

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич

Должность: ректор

Дата подписания: 23.08.2022 09:59:09

Уникальный программный ключ:

9ba7d3e34c012eba476ffd2d064cf2781953be730df2374d16f3c0ce536f0fc6



ISBN 978-5-09-11000-0

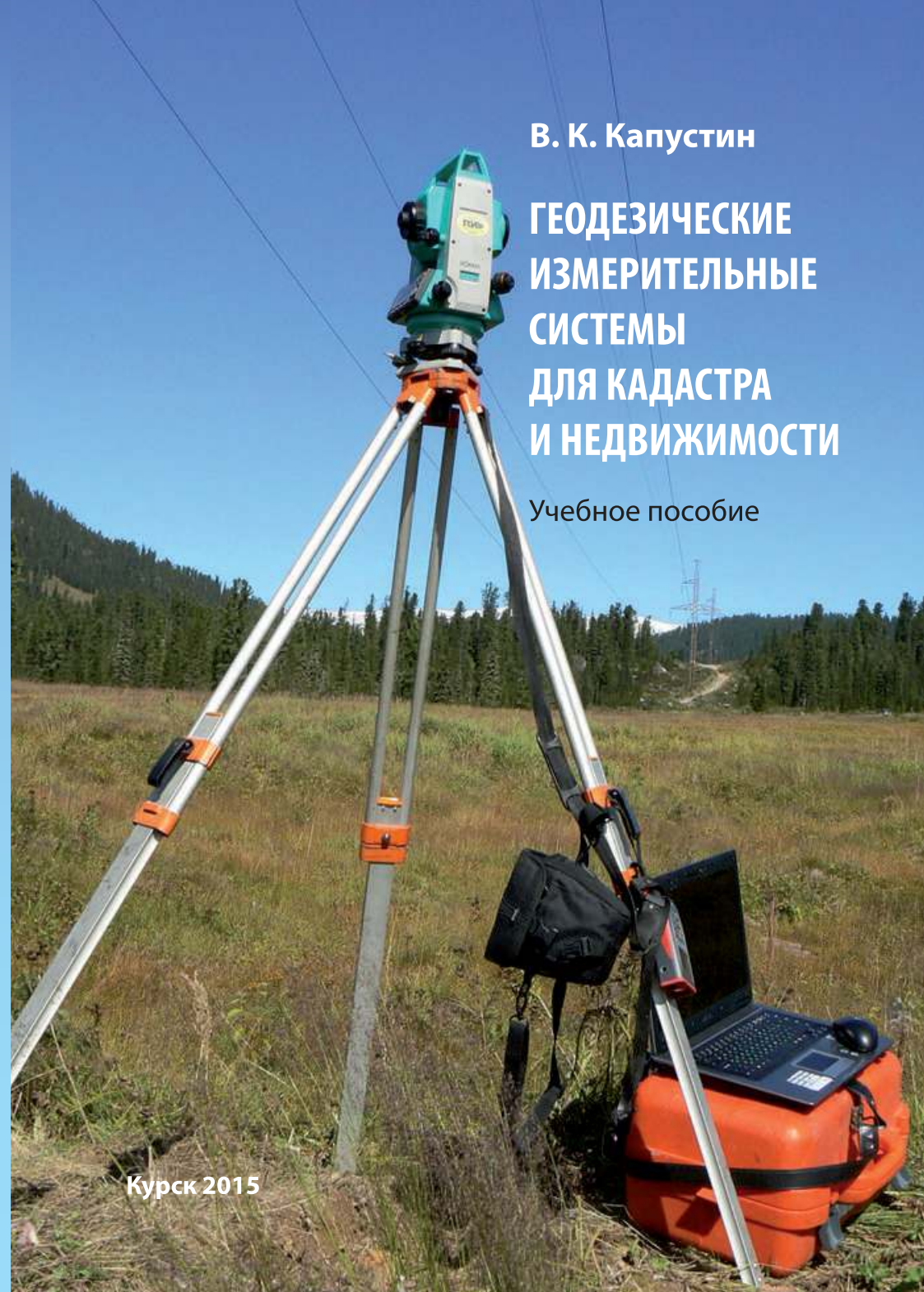


9 785090 110000

В. К. Капустин

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ДЛЯ КАДАСТРА И НЕДВИЖИМОСТИ

Учебное пособие



Курск 2015

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

В. К. Капустин

**ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ
ДЛЯ КАДАСТРА И НЕДВИЖИМОСТИ**

Учебное пособие

*Утверждено Учебно-методическим советом университета
в качестве учебного пособия*

Курск 2015

УДК 528.48(071.8)

ББК 26.12я7

К 20

Рецензенты:

Доктор сельскохозяйственных наук, руководитель группы
аналитических работ ФГБНУ ВНИИЗиЗПЭ *Д. В. Дубовик*

Доктор технических наук, профессор Днепропетровского
национального горного университета *В. Г. Шаповал*

Капустин В. К.

К 20 Геодезические измерительные системы для кадастра и
недвижимости: учебное пособие / В. К. Капустин; Юго-Зап.
гос. ун-т. – Курск, 2015. – 182 с. – Библиогр.: с. 179–181.

ISBN 978-5-7681-1066-6

Учебное пособие соответствует Государственным образовательным стандартам для направлений подготовки бакалавров 120700 «Землеустройство и кадастры» и 270800 «Строительство» по профилю 270800.62 «Экспертиза и управление недвижимостью».

Рассмотрены различные области реализации геодезических работ при ведении кадастра и принятии решений при управлении недвижимостью. Проведен подробный анализ элементов геодезических измерительных систем – теоретические положения, методы и средства производства работ.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлениям подготовки «Землеустройство и кадастры», «Экспертиза и управление недвижимостью», может быть полезно для кадастровых инженеров и специалистов геодезических предприятий.

УДК 528.48(071.8)

ББК 26.12я7

ISBN 978-5-7681-1066-6

© Юго-Западный государственный
университет, 2015

© Капустин В. К., 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
ВВЕДЕНИЕ	7
Глава 1. ПОНЯТИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ И ОБЛАСТЕЙ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ.....	9
1.1. Геодезические измерительные системы.....	9
1.2. Реконструкция геодезических сетей	12
1.3. Зонирование и градостроительное регулирование.....	15
1.4. Межевание и соблюдение прав собственности	16
1.5. Учёт, оценка и управление объектами капитального строительства	20
Вопросы для самопроверки	22
Глава 2. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ТОЧНЫЕ ПРИБОРЫ ...	23
2.1. Виды геодезических измерений	23
2.2. Лазерный прибор DISTO D5	29
2.3. Цифровой нивелир Trimble DiNi	36
2.4. Оптический теодолит ЗТ5КП.....	40
2.5. Электронный тахеометр TS-02	58
2.5.1. Поверки электронного тахеометра TS-02	61
Вопросы для самопроверки	66
Глава 3. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛОЖЕНИЯ.....	68
3.1. Понятие положения	68
3.2. Декартовы системы координат	70
3.3. Ориентированные отрезки, углы и фигуры	72
3.4. Полярные и биполярные системы координат	72
3.5. Погрешность положения на плоскости	74
Вопросы для самопроверки	80
Глава 4. УГЛОВЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ	82
4.1. Биполярная угловая система координат	82
4.2. Полярная система координат наблюдателя на плоскости (обратная угловая засечка).....	88
4.3. Полярная система координат наблюдателя в трёхмерном пространстве (обратная угловая 3D-засечка)	94
4.4. Трансляция положения на плоскости.....	99
4.5. Трансляция положения в пространстве.....	103
Вопросы для самопроверки	108

Глава 5. ЛИНЕЙНЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ.....	109
5.1. Биполярная линейная система координат.....	109
5.2. Общая схема хода трилатерации.....	111
5.3. Вычислительная обработка хода трилатерации.....	113
5.4. Координирование углов капитальных зданий.....	116
5.5. Система безреперного нивелирования.....	118
Вопросы для самопроверки.....	120
Глава 6. ЛИНЕЙНО-УГЛОВЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ....	121
6.1. Структуры тахеометрических 3D-ходов.....	121
6.2. Тахеометрические звенья контактные.....	123
6.3. Тахеометрические звенья дистанционные.....	126
6.4. Уравнивание тахеометрического 3D-хода с координатной привязкой.....	129
Вопросы для самопроверки.....	131
Глава 7. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ.....	132
7.1. Длительная потеря устойчивости вертикального положения.....	132
7.2. Сглаживание экспериментальных зависимостей.....	141
7.3. Экспертиза положения сооружений башенного типа.....	145
7.4. Экспертиза состояния плоского перекрытия.....	154
Вопросы для самопроверки.....	161
Глава 8. ПРОГРАММНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ	163
8.1. Лицензионное программное обеспечение Topocad.....	163
8.2. Встроенные программные средства.....	165
8.3. Разработка исполняемых форм в среде Visual Basic.....	169
8.4. Геодезические калькуляторы.....	175
Вопросы для самопроверки.....	176
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	177
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	179

ПРЕДИСЛОВИЕ

В основе кадастрового учёта лежит точная цифровая информация. Важным поставщиком этой информации можно считать геодезические измерительные системы.

Использование спутниковых методов при межевании направлено на скорейшее достижение ближайших целей: постановку на кадастровый учёт и регистрацию прав собственности. При этом собственники недвижимости и органы государственного самоуправления часто не задумываются, что физическая граница земельного участка оказывается материально не закреплённой. По истечении времени приходится восстанавливать утраченные границы, используя практически те же самые дорогостоящие методы и средства, если при межевании не было уделено внимание развитию опорно-межевой сети.

Физический износ объектов капитального строительства проявляется в значительном накоплении деформаций строительных конструкций и их грунтовых оснований. Для объективной экспертизы деформаций и, следовательно, степени физического износа при оценке недвижимости требуется использование геодезических измерительных систем.

Управление объектами недвижимости предполагает использование краткосрочных и долгосрочных прогнозов, которые могут быть составлены на основе систематических геодезических наблюдений.

Настоящее учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлениям подготовки «Землеустройство и кадастры», «Экспертиза и управление недвижимостью» при изучении дисциплин «Геодезия», «Прикладная геодезия», «Основы кадастра недвижимости», «Планирование и контроллинг».

В работе рассмотрены различные наземные геодезические измерительные системы и проведен анализ их точности.

Изложение материала сопровождается практическими примерами и иллюстрациями. Это даёт возможность проверить теоретические построения и взаимодействия отдельных частей работы.

Автор выражает благодарность студентам группы ГК-01 Юго-Западного государственного университета, которые в период учеб-

ной практики приняли участие в проведении работ на учебно-исследовательском геодезическом полигоне. Студенты этой группы О. А. Дроздова и Т. Ю. Дородных, кроме того, приняли участие в подготовке материалов к пп. 5.3 и 5.4 учебного пособия.

Работа содержит большое количество информации и публикуется в полном объёме впервые. Поэтому не исключены различного рода ошибки. Автор заранее приносит свои извинения за это и просит направлять отзывы и пожелания по адресу: 305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94, ЮЗГУ, кафедра экспертизы и управления недвижимостью, горного дела.

ВВЕДЕНИЕ

На протяжении 70 лет в России было утрачено понятие частной собственности на недвижимость. Несмотря на то, что в XVIII–XIX вв. Россия занимала ведущее место в области проведения глобальных геодезических работ, к концу XX в. она значительно сдала свои позиции. Определение координат местных предметов, без чего немислимо ведение кадастра недвижимости, до недавнего времени считалось предметом государственной тайны. Это отложило отпечаток на геодезическое образование. У геодезистов из обихода выпало понятие «координатный репер». Сохранилось только понятие «высотный репер», поскольку отметки высот никогда не были секретными и показывались на топографических планах и картах.

Поскольку не было необходимости в точном ориентировании, то школьные учебники геометрии не рассматривали понятие ориентированного угла. Современный школьный курс математики оперирует понятием множеств, а задачи геодезии в вузах решаются по старинке, без строгой математической постановки. Эти задачи сложны для восприятия студентами, поскольку нет общего системного подхода.

Сложилась парадоксальная ситуация с использованием вычислительной техники. Изначально основными потребителями точной вычислительной техники были астрономия и геодезия. Персональный компьютер сейчас доступен начиная с детского сада. В то же время мало кто из студентов в состоянии составить и реализовать на компьютере простейшую геодезическую задачу.

Материал пособия изложен в восьми главах.

В первой главе рассмотрены области применения геодезических работ при ведении кадастровой деятельности и управлении недвижимостью. Дается общий анализ и структура геодезических измерительных систем.

Во второй главе описаны элементарные геодезические измерения и точные приборы для их производства.

В третьей главе анализируются элементы теории положения: декартовы, полярные и биполярные системы координат и их координатные реперы, в общем виде решены задачи оценки точности положения на плоскости.

В четвёртой – шестой главах рассмотрены теоретические основы угловых, линейных и комбинированных измерительных систем. Рассматривается решение некоторых геодезических задач в корректной математической постановке.

Математические и физические модели, необходимые для анализа первичной информации измерений, рассматриваются в седьмой главе.

Для достижения целей применения геодезических измерительных систем необходима оперативная обработка большого количества цифровой информации. В восьмой главе проведен анализ существующих программно-вычислительных средств, а также показана возможность для самостоятельного программирования геодезических задач на персональных компьютерах.

Глава 1. ПОНЯТИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ И ОБЛАСТЕЙ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

Использование глобальной системы позиционирования и спутниковых технологий не решает все возможные проблемы кадастра и управления недвижимостью. Наземные геодезические измерительные системы при правильной организации работ могут значительно расширить область решаемых вопросов.

1.1. Геодезические измерительные системы

Что следует понимать под системой вообще? К настоящему времени сформировалась достаточно развитая общая теория систем [5; 13; 23]. К сожалению, развёрнутое и корректное определение термина «система» пока не найдено. На наш взгляд, можно ограничиться следующим определением из Энциклопедического словаря: *Systema* (греч.) – целое, составленное из частей; соединение.

Возникает вопрос: куча песка – это система? Если нет, то что тогда является системообразующим фактором? При рассмотрении любой системы задают вопрос: для чего это надо? Цель – системообразующий фактор. Есть цель – есть система, нет цели – нет системы.

Первая аксиома теории систем [5] гласит, что у системы всегда есть *одна* постоянная генеральная *цель*. Существует иерархия целей, т. е. генеральная цель включает в себя цели более низкого уровня, которые, в свою очередь, разбиваются на подцели и т. д. В самой системе также существует иерархия: система состоит из подсистем и сама является частью более сложной системы.

Вторая аксиома – цель для систем ставится извне.

Ни одна система не обладает свободой воли и не может сама себе поставить цель. Цель перед системой всегда ставит другая система.

Разберём эти положения применительно к геодезической измерительной системе.

Генеральной целью можно считать определение (измерение) положения объектов недвижимости (ОН). Цели второго уровня –

определение положения частей ОН. Цели следующего уровня: величины производные от положения – длины, площади, объёмы, деформации, скорости. Цепочку можно продолжить.

Геодезическая измерительная система (ГИС) состоит из частей (рис. 1.3). Основные части – это методы и средства геодезических измерений, которые, в свою очередь, можно разделить на угловые, линейные и линейно-угловые системы. Анализ этих систем приведен ниже.

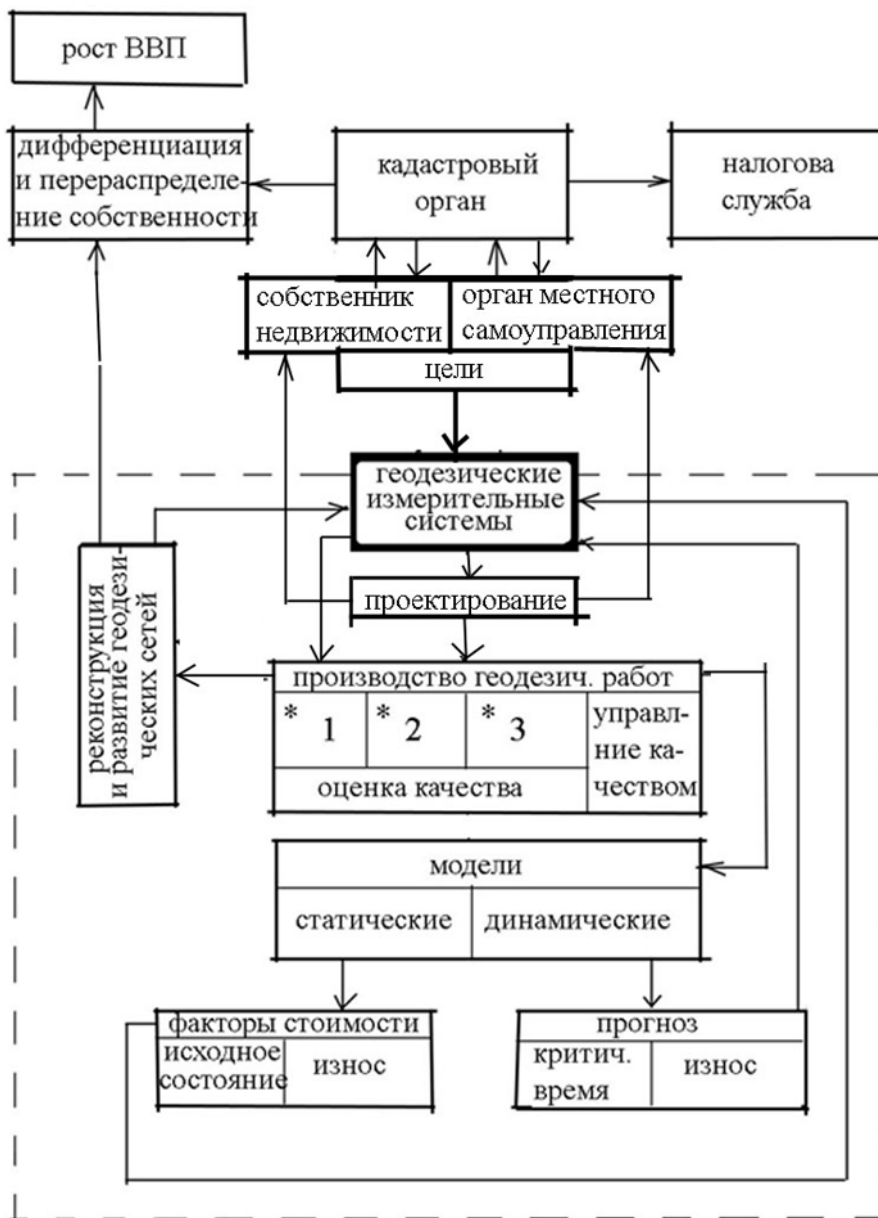


Рис. 1.1. Структура ГИС и её место в общественных отношениях:
 1 – средства измерения; 2 – методы измерений;
 3 – программно-вычислительные средства

В свою очередь, ГИС привязана к конкретному субъекту (исполнителю, кадастровому инженеру или организации) и является частью общественной системы.

Цель для ГИС должен ставить орган местного самоуправления [3]. Кроме того, цель может ставить собственник недвижимости, которого интересует текущее состояние объектов и прогноз изменения этого состояния. Вся эта информация отражается на кадастровой стоимости, которая служит базой для налогообложения.

Для оптимизации функционирования ГИС, т. е. получения необходимой и достаточной информации об объектах кадастрового учёта при минимальных затратах и в наиболее короткие сроки, необходимо придерживаться определённой стратегии.

Прежде всего, следует иметь в виду три основных принципа, приводящих к успеху: 1) следует идти по пути от простого к сложному; 2) от общего к частному; 3) ни шагу вперёд без контроля, но при этом следует помнить, что излишний контроль также плох для результата, как и его отсутствие.

Для управления сложными системами используется такой инструмент, как контроллинг [11]. Не вдаваясь в подробности, приведём основные принципы организации системы контроллинга.

1. При управлении всегда следует ориентироваться на цели.
2. Ориентация ГИС на будущее с учётом прошлого и настоящего.
3. Поиск узких мест в работе ГИС.
4. Поиск точек технического совершенства ГИС.
5. Постоянно следить за отклонениями результатов от цели и управлять по отклонениям.

На оперативном уровне следует различать две стороны в управлении.

Внешнее управление – это взаимодействие с заказчиками при постановке целей использования геодезической измерительной системы. Реализация системы может быть в виде проекта или/и геодезического продукта. Заключение договоров производится после проведения аукционов.

Внутреннее управление организуется для обеспечения качества производства геодезических работ. Геодезические приборы должны ежегодно проходить метрологические поверки и иметь со-

ответствующие сертификаты. Должны быть организованы приёмка и контроль полевых работ. Исполнители геодезических работ должны иметь соответствующую квалификацию и производственный опыт.

1.2. Реконструкция геодезических сетей

Для ведения кадастровых работ в настоящее время используются региональные местные системы координат. В Курской области применяется региональная местная система координат МСК-46. В основу местных региональных систем координат положена Единая система геодезических координат 1942 года, которая была введена постановлением Совета Министров СССР от 7 апреля 1946 г. № 760, и система координат СК-63.

Необходимость периодической реконструкции геодезических сетей городов определяется следующими основными факторами [10]:

– геодезические работы в городах выполнены в разное время различными организациями с различным качеством и в соответствии с различными нормативно-техническими документами;

– большое количество пунктов городской геодезической сети систематически утрачиваются в результате хозяйственной деятельности;

– появление в различных организациях города современных высокоточных геодезических приборов (спутниковые приемники, светодальномеры и электронные тахеометры) приводит к противоречиям между точностью выполняемых измерений и точностью существующей в городе геодезической основы;

С нашей точки зрения, наиболее значимый фактор – это утрата геодезических пунктов. При развёртывании геодезической сети учебно-исследовательского полигона ЮЗГУ в радиусе одного километра от центра студенческого городка удалось найти, и то с большим трудом, два парных СПЗ (стенной полигонометрический знак). Центр – репер типа 6 г. р., который они дополняли, оказался закатанным под асфальт.

В качестве геодезической основы кадастра могут использоваться сети специального назначения, так называемые опорные межевые сети [16]. Опорные межевые сети (ОМС) создаются во

всех случаях, когда точность и плотность государственных, городских или иных геодезических сетей не соответствует установленным требованиям [16]. Опорная межевая сеть подразделяется на два класса: ОМС1 и ОМС2, точность построения которых характеризуется средними квадратическими ошибками взаимного положения смежных пунктов соответственно не более 0,05 и 0,10 м.

Как правило, ОМС1 создаётся в городах для решения задач по установлению (восстановлению) границ городской территории, а также границ земельных участков как объектов недвижимости.

Опорная межевая сеть второго класса (ОМС2) создаётся в черте других поселений, на землях сельскохозяйственного назначения и других землях для геодезического обеспечения межевания земельных участков, мониторинга и инвентаризации земель, создания базовых межевых карт (планов) и других целей.

В крупных городах, таких как Курск, опорная межевая сеть в настоящее время практически не развивается.

Геодезические организации, выполняющие межевание, располагают собственными базовыми станциями системы спутникового глобального позиционирования. От этих станций производится непосредственное определение координат, причём определяемые точки, как правило, на местности не закрепляются, а указываются заказчиком в процессе проведения геодезических работ. Это приводит к тому, что кадастровые границы получают физически размытыми и часто требуют своего восстановления.

Кроме того, упускается реальная возможность совместить процесс межевания и закрепления новых пунктов геодезической сети. Такому совмещению может способствовать использование различных геодезических измерительных систем.

С точки зрения длительной сохранности и доступности геодезических пунктов в городских условиях практический интерес представляет следующий пример. В городе Днепропетровске в самом начале 1980-х гг. в районе жилого массива Сокол была создана геодезическая сеть специального назначения. В упомянутом районе проводилось в то время строительство 9-этажных жилых домов на крутом склоне глубокого оврага. Специальная геодезическая сеть была предназначена для мониторинга устойчивости

склона. Предполагалось инструментальным методом отслеживать во времени горизонтальные смещения поверхности грунта.

Фрагмент этой сети приведен на рисунке 1.2. Пункты сети закреплены устройствами принудительного центрирования в виде металлических труб диаметром 219 мм. Верхняя часть трубы снабжена металлической пластиной с отверстием под становой винт и имеет вырез для его установки.

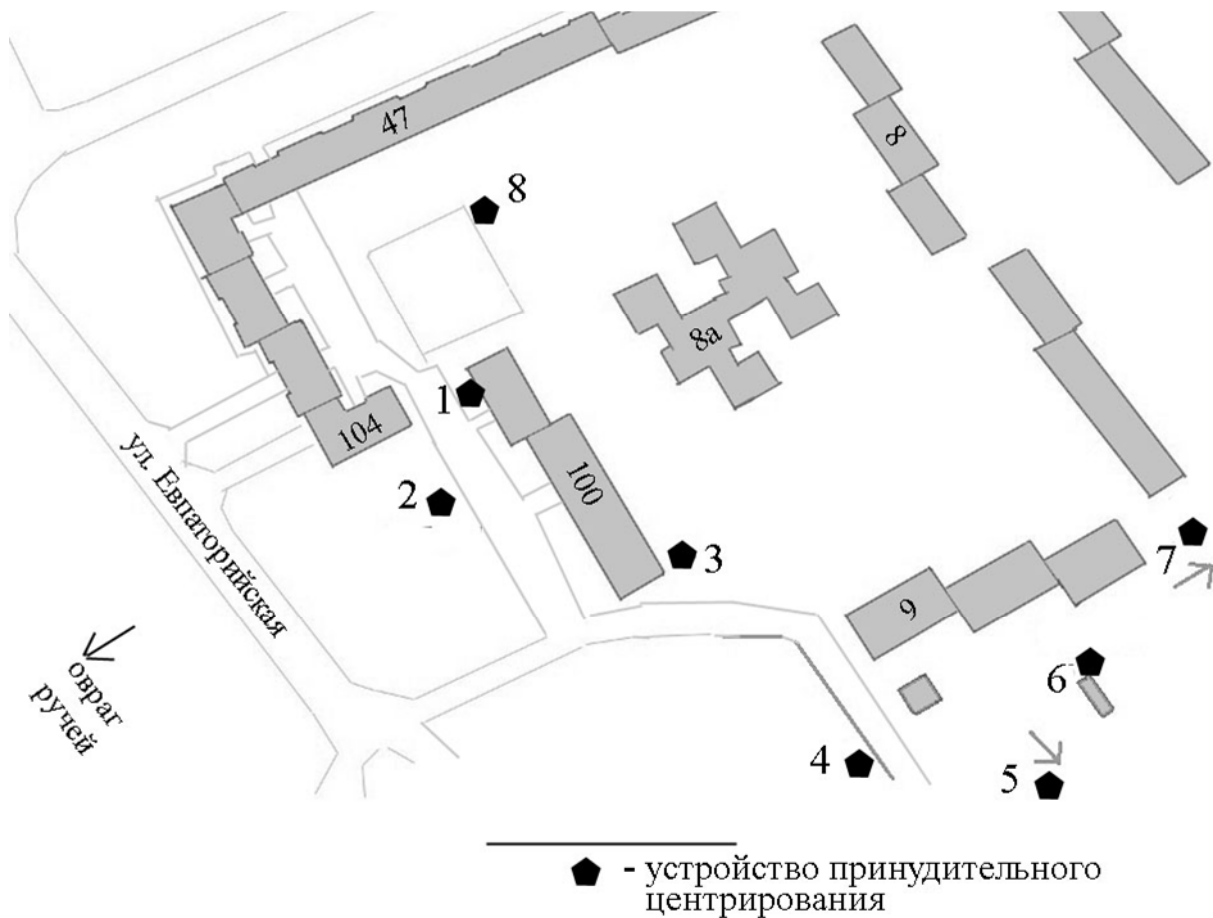


Рис. 1.2. Фрагмент специальной геодезической сети в г. Днепропетровске

Схема использования устройств принудительного центрирования приведена на рисунке 1.3. Теодолит или электронный тахеометр устанавливается на одном из пунктов. Визирные марки или отражатели лазерного дальномера располагаются на соседних пунктах. В зависимости от условий видимости по пунктам сети прокладываются ходы трилатерации, триангуляции или полигонометрии.

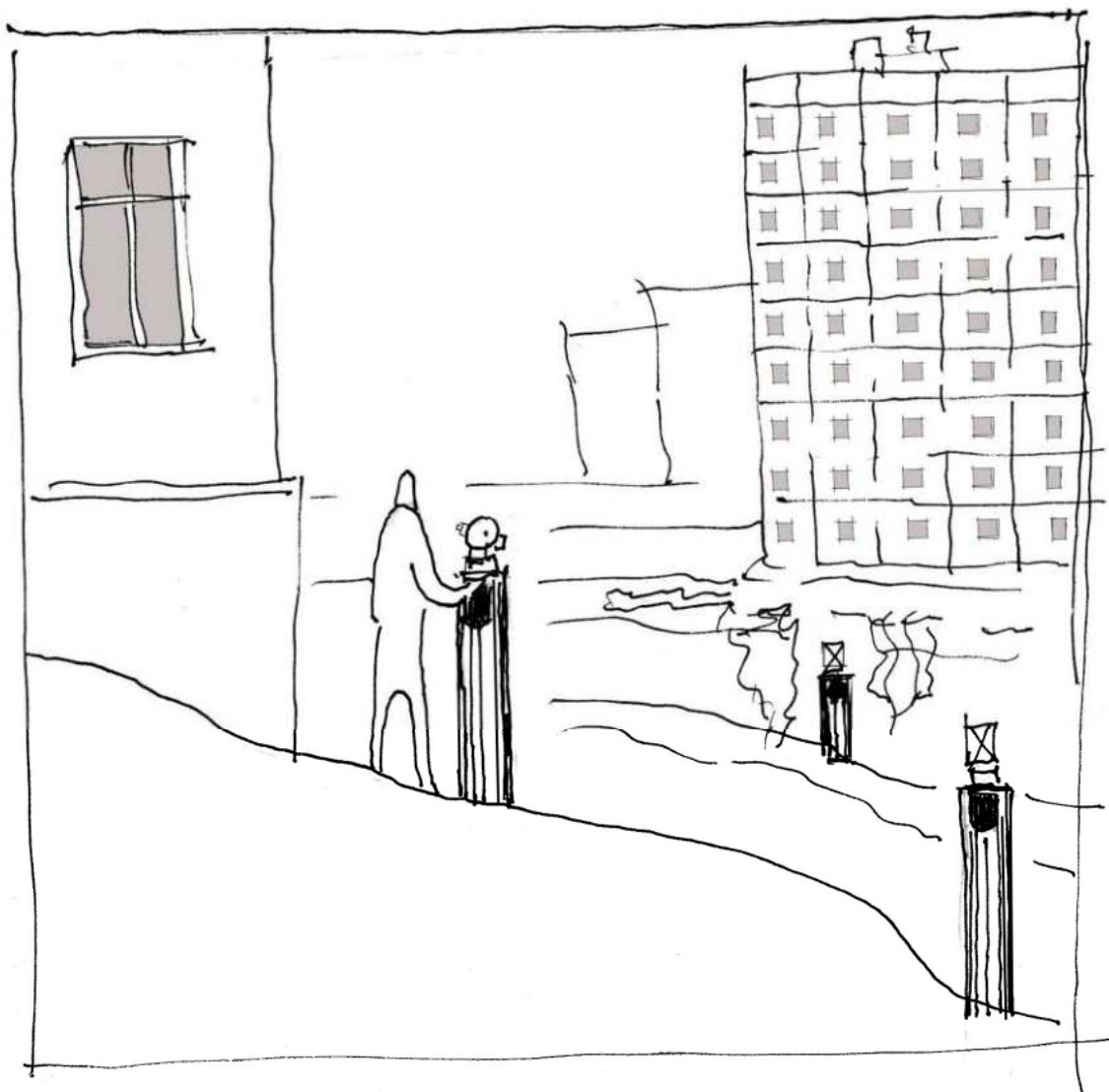


Рис. 1.3. Схема использования устройств принудительного центрирования

Пункты специальной сети, приведенные на рисунке 1.2, не утратили своей эксплуатационной пригодности за истекшие 35 лет. Это позволяет рекомендовать подобные конструкции для закрепления ОМС в кадастровой деятельности.

1.3. Зонирование и градостроительное регулирование

В состав сведений государственного кадастра недвижимости о территориальных зонах, зонах с особыми условиями использования территорий входит определение местоположения границ таких зон [3; 24].

В соответствии с Градостроительным кодексом РФ разрабатывается документация по планировке застроенной или подлежащей застройке территории. В первую очередь, это проект планировки территории, который включает в себя геодезическую составляющую. Это чертеж или чертежи планировки территории, на которых отображаются: красные линии; линии, обозначающие дороги, улицы, проезды, линии связи, объекты инженерной и транспортной инфраструктур; границы зон планируемого размещения объектов социально-культурного и коммунально-бытового назначения, иных объектов капитального строительства.

Точному координированию подлежат существующие красные линии населённых пунктов. *Красные линии* – это границы территории улично-дорожной сети, выделенной из остальной территории города. За пределы красных линий в сторону улицы или площади не должны выступать здания и сооружения. В пределах красных линий допускается размещение конструктивных элементов дорожно-транспортных сооружений. От красных линий определяется расстояние до линий жилой застройки. Это линии, ограничивающие размещение жилых зданий, строений, наземных сооружений.

При новом строительстве разрабатывается проектный план и составляется разбивочный чертёж-акт линий градостроительного регулирования. Результатом разработки является электронная версия разбивочного чертежа-акта линий градостроительного регулирования, содержащая координатную информацию по устанавливаемым (изменяемым, отменяемым) линиям градостроительного регулирования. Линии градостроительного регулирования обязательны для исполнения с момента утверждения разбивочного чертежа-акта линий.

1.4. Межевание и соблюдение прав собственности

На основе проекта планировки территории разрабатывается соответствующий проект межевания. Проект межевания территории может разрабатываться как для застроенных, так и подлежащих застройке территорий, в нем указывается местоположение границ существующих и новых земельных участков.

При разработке проекта межевания территории уточняются публичные сервитуты, в соответствии с которыми землепользова-

тели обязаны, кроме всего прочего, обеспечить возможность размещения межевых и геодезических знаков и подъездов к ним.

На территориях, подлежащих застройке, размеры земельных участков определяются в соответствии с действующими градостроительными нормативами, нормами предоставления земельных участков и градостроительными регламентами, установленными правилами землепользования и застройки.

Для земель сельско-хозяйственного назначения регламентированы требования к разработке проектов межевания земельных участков [3; 18].

На застроенных территориях при образовании новых земельных участков до согласования их границ возможна разработка проекта границ на топографической основе масштабов от 1:500 до 1:2000.

Проект межевания земельного участка или земельных участков подготавливается кадастровым инженером. Заказчиком такого проекта межевания может являться любое лицо.

Проекты межевания составляются на основе кадастровой выписки о существующих земельных участках или кадастрового плана соответствующей территории. При необходимости для подготовки проекта межевания могут быть использованы картографические материалы и (или) землеустроительная документация, хранящаяся в государственном фонде данных, полученных в результате проведения землеустройства.

Проект межевания в графической части содержит раздел «Проектный план». Этот документ оформляется на основе сведений кадастрового плана соответствующей территории или кадастровой выписки о соответствующем земельном участке. При отсутствии в упомянутых источниках необходимых сведений проектный план подготавливается с использованием картографических материалов масштаба 1:50000 и крупнее. Проектный план оформляется в масштабе, обеспечивающем читаемость местоположения характерных точек границ земельных участков.

На проектном плане отображаются следующие основные элементы:

- проектируемые границы образуемых земельных участков, границы измененных земельных участков и частей указанных земельных участков;
- местоположение земель или земельных участков общего пользования;
- обозначения образуемых земельных участков, образуемых частей земельных участков, характерных точек границ;
- кадастровые номера земельных участков, из которых осуществляется выдел земельных участков в счет земельных долей;
- местоположение природных объектов и объектов искусственного происхождения.

Проект межевания в текстовой части содержит координаты новых поворотных точек, которые требуется идентифицировать на местности и при необходимости закрепить центрами.

Для реализации проекта межевания в зависимости от требуемой точности определения координат выбираются соответствующие методы.

Для выноса в натуру проекта межевания геодезическим методом необходимо подготовить данные для выноса проекта в натуру – разбивочные элементы. Разбивочные элементы определяются путём решения обратной геодезической задачи.

Метод спутниковых геодезических измерений при использовании аппаратуры, поддерживающей режим реального времени (РТК), позволяет непосредственно на местности определять положение пунктов с заданными координатами. При отсутствии РТК спутниковые измерения должны быть дополнены наземной измерительной системой.

Если граница нового земельного участка установлена на местности, то необходимо определить координаты одним из возможных методов.

Предусмотрены следующие методы определения координат [3]:

- геодезический метод;
- метод спутниковых геодезических измерений;
- фотограмметрический метод;
- картометрический метод.

Определение координат может проводить и кадастровый инженер, но, как правило, эта работа поручается специалистам более узкого профиля или специализированным организациям. Тем не менее, всю ответственность за точность определения координат несёт кадастровый инженер.

По результатам определения координат поворотных точек земельного участка кадастровый инженер составляет межевой план [3].

Межевой план состоит из графической и текстовой частей. В графической части межевого плана воспроизводятся сведения о местоположении границ земельного участка. В текстовой части межевого плана указываются необходимые для внесения в Государственный кадастр недвижимости (ГКН) сведения о земельном участке.

В межевом плане приводятся сведения о геодезической основе, использованной при проведении работ. Указываются координаты исходных пунктов.

Для использованных средств измерений должны быть приведены реквизиты свидетельств о государственной поверке. Обязательно указываются методы определения координат и методика определения точности положения. Приводятся значения площадей земельных участков с оценкой их точности.

Сведения о характерных точках границ образуемых земельных участков должны содержать значения координат для каждой точки и среднюю квадратическую погрешность её положения.

Сведения о частях границ образуемых земельных участков должны содержать значения горизонтальных проложений линий между поворотными точками и описание местности по ним. В разделе «Общие сведения об образуемых земельных участках» указывается значение площади с доверительным интервалом.

Межевой план – основной документ для постановки земельного участка на государственный кадастровый учет.

После присвоения кадастрового номера производится регистрация в Едином государственном реестре прав на недвижимое имущество и сделок с ним (ЕГРП). Ведение ЕГРП осуществляется на основе Федерального закона «О государственной регистрации прав на недвижимое имущество и сделок с ним» [25].

1.5. Учёт, оценка и управление объектами капитального строительства

Технический план здания, сооружения, помещения, объекта незавершенного строительства необходимы для их постановки на государственный кадастровый учёт [3].

Технический план представляет собой документ, в котором воспроизведены определенные сведения, внесенные в государственный кадастр недвижимости, и указаны сведения о здании, сооружении, помещении или об объекте незавершенного строительства, необходимые для постановки на учет.

Местоположение здания, сооружения или объекта незавершенного строительства на земельном участке устанавливается посредством определения координат характерных точек контура.

В техническом плане приводятся сведения о выполненных измерениях и расчетах, указывается метод определения координат характерных точек контура здания, части здания, который применялся при осуществлении кадастровых работ. Это может быть:

- 1) геодезический метод (триангуляции, полигонометрии, трилатерации, прямых, обратных или комбинированных засечек и иные геодезические методы);
- 2) метод спутниковых геодезических измерений (определений);
- 3) фотограмметрический метод;
- 4) картометрический метод;
- 5) аналитический метод.

Местоположение помещения устанавливается посредством графического отображения границы геометрической фигуры, образованной внутренними сторонами наружных стен такого помещения, на плане этажа или части этажа здания либо сооружения.

Сведения об объекте недвижимости указываются в техническом плане на основании разрешения на ввод здания в эксплуатацию, проектной документации или технического паспорта здания. При отсутствии указанных документов сведения об объекте недвижимости указываются в техническом плане на основании декларации, составленной и заверенной правообладателем здания.

Технический план состоит из текстовой и графической частей, которые делятся на разделы, обязательные для включения в состав технического плана, и разделы, включение которых в состав технического плана зависит от видов кадастровых работ.

К геодезическим работам относятся следующие разделы:

– в текстовой части технического плана: сведения о выполненных измерениях и расчетах; описание местоположения здания на земельном участке;

– в графической части технического плана: схема геодезических построений; схема расположения здания на земельном участке; чертеж контура здания.

Графическая часть технического плана помещения оформляется на основе поэтажного плана, являющегося частью проектной документации, графической части технического паспорта здания (или сооружения), сведения о которых указаны в разделе «Исходные данные».

При отсутствии указанных документов в целях оформления графической части технического плана кадастровым инженером по результатам выполненных измерений от руки чернилами или пастой синего цвета изготавливается немасштабный, но с соблюдением пропорций чертеж с обозначением данных, необходимых для оформления плана этажа либо плана здания (сооружения). Указанный чертеж (копия чертежа) включается в состав приложения.

В чертеже производится зарисовка контура наружных капитальных стен здания, контура стен пристроек, крылец, ступеней, а также оконных и дверных проемов по всему наружному периметру стен или частично.

Наружные измерения здания производятся обязательно выше цоколя на уровне оконных проемов с точностью до 1 см. Начальной точкой измерения линии (стены) считается угол дома.

Измерения производятся с одновременной последовательной записью размеров, начиная от одного из наружных углов здания до начала и конца оконных и дверных проемов или их осей, начала и конца архитектурных выступов, колонн и прочих элементов по всему периметру стен основного здания и пристроек. В тех местах, где измерения по всему периметру стен недоступны в связи с прилегающими соседними зданиями, длина стены определяется пу-

тем суммирования внутренних размеров помещений и толщины стен и перегородок.

После присвоения кадастрового номера зданию, сооружению, помещению или объекту незавершенного строительства производится регистрация в Едином государственном реестре прав на недвижимое имущество и сделок с ним [25].

Вопросы для самопроверки

1. Что такое система? Что служит системообразующим фактором?
2. Какие аксиомы теории систем можно применить к геодезическим измерительным системам (ГИС)?
3. Кто производит постановку целей для ГИС?
4. Приведите примеры использования стратегических принципов управления ГИС.
5. Приведите примеры использования принципов системы контроллинга при управлении ГИС.
6. Чем обусловлена необходимость реконструкции городских геодезических сетей?
7. Что положено в основу классификации опорных межевых сетей?
8. Как можно использовать пункты городской полигонометрии при межевании?
9. Какие геодезические работы выполняются при градостроительстве?
10. Кто производит разработку проектов планировки и межевания?
11. Как организовать контроль качества геодезических работ при межевании земельных участков?
12. Какие методы определения координат поворотных точек можно использовать при межевании земельных участков?
13. Из каких элементов состоит структура межевого плана?
14. Как составить технический план здания для постановки его на кадастровый учёт?

Глава 2. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ТОЧНЫЕ ПРИБОРЫ

В рассматриваемых геодезических измерительных системах применяются точные измерительные приборы. Эти приборы позволяют выполнять различные виды геодезических измерений.

2.1. Виды геодезических измерений

Геодезические измерения можно рассматривать в некотором смысле как меру движения. Из курса физики известно, что существует два вида движения: поступательное и вращательное. Поэтому всё множество геодезических измерений в принципе можно разделить на две две части: линейные и угловые. Внутри каждого подмножества можно также выделить отдельные виды. Это связано с тем, что измерения выполняются не в абстрактном изотропном математическом пространстве, а в реальном геодезическом пространстве, где существует отвесное направление, определяемое вектором силы тяжести. В общем виде структуру геодезических измерений можно представить следующей схемой (рис. 1.1).

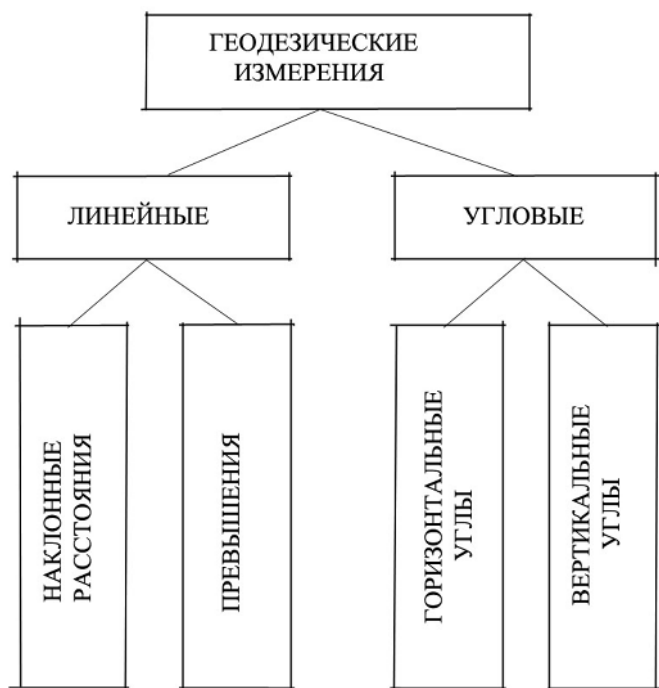


Рис. 2.1. Структура геодезических измерений

Рассмотрим принципы линейных и угловых измерений.

2.1.1. Принцип линейных измерений

Пусть на местности закреплены два геодезических пункта (рис. 2.1, а). Через эти пункты можно провести по кратчайшему расстоянию одну наклонную линию. Линия имеет направление, т. е. мы имеем дело с вектором. Измеренная величина *наклонного расстояния* D будет модулем вектора. Для неё направление не имеет значения.

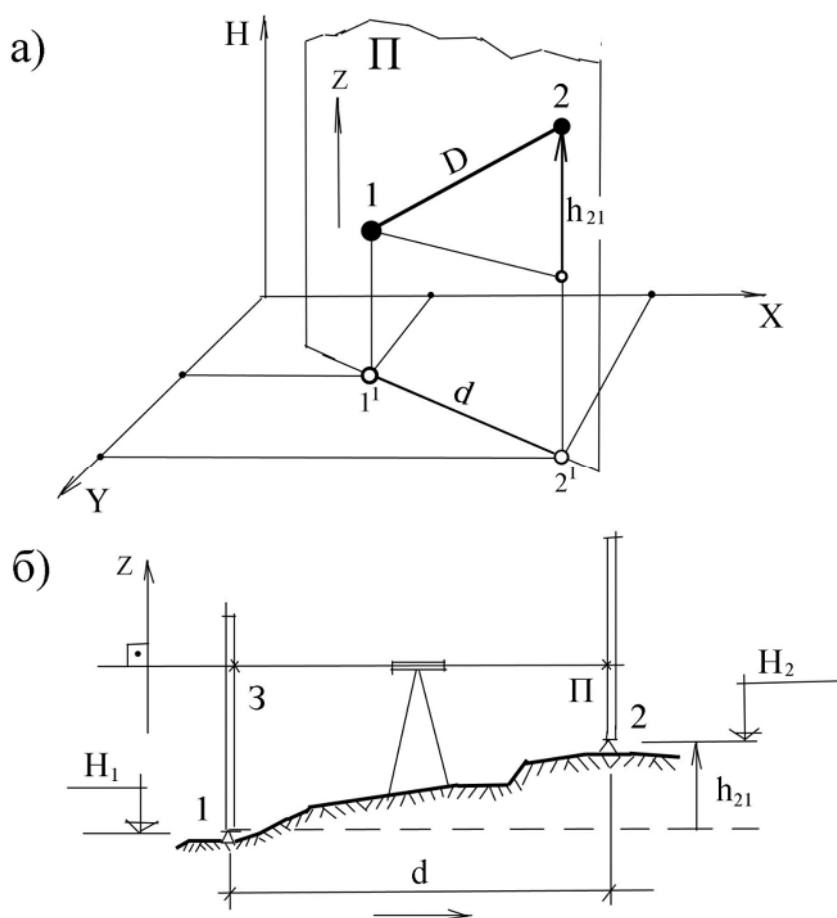


Рис. 2.1. К вопросу линейных измерений на местности:
 а – схема линии в аксонометрии;
 б – изображение в вертикальной плоскости Π

Для того чтобы линейные измерения считать достаточными, кроме наклонного расстояния следует определить *скалярную проекцию вектора на вертикальную ось*. Такая проекция не является вектором, но имеет знак. В геодезии она называется *превышением* и обозначается h_{ij} , что означает превышение пункта i над пунктом j .

Поскольку превышение имеет знак, то прямое и обратное превышения связаны зависимостью

$$h_{ij} = -h_{ji}. \quad (2.1)$$

Для измерения превышения воспользуемся прибором с горизонтальным лучом визирования (нивелиром) и двумя вертикально установленными рейками. Направление шкал реек снизу вверх, т. е. соответствует направлению оси высот (Н).

Рассмотрим отвесную плоскость, в которой находится измеряемая линия (рис. 2.1, б). Рейки устанавливаются над концами линии, нивелир равноудалён от реек.

С помощью нивелира берут отсчёты по шкалам реек: по задней рейке «З» и по передней «П». Тогда превышение определится в виде

$$h_{21} = З - П. \quad (2.2)$$

Такая схема измерений называется *геометрическим нивелированием*.

Превышения возможно определять через высотные отметки в виде

$$h_{21} = H_2 - H_1, \quad (2.3)$$

где H_1 – отметка задней точки;

H_2 – отметка передней точки.

Зная превышение, горизонтальное проложение линии определяют в виде

$$d = \sqrt{D^2 - h_{21}^2}. \quad (2.4)$$

Для упрощения вычислений иногда используют формулу

$$d = D - \frac{h^2}{2D}. \quad (2.5)$$

Если дальномер совмещён с вертикальным угломером, то превышение определяют по схеме тригонометрического нивелирования.

2.1.2. Принцип угловых измерений

Пусть на местности закреплены три геодезических пункта t_1 , t_2 и t_3 (рис. 2.2). Через эти пункты можно единственным образом провести некоторую наклонную плоскость и измерить плоский

угол между двумя направлениями. Однако измеренная величина угла будет недостаточна для достижения целей позиционирования.

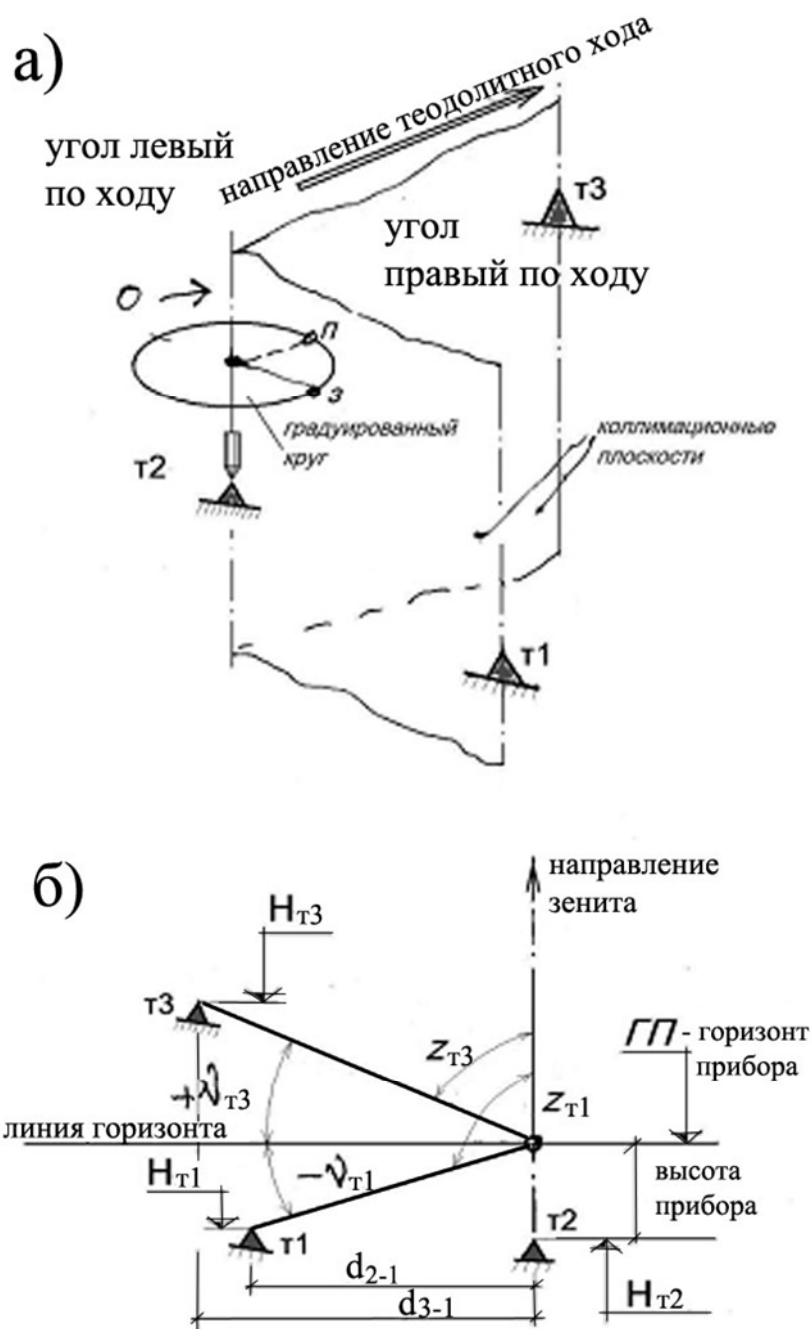


Рис. 2.2. Схема измерения углов на местности:
а – горизонтальных углов; б – вертикальных углов

Требуется знать проекцию этого угла на горизонтальную плоскость, иначе измерению подлежит двугранный угол между отвесными плоскостями, которым принадлежат геодезические пункты. Такие плоскости в геодезии называются *коллимационными*.

Физически коллимационная плоскость реализуется в приборе за счет вращения зрительной трубы вокруг горизонтальной оси. Метрой указанного двугранного угла служит плоский горизонтальный угол, который измеряется следующим образом. С помощью отвеса центр градуированного круга размещается над вершиной измеряемого угла (см. рис. 2.1, а). Плоскость градуированного круга приводится в горизонтальное положение. Неподвижная часть круга называется *лимбом*. Подвижная часть, которая вращается совместно со зрительной трубой вокруг вертикальной оси и несет на себе элементы отсчетного устройства, называется *алидадой*. В переводе с греческого языка алидада означает «линейка». До изобретения Галилеем зрительной трубы, направления изображались графически с помощью линейки, снабжённой диоптрами.

По шкале лимба можно наблюдать горизонтальное направление в коллимационной плоскости.

Для определения высотного положения предметов в коллимационных плоскостях последовательно располагается плоскость вертикального круга, центр которого совмещен с горизонтальной осью вращения трубы. На вертикальном круге вращается лимб, а алидада остается неподвижной. По шкале вертикального круга можно наблюдать направления визирной оси в вертикальной плоскости.

Таким образом, прибор должен обеспечивать наблюдения двух направлений из некоторой точки местности: горизонтального и вертикального.

Измерение горизонтальных углов

На местности, где производят угловые измерения, различают верх и низ или, иначе говоря, направления зенита и надира. Если определены верх и низ, то соответственно возникают понятия «право» и «лево». Нетрудно заметить, что между коллимационными плоскостями существуют два угла, которые в сумме образуют полный круг.

Выйти из неопределенности можно двумя путями.

Первый путь состоит в том, что угол считается ориентированным по направлению вращения. За положительное принимается направление по часовой стрелке, если на угол смотреть сверху. При расположении наблюдателя над вершиной измеряемого угла и

лицом к области этого угла по левую руку будет исходная сторона угла, а по правую – конечная сторона. В этом случае горизонтальный угол вычисляется по правилу: «правое горизонтальное направление минус левое».

Второй путь – это ориентирование по направлению теодолитного хода. Положительным считается обход контура по часовой стрелке, поэтому, как правило, измеряются правые по ходу горизонтальные углы. Для того чтобы вычислить значение правого по ходу горизонтального угла, следует использовать (см. рис. 2.2, б) соотношение

$$\beta = Z - П = \text{Право} - \text{Лево}, \quad (2.6)$$

где Z – значение заднего горизонтального направления;

$П$ – значение переднего горизонтального направления.

Если « Z » оказывается меньше, чем « $П$ », то при вычислении угла к « Z » следует прибавлять 360 градусов. Такой случай возможен, если начало шкалы градуированного горизонтального круга оказывается внутри измеряемого угла. Для того чтобы разрыв не влиял на измерение, круг следует продолжить, т. е. к 0° следует прибавить 360° или, что то же, прибавить к правому отсчёту. Таким образом, для измерения горизонтального угла недостаточно записать отсчёты по горизонтальному кругу. Необходимо знать, где задний отсчёт, а где передний. Для исключения неопределённости в журнале наблюдений записывают сначала задний отсчёт, затем передний.

Измерение вертикальных углов

Геодезическое понятие вертикальных углов принципиально отличается от геометрического толкования. В геометрии вертикальными считаются накрест лежащие углы между двумя пересекающимися плоскостями. В геодезии это углы между направлениями в вертикальной плоскости.

Существует два принципа определения вертикальных углов (см. рис. 2.2, б).

1. Измерение зенитного расстояния z – угла в вертикальной плоскости между заданным направлением и направлением зенита. Такой принцип используется при точных угловых измерениях. Зе-

нитное расстояние – это плоский угол в традиционном геометрическом понимании, т. е. область его изменения от 0° до 180° .

2. Измерение угла наклона v – угла в вертикальной плоскости между заданным направлением и линией горизонта, которая лежит в горизонтальной плоскости. Углы наклона считаются положительными, если наблюдаемое направление выше линии горизонта, и соответственно отрицательными, если ниже. Область изменения угла наклона $-90^\circ \leq v \leq 90^\circ$.

Углы наклона и зенитные расстояния связаны зависимостью

$$v = 90^\circ - z. \quad (2.7)$$

При измерении вертикальных углов используются понятия *место нуля* и *место зенита*.

Место нуля (M0) – это отсчет по шкале вертикального круга в том случае, когда визирная ось зрительной трубы горизонтальна. Для определения M0 прибор приводят в рабочее положение и выполняют визирование на удаленную цель при двух положениях вертикального круга. Сравнивая отсчеты по вертикальному кругу, при круге лево (Л) и круге право (П) определяют место нуля и угол наклона. В зависимости от устройства шкалы вертикального круга используются различные зависимости для определения M0. После определения M0 данного прибора измерение углов наклона при технических измерениях можно производить при одном положении вертикального круга, а также с помощью теодолита производить геометрическое нивелирование.

2.2. Лазерный прибор DISTO D5

Лазерная рулетка DISTO D5 представляет собой небольшой прибор, весом всего около 200 г и размерами около $150 \times 55 \times 30$ мм (рис. 2.3).

Источник лазерного излучения 1 (рис. 2.3, а) направляет модулированное лазерное излучение оптического диапазона на предмет, до которого измеряется расстояние.

Источник излучения включается клавишей 1, расположенной на лицевой панели прибора (рис. 2.3, б).

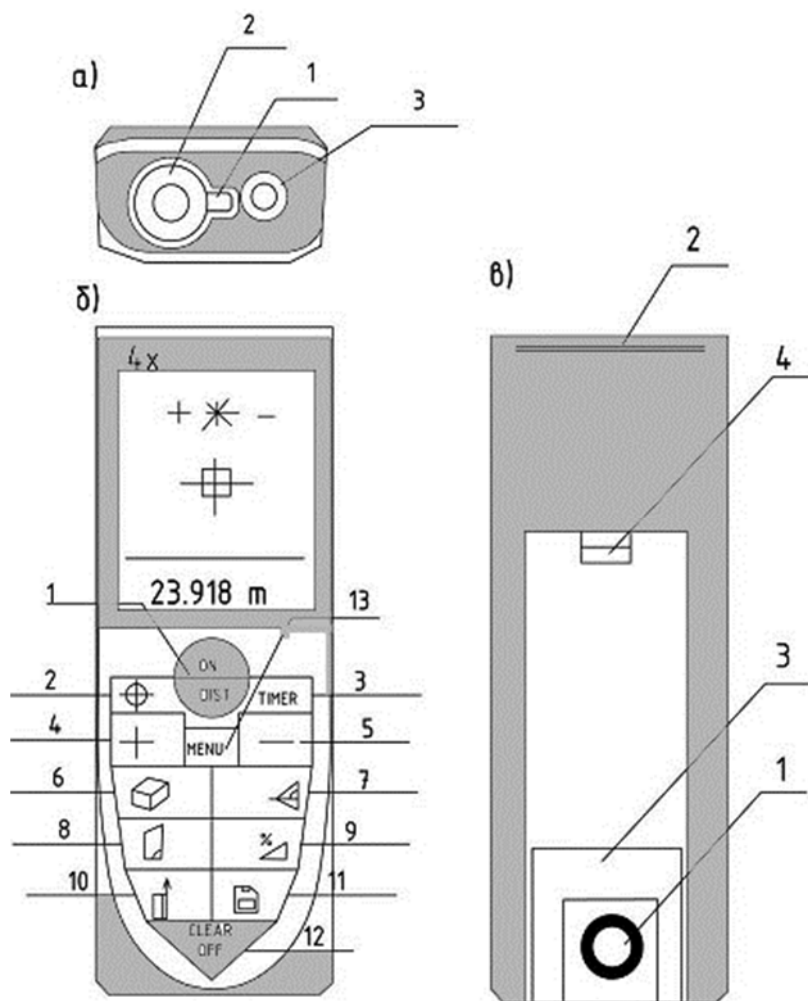


Рис. 2.3. Внешний вид DISTO D5:
а – вид сверху; б – вид спереди; в – вид снизу

Отражённый сигнал улавливается приёмником 2 (см. рис. 2.3, б) и обрабатывается микропроцессором прибора. После вычислительной обработки результат измерения высвечивается на дисплее. В качестве отражателя могут использоваться как специальные пластины, так и естественная поверхность местных предметов. Применяя отражательные пластины, можно измерять расстояния до 200 м.

Прибор имеет цифровой видоискатель, объектив 3 которого (см. рис. 2.3, а) находится рядом с излучателем.

Включение камеры видоискателя производится клавишей 2 (см. рис. 2.3, б). Повторное нажатие этой клавиши включает zoom, сначала x2, а затем x4. Яркость изображения регулируется кнопками 4 (плюс) и 3 (минус) (см. рис. 2.3, б).

Измерение длины завершается повторным нажатием кнопки 1 (см. рис. 2.3, б). Повторное нажатие «1» приводит к последующему измерению. Результаты измерений накапливаются на дисплее прибора.

Выключение питания производится клавишей 12, при длительном нажатии (см. рис. 2.3, б).

Крепление прибора к различным аксессуарам может производиться с помощью резьбового соединения (рис. 2.3, в). Опорное ребро обеспечивает фиксированный контакт с поверхностью аксессуара. Упорная пластина (рис. 2.3, в) может поворачиваться на 90° и жёстко позиционировать начало отсчёта длин.

Калибровка датчика наклона

Датчик наклона позволяет измерять угол наклона лазерного луча к линии горизонта. По аналогии с теодолитом это вертикальный круг. Для того чтобы измерить угол наклона теодолитом, необходимо знать место нуля (M0), т. е. отсчет на шкале вертикального круга, когда пузырек уровня находится в 0-пункте, а визирная ось зрительной трубы горизонтальна.

Приведение места нуля к нулю достаточно сложная операция и выполняется, как правило, в мастерской.

В лазерном приборе также изначально существует место нуля. Операция приведения места нуля прибора к нулю называется *калибровкой*.

Датчик наклона, которым снабжено устройство, доступен для калибровки. Для проведения калибровки необходимо выполнить 2 измерения на выровненной горизонтальной поверхности.

Для калибровки датчика наклона нами использован экзаменатор угломера. Плоскость платформы экзаменатора 1 (рис. 2.4) приводится в горизонтальное положение с помощью строительного уровня с точностью около 5‰. Ось уровня должна располагаться параллельно линии двух подъёмных винтов (двух любых винтов) трегера. Затем поверх уровня укладывается лазерный прибор и производится измерение угла наклона (в ‰) в двух диаметрально противоположных направлениях.

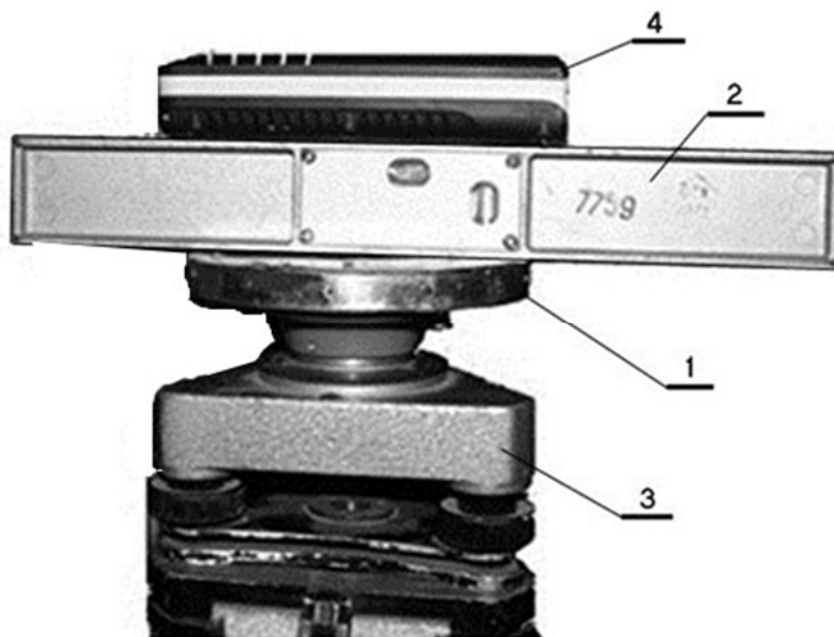


Рис. 2.4. Экзаменатор угломера:

1 – платформа; 2 – строительный уровень; 3 – трегер; 4 – DISTO

По результатам этих двух измерений находится среднее арифметическое значение. Для того чтобы окончательно выровнять платформу, необходимо с помощью двух подъемных винтов трегера установить полученное среднее значение на дисплее угломера лазерного прибора.

Дальнейшие действия выполняются в следующей последовательности:

1. Зайти в меню прибора.
2. С помощью клавиш «плюс-минус» перейти в режим калибровки.
3. Прибор укладывается по одному из направлений уровня и производится измерение путём нажатия клавиши 13 (см. рис. 2.3, б).
4. Прибор поворачивается на диаметрально противоположное направление и производится повторное измерение.
5. После нажатия клавиши 13 происходит сохранение настройки и выход из меню.

Для контроля прибор переводится в режим измерения углов наклона и на платформе повторно определяется место нуля.

Адаптер лазерной рулетки

Заводы-изготовители ручных лазерных приборов обычно предусматривают в корпусе прибора резьбовое соединение для

крепления к фотоштативу. С помощью этого соединения лазерный прибор можно адаптировать к какой-либо измерительной системе. На рынке аксессуаров для лазерных приборов можно найти адаптер компании Leica под торговой маркой LSA 360.

Адаптер (рис. 2.5) устроен следующим образом: лазерный прибор укладывается в направляющее корыто 1 и закрепляется винтом 2. Подвижный цилиндр 3 фиксируется рукояткой 4 путём вращения винта по часовой стрелке. Подвижный цилиндр с одной стороны соединён с направляющим корытом, а с другой – с захватом 5. В захвате может располагаться вкладыш-цилиндр 6 диаметром до 35 мм. Вкладыш-цилиндр зажимается упором 8 за счёт вращения винта 7 по часовой стрелке. Кроме того, на захвате 5 имеется резьбовое соединение для непосредственного крепления к фотоштативу.

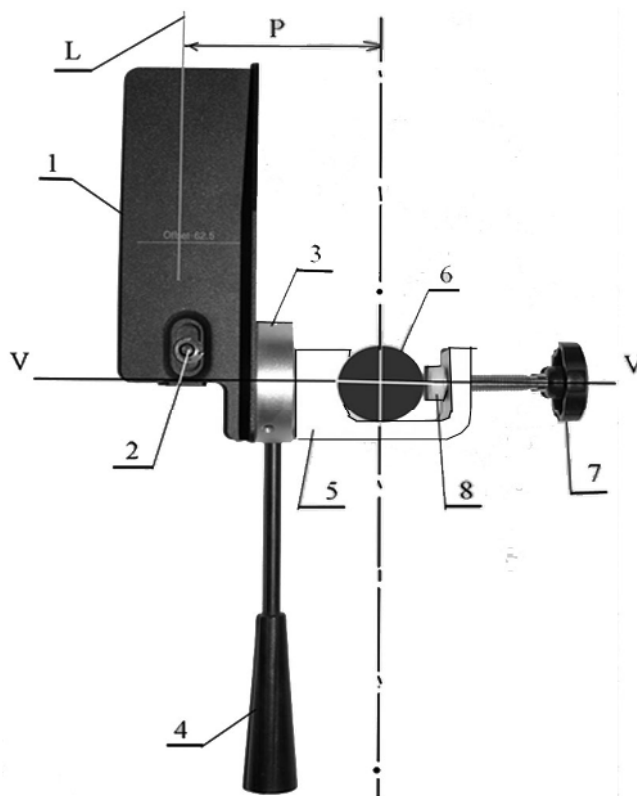


Рис. 2.5. Устройство адаптера LSA 360:

- 1 – корыто; 2 – винт; 3 – подвижный цилиндр; 4 – рукоятка;
5 – захват; 6 – вкладыш-цилиндр; 7 – винт; 8 – упор

Адаптер в общем случае крепится к неподвижному предмету (вкладыш-цилиндр) и имеет возможность вращаться совместно с

лазерным прибором вокруг двух осей. Это горизонтальная ось винта 7 (на чертеже обозначено $v-v$) и продольная, вертикальная ось вкладыша-цилиндра. Вращение вокруг вертикальной оси $z-z$ становится возможным при ослаблении давления в упоре 8. Вращение вокруг горизонтальной оси становится возможным при ослаблении давления в цилиндре 3. Для этого рукоятка 4 должна повернуться вокруг своей оси против часовой стрелки. Путём вращения лазерного прибора вокруг двух взаимно перпендикулярных осей след лазерного луча может быть направлен в любую точку пространства.

При соответствующем включении началом отсчёта длин дальномера может быть задняя стенка прибора. В корыте адаптера задняя стенка прибора располагается таким образом, что в её плоскость попадает ось $v-v$, которая, в свою очередь, пересекается вертикальной осью $z-z$. Вертикальная ось на чертеже вырождается в точку-центр круга 6. Параллакс P лазерного луча «L» не превышает 0,09 м и пренебрежимо мал по сравнению с измеряемым на местности расстоянием. Поэтому начало отсчёта длин можно считать совпадающим с осью $z-z$. Если оси $z-z$ придать отвесное положение и совместить её с центром геодезического пункта, то, соответственно, и начало отсчёта длин будет от этого центра.

Работа с геодезическими штативами

Геодезические штативы максимально приспособлены для проведения геодезических съёмок как на застроенных территориях, так и на строительных площадках и в условиях пересеченной местности в различных климатических условиях.

Штативы бывают как металлические, так и деревянные. Три ноги штатива, шарнирно соединенные с плоской головкой, как правило, раздвижные, двухсекционные. Фиксация общей длины секций производится с помощью закрепительных винтов либо зажимных клипс. Нижние концы ног имеют острые наконечники и упорные консоли для вдавливания в рыхлый грунт.

Совместное использование лазерного прибора и геодезического штатива обеспечивает адаптер трегера [1].

Крепление геодезического прибора к головке штатива 3 (рис. 2.6) производится с помощью станового винта 4.

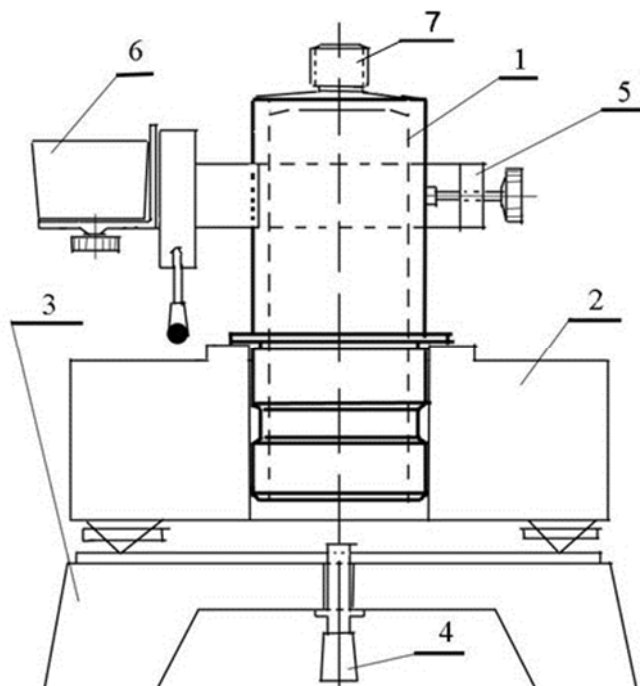


Рис. 2.6. Схема крепления лазерного дальномера к геодезическому штативу: 1 – адаптер трегера; 2 – трегер; 3 – штатив; 4 – становой винт; 5 – адаптер LSA-360; 6 – лазерный дальномер; 7 – винт для GPS

К сожалению, зарубежные штативы не совместимы с отечественными приборами, поскольку они отличаются шагом резьбы станowych винтов.

Становой винт в нижней своей части имеет проволочную скобу для крепления нитяного отвеса. С помощью отвеса нитяного или оптического производится центрирование прибора, т. е. вертикальной оси $z - z$ с центром геодезического пункта.

Когда речь идет о центрировании, то обычно подразумевается использование угломерного прибора *теодолита*, т. е. основная ось прибора должна быть совмещена с вершиной измеряемого угла. При использовании лазерного дальномера горизонтальные углы не измеряются, тем не менее операция центрирования сохраняется. Для проведения этой операции помощь может оказать как сам теодолит, так и трегер (подставка) от него, снабженный двумя цилиндрическими уровнями (либо одним цилиндрическим перекладным или круглым уровнем). Трегеры зарубежных моделей теодолитов иногда снабжаются собственными уровнями.

Оптимальная высота лазерного прибора несколько отличается от оптимальной высоты теодолита, она меньше примерно на

15–20 см. Это обусловлено необходимостью использования цифрового видоискателя лазерного прибора.

Трегер 2 (см. рис. 2.6) снабжается адаптером 1, к которому через адаптер LSA-360 крепится лазерный прибор 6. Вкладыш 1 имеет резьбовое соединение для крепления спутниковой антенны.

2.3. Цифровой нивелир Trimble DiNi

Использование цифровых (кодовых) нивелиров позволяет достигнуть максимальную автоматизацию процесса геометрического нивелирования. Особенностью цифрового нивелира (рис. 2.7) является наличие электронного датчика, позволяющего автоматически снимать отсчёты по специальной штрих-кодовой рейке, определять расстояния до реек, вычислять превышения и отметки пунктов нивелирного хода.



Рис. 2.7. Внешний вид нивелира Trimble DiNi:

- 1 – объектив зрительной трубы со светозащитной блендой;
- 2 – винт фокусировки зрительной трубы; 3 – кнопка пуска;
- 4 – винт точного наведения по горизонтали (бесконечное медленное вращение); 5 – круг с делениями; 6 – подъемные винты;
- 7 – трегер; 8 – разъем для подключения питания/связи;
- 9 – клавиатура; 10 – дисплей; 11 – окошко круглого уровня;
- 12 – окуляр; 13 – крышка (снимается при юстировке круглого уровня)

Цифровой нивелир при использовании инварных штрих-кодовых реек позволяет достигать среднюю квадратическую ошибку измерения превышения $0,3...07$ мм на 1 км двойного хода.

Прибор имеет две кнопки пуска: на клавиатуре и с правой стороны прибора (рис. 2.8). При выполнении высокоточных измерений, рекомендуется использовать кнопку пуска с правой стороны инструмента, чтобы свести к минимуму любые колебания, вызванные прикосновением к прибору при нажатии кнопки.

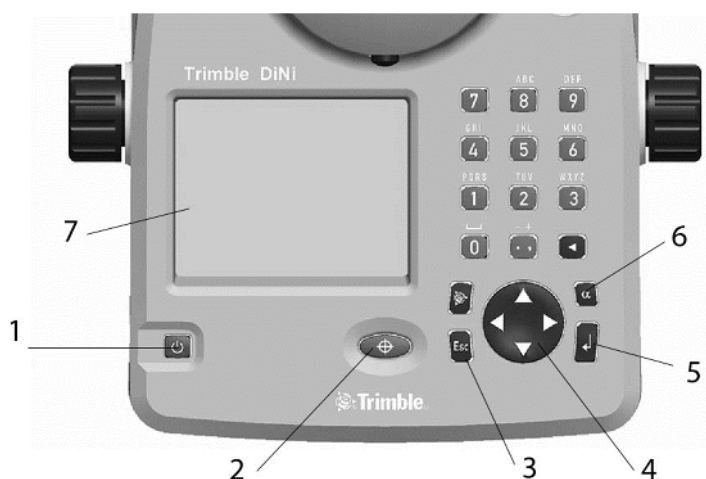


Рис. 2.8. Панель управления нивелиром:

- 1 – кнопка включения/выключения; 2 – кнопка пуска;
- 3 – кнопка выхода; 4 – навигатор; 5 – кнопка ENTER (ввод);
- 6 – алфавитная кнопка; 7-дисплей; 8 – кнопка возврата назад

Автоматический компенсатор обеспечивает горизонтирование визирной оси в пределах рабочего диапазона компенсатора как для визуальных, так и для внутренних электронных измерений. Отключить компенсатор нельзя.

Проверка положения визирной оси нивелира Trimble DiNi

Повышенные нагрузки на нивелир в экстремальных условиях измерений, при транспортировке, после длительного хранения, а также из-за больших перепадов температур могут привести к разъюстировке прибора и к ошибочным результатам измерений.

Компенсатор существенно влияет на положение визирной оси инструмента. В результате проверки определяется остаточный наклон визирной оси, с целью введения поправок в измеренные величины. Диапазон работы компенсатора $\pm 15'$, точность установки $0,2''$.

Поверка может быть проведена одним из четырёх различных методов, которые предусматривают автоматическую юстировку.

Методы проведения поверки визирной оси (главное условие нивелира) отличаются различными комбинациями длин визирных лучей, т. е. расстояний от прибора до реек. Расположение приборов и реек для соответствующих методов приведено на рисунках 2.9–2.11.

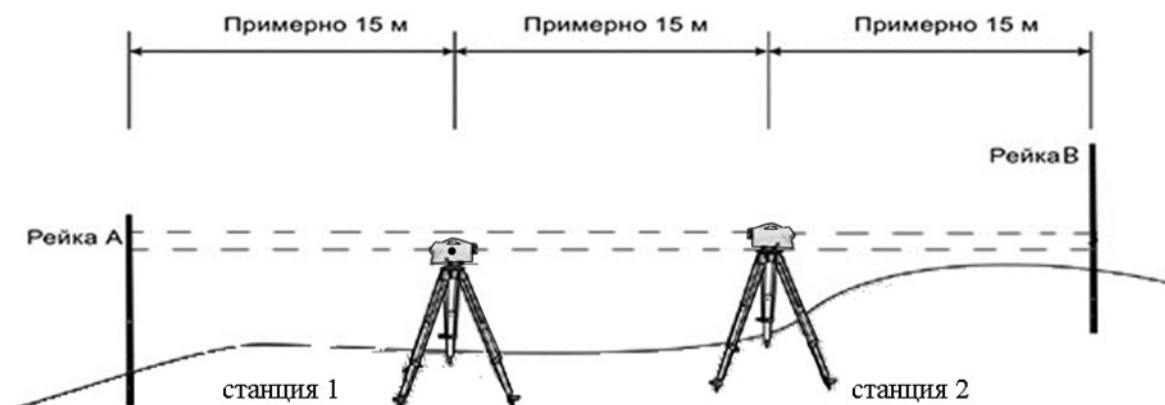


Рис. 2.9. Метод Форстнера

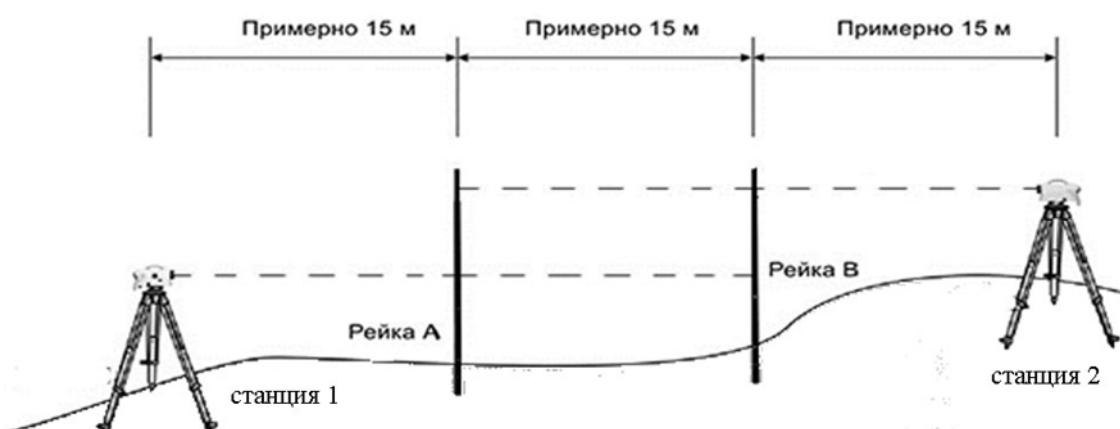


Рис. 2.10. Метод Нобауэра

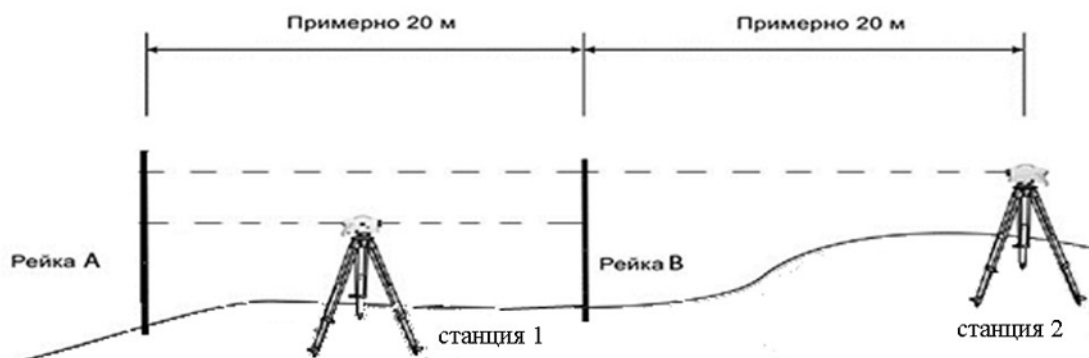


Рис. 2.11. Метод Куккамьяки

При высокоточном нивелировании эта поверка должна выполняться регулярно.

Последовательность проведения поверки следующая:

1. Выберите «Настройка» в главном меню.
2. Выберите «Поверка» в меню «Настройка».
3. Отобразится старое значение юстировки. Выберите окна «Поправка за кривизну» и «Поправка рефракции» Вкл. или Выкл при юстировке. Нажмите кнопку «ENTER», чтобы продолжить.
4. Нажмите «ОК», чтобы продолжить, или «Отмена», чтобы прервать юстировку.
5. Выберите метод юстировки и нажмите кнопку ввода, чтобы продолжить.
6. Реализация выбранного метода производится в следующей последовательности. На открытом участке местности на соответствующей дистанции (см. рис. 2.9–2.11) устанавливаются на металлические костыли две инварные кодовые рейки.
7. Нивелир устанавливается на станцию 1, приводится в рабочее положение. Труба направляется на рейку А и нажимается кнопка пуска (см. рис. 2.8). Затем труба наводится на рейку Б и вновь нажимается кнопка пуска.
8. После завершения работ на станции 1 прибор переносится на станцию 2 и производятся аналогичные действия.

В результате проведения поверки определяется новое значение угла i'' (принятое в России обозначение). Этот угол будет учитываться в автоматическом режиме при производстве отсчетов по рейкам.

Новое значение угла i'' может отличаться от предыдущего не более, чем на несколько секунд. Если различия в результатах измерений при поверках, проведенных при стабильных условиях окружающей среды, более 5", то следует обратиться в сервисную службу.

Японский метод идентичен методу Кукамяки. Отличие состоит в том, что расстояние между рейками должно быть около 30 м, а станция должна быть в 3 м за рейкой В.

Проверка круглого уровня

Ось круглого уровня должна быть параллельна оси вращения прибора. Прибор приводится в рабочее положение с помощью 3 винтов трегера, чтобы пузырек круглого уровня располагался в центре кольца нуль-пункта.

Прибор поворачивается на 180° вокруг вертикальной оси, при этом пузырек уровня должен остаться в пределах круга нуль-пункта.

Если пузырек уровня вышел за пределы круга, необходимо выполнить юстировку круглого уровня.

Для юстировки круглого уровня выполнить следующее:

1) открутить винт защитной крышки с помощью отвертки и снять крышку;

2) нивелировать прибор с помощью трех винтов трегера (положение 1);

3) повернуть прибор на 180° вокруг вертикальной оси в положение 2;

4) сместить пузырек на половину расстояния отклонения с помощью винтов трегера и на другую половину путем юстировки круглого уровня с помощью 3-х юстировочных винтов;

5) для контроля необходимо повторить эту процедуру и проверить отклонение.

Если юстировка прошла удачно, то необходимо повторить эту процедуру и проверить отклонение.

2.4. Оптический теодолит ЗТ5КП

По существующей классификации различают теодолиты: высокоточные, точные и технической точности.

Теодолит ЗТ5КП – оптический прибор с самоустанавливающимся компенсатором вертикального круга и шкаловым отсчётным микроскопом. Относится к точным оптическим теодолитам с односторонним отсчитыванием по угломерным кругам. Внешний вид теодолита представлен на рисунке 2.12.

Теодолит имеет два круга – вертикальный и горизонтальный.

Вертикальный и горизонтальный круги состоят из лимба и алидады.

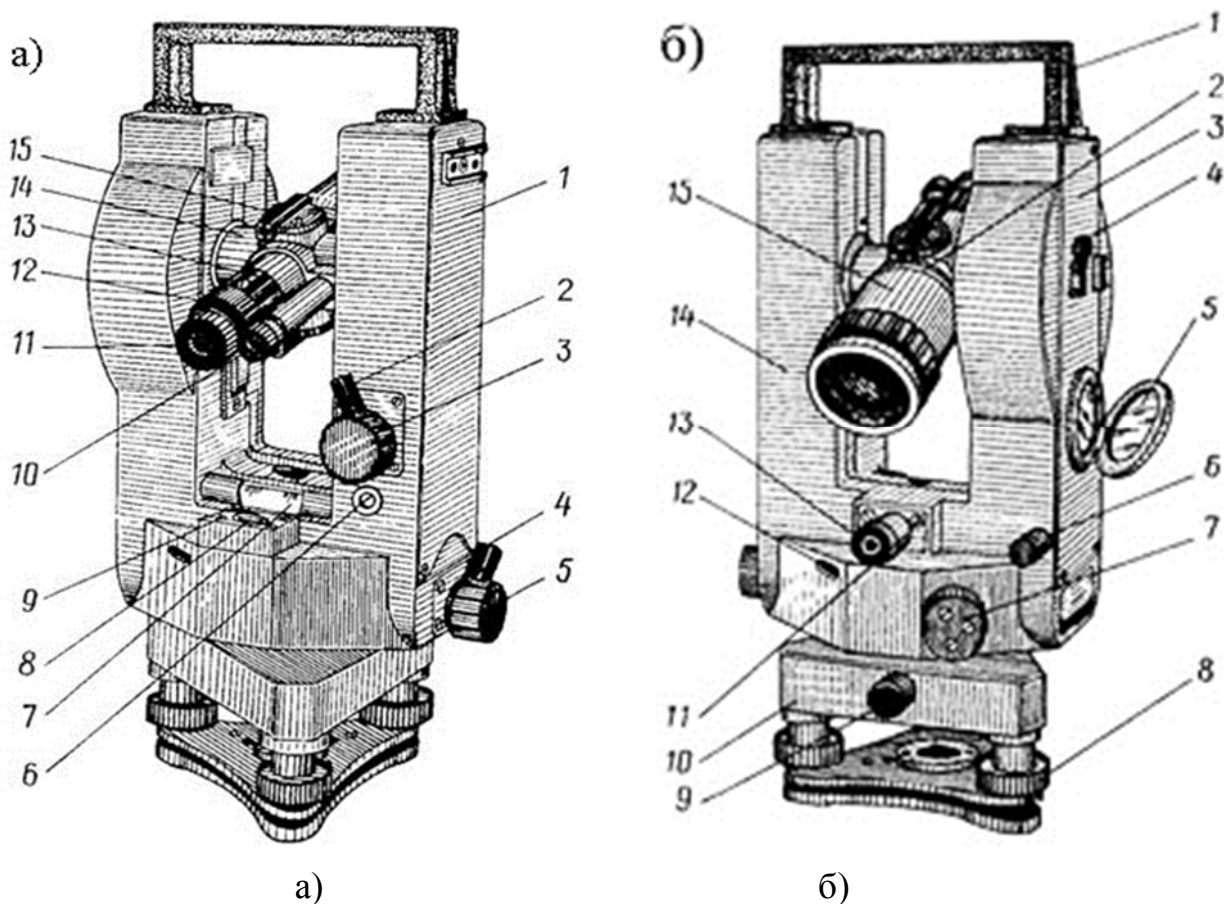


Рис. 2.12. Теодолит ЗТ5КП: а – вид со стороны окуляра: 1 – боковая крышка; 2, 4 – закрепительные винты; 3, 5 – наводящие винты; 6 – юстировочный винт цилиндрического уровня; 7 – цилиндрический уровень; 8 – круглый уровень; 9 – юстировочный винт круглого уровня; 10 – окуляр микроскопа; 11 – окуляр зрительной трубы; 12 – колпачок; 13 – кремальера; 14 – горизонтальная ось; 15 – визир;

б – вид со стороны объектива: 1 – ручка; 2 – клиновое кольцо; 3 – боковая крышка; 4 – пробка; 5 – зеркало; 6 – установочный винт; 7 – рукоятка; 8 – подъемный винт; 9 – закрепительный винт; 10 – подставка (трегер); 11 – винт; 12 – окно круга искателя; 13 – окуляр центрира; 14 – колонка; 15 – зрительная труба

Лимб – рабочая мера прибора в виде круговой шкалы. Цена деления шкалы 1 градус.

Алидада – часть прибора, расположенная соосно с лимбом и несущая элементы отсчетного устройства.

Зрительная труба – визирное устройство прибора, содержащее объектив, окуляр и сетку нитей. Зрительная труба 15 (см. рис. 2.12, б) прямого изображения, обоими концами переводится через

зенит и фокусируется вращением кремальеры 13. Окуляр 11 устанавливается по глазу вращением диоптрийного кольца до появления чёткого изображения штрихов сетки нитей

Сетка нитей – система штрихов, расположенных в плоскости изображения, даваемого объективом зрительной трубы (см. рис. 2.13, в). Основные штрихи предназначены для наведения трубы в горизонтальной и вертикальной плоскостях. *Биссектор* – два штриха сетки нитей, используемые совместно для наведения на визирную цель. *Перекрестье сетки* – точка пересечения основных штрихов сетки нитей или осей, заменяющих их биссекторов. *Дальнономерные штрихи* – штрихи сетки нитей, предназначенные для определения расстояний по рейке.

Подставка 10 (трегер) – нижняя часть прибора, служащая для его установки и горизонтирования.

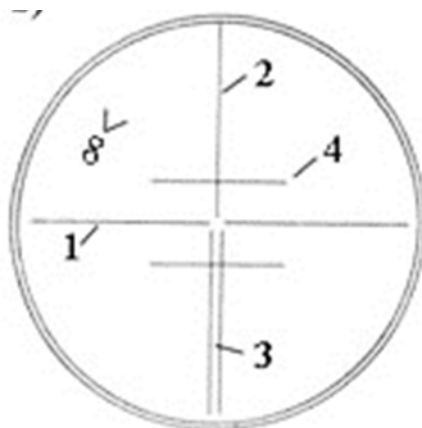


Рис. 2.13. Сетка нитей: 1 – горизонтальная нить; 2 – вертикальная нить; 3 – биссектор; 4 – дальнономерный штрих;

Колонка 15 (см. рис. 2.12, б) – стойка, несущая горизонтальную ось прибора.

Уровни 7, 8 (см. рис. 2.12, а) – устройства, служащие для определения положения прибора и его отдельных узлов относительно отвесной линии.

Коллиматорный визир 15 (см. рис. 2.12, а) предназначен для грубой наводки на цель. При пользовании визиром глаз должен быть на расстоянии 25...30 см от него. Закрепительные винты при этом должны находиться в открепленном состоянии.

Точное наведение зрительной трубы на предмет в горизонтальной плоскости осуществляется наводящим винтом 5 (см. рис. 2.12, а) алидады после её закрепления, а в вертикальной плоскости – наводящим винтом трубы 3 после закрепления соответствующим винтом. Перекрестье сетки нитей должно быть строго совмещено с центром визирной цели.

Изображение штрихов и цифр обоих кругов передается в поле зрения микроскопа (рис. 2.14), окуляр которого устанавливают по глазу до появления четкого изображения шкал вращением диоптрийного кольца. Поворотом и наклоном зеркала достигается оптимальное освещение поля зрения микроскопа.

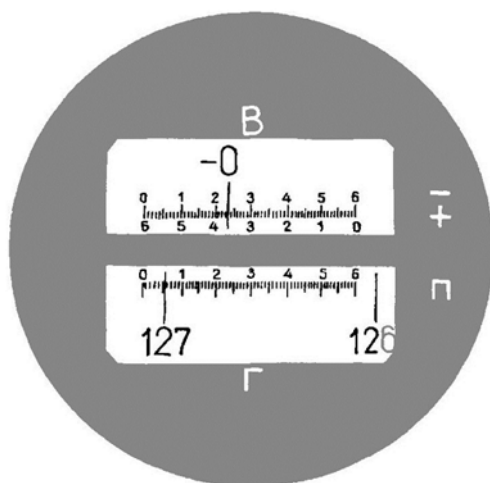


Рис. 2.14. Поле зрения микроскопа

Каждое деление шкалы соответствует одной угловой минуте. Доли деления оцениваются на глаз с округлением до 0,1 интервала. Индексом для отсчёта служит штрих лимба. Погрешность отсчитывания 0,05...0,1 деления шкалы, что соответствует 3...6".

Кроме того, поле зрения отсчётного микроскопа содержит информацию о том, при каком положении теодолита произведен отсчёт. Эта информация содержится в боковых, попеременно закрывающихся окошках с нанесенными на них обозначениями Л (круг слева) и П (круг справа). На рисунке 2.4 изображён отсчёт по вертикальному кругу минус $0^{\circ}23,2''$ и отсчёт по горизонтальному кругу $127^{\circ}05,7''$ при круге справа.

Штатив (рис. 2.15) служит для установки теодолита над точкой местности – вершиной измеряемого угла. Ножки 3 штатива шарнирно соединены с головкой 1. Болтами 2 регулируется их вращение в шарнирах. Высоту штатива изменяют выдвиганием ножек, после чего их закрепляют винтами 4. Наконечники ножек углубляют в грунт, нажимая ногой на их упоры.

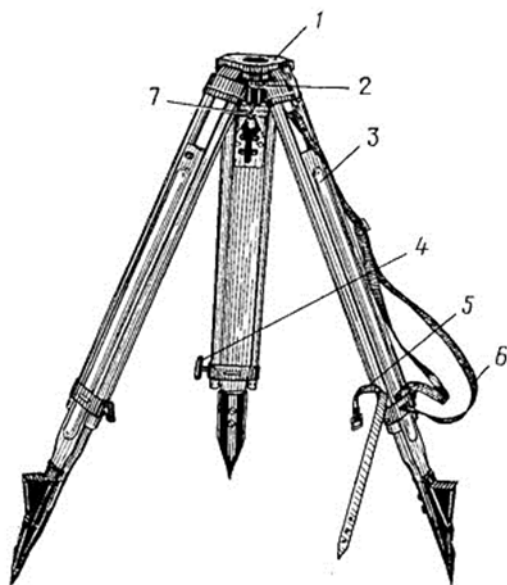


Рис. 2.15. Штатив

Теодолит устанавливают на плоскость головки и закрепляют станковым винтом 7. На крючок внутри винта подвешивают нитяный отвес.

Теодолит может устанавливаться на *тур* – устройство принудительной установки прибора (рис. 2.16). Качество наблюдений с туров намного выше, чем со штативов. Для удобства наблюдения предметов, расположенных под углами более 45° к горизонту, и центрирования теодолита над точкой с помощью зрительной трубы применяют окулярные насадки, надеваемые на окуляры зрительной трубы и отсчетного микроскопа. Окулярная насадка представляет собой призму, изменяющую направление визирной оси на 80° . Призма заключена в оправу, свободно вращающуюся в обойме. Насадка на зрительную трубу снабжена откидным светофильтром для визирования на Солнце.

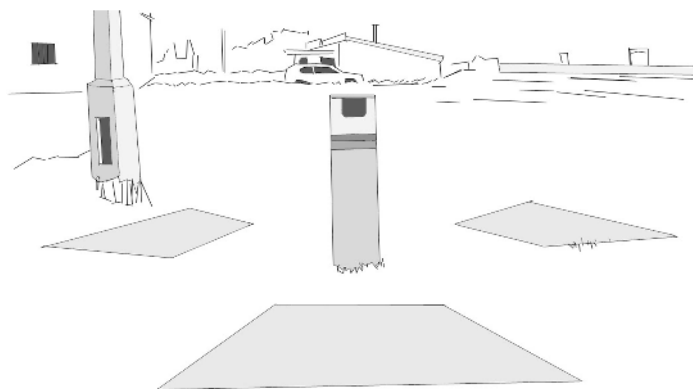


Рис. 2.16. Тур геодезической сети

У теодолита различают следующие оси (рис. 2.17):

- Z–Z – основная ось прибора или, иначе, вертикальная ось или ось вращения алидады горизонтального круга;
- Т–Т – горизонтальная ось или ось вращения зрительной трубы прибора в вертикальной плоскости;
- V–V – визирная ось, т. е. прямая, соединяющая заднюю главную точку объектива зрительной трубы с перекрестием сетки нитей;
- U–U – ось цилиндрического уровня, т. е. прямая, проходящая через нуль-пункт уровня и касательная к дуге продольного сечения ампулы;
- К–К – ось круглого уровня – это нормаль к внутренней поверхности ампулы уровня в точке нуль-пункта.

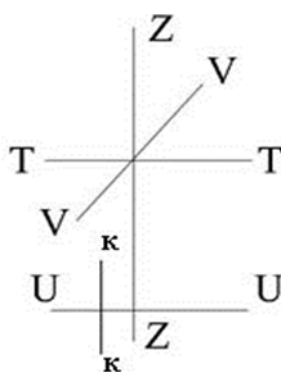


Рис. 2.17. Осевая схема

Взаимное расположение осей теодолита под воздействием различных факторов может изменяться. Проверка взаимного положения осей прибора и приведение их в требуемое соответствие (юстировка) называется *поверкой*.

2.4.1. Способы поверки теодолита ЗТ5КП

Для успешной работы выполняют 8 основных поверок теодолита.

1. Поверка уровней.

Требуемые условия. Ось цилиндрического уровня при алидаде горизонтального круга должна быть перпендикулярна основной оси прибора. Ось круглого уровня должна быть параллельна основной оси прибора.

Проверка условия. Считая уровень поверенным, приводят плоскость лимба в горизонтальное положение. Устанавливают ось цилиндрического уровня параллельно линии двух подъемных винтов и выводят пузырек уровня в нуль-пункт. Затем, вращая прибор вокруг вертикальной оси, поворачивают на 180° к исходному направлению и проверяют положение пузырька уровня.

Порядок исправления. Половину дуги смещения исправляют подъёмными винтами подставки, а другую юстировочным винтом 6 (см. рис. 2.12, а). Для контроля действия повторяют.

Одновременно вводят пузырёк круглого уровня 8 (см. рис. 2.12, а) в пределы малой окружности с помощью юстировочных винтов 9.

2. Поверка визирной оси (первая). Контроль коллимационной ошибки.

Требуемое условие. Визирная ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна горизонтальной оси вращения.

Проверка условия. Выбирают удаленную, хорошо различимую визирную цель. Выполняют визирование на эту цель при двух положениях вертикального круга. Записывают отсчеты по горизонтальному кругу КЛ и КП. Величина коллимационной ошибки вычисляется в виде

$$C_1 = (КЛ_1 - КП_1 \pm 180)/2. \quad (2.8)$$

Далее необходимо освободить закрепительный винт подставки, повернуть теодолит на 180° и снова закрепить его.

При новом положении теодолита по прежней визирной цели определяется второе значение коллимационной ошибки C_2 .

За окончательный результат для первого определения принимается среднее арифметическое значение

$$C = (C_1 + C_2) / 2. \quad (2.9)$$

Для второго определения следует выбрать другую визирную цель. Разность значений коллимационной ошибки из двух определений не должна превышать 15".

Если вычисленное среднее значение коллимационной ошибки превышает 15", то следует исправить положение сетки нитей в горизонтальном направлении.

Порядок исправления. Вычисляют исправленный отсчет по шкале горизонтального круга

$$КП^* = КП_2 - C_{cp}, \text{ или } КЛ^* = КЛ_2 + C_2. \quad (2.10)$$

С помощью наводящего винта алидады на шкале горизонтального круга устанавливается исправленный отсчет. Перекрестье сетки нитей при этом займет положение рядом с визирной целью. Коллимационная ошибка устраняется вращением клинового кольца 2 (см. рис. 2.12, б) юстировочным ключом 1 (рис. 2.18) или смещением сетки нитей горизонтальными юстировочными винтами, расположенными под колпачком 12 (см. рис. 2.12, а).

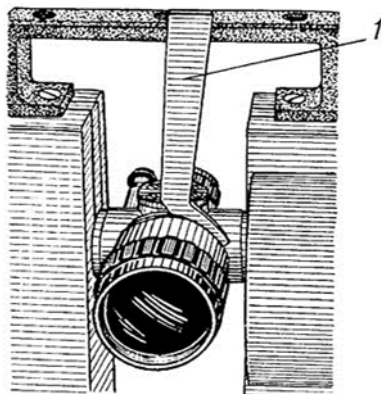


Рис. 2.18. Исправительный ключ

3. Поверка визирной оси (вторая). Контроль места нуля.

Требуемое условие. Место нуля должно быть близко к нулю.

Проверка условия. Выбирают удаленную хорошо различимую цель. Выполняют визирование на эту цель при двух положениях круга. Записывают отсчеты по шкале вертикального круга. Величина места нуля вычисляется по формуле

$$M_0 = (L - R)/2, \quad (2.11)$$

где L – отсчет при круге слева;

R – отсчет при круге справа.

Повторяют определение M_0 по другой визирной цели и находят его среднее арифметическое значение. Разность между значениями M_0 не должна превышать $15''$. Если среднее арифметическое значение M_0 больше $15''$, то рекомендуется его исправление и повторение поверки.

Порядок исправления. Если M_0 превышает двойную точность считывания, то произвести юстировку. Вычислить исправленный отсчет при круге слева по формуле

$$L^* = L - M_0. \quad (2.12)$$

Вращением юстировочного винта, закрытого пробкой 4 (см. рис. 2.12), устанавливают этот отсчёт на лимбе вертикального круга.

При вращении клинового кольца изменяется не только коллимационная ошибка, но и M_0 . Поэтому сначала нужно исправить коллимационную ошибку, а затем M_0 .

4. Поверка наклона сетки нитей.

Требуемое условие. Вертикальная нить сетки нитей должна быть параллельна вертикальной оси прибора.

Проверка условия. Прибор приводится в рабочее положение и производится совмещение вертикальной нити и оси биссектора с нитью подвешенного груза. Если выполнить совмещение в пределах трети ширины биссектора не удастся, то условие считается невыполненным.

Порядок исправления. Для устранения наклона сетки нитей ослабляются четыре крепежных винта окуляра и сам окуляр поворачивается так, чтобы сетка нитей заняла требуемое положение.

5. Поверка горизонтальной оси вращения.

Требуемое условие. Горизонтальная ось вращения зрительной трубы должна быть перпендикулярна основной оси прибора.

Проверка условия. Производится наклонное проецирование высоко расположенной визирной цели на линию горизонта при двух положениях вертикального круга прибора. Положение точек проекций отмечается острым карандашом. Расстояние между точ-

ками не должно превышать 3 мм при их удалении от теодолита на 15 м.

Исправление оси производится в заводских условиях. Кроме того, для теодолита 3Т5КП выполняют две специальные поверки.

6. Поверка положения визирной оси оптического центра.

Требуемое условие. Визирная ось оптического центра должна совпадать с основной осью прибора.

Проверка условия. Теодолит закрепляется на штативе и под штативом укладывается горизонтально белый экран или планшет. Прибор приводится в рабочее положение. След оптического отвеса отмечается карандашом на экране при трёх положениях алидады, отличающихся примерно на 120° . При выполнении условия все три следа должны совпадать либо образовывать треугольник со сторонами не более 0,5...1,0 мм. Если условие не выполнено, то необходима юстировка. Действуя исправительными винтами, расположенными в нижней части хвостовика теодолита, добиваются совмещения визирной оси центра с изображением центра тяжести упомянутого треугольника.

7. Поверка компенсатора отсчётной системы вертикального круга.

Требуемое условие. Компенсатор должен обеспечивать неизменный отсчёт по вертикальному кругу при наклоне основной оси теодолита в коллимационной плоскости на угол $3'$ от среднего положения.

Проверка условия. Теодолит устанавливается на трегер с таким расчётом, чтобы один из подъёмных винтов оказался в коллимационной плоскости. Прибор крепится к штативу и приводится в рабочее положение. Производят отсчёт по шкале вертикального круга и записывают его значение. Вращая подъёмный винт, расположенный в коллимационной плоскости, отслеживают изменение отсчёта по шкале вертикального круга. Максимальное изменение отсчёта должно быть не менее $3'$. Затем подъёмный винт вращают в противоположном направлении и отслеживают изменение отсчёта от исходного значения в другом направлении.

Выявленные нарушения следует исправлять в мастерской.

8. Поверка устойчивости инструментальной системы.

Теодолит при проведении полевых работ, как правило, устанавливается на штатив. В учебных и производственных организациях обычно имеется большое количество штативов различных конструкций и времени использования. С течением времени помимо механических воздействий на элементы конструкции штатива в его материале происходят физико-химические изменения (например, в деревянных штативах древесина высыхает и даёт значительную усадку). За счёт усадки образуются люфты в опорных узлах штатива. В металлических штативах имеются пластмассовые элементы. Старение и разрушение либо снижение прочности пластмасс происходит в течение 6–8 лет. Срок службы штативов, как правило, значительно превышает это время. В последнее время появились штативы с клипсовыми зажимами, которые удобны с точки зрения формального использования, но не гарантируют достаточной жёсткости системы.

Теодолит со штативом устанавливается на какое-либо основание. В лучшем случае это прочный, сухой грунт, в который могут быть вдавлены ножки штатива, либо бетонный монолит. Асфальтовая поверхность хороша только при сравнительно низких температурах. При нагревании происходит движение штатива. Влажные грунты, особенно в осенне-весенний период, подвержены консолидации и ползучести при воздействии ножек штатива. Особенно опасны такие грунты при температуре, близкой к нулю. При работе в помещениях могут возникать трудности за счёт деформаций перекрытий или мягких покрытий пола. Иногда эти деформации настолько значительны, что заметны по движению пузырька уровня при изменении положения наблюдателя.

Кроме основания на положение штатива оказывают влияние другие факторы. К числу значимых относятся солнечное освещение, ветер, вибрации от различных источников.

Большую опасность представляют прямые солнечные лучи, попадающие на прибор, и особенно на ампулу цилиндрического уровня. Поэтому в солнечную погоду обязательно следует использовать топографический зонт.

Проверка устойчивости штатива и подставки

Теодолит на штативе приводят в рабочее положение и наводят зрительную трубу на визирную цель. Прикладывая к головке штатива небольшое крутящее в горизонтальной плоскости усилие, производят смещение сетки нитей с выбранной цели на половину ширины биссектора. После снятия усилия не должно быть остаточных деформаций. Опыт следует повторить, прикладывая усилие в противоположном направлении.

При наличии остаточных деформаций штатива следует попытаться их устранить. Для этого затянуть гаечным ключом болты в шарнирах головки, в наконечниках и винты крепления деревянных стержней ножек в верхней металлической обойме.

Устойчивость подставки можно проверить, если слегка поворачивать её корпус. При недостаточной устойчивости подставки можно отрегулировать ход подъёмных винтов или завинтить три винта, крепящих пружины трегера к основанию подставки, предварительно ослабив гайки, находящиеся между пружиной трегера и основанием подставки.

Для регулирования хода подъёмного винта вывинтить винт на несколько оборотов до совмещения отверстий во втулке и регулировочной гайке. Вставить шпильку в отверстие и, поворачивая гайку, отрегулировать ход подъёмного винта.

2.4.2. Способ приемов для измерения горизонтальных углов

До начала производства измерений на местности должны быть закреплены специальными знаками вершина и стороны измеряемого угла. В зависимости от положения измеряемого угла стороны будут различаться как левая и правая. Если все три пункта есть вершины теодолитного хода, то для измерения правых по ходу горизонтальных углов правая сторона будет задней, а левая – передней по ходу.

Если имеется только два направления, то горизонтальные углы измеряют *способом приемов*. Каждый приём состоит из двух полуприёмов. Если горизонтальные углы измеряются независимо от вертикальных, то допускается выполнять измерения при одном

положении вертикального круга (КЛ), но на различных участках лимба горизонтального круга.

При производстве измерения горизонтального угла способом приемов выполняются следующие операции:

1. Центрирование, совмещение основной оси прибора с вершиной измеряемого угла.
2. Горизонтирование (нивелирование) горизонтального круга.
3. Визирование на правую (заднюю) сторону измеряемого угла, грубое – коллиматорным визиром и точное – наводящими винтами трубы.
4. Производство отсчета по шкале горизонтального круга с записью результата в журнал установленной формы (табл. 2.1). В отдельной графе журнала обязательно составляется схема наблюдений.

Таблица 2.1

Ж У Р Н А Л № 54 от 17 июля 2014 г.

измерения горизонтальных углов способом приёмов

СТАНЦИЯ 2

Схема наблюдений	Точки визиров.	Отсчеты по гор. кругу	Измеренный угол В	Ср. значение угла В
	1-й полуприём			116° 45,5 ¹
	1	121° 50 ¹	116° 45 ¹	
	3	5° 05 ¹		
	2-й полуприём			116° 46 ¹
1	307° 52 ¹	116° 46 ¹		
3	191° 06 ¹			

5. Наблюдение левой стороны (передней) измеряемого угла с записью в журнал.

6. Завершение полуприема. Вычисление значения измеренного угла и запись его в журнал.

7. Подготавливается второй полуприем. Ориентирование лимба горизонтального круга изменяется на несколько градусов с

помощью рукоятки перевода лимба. Если необходимо, труба переводится через зенит.

8. Выполняется второй полуприем. Повторяются операции по п. 3–6.

Вычисляются значения горизонтального угла из второго полуприёма и записываются в журнал.

9. Если различие значений для двух полуприемов не превышает двойной точности считывания, то из двух результатов находится среднее значение, которое и записывается в журнал.

10. Если условие п. 9 не выполнено, то вся проведенная по пп. 3–9 работа бракуется и журнал перечеркивается.

Для повторных наблюдений необходимо изменить положение прибора.

2.4.3. Измерение горизонтальных углов способом круговых приёмов

Способ круговых приёмов был предложен в 1816 г. русским учёным Василием Яковлевичем Струве, получил широкое признание во многих странах мира и с успехом применяется в геодезии.

Способ круговых приёмов позволяет выражать результаты наблюдений в виде измеренных горизонтальных направлений. Возможные горизонтальные углы в точке наблюдений могут быть при этом вычислены как разности направлений.

Перед началом наблюдений следует убедиться в устойчивости инструментальной системы, защитить прибор от воздействия солнечных лучей и ветра. Затем следует составить программу наблюдений. Для этого необходимо разыскать все пункты, подлежащие наблюдению, и записать на схеме их направления с точностью до минуты. За начальное направление (первый пункт) принимается удалённый, хорошо видимый пункт.

Наблюдения выполняются при неподвижном лимбе теодолита. При вращении алидады по ходу часовой стрелки биссектор сетки нитей трубы последовательно наводится на первый, второй, ..., последний, и снова на первый. Возврат к первому наблюдаемому пункту называется «замыкание горизонта». При наведении на каждый пункт производят отсчёт по шкале горизонтального круга и

результат записывают в специальный журнал (табл. 2.2). Это будет первый полуприём.

Наведение биссектора сетки нитей на визирную цель выполняют только ввинчиванием наводящего винта алидады. Перед каждым полуприёмом алидаду вращают по направлению её движения в данном полуприёме.

Таблица 2.2

Ж У Р Н А Л

измерения горизонтальных направлений
способом круговых приёмов

Пункт: «С»

Теодолит 3Т5КП № 67379

Дата 13.06.2013

Начало – 12 ч 00 мин, конец – 13 ч 58 мин

Погода: ясно

Наблюдали и записывали ст. гр. ГК-01

Наблюдаемые направления	Круг	Отсчёты		2с, мин	Средние измерения направления	Направления, приведенные к нулю
		градусы	мин			
1	2	3	4	5	6	7
Приём 1						
S	КЛ	000	00,4	0,4	00 00,20'	0
	КП	180	00,0			
1	КЛ	044	33,2	0,2	-0,02	44°32,88'
	КП	224	33,0		44°33,10'	
2	КЛ	044	50,9	0,4	-0,03	44°50,47'
	КП	224	50,5		44°50,70'	
S	КЛ	000	00,5	0,5	-0,05	0
	КП	180	00,0		00°00,25'	
Незамыкание горизонта: $\Delta_{\text{КЛ}}=0,1$; $\Delta_{\text{КП}}=0$; $\Delta_{\text{ср}}=0,05$						
Приём 2						
S	КЛ	045	14,8	0,8	45°14,40'	0
	КП	225	14,0			
1	КЛ	089	47,7	0,6	-0,02	44°32,98'
	КП	269	47,1		89°47,40'	
2	КЛ	090	05,2	0,9	-0,03	44°50,32'
	КП	270	04,3		90°04,75'	
S	КЛ	045	14,8	0,7	-0,05	0
	КП	225	14,1		45°14,45'	
Незамыкание горизонта: $\Delta_{\text{КЛ}}=0$; $\Delta_{\text{КП}}=0,1$; $\Delta_{\text{ср}}=0,05$						

Окончание 2.2

Наблюдаемые направления	Круг	Отсчёты		2с, мин	Средние измерения направления	Направления, приведенные к нулю
		градусы	мин			
Приём 3						
S	КЛ	090	34,6	0,8	90°34,20'	0
	КП	270	33,8			
1	КЛ	135	07,6	1,0	+0,03	44°32,93'
	КП	315	06,6		135°07,10'	
2	КЛ	135	25,0	1,0	+0,06	44°50,36'
	КП	315	24,0		135°24,50'	
S	КЛ	090	34,4	0,6	+0,10	0
	КП	270	33,8		90°34,10'	
Незамыкание горизонта: $\Delta_{\text{КЛ}} = -0,2$; $\Delta_{\text{КП}} = 0$; $\Delta_{\text{ср}} = -0,10$						
Приём 4						
S	КЛ	135	41,3	0,8	135°40,90'	0
	КП	315	40,5			
1	КЛ	180	14,2	0,9	+0,02	44°32,87'
	КП	000	13,3		180°13,75'	
2	КЛ	180	31,9	1,1	+0,03	44°50,48'
	КП	000	30,8		180°31,35'	
S	КЛ	135	41,4	1,1	+0,05	0
	КП	315	40,3		135°40,85	
Незамыкание горизонта: $\Delta_{\text{КЛ}} = 0,1$; $\Delta_{\text{КП}} = -0,2$; $\Delta_{\text{ср}} = -0,05$						
1	2	3	4	5	6	7

Во втором полуприёме трубу переводят через зенит и, вращая алидаду против часовой стрелки, наводят биссектор на те же пункты, но в обратной последовательности: на первый, последний, предпоследний, ..., на первый.

Два полуприёма образуют один приём.

В зависимости от требуемой точности число приёмов может быть различным.

Между приёмами лимб передвигают на угол

$$\sigma = 180/m + c1, \tag{2.13}$$

где m – число приёмов,

$c1$ – цена деления шкалы или кратно ей.

В процессе наблюдений необходимо осуществлять три полевых контроля. При соблюдении требуемых условий полевых контролей производят уравнивание результатов наблюдений. Если условия не соблюдаются, то требуются повторные наблюдения.

Первый полевой контроль. Отклонение в замыкании горизонта не должно быть более двойной точности считывания по шкале круга, т. е. для теодолита 3Т5КП это будет 0,2'.

Второй полевой контроль. Колебание 2с (двойной коллимационной ошибки) не должно превышать 0,5'.

Третий полевой контроль. Вычисленные по каждому приёму значения одноимённых направлений, приведенные к нулю, не должны различаться более, чем на 0,2'.

По окончании наблюдений на станции и вычисления направлений, приведенных к нулю, составляется свод результатов наблюдений и выполняется оценка точности результатов (табл. 3.3).

Таблица 2.3

Свод результатов наблюдения
горизонтальных направлений на пункте «С»

Приёмы	Направления					
	S		1		2	
	знач.	v	знач.	v	знач.	v
1	0	0	44°32,88'	-0,04	44°50,47'	+0,07
2	0	0	,98	+0,06	,32	-0,08
3	0	0	,93	+0,01	,35	-0,05
4	0	0	,87	-0,05	,48	+0,08
Среднее	0	0	44°32,92'		44°50,40	
[(+v)]				+0,07		+0,15
[(-v)]				-0,09		-0,13
Средняя квадратическая погрешность направления: Из 1-го приёма $\mu = k \sum v /n = 0,36 \times 0,44/3 = 0,05'$ $k = 1,25/(\sqrt{m(m-1)}) = 0,36$ из 4-х приёмов $M = \mu/\sqrt{m} = 0,05/\sqrt{4} = 0,025' = 1,6''$						

Для каждого направления, приведенного к нулю, находятся среднее значение из всех приёмов и отклонения от него v . Алгебраическая сумма отклонений в пределах точности округлений должна стремиться к нулю.

Среднюю квадратическую погрешность измеренного направления из одного приёма определяют по формуле Петерса в виде

$$\mu = k \sum |v|/n; \quad k = 1,25/(\sqrt{m(m-1)}), \quad (2.14)$$

где n – число наблюдаемых направлений.

Средняя квадратическая погрешность направления на станции из m приёмов:

$$M = \mu/\sqrt{m}. \quad (2.15)$$

По средней квадратической ошибке оценивается доверительный интервал.

2.4.3. Измерение вертикальных углов в теодолитном ходе и при тригонометрическом нивелировании

Углы наклона линий к горизонту (вертикальные углы) необходимо знать для определения горизонтальных проложений этих линий. Запись результатов наблюдений производится в отдельный журнал (табл. 2.4). Для производства измерений визирная цель закрепляется на вехе на высоте прибора. Эту цель следует использовать для совмещения с горизонтальной нитью. Вертикальная нить или ось биссектора должны совмещаться с основанием вехи. Углы наклона целесообразно измерять совместно с горизонтальными углами.

Таблица 2.4

ЖУРНАЛ № 55 от 17 июля 2014 г. измерения углов наклона линий

Станция	Точки хода	Отсчеты по вертикальному кругу		МО	Угол наклона линии
		круг лево L	круг право R		
2	1	6° 20 ¹	6° 15,2 ¹	2,4 ¹	6° 17,6 ¹
	3	-2° 35,4 ¹	-2° 40 ¹ 2,3 ¹	-2° 37,7 ¹	
	МО _{ср} = 2,35 ¹				

Отсчеты по шкале вертикального круга для положения круг слева L и для положения круг справа R производятся совместно с отсчетами по шкале горизонтального круга. Контроль на станции

выполняется по завершении всего приема. Показателем контроля служит постоянство места нуля прибора.

Вторым показателем контроля измерений вертикальных углов служит сравнение значений углов наклона линий в прямом и обратном направлениях.

Следует отметить, что точность измерения вертикальных углов несколько ниже, чем горизонтальных, кроме того, точность вычисления поправки за наклон линии к горизонту не требует значительной точности аргумента. Поэтому допуск при контроле результатов измерения вертикальных углов может быть менее жестким, чем при контроле горизонтальных.

При тригонометрическом нивелировании, когда определяется превышение непосредственно между визирными целями, точность результатов может быть повышена за счёт увеличения числа наблюдений.

2.5. Электронный тахеометр TS-02

Этот прибор находит всё большее применение в геодезической практике в силу своей универсальности и высокой технологичности. Высокая стоимость прибора будет окупаться в том случае, если все его потенциальные возможности будут реализованы на каждом земельном участке или в кадастровом районе. Имеется в виду организация и проведение работ по реконструкции городских и сельских геодезических сетей.

Электронный тахеометр позволяет проводить угловые измерения с точностью 5" и линейные с точностью 1,5 мм + 2 ppm на отражатель и с точностью 2 мм + 2 ppm на любую поверхность. Дальность измерений без отражателя 500 м, а с отражателем – 3,5 км.

Автоматическая система прибора способна вводить различные поправки в результаты измерений.

Возможна визуализация направления визирования и положения оси вращения тахеометра с помощью лазеров. Это значительно облегчает производство работ.

Вся полевая информация записывается во внутреннюю память, которая может быть перенесена в компьютер.

Прибор способен выполнять вычислительные операции с помощью программного обеспечения.

Внешний вид прибора приведен на рисунке 2.19.

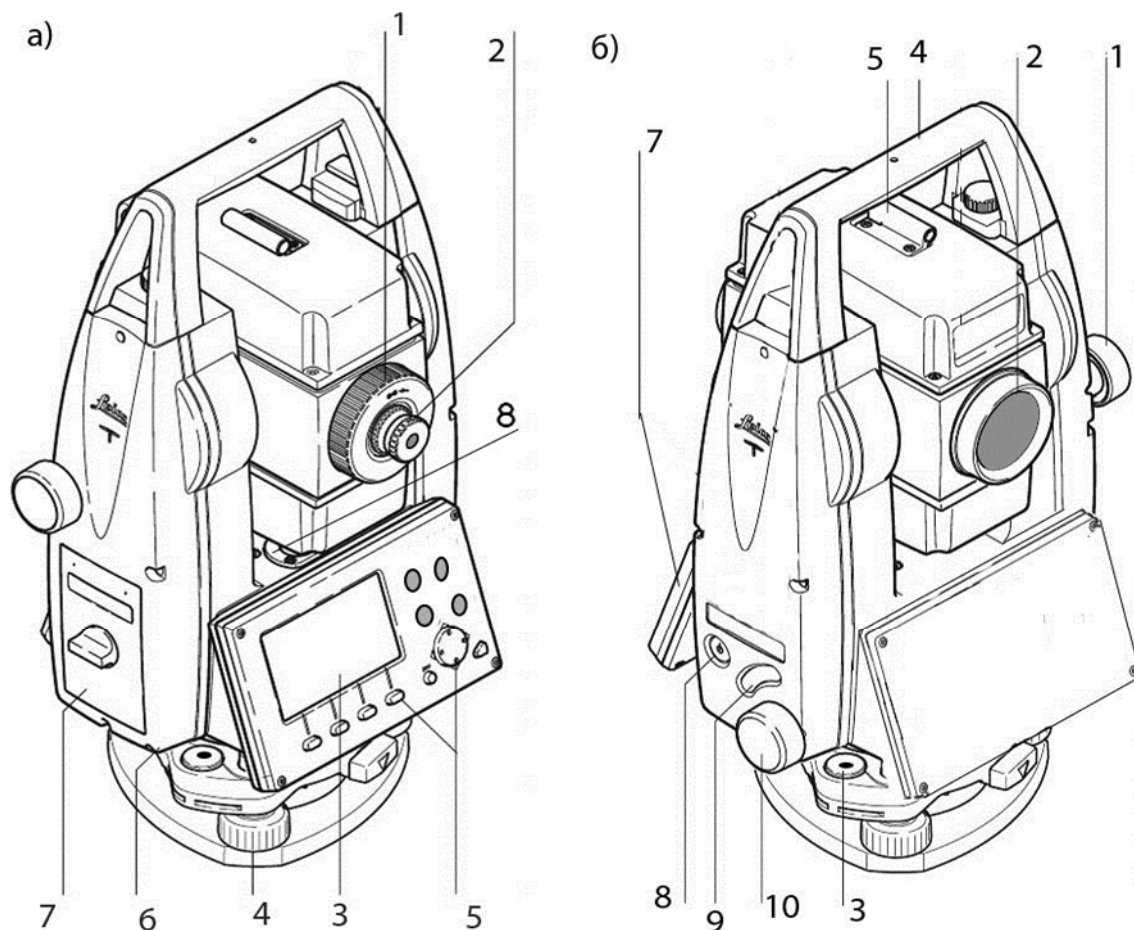


Рис. 2.19. Внешний вид электронного тахеометра TS-02:

- а – вид со стороны окуляра: 1, 2 – фокусирующее кольцо объектива и окуляра соответственно; 3 – дисплей; 4 – подъёмный винт;
 5 – клавиатура; 6 – порт RS232; 7 – крышка аккумуляторного отсека;
 8 – круглый уровень; б – вид со стороны объектива:
 1, 10 – микрометрический винт вертикального круга и горизонтального круга соответственно; 2 – объектив со встроенным дальномером (EDM), выход лазерного луча; 3 – круглый уровень трегера;
 4 – съёмная транспортировочная ручка; 5 – коллиматорный визир;
 6 – трегер; 7 – дисплей с клавиатурой; 8 – кнопка включения; 9 – триггер

Прибор не имеет закрепительных винтов. Фиксация трубы осуществляется за счёт трения. Наводящие винты в работе находятся постоянно. Предварительная установка прибора производится по круглому уровню 3 трегера (рис 2.19, б) или прибора 8 (рис.

2.19, а). Для точной установки прибора служит электронный уровень.



Рис. 2.20. Изображения на дисплее:

1 – наименование окна; 2 – полоска выбора (активное окно); 3 – иконки статуса (стандартная призма, заряд 100%, компенсатор включен, с отражателем, круг лево); 4 – строки (поля); 5 – дисплейные клавиши

Поэтапные операции с прибором:

1. Выдвинуть ножки штатива на удобную длину. Установить штатив в более-менее центрированное положение над твердой точкой.

2. Установить на штатив тахеометр с трегером в надежном положении.

3. Включить инструмент. Если в его настройках задана коррекция наклона по одной или двум осям, то лазерный отвес включится автоматически, а на дисплее (рис. 2.20) появится окно «Уровень/Отвес». В других ситуациях нажать на кнопку FNC (рис. 2.21) из того приложения, которое на данный момент активно, и выбрать «Уровень/Отвес».

4. Изменяя положение ножек штатива и вращая подъемные винты, навести пятно лазерного отвеса на точку на земле.

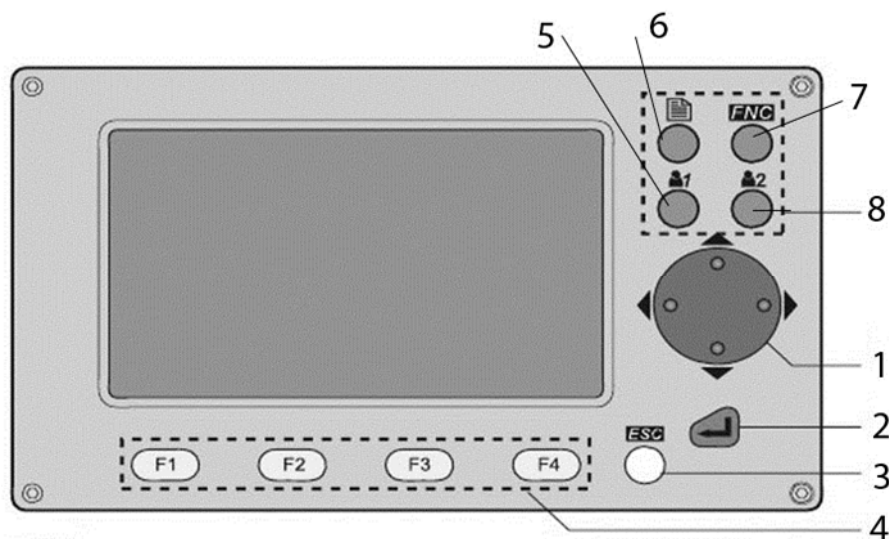


Рис. 2.21. Клавиатура панели управления:

- 1 – навигатор; 2 – кнопка ENTER; 3 – кнопка ESC; 4 – клавиши, которым прописаны определённые функции (они прописаны в нижней части дисплея); 5 – пользовательская клавиша 1 (можно прописать нужную функцию в FNSmenu); 6 – переход от одной страницы окна к другой; 7 – кнопка FNS (быстрый доступ к операциям измерения); 8 – пользовательская клавиша 2

5. Работая ножками штатива, привести в нуль-пункт круглый уровень 3 (см. рис. 2.19, б).

6. Вращением подъемных винтов точно отгоризонтировать тахеометр по электронному уровню.

7. Точно отцентрировать тахеометр над точкой, передвигая трегер по головке штатива.

8. Повторить шаги 6 и 7 до достижения точного центрирования и нивелирования тахеометра.

2.5.1. Поверки электронного тахеометра TS-02

Инструменты фирмы Leica Geosystems разрабатываются, производятся и юстируются для обеспечения наивысшего качества измерений. Однако резкие перепады температуры, сотрясения и удары способны вызвать изменения юстировок и понизить точность измерений. По этой причине настоятельно рекомендуется периодически выполнять поверки и юстировки. Их можно выполнять в полевых условиях, соблюдая описанные далее процедуры. Эти процедуры сопровождаются подробными инструкциями, которым

нужно неукоснительно следовать. Некоторые инструментальные погрешности могут юстироваться механическим путем.

С помощью электроники можно поверять и юстировать перечисленные ниже инструментальные погрешности:

- коллимационная ошибка;
- место нуля и электронный уровень;
- погрешность положения оси вращения трубы.

Для проведения этих поверок потребуется проводить измерения при двух кругах, начать которые можно при любом круге.

Механически можно юстировать: круглый уровень инструмента и трегера, лазерный отвес, винты штатива.

Перед выпуском тахеометра инструментальные погрешности определяются и приводятся к нулю в заводских условиях. Как уже отмечалось, значения этих погрешностей изменяются во времени, поэтому настоятельно рекомендуется заново определять их в следующих ситуациях:

- перед первым использованием тахеометра;
- перед выполнением работ особо высокой точности;
- после длительной транспортировки;
- после длительных периодов работы или складирования;
- если окружающая температура и температура, при которой проводилась последняя калибровка, различаются более чем на 10°C.

До проведения поверок инструментальных погрешностей необходимо тщательно отгоризонтировать тахеометр по электронному уровню. Первым после включения тахеометра на дисплее появляется окно «Уровень/Отвес» (рис. 2.20).

Трегер, штатив и место установки должны быть очень устойчивыми и не подвергаться вибрациям и другим внешним воздействиям.

Тахеометр нужно защищать от прямых солнечных лучей для исключения его одностороннего нагрева.

Перед началом поверок необходимо дать тахеометру время на восприятие окружающей температуры. На каждый градус разницы между температурой хранения и текущей температурой требуется около двух минут. Рекомендуется отводить на температурную адаптацию не менее 15 минут.

Поверки коллимационной ошибки и места нуля

Влияние этой ошибки на результаты измерения горизонтальных углов возрастает с увеличением значения вертикального угла.

1. Выберите «ИНСТРУМ» в окне «ГЛАВНОЕ МЕНЮ».

2. Выберите «Юстир.» в окне «МЕНЮ ИНСТРУМЕНТОВ»

Опции:

«Коллимация», или «Место нуля».

Операции по поверке и юстировке коллимационной ошибки и места нуля, а также условия, в которых они должны проводиться, идентичны. По этой причине далее они будут описаны только один раз.

1. Отгоризонтировать тахеометр по электронному уровню.

2. Навести трубу на точку, находящуюся от инструмента на расстоянии порядка 100 м и не более 5° от горизонтальной плоскости.

3. Нажать на REC для измерений на выбранную точку.

4. Сменить круг и повторить измерения на ту же точку. Для контроля качества наведения на дисплей будут выводиться разности отсчетов по горизонтальному и вертикальному кругам.

5. Нажать на «REC» для измерений на выбранную точку. Прежние и вновь полученные значения будут выведены на дисплей.

6. Далее нажать на «ДОП.» для выполнения еще одного приема измерений на ту же самую точку. Окончательные значения погрешностей будут вычисляться как средние по всем выполненным приемам.

Нажать на «ОК» для записи новых значений или на «ESC» для выхода из процесса поверок без сохранения полученных результатов.

Юстировка положения оси вращения трубы

Погрешность положения оси вращения зрительной трубы связана с отклонением этой оси от перпендикуляра к оси вращения инструмента. Она влияет на точность измерения горизонтальных углов. Для определения величины этой погрешности нужно выполнить измерения на точку, которая находится под значительным углом от горизонтальной плоскости (выше или ниже этой плоскости).

До выполнения данной поверки необходимо определить величину коллимационной ошибки.

1. Выбрать «ИНСТРУМ» в окне «ГЛАВНОЕ МЕНЮ».
2. Выбать «Юстир.» в окне «МЕНЮ ИНСТРУМЕНТОВ».
3. Нажать на «Ось вращения трубы».

Далее выполняются следующие действия.

1. Отгоризонтировать тахеометр по электронному уровню.
2. Навести на точку, расположенную на расстоянии порядка 100 м от инструмента, вертикальный угол на которую составляет минимум 27° (30 град).

3. Нажать на «РЕС» для измерений на выбранную точку.
4. Сменить круг и повторить измерения на ту же точку.
5. Нажать на «РЕС» для измерений на выбранную точку.
6. Далее нажать на «ДОП.» для выполнения еще одного приема измерений на ту же самую точку. Окончательные значения погрешностей будут вычисляться как средние по всем выполненным приемам.

Нажать на ОК для записи новых значений или на ESC для выхода из процесса поверок без сохранения полученных результатов.

Юстировка круглого уровня тахеометра и трегера

1. Закрепить трегер на штативе и установить на него тахеометр.

2. С помощью подъемных винтов отгоризонтировать инструмент по электронному уровню. Включить инструмент. Если в его настройках задана коррекция наклона по одной или двум осям, то лазерный отвес включится автоматически, а на дисплее появится окно «Уровень/Отвес». Можно также нажать на «FNC» из любого запущенного приложения и выбрать «Уровень/Отвес».

3. Пузырьки круглых уровней тахеометра и трегера должны быть в нуль-пункте. Если пузырек какого-либо из круглых уровней не находится в нуль-пункте, то выполнить следующее:

1) инструмент: если пузырек выходит за пределы круга, с помощью торцевого ключа вращать юстировочные винты до приведения пузырька в нуль-пункт;

2) трегер: если пузырек выходит за пределы круга, с помощью юстировочных шпилек привести его в нуль пункт. Вращение юстировочных винтов:

– влево: пузырек будет перемещаться по направлению к юстировочному винту;

– вправо: пузырек будет перемещаться по направлению от юстировочного винта.

4. Повторять шаг 3 до тех пор, пока оба уровня не будут приведены в нуль-пункт без необходимости дальнейшей юстировки.

После завершения юстировки винты должны быть плотно затянуты.

Проверка лазерного отвеса

Лазерный отвес встроен в ось вращения тахеометра. При нормальных условиях эксплуатации не требуется выполнять юстировку лазерного отвеса. Если же по каким-либо причинам возникнет необходимость его юстировки, то тахеометр следует передать в авторизованный сервисный центр Leica.

1. Установить штатив с тахеометром на высоте порядка 1,5 м от земли и отгоризонтировать его.

2. Включить инструмент. Если в его настройках задана коррекция наклона по одной или двум осям, то лазерный отвес включится автоматически, а на дисплее появится окно «Уровень/Отвес». В других ситуациях нажать на кнопку «FNC» из того приложения, которое на данный момент активно, и выбрать «Уровень/Отвес». Проверка лазерного отвеса должна проводиться с использованием хорошо освещенного и горизонтально размещенного объекта (например, листа белой бумаги).

3. Отметить положение центра красного лазерного пятна.

4. Медленно повернуть тахеометр на 360° , следя при этом за смещениями лазерного пятна.

Максимально допустимый диаметр описываемого пятном круга не должен превышать 3 мм при высоте инструмента порядка 1,5 м.

5. Если центр лазерного пятна описывает значительную по диаметру окружность или сдвигается от его начально отмеченного положения более чем на 3 мм, то необходимо выполнить юстировку в сервисном центре.

В зависимости от условий освещенности и типа поверхности диаметр лазерной точки может быть различным. При высоте инструмента около 1,5 м этот диаметр должен быть около 2,5 мм.

Вопросы для самопроверки

1. С какой целью определяются горизонтальные проложения и превышения?
2. Каким прибором измеряют превышения?
3. Как определить превышения через высотные отметки?
4. Из каких элементов состоит лазерный прибор DISTO D5?
5. С какой целью DISTO D5 имеет датчик наклона?
6. Для чего нужна калибровка датчика наклона и как её выполнить?
7. Для каких целей предназначен адаптер LSA-360?
8. С помощью каких устройств можно произвести крепление лазерного прибора DISTO D5 к геодезическому штативу?
9. В какой последовательности производится измерение превышений цифровым нивелиром Trimble DiNi?
10. Как произвести автоматическую юстировку нивелира Trimble DiNi?
11. Как образуется коллимационная плоскость при измерении горизонтальных углов?
12. По каким формулам можно вычислить горизонтальный угол?
13. Что в геодезии понимают под вертикальным углом?
14. Что означает термин «зенитное расстояние»?
15. Как привести теодолит 3Т5КП в рабочее положение?
16. Как пользоваться коллиматорным визиром?
17. Как проверить устойчивости инструментальной системы теодолита 3Т5КП?
18. Что такое место нуля теодолита 3Т5КП и как его определить?
19. Как измерить горизонтальный угол способом приёмов?
20. В каких случаях используется способ круговых приёмов?
21. Как производится уравнивание направлений в способе круговых приёмов?
22. По каким причинам могут быть отрицательные результаты полевых контролей в способе круговых приёмов?
23. Как выполнить свод результатов наблюдений направлений способом круговых приёмов?

-
24. Как обеспечивается полевой контроль измерения вертикальных углов?
 25. Как привести в рабочее положение электронный тахеометр TS-02?
 26. Какие элементы электронного тахеометра TS-02 можно выделить по функциональным признакам?
 27. Какие поэтапные операции можно выделить при работе с прибором TS-02.
 28. Как выполнять поверки TS-02?
 29. Как определить коллимационную ошибку и место нуля TS-02?
 30. Как произвести юстировку положения оси вращения трубы TS-02?
 31. Как произвести юстировку круглого уровня тахеометра TS-02 и трегера?
 32. Как произвести поверки лазерного отвеса тахеометра TS-02?

Глава 3. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛОЖЕНИЯ

Определение положения жестких предметов с использованием надежных геодезических средств требует анализа теоретических основ обработки наблюдений. При математической постановке геодезических задач должны рассматриваться все возможные множества решений.

3.1. Понятие положения

Исследуем этимологическое значение слова «положение». Если обратиться к различным словарям, то можно найти следующее.

В толковом словаре Ушакова находим: «ПОЛОЖЕНИЕ – положения, ср. 1. Местонахождение, расположение в пространстве. Положение луны при затмении солнца. Определить положение корабля. Дивизия заняла наиболее выгодное положение. Установить часы в строго вертикальном положении. 2. Поза; особая...»¹.

Толковый словарь Ожегова даёт такой смысл: «ПОЛОЖЕНИЕ — ПОЛОЖЕНИЕ, я, ср. 1. Местонахождение в пространстве. Определить п. судна. 2. Расположение, постановка тела или частей его, поза. П. рук при упоре. В сидячем положении. 3. Состояние кого чего-н., сложившиеся обстоятельства. Тяжелое п. в семье...»².

Энциклопедический словарь Ф. А. Брокгауза и И. А. Эфрона даёт следующую характеристику: «Положение – в нашем законодательстве понятие довольно неопределенное; этим термином означаетя как совокупность правил, относящихся к устройству и способам деятельности правительственных установлений, так и совокупность правил о том или другом сословном или...»³.

И наконец, Большая советская энциклопедия: «Положение – в советском праве, нормативный акт, имеющий сводный, кодификационный характер и определяющий структуру, функции, компетенцию государственного органа или системы органов (например, Положение о Верховном Суде СССР, Общее положение о.)»⁴.

¹ URL: <http://ushakovdictionary.ru/word.php?wordid=53098>.

² URL: <http://enc-dic.com/ozhegov/Polozhenie-24820.html>.

³ URL: http://slovari.bibliofond.ru/brokgauz_efron_word.

⁴ URL: <http://www.big-soviet.ru/561/62250/>.

Приведенные выдержки показывают, что этимологическое значение слова весьма размыто. Но изначально в русском языке имеет смысл «местонахождение в пространстве».

Посмотрим перевод этого слова на другие языки (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Перевод слова положение на иностранные языки

Английский	Немецкий	Итальянский	Французский	Испанский
situation position provisions provision regulations	Lage	Situazione	position situation thèse	posición regulación situación condición tesis cláusula

В трёх языках из пяти европейских присутствует слово *position* (*posición*). В четырёх языках из пяти рассмотренных присутствует термин *situation*. В русском языке в геодезической литературе используется термин «*ситуация*» (совокупность местных предметов), что имеет явно другой смысл, чем слово *положение*.

В настоящее время в международных масштабах используется система GPS (Global Positional System). Учитывая международное значение слов, можно перевести «система глобального позиционирования».

Таким образом, в современной технической литературе можно использовать слова синонимы *положение* и *позиционирование* для обозначения местонахождения в пространстве.

Проанализируем понятие «положение» с геометрической точки зрения. Для характеристики геометрических тел применяются различные меры. Так, пространственное тело имеет объём. Характеристика поверхности – площадь. Мера линии – длина. Когда ведут речь о положении объекта, то по умолчанию его представляют как абстрактную материальную или математическую точку. Геометрическая мера точки – это положение, которое задаётся в какой-либо системе координат.

3.2. Декартовы системы координат

Размеры земельных участков и даже целых кадастровых кварталов на землях поселений таковы, что кривизной Земли (эллипсоида) можно пренебречь и с успехом использовать трёхмерную декартову систему координат.

Как известно из курса алгебры, векторное пространство над полем действительных чисел (или просто векторное пространство) есть непустое множество V элементов, называемых векторами ($\bar{a}, \bar{b}, \bar{c} \dots$), на котором определены операции сложения векторов и умножения векторов на действительные числа.

Пусть V – векторное пространство n измерений над полем действительных чисел, а E – непустое множество, элементы которого назовем точками. Предполагаем, что задано отображение $\sigma: E \times E \rightarrow V$, т. е. каждой упорядоченной паре точек A, B из E поставлен в соответствие определенный вектор из V , который обозначим через \overline{AB} . Множество E называется *аффинным n -мерным пространством* над векторным пространством V n -измерений, если выполнены две аксиомы Вейля:

- 1) для каждой точки A из E и произвольного вектора \bar{p} из V существует одна и только одна точка X , такая, что $\overline{AX} = \bar{p}$;
- 2) для любых точек A, B и C выполняется равенство $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$ (аксиома треугольника).

Аффинное n -мерное пространство обозначим через A_n .

Возьмем какую-нибудь точку O пространства A_3 и произвольный базис $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ пространства V . Множество, состоящее из точки O и базиса $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$, называется *аффинным репером* пространства A_3 и обозначается $RpA(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$. Точку O называют началом координат, а векторы $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ – координатными векторами или ортами.

Пусть M – произвольная точка пространства A_3 , в котором задана аффинная система координат репером $RpA(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$. Разложим радиус-вектор \overline{OM} точки M по базису $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$:

$$\overline{OM} = x^1 \bar{e}_1 + x^2 \bar{e}_2 + x^3 \bar{e}_3. \quad (3.1)$$

Числа K_{1M}, K_{2M} и K_{3M} называются *координатами точки M* в системе координат репера, пишут $M(x^1, x^2, x^3)$. Таким образом, ко-

ординатами точки M в системе координат $O\overline{e_1}\overline{e_2}\overline{e_3}$ называются координаты радиуса-вектора этой точки в базисе $\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3}$ [2].

Декартова система координат есть аффинная система координат, заданная репером $RpA(O, \overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3})$.

Возможны различные представления декартовой системы.

Если координатные векторы ортонормированы, то это прямоугольная система, иначе косоугольная.

Связка координатных векторов может быть образована различными сочетаниями:

1) если при вращении от первого орта ко второму направление третьего орта образуется по правилу правого винта, то это правая система;

2) если по правилу левого винта, то левая система.

В классической геодезии применяется левая прямоугольная система. Это связано с направлением движения Солнца в северном полушарии, по ходу часовой стрелки. В левой системе положительное направление отсчёта углов как раз по ходу часовой стрелки. По ходу часовой стрелки градуированы горизонтальные круги теодолитов. Надо сказать, что левая система это не догма. Возможна и правая система. Так, например, в электронных теодолитах возможно переключение направления шкалы горизонтального круга.

С точки зрения аналитической геометрии имеется своя интерпретация координат. Точка – пересечение трёх плоскостей. Для прямоугольной системы координат с осями K_1, K_2, K_3 уравнения плоскостей, параллельных плоскостям проекций, выглядят в виде

$$K_i = c_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (3.2)$$

где c_i – некоторые константы.

Пересечение обозначается системой. Тогда точку $M(x^1, x^2, x^3)$ можно представить в виде

$$\begin{cases} K_{1M} = x^1; \\ K_{2M} = x^2; \\ K_{3M} = x^3. \end{cases} \quad (3.3)$$

Приращения координат для двух точек N и M можно представлять в виде

$$K_{iNM} = K_{1N} - K_{1M}. \quad (3.4)$$

Индексное представление геодезических величин упрощает изложение материала.

3.3. Ориентированные отрезки, углы и фигуры

Как известно из геометрии, вектор – это ориентированный отрезок, который имеет начало, конец и модуль. Вектором можно представить поступательное движение – это, с одной стороны. С другой стороны, существует вращательное движение. Следовательно, должны быть ориентированные углы.

Ориентированный угол (на горизонтальной плоскости) – это такой угол, в котором есть начало и есть конец, или исходное направление и конечное направление, а также модуль, т. е. угол в обычном понимании. Область изменения модуля от 0° до 360° . Вращение при определении угла происходит от направления первого орта ко второму.

Величину угла можно представить в виде

$$V_{ijk} = \text{ориентированный угол}, \quad (3.5)$$

где i – вершина угла;

k – исходное направление;

j – конечное направление.

Азимут – это тоже ориентированный угол, но его исходное направление – север (направление первого орта), поэтому последний индекс по умолчанию опускается. Таким образом, величина азимута имеет вид A_{ij} .

На горизонтальной плоскости существуют положительно ориентированные многоугольники (полигоны). Это фигура, в которой обход по контуру происходит по направлению отсчёта углов, т. е. по часовой стрелке.

3.4. Полярные и биполярные системы координат

Наблюдатель на местности не воспринимает прямоугольные координаты. Наблюдатель с невооруженным глазом имеет свои собственные, природные системы координат. Зрение – это биполярная угловая система координат человека.

Геометрически биполярная система координат выглядит следующим образом. На плоскости имеется вектор, от концов которого производится измерение ориентированных углов. Координатами в такой системе будут ориентированные углы. От концов вектора могут измеряться длины линий до определяемого пункта. Это будет линейная биполярная система координат. Координатами в ней будут длины линий. Положение точек в такой системе определено с точностью до преобразования симметрии.

Полярная система координат имеет только один доступный полюс. Второй полюс недоступен для наблюдений, но позволяет выполнять ориентирование.

В традиционном понимании в полярной системе координат положение пункта M на плоскости определяется некоторым радиусом-вектором, ориентированным от второго полюса. Координатами будут ориентированный угол и модуль радиуса-вектора.

Возможна другая организация полярной системы координат на плоскости. От одного полюса наблюдатель определяет свои координаты в виде двух ориентированных углов. Назовём эту систему G .

При определении положения в физическом, трёхмерном пространстве, где есть известное направление силы тяжести, возможны три случая полярной системы координат.

Первый случай с использованием радиуса-вектора. Координатами в этом случае будут ориентированный горизонтальный угол, модуль радиуса-вектора и зенитное расстояние.

Второй случай чисто угловой. Координатами здесь будут два ориентированных горизонтальных угла и зенитное расстояние.

Третий случай тоже угловой, но координатами наблюдателя будут один горизонтальный ориентированный угол и два зенитных расстояния. Назовём эту систему B .

В геодезии существует понятие *высотный репер*. Это геодезический пункт с известной высотной отметкой, определённой способом геометрического нивелирования.

В геодезии понятия «координатный репер» нет в принципе. Аффинный координатный репер не имеет практического значения. Это чисто умозрительный объект.

Высотный репер служит для того, чтобы передавать от него высотные отметки на определяемые пункты местности.

Координаты от твёрдых пунктов геодезической сети можно передавать на определяемые пункты местности тем или иным способом с использованием полярных и биполярных систем. С этой точки зрения определённые конфигурации твёрдых пунктов можно считать координатными реперами.

Для биполярной угловой системы репер обозначим RpE .

Для биполярной линейной системы репер обозначим RpE^{\pm} .

Для полярной системы G репер обозначим RpG .

Для полярной системы B репер обозначим RpB .

3.5. Погрешность положения на плоскости

При составлении межевых планов требуется в документах указывать среднюю квадратическую погрешность положения характерных точек границы и приводить расчётные формулы.

Погрешность определения площади земельного участка по отношению к правоустанавливающему документу не должна превышать предельного допустимого значения.

3.5.1. Погрешность прямой угловой засечки

Установим связь между угловыми и линейными прямоугольными координатами в виде некоторой функции преобразования

$$K_{iM} = K(A_{OM}; A_{RM}; R) = f, \quad i = 1, 2. \quad (3.6)$$

Для упрощения дальнейших записей введём обозначения

$$A_{RM} = A1 \quad \text{и} \quad A_{OM} = A0.$$

Средняя квадратическая ошибка функции f измеренных величин может быть найдена в виде

$$m_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A1} m_{A1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial A0} m_{A0}\right)^2}. \quad (3.7)$$

Если считать все угловые измерения в системе равноточными, то можно принять

$$m_{A1} = m_{A0} = m_B. \quad (3.8)$$

Тогда получим выражение для относительной погрешности

$$\frac{m_f}{m_B} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial A_0}\right)^2}. \quad (3.9)$$

Для $i=1$ имеем следующее выражение:

$$f_1 = K_{1M} = R \frac{\sin A_1}{\sin(A_1-A_0)} \cos A_0. \quad (3.10)$$

Найдём производные

$$\frac{\partial f_1}{\partial A_1} = R \frac{(\cos A_1 \sin(A_1-A_0) - \sin A_1 \cos(A_1-A_0))}{(\sin(A_1-A_0))^2} \cos A_0; \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial A_0} = R \frac{(\cos A_0 \cos(A_1-A_0) - \sin A_0 \sin(A_1-A_0))}{(\sin(A_1-A_0))^2} \sin A_1. \quad (3.12)$$

Выполняя необходимые действия, получим

$$\frac{m_1}{m_B} = R \frac{\sqrt{(\sin 2A_0)^2 + (\sin 2A_1)^2}}{2(\sin(A_1-A_0))^2}. \quad (3.13)$$

Для $i=2$ имеем следующее выражение:

$$f_2 = K_{2M} = R \frac{\sin A_1}{\sin(A_1-A_0)} \sin A_0. \quad (3.14)$$

Найдём производные:

$$\frac{\partial f_2}{\partial A_1} = \frac{-R(\sin A_0)^2}{(\sin(A_1-A_0))^2}; \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial A_0} = \frac{R(\sin A_1)^2}{(\sin(A_1-A_0))^2}. \quad (3.16)$$

Выполняя необходимые действия, получим

$$\frac{m_2}{m_B} = \frac{R}{(\sin(A_1-A_0))^2} ((\sin A_0)^4 + (\sin A_1)^4)^{0,5}. \quad (3.17)$$

Из полученных решений следует, что относительные погрешности линейно зависят от репера (базиса засечки). Поэтому решения будут подобны, и можно ограничиться табулированием для $R=1$.

Нами рассмотрена сетка, приведенная на рисунке 3.1. Для каждого узла сетки по относительным прямоугольным координатам определялись значения аргументов функций относительных погрешностей. Затем вычислялись сами значения функций в узлах сетки. По вычисленным значениям функций проведено интерполирование изолиний относительных погрешностей.

Номограммы, пригодные для практического использования, приведены на рисунках 3.1 и 3.2.

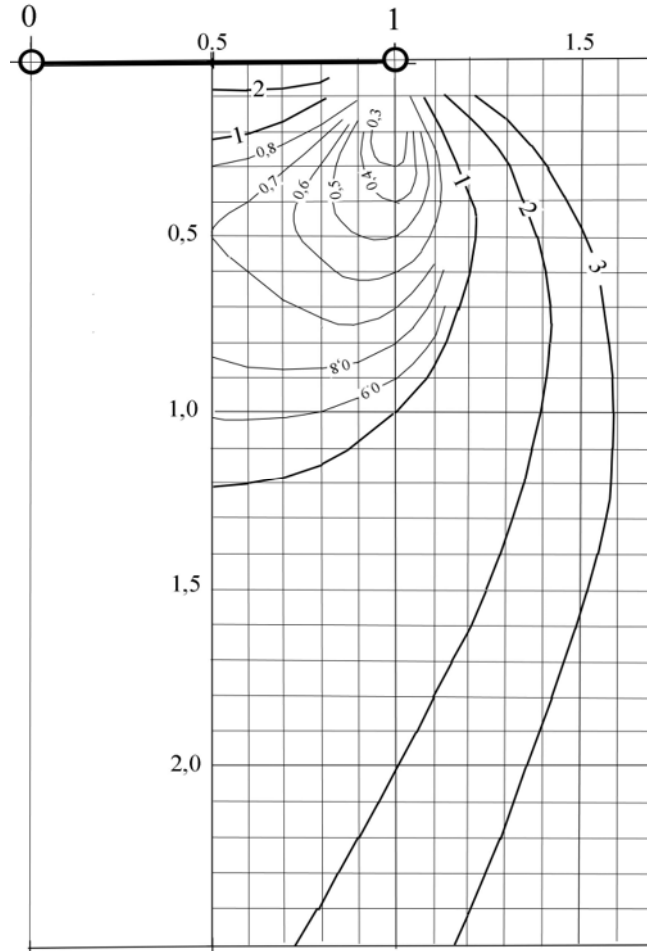


Рис. 3.1. Изолинии относительных погрешностей m_1/m_B

По шкале номограммы в масштабе единичного репера определяем с помощью циркуля необходимые отрезки l_1 и l_0 . Затем из центра «0» строим дугу большей окружности, а из центра «1» меньшей. На пересечении дуг будет находиться определяемая точка. Далее производится интерполирование, как при определении высотной отметки по карте, и определяется искомая величина.

Погрешности по координатам в единицах длины имеют вид

$$m_{k1} = \frac{m_1}{m_B} m_F R \frac{1}{\rho''}, \quad (3.18)$$

$$m_{k2} = \frac{m_2}{m_B} m_F R \frac{1}{\rho''}, \quad (3.19)$$

где m_F – фактически достигнутая точность измерения угла по результатам оценки, с;

ρ'' – коэффициент перевода секунд в радианы (206265).

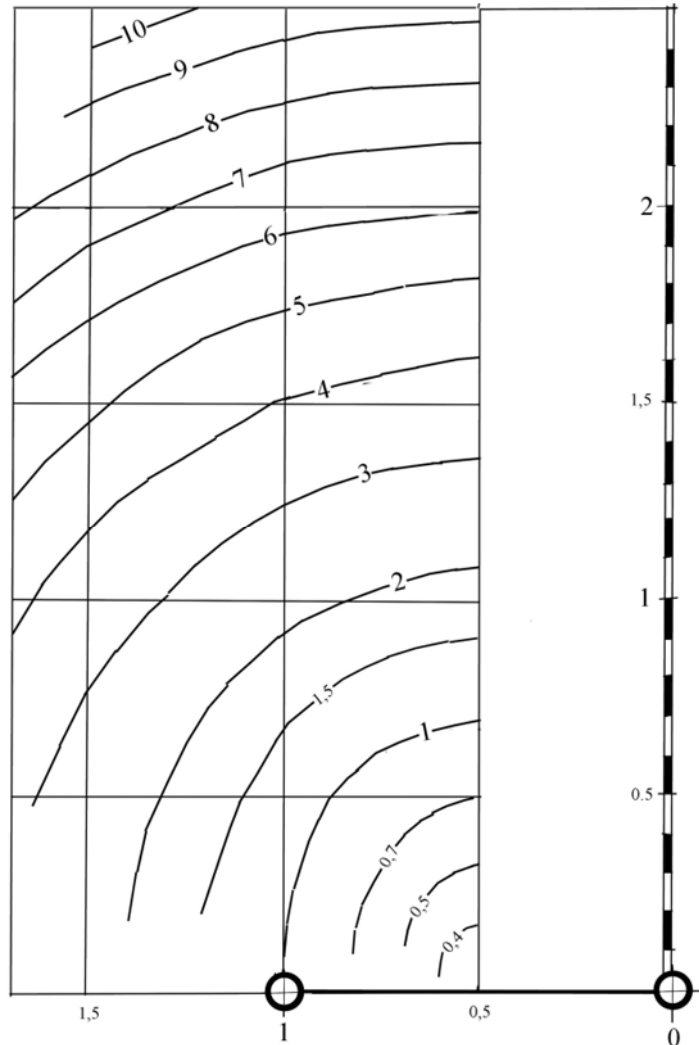


Рис. 3.2. Изолинии относительных погрешностей m_2/m_B

Величины относительных погрешностей зависят от положения наблюдаемого пункта «М» в локальной системе координат, т. е. являются функциями положения.

Преобразование из локальной системы координат в глобальную систему производится путём поворота осей и параллельного переноса начала отсчёта. Параллельный перенос не влияет на величины погрешностей. Поворот осей изменяет величины погрешностей, причём существует положение, когда достигаются экстремальные значения величин. Это будут главные значения погрешностей для эллипса погрешностей (рис. 3.3).

Инвариантом, т. е. величиной, не зависящей от выбора системы координат, будет абсолютная погрешность в виде

$$W_m = \sqrt{m_{k1}^2 + m_{k2}^2}. \quad (3.20)$$

Доверительный интервал определения координат может быть оценен в виде $\pm(2...3) W_M$ (рис.3.4).

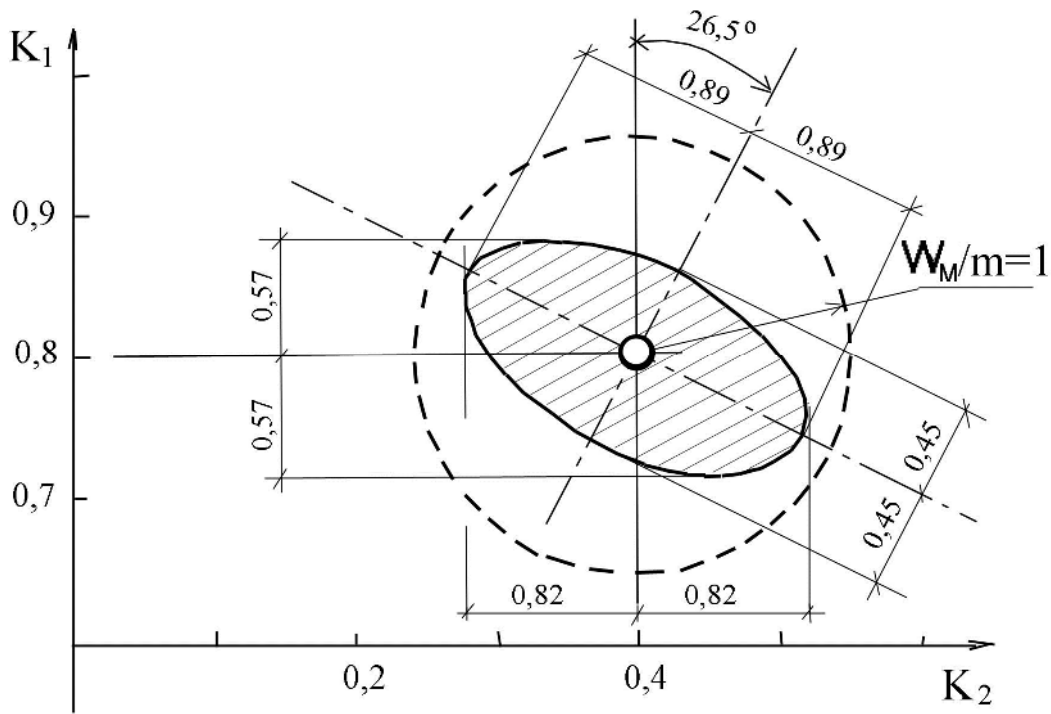


Рис. 3.3. Эллипс погрешностей в точке $M(0,8; 0,4)$ для единичного репера

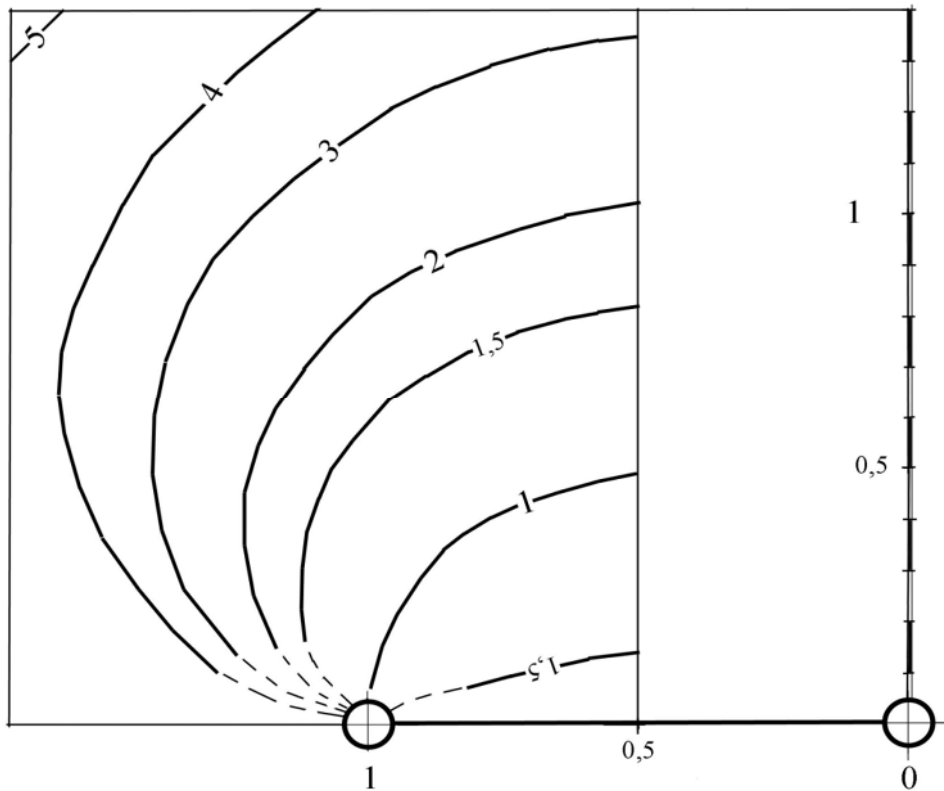


Рис. 3.4. Изолинии относительных погрешностей W/m_B

3.5.2. Погрешность линейной засечки

При использовании лазерных измерительных приборов обеспечивается миллиметровая точность результатов. На первый взгляд может создаться впечатление, что точность положения обеспечена во всех случаях. Но это далеко не так.

Рассмотрим биполярную линейную измерительную систему, в которой положение наблюдаемого пункта определяется двумя горизонтальными отрезками относительно репера.

Пусть непосредственно измерены величины длин линий l_1 и l_2 , точность которых нам известна и составляет m_{l_1} , m_{l_2} .

Если координаты наблюдаемого пункта представить в виде функции f от аргументов l_1 и l_2 , то для средней квадратической ошибки этой функции будет иметь место зависимость

$$m_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial l_1}\right)^2 m_{l_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial l_2}\right)^2 m_{l_2}^2}. \quad (3.21)$$

Если предположить, что все измерения равноточные

$$m_{l_1} = m_{l_2} = m,$$

то выражение (3.21) упростится и примет вид

$$\frac{m_f}{m} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial l_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial l_2}\right)^2}. \quad (3.22)$$

Пусть $f = K_{1M}$, тогда

$$\frac{\partial f}{\partial l_1} = B + l_2 \cdot \cos\left(\pi - \cos^{-1}\left(\frac{\frac{B}{2} - \frac{l_1^2}{(2B)} + \frac{l_1^2}{(2B)}}{l_2}\right)\right) = \frac{l_1}{B}; \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial f}{\partial l_2} = \frac{\partial}{\partial l_2}\left(\frac{B}{2l_1} - \frac{l_1^2}{2B} + \frac{l_2^2}{2B}\right) = \frac{l_2}{B}. \quad (3.24)$$

Относительная погрешность определения абсциссы составит величину:

$$\frac{m_1}{m} = \frac{\sqrt{l_1^2 + l_2^2}}{B}. \quad (3.25)$$

Рассмотрим погрешность определения ординаты. Пусть $f = K_{2M}$, тогда

$$\frac{\partial f}{\partial l_1} = l_2 \cdot \cos \cos^{-1} a \cdot \frac{(-1)}{\sqrt{1-a^2}} \cdot \frac{(-1)}{B l_2} = \frac{a}{\sqrt{1-a^2}} \cdot \frac{l_1}{B}; \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial f}{\partial l_2} = \sin u - \frac{a}{\sqrt{1-a^2}} \left(\frac{l_1^2}{2 B l_2} - \frac{B}{2 l_2} + \frac{l_2}{2 B} \right). \quad (3.27)$$

Относительная погрешность определения ординаты составит величину

$$\frac{m_2}{m} = \sqrt{(\sin u)^2 - \frac{2 a k_l \sin u}{\sqrt{1-a^2}} + \frac{a^2}{1-a^2} (1 + k_l^2)}, \quad (3.28)$$

где

$$a = \frac{b_2}{l_2}; \quad u = \cos^{-1} a; \quad k_l = \left(\frac{l_1^2}{2 B l_2} - \frac{B}{2 l_2} + \frac{l_2}{2 B} \right).$$

Если рассматривать плоскость с единичным репером ($B = 1$), то в качестве иллюстрации приведём примеры относительных погрешностей в двух точках $M_1(0,5; 20)$ и $M_2(1,5; 0,02)$:

$$\begin{aligned} \frac{m_1}{m}(M_1) &= 28; & \frac{m_2}{m}(M_1) &= 1; \\ \frac{m_1}{m}(M_2) &= 1,6; & \frac{m_2}{m}(M_2) &= 45. \end{aligned}$$

При точности линейных измерений (с учётом погрешности центрирования) в 10 мм ошибка абсциссы в первой точке составит 280 мм, а ошибка ординаты во второй точке – 450 мм.

Из приведенных примеров следует, что погрешности определения прямоугольных координат, даже при использовании точных лазерных приборов, при определённых условиях будут недопустимы.

Вопросы для самопроверки

1. Какие значения может иметь слово «положение»?
2. Что называется аффинным репером?
3. Какие существуют представления декартовой системы координат?
4. Как Вы себе представляете ориентированные отрезки, углы и фигуры?
5. Как выглядят графически полярные и биполярные системы координат?

6. Как может выглядеть координатный репер? Как выглядит высотный репер?
7. В каких единицах составлены графики изолиний погрешностей?
8. Как можно понимать единичный репер?
9. Что собой представляет эллипс погрешностей?
10. Как можно построить эллипс погрешностей?
11. Как и для чего можно использовать графики изолиний погрешностей?
12. Что означают погрешности по координатам?
13. Чем характеризуется погрешность положения?
14. Как оценить доверительный интервал погрешности положения?
15. Лазерный дальномер определяет дистанции с точностью до сантиметра. Можно ли быть уверенным, что применение такого прибора обеспечит достаточную точность позиционирования?
16. При оценке допускаемой погрешности инструментального определения площади земельного участка ΔP по отношению к значению правоустанавливающего документам $P_{\text{док}}$ можно использовать зависимость

$$\Delta P = 3,5 \cdot W \cdot \sqrt{P_{\text{док}}}$$

Как можно обосновать эту формулу?

Глава 4. УГЛОВЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

Угловые измерительные системы предполагают возможность позиционирования на местности с помощью одного угломерного прибора – теодолита. В этой главе рассматриваются строгие математические решения для обеспечения системы углового, дистанционного позиционирования. Никаких частных ограничений на области изменения аргументов при выводе формул не накладывается. Теоретически показано, что решение некоторых задач позиционирования может быть неоднозначным.

4.1. Биполярная угловая система координат

Такая система может быть как плоской, так и пространственной. Биполярная плоская система координат широко используется в геодезии и носит название *прямая угловая засечка*. Проблема применения такой системы координат состоит в необходимости пересчёта угловых координат в плоские прямоугольные. Имеются различные подходы к решению этой математической задачи [6]. Отличие нашего решения состоит в использовании понятия ориентированного угла.

Пусть некоторый вектор E принадлежит горизонтальной плоскости проекции и образует координатную ось K_1 . За единицу длины принимается модуль вектора E , равный R . Репером RpE в данном случае будет сам вектор. Координатная ось K_2 пересекает ось K_1 в точке «О» и ортогональна к ней. Положительное направление отсчета углов по ходу часовой стрелки. По результатам наблюдения горизонтальных направлений вычисляются ориентированные относительно K_1 плоские горизонтальные углы A_{RM} и A_{OM} , которые соответствуют положению визирной цели M (рис. 4.1). Требуется определить плоские прямоугольные координаты визирной цели в единицах репера, т. е.

$$K_{iM} = K(A_{OM}, A_{RM}, RpE), \quad i = 1, 2. \quad (4.1)$$

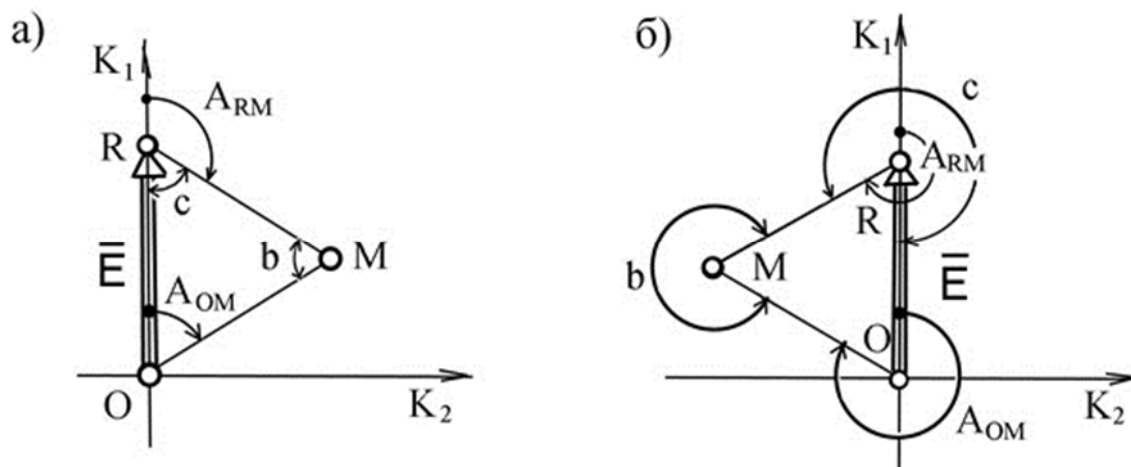


Рис. 4.1. Схема биполярной угловой системы координат на плоскости: а – определяемый пункт, в правой полуплоскости; б – то же в левой

В рассматриваемой задаче аргументами будут горизонтальные ориентированные углы A_{RM} и A_{OM} . Их область изменения принадлежит отрезку $[0; 2\pi]$.

При решении задачи рассматриваются все возможные случаи, в том числе и экстремальные, соответствующие вырожденным фигурам.

1. Визирная цель M лежит на координатной оси K_1 так, что $A_{RM} = A_{OM} = 0$.

Решение задачи будет выражаться в виде

$$\begin{cases} K_{1M} \in (R; \infty); \\ K_{2M} = 0. \end{cases} \quad (4.2)$$

2. Визирная цель M лежит на координатной оси так, что $(A_{RM} = \pi) \cap (A_{OM} = 0)$.

Решение задачи будет выражаться в виде

$$\begin{cases} K_{1M} \in (0; R]; \\ K_{2M} = 0. \end{cases} \quad (4.3)$$

3. Визирная цель M лежит на координатной оси так, что $A_{RM} = A_{OM} = \pi$.

Решение задачи будет выражаться в виде

$$\begin{cases} K_{1M} \in (-\infty; 0]; \\ K_{2M} = 0. \end{cases} \quad (4.4)$$

4. Рассмотрим два возможных положения. Первое, когда M находится в правой полуплоскости, и второе, когда в левой.

В первом положении должно соблюдаться условие

$$(A_{RM} > A_{OM}) \cap (A_{RM} < \pi).$$

Для треугольника ORM (см. рис. 4.1, а) по теореме синусов имеем

$$\frac{\sin b}{R} = \frac{\sin c}{d_{OM}}, \quad (4.5)$$

где $c = \pi - A_{RM}$, $b = \pi - A_{OM} - (\pi - A_{RM}) = A_{RM} - A_{OM}$.

Следовательно,

$$d_{OM} = R \frac{\sin(A_{RM})}{\sin(A_{RM} - A_{OM})}; \quad (4.6)$$

$$d_{RM} = R \frac{\sin(A_{OM})}{\sin(A_{RM} - A_{OM})}. \quad (4.7)$$

Во втором положении (см. рис. 4.1, б), когда

$$(A_{RM} < A_{OM}) \cap (A_{OM} \in (\pi; 2\pi)), \quad (4.8)$$

все углы при вершинах будут внешними. Теорема синусов относится как к внутренним, так и к внешним углам при вершинах треугольников. Сумма внешних углов треугольника 5π .

Угол при вершине R

$$C = 2\pi - (A_{RM} - \pi) = 3\pi - A_{RM}. \quad (4.9)$$

Угол при вершине M

$$b = 5\pi - A_{OM} - (3\pi - A_{RM}) = 2\pi + (A_{RM} - A_{OM}). \quad (4.10)$$

Поскольку период рассмотренных функций 2π , то выражение для d_{OM} не изменится.

Таким образом, решением задачи в этих случаях будет

$$\begin{cases} K_{1M} = d_{OM} \cos A_{OM}; \\ K_{2M} = d_{OM} \sin A_{OM}. \end{cases} \quad (4.11)$$

5. Решение задачи не существует $K_{iM} \in \emptyset$, если

$$((A_{RM} < A_{OM}) \cap (A_{RM} < \pi)) \cup ((A_{RM} < A_{OM}) \cap (A_{OM} \in (\pi; 2\pi))). \quad (4.12)$$

Обратимся теперь к пространственной биполярной системе координат. В этом случае функция координат будет зависеть от трёх аргументов

$$K_{iM} = K(A_{OM}, A_{RM}, Z_{OM}), i = 1, 2, 3, \quad (4.13)$$

где Z_{OM} – зенитное расстояние наблюдаемого пункта M из пункта O .

Решение плоской задачи (4.11) дополнится ещё одним уравнением и будет иметь вид

$$\begin{cases} K_{1M} = d_{OM} \cos A_{OM}; \\ K_{2M} = d_{OM} \cos A_{OM}; \\ K_{3M} = d_{OM} \tan(Z_{OM} - \pi/2); \end{cases} \quad (4.14)$$

$$d_{OM} = R \frac{\sin(A_{RM})}{\sin(A_{RM} - A_{OM})}.$$

Пример практического использования прямой угловой засечки

При реконструкции городских и поселковых геодезических сетей принципиальное значение имеет координирование удалённых ориентиров. Например, геодезисты города Курска давно пользуются координатами верха мачты телевизионного центра. Имея такие ориентиры, привязку замкнутого теодолитного хода или одиночной станции можно осуществлять от одного геодезического пункта.

Примечательно, что для координирования таких пунктов совсем не требуются дорогостоящие электронные тахеометры.

На территории студенческого городка ЮЗГУ развёрнута с использованием GPS-технологии геодезическая сеть учебно-исследовательского полигона.

В период учебной практики студентами специальности «Городской кадастр» были проведены работы по сгущению сети полигона способом прямой угловой засечки. Схема расположения станций и определяемых пунктов приведена на рисунке 4.2. Для опознавания пунктов на местности для их дальнейшего использования составлены их фотоабрисы (рис. 4.3). Наблюдения проводились способом круговых приёмов с использованием точного теодолита

ЗТ5КП. Фрагмент обработки этих наблюдений рассмотрен выше по тексту.

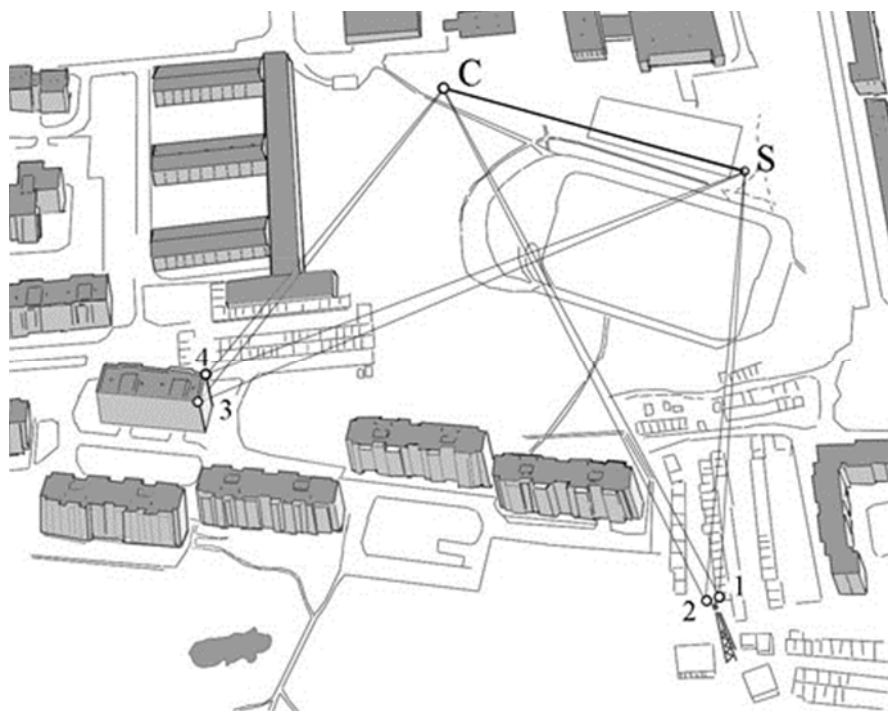


Рис. 4.2. Схема расположения геодезических пунктов

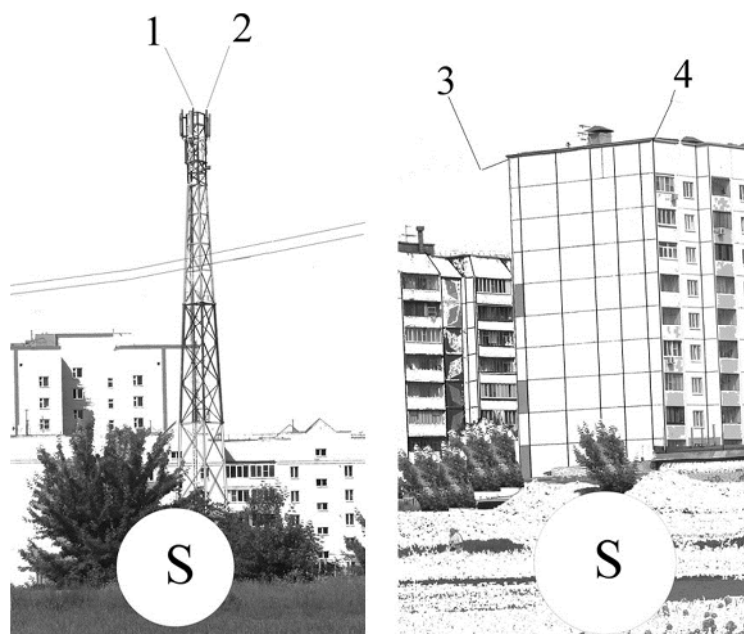


Рис. 4.3. Фотоабрис пунктов со стороны станции «S»

Для иллюстрации всего вычислительного цикла при координировании рассмотрим один из пунктов.

Координаты исходных пунктов «C» и «S» следующие:

$$X_C = 648,70 \text{ м}; \quad Y_C = 988,99 \text{ м};$$

$$X_S = 474,70 \text{ м}; \quad Y_S = 987,04 \text{ м}.$$

Внутренний угол треугольника CS1 (см. табл. 2.3) при вершине «С», он же ориентированный угол A_{C1} , равен $44^\circ 32,92' = 44,5487^\circ$, внутренний угол при вершине «S» равен $106,5256^\circ$. Тогда ориентированный угол $A_{S1} = 180^\circ - 106,5256^\circ = 73,4744^\circ$.

Линия «S–C»:

$$\Delta X = 474,70 - 648,70 = 174,00; \quad \Delta Y = 987,04 - 988,99 = 1,95;$$

$$d_{SC} = 174,011; \quad [r_{SC}] = \tan^{-1} \left| \frac{1,95}{174,00} \right| = 0,6421^\circ; \quad \alpha_{SC} = 0,6421^\circ.$$

Линия «C-1»:

$$\alpha_{C1} = \alpha_{SC} + 180^\circ + B_{C1S} = 0,6421 + 180 + 44,5487 = 225,1908^\circ;$$

$$d_{C1} = 174,011 \frac{\sin(73,4744)}{\sin(73,4744 - 44,5487)} = 344,907;$$

$$d_{S0} = 174,011 \frac{\sin(44,5487)}{\sin(73,4744 - 44,5487)} = 252,383.$$

Приращения координат для пункта «1»:

$$\Delta X = 344,907 \cos 225,1908^\circ = -243,072 \text{ м};$$

$$\Delta Y = 344,907 \sin 225,1908^\circ = -244,697 \text{ м}.$$

Координаты пункта «1»

$$X_1 = 648,70 - 243,072 = 405,628 \text{ м};$$

$$Y_1 = 988,99 - 244,697 = 744,293 \text{ м}.$$

Схема наблюдений включает в себя элемент внешнего контроля. Способом наклонного проецирования можно определить кратчайшее расстояние (горизонтальное проложение) между точками «3» и «4». При этом ту же величину можно определить по координатам. Судя по техническому отчёту студентов, погрешность не превысила 2 см.

Оценка точности определения координат может быть выполнена с помощью графиков изолиний относительных погрешностей (см. рис. 3.1 и 3.2).

В качестве примера рассмотрим пункт «1».

Относительные расстояния этого пункта от концов базиса

$$l_1 = \frac{252,383}{174,011} = 1,45; l_0 = \frac{344,907}{174,011} = 1,98.$$

Откладывая эти отрезки от полюсов по изолиниям, находим

$$\frac{m_1}{m_B} = 2,6, \quad \frac{m_2}{m_B} = 4,5.$$

Средние квадратические погрешности по координатным осям репера составят:

$$m_{K1} = \frac{m_1}{m_B} \frac{R}{\rho^c} m_B = 2,6 \cdot \frac{174011}{206265} \cdot 1,6 = 3,5 \text{ мм};$$

$$m_{K2} = \frac{m_2}{m_B} \frac{R}{\rho^c} m_B = 4,5 \cdot \frac{174011}{206265} \cdot 1,6 = 6,1 \text{ мм}.$$

Средняя квадратическая ошибка положения

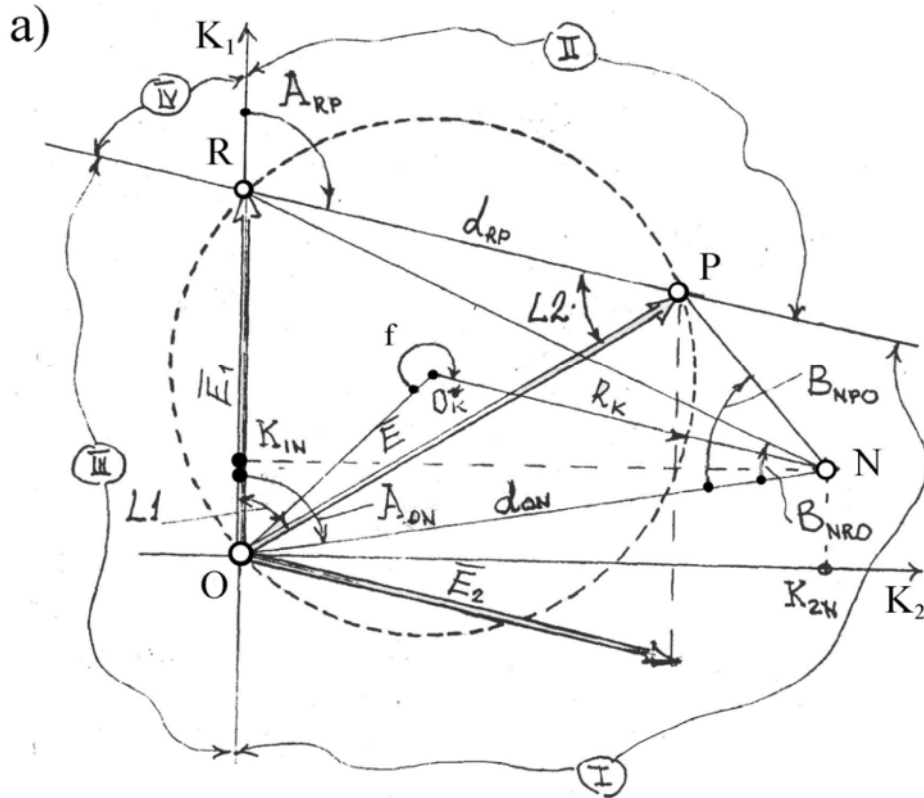
$$W = \sqrt{3,5^2 + 6,1^2} = 7,0 \text{ мм}.$$

Доверительный интервал $\pm 2,0$ см.

4.2. Полярная система координат наблюдателя на плоскости (обратная угловая засечка)

Если наблюдатель, находясь на плоскости, имеет возможность наблюдать три пункта с известными прямоугольными координатами, то он имеет возможность определить свои координаты в той же системе координат (при определённых условиях). Алгоритм определения координат наблюдателя называется *задачей Потенота*. Эта задача имеет различные решения [6; 22]. Нами рассматривается эта задача с точки зрения использования понятия ориентированных углов. Такой подход позволяет определять (если это возможно) положение наблюдателя в любой точке плоскости, без ограничений.

Пусть репер плоской системы координат RpG задан связкой двух векторов $\overline{E_1}$ и $\overline{E_2}$ с общим началом в точке «О» (рис. 4.4). Построим вектор \overline{E} , равный сумме векторов $\overline{E_1}$ и $\overline{E_2}$. Закрепим визирными целями «О», «R» и «P» соответственно начало отсчёта локальной системы и концы векторов $\overline{E_1}$ и \overline{E} . На вектор $\overline{E_2}$ накладывается ограничение в той части, что треугольник ОРР положительно ориентированный. Допускается треугольник, вырожденный в линию.



- ① - $B_{NRO}^{kp} = B_1^{kp}$
- ② - $B_{NPO}^{kp} = B_2^{kp}$

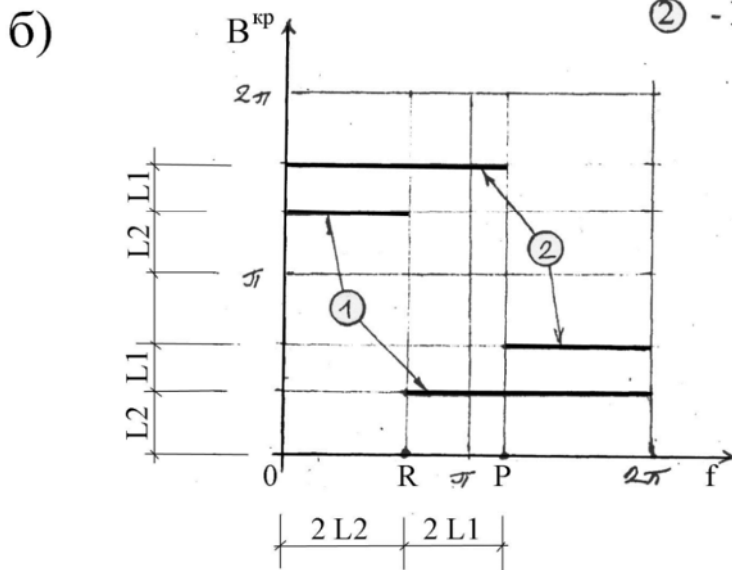


Рис. 4.4. К решению задачи Потенота:
 а – общая схема; б – изменение критических углов

Положение пункта «Р» дополнительно определим полярным способом, т. е. углом A_{RP} и расстоянием d_{RP} .

В системе позиционирования наблюдателя N величинами координат будут ориентированные углы B_{NRO} и B_{NPO} .

Локальную систему плоских прямоугольных координат, ассоциированную с системой координат наблюдателя, выберем так, чтобы её начало совпало с пунктом «О», ось K_1 совместим с направлением $\overline{E_1}$, а ось K_2 будет дополнять систему до левой.

За единицу измерений примем модуль вектора $\overline{E_1}$, т. е. R .

Требуется найти зависимость преобразования угловых координат наблюдателя в плоские прямоугольные координаты репера, т. е. найти вид функции

$$K_{iN} = K(B_{NRO}, B_{NPO}, RpG), \quad i = 1, 2. \quad (4.15)$$

В дальнейшем для простоты записи обозначим $B_{NRO} = B_1$ и $B_{NPO} = B_2$.

Область изменения аргументов отрезок $[0; 2\pi]$.

Возможны следующие случаи.

1. Если $B_1 = 0$, то

$$\begin{cases} K_{1N} \in (-\infty; 0); \\ K_{2N} = 0. \end{cases} \quad (4.16)$$

2. Если $B_1 = \pi$, то

$$\begin{cases} K_{1N} \in (0; R); \\ K_{2N} = 0. \end{cases} \quad (4.17)$$

3. Если $B_1 = 2\pi$, то

$$\begin{cases} K_{1N} \in (R; \infty); \\ K_{2N} = 0. \end{cases} \quad (4.18)$$

4. Если $(B_1 = B_2 = B) \cap (B < \pi)$, то

$$\begin{cases} K_{1N} = d_{ON} \cos(A_{RP}); \\ K_{2N} = d_{ON} \sin(A_{RP}). \end{cases} \quad (4.19)$$

$$d_{ON} = R \frac{\sin(A_{RP})}{\sin B}.$$

5. Если $(B_1 = B_2 = B) \cap (\pi < B < 2\pi)$, то

$$\begin{cases} K_{1N} = d_{ON} \cos(A_{RP} + B - \pi); \\ K_{2N} = d_{ON} \sin(A_{RP} + B - \pi); \end{cases} \quad (4.20)$$

$$d_{ON} = R \frac{\sin(A_{RP})}{\sin(2\pi - B)}.$$

6. Если соблюдается одно из условий

$$(B_1 = L2) \cap (B_2 - B_1) = L1; \tag{4.21}$$

$$(B_1 = \pi + L2) \cap (B_2 - B_1) = L1; \tag{4.22}$$

$$(B_1 = L2) \cap (B_2 = \pi + L2 + L1), \tag{4.23}$$

то решением задачи будет множество значений координат точек, расположенных на описанной окружности треугольника.

Радиус критического круга составит величину

$$R_K = \frac{R}{2 \sin L2}. \tag{4.24}$$

Координаты центра круга

$$\begin{cases} K_1 = R/2; \\ K_2 = \frac{R}{2 \tan L2}. \end{cases} \tag{4.25}$$

7. При прочих условиях для решения задачи составим основную систему уравнений. Для этого используем теорему синусов для каждого треугольника и дополнительное условие для суммы внутренних углов 4-угольника. Будем иметь

$$\begin{cases} \frac{NR}{\sin B_{ONR}} = \frac{R}{\sin B_1}; \\ \frac{NR}{\sin B_{PRN}} = \frac{d_{Rp}}{\sin B_{NPR}}; \\ B_{ONR} + B_1 + B_{NPR} + B_{PRN} + B_{ROP} = k\pi. \end{cases} \tag{4.26}$$

В области I расположения наблюдателя имеем $k = 2$.

В области II расположения наблюдателя имеем $k = 4$.

В области III расположения наблюдателя имеем $k = 4$.

В области IV расположения наблюдателя имеем $k = 8$.

Поскольку все значения k чётные, то можно принять любое чётное значение, и это не отразится на тригонометрических функциях. Поэтому принято $k = 0$.

Далее для сокращения записи обозначим

$$A = B_{ONR}; \tag{4.27}$$

$$B^* = (\pi - A_{Rp}) + B_{NPO};$$

$$d^* = \frac{R \sin(B_{NPO} - B_{NRO})}{d_{Rp} \sin B_{NRO}}.$$

Решая основную систему уравнений, приводим её к виду

$$\tan A = -\frac{\sin B^*}{(d^* + \cos B^*)}. \quad (4.28)$$

При этом должны соблюдаться условия

$$\sin B_1 \neq 0; \quad \sin(B_2 - B_1) \neq 0; \quad \sin B_{ONR} \neq 0, \quad (4.29)$$

или иначе $B_1 \neq 0; B_2 \neq B_1; B_{ONR} \neq 0$, откуда следует, что

$$A = \tan^{-1} \left(-\frac{\sin B^*}{(d^* + \cos B^*)} \right) + \pi n, \quad (4.30)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$

Решение неоднозначное. Для раскрытия неопределённости требуется сформулировать соответствующие условия.

Обозначим

$$A^* = -\frac{\sin B^*}{(d^* + \cos B^*)}. \quad (4.31)$$

Тогда, если

$$(B_1 \in (0; \pi) \cap A^* > 0) \cup (B_1 \in (\pi; 2\pi) \cap A^* < 0), \quad (4.32)$$

то $n = 0$, иначе $n = 1$.

Модуль радиуса-вектора наблюдателя находится по теореме синусов в виде

$$d_{ON} = R \frac{\sin B_{RON}}{\sin(B_1)}. \quad (4.33)$$

В треугольнике ORN неизвестный угол при вершине R составит величину

$$B_{RON} = \pi - A - B_1. \quad (4.34)$$

При условии, что $A \in (0; \pi)$

иначе

$$B_{RON} = 5\pi - A - B_1. \quad (4.35)$$

Окончательно решение задачи для рассматриваемого случая можно представить в следующем виде:

$$\begin{cases} K_{1N} = R \frac{\sin B_{RON}}{\sin(B_1)} \cos A; \\ K_{2N} = R \frac{\sin B_{RON}}{\sin(B_1)} \sin A, \end{cases} \quad (4.36)$$

где $A = \tan^{-1} \left(-\frac{\sin B^*}{(d^* + \cos B^*)} \right) + \pi n$,

если

$$(B_1 \in (0; \pi) \cap A^* > 0) \cup (B_1 \in (\pi; 2\pi) \cap A^* < 0);$$

$$A^* = -\frac{\sin B^*}{(d^* + \cos B^*)};$$

то $n = 0$, иначе $n = 1$.

$$B^* = (\pi - A_{Rp}) + B_2, \quad d^* = \frac{R \sin(B_2 - B_1)}{d_{Rp} \sin B_1}.$$

При этом

$$B_{RON} = \pi - A - B_1,$$

при условии, что $A \in (0; \pi)$,

иначе

$$B_{RON} = 5\pi - A - B_1.$$

Выполним простейшие проверки полученного решения

Пример 1. Определить координаты при следующих условиях:
 $R = 1; A_{Rp} = 0; d_{Rp} = 1; B_1 = 45^\circ; B_2 = 90^\circ$.

Можно представить графически эти условия и ответ будет очевиден.

Выполним расчёты по формулам:

$$B^* = (\pi - A_{Rp}) + B_2 = 270^\circ;$$

$$d^* = \frac{R \sin(B_2 - B_1)}{d_{Rp} \sin B_1} = 1;$$

$$A^* = -\frac{\sin B^*}{(d^* + \cos B^*)} = 1; n = 0;$$

$$A = 45^\circ;$$

$$B_{RON} = \pi - A - B_1 = 180 - 45 - 45 = 90^\circ;$$

$$\begin{cases} K_{1N} = 1 \frac{\sin 90}{\sin(45)} \cos 45 = 1; \\ K_{2N} = 1 \frac{\sin 90}{\sin(45)} \sin 45 = 1. \end{cases}$$

Пример 2. Репер оставим прежним, а для наблюдателя зададим $B_1 = 315^\circ; B_2 = 270^\circ$. Поместим наблюдателя зеркально к реперу.

$$B^* = (\pi - A_{Rp}) + B_2 = 180 - 0 + 270 = 450^\circ;$$

$$d^* = \frac{R \sin(B_2 - B_1)}{(d_{Rp} \sin B_1)} = \frac{1 \sin(-450)}{1 \sin 315} = 1;$$

$$A^* = -\frac{\sin B^*}{(d^* + \cos B^*)} = -\frac{\sin 450}{(1 + \cos 450)} = -1; \quad n = 0; \quad A = -45^\circ;$$

$$B_{RON} = 5\pi - A - B_1 = 900 - (-45) - 315 = 630 - 360 = 270^\circ;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{1N} = R \frac{\sin B_{RON}}{\sin(B_1)} \cos A = 1 \frac{\sin 270}{\sin 315} \cos(-45) = 1; \\ K_{2N} = R \frac{\sin B_{RON}}{\sin(B_1)} \sin A(-45) = -1. \end{array} \right.$$

Таким образом, и здесь результат соответствует действительности, в чём легко убедиться графически.

4.3. Полярная система координат наблюдателя в трёхмерном пространстве (обратная угловая 3D-засечка)

В декартовой (левой) прямоугольной системе координат K_i ($i = 1, 2, 3$) задан бинарный репер RpB в виде вектора $E(R_1, 0, R_3)$, где $R_1 > 0$. Пример закрепления бинарного репера показан на рисунке 4.5.

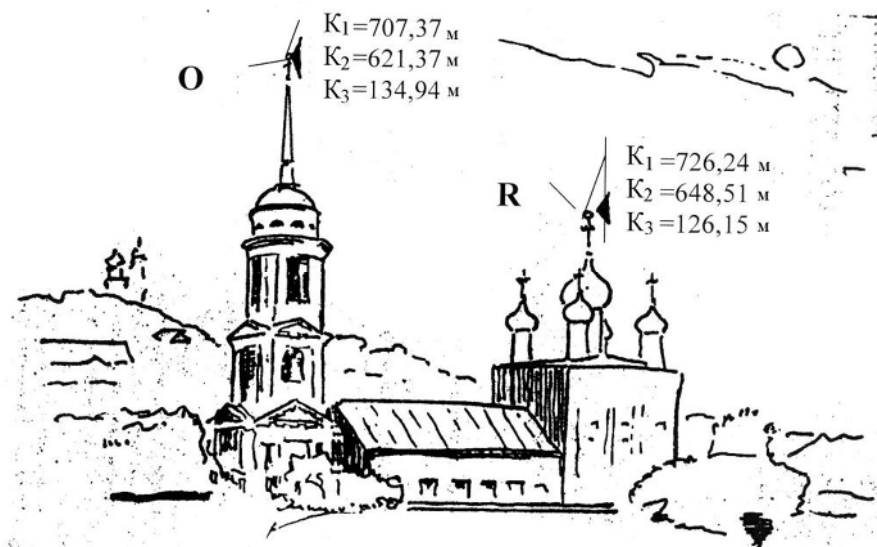


Рис. 4.5. Пример закрепления бинарного репера

Монокулярному наблюдателю из опыта известно значение горизонтального ориентированного угла B_{NRO} и угла наклона к горизонту V_{NR} и V_{NO} (рис. 4.6). Через углы наклона определяются зенитные расстояния Z_{NR} и Z_{NO} . Пространство, в котором расположена система координат K , не является однородным математическим, поскольку ось K_3 проходит вдоль отвесной линии и направлена в зенит. Предполагается, что отвесная линия не меняет своего направления в пределах всего пространства.

Радиус-вектор ON , определяющий положение наблюдателя относительно начала координат O , есть сумма векторов E и RN :

$$ON = E + RN. \quad (4.37)$$

Требуется определить положение наблюдателя, т. е. найти вид следующей функции [7]:

$$K_{iN} = K(B_{NRO}, Z_{NO}, Z_{NR}, RpB), \quad i = 1, 2, 3. \quad (4.38)$$

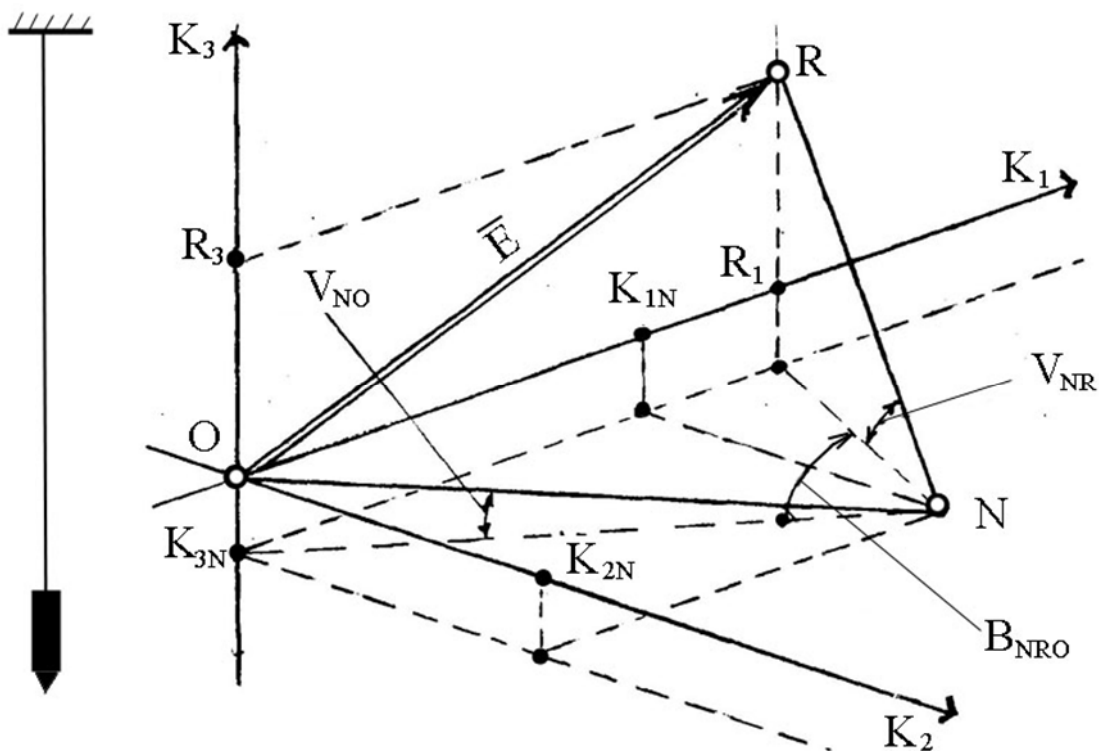


Рис. 4.6. Схема обратной 3D-угловой засечки

Предварительно можно оговорить некоторые частные случаи решения задачи.

1. Наблюдатель и репер находятся в одной отвесной плоскости $K_2 = 0$, при этом B_{NRO} может принимать три значения: 0 , π и 2π .

1.1. Наблюдатель на линии горизонтальной проекции репера в области $K_{1N} \in (0; R)$. Решение имеет вид

$$\begin{cases} K_{1N} = \frac{\cot Z_{NR} \cdot R_1 - R_3}{\cot Z_{NO} + \cot Z_{NR}}; \\ K_{3N} = -K_{1N} \cdot \cot Z_{NO}. \end{cases} \quad (4.39)$$

Исключение представляет случай, когда наблюдатель находится на самой линии репера:

$$(Z_{NO} = 90 + \operatorname{tg}^{-1}(R_3:R_1)) \cap (Z_{NR} = 90^\circ - \operatorname{tg}^{-1}(R_3:R_1)).$$

Тогда имеем

$$K_{1N} \in (0, R_1), \quad K_{3N} = K_{N1} \frac{R_3}{R_1}. \quad (4.40)$$

1.2. Наблюдатель на линии горизонтальной проекции репера в области $K_{1N} \in (-\infty; 0)$. Решение имеет вид

$$\begin{cases} K_{1N} = \frac{R_3 - \cot Z_{NR} \cdot R_1}{\cot Z_{NO} - \cot Z_{NR}}; \\ K_{3N} = -K_{1N} \cdot \cot Z_{NO}. \end{cases} \quad (4.41)$$

Исключение представляет случай, когда наблюдатель находится на продолжении самой линии репера $Z_{NO} = Z_{NR}$.

Тогда имеем

$$K_{1N} \in (-\infty, 0), \quad K_{3N} = K_{N1} \frac{R_3}{R_1}. \quad (4.42)$$

1.3. Наблюдатель на линии горизонтальной проекции репера в области $K_{1N} \in (0; \infty)$. Решение имеет вид

$$\begin{cases} K_{1N} = \frac{R_3 + \cot Z_{NR} \cdot R_1}{\cot Z_{NR} - \cot Z_{NO}}; \\ K_{3N} = -K_{1N} \cdot \cot Z_{NO}. \end{cases} \quad (4.43)$$

Исключение представляет случай, когда наблюдатель находится на продолжении самой линии репера $Z_{NO} = Z_{NR}$.

Тогда имеем

$$K_{1N} \in (0, \infty), \quad K_{3N} = K_{N1} \frac{R_3}{R_1}. \quad (4.44)$$

2. Если вектор репера и наблюдатель находятся в одной горизонтальной плоскости, то решение не будет однозначным. Угловым координатам наблюдателя будет соответствовать множество

значений прямоугольных координат окружности, описывающей треугольник ORN .

3. Для рассмотрения общего случая составим основную систему уравнений для преобразования угловых координат наблюдателя $N(B_{NRO}, V_{NR}, V_{NO})$ в прямоугольные координаты $K(K_1, K_2, K_3)$.

$$\begin{cases} R_3 + RN \cos(Z_{RN}) = ON \cos(Z_{ON}); \\ \frac{R_1}{\sin B_{NRO}} = \frac{ON \sin Z_{ON}}{\sin B_{RON}}; \\ \frac{R_1}{\sin B_{NRO}} = \frac{ON \sin Z_{ON}}{\sin B_{ONR}}, \end{cases} \quad (4.45)$$

где Z_{ON}, Z_{RN} – зенитные расстояния наблюдателя в пунктах репера.

Первое из уравнений системы (4.45) есть выражение для суммы скалярных проекций векторов на ось K_3 .

Второе и третье уравнения есть результат применения теоремы синусов для треугольника, образованного проекциями векторов на горизонтальную координатную плоскость. Уравнения справедливы как для положительно ориентированного треугольника, когда наблюдатель находится в 1-й или 2-й четвертях, так и для отрицательно ориентированного треугольника, когда наблюдатель находится в 3-й или 4-й четвертях. В последнем случае углы при вершинах треугольника будут внешними.

Исключая ON и RN из системы (4.45), а также используя соотношения

$$\begin{aligned} B_{ONR} &= (\pi - B_{RON} - B_{NRO}) \text{ или } (5\pi - B_{RON} - B_{NRO}), \\ Z_{ON} &= \pi/2 + V_{NO}, \quad Z_{RN} = \pi/2 + V_{NR}, \end{aligned}$$

получим уравнение

$$\sin(B_{RON}) k_0 - \cos(B_{RON}) k_1 + h^* = 0, \quad (4.46)$$

где

$$\begin{aligned} k_0 &= (\operatorname{tg}(V_{NO}) - \cos(B_{NRO}) \operatorname{tg}(V_{NR})) / \sin(B_{NRO}); \\ k_1 &= \operatorname{tg}(V_{NR}); \quad h^* = R_3/R_1. \end{aligned}$$

Если допустить, что

$$k_1/k_0 = \operatorname{tg}f, \quad k_0 > < 0, \quad (4.47)$$

и соответственно

$$f = \pi n + \operatorname{arctg}(k_1/k_0), \quad (4.48)$$

то получим уравнение вида

$$\sin(B_{RON}) \cos f - \cos(B_{RON}) \sin f + \cos f \cdot h^*/k_0 = 0. \quad (4.49)$$

После преобразований находим

$$\sin(B_{RON} - f) = -\cos f \cdot h^*/k_0. \quad (4.50)$$

Решением уравнения (4.49) будет выражение вида

$$B_{RON} = \pi(n - k) - (-1)^k \arcsin(\cos(\pi n + \operatorname{arctg}(k_1/k_0)) h^*/k_0) + \operatorname{arctg}(k_1/k_0), \quad (4.51)$$

где $n, k = 0, 1, 2, \dots$

Если исключить период в выражении (4.51), то можно остановиться на двух выражениях, а именно

$$B_{RON} = \operatorname{arctg}(k_1/k_0) + \arcsin(\cos(\pi + \operatorname{arctg}(k_1/k_0)) h^*/k_0) \quad (4.52)$$

и

$$B_{RON}^* = \operatorname{arctg}(k_1/k_0) + \arcsin(\cos(\operatorname{arctg}(k_1/k_0) h^*/k_0)) + \pi. \quad (4.53)$$

Таким образом, мы видим, что может быть два положения наблюдателя, при которых он располагает собственными угловыми координатами B_{NRO}, V_{NO}, V_{NR} .

Прямоугольные координаты наблюдателя будут иметь выражение

$$\begin{cases} K_{1n} = d_{On} \cos(A_{On}); \\ K_{2n} = d_{On} \sin(A_{On}), \\ K_{3n} = d_{On} \operatorname{tg}(-V_{NO}), \end{cases} \quad (4.54)$$

где

$$A_{On} = \begin{cases} \pi - (B_{ROn} + B_{NRO}), & B_{NRO} \in (0, \pi); \\ 5\pi - (B_{ROn} + B_{NRO}), & B_{NRO} \in (\pi, 2\pi); \end{cases}$$

$$d_{On} = R_I \sin(B_{ROn}) / \sin(B_{NRO}),$$

при $n = N, N^*$.

Пример 3. Определить прямоугольные координаты монокулярного наблюдателя в 3d-пространстве, если

$$R_1 = R_3 = 1; \quad B_{NRO} = 45^\circ; \quad V_{NR} = 26,56^\circ; \quad V_{NO} = -19,47^\circ.$$

Решение

$$h^* = 1; k_1 = \operatorname{tg} 26,56 = 0,5;$$

$$k_0 = (\operatorname{tg}(-19,47) - \cos 45 \operatorname{tg} 26,56) / \sin 45 = -1;$$

$$\operatorname{arctg}(k_1/k_0) = -26,56;$$

$$B_{RON} = -26,56 + \arcsin(\cos(180 - 26,56) / (-1)) = -26,56 + 63,44 = 36,88;$$

$$B_{RON^*} = -26,56 + \arcsin(\cos(-26,56) / (-1)) + 180 = 90;$$

$$A_{ON} = 180 - (36,88 + 45) = 98,12;$$

$$A_{ON^*} = 180 - (90 + 45) = 45;$$

$$d_{ON} = 1 \sin 36,88 / \sin 45 = 0,8471;$$

$$d_{ON^*} = 1 \sin 90 / \sin 45 = 1,4142.$$

Первое положение наблюдателя:

$$K_{1N} = 0,8471 \cos 98,12 = -0,1208;$$

$$K_{2N} = 0,8471 \sin 98,12 = 0,8384;$$

$$K_{3N} = 0,8471 \operatorname{tg}(19,47) = 0,2995.$$

Второе положение наблюдателя:

$$K_{1N^*} = 1,4142 \cos 45 = 1;$$

$$K_{2N^*} = 1,4142 \sin 45 = 1;$$

$$K_{3N^*} = 1,4142 \operatorname{tg} 19,47 = 0,5.$$

Приведенный пример показывает, что решение задачи не всегда однозначно. Возможно существование по крайней мере двух различных положений с одинаковыми угловыми координатами.

4.4. Трансляция положения на плоскости

Один наблюдатель, вооруженный теодолитом, способен определять (переводить, транслировать) значения прямоугольных координат новых пунктов сети от известных (твёрдых) пунктов. При этом не требуются дополнительные построения на местности.

Биноккулярный наблюдатель, состоящий из двух отдельных монокулярных наблюдателей, в состоянии оценить не только свое собственное положение, но и положение некоторой точки пространства, разумеется, при определенных ограничениях и при условии, что положение отдельных монокулярных наблюдателей будет устойчивым.

Идея создания системы бинокулярного наблюдателя состоит в следующем. Имеется горизонтальный репер RpG . Монокулярный наблюдатель определяет свои собственные угловые координаты и направление на предмет M в некоторый момент своего движения. Назовем это первой позицией $N = 1$ (рис. 4.7). Далее наблюдатель перемещается по плоскости на некоторое расстояние и вновь выполняет прежние действия, т. е. он вновь имеет свои собственные координаты и направление на предмет M . Это позиция два $N = 2$.

Обе позиции образуют прямую угловую засечку или, иначе, биполярную систему координат. В этой системе не представляет труда вычислить координаты предмета M .

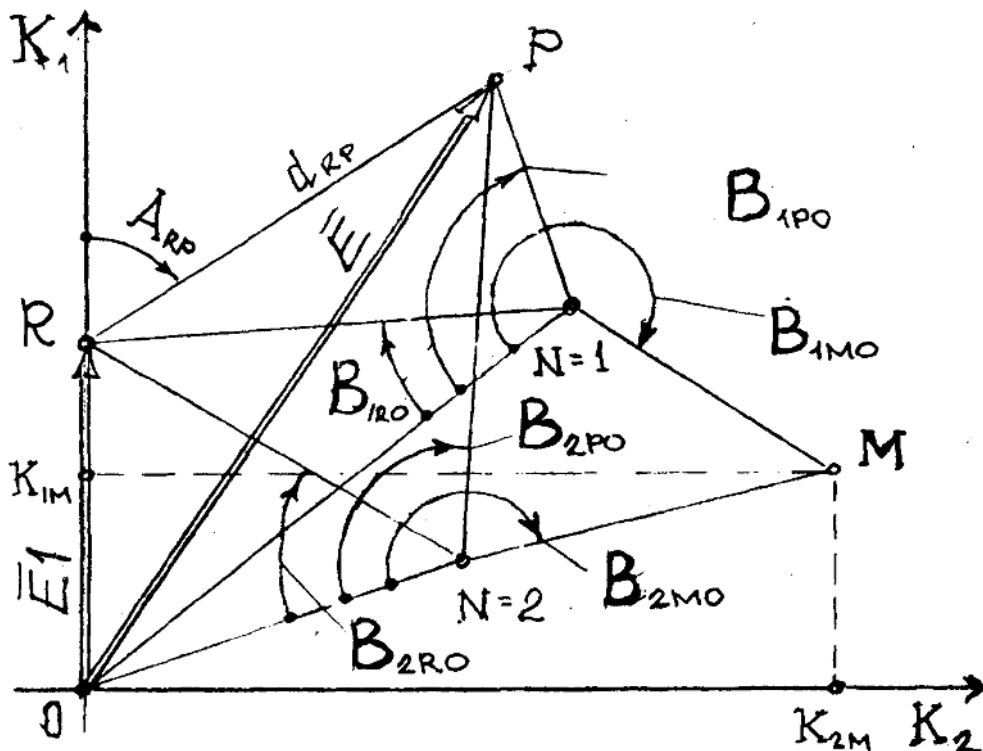


Рис. 4.7. Схема горизонтальной трансляции положения

Таким образом, решение задачи сводится к определению вида функции

$$K_{iM} = K(B_{NRO}, B_{NPO}, B_{NMO}, RpG), i = 1, 2; N = 1, 2. \quad (4.55)$$

Для решения задачи примем в качестве неизвестных расстояния от наблюдателей до визирной цели M . Соответственно d_{1M} и d_{2M} для первого и второго наблюдателей. Из условия однозначного определения пункта M составим систему уравнений

$$\begin{aligned}
 K_{1M} &= K_{11} + d_{1M} \cos(A_{1M}); \\
 K_{1M} &= K_{12} + d_{2M} \cos(A_{2M}); \\
 K_{2M} &= K_{21} + d_{1M} \sin(A_{1M}); \\
 K_{2M} &= K_{22} + d_{2M} \sin(A_{2M}).
 \end{aligned}
 \tag{4.56}$$

Решая систему уравнений методом исключения неизвестных, определим, что

$$d_{1M} = (K_{112} \sin(A_{2M}) - K_{212} \cos(A_{2M})) \operatorname{cosec}(A_{1M} - A_{2M}); \tag{4.57}$$

$$d_{2M} = (K_{112} \sin(A_{1M}) - K_{212} \cos(A_{1M})) \operatorname{cosec}(A_{1M} - A_{2M}). \tag{4.58}$$

Все входящие в выражения (4.57) и (4.58) величины можно определить в виде

$$A_{1M} = A_{01} - pi + B_{1MO}; \tag{4.59}$$

$$A_{2M} = A_{02} - pi + B_{2MO}; \tag{4.60}$$

$$K_{112} = K_{11} - K_{12}; \tag{4.61}$$

$$K_{212} = K_{21} - K_{22}. \tag{4.62}$$

Таким образом, решение задачи найдено и значения прямоугольных координат пункта M можно вычислить по любой из двух пар зависимостей выражения (4.56).

Однозначного решения задачи нет, если наблюдатели и визирная цель будут расположены на одной прямой. Это соответствует условию

$$A_{1M} = A_{2M}, \text{ или } A_{1M} = A_{2M} + pi. \tag{4.63}$$

Случай, когда наблюдатели и визирная цель не будут находиться на одной прямой, но будут расположены в одной отвесной плоскости, здесь не рассматривается.

Пример 4. Определить прямоугольные координаты визирной цели M , наблюдаемой монокулярно на плоскости с двух положений $N = 1$ и $N = 2$. Репер задан в виде

$$R = E1 = 1, \quad A_{RP} = 30^\circ, \quad d_{RP} = 1.$$

Угловые координаты наблюдателей имеют значения, приведенные в таблице 4.1.

Таблица 4.1

Значения угловых координат наблюдателей

N	B_{NRO}	B_{NPO}	B_{NMO}
1	$53^{\circ} 07.8^1$	$96^{\circ} 27.6^1$	$71^{\circ} 33.9^1$
2	$29^{\circ} 44.7^1$	$92^{\circ} 30.8^1$	$11^{\circ} 18.6^1$

Решение. Определяем прямоугольные координаты монокулярных наблюдателей.

Положение первого наблюдателя $N = 1$:

$$B^* = (180 - 30) + 96,460 = 246,460;$$

$$d^* = 1/1 \sin(96,460 - 53,130) / \sin 53,130 = 0,85250;$$

$$A^* = -\sin 246,460 / (0,85250 + \cos 246,460) = 2,0233; n = 0;$$

$$A_{ON} = \arctg 2,0233 = 63,70;$$

$$B_{RON} = 180 - 63,70 - 53,130 = 63,17;$$

$$d_{ON} = 1/1 \sin(63,17) / \sin 53,130 = 1,1154;$$

$$K_{11} = 1,1154 \cos 63,70 = 0,5;$$

$$K_{21} = 1,1154 \sin 63,70 = 1,0.$$

Положение второго наблюдателя $N = 2$:

$$B^* = (180 - 30) + 92,513 = 242,513;$$

$$d^* = 1/1 \sin(92,513 - 29,745) / \sin 29,745 = 1,7922;$$

$$A^* = -\sin 242,513 / (1,7922 + \cos 242,513) = 0,66668; n = 0;$$

$$A = \arctg 0,66668 = 33,69;$$

$$B = 180 - 33,69 - 29,745 = 116,565;$$

$$d = 1/1 \sin 116,565 / \sin 29,745 = 1,8028;$$

$$K_{12} = 1,8028 \cos 33,69 = 1,5000;$$

$$K_{22} = 1,8028 \sin 33,69 = 1,0000.$$

Положение визирной цели M :

$$K_{112} = 0,5 - 1,5 = -1,0;$$

$$K_{212} = 1,0 - 1,0 = 0;$$

$$A_{1M} = 63,70 - 180 + 71,565 = -44,735;$$

$$A_{2M} = 33,69 - 180 + 11,310 = -135,000;$$

$$d = -1 \sin(-135) / \sin(-44,735 + 135) = 0,70711;$$

$$K_{1M} = 0,5 + 0,70711 \cos(-44,735) = 1,0;$$

$$K_{2M} = 1,0 + 0,70711 \sin(-44,735) = 0,5.$$

Для проверки правильности полученных результатов, несложно по координатам вычислить исходные инвариантные угловые значения.

4.5. Трансляция положения в пространстве

Если воспользоваться бинарным репером, то можно передавать координаты (считая отметку 3-й координатой) аналогичным образом, т. е. необходимо выполнять преобразование вида

$$K_{iM} = K(B_{NRO}, B_{NMO}, Z_{NO}, Z_{NR}, Z_{NM}, RpB), \quad i = 1, 2, 3; N = 1, 2. \quad (4.64)$$

Обратная 3D-засечка позволяет определять координаты наблюдателя в общем случае неоднозначно, т. е. возможны положения N и N^* . Для соседнего наблюдателя, не связанного визуаль-но с первым, тоже возможны два положения S и S^* . Таким образом, для двух реальных наблюдателей возможен только один случай из 4-х комбинаций.

Задача может быть решена в два этапа. На первом этапе определим плоские координаты K_1 и K_2 (рис. 4.8.) для наблюдателей.

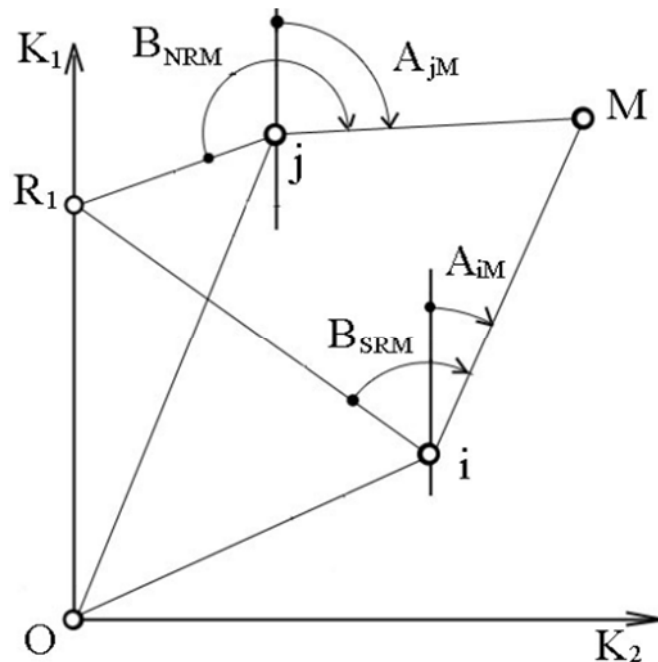


Рис. 4.8. Схема трансляции положения от бинарного репера

Пусть $j = N$ или N^* ; $i = S$ или S^* . Тогда направления на визирную цель M составят

$$A_{jM} = B_{NMR} - B_{ROj} \text{ и } A_{iM} = B_{SMR} - B_{ROi}, \quad (4.65)$$

где B_{jMR} и B_{iMR} – горизонтальные углы, измеренные на пунктах j и i .

Приращения координат по осям имеют вид

$$K_{lji} = K_{lj} - K_{li}, \quad (4.66)$$

где $l = 1, 2$.

Горизонтальные проложения линий находим в виде

$$d_{jM} = \left| (K_{1ji} \sin(A_{iM}) - K_{2ji} \cos(A_{iM})) k_T \right|; \quad (4.67)$$

$$d_{iM} = \left| (K_{1ji} \sin(A_{jM}) - K_{2ji} \cos(A_{jM})) k_T \right|, \quad (4.68)$$

где $k_T = 1/\sin(A_{jM} - A_{iM})$.

Координаты горизонтальной проекции пункта M :

$$K_{1M} = K_{1j} + d_{jM} \cos(A_{jM}); \quad (4.69)$$

$$K_{2M} = K_{2j} + d_{jM} \sin(A_{jM}).$$

На втором этапе определим высотное положение пункта M .

При геодезическом нивелировании из двух пунктов j и i координата K_3 имеет избыточное значение

$$K_{3M}^j = K_{3j} + d_{jM} \operatorname{tg}(V_{NM}); \quad (4.70)$$

$$K_{3M}^i = K_{3i} + d_{iM} \operatorname{tg}(V_{SM}). \quad (4.71)$$

Дополнительное условие

$$\left| K_{3M}^j - K_{3M}^i \right| \rightarrow \min \quad (4.72)$$

исключает неопределённость обратной 3D-угловой засечки и позволяет определить однозначно координаты визирной цели.

Высотную отметку следует определять в виде

$$K_{3M} = (K_{3M}^j + K_{3M}^i)/2. \quad (4.73)$$

Пример 5. Определить прямоугольные координаты визирной цели M , наблюдаемой в пространстве с двух положений N и S . Репер задан в виде $R_1 = R_3 = 1$.

Угловые координаты наблюдателей имеют значения, приведенные в таблице 4.2.

Таблица 4.2

Значения угловых координат наблюдателей

N	B_{NRO}	B_{NMO}	V_{NO}	V_{NR}	V_{NM}
1	$84^\circ 53.8'$	$65^\circ 09.6'$	$-40^\circ 53.6'$	$29^\circ 54.1^1$	$-39^\circ 16.1^1$
2	$75^\circ 00.1^1$	$09^\circ 20.4^1$	$-26^\circ 33.9'$	$44^\circ 00.4^1$	$-32^\circ 22.3^1$

Решение

Определяем прямоугольные координаты монокулярных наблюдателей N и N^* :

$$h^*=1; \quad k_1 = \operatorname{tg} 29,902 = 0,57506;$$

$$k_0 = (\operatorname{tg}(-40,893) - \cos(84,897) \operatorname{tg} 29,902) / \sin 84,897 = -0,92082;$$

$$\operatorname{arctg}(k_1/k_0) = \operatorname{arctg}(0,57506/(-0,92082)) = -31,985;$$

$$B_{RON} = -31,985 + \operatorname{arcsin}(\cos(180 - 31,985) / (-0,92082)) = \\ = -31,985 + 67,091 = 35,106;$$

$$B_{RON^*} = -31,985 - 67,091 + 180 = 80,924;$$

$$A_{ON} = 180 - (35,106 + 84,897) = 59,997;$$

$$A_{ON^*} = 180 - (80,924 + 84,897) = 14,179,$$

$$d_{ON} = 1 \sin(35,106) / \sin 84,897 = 0,57738;$$

$$d_{ON^*} = 1 \sin(80,924) / \sin 84,897 = 0,99141.$$

Первое решение:

$$K_{11} = K_{1N} = 0,57738 \cos 59,997 = 0,2887;$$

$$K_{21} = K_{2N} = 0,57738 \sin 59,997 = 0,5000;$$

$$K_{32} = K_{3N} = 0,57738 \operatorname{tg} 40,893 = 0,5000.$$

Второе решение:

$$K_{12} = K_{1N^*} = 0,99141 \cos 14,179 = 0,9612;$$

$$K_{22} = K_{2N^*} = 0,99141 \sin 14,179 = 0,2428;$$

$$K_{32} = K_{3N^*} = 0,99141 \operatorname{tg} 40,893 = 0,8586.$$

Определяем прямоугольные координаты монокулярных наблюдателей S и S^* :

$$k_s = \operatorname{tg} 44,007 = 0,9659;$$

$$k_0 = (\operatorname{tg}(-26,565) - \cos(75,002) \operatorname{tg} 44,007) / \sin 75,002 =$$

$$= -0,7764 \operatorname{arctg}(k_1/k_0) = \operatorname{arctg}(0,9659/(-0,7764)) = -51,207;$$

$$B_{ROS} = -51,207 + \operatorname{arcsin}(\cos(180 - 51,207) / (-0,7764)) = \\ = -51,207 + 53,798 = 2,591;$$

$$B_{ROS^*} = -51,207 + 53,798 + 180 = 74,995;$$

$$A_{OS} = 180 - (2,591 + 75,002) = 102,407;$$

$$A_{OS^*} = 180 - (74,995 + 75,002) = 30,003;$$

$$d_{OS} = 1 \sin(2,591) / \sin 75,002 = 0,04680;$$

$$d_{OS^*} = 1 \sin(74,995) / \sin 75,002 = 0,99997.$$

Первое решение:

$$K_{13} = K_{1S} = 0,04680 \cos 102,407 = -0,0101;$$

$$K_{23} = K_{2S} = 0,04680 \sin 102,407 = 0,0457;$$

$$K_{33} = K_{3S} = 0,04680 \operatorname{tg} 26,565 = 0,0234.$$

Второе решение

$$K_{14} = K_{1S}^* = 0,99997 \cos 30,003 = 0,8660;$$

$$K_{24} = K_{2S}^* = 0,99997 \sin 30,003 = 0,5000;$$

$$K_{34} = K_{3S}^* = 0,99997 \operatorname{tg} 26,565 = 0,5000.$$

Определяем положение визирной цели. Пересечение визирных лучей происходит только при двух сочетаниях положений наблюдателя при возможных четырех (рис. 4.9).

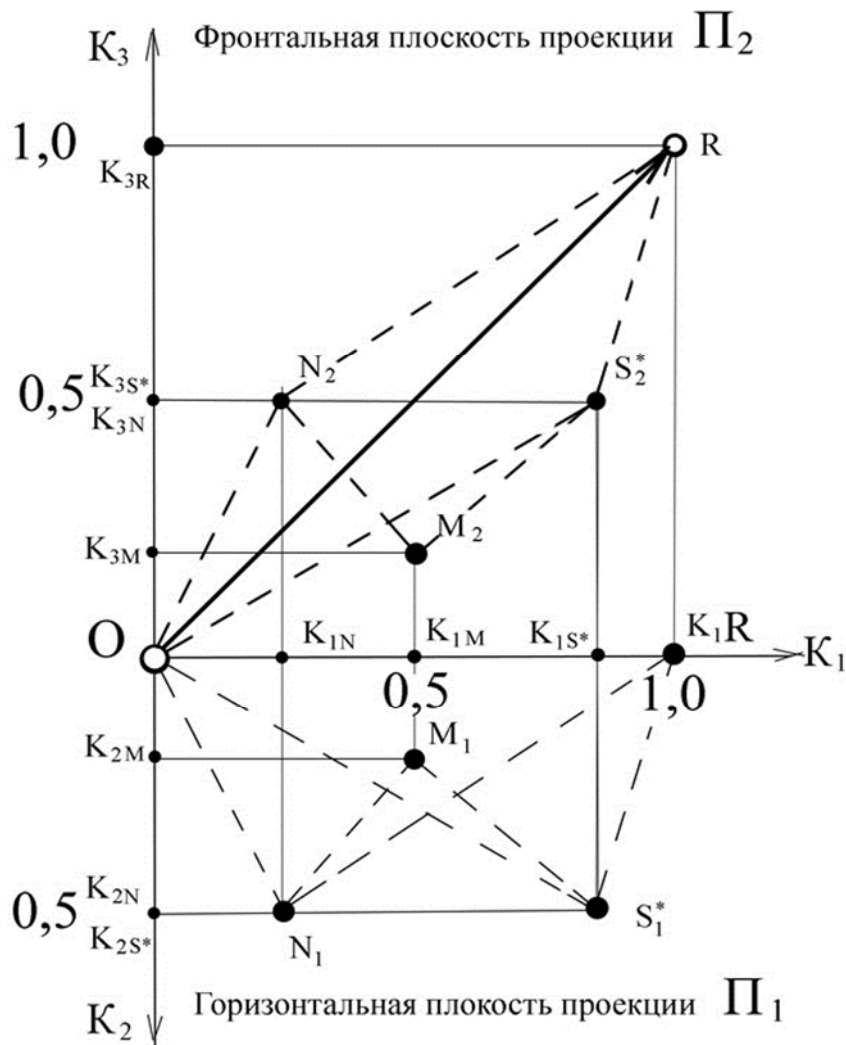


Рис. 4.9. Комплексный чертёж к примеру 5

Первое возможное сочетание « N^*-S » или «2-3». Для этого сочетания имеем:

$$K_{123} = K_{12} - K_{13} = 0,9612 - (-0,0101) = 0,9713;$$

$$K_{223} = K_{22} - K_{23} = 0,2428 - 0,0457 = 0,1971;$$

$$A_{2M} = 14,179 - 180 + 65,160 = -100,661;$$

$$A_{3M} = 102,407 - 180 + 9,340 = -68,253;$$

$$d_{2M} = (0,9713 \sin(-68,253) - 0,1971 \times \\ \times \cos(-68,253)) / \sin(-100,661 + 68,253) = 1,8196;$$

$$d_{3M} = (0,9713 \sin(-100,661) - 0,1971 \times \\ \times \cos(-100,661)) / (-0,5359) = 1,7130;$$

$$K_{3M} = K_{32} + d_{2M} \operatorname{tg} V_{1M} = 0,8586 + 1,8196 \operatorname{tg}(-39,268) = -0,6290 ;$$

$$K_{4M} = K_{33} + d_{3M} \operatorname{tg} V_{2M} = 0,0234 + 1,7130 \operatorname{tg}(-32,372) = -1,0625;$$

$$|K_{3M} - K_{4M}| = 0,4335.$$

Таким образом, среди рассмотренных геодезических пунктов есть фантомный объект.

Второе возможное сочетание « $N-S^*$ » или «1-4».

$$K_{114} = K_{11} - K_{14} = 0,2887 - 0,8660 = -0,5773;$$

$$K_{214} = K_{21} - K_{24} = 0,5000 - 0,5000 = 0;$$

$$A_{1M} = 59,997 - 180 + 65,160 = -54,843;$$

$$A_{4M} = 30,003 - 180 + 9,340 = -140,657;$$

$$d_{1M} = -0,5773 \sin(-140,657) / \sin(-54,843 + 140,657) = 0,3670;$$

$$d_{4M} = -0,5773 \sin(-54,843) / 0,9973 = 0,4732;$$

$$K_{3M} = K_{31} + d_{1M} \operatorname{tg}(V_{1M}) = 0,50000 + 0,3670 \operatorname{tg}(-39,268) = 0,19996;$$

$$K_{4M} = K_{34} + d_{4M} \operatorname{tg}(V_{2M}) = 0,50000 + 0,4732 \operatorname{tg}(-32,372) = 0,20002;$$

$$|K_{3M} - K_{4M}| = 0,00006.$$

Для рассмотренного сочетания погрешность высотного положения находится на уровне точности вычислений.

Таким образом, сочетание 1-4 определяет действительное положение отдельных монокулярных наблюдателей.

Прямоугольные координаты визирной цели M будут иметь значения:

$$K_{1M} = 0,2887 + 0,3670 \cos(-54,843) = 0,50003;$$

$$K_{2M} = 0,5000 + 0,3670 \sin(-0,54843) = 0,19995;$$

$$K_{3M} = (0,19996 + 0,20002) = 0,19999.$$

Полученный результат подтверждается комплексным чертежом (см. рис. 4.9).

Вопросы для самопроверки

1. Как определить координаты предмета местности способом прямой угловой засечки?
2. Как определить координаты наблюдателя способом обратной угловой засечки?
3. За счёт чего возникают критические углы в обратной угловой засечке?
4. Как определить координаты наблюдателя способом обратной угловой 3D-засечки?
5. В чём причина неоднозначности решения обратной угловой 3D-засечки.
6. Как можно одному наблюдателю дистанционно передавать координаты на различные пункты местности?
7. В каких случаях можно пренебрегать кривизной Земли и использовать 3-мерную систему координат?

Глава 5. ЛИНЕЙНЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

С помощью лазерного прибора DISTO D5 можно производить плановое позиционирование местных предметов, определять координаты поворотных точек земельных участков, углов зданий и сооружений.

5.1. Биполярная линейная система координат

Плоская биполярная линейная система координат определена с точностью до преобразования симметрии, т. е. определить в ней плоские прямоугольные координаты пунктов без дополнительной информации не представляется возможным. До проведения опытов должно быть известно, в какой части полуплоскости находится объект наблюдения, в левой или в правой. При рассмотрении угловой биполярной системы такая проблема не возникала, поскольку было использовано понятие ориентированного угла.

Рассмотрим, каким образом формируется такая система координат. Пусть в некоторой плоскости лежит вектор \vec{E} (рис. 5.1). Направим вдоль вектора координатную числовую ось так, что её начало совпадёт с началом вектора. Модуль вектора равен R . Вектор \vec{E} можно считать репером.

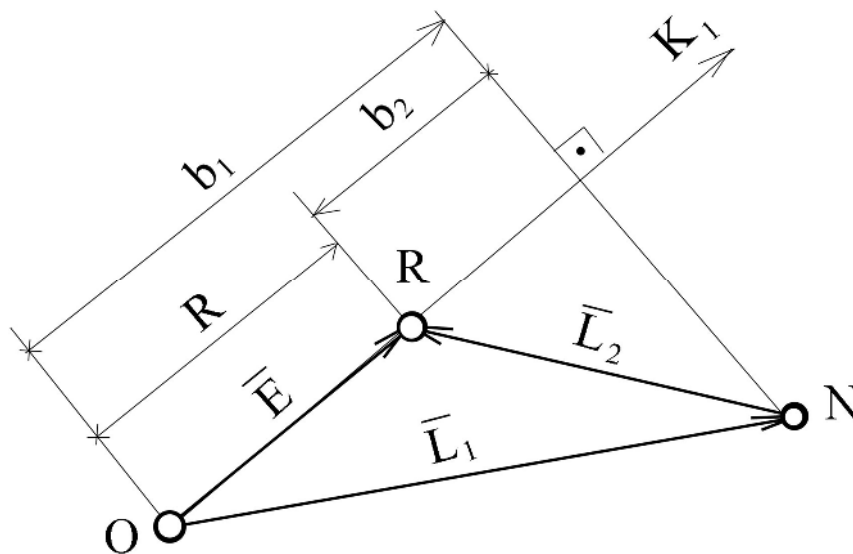


Рис. 5.1. Схема образования биполярной линейной системы координат

Положение пункта М на плоскости относительно репера можно определить радиусом-вектором \overline{L}_1 . Вектор \overline{L}_2 определим в виде

$$\overline{L}_2 = \overline{E} - \overline{L}_1. \quad (5.1)$$

Для скалярных проекций векторов на ось K_1 можно записать уравнение

$$l_2^2 - b_2^2 = l_1^2 - (R - b_2)^2, \quad (5.2)$$

где l_1, l_2 – модули векторов $\overline{L}_1, \overline{L}_2$;

b_1, b_2 – соответствующие скалярные проекции на ось K_1 .

Решая уравнение (5.2), находим

$$b_2 = \frac{R^2 + l_2^2 - l_1^2}{2R}; \quad (5.3)$$

$$b_1 = \frac{R^2 - l_2^2 + l_1^2}{2R}. \quad (5.4)$$

Далее рассмотрим два возможных положения репера (рис. 5.2). Если треугольник ORM положительно ориентированный (обход по часовой стрелке), то наблюдатель находится справа от оси и репер назовём RpE^+ , иначе слева от оси и репер RpE^- . Ось K_2 дополняет систему координат до левой. Таким образом, задача позиционирования сводится к определению вида функции

$$K_{iM} = K(l_1, l_2, RpE^\pm), i = 1, 2. \quad (5.5)$$

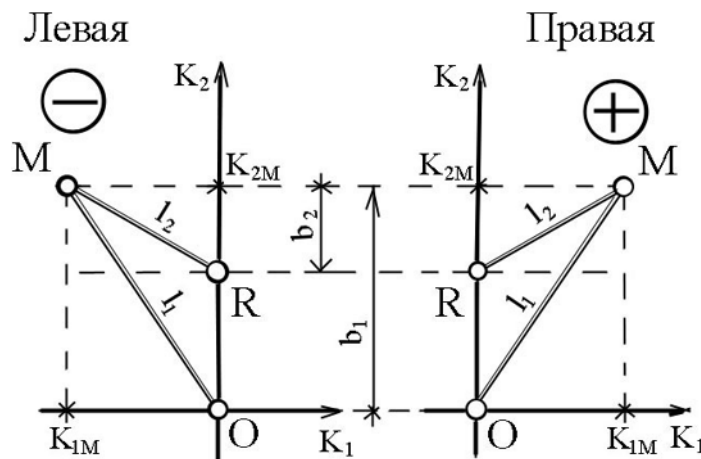


Рис. 5.2. Схема линейного позиционирования на плоскости

Если правая полуплоскость, то по аналогии с угловой системой

$$—; \tag{5.6}$$

$$— \tag{5.7}$$

Если левая полуплоскость, то

$$—. \tag{5.8}$$

5.2. Общая схема хода трилатерации

При создании планового съемочного обоснования можно исключить полностью угловые измерения, если прокладывать на местности ходы трилатерации TLR, где измеряемые линии будут горизонтальными проложениями. Элементом хода должна быть одна из секций L или R (см. рис. 5.2), т. е. ориентированный треугольник.

Элементы хода образуют плоское, геометрически неизменяемое построение. Начало хода закреплено на местности двумя твердыми геодезическими пунктами. Конец хода также должен быть доведен до твердого пункта, в качестве которого может использоваться любой из исходных пунктов или любой другой, не отнесенный к ним.

Исходные пункты хода задают исходный вектор 1-2. Его направление и модуль определяют путем решения обратной геодезической задачи.

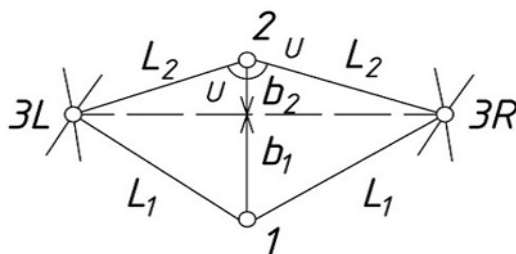


Рис. 5.3. Построения в секциях

Далее может быть определен последующий вектор хода. Его модуль – это непосредственно измеренный отрезок (горизонталь-

ное проложение) L_2 в 1-й секции (см. рис. 5.3), а направление находится в следующем виде:

1) вычисляются величины b_1 и b_2 . Контролем вычислений будет условие

$$b_1 + b_2 = B; \quad (5.9)$$

2) примычный угол находим в виде

$$U = \cos^{-1} \left(\frac{b_2}{l_2} \right); \quad (5.10)$$

3) дирекционный угол новых направлений

$$\alpha_{2-3L/R} = \alpha_{1-2} \pm 180 \pm U, \quad (5.11)$$

где α_{1-2} – дирекционный угол твердой стороны 1-2;

4) приращения координат в секциях составят

$$\Delta x = l_2 \cdot \cos(\alpha_{2-3L/R}); \quad (5.12)$$

$$\Delta y = l_2 \cdot \sin(\alpha_{2-3L/R}). \quad (5.13)$$

Прежде чем вычислять координаты, необходимо проверить невязки в приращениях координат, а также невязку в периметре хода.

Невязки f_x и f_y в приращениях координат показаны на рисунке 5.4. Абсолютная невязка в периметре составит

$$f_{abc} = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}. \quad (5.14)$$

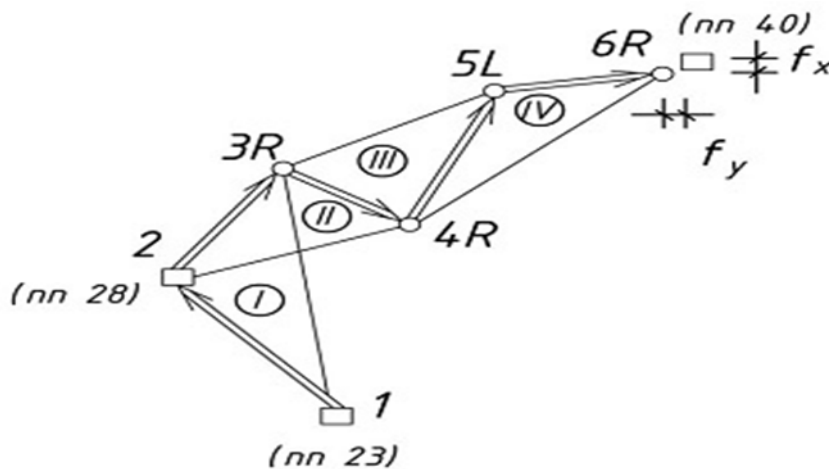


Рис. 5.4. Схема хода TLR на 4 секции

Критерием допустимости невязки в периметре полигона, по нашему мнению, может быть относительная к периметру полигона величина в виде аликвотной дроби $\frac{1}{(\rho \cdot f_{abc})} < 1/2000$, как это принято в теодолитных ходах.

Если относительная невязка менее допустимой, то может быть произведено уравнивание приращений координат. Поправки можно распределять поровну, поскольку точность измерений лазерным дальномером мало зависит от длин измеряемых линий.

После вычисления исправленных приращений координат $\Delta x_{испр}$ и $\Delta y_{испр}$ координаты новых пунктов хода составят величины

$$x_{3L/R} = x_2 + \Delta x_{испр}; \quad (5.15)$$

$$y_{3L/R} = y_2 + \Delta y_{испр}. \quad (5.16)$$

Помимо связующих, могут быть промежуточные секции, т. е. такие секции, которые опираются на элементы связующих секций. Измерения в них не влияют на невязку хода.

Для промежуточных секций может быть использован дополнительный контроль в виде избыточных измерений. Предположим, что промежуточные секции использованы для координирования углов капитальных зданий. Тогда непосредственные промеры между углами по фасаду здания покажут точность построений в промежуточных секциях.

5.3. Вычислительная обработка хода трилатерации

На участке студенческого городка ЮЗГУ в период учебной полевой практики был проложен экспериментальный ход TLR на 4 секции. Начало хода опиралось на координированные углы капитальных зданий, а замыкался ход на твердый пункт пп Тп. Схема хода и результаты измерений приведены на рисунке 5.5.

Все вычисления можно свести в специальную ведомость (табл. 5.1).

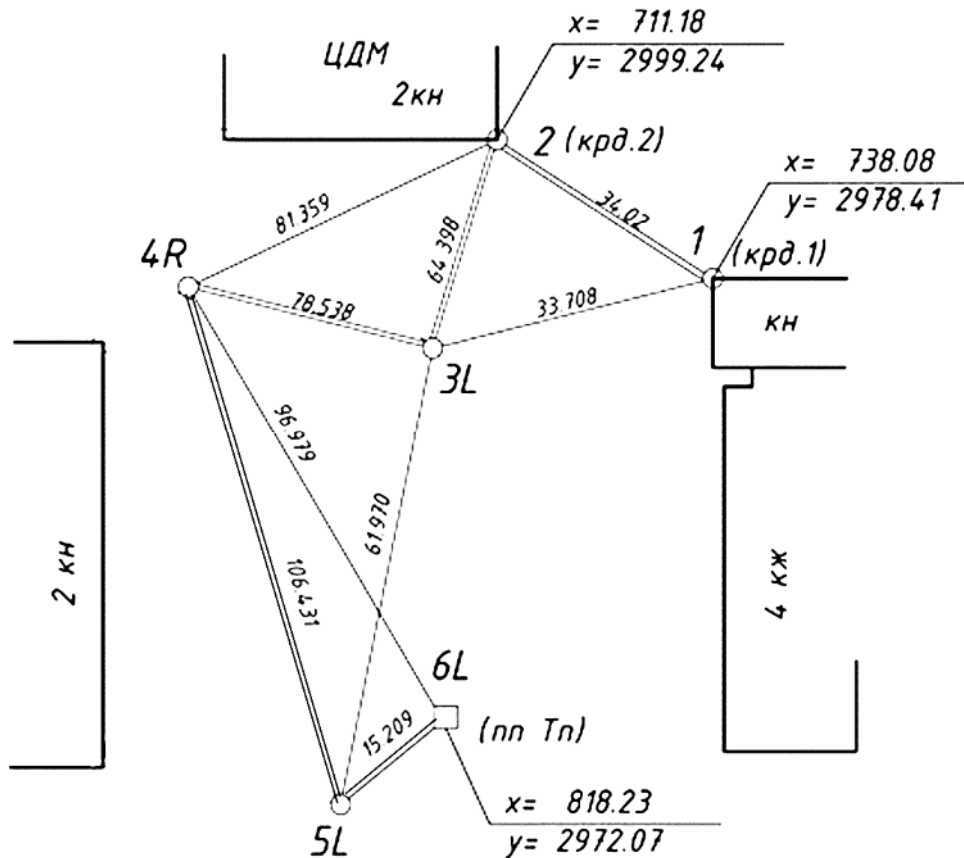


Рис. 5.5. Ход трилатерации (TLR) на участке ЮЗГУ

Для привязки хода требуется вычислить длину исходной стороны и её румб, т. е. решить обратную геодезическую задачу.

Линия 1-2:

$$\Delta x = 711,18 - 738,08 = -26,90 \text{ м};$$

$$\Delta y = 2999,24 - 2978,41 = -20,83 \text{ м};$$

$$d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = 34,02 \text{ м};$$

$$|r| = \text{arcctg} \left| \frac{20,83}{26,90} \right| = 37,752^\circ;$$

$$r = \text{ЮВ} : 37,752^\circ \text{ как } \alpha = 142,248^\circ.$$

Вычисления в секции I:

$$b_2 = \frac{34,020^2 - 33,708^2 + 64,398^2}{2 \cdot 34,020} = 61,262 \text{ м};$$

$$b_2 = \frac{34,020^2 - 33,708^2 + 64,398^2}{2 \cdot 34,020} = -27,241 \text{ м}.$$

Таблица 5.1

Ведомость вычисления координат

Секция	Наименование		l_1	l_2	B_2	B_1	U°	α°	$d, \text{ м}$	Приращение координат		Координаты		Пункт хода
	ход	сеть								$\Delta x, \text{ м}$	$\Delta y, \text{ м}$	$X, \text{ м}$	$Y, \text{ м}$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
I	1	крд 1										738,08	2978,41	1
	2	крд 2					142,248	34,020				711,18	2999,24	2
II	3L		33,708	64,398	61,262	-27,241	17,954	340,202	64,398	60,592	-21,812	771,77	2977,43	3L
	4R		81,359	78,538	28,697	35,701	68,568	91,634	78,538	-2,235	78,506	764,54	3055,94	4R
III	5L		61,970	106,431	86,936	-8,399	35,231	306,865	106,431	63,851	-85,150	9833,39	2970,79	5L
	6L	ппТп	96,979	15,209	10,119	96,312	48,292	175,157	15,209	-15,155	1,284	818,23	22972,07	6L
									f	0,003	-0,002			

Контроль: $b_1 + b_2 = 34,021$ м.

Примычный угол:

$$U = \operatorname{arctg}\left(\frac{61,262}{64,398}\right) = 17,954^\circ.$$

Дирекционный угол:

$$\alpha = 142,248^\circ + 180^\circ + 17,954^\circ = 340,202^\circ.$$

Приращения координат:

$$\Delta x = 64,398 \cdot \cos 340,202^\circ = 60,592 \text{ м};$$

$$\Delta y = 64,398 \cdot \sin 340,202^\circ = -21,812 \text{ м}.$$

Вычисления в секциях II, III, IV выполняются аналогично.

После вычисления приращений координат необходимо вычислить невязки в приращениях координат и невязку в периметре хода.

– невязка по оси x :

$$f_x = \sum \Delta x_{\text{изм}} - \sum \Delta x_{\text{теор}} = 0,003 \text{ м},$$

где $\sum \Delta x_{\text{изм}} = 124,443 - 17,390 = 107,053$ м;

$$\sum \Delta x_{\text{теор}} = 818,23 - 711,18 = 107,650 \text{ м};$$

– невязка по оси y :

$$f_y = \sum \Delta y_{\text{изм}} - \sum \Delta y_{\text{теор}} = -0,002 \text{ м},$$

где $\sum \Delta y_{\text{изм}} = 79,790 - 106,172 = -27,172$ м;

$$\sum \Delta y_{\text{теор}} = 2972,07 - 2999,24 = -27,170 \text{ м};$$

– невязка в периметре хода

$$f_{abc} = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} < 1 \text{ см}.$$

Поскольку абсолютная невязка менее точности представления координат, то уравнивание хода не производилось.

Координаты 3-х новых пунктов хода приведены в таблице 5.1.

5.4. Координирование углов капитальных зданий

Для составления технического плана при постановке на кадастровый учет требуется координирование углов капитальных зданий. Кроме того, координирование углов значительно облегчает процесс съемки.

Для координирования углов капитальных зданий в ходе TLR создадим дополнительные и промежуточные секции, которые опираются на элементы основных связующих секций.

Рассмотрим последовательность вычисленной обработки при координировании Y1, Y2, и Y3.

Секция 4R-6L-Y1 положительно ориентирована. Для неё имеем:

$$b_2 = 32,663 \text{ м и } b_1 = 73,768 \text{ м.}$$

$$\text{Примычный угол: } U = 49,946^\circ.$$

$$\text{Дирекционный угол: } \alpha = 76,919^\circ.$$

Приращения координат:

$$\Delta x = 11,488 \text{ м; } \Delta y = 49,441 \text{ м.}$$

$$\text{Координаты: } X_{y1} = 833,39 + 11,49 = 844,88 \text{ м;}$$

$$Y_{y1} = 2970,79 + 49,44 = 3020,23 \text{ м.}$$

Секция 4R-5L-Y2 положительно ориентирована. Для неё имеем:

$$b_2 = 96,523 \text{ м и } b_1 = 9,908 \text{ м.}$$

$$\text{Примычный угол: } U = 5,291^\circ.$$

$$\text{Дирекционный угол: } \alpha = 121,574^\circ.$$

Приращения координат:

$$\Delta x = -50,756 \text{ м; } \Delta y = 82,586 \text{ м.}$$

$$\text{Координаты: } X_{y2} = 833,39 - 50,76 = 782,63 \text{ м.}$$

$$Y_{y2} = 2970,79 + 82,5 = 30053,38 \text{ м.}$$

Секция 3L-4R-Y3 положительно ориентирована. Для неё имеем:

$$b_2 = 22,494 \text{ м и } b_1 = 56,044 \text{ м.}$$

$$\text{Примычный угол: } U = 61,785^\circ.$$

$$\text{Дирекционный угол: } \alpha = 209,849^\circ.$$

Приращения координат:

$$\Delta x = -41,266 \text{ м; } \Delta y = -23,680 \text{ м.}$$

$$\text{Координаты: } X_{y3} = 769,54 - 41,27 = 728,27 \text{ м.}$$

$$Y_{y3} = 3055,94 - 23,68 = 3032,26 \text{ м.}$$

Расстояния между координированными углами по фасаду здания были измерены в период съёмки и показаны на рисунке 5.6.

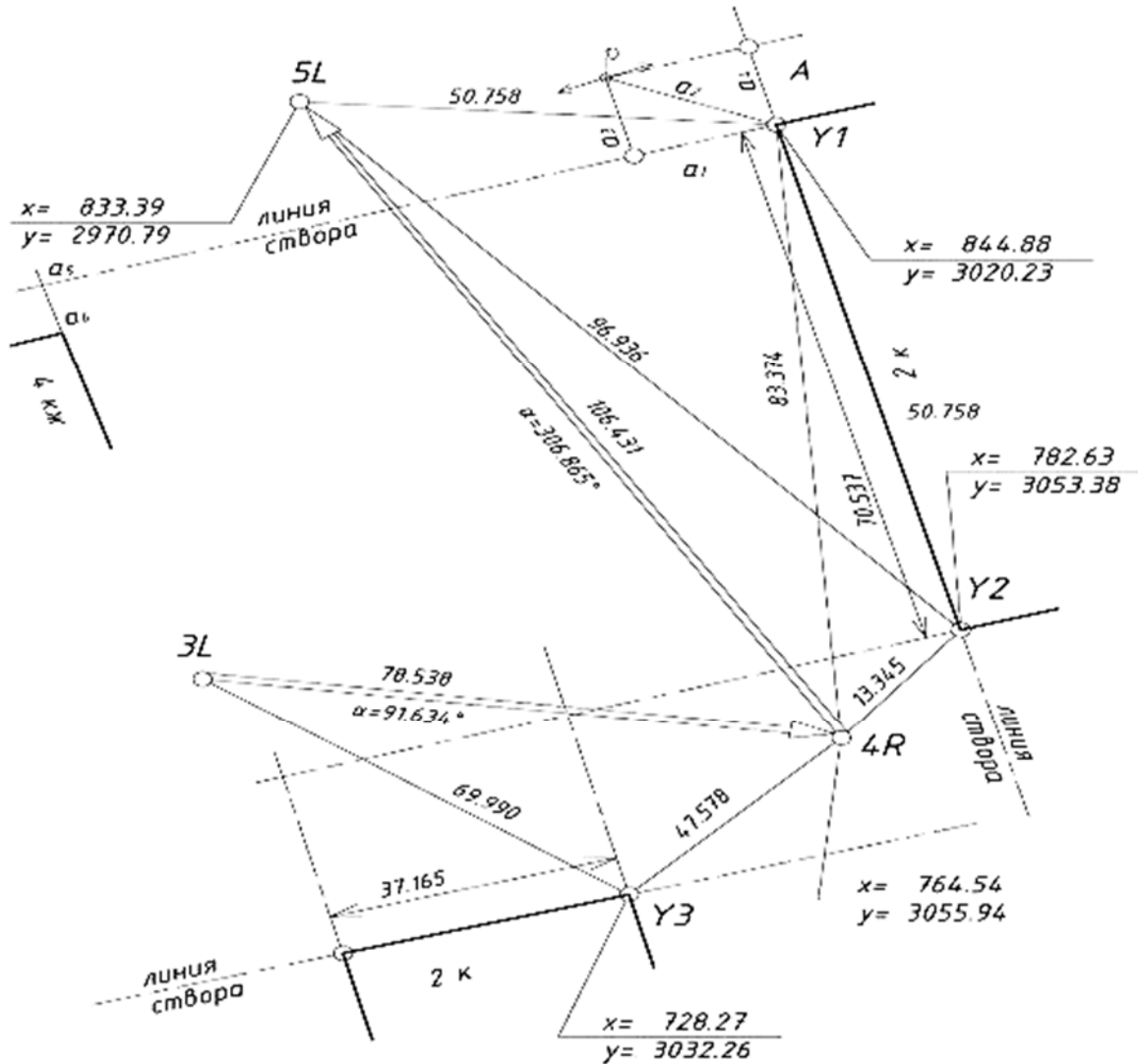


Рис. 5.6. Схема координирования углов капитальных зданий

Вычисляя по координатам горизонтальные проложения, определяем погрешности в промежуточных секциях, а именно для линии Y1-Y2 это 10 мм и для линии крд2-Y3 это 15 мм.

5.5. Система безреперного нивелирования

При наблюдениях за деформациями грунтов часто приходится сталкиваться с проблемой выбора высотного репера. По логике вещей требуется устраивать глубинный репер, который опирается на скальные породы, причём для надёжности требуется куст таких реперов. Если скальные породы находятся далеко, то вес конструкции репера будет настолько значительным, что вызовет деформации этих пород (нам известен из практики такой случай).

Другая сторона вопроса – экономическая. Устройство глубинных реперов требует значительных денежных средств и не всегда оправданно.

Название системы не означает, что нет никакого репера вообще. Отсутствует конкретный репер, как всеобщее начало отсчёта при наблюдениях. Для II–IV классов точности измерения вертикальных перемещений допускается [9] использовать стенные реперы на несущих конструкциях зданий и сооружений, осадка фундаментов которых практически стабилизировалась.

При наблюдениях следует работать с превышениями, исключив из рассмотрения условные отметки.

Пусть в замкнутом контуре, где имеется несколько стенных реперов, последовательно измерены превышения, которые образуют некоторый вектор h_i^0 ($i = 1, 2, 3 \dots N$) в начальный момент времени. Если в реперную систему входят три пункта, то первые два превышения относятся к реперам.

В текущий момент времени t для того же контура получены новые значения вектора превышений h_i^t ($i = 1, 2, 3 \dots N$). Для каждого вектора превышений подсчитывается высотная невязка (мм) в виде

$$f_h = \sum_1^N h_i. \quad (5.17)$$

Измеренная невязка должна быть по абсолютной величине менее допускаемой, в зависимости от класса точности. Так, например, для II класса точности допускаемая невязка

$$f_h^{\text{доп}} = 0,5 \sqrt{N}. \quad (5.18)$$

Если условие выполняется, то можно выполнить уравнивание превышений.

Каждому вектору превышений соответствует вектор средних квадратических ошибок. Для начального момента времени m_i^0 и для текущего m_i^t ($i = 1, 2, 3 \dots N$).

Вектор относительных вертикальных перемещений (мм) по контуру может быть представлен в виде

$$v_i^t = h_i^0 - h_i^t, \quad (5.19)$$

В отличие от превышений перемещения считаются положительными вниз, по направлению силы тяжести, вызывающей перемещения.

Средняя квадратическая ошибка элементов вектора перемещения оценивается в виде

$$mv_i^t = \sqrt{(m_i^0)^2 + (m_i^t)^2}. \quad (5.20)$$

Если нет взаимного перемещения реперных пунктов, то осадки наблюдаемых пунктов можно определить в виде

$$S_i^t = \sum_1^i v_i^t. \quad (5.21)$$

Таким образом, для определения осадок нет необходимости знать высотные отметки осадочных марок.

Вопросы для самопроверки

1. С какой точностью определена плоская биполярная линейная система координат?
2. Как выглядит общая схема хода трилатерации?
3. Как определяется знак треугольника?
4. Какая информация содержится в ведомости вычисления координат хода трилатерации?
5. Как вычисляются приращения координат в ходе трилатерации?
6. Как можно использовать координаты углов зданий?
7. С какой целью и как можно организовать систему безреперного нивелирования?
8. Как определяются осадки фундаментов при безреперном нивелировании?

Глава 6. ЛИНЕЙНО-УГЛОВЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

Электронные тахеометры – универсальные геодезические приборы, выполняющие все виды геодезических измерений. С помощью таких приборов может быть реализована любая измерительная система, в том числе и комбинированная, т. е. линейно-угловая.

Появление электронных тахеометров с безотражательной функцией позволяет развивать принципиально новую систему позиционирования, в которой все измерения выполняются дистанционно.

6.1. Структуры тахеометрических 3D-ходов

Тахеометрический ход 3D прокладывается с целью оптимизации геодезических измерений. В таком ходе различают 3 типа пунктов:

1) связующие – пункты, наблюдаемые как минимум с двух станций, по которым определяются невязки и их положение уточняется путём уравнивания;

2) промежуточные – пункты, положение которых определяется относительно связующих путём наблюдения с одной станции;

3) вспомогательные – пункты, положение которых не закрепляется на местности долговременно. Эти пункты назначаются по условиям видимости.

Далее рассматриваются ходы без узловых точек.

На рисунках 6.1 и 6.2 изображены построения, которые можно выполнять на земельных участках в период межевания, создавая доступную сеть кадастрового квартала. Координируемые центры на стенах зданий могут создаваться в виде открасок либо наноситься на прозрачный пластик и клеиться в доступных местах. По координатам таких центров несложно рассчитать координаты всех углов здания.

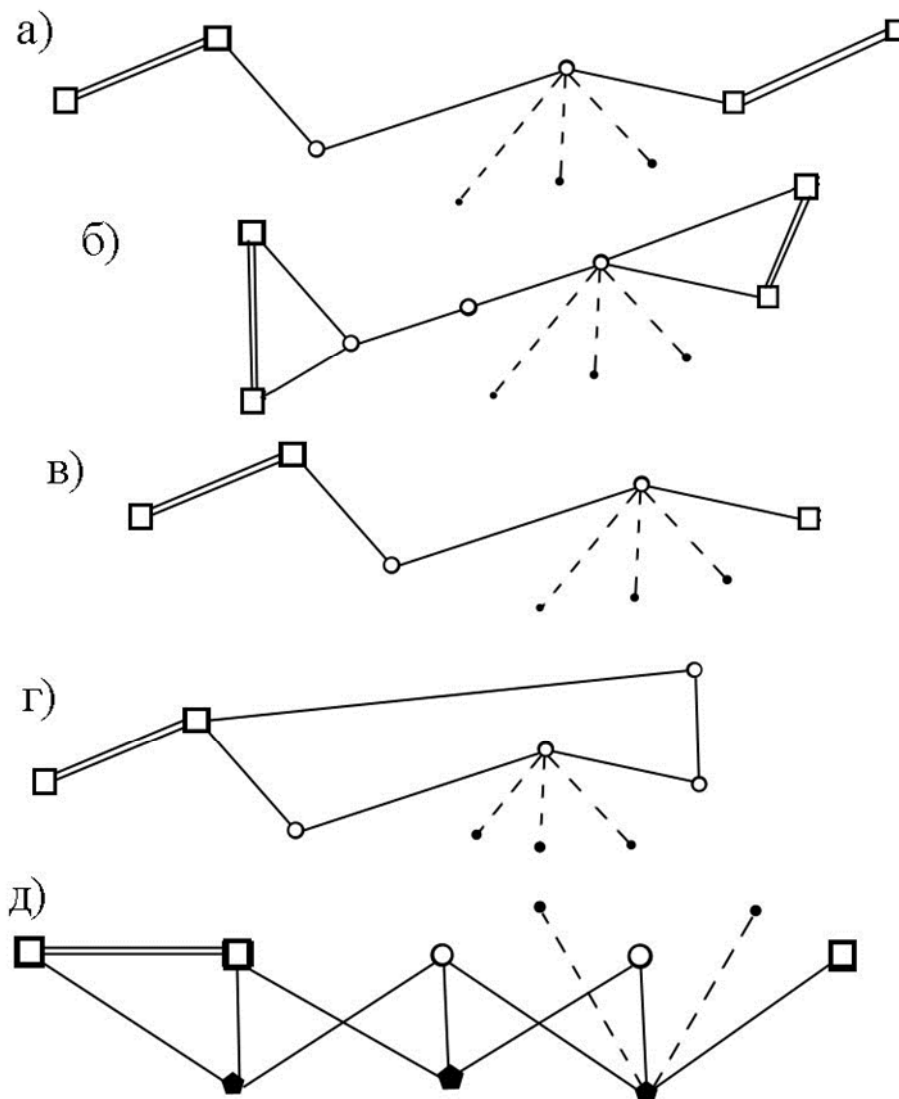


Рис. 6.1. Структуры тахеометрических 3D-ходов:
 а – разомкнутый ход с координатно-угловой привязкой;
 б – разомкнутый ход с дистанционной привязкой;
 в – разомкнутый ход с односторонней координатной привязкой;
 г – замкнутый ход (полигон); д – координатный ход

Координаты углов требуются для оформления технического плана строения. Помимо пунктов на стенах зданий на рисунке 6.2 показано устройство принудительного центрирования (УПЦ), которое включено в тахеометрический ход. Это устройство может в дальнейшем использоваться для восстановления границ земельных участков, а также для координирования пунктов наблюдений за креном.

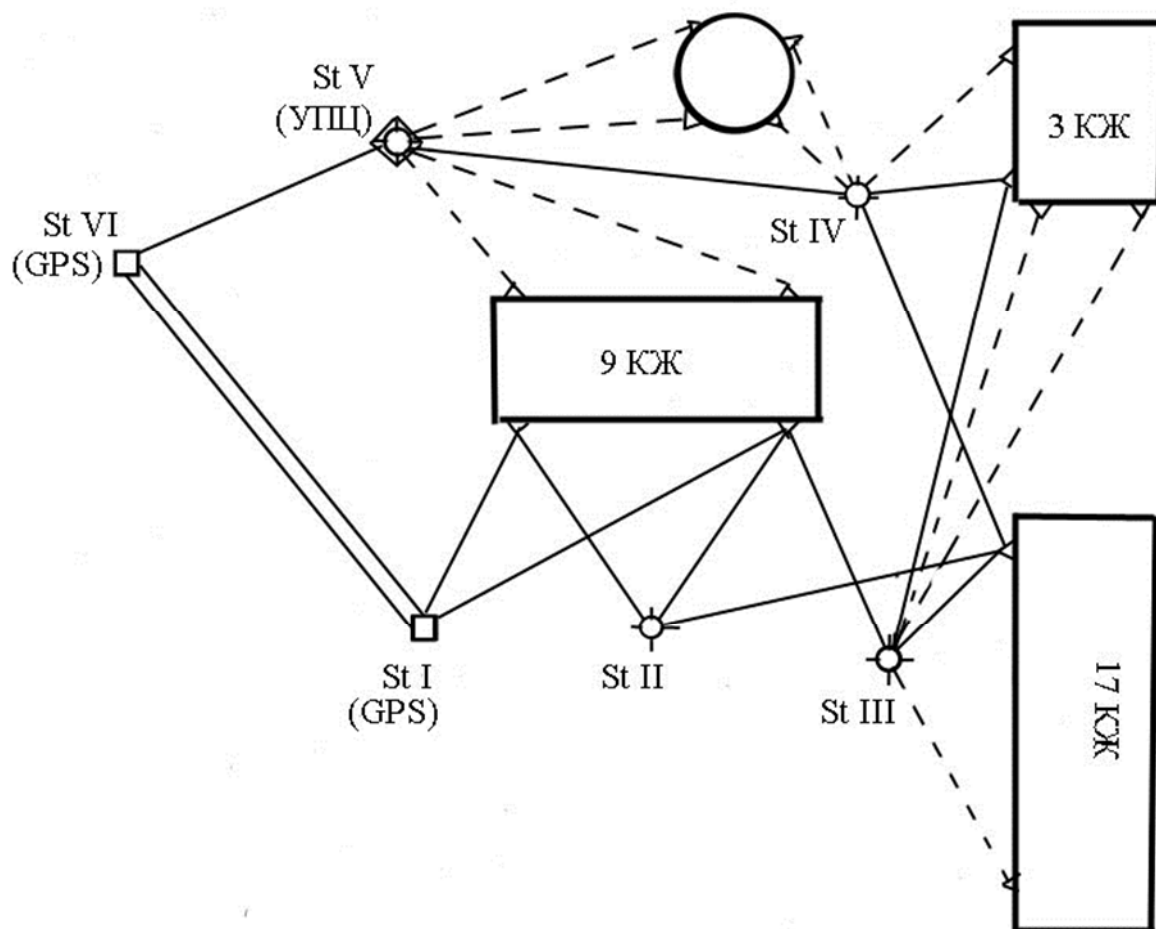


Рис. 6.2. Комбинированный тахеометрический 3D-ход

Дымовая труба имеет 4 осадочные марки, которые также должны быть координированы для определения величины и направления скорости приращения крена.

Отличие рассматриваемого хода от теодолитного состоит в наличии 3-го измерения. Отличие от классического тахеометрического хода, во-первых, состоит в том, что линейные измерения выполняются с более высокой точностью, практически безошибочно, во-вторых, возможность создавать специальные структуры (рис. 6.1, д; 6.2).

Анализируя возможные структуры ходов, в них можно выделить два типа звеньев: контактные и дистанционные.

6.2. Тахеометрические звенья контактные

Схема такого звена приведена на рисунке 6.3. В плановом отношении звено эквивалентно звену теодолитного хода. Высотные

измерения выполняются путём тригонометрического нивелирования.

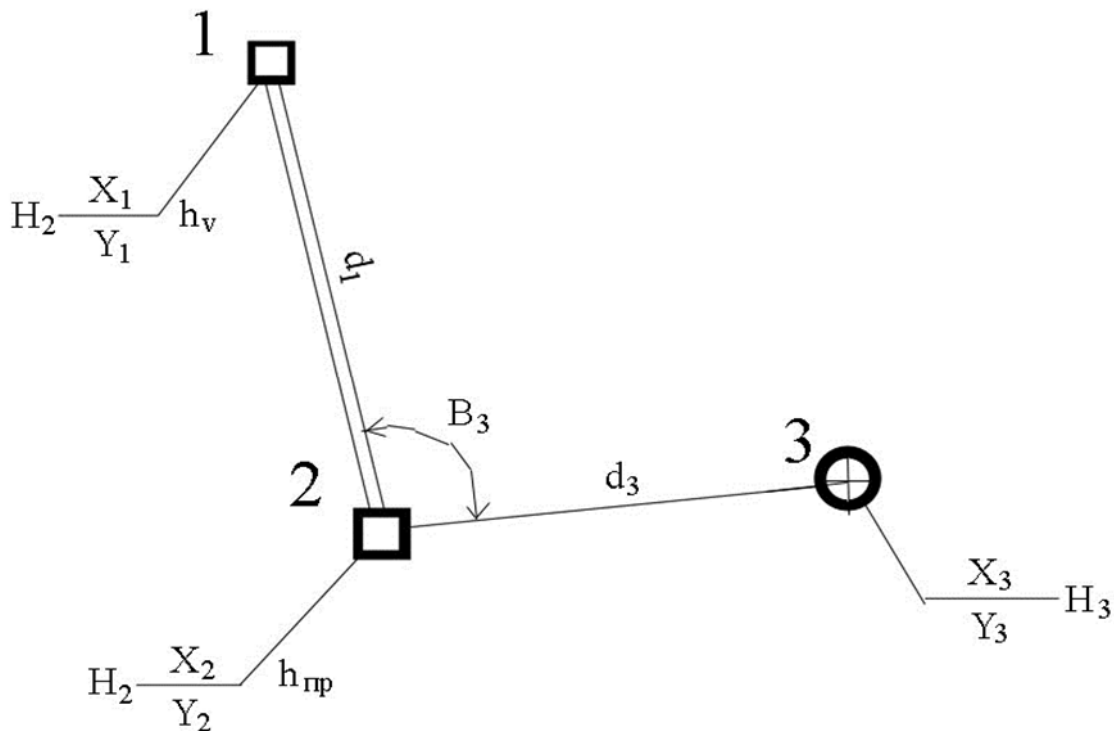


Рис. 6.3. Схема контактного звена

Последовательность работ следующая. По абрисам находятся твёрдые геодезические пункты. Из каталога выписываются значения координат и отметок высот этих пунктов. Над одним из пунктов (2) устанавливается электронный тахеометр. С точностью до миллиметра измеряется высота прибора $h_{пр}$. Над другим пунктом устанавливается отражатель на вехе или на штативе. Измеряется высота отражателя h_v над этим пунктом. Тахеометр наводится на отражатель, а затем на новую визирную цель 3. Для пункта 2 будем иметь показания прибора, которые можно представить в виде матрицы

$$T1_{ij} = \begin{vmatrix} V_1 & V_3 \\ G_1 & G_3 \\ D_1 & D_3 \end{vmatrix}, \quad (6.1)$$

где V – отсчёт по вертикальному кругу;

G – отсчёт по горизонтальному кругу;

D – наклонное расстояние по дальномеру.

Далее следует обработать линию 1–2.

Решаем обратную геодезическую задачу:

$$\Delta X = X_2 - X_1; \quad \Delta Y = Y_2 - Y_1; \quad (6.2)$$

$$d_1 = \sqrt{(\Delta X^2 + \Delta Y^2)}; \quad (6.3)$$

$$|r| = \arccos \left(\left| \frac{\Delta X}{d_1} \right| \right). \quad (6.4)$$

По знакам приращений находим четверть, в которой находится направление, а затем сам румб и дирекционный угол α_{12} .

Вычисляем горизонтальные проложения линий и превышения их концов

$$d_1^* = D_1 \cos(V_1); \quad h_1 = D \sin(V_1); \quad (6.5)$$

$$d_3 = D_1 \cos(V_3); \quad h_3 = D \sin(V_3). \quad (6.6)$$

Находим горизонтальный угол при вершине 2:

$$B_3 = G_3 - G_1. \quad (6.7)$$

Если полученное значение отрицательное, то к нему следует прибавить 360° .

Вычисляем дирекционный угол нового направления

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} + 180^\circ + B_3. \quad (6.8)$$

Определяем приращения координат по линии 2–3:

$$\Delta X = d \cos(\alpha_{23}); \quad (6.9)$$

$$\Delta Y = d \sin(\alpha_{23}). \quad (6.10)$$

Средние квадратические ошибки для приращений координат можно найти в виде

$$m_{\Delta X} = d \sin(\alpha_{23}) m_B / \rho; \quad (6.11)$$

$$m_{\Delta Y} = d \cos(\alpha_{23}) m_B / \rho. \quad (6.12)$$

Координаты пункта 3 определим в виде

$$X_3 = X_2 + \Delta X; \quad (6.13)$$

$$Y_3 = Y_2 + \Delta Y. \quad (6.14)$$

Отметка высоты пункта 3

$$H_3 = H_2 + h_{\text{пр}} + h_3. \quad (6.15)$$

Высотная погрешность в контуре твёрдых пунктов

$$\Delta h = H_1 + h_v - h_{\text{пр}} - H_2 \quad (6.16)$$

вычисляется для контроля. В уравнении хода она не используется.

6.3. Тахеометрические звенья дистанционные

Безотражательная функция тахеометра даёт большие возможности в организации измерительной системы. В такой системе дистанционно определяются расстояния до наблюдаемых пунктов сети (рис. 6.4).

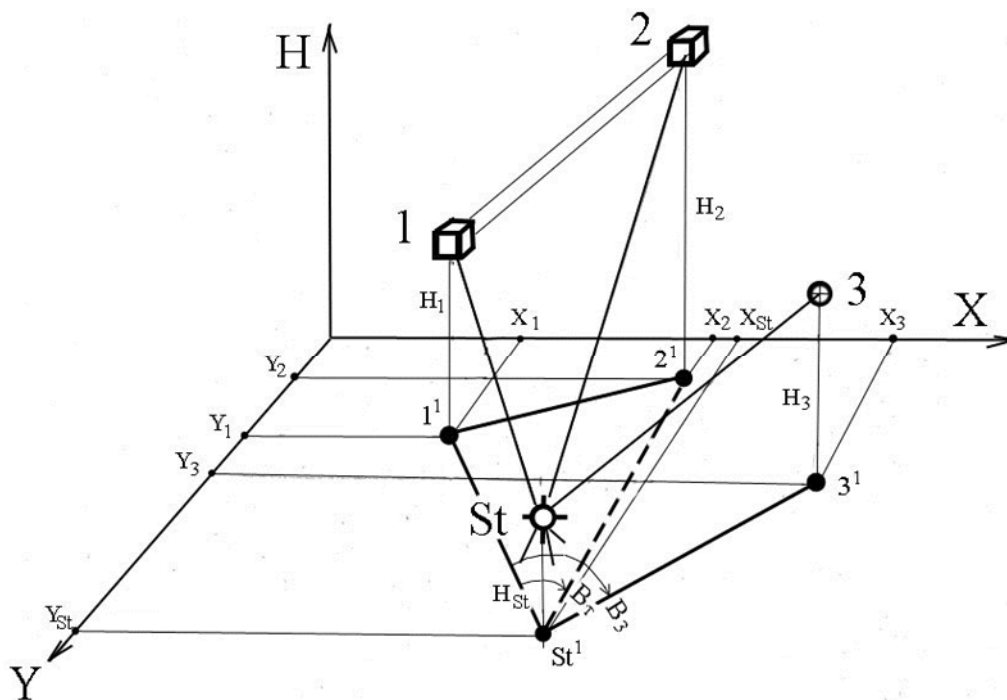


Рис. 6.4. Схема дистанционного звена

Тахеометр наводится на исходные визирные цели, а затем на новую визирную цель 3. Для пункта St будем иметь показания прибора, которые можно представить в виде матрицы

$$TSt_{ij} = \begin{vmatrix} V_1 & V_2 & V_3 \\ G_1 & G_2 & G_3 \\ D_1 & D_2 & D_3 \end{vmatrix}, \quad (6.17)$$

где V – отсчёт по вертикальному кругу;

G – отсчёт по горизонтальному кругу;

D – наклонное расстояние по дальномеру.

Далее следует обработать линию $1^1 - 2^1$.

Решаем обратную геодезическую задачу

$$\Delta X = X_2 - X_1; \quad \Delta Y = Y_2 - Y_1; \quad (6.18)$$

$$d_0 = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}; \quad (6.19)$$

$$|r| = \arccos\left(\left|\frac{\Delta X}{d_1}\right|\right). \quad (6.20)$$

По знакам приращений находим четверть, в которой находится направление, а затем сам румб и дирекционный угол α_{12} .

Вычисляем горизонтальные проложения линий и превышения их концов:

$$d_1 = D_1 \cos(V_1); \quad h_1 = D_1 \sin(V_1); \quad (6.21)$$

$$d_2 = D_2 \cos(V_2); \quad h_2 = D_2 \sin(V_2); \quad (6.22)$$

$$d_3 = D_3 \cos(V_3); \quad h_3 = D_3 \sin(V_3). \quad (6.23)$$

Находим измеренные горизонтальные углы

$$B_T = G_2 - G_1, \quad B_3 = G_3 - G_1. \quad (6.24)$$

Если при вычислении по формулам (6.24) получатся отрицательные значения, то к ним следует прибавлять 360° .

Решим косоугольный треугольник $1^1 2^1 St^1$, расположенный в горизонтальной плоскости.

Углы при вершинах найдём по теореме косинусов

$$B_1 = \arccos\left(\frac{d_2^2 - d_0^2 - d_1^2}{2d_0d_1}\right); \quad B_2 = \arccos\left(\frac{d_1^2 - d_0^2 - d_2^2}{2d_0d_2}\right); \quad (6.25)$$

$$B_T^{выч} = \arccos\left(\frac{d_0^2 - d_2^2 - d_1^2}{2d_2d_1}\right).$$

Полученный результат должен быть проверен

$$B_1 + B_2 + B_T^{выч} = 180,0000. \quad (6.26)$$

Угловая невязка в треугольнике будет

$$f_\beta = B_3 - B_T^{выч}. \quad (6.27)$$

Если значение невязки по абсолютной величине меньше допускаемого $t\sqrt{3}$, где t – точность измерения, то следует выполнить уравнивание. Исправленное значение угла при вершине 1

$$B_1^{\text{испр}} = B_1 - f_\beta: 3. \quad (6.28)$$

Дирекционный угол *линии* 1^1-St^1 :

$$\alpha_{1-st} = \alpha_{12} + B_1^{\text{испр}}. \quad (6.29)$$

Приращения координат по этой линии будут

$$\Delta X = d_1 \cos(\alpha_{1-st}); \quad (6.30)$$

$$\Delta Y = d_1 \sin(\alpha_{1-st}); \quad (6.31)$$

Координаты станции найдём в виде

$$X_{St} = X_1 + \Delta X; \quad (6.32)$$

$$Y_{St} = Y_1 + \Delta Y. \quad (6.33)$$

Дирекционный угол *линии* $St^1\text{-}3^1$:

$$\alpha_{St-3} = \alpha_{1-st} + 180 + B_3. \quad (6.34)$$

Приращения координат по этой линии будут

$$\Delta X = d_3 \cos(\alpha_{St-3}); \quad (6.35)$$

$$\Delta Y = d_3 \sin(\alpha_{St-3}). \quad (6.36)$$

Средние квадратические ошибки приращений координат, если линейные измерения считать точными, можно представить в виде

$$m_{\Delta X} = d_3 \sin(\alpha_{St-3}) m_B / \rho; \quad (6.37)$$

$$m_{\Delta Y} = d_3 \cos(\alpha_{St-3}) m_B / \rho. \quad (6.38)$$

Координаты наблюдаемого пункта 3 найдём в виде

$$X_3 = X_{St} + \Delta X; \quad (6.39)$$

$$Y_3 = Y_{St} + \Delta Y. \quad (6.40)$$

Высотные измерения на станции будут избыточными. При определении отметки станции (горизонтальной оси тахеометра) от пункта 1 имеем

$$H_{St1} = H_1 - h_1. \quad (6.41)$$

При определении отметки станции от пункта 2 имеем

$$H_{St2} = H_2 - h_2. \quad (6.42)$$

За окончательное значение отметки станции следует принять

$$H_{St} = \frac{H_{St1} + H_{St2}}{2}. \quad (6.43)$$

За среднюю квадратическую ошибку определения превышения на станцию можно принять

$$m_{\Delta H} = (H_{St1} - H_{St2}) / \sqrt{2}. \quad (6.44)$$

Отметку нового наблюдаемого пункта 3 определим в виде

$$H_3 = H_{St} + h_3. \quad (6.45)$$

Среднюю квадратическую ошибку превышения пункта 3 над станцией представим в виде

$$m_{h3} = \frac{d_3}{(\cos v_3)^2} \frac{m_v}{\rho}, \quad (6.46)$$

где m_v – средняя квадратическая ошибка измерения углов наклона.

Таким образом, положение недоступного пункта 3 определено.

6.4. Уравнивание тахеометрического 3D-хода с координатной привязкой

В результате вычислительной обработки всех звеньев хода получаются значения координат последнего пункта хода $K_{n1}^{ввч}$, который является твёрдым и имеет уже известные координаты $K_{n1}^{изм}$. В этом случае будем иметь три координатные невязки в виде

$$f_n = K_{n1}^{ввч} - K_{n1}^{изм}, \quad n = 1, 2, 3. \quad (6.47)$$

Если каждая из невязок по абсолютной величине менее допускового значения, определяемого требуемой точностью координат, то может быть проведено уравнивание координат.

При измерении приращений координат (и превышений в том числе) оцениваются их средние квадратические ошибки. Поправки в приращения координат следует вводить пропорционально их средним квадратическим ошибкам при условии, что сумма поправок равна невязке с обратным знаком.

При обработке результатов измерений на каждой станции вычисляются приращения координат K_{nij} и текущие значения координат K_{ni} (рис. 6.5), поэтому поправки Δ_{ni} можно вводить непосредственно в координаты. При этом исправленные координаты будут иметь вид

$$K_{ni}^{\text{испр}} = K_{ni} + \Delta_{ni}, \quad n = 1, 2, 3; \quad i = 1, 2, 3, \dots, 6. \quad (6.48)$$

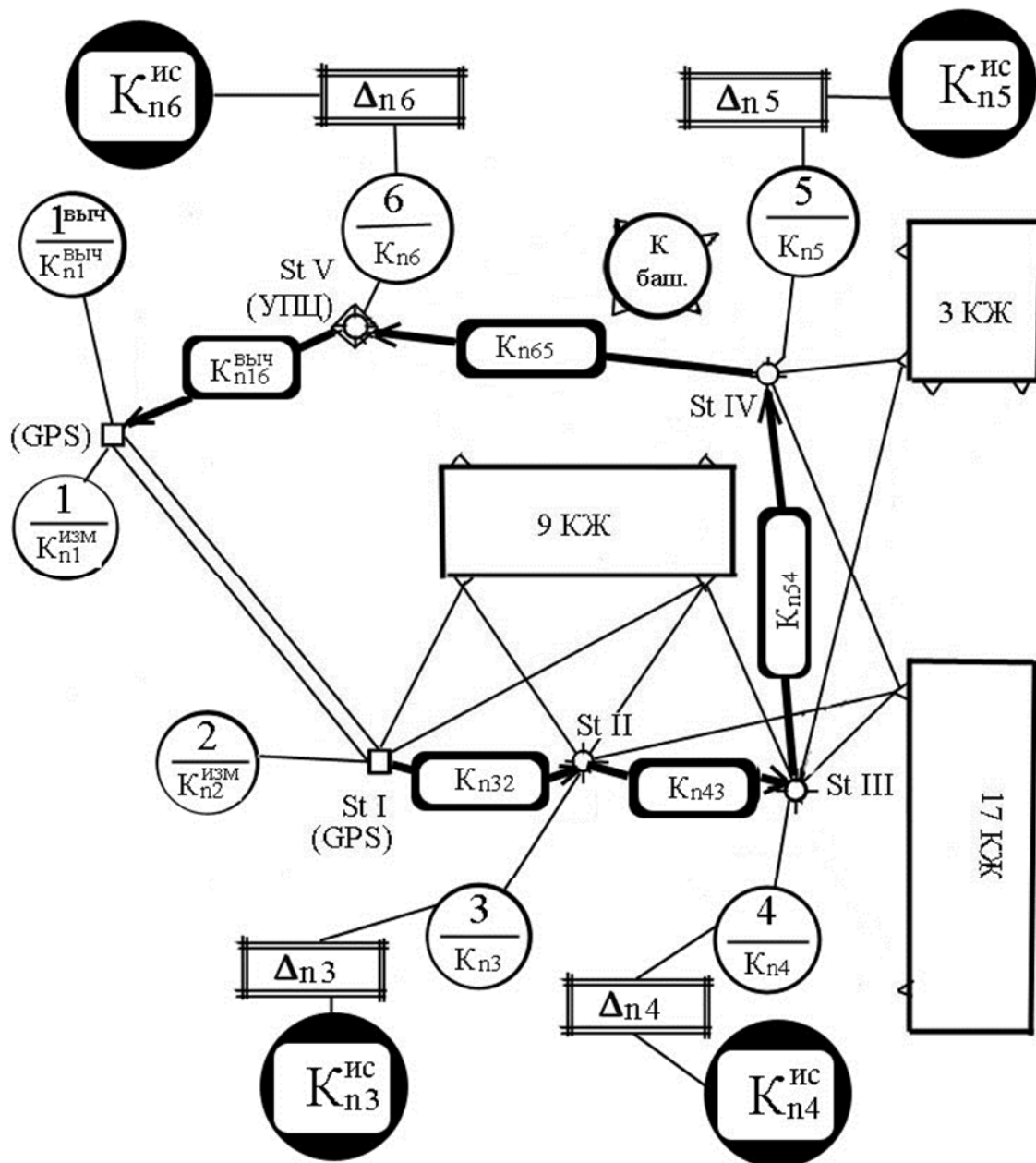


Рис. 6.5. Схема уравнивания тахеометрического 3D-хода

Уравнивание тахеометрического 3D-хода целесообразно выполнять с применением графических схем, на которых будет видна структура хода, а также измеренные и вычисленные величины.

Схему уравнивания следует вести по каждой координатной оси в отдельности, используя три графических шаблона.

После того как произведено уравнивание координат связующих пунктов сети, переходят к вычислению координат промежуточных пунктов без уравнивания.

Вопросы для самопроверки

1. В каком виде могут быть закреплены центры линейно-угловых систем?
2. Для чего нужны связующие пункты тахеометрических ходов?
3. С какой целью назначаются промежуточные пункты хода?
4. Какие виды невязок могут быть в тахеометрических ходах?
5. Какие возможны структуры тахеометрических 3D-ходов?
6. Что означает термин «координатная привязка»?
7. Какая последовательность работ в контактных звеньях тахеометрических 3D-ходов?
8. Какая последовательность работ в дистанционных звеньях тахеометрических 3D-ходов?
9. Какая последовательность уравнивания тахеометрического 3D-хода с координатной привязкой?
10. Как определяется положение промежуточных пунктов?

Глава 7. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Геодезические наблюдения поставляют информацию для оценки состояния объектов недвижимости на текущий момент времени и прогноза изменений на будущее. Вместе с тем для обработки этой информации требуется использование различных математических и физических моделей.

7.1. Длительная потеря устойчивости вертикального положения

Некоторым видам грунтовых оснований присущи «вековые» осадки при действии нагрузок от фундаментов зданий и сооружений. Поэтому положение фундаментов на протяжении некоторого времени, которое можно назвать критическим, будет безопасным. По истечении этого времени возможны различного рода аварии, вплоть до опрокидывания.

7.1.1. Потеря устойчивости положения в упругой механической системе

Важнейшим свойством системы является *эмерджентность*, т. е. наличие у какой-либо системы особых свойств, не присущих её элементам.

В упругих системах может возникать явление потери устойчивости. Это убедительно показал Леонард Эйлер, решив задачу об устойчивости упругого сжатого стержня. При достижении осевой сжимающей силой критического значения возникает бифуркация форм равновесия. Становится возможной прямолинейная и изогнутая формы равновесия.

Аналогичное явление возможно в упругой системе, где присутствует высокое по отношению к упругому основанию приложение нагрузки, так называемый *вириал силы тяжести* [20]. Могут возникнуть два равновероятных положения: вертикальное и отклонённое.

Допустим, что грунт под подошвой фундамента следует гипотезе Винклера, создавая реактивное давление в виде

$$P = Sc, \quad (7.1)$$

где S – осадка фундамента;

c – коэффициент пропорциональности или, иначе, коэффициент «постели».

Модель Винклера – самая простая модель грунтового основания из всех известных в настоящее время, но для исследования эмерджентности это не имеет принципиального значения [12].

Для решения задачи устойчивости положения следует определить условие, при котором возможны два равновесных положения одновременно – отклонённое 2 и неотклонённое 1 (рис. 7.1, а).

1. При неотклонённом равновесном положении достаточно одного уравнения равновесия: сумма проекций всех сил на вертикальную ось N равна нулю:

$$-Q + P_0 F = 0, \quad (7.2)$$

или

$$-Q + S c F = 0, \quad (7.3)$$

где Q – вес сооружения;

F – площадь подошвы фундамента.

Эпюра давления под подошвой фундамента равномерная ($P_0 = \text{const}$).

2. При отклонённом равновесном положении, при отсутствии горизонтальных сил и однородном грунтовом основании, если такое существует, в дополнение к условию (7.3) должно выполняться ещё одно условие: сумма моментов всех сил относительно центра тяжести подошвы фундамента (т. O) должна быть равна нулю.

Эпюра давлений под подошвой абсолютно жесткого фундамента при отклонённом равновесном положении будет в форме трапеции, состоящей из двух составляющих – симметричной и кососимметричной:

$$P = P_0 + P_x. \quad (7.4)$$

Для симметричной составляющей сумма моментов относительно точки O равна нулю тождественно.

Для кососимметричной составляющей сумму моментов найдём путём интегрирования.

На элементарную полоску шириной dx и длиной b_X , удалённую на расстояние x от точки O , действует давление

$$P_X = c x i, \quad (7.5)$$

где i – крен фундамента.

Это давление создаёт элементарный момент

$$dM = c x i b_X dx x. \quad (7.6)$$

Удерживающий момент от реактивного давления грунта P_X имеет величину

$$M_{уд} = \int x^2 i c b_X dx = c i I_Y, \quad (7.7)$$

где I_Y – осевой момент инерции относительно оси Y .

Опрокидывающий момент за счёт смещения центра масс сооружения составит величину

$$M_{опр} = Q i h, \quad (7.8)$$

где h – высота приложения веса сооружения относительно подошвы фундамента.

Иногда используют комплексный показатель нагрузки

$$V = Q h, \quad (7.9)$$

который называют *вириалом*.

Второе уравнение равновесия будет иметь вид

$$M_{опр} - M_{уд} = 0, \quad (7.10)$$

или

$$(c I_Y - V) i = 0. \quad (7.11)$$

Если крен не равен нулю, то условие (7.11) будет выполняться только в том случае, если

$$(c I_Y - V) = 0. \quad (7.12)$$

Значение V , при котором выполняется условие (7.12), т. е. происходит потеря устойчивости положения, называется *критическим*

$$V_{кр} = c I. \quad (7.13)$$

Запас устойчивости может быть оценен коэффициентом устойчивости в виде

$$K_y = V_{кр} / V. \quad (7.14)$$

7.1.2. Учёт фактора времени

Коэффициент пропорциональности c есть функция времени, поскольку осадки фундамента проявляются в течение длительного времени после приложения нагрузки. Поэтому критический вириал и коэффициент устойчивости также есть функция времени [12]:

$$K_y(t) = V_{кр}(t) / V. \quad (7.15)$$

Время, в течение которого запас устойчивости будет исчерпан, можно назвать критическим и определить в виде

$$V_{кр}(t_{кр}) = V. \quad (7.16)$$

Для прогноза осадок во времени функцию скорости средней осадки фундамента представим в виде

$$\partial S / \partial t = at^{-b}, \quad (7.27)$$

где a , b – некоторые параметры, определяемые опытным путём

Производя интегрирование на интервале от 0 до t , определим

$$S(t) = at^{1-b} / (1 - b). \quad (7.28)$$

Неизвестные параметры функции времени можно определить, если для некоторого момента времени t_* известна средняя осадка S_* и её скорость S_*^1 :

$$b = 1 - S_*^1 t_* / S_*; \quad (7.29)$$

$$a = S_*^1 t_*^b. \quad (7.30)$$

Изменение во времени критического вириала можно представить в виде

$$V_{кр}(t) = c(t) I_Y = P_O / S(t) I_Y. \quad (7.31)$$

Приравнивая критический вириал к фактически действующему, можно определить критическое время. Также критическое время можно определить графически или табличным способом по изменению коэффициента устойчивости.

7.1.3. Апробация модели на примере реального объекта

Если представить себе Итальянский полуостров в виде длинного сапога, то в области его колена будет находиться небольшой город с населением около 100 тыс. человек. Этот город удалён от Рима, тем не менее ежегодно его посещают миллионы туристов,

принося достаточную прибыль предпринимателям и городской казне. Город обрёл всемирную известность благодаря церковно-архитектурному комплексу, задуманному в самом начале второго тысячелетия, вернее одному из его сооружений.

Архитектурный ансамбль комплекса на площади Чудес в городе Пизе состоит из четырёх сооружений [14]. Это Дуомо (что по-итальянски означает собор), компанила (колокольня), баптистерий (крещальня) и крытое кладбище Кампо-Санто. Собор начали строить в 1063 г., а закончили в 1118 г. Баптистерий строился на протяжении 120 лет (1153–1273 гг.).

Работы по строительству компанилы начались под руководством Бонанно в 1173 г. Когда был возведен цокольный этаж и два колоннадных кольца над ним, строители обнаружили отклонение от вертикали на четыре сантиметра. Работы приостановили, и их бывший руководитель Бонанно был вынужден покинуть город. О дальнейшей его судьбе ничего не известно.

Дальнейшие работы по возведению колокольни были продолжены уже почти через 100 лет, когда отклонение от вертикали достигло 50 см. Третий, четвёртый и пятый колоннадные этажи (кольца) возводил архитектор Джованни де Симоне. Эти этажи он выкладывал так, чтобы с наклонной стороны они были на 5, 7 и 9 см выше, чем с противоположной.

Достраивал колокольню третий архитектор Томазо Пизано. Шестой колоннадный этаж был приподнят со стороны наклона на 11 см, а звонницу специально «завалили» в сторону, противоположную наклону.

По первоначальному проекту колокольня должна была иметь над цокольным этажом десять колоннадных колец, звонницу и шатёр с общей высотой над поверхностью земли около 96 м.

По окончании строительства в 1350 г. башня имела только шесть колоннадных колец вместо десяти и не имела шатра. В настоящее время высота башни над поверхностью земли составляет 54,5 м. Башня получила значительную осадку, величина которой будет оценена ниже.

В католическом архитектурном ансамбле колокольня расположена с восточной стороны от собора. Свой наклон она получила на юг, в сторону реки Арно.

В 1932 г. в грунтовое основание колокольни через 351 скважину диаметром 50 мм было произведено нагнетание около 1000 т цементного раствора. Направление крена несколько изменилось, а его скорость осталась практически прежней.

Вторая попытка закрепления основания была предпринята в 1961 г. по проекту польского учёного Ромуальда Цебертовича, но и она не дала заметного результата.

В середине 1969 г. угол отклонения оси башни от вертикали составлял $5^{\circ}29'25''$ [2].

«Комсомольская правда» от 4 декабря 1984 г. сообщала, что за 1983 г. башня дополнительно отклонилась «всего на 1,28 мм».

Газета «Известия» от 3 января 1987 г. писала, что по данным агентства ЮПИ, дополнительный наклон башни за 1986 г. составил 1,26 мм.

Собор, расположенный рядом с колокольней, также претерпел большую осадку, которая к 1825 г. стала настолько опасной, что потребовались его разборка и перестройка.

Инженерно-геологический разрез грунтового основания под колокольней [1] приведен на рисунке 7.1. В основании фундамента по глубине можно выделить четыре основных инженерно-геологических элемента, в том числе: ИГЭ 1 – глинистые пески и алевроиты; ИГЭ 2 – голубые глины; ИГЭ 3 – пески; ИГЭ 4 – глины. Пизанские глины в основании башни имеют пределы пластичности 0,28 и 0,72; показатель консистенции 0,56; удельный вес $2,56 \text{ т/м}^3$.

Для определения давления на основание и вириала сил тяжести представим башню в виде семи различных поясов (цилиндров или колец), расположенных друг над другом.

Для каждого пояса необходимо определить площадь горизонтального сечения $F_{\text{нетто}}$, его объём W и собственный вес Q . Объёмный вес кирпичной кладки следует принять $1,8 \text{ т/м}^3$.

Среднее давление на основание

$$P_0 = \sum Q_i / F = 14698 : 278 = 52,9 \text{ тс/м}^2 = 5,29 \text{ кгс/см}^2. \quad (7.32)$$

Высота расположения центра тяжести относительно подошвы фундамента

$$h = \sum (Q_i h_i) / \sum Q_i = 329375 / 14698 = 22,4 \text{ м}. \quad (7.33)$$

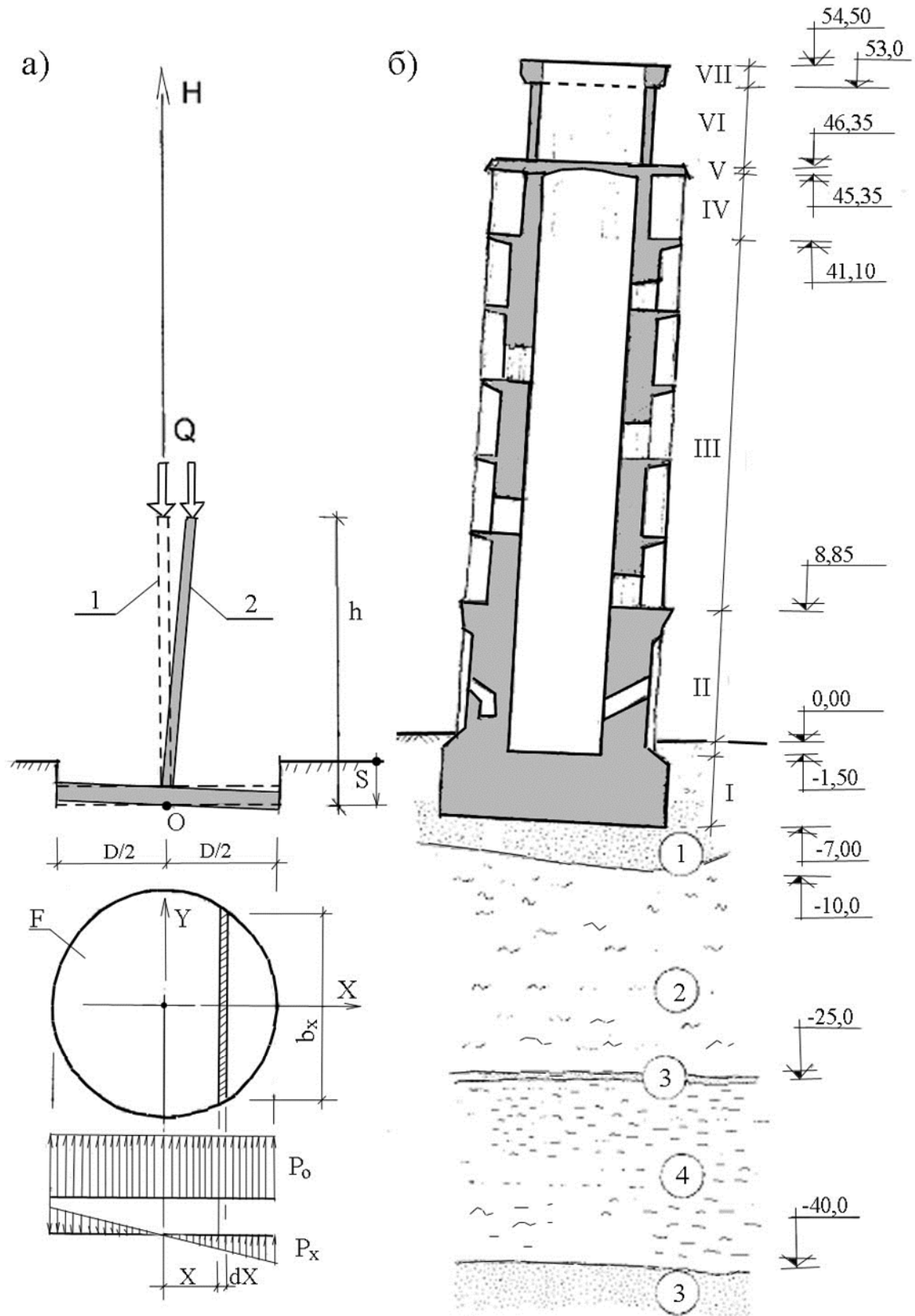


Рис. 7.1. Колокольня на площади Чудес в г. Пизе:
 а – расчётная схема механической системы;
 б – разрез сооружения и грунтового основания

Осевой момент инерции сечения подошвы фундамента

$$I_Y = 0,05 D^4 = 6,246 \cdot 10^3 \text{ м}^4. \quad (7.34)$$

Осевой момент сопротивления сечения

$$W_Y = 0,1 D^3 = 665 \text{ м}^3. \quad (7.35)$$

Опрокидывающий момент, действующий на сооружение:

$$M_{\text{опр}} = h \operatorname{tg}(\varphi) Q = 22,4 \operatorname{tg}(5^\circ 29,5') 14698 = 31,7 \cdot 10^3 \text{ тс м}, \quad (7.36)$$

где φ – угол наклона оси сооружения.

Максимальное и минимальное давления под подошвой фундамента:

$$P_{\text{max}} = P_0 + M_{\text{опр}} / W_Y = 5,29 + 4,76 = 10,1 \text{ кгс/см}^2; \quad (7.37)$$

$$P_{\text{min}} = P_0 - M_{\text{опр}} / W_Y = 5,29 - 4,76 = 0,53 \text{ кгс/см}^2. \quad (7.38)$$

Вириал, действующий на фундамент:

$$V = hQ = 329,4 \cdot 10^3 \text{ тс} \cdot \text{м}. \quad (7.39)$$

Результаты расчётов сводятся в таблицу 1.1.

Таблица 7.1

Сбор нагрузок от сооружения

Показатели	Пояса сооружения по высоте							Итог
	I	II	III	IV	V	VI	VII	
Отметка верха, м	-1,50	8,85	40,10	45,35	46,35	53,0	54,50	
Внешний диаметр, м (условный)	18,8	18,0	14,6	11,1	16,3	10,7	12,6	
Внутренний диаметр, м	–	7,6	7,6	7,6	–	8,8	8,8	
Высота пояса, м (условная)	5,58	10,35	31,25	5,25	0,5	6,65	1,5	
$F_{\text{нетто}}, \text{ м}^2$	278	209	122	51	209	29	64	
$W, \text{ м}^3$	1527	2164	3812	270	104	194	96	8167
$Q, \text{ тс}$	2748	3896	6862	485	187	348	172	14698
$h, \text{ м}$	2,75	10,68	31,47	49,72	52,85	56,67	60,75	
$V, \text{ тс} \cdot \text{м}$	7557	41609	215963	24136	9894	19740	10476	329375

Для того чтобы произвести оценку и прогноз устойчивости башни, необходимо выполнить реконструкцию функции осадки фундамента во времени.

Неравномерность осадок фундамента в некоторый момент времени может быть определена по результатам измерения наклона сооружения в соответствующее время, если гибкость всего сооружения мала. В этом случае имеем, что примерно через 800 лет с начала строительства (1969–1173 гг.)

$$\Delta S_{\max} = D \operatorname{tg}(\varphi) = 18,8 \operatorname{tg}(5^\circ 29,5') = 1,8 \text{ м.} \quad (7.40)$$

Допуская гипотезу Винклера, среднюю осадку фундамента $S_{\text{ср}}$ можно найти из подобия эпюр давлений и осадок в виде

$$(P_{\max} - P_{\min}) : \Delta S_{\max} = P_0 : S_{\text{ср}}; \quad (7.41)$$

$$(10,1 - 0,5) : 1,8 = 5,29 : S_{\text{ср}}; \quad S_{\text{ср}} = 1,8 \cdot 5,29 / 9,6 = 0,992 \text{ м} = 992 \text{ мм.}$$

Для определения параметров реологической модели требуется, помимо средней осадки сооружения в некоторый момент времени, знать скорость её изменения в тот же момент времени. Скорость отклонения верха сооружения от вертикали $\Delta'_в$ по данным СМИ в соответствующий момент времени была примерно 1,28 мм/год. Считая сооружение жёстким, можно составить пропорцию

$$\Delta'_в : h_в = \Delta S : D, \quad (7.42)$$

где $h_в$ – высота сооружения от подошвы фундамента.

Дифференцируя по времени обе части пропорции, находим

$$\Delta S' = \Delta'_в \cdot D : h_в = 1,28 \cdot 18,8 : 61 = 0,394 \text{ мм/год.} \quad (7.43)$$

Дифференцируя по времени выражение (7.41), находим

$$S'_{\text{ср}} = 0,394 \cdot 5,29 / 9,6 = 0,217 \text{ мм/год}$$

Определяем параметры реологической модели по формулам (7.29) и (7.30):

$$b = 1 - 0,217 \cdot 800 : 992 = 0,825; \quad a = 0,217 \cdot 800^{0,825} = 53,9.$$

Функция средней осадки сооружения в этом случае будет иметь вид

$$S_{\text{ср}}(t) = 308 \cdot t^{0,175}. \quad (7.44)$$

Соответственно, функция коэффициента устойчивости

$$K_y(t) = 3,257 \cdot t^{-0,175}. \quad (7.45)$$

Принимая значение коэффициента устойчивости равным единице, определяем критическое время $t_{кр} = 852$ года.

Переходя к абсолютной шкале времени, находим:

$$T_{кр} = 1173 + 852 = 2025 \text{ год н. э.}$$

Проверить прогноз не представится возможным, поскольку несколько лет назад была проведена значительная реконструкция фундамента и его основания, в результате которой наклон башни уменьшился и развитие деформаций замедлилось.

7.2. Сглаживание экспериментальных зависимостей

Результаты геодезических наблюдений, как правило, отягощены случайными погрешностями. Для аналитической обработки экспериментальных зависимостей требуется их сглаживание.

7.2.1. Метод наименьших квадратов

Предположим, имеется таблица экспериментальных значений (x_i, y_i) , где $i = 1, 2, 3, \dots, n$, и пусть из каких-либо соображений выбран вид функции

$$y = \varphi(x), \quad (7.46)$$

зависящий от нескольких числовых параметров a, b, c .

Требуется выбрать эти параметры так, чтобы сумма квадратов отклонений y_i от $\varphi(x_i)$ была бы минимальна.

Представим y как функцию не только от аргумента x , но и от параметров a, b, c :

$$Y = \varphi(x; a, b, c). \quad (7.47)$$

Требуется выбрать a, b, c так, чтобы выполнялось условие

$$[(y_i - \varphi(x; a, b, c))^2] = \min,$$

где [...] – символ Гаусса.

Найдём значения a, b, c , обращая левую часть этого выражения в минимум. Для этого про дифференцируем её последовательно

по a , b , c и приравняем производные к нулю. В результате получим систему уравнений

$$\begin{cases} [(y_i - \varphi(x_i; a, b, c)) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial a}\right)_i] = 0; \\ [(y_i - \varphi(x_i; a, b, c)) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial b}\right)_i] = 0; \\ [(y_i - \varphi(x_i; a, b, c)) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial c}\right)_i] = 0, \end{cases} \quad (7.48)$$

где $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial a}\right)_i$ – значения частной производной функции φ по параметру a в точке x_i ;

$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial b}\right)_i$ и $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial c}\right)_i$ – аналогично по параметру b и c .

Система уравнений (7.48) содержит три уравнения при трёх неизвестных. Для того чтобы решить эту систему уравнений, необходимо задаться видом функции φ .

7.2.2. Подбор параметров линейной функции

Требуется подобрать для экспериментальной совокупности экспериментальных значений (x_i, y_i) , где $i = 1, 2, 3, \dots, n$ по методу наименьших квадратов параметры a , b линейной функции

$$y = ax + b. \quad (7.49)$$

Имеем

$$y = \varphi(x; a, b) = ax + b. \quad (7.50)$$

Дифференцируя последнее выражение по a и b , находим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial a} &= x; & \left(\frac{\partial \varphi}{\partial a}\right)_i &= x_i; \\ \frac{\partial \varphi}{\partial b} &= 1; & \left(\frac{\partial \varphi}{\partial b}\right)_i &= 1. \end{aligned}$$

Подставляя полученные выражения в формулу (7.48), имеем

$$\begin{cases} [(y_i - (ax_i + b))x_i] = 0; \\ [(y_i - (ax_i + b))] = 0. \end{cases} \quad (7.51)$$

Решая систему уравнений, находим

$$a = \frac{K_{xy}}{D_x}; \quad b = m_y - am_x, \quad (7.52)$$

где

$$m_x = \frac{[x_i]}{n}, \quad m_y = \frac{[y_i]}{n},$$

$$K_{xy} = \frac{[(x_i - m_x)(y_i - m_y)]}{n},$$

$$D_x = \frac{[(x_i - m_x)^2]}{n}.$$

Для того чтобы формула (7.52) не приводила к разностям больших чисел, рекомендуется переносить начало отсчёта в точку, близкую к математическому ожиданию m_x и m_y .

7.2.3. Подбор параметров параболы

Требуется подобрать для экспериментальной совокупности значений (x_i, y_i) , где $i = 1, 2, 3, \dots, n$, по методу наименьших квадратов параметры a , b и c функцию вида

$$y = ax^2 + bx + c. \quad (7.53)$$

Имеем

$$y = \varphi(x; a, b, c) = ax^2 + bx + c. \quad (7.54)$$

Дифференцируя последнее выражение по a , b и c , имеем:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial a} = x^2; \quad \left(\frac{\partial \varphi}{\partial a}\right)_i = x_i^2; \quad (7.55)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial b} = x; \quad \left(\frac{\partial \varphi}{\partial b}\right)_i = x_i; \quad (7.56)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial c} = 1; \quad \left(\frac{\partial \varphi}{\partial c}\right)_i = 1. \quad (7.57)$$

Подставляя полученные выражения в формулу (7.48), имеем

$$\begin{cases} [(y_i - (ax_i^2 + bx_i + c)) x_i^2] = 0; \\ [(y_i - (ax_i^2 + bx_i + c)) x_i] = 0; \\ [(y_i - (ax_i^2 + bx_i + c))] = 0. \end{cases} \quad (7.58)$$

Выполняя необходимые действия, получим

$$\begin{cases} \frac{[x_i^4]}{n} a + \frac{[x_i^3]}{n} b + \frac{[x_i^2]}{n} c = \frac{[x_i^2 y]}{n}; \\ \frac{[x_i^3]}{n} a + \frac{[x_i^2]}{n} b + \frac{[x_i]}{n} c = \frac{[x_i y]}{n}; \\ \frac{[x_i^2]}{n} a + \frac{[x_i]}{n} b + c = \frac{[y]}{n}. \end{cases} \quad (7.59)$$

Эту систему уравнений можно представить в матричном виде

$$\vec{a}_i \times K_{ij} = \vec{m}_i, \quad (7.60)$$

где \vec{a}_i – вектор неизвестных; \vec{m}_i – вектор свободных членов; K_{ij} – матрица коэффициентов;

$$\vec{a}_i = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}; \quad \vec{m}_i = \begin{bmatrix} \frac{[x_i^2 y]}{n} \\ \frac{[x_i y]}{n} \\ \frac{[y]}{n} \end{bmatrix}; \quad K_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{[x_i^4]}{n} & \frac{[x_i^3]}{n} & \frac{[x_i^2]}{n} \\ \frac{[x_i^3]}{n} & \frac{[x_i^2]}{n} & \frac{[x_i]}{n} \\ \frac{[x_i^2]}{n} & \frac{[x_i]}{n} & 1 \end{bmatrix}.$$

Решение системы уравнений (7.60) можно представить в виде

$$\vec{a}_i = \vec{m}_i \times K_{ij}^{-1}, \quad (7.61)$$

где K_{ij}^{-1} – обратная матрица.

Систему уравнений можно решить путём раскрытия определителей в виде

$$a = \frac{D_1}{D_0}; \quad b = \frac{D_2}{D_0}; \quad c = \frac{D_3}{D_0}, \quad (7.62)$$

где

$$D_0 = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{vmatrix}; \quad D_1 = \begin{vmatrix} m_1 & K_{12} & K_{13} \\ m_2 & K_{22} & K_{23} \\ m_3 & K_{32} & K_{33} \end{vmatrix}; \quad (7.62)$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} K_{11} & m_1 & K_{13} \\ K_{21} & m_2 & K_{23} \\ K_{31} & m_3 & K_{33} \end{vmatrix}; \quad D_3 = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & m_1 \\ K_{21} & K_{22} & m_2 \\ K_{31} & K_{23} & m_3 \end{vmatrix}.$$

Таким образом, парабола будет сглаживать экспериментальную совокупность значений.

7.3. Экспертиза положения сооружений башенного типа

Предельное состояние башенного сооружения, установленное нормативными документами, наступает задолго до опрокидывания. Поэтому требуется систематическое измерение величины и направления крена.

7.3.1. Причины изменения положения и формы сооружений

Большинство сооружений опираются на сжимаемые под нагрузкой грунтовые основания, причём деформируемость грунтов намного выше, чем материала самих сооружений. Поэтому, как правило, причины изменения положения и формы сооружений следует искать в грунтовых основаниях.

До начала проектирования выполняются инженерные изыскания – инженерно-геодезические и инженерно-геологические.

Инженерно-геодезические изыскания должны создать геодезическую основу для строительства, дать представление о рельефе, существующей застройке и инженерных сетях участка строительства.

Инженерно-геологические изыскания позволяют оценить строительные свойства грунтов, опасные природные и техногенные геологические явления. Особо следует выделить просадочные свойства грунтов. Такими свойствами обладают, как правило, лёсы и лессовидные суглинки. Суть явления заключается в том, что в сухом состоянии грунты вполне пригодны как основания сооружений. Но стоит замочить такие грунты, и они начинают сжиматься под малыми нагрузками и даже собственным весом.

Немалую опасность для сооружений представляют оползневые явления. На крутых склонах грунты ведут себя как вязкая жидкость, т. е. они медленно стекают вниз, это происходит десятки и сотни лет. О наличии явления говорит так называемый «пьяный лес». Оползень приводит к тому, что старые деревья наклоняются в сторону движения грунта.

В качестве примера может быть рассмотрен крен жилого дома по ул. Мирная в г. Курске.

Улица Ленина в г. Курске проходит по водоразделу одного из хребтов. Хребет – это форма рельефа, вытянутая возвышенность, постепенно понижающаяся в одном направлении и имеющая два крутых склона. Один из склонов уходит к реке Кур, а другой – к реке Тускарь. На рисунке 7.2 показан крен жилого дома, направленный в сторону реки Тускарь.



Рис. 7.2. Крен жилого дома по ул. Мирная в г. Курске

В качестве другого примера оползня на застроенной территории может служить случай в Днепропетровске. При развале Советского Союза коммунальные службы города ослабили внимание к водонесущим сетям. Утечки воды длительное время не устранялись и это привело, по существу, к катастрофе [8]. Была выведена из эксплуатации значительная часть жилого фонда микрорайона Тополь-1, а детский сад и школа были полностью разрушены.

Ошибки и поиск лёгких путей при проведении инженерных изысканий приводят к авариям и преждевременному износу строений.

7.3.2. Методы измерения крена

Прежде всего следует выяснить, что такое есть крен и в каких единицах его можно выражать.

Крен – это угловая величина, и её, как и уклон, следовало бы выражать в промилле. Но разговор о промилле часто вызывает смех, особенно у автолюбителей, поэтому на практике часто пользуются единицами длины, как это показано на рисунке 7.2. Вместе с тем и нормативные документы [17] оговаривают допустимый крен, как отклонение от вертикали для заданной высоты сооружения.

Кроме того, крен имеет конкретное направление. Что такое направление, интуитивно понимают все, но как измерить направление, понимают только специалисты по геодезии.

Различают следующие основные способы измерения крена [21].

1. *Способ координат.* Заключается в определении в каждом цикле наблюдений прямой угловой засечкой одновременно с трех-четырёх пунктов наблюдения координат центра верхнего, а в начальном цикле и координат центра нижнего сечений сооружения в принятой системе координат. Это очень сложный и затратный способ. Применим при строительстве уникальных сооружений.

2. *Способ направлений (горизонтальных углов).* Состоит в определении составляющих абсолютного крена и его величины в первом цикле и приращений крена в последующих циклах. Расчёты выполняются по результатам измерения горизонтальных направлений на центры верхнего среднего и нижнего среднего се-

чений в первом цикле и на центр только верхнего среднего сечения в последующих циклах (направления образуют прямую засечку). Этот способ применим только для уникальных сооружений.

3. *Способ малых углов.* В этом способе для наблюдения частных кренов создаются условные системы координат. Направления в вертикальной плоскости отсчитываются от зенита или от направления горизонта. Горизонтальные направления отсчитываются от условной вертикали, расположенной на минимальном удалении слева от наблюдаемой левой грани сооружения так, что отсчёты по горизонтальному кругу теодолита будут малыми. Отсюда название способа.

4. *Способ наклонного проецирования.* Наилучшее применение этого способа происходит при прямоугольных в плане сооружениях. Теодолит располагается в створе одной из стен сооружения и приводится в рабочее положение. Верхняя точка угла здания проецируется на уровень нижней точки угла здания путём наклона зрительной трубы теодолита. На уровне нижней точки угла здания, перпендикулярно к визирному лучу, располагается горизонтально линейка или шашечная рейка. Отсчёт по шкале показывает отклонение от вертикали. Приведенный выше пример определения крена (см. рис. 7.2) основан на использовании именно этого способа, причём в данном конкретном случае обошлось без использования линейки или рейки, поскольку длина проекции уложилась ровно в размер кирпича.

5. *Способ вертикального проецирования.* Основан на использовании зенит-прибора. Этот прибор позволяет через технологические отверстия передавать положение разбивочных осей на монтажные горизонты. Сравнивая положение проектных и фактических осей, можно определить крен. Этот способ следует применять во время строительства либо специально закладывать в проект наблюдений при эксплуатации.

6. *Способ зенитных расстояний.* При реализации этого способа на продолжениях двух взаимно перпендикулярных диаметров выбранного цокольного сечения необходимо смонтировать четыре кронштейна с устройствами для принудительного центрирования с

таким расчетом, чтобы оси вращения теодолитов, установленных на двух диаметрально противоположных кронштейнах, находились на одинаковом удалении от поверхности сооружения. С каждого кронштейна измеряют малое зенитное расстояние направления на свою марку. Для этого теодолит должен быть снабжен специальной насадкой на объектив или окуляр в виде прямоугольной преломляющей призмы.

7. *Способ высокоточного нивелирования.* Способ основан на высокоточном геометрическом или гидростатическом нивелировании осадочных марок. В каждом цикле наблюдений производят высокоточное нивелирование осадочных марок. Нивелирование выполняют высокоточным нивелиром типа Н1 и Н2 в комплекте с инварными штриховыми рейками по методике нивелирования I или II класса. Эффективно может быть использовано безреперное нивелирование. Важно отметить, что этим способом измеряется только приращение крена за период наблюдений.

8. *Стереофотограмметрический способ.* Этот способ позволяет вести систематические наблюдения за креном и смещениями точек сооружения вдоль осей пространственной фотограмметрической системы координат. Начало этой системы совпадает с левым концом базиса фотографирования, ось ординат – с направлением оптической оси камеры фототеодолита в этой точке, ось абсцисс – с проекцией базиса фотографирования на горизонтальную плоскость, проходящей через левый конец базиса, а ось аппликат – вертикальна.

9. *Механический способ* основан на использовании нитяного отвеса и масляного демпфера.

Из всех рассмотренных способов для получения значимой информации, которую можно использовать в кадастровом учёте, в большинстве случаев, на наш взгляд, следует использовать только три: это способ наклонного проецирования, способ малых углов и способ высокоточного нивелирования.

При определении крена промышленных дымовых труб следует руководствоваться предельно допустимыми значениями (табл. 7.1), при достижении которых эксплуатация сооружений недопустима [17].

Наблюдать верх и низ сооружения представляется возможным в исключительных случаях. Кроме того, профиль сооружения не обязательно содержит вертикальные линии, как это имеет место у неметаллических дымовых труб. Поэтому приходится наблюдать то, что есть в наличии.

Таблица 7.2

Рекомендуемые предельные значения крена

Вид конструкции ствола трубы	Высота* трубы, м	Предельно допустимое отклонение верха трубы, мм	Предельно допустимый крен трубы, ‰
1. Металлические трубы	20	60	3
	40	120	3
	60	180	3
	80	240	3
	100	300	3
	120	360	3
2. Кирпичные, железобетонные и неметаллические трубы	20	140	7
	40	280	7
	60	420	7
	80	550	6,88
	100	650	6,5
	120	680	5,7
	150	700	4,7
	200	700	3,5
	250	700	2,8
	300	700	2,3

* Величины предельно допустимых отклонений верха трубы для их высот, отличающихся от приведенных в таблице 7.2 значений, допускается определять интерполяцией.

7.3.3. Определение частного крена способом малых углов со статистической обработкой

Требуется оценить крен дымовой трубы высотой 80 м. На местности удалось выбрать два взаимно перпендикулярных направления для наблюдения частных кренов геодезическим методом. Для наблюдений принята условная система координат и высот. Результаты наблюдений по одному из направлений приведены в таблице 7.3.

Таблица 7.3

Обработка наблюдений крена

	H , м	Δ , см	H^*	ΣH^{*2}	Δ^*	$H^*\Delta^*$	$\Delta(H)$	δ , мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	74,0	56,0	24	576	6	144	56,8	+8
2	57,0	50,5	7	49	0,5	3,5	49,3	-12
3	45,0	43,5	-5	25	6,5	32,5	43,9	+4
4	34,0	40,0	-16	256	10	160	39,0	-1
5	25,0	34,0	-25	625	16	400	35,0	+1
$\Sigma/5$	47	44,8		306,2		148		
	H_{cp}	Δ_{cp}		K_1		K_2		

При обработке результатов измерений для удобства использовано новое начало координат и высот: $H = 50$ м; $\Delta = 50$ см.

Уравнение отклонённой оси трубы имеет вид

$$\Delta - \Delta_{cp} = K/D (H - H_{cp}), \quad (7.63)$$

где $K = K_2 - (47 - 50)(44,8 - 50) = 132,4$;

$$D = K_1 - (47 - 50)^2 = 297,2.$$

Результаты вычислений по формуле (7.63) приведены в 9-й колонке таблицы 7.1.

Из полученного уравнения следует значение крена сооружения

$$i = 10 K/D = 10 \cdot 132,4 / 297,2 = 4,45 \text{ мм/м}. \quad (7.64)$$

Из наблюдений по второму направлению получен крен 0,9 мм/м. Общий крен трубы составит 4,6 мм/м, а отклонение верха от вертикали $4,6 \cdot 80 = 368$ мм.

7.3.4. Оценка общего крена и критического времени

Частный крен имеет направление, но это не значит, что это вектор в математическом понимании. Для получения общего крена нельзя складывать частные крены по правилам векторной алгебры.

Частный крен с математической точки зрения есть производная от осадок или отклонений от вертикали по заданному направлению. Максимальное значение этого отклонения – общий крен – в математике называют *градиент*. Градиент связан с производной по

направлению следующим соотношением. Производная по направлению есть проекция градиента на это направление, т. е. для того, чтобы найти общий крен, из концов направленных отрезков, обозначающих частные крены, следует восстановить перпендикуляры, и точка их пересечения покажет направление общего крена относительно центра сооружения. Абсолютное значение общего крена определится в масштабе построений.

Указанную схему можно реализовать методами аналитической геометрии. Но в этом нет необходимости, поскольку частные крены почти всегда содержат различные ошибки. Для выявления этих ошибок требуются избыточные измерения. Пусть мы имеем два частных крена i_1 и i_2 (рис 7.3). Тогда конец общего крена будет находиться в точке 1. Если выполнить избыточное измерение и определить частный крен i_3 , то в качестве возможной будет область треугольника 123. Чем точнее измерения, тем меньше область этого треугольника. При равноточных измерениях наиболее вероятным будет положение конца общего крена в центре тяжести этого треугольника.

Для прогноза критического времени необходимо знать скорость изменения крена в какой-то момент времени. Способ малых углов мало подходит для измерения скорости крена, т. к. он отягощён различными ошибками. Более подходящим будет способ высокоточного нивелирования. На рисунке 7.3 показаны по контуру сооружения 4 осадочные марки и приведены их относительные вертикальные перемещения в течение года. Путём интерполяции могут быть построены изолинии относительных вертикальных перемещений. На чертеже это изолинии 0 и -7 . Положительным считается перемещение по направлению высотной шкалы, т. е. вверх. Отрицательные перемещения означают осадку. Если изображать изолинии осадок, то следует поменять знак. Направление градиента осадок, т. е. приращения крена, будет по кратчайшему расстоянию между изолиниями. Абсолютное значение скорости крена в данном случае составит

$$|i| = 7 : 14,0 = 0,5 \text{ ‰ в год.}$$

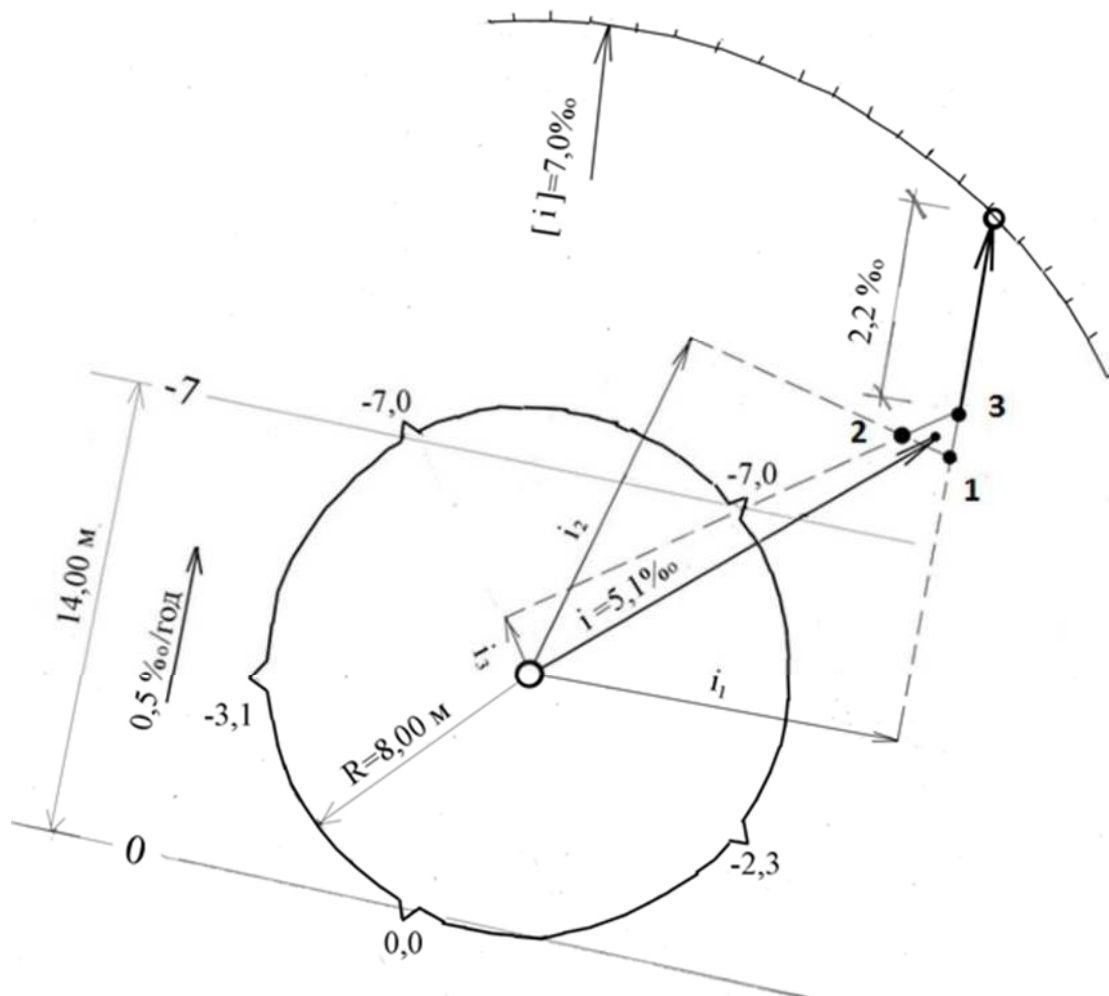


Рис. 7.3. К оценке общего крена сооружения

Прогноз критического времени, т. е. достижения предельного значения 7‰ , может быть выполнен методом сценариев. Пессимистический сценарий будет соответствовать постоянной скорости крена. Из рисунка 7.3 следует, что запас по крену равен $2,2\text{‰}$. Тогда критическое время составит значение

$$T_{\text{кр}} = 2,2 : 0,5 = 4,4 \text{ года.}$$

Можно рассмотреть оптимистический сценарий, когда скорость крена – затухающая функция времени. Для этого следует воспользоваться зависимостями п. 7.1.

Для того чтобы выполнить все приведенные выше расчёты, необходимо определять направление крена и положение осадочных марок в одной системе координат. Это ещё раз подтверждает необходимость реконструкции городских геодезических сетей.

7.4. Экспертиза состояния плоского перекрытия

Износ плоского перекрытия определяется значительным увеличением его прогиба. Деформация прогиба перекрытия в процессе его эксплуатации может быть измерена геодезическим методом.

7.4.1. Методика наблюдений

Прогиб перекрытия – это его деформация. Как известно, деформация это инвариант положения, т. е. не зависит от выбора системы координат. Поэтому нет необходимости привязку к государственной высотной сети и обходиться минимальными измерениями. Наблюдения выполняются способом геометрического нивелирования.

Перекрытия целесообразно исследовать как сверху, так и снизу. При отсутствии подвесных потолков наиболее достоверными будут наблюдения снизу. В этом случае рейку следует устанавливать вертикально с помощью круглого уровня. Целесообразно использовать алюминиевые телескопические рейки, которые имеют две шкалы: шашечную и миллиметровую. Рейку следует устанавливать нулём вверх. Точки наблюдений должны быть привязаны к плоскостям стен с точностью до сантиметра. Для облегчения привязки до начала наблюдений следует выполнить разбивку точек на полу помещения, а затем с помощью уровня рейки переносить их на потолок.

Особое внимание следует обращать на поверку главного условия нивелира, поскольку наблюдаемые точки будут находиться на различных расстояниях от прибора.

7.4.2. Пример определения прогиба перекрытия

В результате геометрического нивелирования, произведенного в текущем году, т. е. через 10 лет после строительства, получены условные отметки отдельных точек на потолке перекрытия. Эти точки удалены друг от друга на различные (произвольные) расстояния, но лежат в плане на одной прямой, которую назовём *линией прогиба*. Фронтальную проекцию этой линии представим в виде параболы

$$h = a_1 L^2 + a_2 L + a_3, \quad (7.65)$$

где h, L – вертикальная и горизонтальная координаты;

a_1, a_2, a_3 – коэффициенты, определяемые по методу наименьших квадратов.

Начало горизонтальных координат примем в точке пересечения линии прогиба с наружной гранью (рис. 7.4) левой опоры (стены). За начало отсчёта вертикальных координат примем некоторую (условную) горизонтальную плоскость, удалённую на минимальное расстояние от линии прогиба.

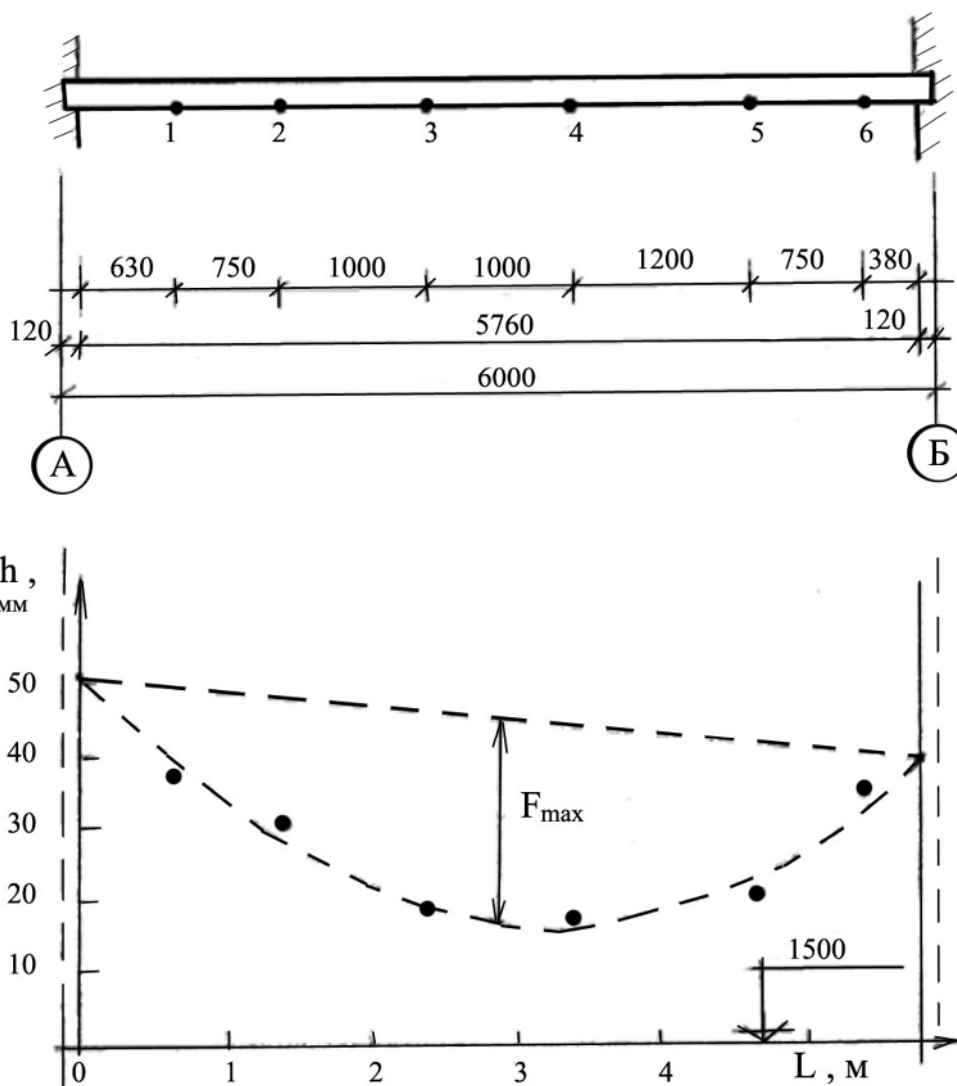


Рис. 7.4. К определению прогиба конструкции

Для перекрытия, изображенного на рисунке 7.4, результаты измерений представлены в таблице 7.4.

Таблица 7.4

Результаты геометрического нивелирования

	Отсчёты по рейке, мм	h_i , мм	l_i , м	L_i , м
1	1536	36	0,36	0,63
2	1530	30	0,75	1,38
3	1518	18	1,00	2,38
4	1517	17	1,00	3,38
5	1520	20	1,25	4,63
6	1534	34	0,75	5,38

Обработку результатов измерений производим в следующей последовательности:

1. Определяем превышения h_i точек наблюдений над условным горизонтом. За условный горизонт принята отметка 1500 мм.

2. Определяем координаты L_i путём сложения отрезков l_i .

Дальнейшую обработку представим в виде таблицы 7.5.

Таблица 7.5

Обработка наблюдений прогиба

	L , дм	H , мм	L^2	L^3	L^4	Lh	L^2h	$h(L)$
1	6	36	36	216	1296	216	1296	39
2	14	30	196	2744	38416	420	5880	27
3	24	18	576	13824	331776	432	10368	18
4	34	17	1156	39304	1336336	578	19652	16
5	46	20	2116	97336	4477456	920	42320	22
6	54	34	2916	157464	8503056	1836	99144	32
Σ	178	155	6996	310888	14688336	4402	178660	
$\Sigma:6$	29,7	25,8	1166	51815	2448056	734	29777	
	K_{32}	m_3	K_{31}	K_{21}	K_{11}	m_2	m_1	

Решим систему линейных уравнений путём раскрытия определителей. Имеем:

$$D_0 = \begin{vmatrix} 2448056 & 51815 & 1166 \\ 51815 & 1166 & 29,7 \\ 1166 & 29,7 & 1 \end{vmatrix} = 13718684;$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 29777 & 51815 & 1166 \\ 734 & 1166 & 29,7 \\ 25,8 & 29,7 & 1 \end{vmatrix} = 467562;$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2448056 & 29777 & 1166 \\ 51815 & 734 & 29,7 \\ 1166 & 25,8 & 1 \end{vmatrix} = -29859899;$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 2448056 & 51815 & 29777 \\ 51815 & 1166 & 734 \\ 1166 & 29,7 & 25,8 \end{vmatrix} = 695603760.$$

Далее получаем

$$a_1 = D_1/D_0 = 0,0341; \quad (7.66)$$

$$a_2 = D_2/D_0 = -2,18; \quad (7.67)$$

$$a_3 = D_3/D_0 = 50,7. \quad (7.68)$$

Таким образом, для функции изогнутой оси имеем выражение

$$h = 0,0341 L^2 - 2,18 L + 50,7. \quad (7.69)$$

По краям перекрытия имеем следующие значения высот:

$$h(0) = 50,7 \text{ мм}; \quad h(57,6) = 38,3 \text{ мм}.$$

Деформация перекрытия имеет сложный вид и состоит из прогиба и крена. Уравнение крена имеет вид

$$h = a_4 L + a_5, \quad (7.70)$$

где $a_5 = 50,7$; $a_4 = -0,228$.

Разделяя деформации, находя разность выражений (7.69) и (7.71), получим функцию прогиба в виде

$$F = 1,95 L - 0,0341 \cdot L^2. \quad (7.71)$$

Максимум этой функции найдём, приравняв к нулю её первую производную:

$$L_{\max} = 28,7 \text{ дм};$$

$$F_{\max} = (1,95 - 0,0341 \cdot 28,7) = 28 \text{ мм}.$$

Таким образом, определена стрела прогиба плоского перекрытия.

7.4.3. Прогноз критического времени

Для получения функции времени необходимо измерить скорость возрастания прогиба. Предположим, что путём повторных высокоточных наблюдений, проведенных через три года, было установлено увеличение прогиба на 6 мм. Следовательно, скорость возрастания прогиба составляет 2 мм в год для среднего момента времени 11,5 лет.

Максимальный прогиб как функцию времени представим в виде

$$F = a_6 t^{1-b} / (1 - b). \quad (7.72)$$

Значения неизвестных коэффициентов определим из условия прохождения линии прогиба во времени через известную точку (28 + 3 мм, через 11,5 лет) с известной скоростью. По формулам (7.29) и (7.30) имеем

$$b = 1 - 2 \text{ мм/год } 11,5 \text{ лет} : 31 \text{ мм} = 0,258;$$

$$a_6 = 2 \text{ мм/год } 10^{0,258} = 3,62.$$

Таким образом, изменение во времени максимального прогиба происходит по закону:

$$F = 3,62 t^{0,742} : 0,742 = 4,88 t^{0,742}. \quad (7.73)$$

Критическим принято считать относительный прогиб 1:100, т. е. стрела прогиба должна быть 58 мм.

Решая уравнение

$$4,88 t_{\text{кр}}^{0,742} = 58, \quad (7.74)$$

находим $t_{\text{кр}} = 28,1$ года.

7.4.4. Оценка физического износа

Оценку физического износа слоистых конструкций можно выполнять различными методами [4]. Наиболее простым является по нормативному сроку службы. Если известен нормативный срок службы зданий или их элементов, то по специальным графикам (рис. 7.5) или математическим зависимостям можно рассчитать процент физического износа на текущий момент времени. Недостаток этого метода состоит в том, что он не учитывает особенности каждого конкретного сооружения и условия его эксплуатации.

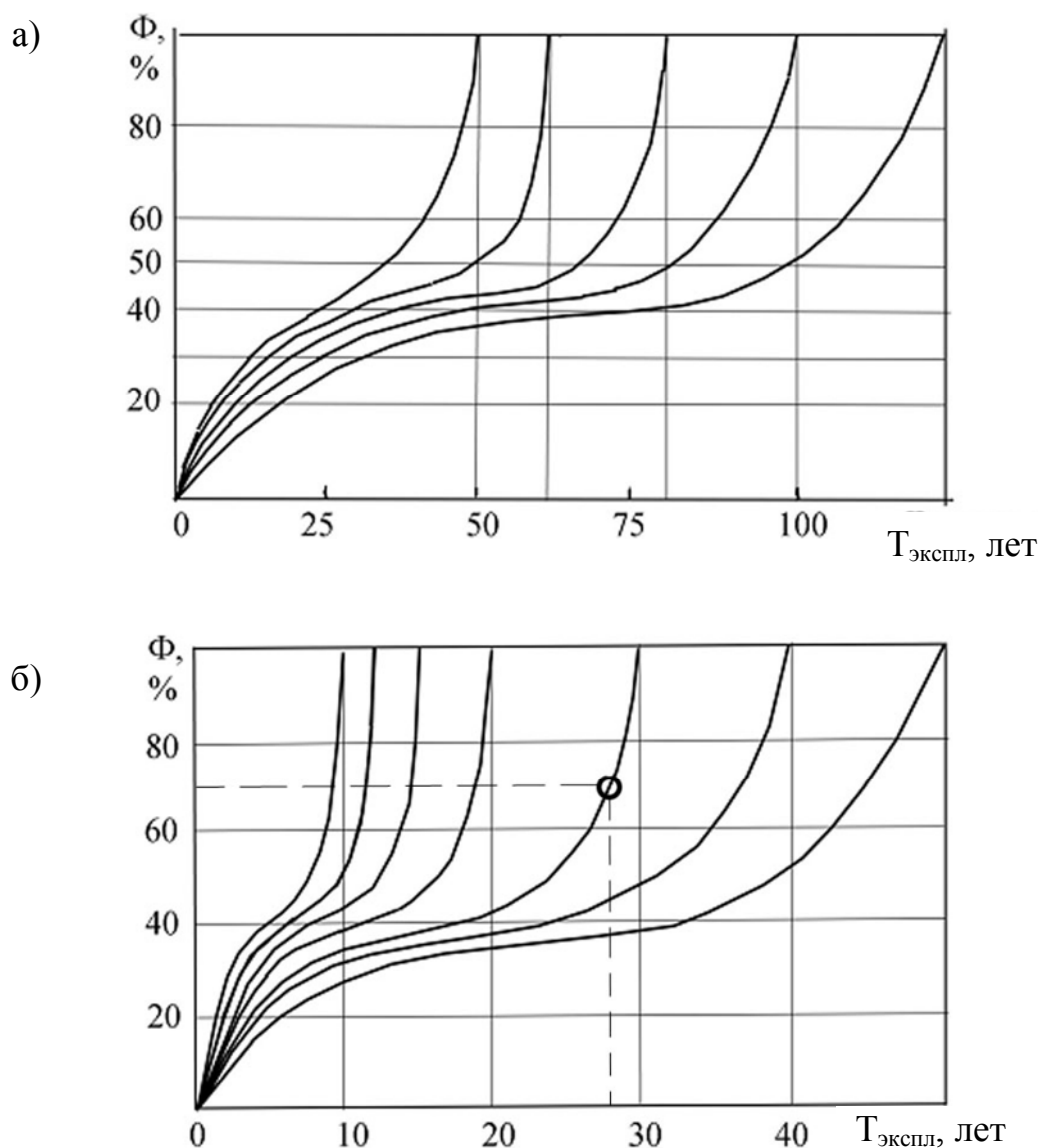


Рис. 7.5. Графики изменения во времени физического износа:
а – для службы более 50 лет; б – для срока службы до 50 лет

Другой более надёжный метод – инструментальный. Физический износ сооружений и их слоистых конструкций напрямую связан с деформациями.

Имеются таблицы [4], в которых для различных конструкций даны соотношения между относительными деформациями и процентом физического износа и предлагаются ремонтные мероприятия. При совместном использовании таблиц 7.5, 7.6 и графиков, приведенных на рисунке 7.5, можно определять фактический срок службы на основе инструментальных геодезических наблюдений за деформациями и планировать ремонтные мероприятия.

Таблица 7.6

Нормирование износа конструкции

Наименование конструкций	Износ, %	Относительные деформации
Фундаменты свайные	21...40	Прогиб до 0,01
	41...60	Более 0,01
Фундаменты ленточные	41...60	Прогиб до 0,02
	61...80	Прогиб более 0,02
Стены кирпичные	41...50	Отклонение от вертикали более 1/200. Прогиб до 1/200
	51...60	Выпучивание с прогибом более 1/200
Стены из несущих панелей	51...60	Прогиб панели до 1/200 её длины
	61...70	Более 1/200
Колонны	41...60	Искривление колонны до 1/200 высоты
Перекрытия деревянные оштукатуренные	41...70	Прогиб потолка до 1/100 пролёта
Перекрытия из сборных и монолитных сплошных плит	31...40	Прогиб до 1/150 пролёта
	41...50	Прогиб до 1/100
Монолитные и сборные железобетонные балки покрытий и перекрытий	41...50	Прогиб до 1/150 пролёта
	61...80	Прогиб более 1/150
Лестницы железобетонные	41...60	Прогиб косоуров (маршей) до 1/200 пролёта
	61...80	Прогиб до 1/150
Сборные железобетонные детали лоджий	41...60	Прогиб плит до 1/100 пролёта
	61...80	Более 1/100

Таблица 7.7

Мероприятия по устранению износа

	Состав работ	Износ Ф, %
1	Усиление балок, частичная замена наката	31...40
2	Вскрытие части перекрытия, усиление концов балок и частичная замена наката	41...50
3	Усиление и частичная замена балок	51...60
4	Полная замена перекрытия	61...70

Например, для рассмотренного в п/п. 7.4.3 перекрытия фактический срок службы составит 30 лет. Первый капитальный ремонт следует проводить через 20 лет. По графику, приведенному на рисунке 7.1, для этого возраста перекрытия его износ превысит 40%. В соответствии с таблицей 7.7 для первого капитального ремонта, т. е. через 20 лет после возведения, можно запланировать вскрытие части перекрытия, усиление концов балок и частичную замену наката.

Вопросы для самопроверки

1. Какие виды потери устойчивости возможны в упругих системах?
2. Какие существуют модели грунтовых оснований?
3. Что такое коэффициент «постели»?
4. Каким образом можно моделировать время?
5. Как понимать термин «критическое время»?
6. Как подсчитать вириал, передаваемый сооружением на грунтовое основание?
7. Каким образом можно выполнить реконструкцию полных осадок фундаментов зданий и сооружений?
8. Как определить скорость осадки фундамента, зная скорость наклона жёсткого сооружения?
9. В чём смысл метода наименьших квадратов при обработке результатов геодезических наблюдений?
10. Какие существуют геодезические методы измерения крена сооружений?
11. Как найти общий крен башенного сооружения, зная несколько частных?
12. Если задано предельное допустимое значение крена башенного сооружения, как найти критическое время?
13. Как организовать полевые работы при определении крена способом малых углов?
14. Как организовать геодезические работы при определении прогиба плоского перекрытия?

15. Как определить стрелу прогиба и относительный прогиб плоского перекрытия?

16. От каких факторов зависит критическое время плоского перекрытия?

17. Как можно оценить физический износ плоского перекрытия по результатам инструментальных наблюдений?

18. Как можно планировать ремонтные мероприятия, используя инструментальные наблюдения?

Глава 8. ПРОГРАММНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При серийном использовании геодезических измерительных систем эффективным будет использование программно-вычислительных средств. Такой подход повысит не только производительность труда, но и качество работ.

8.1. Лицензионное программное обеспечение Торосад

Фирмы-производители геодезических приборов, как правило, выпускают для своих приборов специальное программное обеспечение. Однако имеются универсальные программы, пригодные для различных приборов. К числу таких программ относится и Торосад. Эта программа позволяет импортировать информацию, накопленную в геодезических приборах при производстве полевых работ.

Информация из приборов передается через кабель на компьютер, где установлен Торосад. Программа создает файл в виде документа *«Результаты измерений»*. Этот документ предназначен для хранения результатов измерений, выполненных с помощью электронных тахеометров, цифровых нивелиров, а также ГНСС приемников. Программа имеет модульную конфигурацию. Документ *Результаты измерений* доступен практически во всех модулях. Непосредственно из окна этого документа доступны простые расчеты: съемка с известной станции, обратная засечка, уравнивание одиночного нивелирного хода. На основе данных этого документа формируются документы *«теодолитного хода»* и *«уравнивание»*.

Документ *«Результаты измерений»* имеет следующие закладки:

- *метаданные*. Данная закладка содержит дополнительную информацию о проекте и примечание; метаданные могут быть использованы при выводе отчета;

- *исходные точки*. Данная таблица содержит координаты точек, которые могут быть использованы при расчетах в качестве исходных;

– *результаты измерений*. Список тахеометрических станций и измерения, выполненные на них; измерения могут быть обработаны непосредственно из таблицы документа; на основе результатов измерений может быть построен ход;

– *координаты*. Если в памяти инструмента были сохранены координаты точек, то они будут загружены в эту же таблицу;

– *данные нивелирования*.

Помимо результатов измерений, выполненных электронными тахеометрами, Торосад позволяет выполнить загрузку результатов нивелирования, выполненного электронными цифровыми нивелирами. Эти данные сохраняются в таблице *Данные нивелирования*. Одна линия в этом файле – один нивелирный ход. Нивелирные хода могут быть уравнены раздельно непосредственно в файле результатов измерений.

Обработка результатов измерений заключается в вычислении координат точек, на которых были выполнены измерения. При этом координаты съемочных станций должны быть известны либо определены из решения обратной засечки. Если станции являются точками хода, то их координаты необходимо предварительно вычислить. Для этого можно построить ход и выполнить расчет либо уравнивать сеть в модуле «*уравнивание сетей*».

В документе «Данные хода» можно по измерениям рассчитать координаты точек хода, вычислить угловую и линейную невязки, а также выполнить их распределение в виде поправок в измерения.

При вычислении хода доступно использование нескольких типов его привязки к исходным пунктам:

– *полный*: две исходные точки в начале и две в конце;

– *висячий*: две исходные точки в начале хода и нет исходных точек в конце хода;

– *обратный висячий*: две исходные точки в конце хода и нет исходных точек в начале;

– *координатный*: две исходные точки в начале хода и одна в конце;

– *обратный координатный*: одна исходная точка в начале хода и две в конце.

Модуль «Уравнивание сетей Торосад» позволяет выполнить совместное уравнивание сетей геодезических измерений по методу

наименьших квадратов параметрическим способом [22; 26]. В программе имеется ряд функций для того, чтобы обеспечить соответствующие методы поиска ошибок.

Программа может включить в отчет следующие данные:

- имя точки;
- вычисленные значения координат точки;
- среднюю квадратическую погрешность координат точки;
- большую полуось эллипса ошибок, т. е. наибольшую ошибку плановых координат точки в любом направлении;
- малую полуось эллипса ошибок, т. е. наименьшую ошибку плановых координат точки в любом направлении;
- ориентирование большой полуоси эллипса ошибок.

Программа Toposad систематически совершенствуется и обновляется через Интернет.

8.2. Встроенные программные средства

Встроенные программные средства называются *приложениями*. Приложения являются готовыми программными модулями, позволяющими решать широкий круг топографических задач и существенно облегчающими выполнение работ в поле.

8.2.1. Электронный тахеометр TS-02

В распоряжении пользователя имеются рассмотренные ниже основные прикладные программы для инструментов серии Flex Line, хотя для конкретного прибора их состав может отличаться.

Все данные хранятся в проектах, как в директориях файлов. Проекты содержат данные различного типа, например: результаты измерений, коды, координаты твердых точек или станций. Проекты можно экспортировать, редактировать или удалять.

Точка стояния. Все измерения и вычисления координат выполняются на основе заданной ориентировки инструмента на станции. Точка стояния может определяться максимально по 10 опорным точкам.

При наличии избыточных измерений для определения всех трех координат места установки инструмента и его ориентировки применяется метод наименьших квадратов.

В процесс обработки включаются осредненные наблюдения при различных кругах. Все измерения считаются имеющими одинаковую точность, независимо от того, выполнялись они при одном круге или при обоих кругах.

Прямоугольные координаты вычисляются с использованием метода наименьших квадратов с выдачей СКО и с введением поправок в горизонтальные углы.

Окончательное значение высотной отметки (Н) определяется по осредненным значениям превышений, полученным по результатам измерений.

Горизонтальное направление вычисляется по результатам измерений при обоих кругах.

Съемка – прикладная программа, которая может работать с практически неограниченным количеством точек. Ее функциональность сравнима с возможностями приложения Q-Съемка (Быстрая съемка), которое можно запустить из окна «главное меню», но предоставляет дополнительные средства для настройки проектов, инструментальных станций и ориентирования прибора, доступные до начала работ.

Косвенные измерения – это приложение, позволяющее вычислять наклонные расстояния, горизонтальные проложения, превышения и дирекционные углы между двумя точками, на которые были выполнены измерения, или по их координатам, взятым из памяти либо введенным с клавиатуры.

Недоступная отметка. Эта подпрограмма используется для вычисления высотных отметок недоступных для непосредственных измерений точек, расположенных над пунктом установки отражателя без необходимости его размещения на самой этой точке.

Обратная задача и траверс. Эта подпрограмма позволяет вычислять расстояние, дирекционный угол, превышение и уклон между двумя точками с известными координатами.

Прямая задача. Данная подпрограмма дает возможность определять координаты новой точки по дирекционному углу и расстоянию от известной точки.

Прямая угловая засечка. Этот метод позволяет определять новую точку на пересечении направлений на нее с двух известных точек. Направление определяется своим дирекционным углом.

Выполнение измерений по ходу. В приложении можно выбрать один из возможных вариантов хода:

- без известной задней точки (начальная точка хода не привязывается к твердой точке);
- с известной задней точкой (измерения начинаются с наблюдений на заднюю по ходу твердую точку);
- с известным дирекционным углом (ход начинается с учетом дирекционного угла, заданного пользователем).

8.2.2. Цифровой нивелир DiNi

Пользователю могут быть доступны следующие приложения.

Одинокое измерение (без привязки к опорному реперу). При выполнении измерения без привязки к опорному реперу значения отсчёта по рейке могут отображаться независимо друг от друга. Если включены запись и автоматическая нумерация точек, измерения сохраняются соответственно. Результаты: отсчёт по рейке и горизонтальное положение.

Нивелирный ход. Нивелирные ходы нумеруются и хранятся в проектах, которые могут быть продолжены в любое время.

В процессе работы производится автоматическая запись превышений между связующими точками, фиксируется информация о накоплении превышений между связующими точками и накоплении разности плеч (длин визирных лучей) на станциях. Отображаются суммарные длины плеч на задние и передние рейки. Если суммарные длины плеч известны, следующие станции должны быть выбраны таким образом, чтобы суммарные длины плеч были почти одинаковы в конце хода.

Для обеспечения высокой точности нивелирования можно установить автоматический контроль для следующих параметров:

- максимальная длина плеч;
- минимальная длина плеч;
- максимальная высота визирования;
- максимальная разница превышений на станции или двойная разность измерений (например, в последовательности 3-П-П-3).

Инструмент предупредит пользователя, если измерение будет проводиться вне установленных допусков.

По ходу контролируется высотная невязка.

Приложение допускает промежуточные измерения при нивелирном ходе.

Уравнивание хода. В результате проложения нивелирного хода от одного до другого репера с известными отметками можно сравнить общее превышение, полученное по ходу, с разностью отметок двух реперов.

Программа «уравнивание хода» позволяет распределить получившуюся невязку пропорционально длинам плеч на каждой станции, в результате чего получают уравненные отметки. Измеренные значения (непосредственные отсчеты по рейке, длины плеч) не изменяются. Отметки промежуточных точек только уточняются в соответствии с отметкой станции.

Уравнивание хода может быть выполнено только если нивелирный ход был завершен и сохранен в памяти вместе со значениями отметок промежуточных точек.

Часто при проложении хода отметки задних точек визирования еще не известны. В этом случае отметки можно ввести при выполнении уравнивания. Возможно также уравнивание замкнутых ходов, начатых и законченных на одном и том же репере.

8.2.3. Лазерная рулетка Disto D5

К основным приложениям можно отнести следующие функции прибора:

- определение периметра путём автоматического сложения измеренных длин;
- определение неизвестного размера путём вычитания измеренных длин;
- определение горизонтального проложения наклонных линий;
- косвенные измерения на основе использования теоремы Пифагора;
- вычисление площади прямоугольника по измеренным сторонам;
- вычисление площади треугольника по результатам измерения длин всех сторон;
- измерение площади трапеции по специальным программам;

– вычисление объема помещения по результатам измерения длины, ширины и высоты.

8.3. Разработка исполняемых форм в среде Visual Basic

При выполнении курсовых проектов и работ, связанных с ГИС, студенты могут самостоятельно разрабатывать и реализовывать компьютерные программы.

8.3.1. Основы программирования

Языки программирования, созданные в 50-х годах прошлого века, предназначались главным образом для использования профессионалами в научно-исследовательских центрах. В 1963 г. два профессора Дартмутского университета Джон Кенем и Томас Куртц специально для обучения студентов программированию создали язык BASIC (Бейсик). Свое название язык получил по первым буквам английских слов *Beginners All-purpose Symbolic Instruction* – язык программирования для начинающих. Билл Гейтс (Bill Gates) в своё время высказал мысль, что Бейсик переживет все другие языки программирования.

Язык Visual Basic в настоящее время превратился в высокоэффективное средство разработки различных Windows-приложений. Качество программ не уступает программам, написанным на других языках. В то же время, став визуальным и объектно-ориентированным, этот язык, по мнению многих специалистов, так и остался «непрофессиональным» языком программирования. Но именно это и делает его доступным широкому кругу пользователей.

Доступ к Visual Basic можно получить через специальную программу или через опцию «Разработчик» в текстовом редакторе Word последних версий Microsoft Office.

Составление программы можно свести к трём основным шагам [19]:

- 1) создание пользовательского интерфейса;
- 2) установка свойств объектов;
- 3) составление программного кода.

При создании проекта на экране появляется чистая форма. Чтобы создать на форме объект «Командная кнопка», надо щелк-

нуть по кнопке <Command Button> на панели инструментов и переместить указатель мыши на форму в левый нижний угол. Удерживая левую кнопку мыши нажатой, вычертить указателем мыши прямоугольный объект. Он приобретает определенные очертания и «привязывается» к сетке формы. Теперь нужно отпустить кнопку мыши. Экран будет выглядеть, как показано на рисунке 8.1, а. Аналогично можно создать вторую командную кнопку, поместив ее ниже первой. Кнопка получит имя <Command2>.

Числовые и текстовые данные могут вводиться в программах Visual Basic в текстовые поля (окна). Для того чтобы создать на форме текстовое поле, нужно щелкнуть по кнопке <Text Box> панели инструментов, переместить указатель мыши в левый верхний угол формы и, удерживая нажатой левую кнопку, очертить указателем мыши прямоугольный объект. По умолчанию объект получает имя *Text1* (рис. 8.1, б).

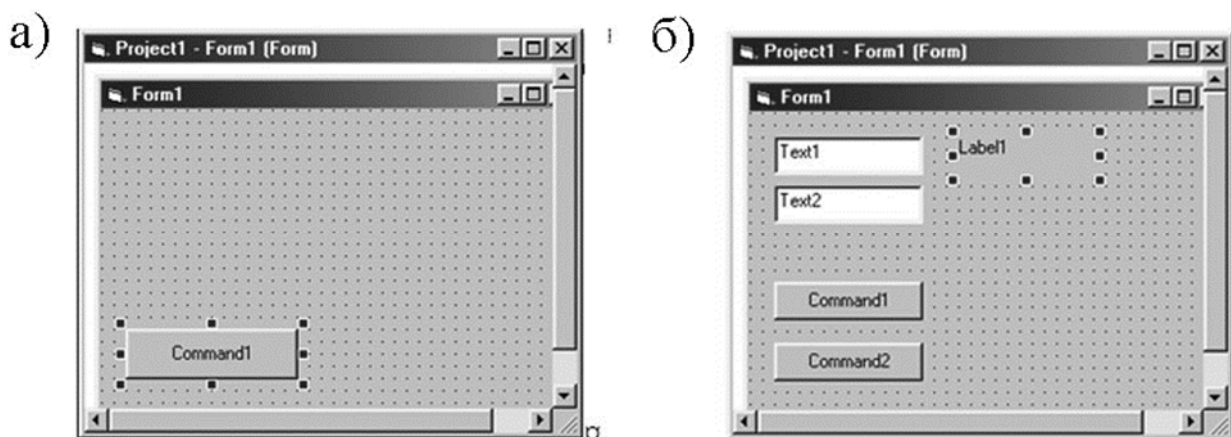


Рис. 8.1. Создание формы проекта

Для показа текста, чисел и символов при работе программы и формирования надписей используется специальный элемент пользовательского интерфейса, называемый этикеткой. Добавим в форму этикетку для отображения результата. Для этого нужно щелкнуть мышью по кнопке <Label> на панели инструментов, поместить указатель мыши в верхний правый угол формы и, удерживая нажатой левую клавишу мыши, очертить прямоугольное окно. Созданный объект получает имя *Label1*. После этого экран будет выглядеть, как показано на рисунке 8.1, б.

Далее следует второй шаг. Последовательность действий может быть следующей:

1. Щелкнуть по первой командной кнопке (<Command1>). Кнопка будет выделена маркерами.
2. В окне свойств будут перечислены установки для командной кнопки (цвет фона, название, размер шрифта, ширина кнопки и др.).
3. Дважды щелкнуть на свойстве Caption в левой колонке окна свойств для выделения установленного по умолчанию названия (<Command1>).
4. Набрать новое название для кнопки <Выполнить> и нажать клавишу [Enter] (можно щелкнуть мышью по форме). Название командной кнопки в окне свойств и в форме изменится на <Выполнить>.
5. Свойства текстовых полей 1 и 2 должны быть одинаковыми (они выполняют одинаковые функции – ввод чисел), поэтому можно установить их как группу. Для этого надо щелкнуть мышью по первому объекту (Text1), затем, удерживая нажатой клавишу [Shift], по второму объекту (Text2). В результате оба текстовых поля будут выделены, а устанавливаемые значения свойств в окне «Properties» будут общими (одними и теми же) для полей «Text1» и «Text2».
6. Установить свойство Text для текстовых полей в значение Empty (Пусто). Это означает, что нужно удалить текущую установку и оставить свойство пустым. В этом случае в поля «Text1» и «Text2» можно вводить произвольную информацию с клавиатуры.
7. Перейти к установке свойств для этикетки Label4, предназначенной для отображения результата. Щелкнуть мышью по объекту Label4 для его выделения.
8. Изменить стиль рамки. Для этого щелкнуть мышью на свойстве Border Style (Стиль рамки), а затем на стрелке окна ниспадающего списка, который появится справа.
9. Щелкнуть на значение 1 <Fixed Single>, чтобы добавить тонкую рамку вокруг этикетки.
10. Установить шрифт, которым будут выводиться цифры в окне результата. Дважды щелкнуть по свойству Font (Шрифт). Появится диалоговое окно, и в нем выбрать желаемый шрифт (например, Times New Roman), начертание (например, полужирный), кегль (например, 14) и щелкнуть по кнопке <ОК>.

Содержание 3-го шага можно проследить на приведенном ниже примере.

8.3.2. Пример составление программы

В качестве примера рассмотрим задачу прямой угловой засечки и её практическую реализацию на полигоне ЮЗГУ.

Создадим форму с таким расчётом, чтобы, кроме координат точек, выводилась дополнительная информация, необходимая для дальнейшего применения.

Прямая угловая засечка			
	Левая станция	Правая станция	Визирная цель М
X, м	Text8	Text10	Label1
У, м	Text9	Text11	Label2
			Базис, м Label5
Ориент. углы	Text12	Text13	Относительные расстояния
ориентирование по направлению от правой станции на левую			П-М Label3
	Выполнить	Закончить	Л-М Label4

Рис. 8.2. Форма интерфейса задачи прямой угловой засечки

На форме интерфейса (рис. 8.2) имеются окна для отображения значений базиса (репер R) и относительных расстояний от визирной цели до правой станции и до левой. Эти величины необходимы для вычисления ошибок определения координат. Кроме того, если измерены углы наклона, то можно вычислить превышения.

В качестве исходной информации в форму необходимо вводить координаты станций и ориентированные углы. Значения углов вводятся в градусах с десятичными долями. Для ориентирования (ось K_1) используется направление от правой станции на левую.

Далее приводим программный код:

```
PrivateSubCommand1_Click()
Dimx0 AsSingle
Dim y0 As Single
Dim x1 As Single
Dim y1 As Single
Dim a0m As Single
Dim a1m As Single
Dim xm As Single
Dim ym As Single
x0 = Val(Text10.Text)
y0 = Val(Text11.Text)
x1 = Val(Text8.Text)
y1 = Val(Text9.Text)
a0m = Val(Text13.Text)
a1m = Val(Text12.Text)
dx = x1 - x0
dy = y1 - y0
pi = 3.14159265
d10 = Sqr(dx * dx + dy * dy)
a0m = a0m * pi / 180
a1m = a1m * pi / 180
z1 = dy / d10
GoSub 800
If (dx Anddy) >= 0 Then a1 = asn
If (dx < 0) And (dy> 0) Then a1 = pi - asn
If (dx <= 0) And (dy<= 0) Then a1 = pi + asn
If (dx > 0) And (dy< 0) Then a1 = 2 * pi - asn
amm = a1 + a0m
d0m = d10 * Sin(a1m) / Sin(a1m - a0m)
d1m = d10 * Sin(a0m) / Sin(a1m - a0m)
xm = x0 + d0m * Cos(amm)
ym = y0 + d0m * Sin(amm)
l1 = d1m / d10
l0 = d0m / d10
Label1.Caption = Int(xm * 1000) / 1000
Label2.Caption = Int(ym * 1000) / 1000
```

```

Label3.Caption = Int(10 * 10000) / 10000
Label4.Caption = Int(11 * 10000) / 10000
Label5.Caption = Int(d10 * 10000) / 10000
GoTo 900
800 Rem          ASN (Z1)
802 If z1 > 0 Then z = z1 Else z = -z1
804 p0 = 1.570796305
806 p1 = -0.2145988016
808 p2 = 0.0889789874
810 p3 = -0.0501743046
812 p4 = 0.030891881
814 p5 = -0.0170881256
816 p6 = 0.0066700901
818 p7 = 0.0012624911
820 ps = p0 + p1 * z + p2 * z * z + p3 * z * z * z + p4 * z * z * z * z *
z + p5 * z * z * z * z * z * z + p6 * z * z * z * z * z * z * z
822 ps1 = ps - p7 * z * z * z * z * z * z * z * z * z
824 asn = pi / 2 - Sqr(1 - z) * ps1
828 Return
900
End Sub
Private Sub Command2_Click()
End
EndSub

```

Как показывает опыт, программный код, написанный впервые, всегда требует отладки. Для этого в среде программирования всегда имеются специальные средства.

Для отладки программы нужно иметь несколько контрольных примеров, с таким расчётом, чтобы охватить возможную область изменения параметров.

В качестве контрольного примера нами рассмотрена обработка результатов измерений, приведенных в главе 4 (рис. 8.3).

	Прямая	угловая	засечка
	Левая станция	Правая станция	Визирная цель М
X, м	474.70	648.70	405.627
У, м	987.04	988.99	744.293
Ориент. углы	73.4744	44.5487	Базис, м 174,0109
ориентирование по направлению от правой станции на левую			Относительные расстояния
Выполнить		Закончить	П - М 1,9821
			Л - М 1,4503

Рис. 8.3 Результат решения задачи для контрольного примера

Результат, полученный в исполняемой форме, в точности соответствует примеру, приведенному в п. 4.1, для геодезического пункта 1 (см. рис. 4.2). Таким образом, алгоритм можно считать отлаженным и использовать в практической деятельности.

8.4. Геодезические калькуляторы

Для геодезических расчётов вполне применим так называемый инженерный калькулятор. При пользовании этим калькулятором нужно иметь в виду одну особенность. Значения аргументов тригонометрических функций должны быть представлены в десятичной форме. При производстве геодезических измерений представление угловых величин, как правило, в градусах и минутах с десятичными долями. Для согласования аргументов необходимо выполнять арифметические действия. Рассмотрим на примере, как это выглядит. Пусть требуется вычислить косинус $44^{\circ}32,92'$. Для этого минуты представим в десятичной форме путём деления на 60, т. е. $32,92':60 = 0,5487^{\circ}$. Далее с помощью инженерного калькулятора можно вычислять косинус $44,5487^{\circ}$. При решении прямой геодезической задачи от одного значения аргумента находятся две

функции косинус и синус. Поэтому вычисленное значение 0,5487 целесообразно заносить в память, нажимая клавишу $X \rightarrow M$. Извлечение из памяти производится нажатием клавиши RM .

Операционная система Windows при минимальной комплектации на компьютерах включает в себя калькулятор, в том числе и инженерный. Для Android можно скачать бесплатное приложение в виде инженерного калькулятора.

Программы геодезических калькуляторов можно скачать из Интернета [27–29].

Вопросы для самопроверки

1. Какие возможности имеет программное обеспечение Topocad?
2. Какие встроенные программные средства имеет электронный тахеометр TS-02?
3. Какие встроенные программные средства имеет цифровой нивелир DiNi?
4. Какие встроенные программные средства имеет лазерная рулетка Disto D5?
5. Как запускать исполняемую форму и вводить числовые данные?
6. Приведите порядок вычисления значений тригонометрических функций на инженерном калькуляторе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В приведенной работе даны общие принципы построения геодезических измерительных систем для решения вопросов кадастровой деятельности технической экспертизы недвижимости. Конкретные цели их применения определяются заказчиками работ и формируют свою специфическую структуру конкретной измерительной системы. При этом следует помнить, что важнейшими элементами в любой системе будут квалифицированные исполнители, вооруженные современными средствами измерений.

Для получения достоверной информации о положении в пространстве и техническом состоянии объектов недвижимости должны использоваться современные точные геодезические приборы. Описание таких приборов и особенности работы с ними приведены во второй главе. Там же рассмотрены способы элементарных геодезических измерений.

Построение геодезических измерительных систем начинается с рассмотрения элементов теории положения. Нами проведен анализ термина и понятия положения. Дана геометрическая интерпретация декартовых, полярных и биполярных систем координат. Определено понятие репера для различных систем координат.

Для описания угловых измерительных систем привлечён строгий математический аппарат. Аналитическое рассмотрение вопросов геодезии будет способствовать повышению уровня фундаментальной подготовки студентов. Угловое позиционирование носит дистанционный характер. При определённых условиях это позволяет достигать точность позиционирования порядка 0,2...0,5 мм. Такая точность будет достаточной для анализа деформированного состояния строительных конструкций. Кроме того, путём использования угловых измерительных систем можно сгущать городские геодезические сети при их реконструкции.

Линейные измерительные системы находят всё большее применение благодаря доступности лазерных приборов. Для того чтобы производить позиционирование на местности, выполняя сложные построения лазерным прибором, необходимо использовать методику ходов лазерной трилатерации. В учебном пособии

подробно рассмотрена последовательность построения и вычислительной обработки таких ходов.

Использование электронных тахеометров при проведении геодезических работ обеспечивает возможность реализации линейно-угловых измерительных систем высокой точности. Электронный тахеометр с безотражательной функцией даёт преимущество линейно-угловых систем по сравнению с угловыми при дистанционном позиционировании.

Математические и физические модели, рассмотренные в пособии, способствуют совершенствованию методов обработки первичной геодезической информации и учитывают фактор времени.

Эффективность использования ГИС значительно возрастает при использовании современного программно-вычислительного обеспечения, рассмотренного в учебном пособии.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Андерсон, Дж. Интересные случаи из практики инженерной геологии [Текст]: пер. с англ. / Дж. Андерсон, К.Ф. Тригг. – М.: Недра, 1981. – 224 с.
2. Атанасян, Л. С. Геометрия [Текст]: в 2-х ч. Ч. I / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. – М.: Просвещение, 1986. – 336 с.
3. Атаманов, С. А. Кадастр недвижимости [Текст] / С. А. Атаманов, С. А. Григорьев. – М.: Букстрим, 2012. – 324 с.
4. ВСН 53-86(р). Правила оценки физического износа жилых зданий [Текст]. – М.: Прейскурантиздат, 1987. – 87 с.
5. Гайдес, М. А. Общая теория систем (системы и системный анализ) [Текст] / М. А. Гайдес. – М.: ГЛОБУС-ПРЕСС, 2005. – 202 с.
6. Геодезия [Текст]: учеб. для вузов / В. Г. Юнусов, А. Б. Беликов, В. Н. Баранов [и др.]. – М.: Академический проект, 2011. – 401 с.
7. Геодезическая система дистанционного контроля [Текст] / В. К. Капустин, В. В. Капустин [и др.] // Промышленное и гражданское строительство. – 2012. – № 12. – С. 59–61.
8. Гинзбург, Л. К. Обрушение склона в жилом микрорайоне [Текст] / Л. К. Гинзбург, В. Б. Швец // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1999. – № 3. – С. 28–30.
9. ГОСТ 24846-2012. Грунты. Методы измерения деформаций оснований зданий и сооружений [Текст]. – М.: Стандартинформ, 2014. – 18 с.
10. ГКИНП (ОНТА)-01-271-03. Руководство по созданию и реконструкции городских геодезических сетей с использованием спутниковых систем ГЛОНАСС/GPS [Текст]. – М.: ЦНИИГАиК, 2003. – 65 с.
11. Дайле, А. Практика контроллинга [Текст] / А. Дайле. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 336 с.
12. Зарецкий, Ю. К. Об оценке устойчивости высотных сооружений с учётом ползучести грунтов основания [Текст] / Ю. К. Зарецкий // Труды Первого Всесоюзного симпозиума по реологии грунтов. – Ереван: Изд-во Ереван. ун-та, 1973. – С. 43–68.

13. Клиланд, Д. Системный анализ и целевое управление [Текст]: пер. с англ. / Д. Клиланд, В. Кинг. – М.: Сов. радио, 1974. – 280 с.
14. Лишевский, В. Пизанская башня: прошлое, настоящее, будущее [Текст] / В. Лишевский // Наука и жизнь. – 1970. – № 2. – С 33.
15. Пат. на полезную модель 139155 Рос. Федерация: МПК G 01 С 3/00. Адаптер для трегера / Капустин В. К., Голубев А. М., Дородных Т. Ю. [и др.]. – № 2013105013/28; заявл. 06.02.2013; опубл. 10.04.2014, Бюл. №10. – 3 с.
16. Положение о создании геодезических сетей специального назначения [Текст]: [утв. постановлением Правительства РФ от 5 июня 2008 г. N 433] // Собр. законодательства Рос. Федерации. – 2008. – № 23, ст. 2722.
17. Руководство по эксплуатации промышленных дымовых и вентиляционных труб [Текст]. – М.: Комитет РФ по металлургии, 1993. – 110 с.
18. Об утверждении «Основных положений об опорной межевой сети» [Электронный ресурс]: приказ Росземкадастра от 15 апр. 2002 № П/261. – Доступ из справ.-правовой системы «Консультант Плюс».
19. Программирование на MS VisualBasic [Текст]: учеб. пособие / под ред. С. В. Назарова. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 320 с.
20. Ржаницын, А. Р. Устойчивость равновесия упругих систем [Текст] / А. Р. Ржаницын. – М.: Гостехтеоретиздат, 1955. – 476 с.
21. Руководство по определению кренов инженерных сооружений башенного типа геодезическими методами [Текст] / Центр. н.-и. и проект.-эксперим. ин-т организации, механизации и техн. помощи стр-ву Госстроя СССР. – М.: Стройиздат, 1981. – 56 с.
22. Справочник геодезиста [Текст] / под ред. В. Д. Большакова и Г. П. Левчука. – М.: Недра, 1966. – 984 с.
23. Уемов, А. И. Системный подход и общая теория систем [Текст] / А. И. Уемов. – М.: Мысль, 1978. – 272 с.

24. О геодезии и картографии [Электронный ресурс]: федер. закон от 26 дек. 1995 г. № 209-ФЗ: [ред. от 06.04. 2015]. – Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс».

25. О государственной регистрации прав на недвижимое имущество и сделок с ним [Электронный ресурс]: федер. закон от 21 июля 1997 г. № 122-ФЗ: [ред. от 06.04.2015]. – Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс».

26. Чеботарёв, А. С. Способ наименьших квадратов с основами теории вероятностей [Текст] / А. С. Чеботарёв. – М.: Объединённое научно-техническое НКТП СССР, 1936. – 475 с.

27. Геодезический калькулятор. Версия «ехе» [Электронный ресурс] // 4 Digital Universiti: сайт. – Режим доступа: http://4du.ru/katalogprog/progs_geod/geodezicheskiy_kalkulyator_versiy_excel.html (дата обращения: 02.12.2014).

28. Геодезические программы [Электронный ресурс]// БРИГС: сайт. – Режим доступа: <http://www.breegs.ru/page/geodezicheskie-programmi> (дата обращения: 02.12.2014).

29. PHOTOMOD GeoCalculator 4.4 [Электронный ресурс]// Секция МД кафедры РМСВМС и МД МГРИ – РГГРУ: сайт. – Режим доступа: http://geoid.ucoz.com/load/photomod_geocalculator_44/1-1-0-66 (дата обращения: 02.12.2014).

Учебное издание

Капустин Владимир Корнелиевич

**ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ
ДЛЯ КАДАСТРА И НЕДВИЖИМОСТИ**

Учебное пособие

Редактор *Н. В. Комардина*
Компьютерная верстка и макет *О.В. Кофановой*

Подписано в печать 24.11.2015. Формат 60×84 1/ 16. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 10,6. Уч.-изд. л. 9,6. Тираж 100 экз. Заказ .
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.
Отпечатано в ЮЗГУ.

