

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна
Должность: проректор по учебной работе
Дата подписания: 16.06.2023 12:36:12
Уникальный программный ключ:
0b817ca911e6668abb10e2d6359511c11c0b0f73c943df1a48f1fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова
« 15 » 03
2021 г.



**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
СТАТИСТИКА**

Методические указания к самостоятельной работе
по дисциплине «Теория вероятности и математическая статистика»
для направления подготовки 02.03.03
«Математическое обеспечение и администрирование информа-
ционных систем».

Курск 2021

УДК 51

Составители: О.А. Бредихина, Н.А. Хохлов

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *Халин Ю.А.*

Теория вероятности и математическая статистика: методические указания к самостоятельной работе по дисциплине «Теория вероятности и математическая статистика» для направления подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: О.А. Бредихина, Н.А. Хохлов – Курск, 2021. – 10 с.

Методические рекомендации к самостоятельной работе по дисциплине Теория вероятности и математическая статистика, задания и вопросы для контроля знаний. Методические указания соответствуют требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по дисциплине «Теория вероятности и математическая статистика» для направления подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем».

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 15.03.21. Формат 60x84 1/16.

Усл. печ. л. 0,5. Уч.-изд. л. 0,4. Тираж 100 экз. Заказ 533. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

Самостоятельная работа - это индивидуальная или коллективная учебная деятельность, осуществляемая без непосредственного руководства преподавателя, но по его заданиям и под его контролем.

Самостоятельная работа студентов включает:

- изучение лекционного материала по конспекту с использованием рекомендованной литературы;
- отработку изучаемого материала по печатным и электронным источникам, конспектам лекций;
- подготовку к выполнению лабораторных или практических работ;
- выполнение отчетов по лабораторным или практическим работам и подготовку к их защите;
- индивидуальные задания (решение задач, подготовка сообщений, докладов, исследовательские работы и т.п.);
- работу над творческими заданиями;
- подготовку кратких сообщений, докладов, рефератов, самостоятельное составление задач по изучаемой теме (по указанию преподавателя).

Назначение самостоятельной работы студентов.

- ***Овладение знаниями***, что достигается:

чтением текста (учебника, первоисточника, дополнительной литературы), составлением плана текста, графическим структурированием текста, конспектированием текста, выписками из текста, работой со словарями и справочниками, поиском информации в сети Интернет и т.п.;

- ***закрепление знаний***, что достигается:

работой с конспектом лекций, обработкой текста, повторной работой над учебным материалом (учебником, первоисточником, дополнительной литературой), составлением плана, составлением таблиц для систематизации учебного материала, ответами на контрольные во-

просы, заполнением рабочей тетради, аналитической обработкой текста (аннотирование, рецензирование, реферирование, конспект-анализ и др), составлением библиографии и т.п.;

- **формирование навыков и умений**, что достигается:

решением задач и упражнений по образцу, решением вариативных задач, выполнением схем, выполнением расчетов, решением ситуационных задач, подготовкой к дискуссиям, проектированием и моделированием разных видов и компонентов профессиональной деятельности, математическим описанием опытно экспериментальной работой и т.п.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов может осуществляться в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине и внеаудиторную самостоятельную работу студентов по дисциплине, может проходить в письменной, устной или смешанной форме.

Текущий контроль качества выполнения самостоятельной работы может осуществляться с помощью:

- контрольного опроса;
- собеседования;
- автоматизированного программированного контроля (машинного контроля, тестирования с применением ЭВМ).

Контроль выполнения индивидуальных заданий осуществляется поэтапно в соответствии с разработанным преподавателем графиком.

2 Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы

Студенты могут при самостоятельном изучении отдельных тем и вопросов дисциплины пользоваться учебно-методическими пособиями и методическими разработками кафедры в рабочее время, установленное Правилами внутреннего распорядка работников.

Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по данной дисциплине организуется:

библиотекой университета:

- библиотечный фонд укомплектован учебной, методической, периодической, справочной литературой в соответствии с Учебным планом (УП) и Рабочей программой данной дисциплины (РПД);

- имеется доступ к основным информационным образовательным ресурсам, информационной базе данных, в том числе библиографической, возможность выхода в Интернет;

кафедрой:

- путем обеспечения доступности всего необходимого учебно-методического и справочного материала;

- путем предоставления сведений о наличии учебно-методической литературы, современных программных средств;

- путем разработки:

 - заданий для самостоятельной работы;

 - вопросов к экзамену;

 - тестов;

 - методических указаний к выполнению практических работ и т.д.;

типографией университета:

- помощь авторам в подготовке и издании научной, учебной и методической литературы;

- удовлетворение потребности в тиражировании научной, учебной и методической литературы.

Задания по работам

1. Тема «Расчёт вероятностей случайных событий».

В урне 4 белых и 3 чёрных шара. Из неё вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что они разного цвета. Рассмотреть выборки: а) без возвращения; б) с возвращением.

2. Тема «Повторные испытания. Случайные величины».

Игральная кость брошена 4 раза. Написать закон распределения числа появлений шестёрки.

3. Тема «Элементы математической статистики и корреляционного анализа».

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надёжностью $\gamma = 0,95$, зная выборочное среднее $\bar{x} = 2,3$, объём выборки $n = 49$ и генеральное среднеквадратическое отклонение $\sigma = 1,4$.

Примеры выполнения заданий с кратким описанием применяемых методов

1. Тема «Элементы теории вероятностей».

В урне 4 белых и 3 чёрных шара. Из неё вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что они разного цвета. Рассмотреть выборки: а) без возвращения; б) с возвращением.

Фраза «шары разного цвета» подразумевает два исхода: белый и чёрный шары или чёрный и белый шары.

$$\text{а) } P(A) = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{4}{7};$$

$$\text{б) } P(A) = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7} = \frac{24}{49}.$$

2. Тема «Повторные испытания. Случайные величины».

Игральная кость брошена 4 раза. Написать закон распределения числа появлений шестёрки.

При четырёх бросаниях кости шестёрка может не появиться ни разу, появиться 1, 2, 3 или 4 раза. Значит, случайная величина – число

появлений шестёрки при четырёх бросаниях, может принимать значения 0, 1, 2, 3, 4. Вероятности $P(X = x_i)$ найдём по формуле Бернулли:

$$P_n(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot p^k \cdot q^{n-k},$$

где n – количество испытаний, k – количество появления события А, p – вероятность появления события А в каждом опыте, $q = 1 - p$ – вероятность неудачи в каждом опыте.

По условию $n = 4$, $p = \frac{1}{6}$, $q = \frac{5}{6}$.

$$P(X = 0) = \frac{4!}{0! \cdot 4!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{5^4}{6^4} = \frac{625}{6^4};$$

$$P(X = 1) = \frac{4!}{1! \cdot 3!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{4 \cdot 5^3}{6^4} = \frac{500}{6^4};$$

$$P(X = 2) = \frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{6 \cdot 5^2}{6^4} = \frac{150}{6^4};$$

$$P(X = 3) = \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{4 \cdot 5}{6^4} = \frac{20}{6^4};$$

$$P(X = 4) = \frac{4!}{4! \cdot 0!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^0 = \frac{1}{6^4}.$$

Закон распределения числа появлений шестёрки примет вид:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	$\frac{625}{6^4}$	$\frac{500}{6^4}$	$\frac{150}{6^4}$	$\frac{20}{6^4}$	$\frac{1}{6^4}$

Проверка: $\frac{625}{6^4} + \frac{500}{6^4} + \frac{150}{6^4} + \frac{20}{6^4} + \frac{1}{6^4} = 1$ – верно.

3. Тема «Элементы математической статистики».

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надёжностью $\gamma = 0,95$, зная выборочное среднее $\bar{x} = 2,3$, объём выборки $n = 49$ и генеральное среднеквадратическое отклонение $\sigma = 1,4$.

Пусть количественный признак X генеральной совокупности распределён нормально, среднеквадратическое отклонение σ известно. Требуется оценить неизвестное математическое ожидание a по выборочной средней \bar{x} .

В данном случае в качестве случайной величины $Y(\Theta)$ берётся величина $Y(\Theta) = \frac{\bar{X} - \bar{x}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$, которая при достаточно больших объёмах вы-

борки приближённо распределена по нормальному закону $N(0,1)$. Поэтому с заданной надёжностью γ доверительный интервал имеет вид $\left(\bar{x} - \frac{t \cdot \sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{t \cdot \sigma}{\sqrt{n}} \right)$.

Таким образом, если исследуемая случайная величина распределена по нормальному закону с известным среднеквадратическим отклонением σ , то доверительный интервал для математического ожидания определяется неравенством:

$$\bar{x} - \frac{t \cdot \sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + \frac{t \cdot \sigma}{\sqrt{n}},$$

где $\tilde{\Theta} = \bar{x}$ – точечная оценка математического ожидания (\bar{x} – выборочное среднее);

$$\varepsilon = \frac{t \cdot \sigma}{\sqrt{n}} \text{ – точность оценки;}$$

n – объём выборки;

t – квантиль нормального распределения или значение аргумента функции Лапласа (приложение 2 [5]), при котором $2\Phi(t) = \gamma \Rightarrow$

$$\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}.$$

Воспользуемся формулой: $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,95}{2} = 0,475$, далее по таблице приложения 2 [5] находим $t = 1,96$. Искомый доверительный интервал:

$$2,3 - \frac{1,96 \cdot 1,4}{\sqrt{49}} < a < 2,3 + \frac{1,96 \cdot 1,4}{\sqrt{49}} \text{ или } 1,908 < a < 2,692.$$

Смысл полученного результата: если произведено достаточно большое количество выборок по 49 элементов в каждой, то 95% из них определяют такие доверительные интервалы, в которых a заключено, и лишь в 5% случаев значение a может выйти за границы доверительного интервала.

Контрольные вопросы

1. Дайте определения: перестановок, сочетаний, размещений.
2. Сформулируйте классическое определение вероятностей. Укажите недостатки этого определения.
3. Какое событие называется достоверным, невозможным, случайным?
4. Дайте определение полной группы событий.
5. Какие события называются несовместными, совместными, противоположными, независимыми?
6. Дайте определение относительной частоты.
7. Сформулируйте статистическое определение вероятностей. Назовите условия существования статистической вероятности.
8. Сформулируйте теоремы о вероятности суммы двух совместных, несовместных событий.
9. Сформулируйте теорему умножения вероятностей.
10. Сформулируйте теорему о формуле полной вероятности.
11. Какие виды случайных величин вы знаете?
12. Перечислите важнейшие характеристики случайных величин.
13. Какие важнейшие распределения случайных величин вы знаете?
14. Дайте понятие вариационного ряда.
15. Какие виды вариационных рядов вы знаете?
16. Какие графики используются для изображения дискретных вариационных рядов?
17. Перечислите важнейшие точечные характеристики выборки.
18. Дайте понятие доверительного интервала.
19. Дайте определение основной и конкурирующей гипотез.
20. Дайте определение прямой регрессии Y на X , X на Y .

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: учебное пособие. -М.: ЮРАЙТ, 2012.–479с.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст]: учебное пособие. -М.: ЮРАЙТ, 2011.-404с.
3. Бойцова Е.А. Практикум по математике. Спецглавы [Текст]: учебное пособие / Е.А.Бойцова. – Старый Оскол: ТНТ, 2014. –156с.
4. Журавлева Е.В., Бойцова Е.А., Панина Е.А., Студеникина Л.И. Теория вероятностей [Текст]: учебное пособие / Е.В.Журавлева, Е.А.Бойцова, Е.А.Панина, Л.И.Студеникина – Курск: ЮЗГУ, 2015. –178 с.
5. Сборник задач по математике для втузов. Ч.4 [Текст]: учебное пособие / Под ред. А.В.Ефимова и А.С.Поспелова -М.: Физматлит, 2004. – 432с.
6. Расчёт вероятностей случайных событий [Электронный ресурс]: индивидуальные задания и методические указания по выполнению модуля 13 / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Е.В.Журавлёва, Е.А.Панина. – Курск: ЮЗГУ, 2011. -50 с.
7. Повторные испытания. Случайные величины [Электронный ресурс]: методические указания по выполнению М-17 / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Журавлева Е.В., Панина Е.А. – Курск: ЮЗГУ, 2013. -49с.
8. Элементы математической статистики и корреляционного анализа [Электронный ресурс]: методические указания и индивидуальные задания к модулю 15 / Курск. гос. техн. ун-т; сост.: Е.В. Журавлева, Е.А. Панина. –Курск: КурскГТУ, 2012. -35 с.