

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

_____ О.Е. Локтионова

« 15 » 12



МНОГОКАНАЛЬНЫЕ СМО С ОТКАЗАМИ

Методические указания
по выполнению практической работы №4
для студентов, обучающихся по направлению подготовки
11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»
по курсу «Теория телетрафика»

Курск 2017

УДК 621.391

Составители: А.В. Хмелевская, А.Н. Шевцов

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
профессор кафедры *В.Г. Андронов*

Многоканальные СМО с отказами: методические указания по выполнению практической работы №4 по курсу «Теория телеграфика» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. А.В. Хмелевская, А.Н. Шевцов. Курск, 2017. – 13 с.: ил. 2, табл. 1. – Библиогр.: с. 13.

Методические указания по выполнению практической работы содержат краткие теоретические сведения о аналитических и имитационных методах моделирования одноканальных систем массового обслуживания, задания для выполнения работы, примеры их выполнения, а также перечень вопросов для самоконтроля.

Методические указания полностью соответствуют требованиям типовой программы, утвержденной УМО по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», а также рабочей программе дисциплины «Теория телетрафика».

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.03.02 очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать *15.12.17*. Формат 60x841/16.
Усл. печ. л. *0,755*. Уч.-изд. л. *0,68*. Тираж 100 экз. Заказ *3267* Бесплатно
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

1 Цель работы

- овладение аналитическими методами и методами имитационного моделирования исследования многоканальных систем массового обслуживания.
- решение задач оптимизации параметров систем массового обслуживания

2 Теоретические сведения

В отличие от модели одноканальной СМО с отказами (потерями) в модели многоканальной СМО используется $n > 1$ обслуживающих приборов с одинаковой интенсивностью обслуживания μ . Входной поток заявок и поток обслуживания заявок являются пуассоновскими. Как и в случае одноканальной СМО на ее вход поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью λ . Заявка, заставшая хотя бы один канал свободным, поступает на обслуживание, которое продолжается в течение случайного времени T_s , распределенного по показательному закону с параметром μ . Заявка, заставшая все каналы занятыми, получает отказ и покидает систему необслуженной.

Предельные вероятности состояний, под которыми подразумевается число занятых обслуживанием каналов, имеют вид:

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!}} = \left(1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} \right)^{-1} \approx e^{-\rho},$$

$$p_k = \frac{\rho^k p_0}{k!}, k = 1, \dots, n,$$

где $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ (последнее равенство в выражении для p_0 справедливо только при достаточно большом n).

Эти соотношения называют *формулами Эрланга*. Они выражают предельные состояния в зависимости от значений параметров λ и μ .

Вероятностные характеристики многоканальной СМО с отказами в стационарном режиме можно получить, используя следующие выражения.

2.1 Вероятность отказа

Заявка получает отказ, если все каналы заняты. Вероятность этого равна:

$$P_{\text{отк}} = p_n = \frac{\rho^n}{n!} p_0$$

2.2 Относительная пропускная способность

Вероятность того, что заявка будет принята к обслуживанию (относительная пропускная способность q) есть дополнение $P_{\text{отк}}$ до 1:

$$q = 1 - P_{\text{отк}}$$

2.3 Абсолютная пропускная способность

$$A = \lambda q = \lambda \cdot (1 - p_n)$$

2.4 Среднее число заявок в системе (среднее число занятых каналов)

Среднее число заявок в **системе** можно подсчитать через вероятности $p_0, p_1, \dots, p_k, \dots, p_n$, по формуле

$$\bar{n}_s = 0 \cdot p_0 + 1 \cdot p_1 + \dots + n \cdot p_n$$

как математическое ожидание дискретной случайной величины.

Однако, проще выразить среднее число занятых каналов через абсолютную пропускную способность A , которая уже известна. Так как A есть среднее число заявок, обслуживаемых в единицу времени, а один занятый канал обслуживает в среднем μ заявок в единицу времени, то среднее число занятых каналов получается делением A на μ

$$\bar{n}_s = \frac{A}{\mu} = \frac{\lambda \cdot (1 - p_n)}{\mu}$$

или переходя к обозначению $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$:

$$\bar{n}_s = \rho \cdot (1 - p_n)$$

3 Содержание работы

3.1 Расчет на аналитической модели

1. В приложение Microsoft Excel подготовьте таблицу следующего вида.

Параметры СМО			Аналитическая модель						Имитационная модель			
n	T_a	T_s	ρ	P_0	$P_{отк}$	q	A	S	$P_{отк}$	q	A	S

2. В столбцах для параметров СМО таблицы запишите свои исходные данные, которые определяются по правилу:

$$n=1,2,3$$

По каждому n необходимо найти теоретические и экспериментальные значения показателей СМО для пяти пар значений:

$$T_a = \langle \text{порядковый номер в списке группы} \rangle$$

$$T_s = (0,5 \cdot T_a + 0,25 \cdot T_a \cdot i), \quad i = 0,1,2,3,4$$

3. В столбцы с показателями аналитической модели впишите соответствующие формулы.

3.2 Эксперимент на имитационной модели

1. Установите режим запусков с экспоненциально распределенным временем обслуживания, задав значение соответствующего параметра равным 1.

2. Для каждой комбинации n , T_a и T_s осуществите запуск модели.

3. Результат запуска внесите в таблицу.

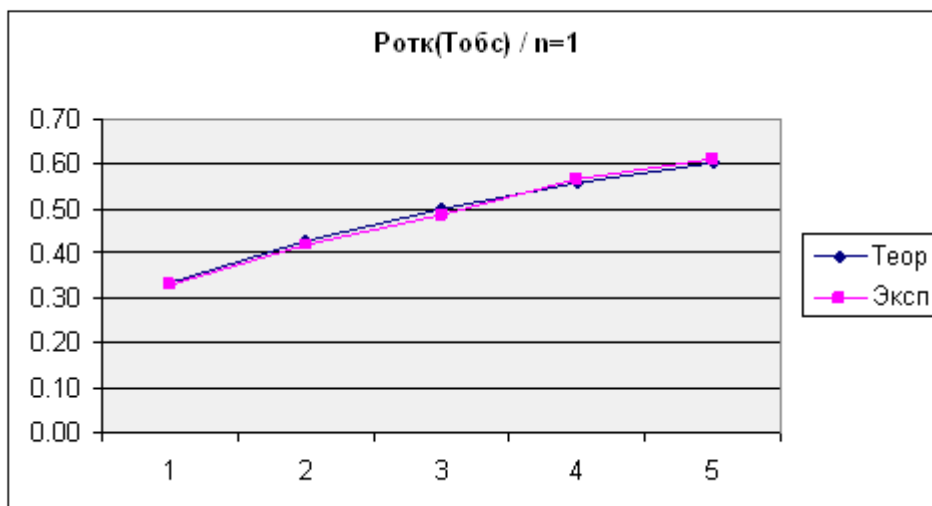
4. Внесите в соответствующие столбцы таблицы формулы для расчета среднего значения показателя $P_{отк}$, q и A .

Параметры СМО			Аналитическая модель						Имитационная модель			
n	Ta	Ts	ρ	P0	Pотк	q	A	S	Pотк	q	A	S
1	30.00	15.00	0.50	0.67	0.33	0.67	0.02	0.33	0.33	0.67	0.02	0.33
1	30.00	22.50	0.75	0.57	0.43	0.57	0.02	0.43	0.42	0.58	0.02	0.43
1	30.00	30.00	1.00	0.50	0.50	0.50	0.02	0.50	0.49	0.51	0.02	0.51
1	30.00	37.50	1.25	0.44	0.56	0.44	0.01	0.56	0.56	0.44	0.01	0.54
1	30.00	45.00	1.50	0.40	0.60	0.40	0.01	0.60	0.61	0.39	0.01	0.58
2	30.00	15.00	0.50	0.62	0.08	0.92	0.03	0.46	0.08	0.92	0.03	0.46
2	30.00	22.50	0.75	0.49	0.14	0.86	0.03	0.65	0.14	0.86	0.03	0.65
2	30.00	30.00	1.00	0.40	0.20	0.80	0.03	0.80	0.20	0.80	0.03	0.80
2	30.00	37.50	1.25	0.33	0.26	0.74	0.02	0.93	0.27	0.73	0.02	0.91
2	30.00	45.00	1.50	0.28	0.31	0.69	0.02	1.03	0.30	0.70	0.02	1.04
3	30.00	15.00	0.50	0.61	0.01	0.99	0.03	0.49	0.01	0.99	0.03	0.49
3	30.00	22.50	0.75	0.48	0.03	0.97	0.03	0.72	0.03	0.97	0.03	0.72
3	30.00	30.00	1.00	0.38	0.06	0.94	0.03	0.94	0.06	0.94	0.03	0.94
3	30.00	37.50	1.25	0.30	0.10	0.90	0.03	1.13	0.10	0.90	0.03	1.13
3	30.00	45.00	1.50	0.24	0.13	0.87	0.03	1.30	0.14	0.86	0.03	1.29

3.3 Анализ результатов

1. Проанализируйте результаты, полученные теоретическим и экспериментальным способами, сравнив результаты между собой.

2. Для каждого n постройте на одной диаграмме графики зависимости $P_{отк}$ от T_s на теоретически и экспериментально полученных данных.



3.4 Оптимизация параметров СМО

Решите задачу нахождения количество приборов n со средним временем обслуживания $T_a = T_s$ оптимальное с точки зрения получения максимальной прибыли. В качестве условий задачи возьмите:

- доход от обслуживания одной заявки равным 80 у.е./час,
- стоимость содержания одного прибора равным 1у.е./час.

1. Для расчетов целесообразно создать таблицу:

Параметры СМО			Аналитическая модель						Доход в единицу времени			Расход в единицу времени			Прибыль в единицу времени
n	T_a	T_s	ρ	P_0	$P_{отк}$	q	A	S	Доход от одной заявки	Число заявок	Общий доход	Расход на один прибор	Число приборов	Общий расход	

Первый столбец заполняется значениями чисел натурального ряда (1,2,3...).

Все клетки второго и третьего столбцов заполняются значениями T_a .

В клетки столбцов с третьего по восьмой переносятся формулы для столбцов таблицы раздела 0.

В столбцы с исходными данными разделов *Доход*, *Расход*, *Прибыль* внесите значения.

В столбцах с вычисляемыми значениями разделов *Доход*, *Расход*, *Прибыль* запишите расчетные формулы:

- число заявок в единицу времени

$$N_r = A$$

- суммарный доход в единицу времени

$$I_{\Sigma} = I_r \cdot N_r$$

- суммарный расход в единицу времени

$$E_{\Sigma} = E_d \cdot n$$

- прибыль в единицу времени

$$P = I_{\Sigma} - E_{\Sigma}$$

где

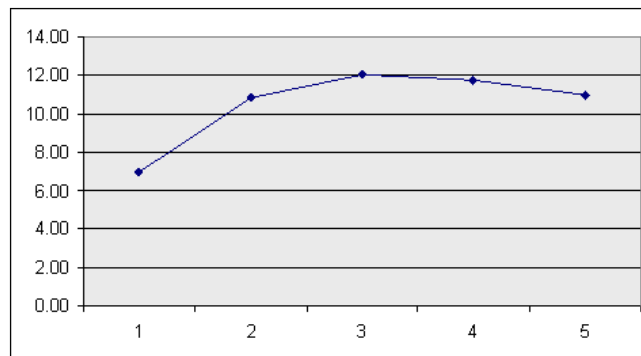
- I_r - доход от одной заявки,
- E_d - расход на один прибор.

2. Среди нескольких значений n определите такое n_{opt} , при котором достигается максимум целевой функции:

Параметры СМО			Аналитическая модель						Доход в единицу времени			Расход в единицу времени			Прибыль в единицу времени
n	T_a	T_s	ρ	P_0	$P_{отк}$	q	A	S	Доход от одной заявки	Число заявок	Общий доход	Расход на один прибор	Число приборов	Общий расход	
1	5.00	5.00	1.00	0.50	0.50	0.50	0.10	0.50	80.00	0.10	8.00	1.00	1.00	1	7.00
2	5.00	5.00	1.00	0.40	0.20	0.80	0.16	0.80	80.00	0.16	12.80	1.00	2.00	2	10.80
3	5.00	5.00	1.00	0.38	0.06	0.94	0.19	0.94	80.00	0.19	15.00	1.00	3.00	3	12.00
4	5.00	5.00	1.00	0.37	0.02	0.98	0.20	0.98	80.00	0.20	15.75	1.00	4.00	4	11.75
5	5.00	5.00	1.00	0.37	0.00	1.00	0.20	1.00	80.00	0.20	15.95	1.00	5.00	5	10.95

$$n_{opt} = 3$$

3. Постройте график зависимости прибыли в единицу времени от числа обслуживающих приборов:



4 Содержание отчета

Практическая работа рассчитана на 2 часа для очной формы обучения направления подготовки 11.03.02 и выполняется в 3й контрольной точке. Отчет по работе должен включать:

- цель работы;
- краткие теоретические сведения;
- исходные данные,
- результаты расчетов и экспериментов с программной моделью,
- графики для $P_{отк}$,
- таблицу с данными для нахождения наилучшего n и значение n_{opt} ,
- график зависимости прибыли в единицу времени от n ;
- выводы о выполнении работы с анализом полученных результатов.

Минимальный балл за практическую работу составляет 0.5 балла (выполнил работу, но не защитил). Максимальный балл – 3 (выполнил работу и защитил без замечаний).

Примерные критерии оценки качества отчётов по лабораторной работе:

- оформление отчёта не соответствует предъявляемым требованиям – минус 0,5 балла;
- полученные экспериментальные материалы не обработаны (осциллограммы, спектрограммы и т. п.) – минус 0.5 балла;
- выводы не соответствуют результатам работы – минус 0,5 балла;
- работа защищена не вовремя (после окончания 1й контрольной точки) – минус 0.5 балла.

5 Задачи на практическую работу

1) В мастерской по ремонту обуви работают четыре мастера, каждый из которых выполняет заказ в среднем за 20 мин. Клиенты заходят в мастерскую в среднем каждые 25 мин и, если мастера заняты, то уходят. Определить характеристики работы обувной мастерской и отношение "заработанные деньги/не заработанные деньги", если средняя стоимость ремонта составляет 70 руб.

2) Дайте оценку работы телефонной компании, если она располагает четырьмя каналами связи, за один час поступает в среднем 120 телефонных звонков, а среднее время ответа на звонок составляет 1,2 мин.

3) В типографию с тремя множительными аппаратами поступают заказы от соседних предприятий на размножение рабочей документации. Если все аппараты заняты, то вновь поступающий заказ не принимается. Среднее время работы с одним заказом составляет 2 часа. Интенсивность потока - 0,5 заявки в час. Необходимо найти предельные вероятности состояний и показатели эффективности работы типографии.

4) Дайте оценку работы предприятия, если у нее имеется 6 каналов связи, за один час поступает в среднем 200 телефонных звонков, среднее время ответа на звонок - 0,8 мин.

5) Около магазина имеется парковка для 7 машин. Автомашины подъезжают к магазину с интенсивностью 40 машин в час. Продолжительность нахождения на автостоянке составляет в среднем 20 мин. Стоянка на проезжей части улицы не допускается. Определить характеристики работы парковки.

6 Контрольные вопросы

- 1) Дайте краткое описание многоканальной модели СМО с отказами
- 2) Какими показателями характеризуется функционирование многоканальной СМО с отказами?
- 3) Как рассчитывается вероятность p_0 ?
- 4) Как рассчитываются вероятности p_i ?
- 5) Как найти вероятность отказа обслуживания заявки?
- 6) Как найти относительную пропускную способность?
- 7) Чему равна абсолютная пропускная способность?
- 8) Как подсчитывается среднее число заявок в системе?
- 9) Приведите примеры СМО с отказами.

7 Список используемых источников

1) Козликин, В.И. Теория массового обслуживания [Текст] : учебное пособие / В. И. Козликин, Л. П. Кузнецова ; Минобрнауки России, Юго-Западный государственный университет. - Курск : ЮЗГУ, 2013. - 143 с

2) Кирпичников, А. П. Методы прикладной теории массового обслуживания [Текст] / А. П. Кирпичников. - Казань : Казанский университет, 2011. - 200 с.

3) Теория вероятностей [Текст] : учебное пособие : [для студентов техн. и экон. спец. дневной, заочной и дистан. форм обучения] / Е. В. Журавлева [и др.] ; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск : ЮЗГУ, 2015. - 175 с

4) Крылов, В.В. Теория телетрафика и ее приложения [Текст] : учебное пособие / В. В. Крылов, С. С. Самохвалова. - СПб. : БХВ-Петербург, 2005. - 288 с

5) Вентцель, Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология [Текст] : учебное пособие / Е. С. Вентцель. - М. : Высшая школа, 2001. - 208 с.