения широко применяются в самых различных областях.

Благодаря сравнительной простоте и наглядности математического аппарата, высокой достоверности и точности получаемых решений, особое внимание марковские процессы приобрели у специалистов, занимающихся исследованием операций и теорией принятия оптимальных решений.

Пусть у нас имеется некоторая система *S*, которая может находиться в одном из состояний ε_1, $\varepsilon_2, \dots$ ε_n и может менять свое состояние только в моменты времени t_1 , t_2 , ..., $t_m \dots$ ($t_1 < t_2 < \dots < t_m < \dots$) причем вероятность в момент t_m оказаться в состоянии ε_j зависит только от того, в каком состоянии система *S* находилась в момент времени t_{m-1}. В этом случае говорят, что задана цепь Маркова.

Если в момент t_{m-1} система находилась в состоянии ε_i, то вероятность того, что в следующий момент t_m система окажется в состоянии ε_j, называется *переходной* и обозначается через:

$$p_{ij}^{(m)} = P_{t_m}(\varepsilon_i \to \varepsilon_j). \qquad (1)$$

В дальнейшем мы ограничимся так называемыми *однородными цепями Маркова,* когда переходные вероятности $p_{ij}^{(m)}$ не зависят от момента времени t_m, а зависят только от индексов i и j. Так как система может находиться в одном из n состояний, то полная вероятностная картина изменений состояния системы S задается матрицей:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}. \qquad (2)$$

Эту матрицу называют *матрицей перехода* или *переходной матрицей.* Элементы этой матрицы, удовлетворяют следующим двум условиям:

1) $0 \le p_{ij} \le 1$;

2) $\sum\limits_{i=1}^{n} p_{ij} = 1$ для любого значения i ($i = 1,2, ..., n$), (сумма вероятностей по строчкам).

Такие матрицы называются *стохастическими.*

Пример 1. Некоторая совокупность рабочих семей поделена на три группы: ε_1 – семьи, не имеющие автомашины и не намеревающиеся ее приобрести; ε_2 – семьи, не имеющие автомашины, но собирающиеся ее приобрести, и, наконец, ε_3 – семьи, имеющие автомашину. Статистические обследования дали возможность оценить вероятность перехода семей из одной группы на протяжении года в другую. При этом матрица перехода оказалась такой:

$$P = \begin{bmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0 & 0,7 & 0,3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Из этой матрицы следует, что вероятность того, что семьи, которые в предшествующем году имели машину и в следующем за ним году, наверняка, будут иметь ее, равна $p_{33} = 1$. В матрице элемент $p_{23} = 0,3$ означает вероятность того, что семья, не имевшая в предыдущем году машины, но решившая приобрести ее, осуществит свое намерение в этом году. Далее, $p_{21} = 0$ означает вероятность того, что семья, намеревавшаяся купить автомашину в прошлом году, в следующем за ним году от этого намерения вообще отказалась.

Матрицы перехода удобно представлять в виде сигнальных графов, изображая переходы системы их одного состояния в другое. Сигнальный граф для матрицы *P* примера 1 изображен на рисунке 1.

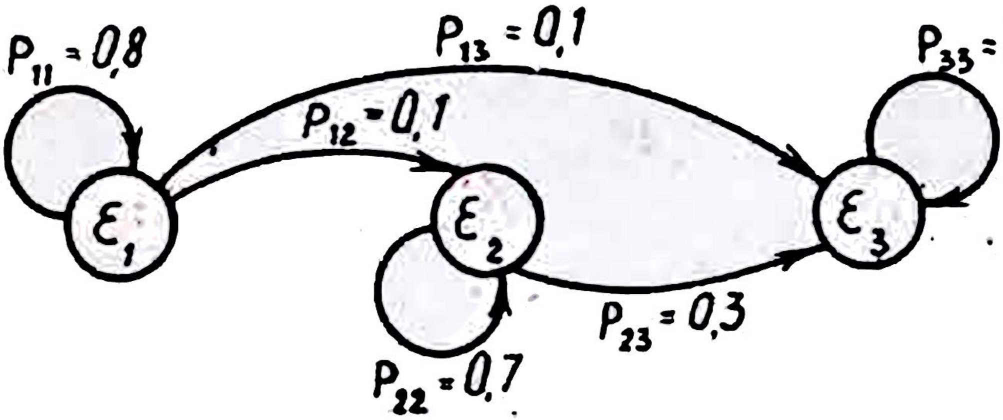
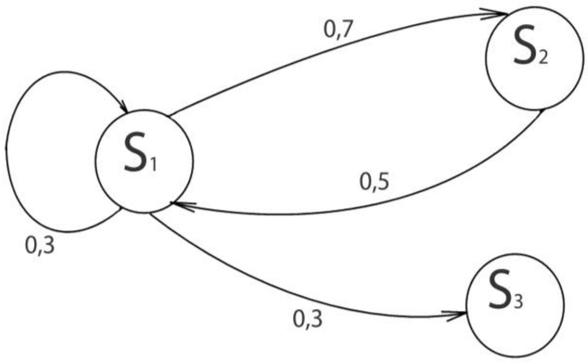
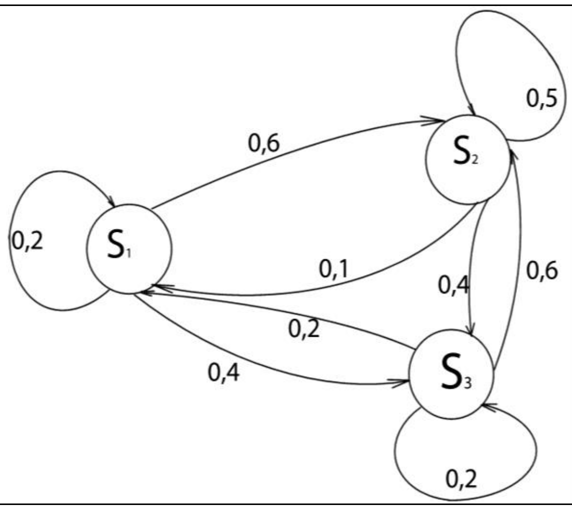
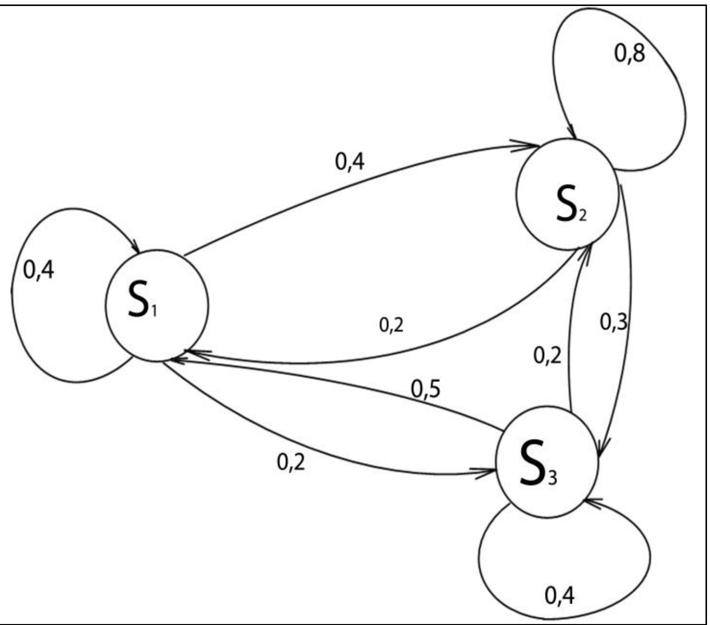
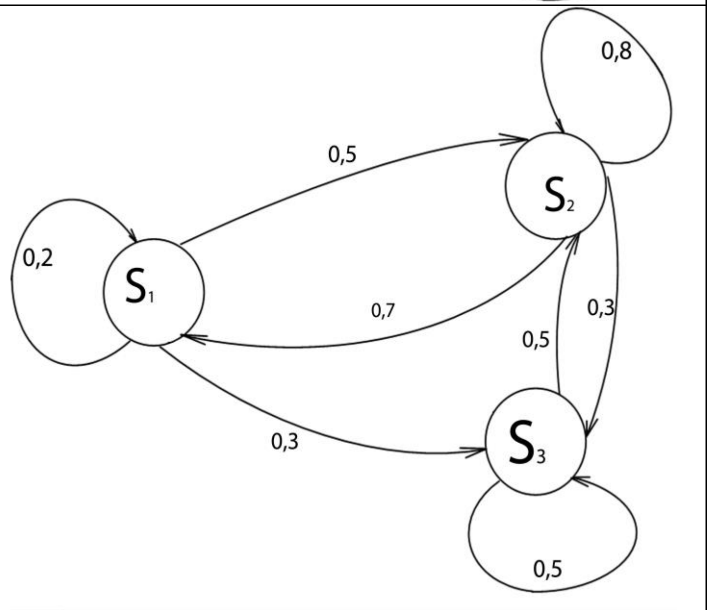
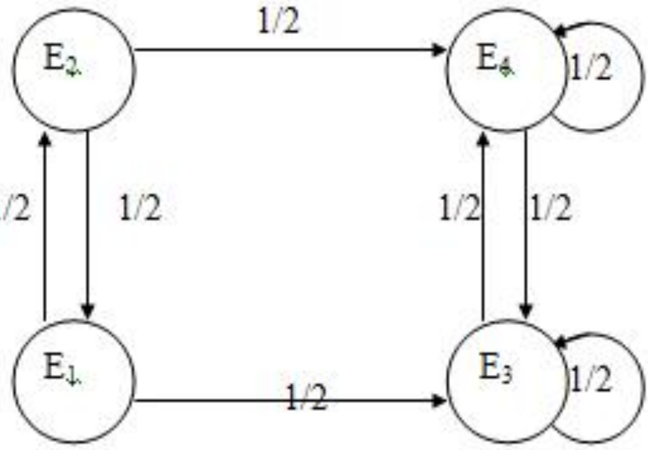


Рисунок 1 – Сигнальный граф для матрицы *P*

Пример 2. Какой граф задает марковский процесс:

<table>
<tr><td>а)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>б)</td><td>
</td></tr>
</table>

в)	0,8 0,4 S_2 0,4 S_1 0,2 0,3 0,2 0,5 0,2 S_3 0,4
г)	0,8 0,5 S_2 0,2 S_1 0,7 0,3 0,5 0,3 S_3 0,5
д)	E_2 1/2 E_4 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 E_1 E_3 1/2 1/2

Решение:

Марковский процесс задают графы г) и д), так как только у этих графов сумма вероятностей, исходящих из всех вершин равна 1.

Оценка переходных матриц, аналогичных рассмотренной в примере 1, имеет большое практическое значение: она дает возможность существенно уточнить экономические методы составления прогнозов опроса на некоторые потребительские товары длительного пользования. Наряду с переходной матрицей P на один шаг важна и матрица перехода за n шагов, она равна

$$P(n) = p^n. \qquad (3)$$

Пример 3. По данным примера 1 вычислить:

а) вероятность того, что семья, не имевшая машины и не собиравшаяся ее приобрести, будет находиться в той же ситуации через 2 года;

б) вероятность того, что семья, не имевшая автомашины и намеревающаяся ее приобрести, будет иметь автомашину через 2 года.

Решение

Для вычисления искомых вероятностей $p_{11}(2)$ и $p_{23}(2)$ следует найти матрицу $P(2)$**.** Применяя формулу $P(2) = P^2$ имеем:

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0{,}8 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}7 & 0{,}3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 0{,}64 & 0{,}15 & 0{,}21 \\ 0 & 0{,}49 & 0{,}51 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, первая из искомых вероятностей равна *0,64,* а вторая – *0,51*.

Пример 4. Предположим, что некая фирма осуществляет доставку оборудования по Москве: в северный округ (обозначим A), южный (B) и центральный (C). Фирма имеет группу курьеров, которая обслуживает эти районы. Понятно, что для осуществления следующей доставки курьер едет в тот район, который на данный момент ему ближе. Статистически было определено следующее:

1. после осуществления доставки в *A* следующая доставка в *30* случаях осуществляется в *A*, в *30* случаях – в *B* и в *40* случаях – в *C*;

2. после осуществления доставки в *B* следующая доставка в *40* случаях осуществляется в *A*, в *40* случаях – в *B* и в *20* случаях – в *C*;

3. после осуществления доставки в *C* следующая доставка в *50* случаях осуществляется в *A*, в *30* случаях – в *B* и в *20* случаях – в *C*.

Таким образом, район следующей доставки определяется только предыдущей доставкой.

Матрица вероятностей перехода будет выглядеть следующим образом:

$$P = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}4 & 0{,}5 \\ 0{,}3 & 0{,}4 & 0{,}3 \\ 0{,}4 & 0{,}2 & 0{,}2 \end{pmatrix} \end{array}$$

Например, $p_{12} = 0{,}4$ – это вероятность того, что после доставки в район *B* следующая доставка будет производиться в районе *A*.

Допустим, что каждая доставка с последующим перемещением в следующий район занимает *15* минут. Тогда, в соответствии со статистическими данными, через *15* минут *30%* из курьеров, находившихся в *A*, будут в *A*, *30%* будут в *B* и *40%* – в *C*. Так как в следующий момент времени каждый из курьеров обязательно будет в одном из округов, то сумма по столбцам равна *1*, И поскольку мы имеем дело с вероятностями, каждый элемент матрицы $0 < p_{ij} < 1$. Наиболее важным обстоятельством, которое позволяет интерпретировать данную модель как цепь Маркова, является то, что местонахождние курьера в момент времени $t + 1$ зависит только от местонахождения в момент времени t.

Теперь зададим простой вопрос: если курьер стартует из *C*, какова вероятность того, что осуществив две доставки, он будет в *B*, т.е. как можно достичь *B* в *2* шага? Итак, существует несколько путей из *C* в *B* за *2* шага:

1) сначала из *C* в *C* и потом из *C* в *B*;

2) $C \to B$ и $B \to B$;

3) $C \to A$ и $A \to B$.

Учитывая правило умножения независимых событий, получим, что искомая вероятность равна:

$$P = P(CA) \cdot P(AB) + P(CB) \cdot P(BB) + P(CC) \cdot P(CB).$$

Подставляя числовые значения:

$$P = 0{,}5 \cdot 0{,}3 + 0{,}3 \cdot 0{,}4 + 0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}33.$$

Полученный результат говорит о том, что если курьер начал работу из *C*, то в *33* случаях из *100* он будет в *B* через две доставки.

Ясно, что вычисления просты, но если Вам необходимо определить вероятность через *5* или *15* доставок – это может занять довольно много времени.

Покажем более простой способ вычисления подобных вероятностей. Для того, чтобы получить вероятности перехода из различных состояний за *2* шага, возведем матрицу *P* в квадрат:

$$P = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} A & B & C \\ & & \downarrow \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ \\ B \leftarrow \\ C \end{array} & \begin{pmatrix} 0{,}41 & 0{,}38 & 0{,}37 \\ & & \downarrow \\ 0{,}33 \leftarrow & 0{,}34 \leftarrow & 0{,}33 \\ 0{,}26 & 0{,}28 & 0{,}3 \end{pmatrix} \end{array}$$

Тогда элемент (*2*, *3*) – это вероятность перехода из *C* в *B* за *2* шага, которая была получена выше другим способом. Заметим, что элементы в матрице P^2 также находятся в пределах от *0* до *1*, и сумма по столбцам равна *1*.

Т.о. если Вам необходимо определить вероятности перехода из *C* в *B* за *3* шага:

1 способ.

$$p(CA) \cdot P(AB) + p(CB) \cdot P(BB) + p(CC) \cdot P(CB) =$$
$$= 0{,}37 \cdot 0{,}3 + 0{,}33 \cdot 0{,}4 + 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}333,$$

где *p(CA)* – вероятность перехода из *C* в *A* за *2* шага (т.е. это элемент (*1*, *3*) матрицы P^2).

2 способ. Вычислить матрицу P^3:

$$P^3 = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}385 & 0{,}39 & 0{,}393 \\ 0{,}333 & 0{,}334 & 0{,}333 \\ 0{,}282 & 0{,}276 & 0{,}274 \end{pmatrix} \end{array}$$

Матрица переходных вероятностей в *7* степени будет выглядеть следующим образом:

$$P^7 = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}3888825 & 0{,}3888910 & 0{,}3888953 \\ 0{,}3333333 & 0{,}3333334 & 0{,}3333333 \\ 0{,}2777842 & 0{,}2777765 & 0{,}2777714 \end{pmatrix} \end{array}$$

Легко заметить, что элементы каждой строки стремятся к некоторым числам. Это говорит о том, что после достаточно большого количества доставок уж не имеет значение в каком округе курьер начал работу. Таким образом, в конце недели приблизительно *38,9%* будут в *A*, *33,3%* будут в *B* и *27,8%* будут в *C*. Подобная сходимость гарантировано имеет место, если все элементы матрицы переходных вероятностей принадлежат интервалу (*0, 1*).

Пример 5. Две машины *A* и *B* сдаются в аренду по одной и той же цене. Эти машины имеют следующие матрицы переходных вероятностей:

$$P_A = \begin{bmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}7 & 0{,}3 \end{bmatrix}; \quad P_B = \begin{bmatrix} 0{,}7 & 0{,}3 \\ 0{,}6 & 0{,}4 \end{bmatrix}.$$

где ε_1 – состояние, когда машина работает хорошо;

ε_2 – состояние, когда машина требует регулировки.

Определить вероятности для обеих машин. Какую машину стоит арендовать?

Решение

Сделаем чертеж графа матрицы *A* переходных вероятностей (рисунок 2).

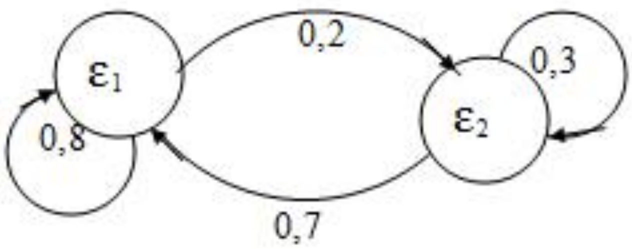


Рисунок 2 – Граф состояний матрицы А

Для первой машины находим вероятности из системы трех линейный алгебраических уравнений с двумя неизвестными p_{A1} и p_{A2}:

$$\begin{aligned} p_{A1}\cdot 0{,}8 + p_{A2}\cdot 0{,}7 &= p_{A1};\\ p_{A1}\cdot 0{,}2 + p_{A2}\cdot 0{,}3 &= p_{A1};\\ p_{A1} + p_{A2} &= p_{A1}. \end{aligned}$$

Отсюда $p_{A1} = 7/9, p_{A2} = 2/9$**.**

Для второй машины аналогично находим $p_{B1} = 2/3$, $p_{B2} = 1/3$.

Сравнивая между собой p_{A1} и p_{B1} заключаем, что *1*-ая машина будет более часто в исправном состоянии, чем *2*-ая, поэтому лучше всего арендовать именно эту машину.

Пример 6. Машина может находиться в одном из двух состояний: ε_1 – машина работает хорошо и ε_2 – машина нуждается в регулировке. На следующий день работы машина меняет свое состояние в соответствии со следующей матрицей переходных вероятностей:

$$P = \begin{bmatrix} 0{,}7 & 0{,}3 \\ 0{,}6 & 0{,}4 \end{bmatrix}.$$

Пусть, если машина работает нормально до перехода и после перехода, мы имеем прибыль в *40 у.е.*; в тех случаях, когда она начинает работу в нормальном состоянии, но затем требует регулировки (либо наоборот), прибыль равна *20 у.е.*; наконец, если машина не отрегулирована ни до, ни после перехода, то потери составят *20 у.е.* Найти ожидаемую прибыль.

Решение

Матрица вознаграждений имеет вид:

$$R = \begin{bmatrix} 40 & 20 \\ 20 & 20 \end{bmatrix}.$$

Графическое изображение марковского процесса представлено на рисунке 3.

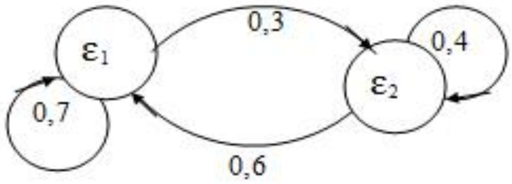


Рисунок 3 – Графическое изображение марковского процесса

Обозначим ожидаемую прибыль в каждом состоянии как q_1 и q_2. Тогда, согласно рисунку 3, имеем:

$$q_1 = 0{,}7 \cdot 40 + 0{,}3 \cdot 20 = 34,$$
$$q_2 = -20 \cdot 0{,}4 + 20 \cdot 0{,}6 = 4, \text{ а } q_1 + q_2 = 38.$$

Значит ожидаемая прибыль равна *38 у.е.*.

Пример 7. Состав исправных (состояние S_1) и требующих ремонта (состояние S_2) машин в автопарке в начале года определятся состоянием $k = N(S_1) : N(S_2) = 4 : 1$, а вероятность переходов между этими состояниями по истечении года характеризуются матрицей:

$$\begin{pmatrix} 0{,}7 & 0{,}3 \\ 0{,}2 & 0{,}8 \end{pmatrix}.$$

Тогда в конце года (или в начале следующего года) состояние k будет равно …

1) *7 : 2.*
2) *3 : 2.*
3) *36 : 11.*
4) *31 : 16.*

Решение

Графическое изображение марковского процесса представлено на рисунке 4.

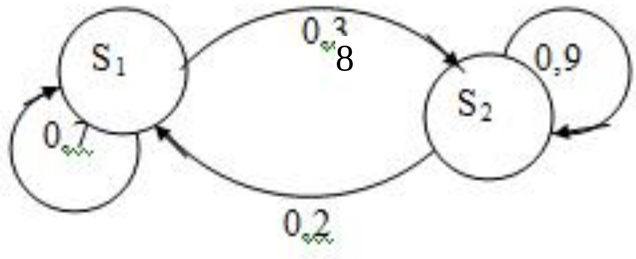


Рисунок 4 – Графическое изображение марковского процесса

Тогда:

$$N(S_1) = 4 \cdot 0{,}7 + 1 \cdot 0{,}2 = 3,$$
$$N(S_1) = 1 \cdot 0{,}8 + 4 \cdot 0{,}3 = 0{,}8 + 1{,}2 = 2.$$

Значит $k = 3 : 2.$

3 Задачи на самостоятельную работу

Задача 1. Пусть (E_1, E_2, E_3) – возможные состояния системы, P – матрица вероятностей перехода из состояния в состояние за один шаг:

$$P = \begin{array}{c} \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} E_1 & E_2 & E_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 2/3 & 0 & 1/3 \end{bmatrix} \end{array}$$

Построить граф, соответствующий матрице P.

Задача 2. Рассмотрим марковскую цепь с двумя состояниями E_1 и E_2 с матрицей вероятностей перехода:

$$P = \begin{bmatrix} 1/3 & 2/3 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}.$$

С помощью особого устройства случайного выбора мы выбираем состояние, с которого начинается процесс. Это устройство выбирает E_1 с вероятностью *1/2* и E_2 с вероятностью *1/2*. Требуется:

а) найти вероятность того, что после первого, шага этот процесс перейдет в состояние E_1;

б) то же самое для случая, когда это устройство выбивает E_1 с вероятностью *1/3* и *E2* с вероятностью *2/3*.

Задача 3. Погода на некотором острове через длительные периоды времени становится то дождливой (*Д*), то сухой (*С*). Вероятности ежедневных изменений заданы матрицей:

$$P = \begin{array}{c} \\ Д \\ С \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} Д & С \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0{,}7 & 0{,}3 \\ 0{,}4 & 0{,}6 \end{bmatrix} \end{array}$$

а) Если в среду погода дождливая, то какова вероятность, что она будет дождливой в ближайшую пятницу?

б) Если в среду ожидается дождливая погода с вероятностью *0,3*, то какова вероятность, что она будет дождливой в ближайшую пятницу?

Задача 4. В некоторой местности климат весьма изменчив. Здесь никогда не бывает двух ясных дней подряд. Если сегодня ясно, то завтра с одинаковой вероятностью пойдет дождь или снег. Если сегодня снег (или дождь), то с вероятностью *1/2* погода не изменится. Если все же она изменится, то в половине случаев снег заменяется дождем или наоборот и лишь в половине случаев на следующий день будет ясная погода.

Требуется:

а) принимая в качестве состояний цепи различные виды погоды *Д*, *Я*, *С*, выписать матрицу *P* вероятностей перехода;

б) построить граф, соответствующий матрице *P*.

Задача 5. Дан граф (рисунок 5):

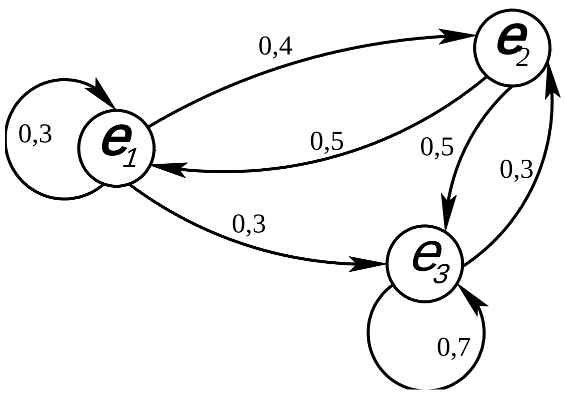


Рисунок 5 - Исходные данные

Составить переходную матрицу.

Задача 6. Какие из следующих матриц являются стохастическими и пригодны для описания Марковского процесса?

$$\text{а)}\begin{pmatrix} 0{,}99 & 0{,}22 & -0{,}01 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0{,}98 & 0{,}01 & 0{,}01 \end{pmatrix}; \quad \text{б)}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}; \quad \text{с)}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\text{д)}\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}; \qquad \text{е)}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{5}{12} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 7. Имеется водохранилище с тремя уровнями наполнения: полный (состояние e_1), средний (состояние e_2) и критический (состояние e_3). Данная система описана как Марковская цепь с переходной матрицей:

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Построить граф данной матрицы.

Задача 8. В любой данный день человек здоров или болен. Если человек здоров сегодня, то вероятность того, что он будет здоров и завтра оценивается в *98%*. Если человек сегодня болен, то завтра он будет здоров лишь в *30%* случаев. Описать последовательность состояний здоровья как Марковскую цепь. Определить:

а) вероятность того, что человек выздоровеет завтра, послезавтра и на третий день, если сегодня он болен;

б) ожидаемое число дней, в течение которых больной на сегодняшний день человек остается больным.

Задача 9. Погода на некотором острове через длительные периоды времени становится то дождливой (состояние e_1), то сухой (состояние e_2). Вероятности ежедневных изменений заданы матрицей:

$$P = \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0{,}3 \\ 0{,}4 & 0{,}6 \end{pmatrix}$$

Вычислить:

а) матрицы прогноза погоды на данном острове на три дня вперед;

б) вероятность солнечной погоды в ближайшую субботу, если в среду погода была дождливой.

Задача 10. В учениях участвуют два корабля, которые одновременно производят выстрелы друг в друга и через равные промежутки времени. При каждом обмене выстрелами корабль *A* поражает корабль *B* с вероятностью *1/2*, корабль В поражает корабль *A* с вероятностью равной *3/8*. Предполагается, что при любом попадании корабль выходит из строя. Рассматриваются результаты серии выстрелов.

Требуется:

а) построить матрицу вероятностей перехода, вычислив переходные вероятности p_{ij}, если состояниями цепи являются комбинации кораблей, оставшихся в строю: e_1 – оба корабля в строю; e_2 – в строю корабль *A*; e_3 – в строю корабль *B*; e_4 – оба корабля поражены.

б) построить граф этой системы.

Задача 11. Посетитель банка с намерением получить кредит проходит ряд проверок (состояний): e_1 – оформление документов; e_2 – кредитная история; e_3 – возвратность; e_4 – платежеспособность. По результатам проверки возможны два исхода: отказ в выдаче кредита (e_6) и получение кредита (e_5). Граф этой системы изображен на рисунке 6.

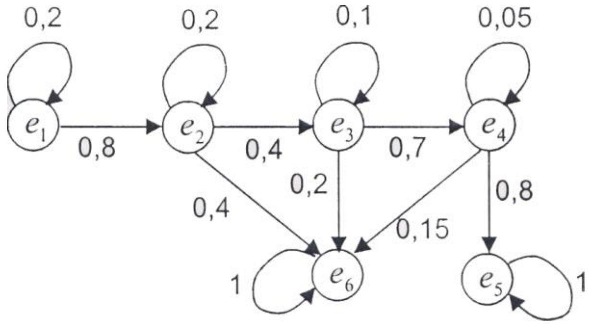


Рисунок 6 – Граф состояний системы

Требуется:

а) описать данный процесс как Марковскую цепь и построить переходную матрицу;

б) найти среднее время получения положительного и отрицательного результата.

4 Содержание отчета

Самостоятельная работа по теме №7 «Основы марковской теории сетей массового обслуживания» рассчитана на 6 часов и выполняется студентами очной формы обучения направления подготовки 11.03.02 на 13-14 неделе, что соответствует 3й контрольной точке. Для студентов заочной формы обучения самостоятельная работа рассчитана на 30 часов.

По результатам выполненной самостоятельной работы представляется отчет, в котором должны содержаться следующие обязательные элементы:

- цель работы;
- условие задач;
- подробное решение каждой задачи с приведением необходимых теоретических сведений;
- выводы о проделанной работе с анализом полученных результатов.

5 Контрольные вопросы

1) В чем состоит Марковское свойство случайного процесса?
2) Какие разновидности Марковского процесса вы знаете?
3) Какие процессы носят название Марковских цепей?
4) Алгебраическая и геометрическая интерпретация Марковских цепей.
5) В чем смысл элементов переходной матрицы?
6) Как определить переходную матрицу спустя m шагов?
7) Для чего задается вектор начального состояния системы?
8) Как определить вектор состояния системы спустя m шагов?
9) Какие компоненты включает размеченный граф стохастической системы?
10) В чем различие размеченного графа дискретных и непрерывных Марковских цепей?
11) Что понимают под предельными вероятностями состояний?
12) Какие Марковские процессы называют эргодическими?
13) Какое состояние системы называется возвратным?

6 Список используемых источников

1) Козликин, В.И. Теория массового обслуживания [Текст] : учебное пособие / В. И. Козликин, Л. П. Кузнецова ; Минобрнауки России, Юго-Западный государственный университет. - Курск : ЮЗГУ, 2013. - 143 с

2) Кирпичников, А. П. Методы прикладной теории массового обслуживания [Текст] / А. П. Кирпичников. - Казань : Казанский университет, 2011. - 200 с.

3) Теория вероятностей [Текст] : учебное пособие : [для студентов техн. и экон. спец. дневной, заочной и дистан. форм обучения] / Е. В. Журавлева [и др.] ; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск : ЮЗГУ, 2015. - 175 с

4) Крылов, В.В. Теория телетрафика и ее приложения [Текст] : учебное пособие / В. В. Крылов, С. С. Самохвалова. - СПб. : БХВ-Петербург, 2005. - 288 с

5) Вентцель, Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология [Текст] : учебное пособие / Е. С. Вентцель. - М. : Высшая школа, 2001. - 208 с.