

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич  
Должность: ректор  
Дата подписания: 04.10.2023 11:00:09  
Уникальный программный ключ:  
9ba7d3e34c012eba476ffd2d064cf2781953be730df2374d16f3c0ce536f0fc6

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра механики, мехатроники и робототехники



### РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ ПО МЕХАНИКЕ

**методические указания к выполнению самостоятельной работы  
по дисциплинам «Прикладная механика», «Техническая механика»  
для студентов всех направлений подготовки**

Курск 2022

УДК 621

Составители: Е.Н. Политов, Л.Ю. Ворочаева

Рецензент

Доктор технических наук, профессор *С.Ф. Яцун*

**Решение типовых задач по механике:** методические указания к выполнению самостоятельной работы по дисциплинам «Прикладная механика», «Техническая механика» для студентов всех направлений подготовки / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. Е.Н. Политов, Л.Ю. Ворочаева. Курск, 2022. 83 с.

Методические указания содержат сведения по решению простейших типовых задач механики. Приведены варианты расчётных схем и примеры решения задач, правила оформления расчётно-графической (контрольной) работы, а также задания для самостоятельной работы и тестовые задания для самоконтроля по дисциплинам «Прикладная механика», «Техническая механика» и др.

Методические указания соответствуют требованиям федеральных государственных образовательных стандартов.

Предназначены для студентов направлений 28.03.01 Нанотехнологии и микросистемная техника, 18.03.01 Химическая технология, 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника, 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, а также других специальностей, изучающих прикладную (техническую) механику.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16

Усл.печ.л. \_\_\_\_ . Уч.-изд.л. \_\_\_\_ Тираж 30 экз. Заказ. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

## Содержание

<b>Введение</b>	4
<b>Основные требования по выполнению и защите расчётно-графических работ</b>	4
<b>1. Основные законы и понятия механики</b>	8
1.1. Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 1 «Основные законы и понятия механики»	8
<b>2. Теоретическая механика</b>	12
2.1 Кинематика	12
2.1.1. <i>Расчетно-графическая работа I. Определение кинематических параметров тел, совершающих вращательное и поступательное движение</i>	12
2.1.2. <i>Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 2 «Кинематика»</i>	17
2.2. Статика	22
2.2.1 <i>Расчетно-графическая работа II. Определение реакций связей твёрдого тела</i>	22
2.2.2 <i>Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 3 «Статика»</i>	27
2.3. Динамика	31
2.3.1 <i>Расчетно-графическая работа III. Применение теоремы об изменении кинетической энергии к решению задач динамики механической системы</i>	37
2.3.2 <i>Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 4 «Динамика»</i>	36
<b>3. Механизмы и машины</b>	39
3.1. Передаточные и исполнительные механизмы	39
3.1.1 <i>Решение задач об определении передаточного отношения зубчатых механизмов</i>	39
3.1.2 <i>Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 3.1 «Механизмы и машины»</i>	42
3.2 Приводы	44
3.2.1 <i>Расчетно-графическая работа IV. Расчет кинематических и силовых параметров передаточных механизмов</i>	44
	55

<b>4. Основы расчета и проектирования компонентов машин и аппаратов</b>	<b>55</b>
4.1 Расчёт элементов конструкций на растяжение-сжатие	55
4.1.1. <i>Расчетно-графическая работа V.</i>	
<i>Расчёт стержней на растяжение-сжатие</i>	
<b>5 Современные средства выполнения чертежей и подготовки конструкторско-технологической документации</b>	<b>62</b>
5.1 Построение трехмерной модели вала средствами САПР	62
<b>Рекомендуемый список литературы</b>	<b>83</b>

## **ВВЕДЕНИЕ**

При изучении дисциплин «Прикладная механика», «Техническая механика», «Теоретическая механика» и др. наибольшие трудности у студентов возникают при решении практических задач.

Вместе с тем именно решение задач в значительной степени способствует освоению требуемых компетенций, развитию инженерного мышления у студентов, приобретение ими необходимых навыков расчётов механизмов и элементов инженерных конструкций.

В настоящей методической разработке подробно рассмотрены решения типовых задач механики, а также изложены требования по выполнению и оформлению индивидуальных расчётно-графических (контрольных) работ. Приведены также некоторые тестовые задания для самоконтроля.

Перед решением задач желательно ознакомиться с рекомендуемой литературой (с. 83).

## **ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ И ЗАЩИТЕ РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ**

Все расчётно-графические работы выполняются на стандартных листах формата А4, скреплённых в тетрадь. Титульный лист оформляется в соответствии с требованиями ЕСКД. Пример оформления титульного листа приведен на рис. 1.

Расчётно-пояснительная записка должна быть достаточно краткой, без лишних подробных пояснений и теоретических выводов, имеющих в учебниках и других учебных пособиях, но не слишком краткой, содержащей одни только формулы и вычисления.

Формулы, приводимые в записке, должны быть, как правило, записаны сначала в общем виде, а затем уже должна быть произведена подстановка исходных данных и выполнены необходимые вычисления. При подстановке исходных данных нужно внимательно следить за соблюдением одинаковой размерности.

Все записи в расчётно-пояснительной записке ведутся чернилами синего или чёрного цвета на одной стороне писчей бумаги чётким разборчивым почерком, с расстоянием между строками 10-12 мм. Более предпочтительным является оформление записки с применением

ЭВМ в любом текстовом редакторе (MS Word, Open Office и др.), при этом желательно применение шрифтов 12 или 14 кегля и полуторный интервал между строками.

<b>МИНОБРНАУКИ РОССИИ</b>		
Федеральное государственное образовательное учреждение высшего образования «Юго-Западный государственный университет» (ЮЗГУ)		
<i>Кафедра механики, мехатроники и робототехники</i>		
<b>Расчётно-графическая работа по дисциплине «Прикладная механика»</b>		
<i>Вариант 11</i>		
Выполнил:	ст. гр. НМ-116	Иванова А.С.
Проверил:	к.т.н., доц.	Политов Е.Н.
Курск 2023		

Рис. 1. Пример оформления титульного листа

Изложение текстового материала записки следует вести от первого лица или в безличной форме. Текст всей записки должен быть выдержан в едином стиле.

Графическая часть работы выполняется на бумаге формата А4 карандашом или гелевой ручкой чёрного цвета с применением необходимых чертёжных инструментов. Приветствуется использование компьютерных графических редакторов (Компас, AutoCad, MS Word, Corel Draw и др.).

В соответствии с заданием по числовым данным вычерчивается в масштабе расчетная схема, на которой проставляются исходные данные. На расчётной схеме должны быть отмечены все силовые, кинематические и динамические параметры (скорости и ускорения то-

чек, силы и др.). Каждым студентом все задачи расчётно-графической работы должны выполняться и отдаваться преподавателю на проверку в сроки, предусмотренные графиком работы студентов в текущем семестре. После исправления всех ошибок, отмеченных преподавателем при проверке, каждая задача расчётно-графической работы должна быть защищена.

На защиту студент получает задание на решение задачи по соответствующему разделу курса. Если студент решил задачу, и у преподавателя нет никаких дополнительных замечаний по расчётно-графической работе, то защита считается законченной. В случае если студент при защите не справляется с решением типовых задач, то преподавателем назначается дополнительная защита (не более двух раз).

## 1. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ПОНЯТИЯ МЕХАНИКИ

### *1.1. Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 1 «Основные законы и понятия механики»*

1. Раздел механики, в котором изучаются условия равновесия материальных тел, находящихся под действием сил, называется.....

- а). статика
- б). кинематика
- в). динамика
- г). кинетика

2. Раздел механики, в котором изучаются геометрические свойства движения материальных тел без учета действующих на них сил, называется.....

- а). кинематика
- б). статика
- в). динамика
- г). кинетика

3. Раздел механики, в котором изучаются законы движения материальных тел под действием сил, называется.....

- а). динамика
- б). кинематика
- в). статика
- г). кинетика

4. В курсе «сопротивление материалов» не решаются задачи на .... элементов конструкций:

- а). прочность
- б). жесткость
- в). устойчивость
- г). экономическую эффективность



5. Способность элементов конструкций сопротивляться разрушению под действием приложенных сил называется:

- а). прочность
- б). жесткость
- в). устойчивость
- г). надежность

6. способность элементов конструкций сопротивляться деформации называется:

- а). жесткость
- б). устойчивость
- в). надежность
- г). прочность

7. Способность элементов и конструкций сохранять определенную форму равновесия называется:

- а). жесткость
- б). устойчивость
- в). надежность
- г). прочность

8. Совокупность материальных точек или абсолютно твердых тел, связанных между собой общими законами движения или взаимодействия, называется:

- а). механической системой
- б). механизмом
- в). машиной
- г). физической моделью

9. Количественная мера механического действия одного материального тела на другое, характеризующая интенсивность и направление этого действия, называется:

- а). сила
- б). масса
- в). мощность
- г). давление
- д). энергия

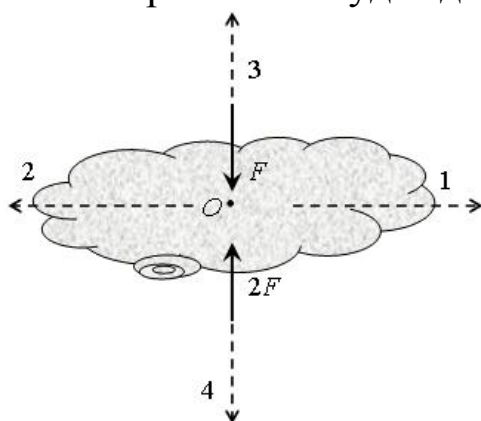
10. Кинематическим состоянием тела называется:

- а). состояние покоя или движения с неизменными параметрами  
 б). ускоренное движение  
 в). состояние невесомости  
 г). деформированное состояние

11. Наука, изучающая законы механического движения и механического взаимодействия, общие для любых тел, называется:.

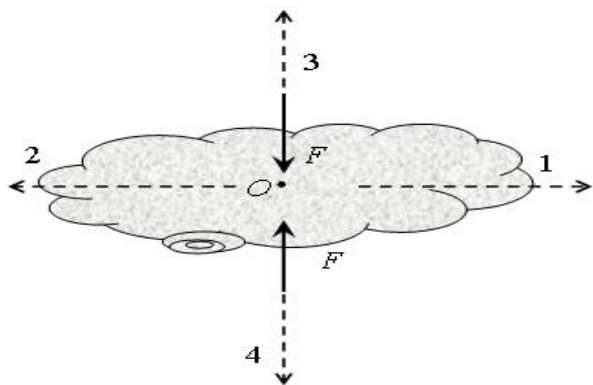
- а). Теоретическая механика  
 б). Кинематика  
 в). Теория механизмов и машин  
 г). Статистика

12. К телу приложены две силы, как показано на рисунке. В каком направлении будет двигаться тело?



- а). 1  
 б). 2  
 в). 3  
 г). 4  
 д). тело будет покоиться

13. К телу приложены две силы, как показано на рисунке. В каком направлении будет двигаться тело?

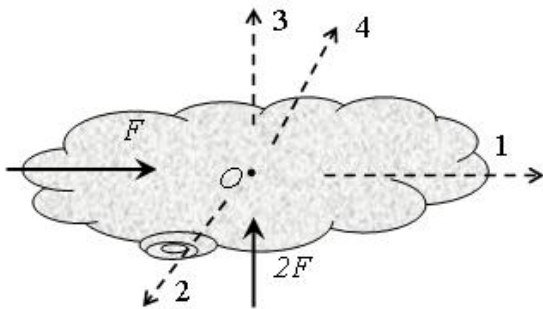


- а). 1  
 б). 2  
 в). 3  
 г). 4  
 д). тело будет покоиться

14. Устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии, материалов и информации с целью замены или облегчения физического и умственного труда человека, называется:

- а). машиной
- б). механизмом
- в). прибором
- г). конструкцией

15. К телу приложены две силы, как показано на рисунке. В каком направлении будет двигаться тело?



- а). 1
- б). 2
- в). 3
- г). 4
- д). тело будет покоиться

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

### 2.1 Кинематика

#### 2.1.1 Расчетно-графическая работа I.

#### Определение кинематических параметров тел, совершающих вращательное и поступательное движение

Механизм (см. рис. 2.1.1) состоит из ступенчатых колес 1-3, находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки 4 и груза 5, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес. Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса 1 -  $r_1 = 0,05$  м,  $R_1 = 0,1$  м, у колеса 2 -  $r_2 = 0.15$  м,  $R_2 = 0.2$  м, у колеса 3 -  $r_3 = 0.25$  м,  $R_3 = 0.3$  м. На ободьях колес расположены точки А, В и С.

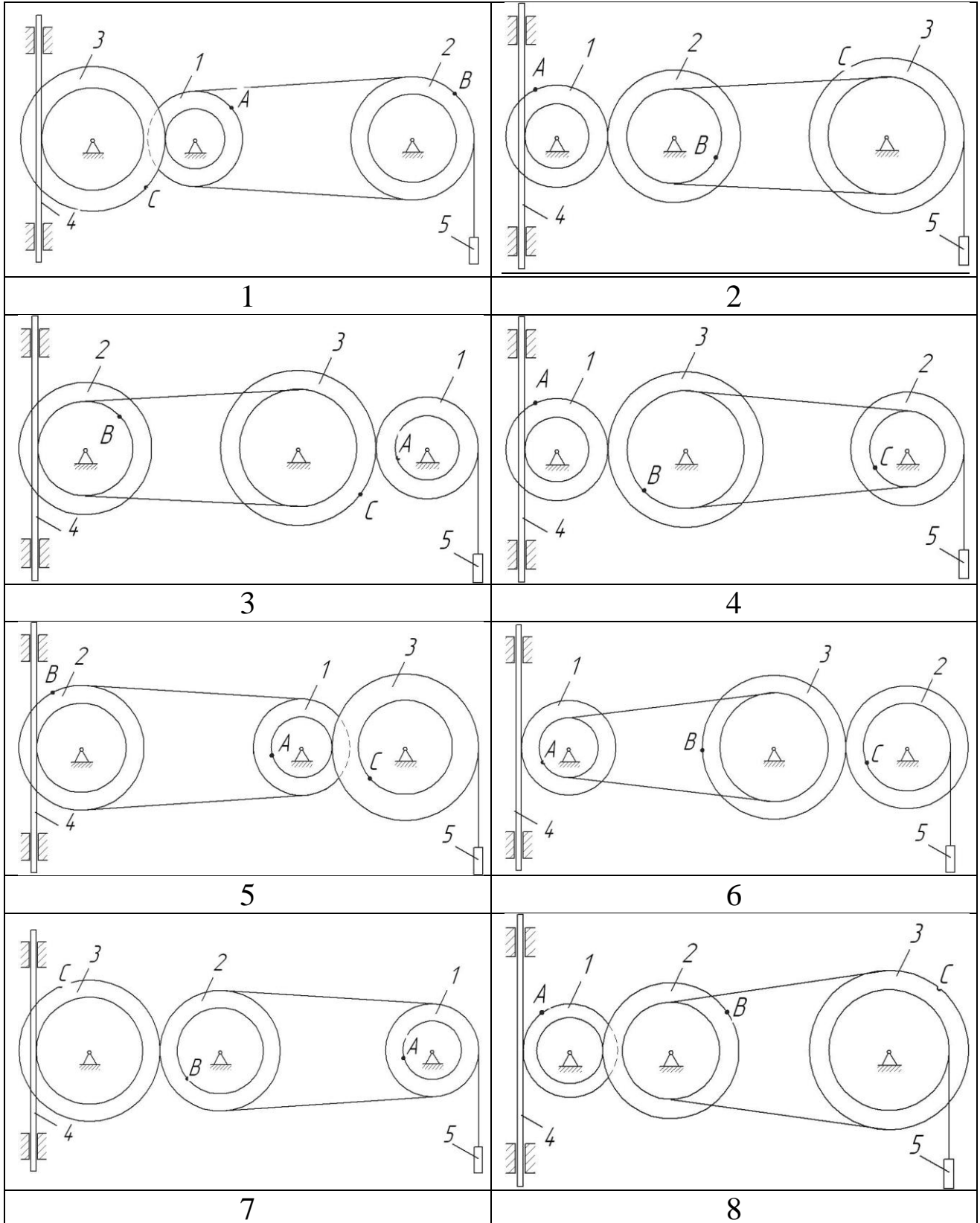
В столбце «Дано» таблицы 1 указан закон изменения скорости ведущего звена механизма, где  $\omega_1(t)$  — закон изменения угловой скорости колеса 1 (рад/с),  $v_5(t)$  — закон изменения скорости груза 5 (м/с) и т. д. Положительное направление для угловой скорости против хода часовой стрелки, для линейной скорости — вниз.

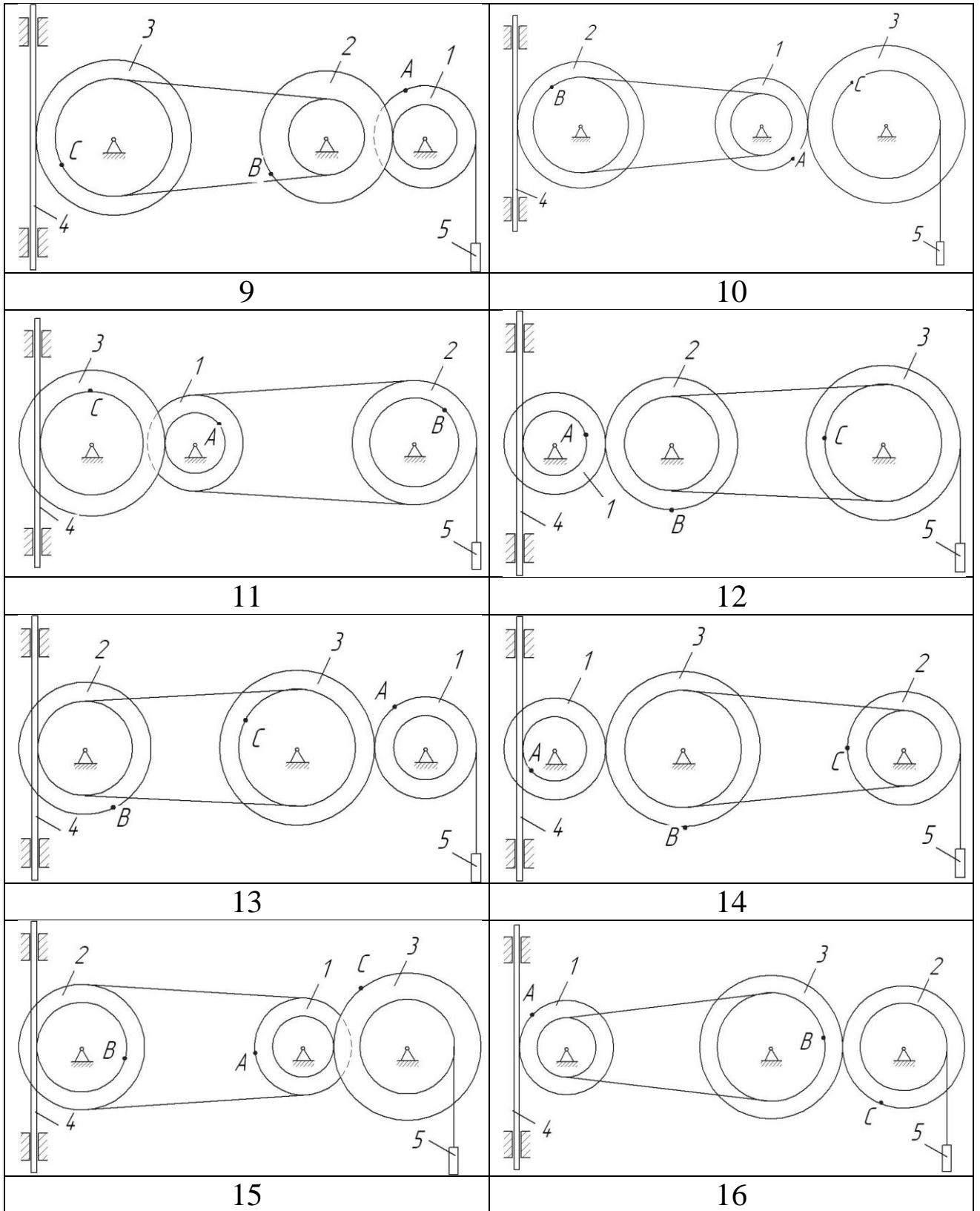
Определить в момент времени  $t_1 = 3$  с скорости тел 4 и 5, точек А, В, С, а также угловые скорости всех колес. Определить указанные в таблице 2.1 в столбце «найти» ускорения ( $a$  — линейные,  $\varepsilon$  — угловые) соответствующих точек или тел.

Таблица 2.1.1 - Исходные данные для расчёта

Номер условия	Дано	Найти	Номер условия	Дано	Найти
1	$v_5 = 0,2(t^2 - 4)$	$\varepsilon_3, a_B, a_4$	11	$v_4 = 0,1(t^2 + 2t)$	$\varepsilon_2, a_A, a_5$
2	$\omega_1 = 2t^2 - 11$	$\varepsilon_2, a_C, a_5$	12	$\omega_1 = t^2 - 13$	$\varepsilon_3, a_A, a_5$
3	$\omega_2 = 7t - 3t^2$	$\varepsilon_2, a_A, a_4$	13	$\omega_2 = 4t^2 - 6t$	$\varepsilon_1, a_C, a_5$
4	$\omega_3 = 4t - t^2$	$\varepsilon_1, a_B, a_5$	14	$\omega_3 = 3t^2 - 7t$	$\varepsilon_2, a_A, a_4$
5	$\omega_1 = 5t - 2t^2$	$\varepsilon_2, a_C, a_4$	15	$\omega_1 = 5t + t^3$	$\varepsilon_3, a_C, a_5$
6	$\omega_2 = 2(t^2 - 2t)$	$\varepsilon_1, a_C, a_5$	16	$\omega_2 = 2t^2 - 8t$	$\varepsilon_1, a_C, a_5$
7	$v_4 = 0.3t^2 - 0.8$	$\varepsilon_3, a_B, a_5$	17	$v_5 = 0.3t^2 - 0.7$	$\varepsilon_3, a_A, a_4$
8	$v_5 = 0.3t^2 - 0.5t$	$\varepsilon_1, a_C, a_4$	18	$v_4 = 0.2t^2 - 0.4t$	$\varepsilon_2, a_C, a_5$

9	$\omega_3 = 8t - 3t^2$	$\varepsilon_2, a_A, a_4$	19	$\omega_3 = 9t - 2t^2$	$\varepsilon_1, a_B, a_4$
10	$v_4 = 0,5(t^3 - 4t)$	$\varepsilon_1, a_C, a_5$	20	$v_5 = 0,4t^3 - 0,8t$	$\varepsilon_2, a_C, a_4$





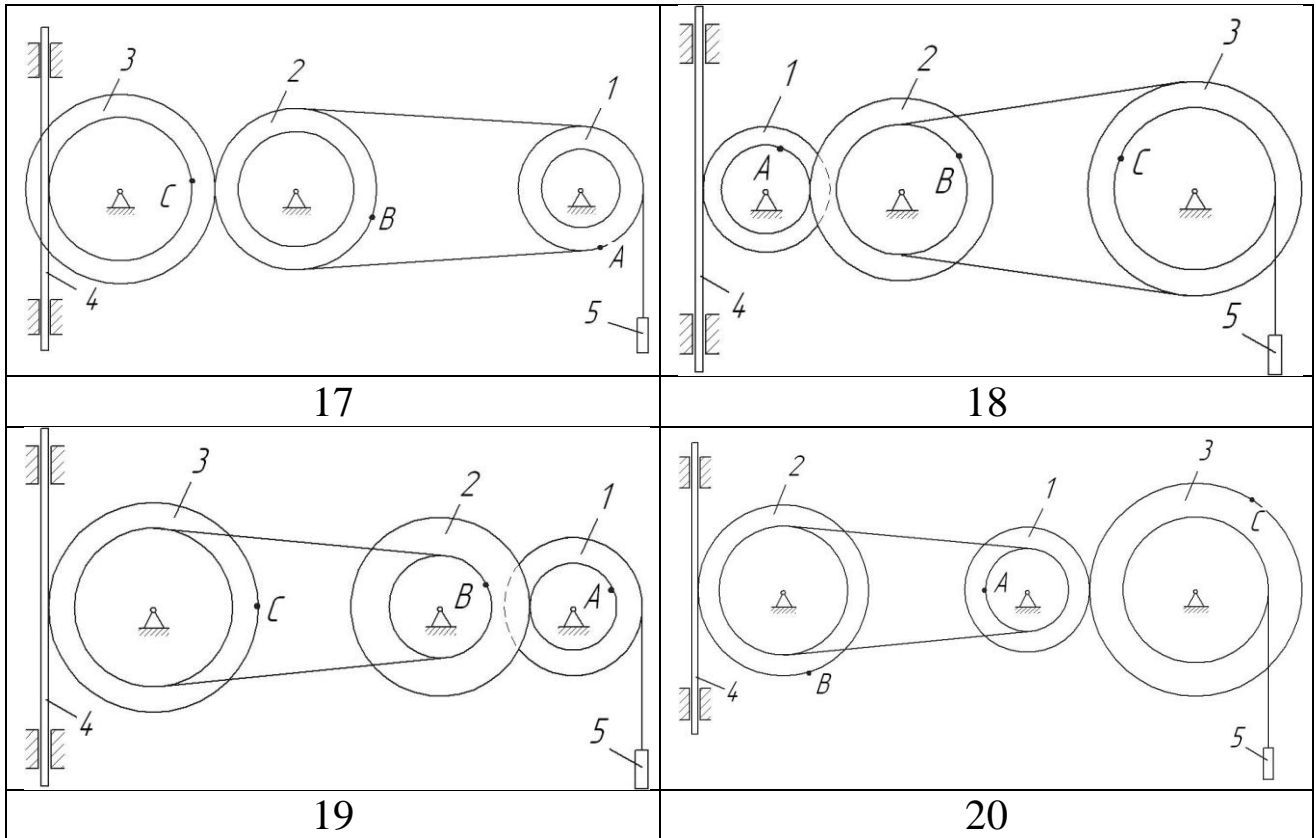


Рис. 2.1.1. Варианты расчётных схем механизмов

Пример выполнения задания.

Механизм состоит из ступенчатых колес 1-3, находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки 4 и груза 5, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес. Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса 1 —  $r_1 = 2$  см,  $R_1 = 4$  см, у колеса 2 —  $r_2 = 6$  см,  $R_2 = 8$  см, у колеса 3 —  $r_3 = 12$  см,  $R_3 = 16$  см. На ободьях колес расположены точки A, B и C.

Дано	Найти	
	скорости	ускорения
$\omega_2 = 7t - 3t^2$	$v_5, \omega_3$	$\varepsilon_2, a_A, a_4$

Определить в момент времени  $t_1 = 2$  с указанные в таблице в столбцах «Найти» скорости ( $v$  — линейные,  $\omega$  — угловые) и ускорения ( $a$  — линейные,  $\varepsilon$  — угловые) соответствующих точек или тел ( $v_5$  — скорость груза 5 и т.д.).

## Решение

1) Определим угловую скорость и угловое ускорение колеса 2 в момент времени  $t_1 = 2$  с

$\omega_2 = 7t - 3t^2 = 7 \cdot 2 - 3 \cdot 2^2 = 2$  рад/с – угловая скорость колеса 2 направлена против часовой стрелки.

$$\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = 7 - 6t = 7 - 6 \cdot 2 = -5 \text{ рад/с}^2$$

Угловое ускорение колеса 2 направлено по часовой стрелке (знак «-»).

Рассмотрим расчетную схему (см. рисунок 2.1.2).

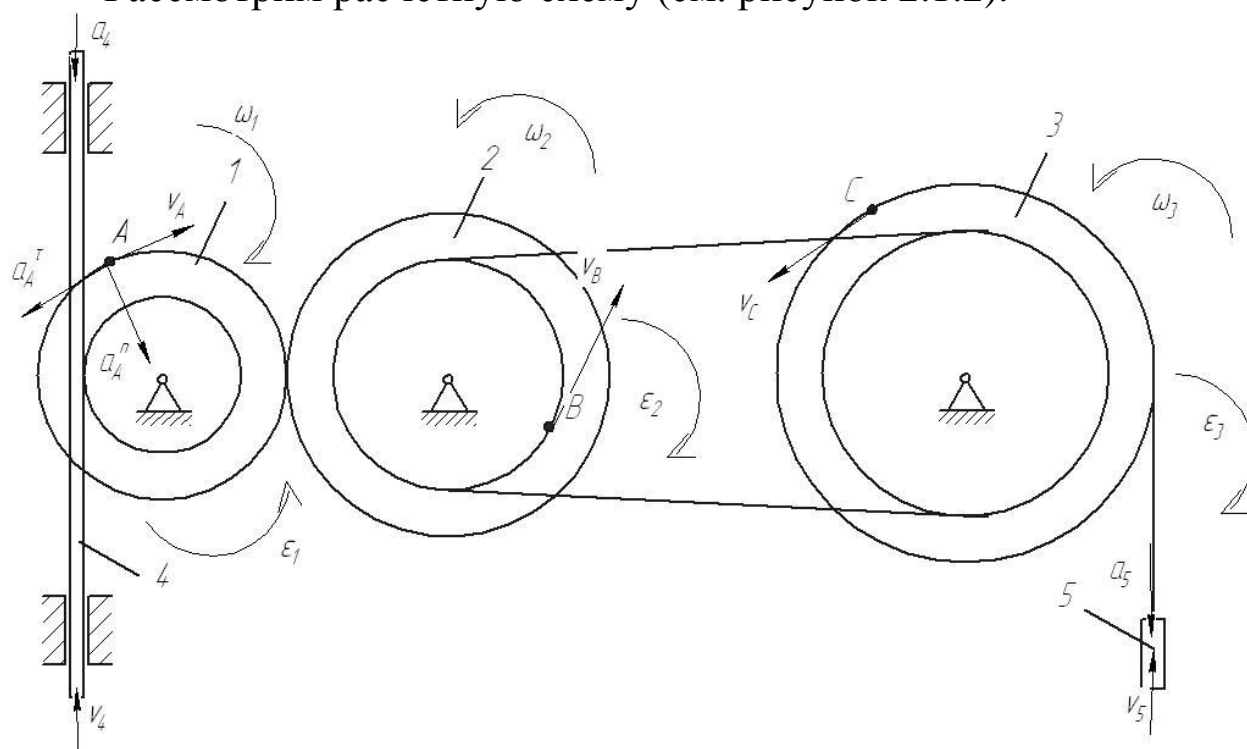


Рис. 2.1.2. Расчетная схема механизма с расстановкой векторов основных кинематических параметров

Определим кинематические соотношения.

$$v_A = \omega_2 \cdot R_2 = 2 \cdot 8 = 16 \text{ см/с} - \text{ скорость точки } A.$$

$$\omega_1 = \frac{v_A}{R_1} = \frac{\omega_2 \cdot R_2}{R_1} - \text{ угловая скорость колеса 1.}$$

$$v_4 = \omega_1 \cdot r_1 = \frac{\omega_2 \cdot R_2 \cdot r_1}{R_1} - \text{ скорость рейки 4.}$$

$$v_B = \omega_2 \cdot r_2 - \text{ скорость точки } B.$$

$$\omega_3 = \frac{v_B}{r_3} = \frac{\omega_2 \cdot r_2}{r_3} = \frac{2 \cdot 6}{12} = 1 \text{ рад/с} - \text{ угловая скорость колеса 3.}$$



$$v_C = \omega_3 \cdot R_3 = \frac{\omega_2 \cdot r_2 \cdot R_3}{r_3} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 16}{12} = 16 \text{ см/с} - \text{ скорость точки } C.$$

$$v_5 = v_C = 16 \text{ см/с}$$

2) Определим ускорения

$$\varepsilon_2 = 5 \text{ с}^{-2} - \text{ угловое ускорение колеса } 2.$$

$$a_4 = \dot{v}_4 = \frac{\varepsilon_2 \cdot R_2 \cdot r_1}{R_1} = \frac{5 \cdot 8 \cdot 2}{4} = 20 \text{ см/с}^2 - \text{ ускорение тела } 4.$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_A^n - \text{ ускорение точки } A$$

$$a_A^\tau = \dot{v}_A = \varepsilon_2 \cdot R_2 = 5 \cdot 8 = 40 \text{ см/с}^2 - \text{ касательное ускорение}$$

точки A

$$a_A^n = \frac{v_A^2}{R_1} = \frac{16^2}{4} = 64 \text{ см/с}^2 - \text{ нормальное ускорение точки } A$$

$$a_A = \sqrt{(a_A^\tau)^2 + (a_A^n)^2} = \sqrt{40^2 + 64^2} = 75 \text{ см/с}^2$$

Ответ:  $\omega_3 = 1 \text{ рад/с}$

$$v_C = 16 \text{ см/с}$$

$$\varepsilon_2 = 5 \text{ с}^{-2} \quad a_4 = 20 \text{ см/с}^2$$

$$a_A = 75 \text{ см/с}^2$$

### 2.1.2. Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 2.1 «Кинематика»

1. Точка движется по окружности радиуса  $R = 1$  м со скоростью  $v(t) = 3 - 2t$  (м/с). Полное ускорение точки в момент времени  $t_1 = 2$  с равно... м/с<sup>2</sup>

а).  $\sqrt{5}$

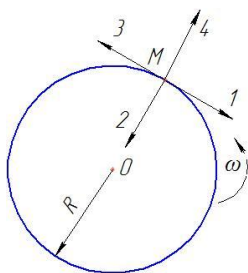
б). 3

в). 2

г). 5

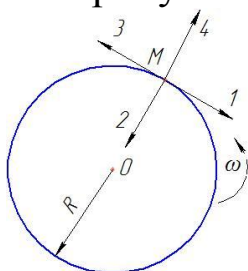
2. Колесо вращается вокруг оси, проходящей через его центр (точка O) с угловой скоростью  $\omega = 3t - t^2$

В момент времени  $t = 2$  с скорость точки M направлена в сторону вектора ...



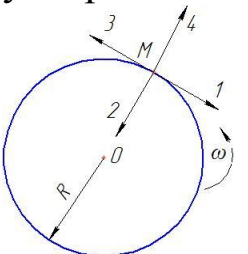
- а). 1  
б). 2  
в). 3  
г). 4

3. Колесо вращается вокруг оси, проходящей через его центр (точка  $O$ ) с угловой скоростью  $\omega = 3t - t^2$ . В момент времени  $t = 2$  с нормальное ускорение точки  $M$  направлено в сторону вектора ...



- а). 1  
б). 2  
в). 3  
г). 4

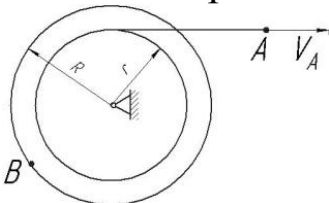
4. Колесо вращается вокруг оси, проходящей через его центр (точка  $O$ ) с угловой скоростью  $\omega = 3t - t^2$ . В момент времени  $t = 2$  с полное ускорение точки  $M$  определяется геометрической суммой векторов ...



- а). 1 и 2  
б). 2 и 3  
в). 3 и 4  
г). 4 и 1

5. Скорость точки  $A$  нити определяется законом  $V_A = 2t + 4$  (м).  $R = 2r$ .

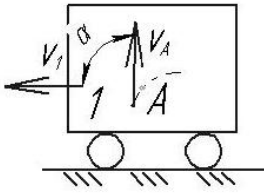
В момент времени  $t_1 = 2$  с скорость точки  $B$  равна .... м/с



- а). 16  
б). 4  
в). 8  
г). 12

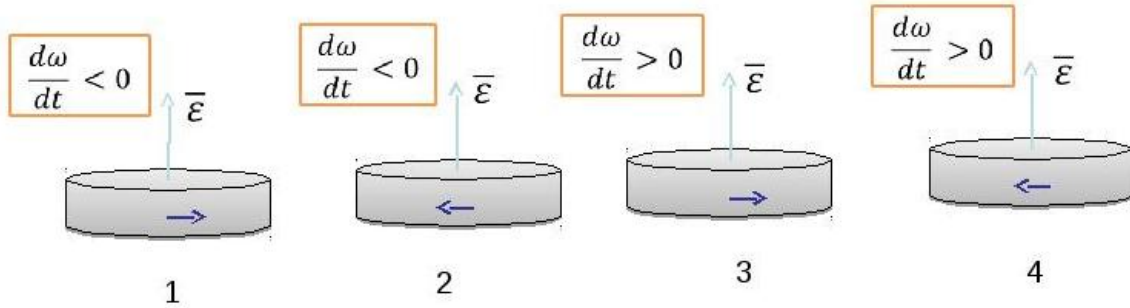
6. Тележка 1 движется по горизонтальной поверхности со скоростью  $V_1 = 2$  м/с. Относительно тележки движется точка  $A$ , в текущий момент её скорость равна  $V_A = 2$  м/с и составляет угол  $\alpha = 90^\circ$  с поверхностью движения.

Абсолютная скорость точки  $A$  равна .....м/с:



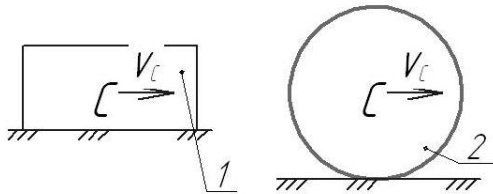
- а). 4  
 б). 0  
 в). 2  
 г).  $\sqrt{8}$

7. На каком из рисунков при указанных направлениях вращения правильно отображено направление углового ускорения?



8. На рисунке показаны два тела.

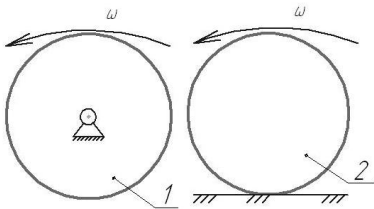
Какое из тел совершает плоскопараллельное движение?:



- а). 1  
 б). 2  
 в). оба  
 г). ни одно

9. На рисунке показаны два тела.

Какое из тел совершает поступательное движение?:

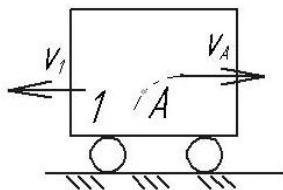


- а). 1  
 б). 2  
 в). оба  
 г). ни одно

10. Кинематическим состоянием тела называется:

- а). состояние покоя или движения с неизменными параметрами  
 б). ускоренное движение  
 в). состояние невесомости  
 г). деформированное состояние

11. Тележка 1 движется по горизонтальной поверхности со скоростью  $V_1 = 3$  м/с. Относительно тележки движется точка А, в текущий момент её скорость равна  $V_A = 4$  м/с и направлена параллельно поверхности движения. Абсолютная скорость точки А равна ..... м/с:



- а). 0
- б). 5
- в). 7
- г). 1

12. Какая из перечисленных величин *не* определяется в разделе кинематика?:

- а. сила
- б. ускорение
- в. траектория
- г. скорость

13. Какая из перечисленных величин определяется в разделе кинематика?

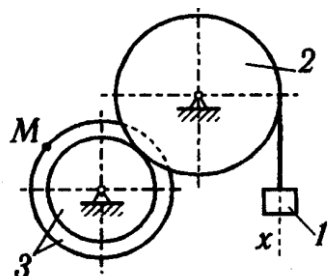
- а. реакция связи
- б. проекция силы
- в. момент силы
- г. ускорение

14. Чертёж, на котором изображены векторы, равные по модулю и направлениям ускорениям различных точек механизма в данный момент, называется.....?

- а). план скоростей
- б). план сил
- в). план ускорений
- г). план положений

15. Какая из перечисленных величин *не* определяется в разделе кинематика:

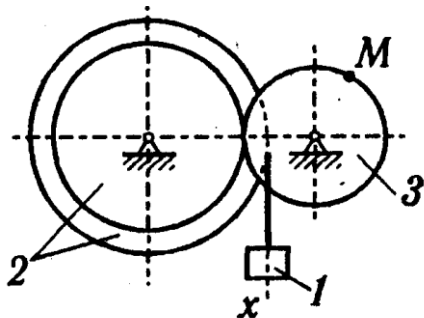
- а). Ньютоново ускорение
- б). кориолисово ускорение
- в). относительное ускорение
- г). переносное ускорение
- д). нормальное ускорение



16. Задано уравнение прямолинейного поступательного движения груза  $1 \quad x = t^2 - 2t$

Радиусы колёс:  $r_3 = 1$  м;  $R_3 = 2$  м;  $R_2 = 2$  м  
 в момент времени  $t_1 = 2$  с скорость точки  $M$  механизма равна...

17. Задано уравнение прямолинейного поступательного движения груза 1  $x = t^2 - 2t$



Радиусы колёс:  $r_3 = 1$  м;  $R_3 = 2$  м;  $R_2 = 2$  м  
 в момент времени  $t_1 = 2$  с полное ускорение точки  $M$  механизма равно...

18. При равномерном движении точки по окружности нормальное и касательное её ускорения соответственно...:

- а.  $a^n = 0$   $a^\tau = 0$
- б.  $a^n \neq 0$   $a^\tau = 0$
- в.  $a^n = 0$   $a^\tau \neq 0$
- г.  $a^n \neq 0$   $a^\tau \neq 0$

19. При неравномерном движении точки по прямой нормальное и касательное её ускорения соответственно ...:

- а.  $a^n = 0$   $a^\tau = 0$
- б.  $a^n \neq 0$   $a^\tau = 0$
- в.  $a^n = 0$   $a^\tau \neq 0$
- г.  $a^n \neq 0$   $a^\tau \neq 0$

20. Если нормальное и касательное ускорения точки равны нулю, то точка совершает .... движение:

- а. прямолинейное равномерное
- б. прямолинейное неравномерное
- в. криволинейное неравномерное
- г. криволинейное равномерное

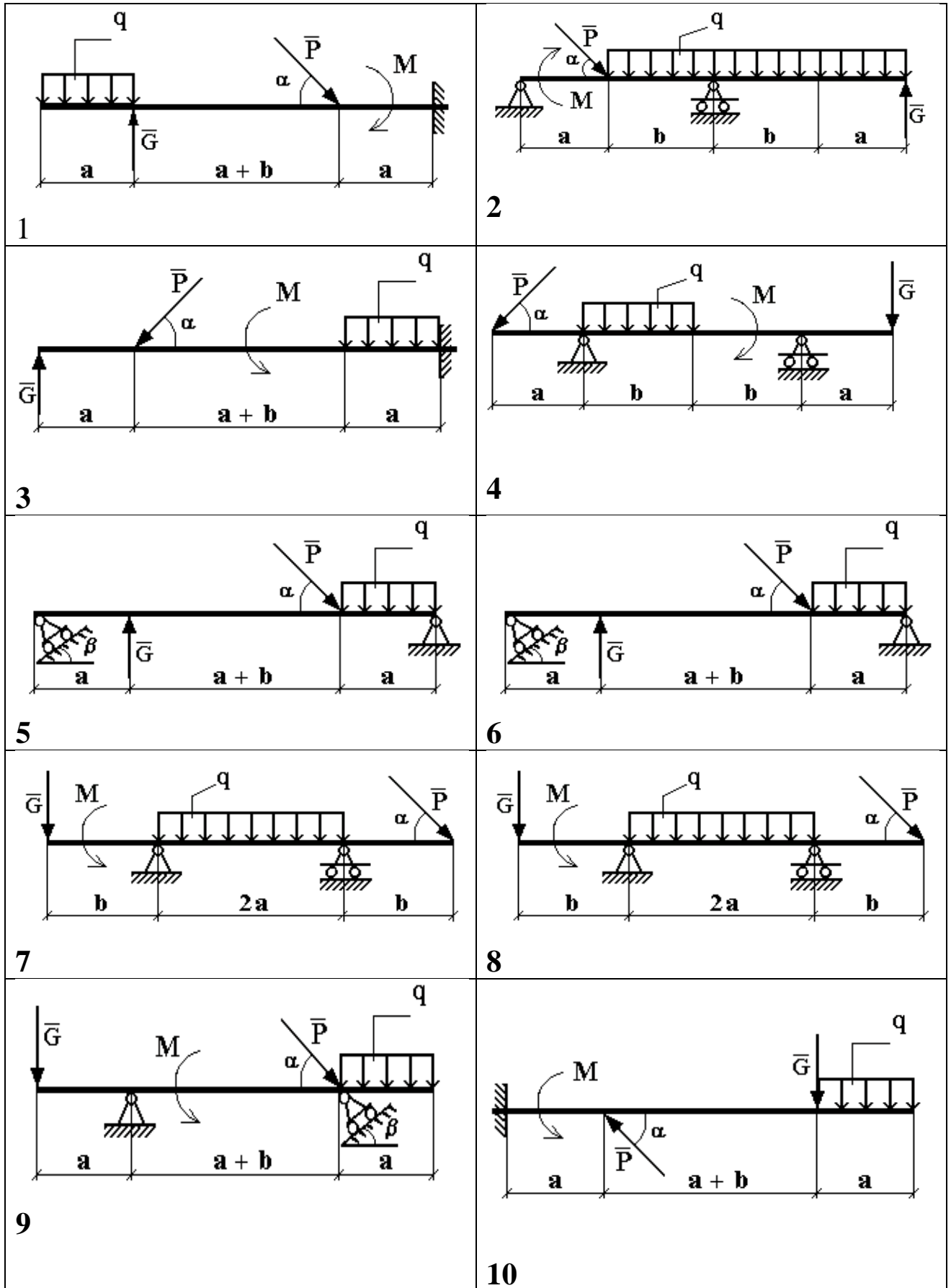
## 2.2. Статика

### 2.2.1 Расчетно-графическая работа II. Определение реакций связей твёрдого тела

Для заданной схемы (рис. 2.2.1) определить реакции опор горизонтальной балки от заданной нагрузки. Необходимые для расчета данные приведены в табл. 2.2.1.

Таблица 2.2.1 - Исходные данные к расчету

Вариант	Нагрузка				Размеры		Углы	
	<b>P</b> Н	<b>G</b> Н	<b>q</b> Н/м	<b>M</b> Н* м	<b>a</b> м	<b>b</b> м	$\alpha$ градус	$\beta$ градус
1	200	120	8	80	1,5	3	30	45
2	80	160	12	80	2,5	1	60	30
3	100	140	16	90	3,5	1,5	45	60
4	250	20	4	40	1,5	2,5	45	60
5	60	240	20	100	3,2	2,4	60	45
6	120	180	8	60	3,0	2,2	30	45
7	80	120	10	20	2,4	3,0	45	30
8	100	60	6	140	2,6	1,4	45	60
9	100	80	12	120	2	3	30	60
10	150	60	10	80	3	2	60	30
11	200	40	06	60	2,5	1,5	45	30
12	250	20	4	40	1,5	2,5	45	60
13	60	240	20	100	3,2	2,4	60	45
14	120	180	8	60	3,0	2,2	30	45
15	80	120	10	20	2,4	3,0	30	30
16	100	60	6	140	2,6	1,4	60	60
17	180	40	4	70	1	2	30	45
18	120	160	15	90	2,0	1,5	45	30
19	100	40	20	60	2,5	2	60	45
20	250	120	8	140	1,5	2	45	60



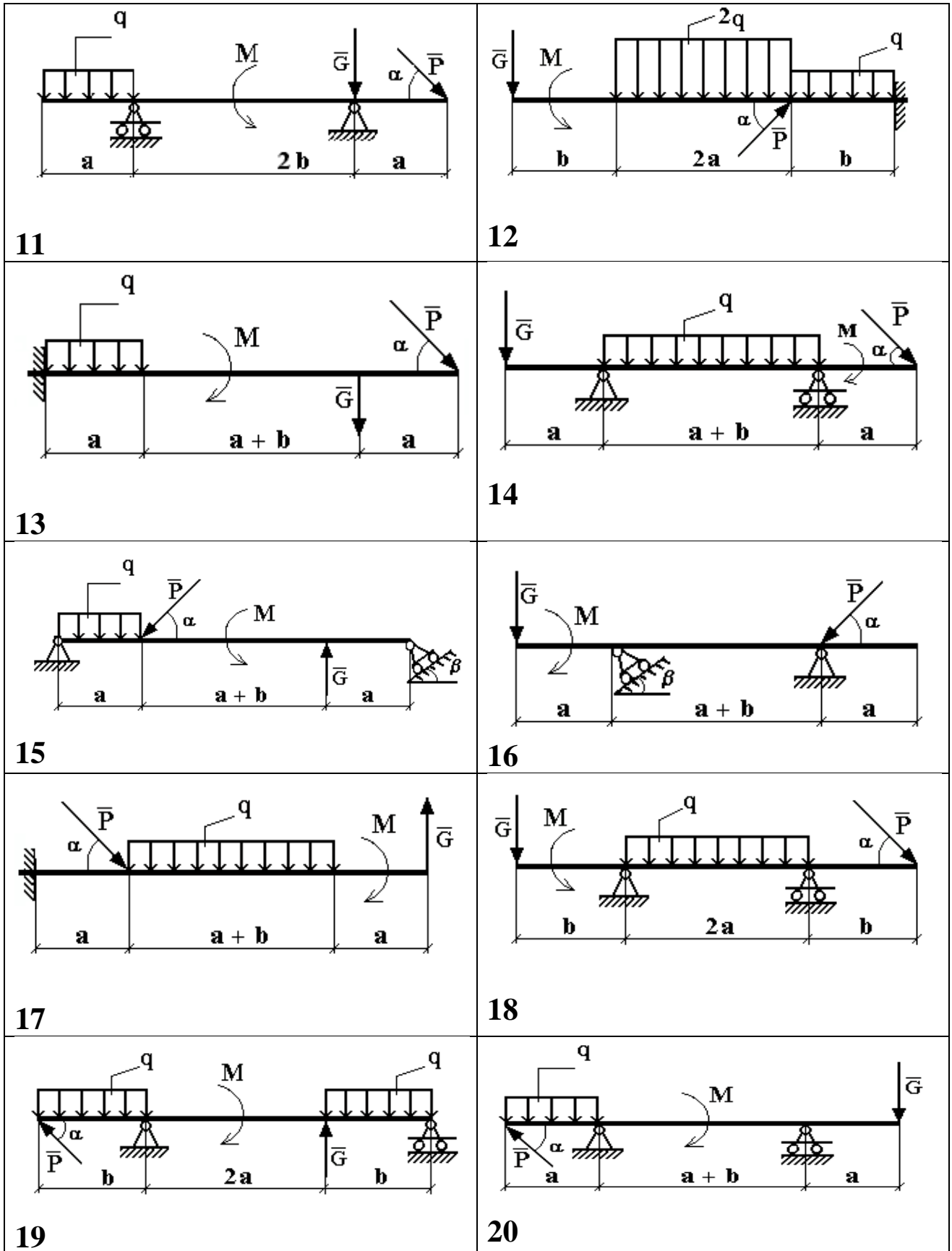


Рис. 2.2.1. Варианты расчётных схем механизмов



**Пример решения задания.**

Определить реакции опор горизонтальной балки от заданной нагрузки.

**Дано:**

Схема балки (рис. 2.2.2).

$$P = 20 \text{ кН}, G = 10 \text{ кН}, M = 4 \text{ кН} \cdot \text{м}, q = 2 \frac{\text{кН}}{\text{м}}, a = 2 \text{ м}, b = 3 \text{ м}, \alpha^0 = 30^0.$$

Определить реакции опор в точках А и В.

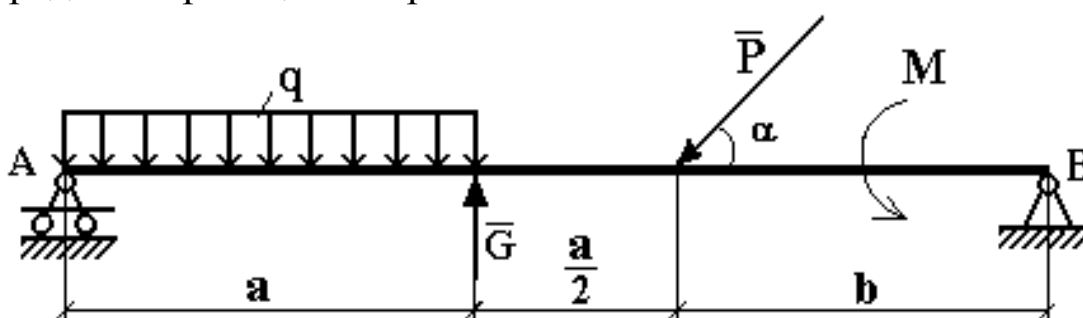


Рис. 2.2.2 Схема нагружения балки

**Решение:**

Рассмотрим равновесие балки АВ (рис. 2.2.3).

К балке приложена уравновешенная система сил, состоящая из активных сил и сил реакции.

**Активные** (заданные) силы:

$\bar{P}$ ,  $\bar{G}$ ,  $\bar{Q}$ , пара сил с моментом  $M$ , где

$\bar{Q}$  - сосредоточенная сила, заменяющая действие распределенной вдоль отрезка АС нагрузки интенсивностью  $q$ .

Величина

$$Q = q \cdot AC = q \cdot a = 2 \cdot 2 \frac{\text{кН}}{\text{м}} \cdot \text{м} = 4 \text{ кН}.$$

Линия действия силы  $\bar{Q}$  проходит через середину отрезка АС.

**Силы реакции** (неизвестные силы):

$\bar{R}_A$ ,  $\bar{X}_B$ ,  $\bar{Y}_B$ .

$\bar{R}_A$  - заменяет действие отброшенного подвижного шарнира (опора А).

Реакция  $\bar{R}_A$  перпендикулярна поверхности, на которую опираются катки подвижного шарнира.

$\bar{X}_B, \bar{Y}_B$  - заменяют действие отброшенного неподвижного шарнира (опора В).

$\bar{X}_B, \bar{Y}_B$  - составляющие реакции  $\bar{R}_B$ , направление которой заранее неизвестно.

### Расчетная схема

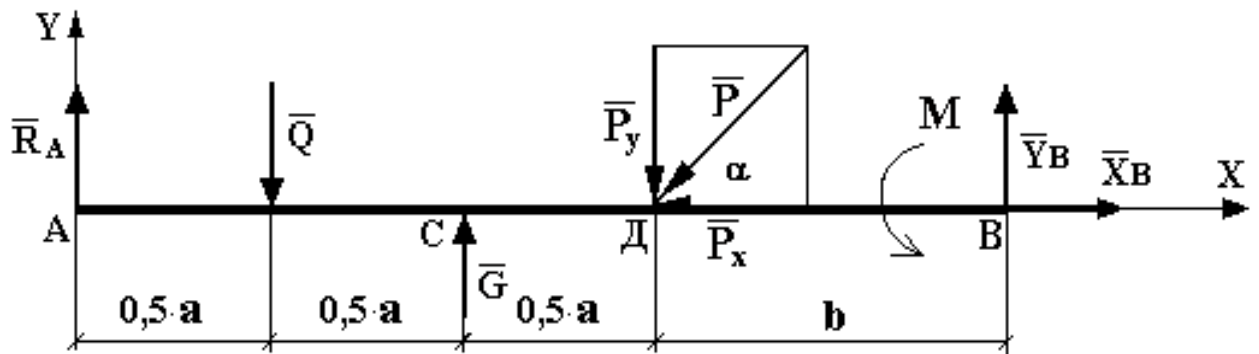


Рис. 2.2.3 Расчетная схема для определения реакций связей

Для полученной плоской произвольной системы сил можно составить три уравнения равновесия:

$$\sum F_{KX} = 0, \quad \sum F_{KY} = 0, \quad \sum M_0(\bar{F}_K) = 0.$$

Задача является статически определимой, так как число неизвестных сил ( $\bar{R}_A, \bar{X}_B, \bar{Y}_B$ ) - три - равно числу уравнений равновесия.

Поместим систему координат  $XY$  в точку А, ось  $AX$  направим вдоль балки. За центр моментов всех сил выберем точку В.

Составим уравнения равновесия:

- 1)  $\sum F_{KX} = 0 \rightarrow X_B - P \cdot \cos \alpha = 0;$
- 2)  $\sum F_{KY} = 0 \rightarrow R_A - Q + G - P \cdot \sin \alpha + Y_B = 0;;$
- 3)  $\sum M_B(\bar{F}_K) = 0 \rightarrow M + P \cdot \sin \alpha \cdot b - G \cdot (b + 0,5 \cdot a) + Q \cdot (a + b) - R_A \cdot (1,5 \cdot a + b) = 0.$

Решая систему уравнений, найдем  $\bar{R}_A, \bar{X}_B, \bar{Y}_B$ .

①  $\rightarrow X_B = P \cdot \cos \alpha = 20 \cdot \cos 30^\circ \approx 20 \cdot 0,866 = 17,32 \text{ кН.}$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{3} \rightarrow R_A &= \frac{1}{(1,5 \cdot a + b)} [M + P \cdot \sin \alpha \cdot b - G \cdot (b + 0,5 \cdot a) + Q \cdot (a + b)] = \\
 &= \frac{1}{1,5 \cdot 2} \cdot [4 + 20 \cdot \sin 30^\circ \cdot 3 - 10 \cdot (3 + 1) + 4 \cdot (2 + 3)] = \frac{1}{6} \cdot [4 + 30 - 40 + 20] = \\
 &= \frac{14}{6} \approx 2,333 \text{ кН}.
 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \rightarrow Y_B = Q - G + P \cdot \sin \alpha - R_A = 4 - 10 + 20 \cdot \sin 30^\circ - 2,333 = 4 - 2,333 = 1,667 \text{ кН}.$$

Определив  $\bar{X}_B$ ,  $\bar{Y}_B$ , найдем величину силы реакции неподвижно-го шарнира

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = \sqrt{17,32^2 + 1,667^2} = \sqrt{299,9824 + 2,778889} \approx 17,4 \text{ кН}.$$

В целях проверки составим уравнение

$$\sum M_D(\bar{F}_K) = -R_A \cdot 1,5 \cdot a + Q \cdot a - G \cdot 0,5 \cdot a + M + Y_B \cdot b.$$

Если в результате подстановки в правую часть этого равенства данных задачи и найденных сил реакций получим нуль, то задача решена - верно.

$$\begin{aligned}
 \sum M_D(\bar{F}_K) &= -2,333 \cdot 1,5 \cdot 2 + 4 \cdot 2 - 10 \cdot 1 + 4 + 1,667 \cdot 3 = -6,999 + 8 - 10 + 4 + 5,001 = \\
 &= 17,001 - 16,999 = 0,002 \approx 0.
 \end{aligned}$$

Реакции найдены верно. Неточность объясняется округлением при вычислении  $R_A$ .

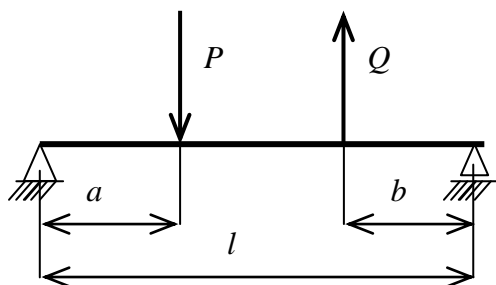
**Ответ:**  $R_A = 2,333 \text{ кН}$ .

$R_B = 17,4 \text{ кН}$ .

### 2.2.2 Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме)

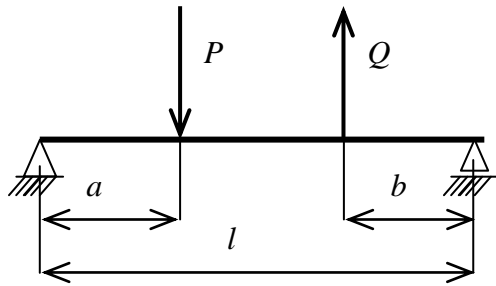
#### 2.2 «Статика»

1.



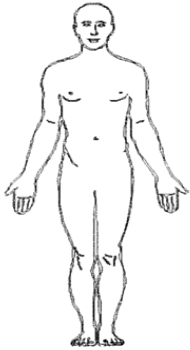
$P = 8 \text{ кН}$     $Q = 4 \text{ кН}$     $a = 1 \text{ м};$   
 $b = 1 \text{ м};$     $l = 3 \text{ м}$   
 Реакция в левой опоре равна .....

2.



$P = 6 \text{ кН}$     $Q = 12 \text{ кН}$     $a = 1 \text{ м}$ ;  
 $b = 1 \text{ м}$ ;    $l = 3 \text{ м}$   
 Реакция в правой опоре равна ....

3. Куда переместится центр масс человека, если он поднимет обе руки из положения, показанного на рисунке, вертикально вверх ?

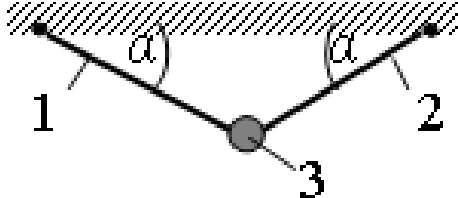


- а. вниз
- б. вверх
- в. влево
- г. вправо
- д. никуда

4. Для плоской произвольной системы сил можно составить ..... независимых уравнений равновесия

- а. 3
- б. 6
- в. 2
- г. 4
- д. 5

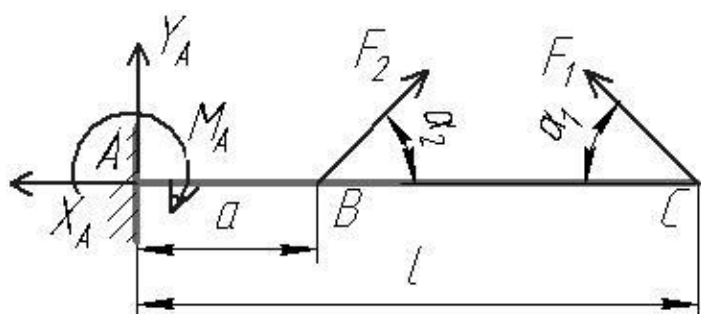
5. Груз 3 массой 2 кг подвешен на двух нитях, угол наклона нитей  $\alpha = 30^\circ$ . Сила натяжения нити равна ...



- а). 20 Н
- б). 10 Н
- в). 17,3 Н
- г). 0

6. В точке С консольной балки приложена сила  $F_1 = 10 \text{ Н}$  под углом  $\alpha_1 = 30^\circ$ , в точке В – сила  $F_2 = 20 \text{ Н}$  под углом  $\alpha_2 = 45^\circ$ .

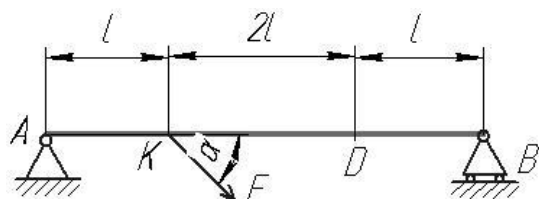
$l = 0,1 \text{ м}$ ,  $a = 0,03 \text{ м}$ . Реакция  $X_A$  равна .....



- а. 9,1 Н
- б. 5,5 Н
- в. 10 Н
- г. 0

$$7F = 10 \text{ Н}, l = 1 \text{ м}, \alpha = 30^\circ$$

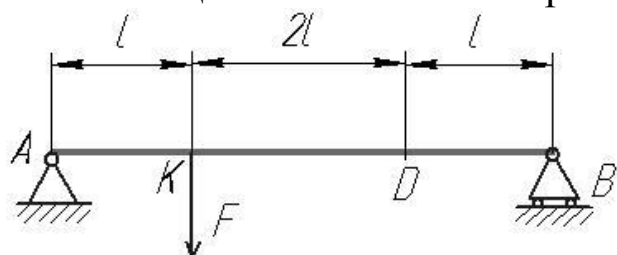
Момент силы  $F$  относительно точки  $A$  равен ...



- а. 8,7 Н·м
- б. 5 Н·м
- в. 13,7 Н·м
- г. 0

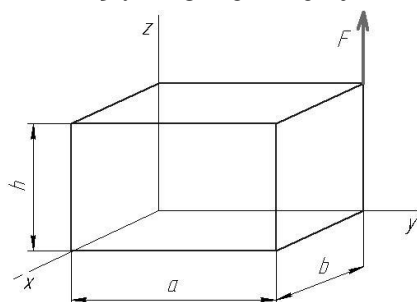
8. В точке  $K$  двухопорной балки приложена сила  $F = 20 \text{ Н}$ .  $l = 0,1 \text{ м}$ .

Реакция связи в точке  $B$  равна ...:



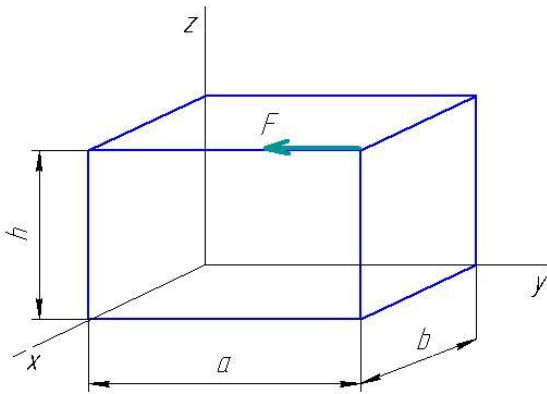
- а. 15 Н
- б. 5 Н
- в. 2 Н
- г. 0

9. Момент силы  $F$  относительно оси  $x$  равен.....



- а.  $F \cdot a$
- б.  $F \cdot b$
- в.  $F \cdot h$
- г. 0

10. Момент силы  $F$  относительно оси  $y$  равен.....:



- а.  $F \cdot a$
- б.  $F \cdot b$
- в.  $F \cdot h$
- г. 0

11 Какая из перечисленных величин *не* определяется в разделе «статика»:

- а. реакция связи
- б. проекция силы
- в. ускорение
- г. момент силы

12. Для плоской произвольной системы сил можно составить ..... независимых уравнений равновесия

- а. 3
- б. 6
- в. 2
- г. 4
- д. 5

13. Для пространственной сходящейся системы сил можно составить ..... независимых уравнений равновесия

- а. 3
- б. 6
- в. 2
- г. 4
- д. 5

## 2.3. Динамика

### 2.3.1 Расчетно-графическая работа III. Применение теоремы об изменении кинетической энергии к решению задач динамики механической системы

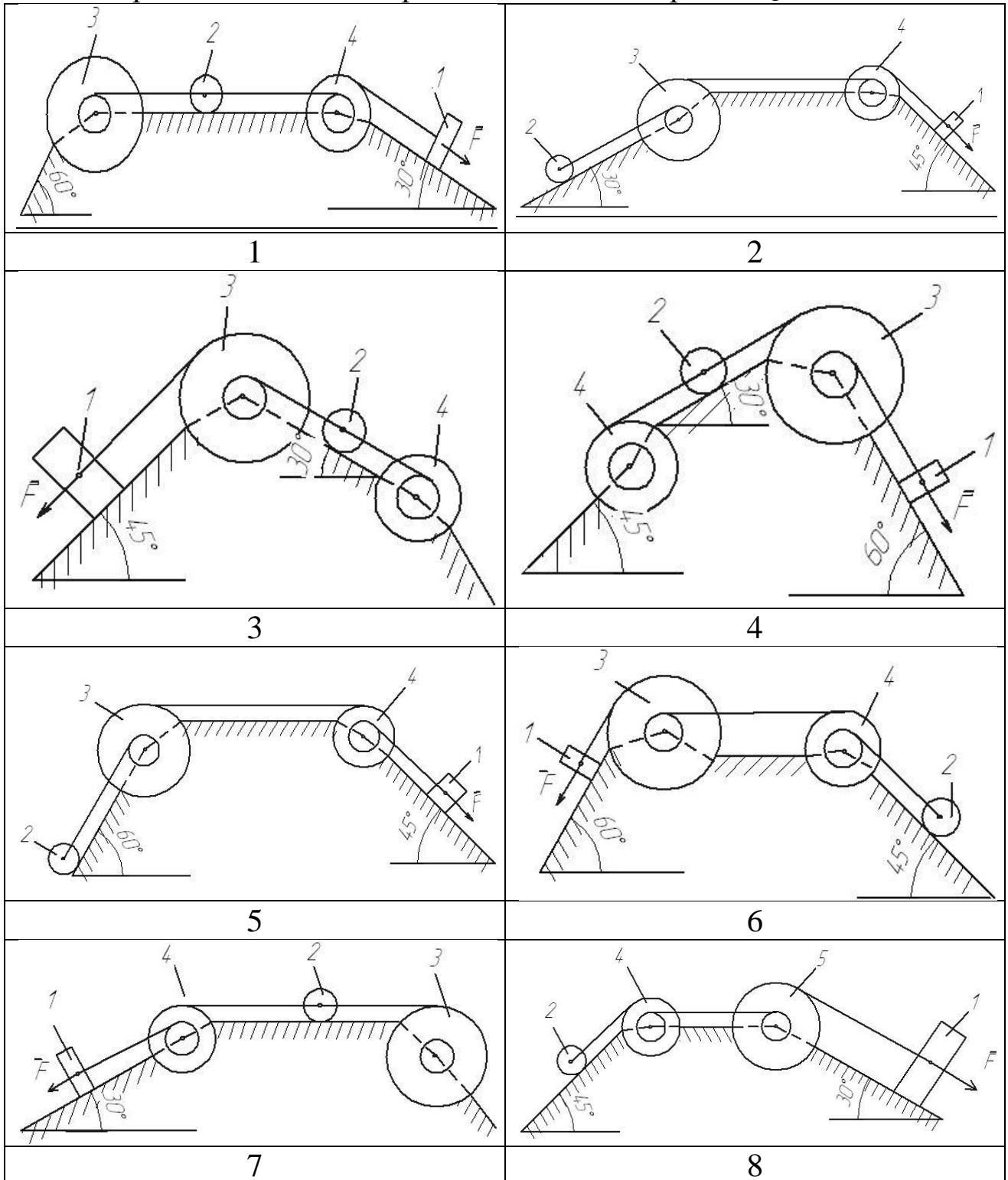
Механическая система состоит из груза 1 (коэффициент трения груза о плоскость  $f = 0,1$ ), цилиндрического сплошного однородного катка 2 и ступенчатых шкивов 3 и 4 с радиусами ступеней  $R_3 = 0,4$  м,  $r_3 = 0,2$  м,  $R_4 = 0,3$  м,  $r_4 = 0,2$  м (массу каждого шкива считать равномерно распределенной по его внешнему ободу) (рис. 2.3.1, табл. 2.3.1). Тела системы соединены друг с другом невесомыми нитями, намотанными на шкивы; участки нитей параллельны соответствующим плоскостям.

Таблица 2.3.1- Исходные данные для расчёта

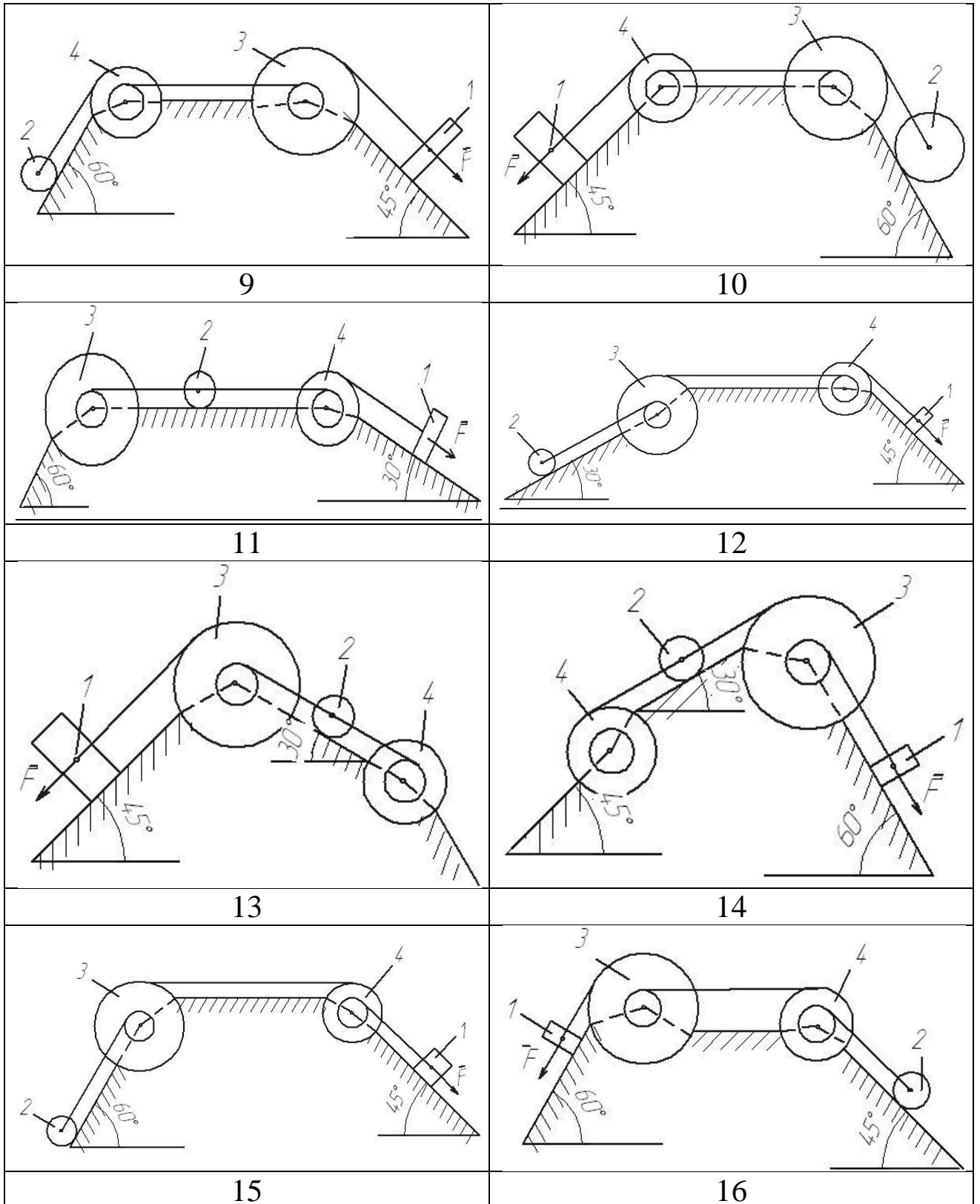
Номер условия	$m_1$ кг	$m_2$ кг	$m_3$ кг	$m_4$ кг	$M_3$ Н·м	$M_4$ Н·м	$F$ Н	$S_1$ м
1	6	2	2	1	6	0	200	1,2
2	3	4	6	8	0	4	220	0,8
3	2	2	4	1	3	0	240	0,6
4	8	1	2	6	0	6	260	1,4
5	8	2	4	5	9	0	280	1,6
6	3	6	2	8	0	8	300	1,0
7	5	4	6	3	6	0	320	0,8
8	6	2	4	1	3	0	340	1,6
9	8	4	6	10	0	4	360	1,4
10	2	1	4	6	0	8	380	1,0
11	5	3	2	1	0	5	390	1,0
12	6	5	4	7	5	0	400	0,9
13	3	6	4	2	0	4	410	0,7
14	6	2	1	4	4	0	420	1,0
15	6	2	3	4	0	8	430	0,6
16	4	5	6	7	8	0	440	0,9
17	7	3	6	4	0	7	450	0,7
18	5	2	4	3	0	6	460	1,1
19	8	5	6	7	6	0	470	1,1
20	2	3	4	5	7	0	480	1,0

Под действием силы  $F$  и сил тяжести система приходит в движение из состояния покоя. При движении системы на шкивы 3 и 4 действуют постоянные моменты сил сопротивлений, равные соответственно  $M_3$  и  $M_4$

Определить значение скорости груза 1 в тот момент времени, когда перемещение точки приложения силы  $F$  равно  $s_1$ .







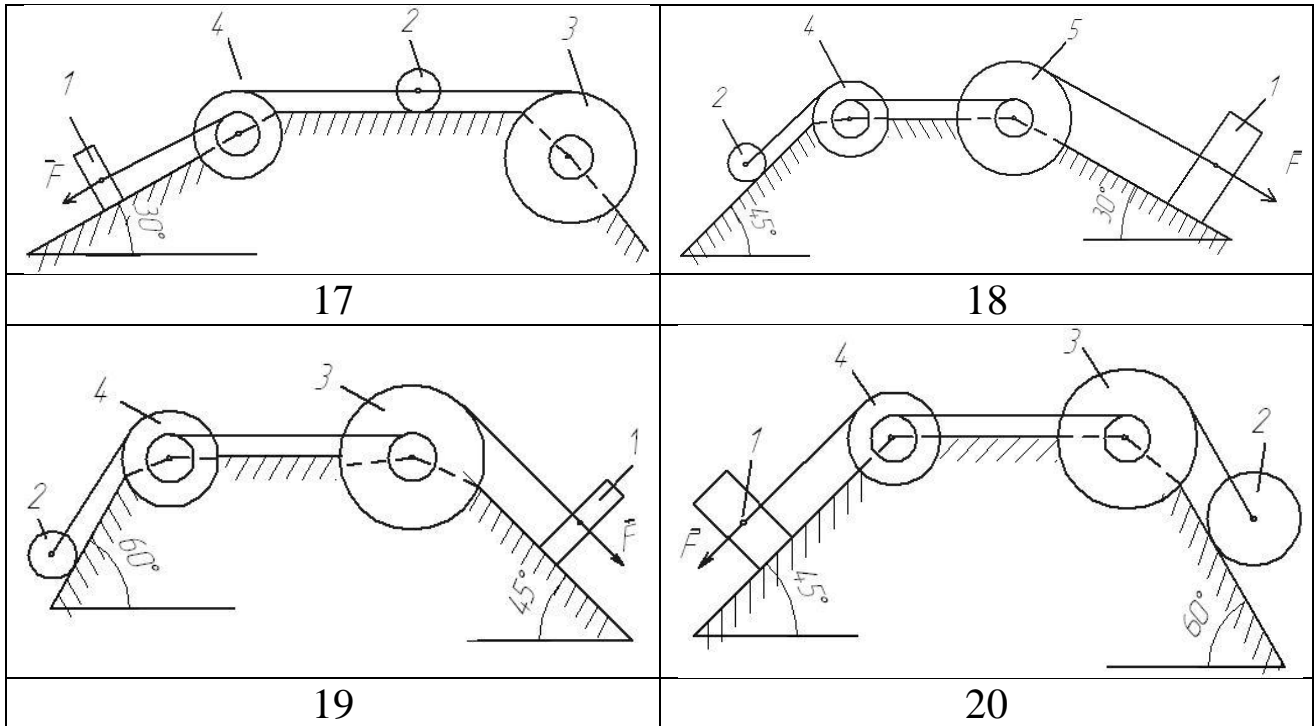


Рис. 2.3.1. Варианты расчётных схем механизмов

Пример решения задания.

Механическая система состоит из грузов  $1$  и  $2$  (коэффициент трения грузов о плоскость  $f = 0,1$ ), цилиндрического сплошного однородного катка  $3$  и ступенчатых шкивов  $4$  и  $5$  с радиусами ступеней  $R_4 = 0,3$  м,  $r_4 = 0,1$  м,  $R_5 = 0,2$  м,  $r_5 = 0,1$  м (массу каждого шкива считать равномерно распределенной по его внешнему ободу) Тела системы соединены друг с другом нитями, намотанными на шкивы; участки нитей параллельны соответствующим плоскостям (см. рис. 2.3.2 и табл. 2.3.2).

Под действием силы  $F$  и сил тяжести система приходит в движение из состояния покоя. При движении системы на шкивы  $4$  и  $5$  действуют постоянные моменты сил сопротивлений, равные соответственно  $M_4$  и  $M_5$ . Определить скорости груза  $1$  в тот момент времени, когда перемещение точки приложения силы  $F$  равно  $s_1$ .

Таблица 2.3.2 – Данные для расчета

$m_1$ кг	$m_2$ кг	$m_3$ кг	$m_4$ кг	$m_5$ кг	$M_4$ Н·м	$M_5$ Н·м	$F$ , Н	$S_1$ м
6	0	4	0	8	0,3	0	240	1,6

## Решение

1) Используем теорему об изменении кинетической энергии механической системы:

$$T - T_0 = \sum A_i$$

В начальный момент времени система покоится:  $T_0 = 0$

Тогда получим:

$$T = \sum A_i$$

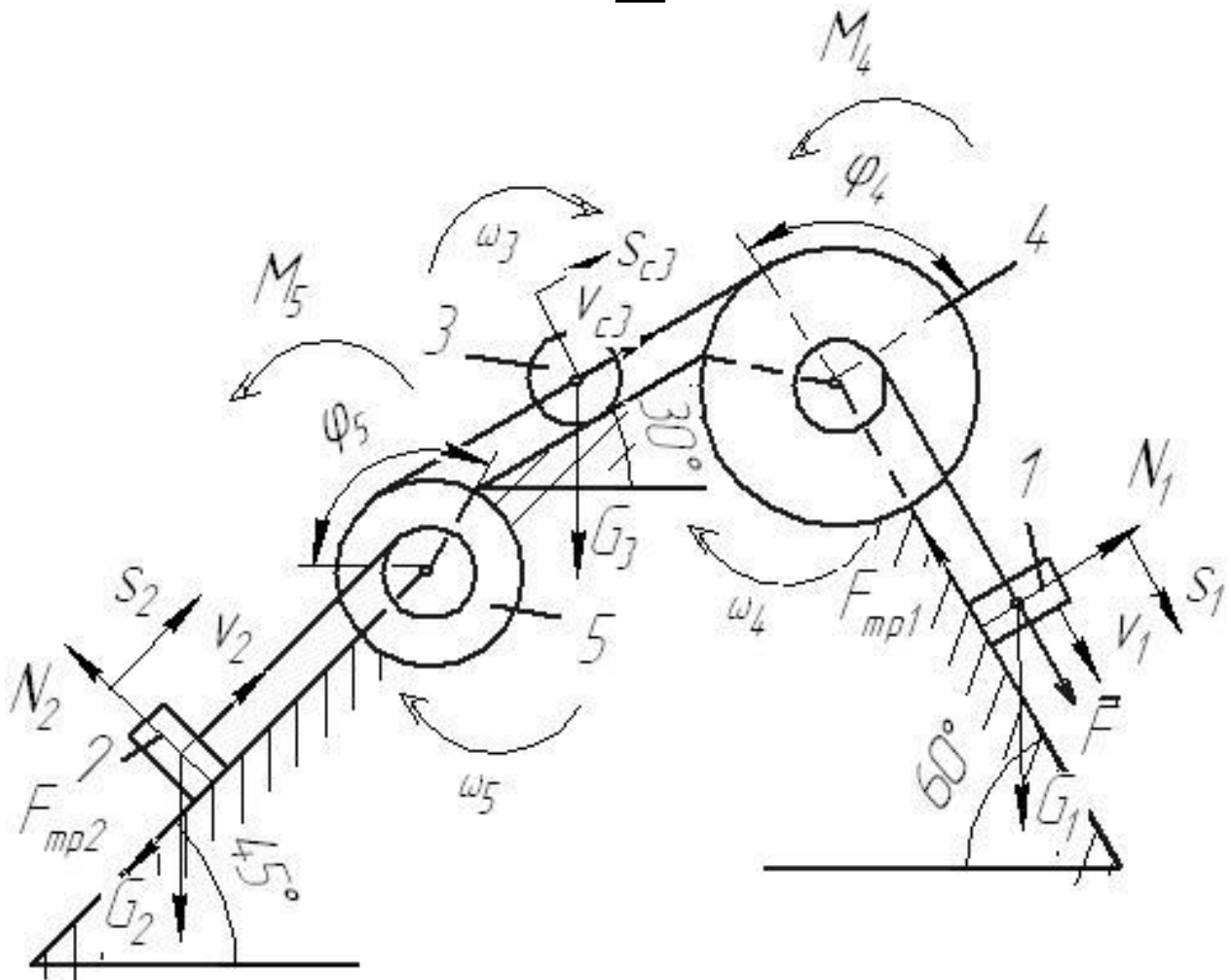


Рис. 2.3.2. Расчетная схема

2) Определим кинетическую энергию системы в конечный момент времени, когда пройденный телом 1 путь составит  $s_1$ .

$$T = T_1 + T_3 + T_5$$

Найдем кинетические энергии тел, имеющих ненулевую массу.

$$T_1 = m_1 v_1^2 / 2 - \text{поступательное движение}$$

$$T_5 = J_5 \omega_5^2 / 2 - \text{вращательное движение}$$

где  $J_5 = m_5 R_5^2$  – момент инерции колеса 5.

$$T_3 = m_3 v_{c3}^2 / 2 + J_3 \omega_3^2 / 2 - \text{плоское движение}$$

где  $J_3 = m_3 R_3^2 / 2$  – момент инерции колеса 3.

Выразим все скорости через скорость 1 тела  $v_1$ .

$$\omega_4 = \frac{v_1}{r_4}$$

$$v_{c3} = \omega_4 R_4 = 3v_1 \quad \omega_3 = \frac{v_{c3}}{R_3} = \frac{3v_1}{R_3}$$

$$\omega_5 = \frac{v_{c3}}{R_5} = \frac{3v_1}{R_5} \quad v_2 = \omega_5 r_5 = 1,5v_1$$

Тогда получим выражение для кинетической энергии системы в конечный момент:

$$T = m_1 v_1^2 / 2 + 9m_3 v_1^2 / 2 + 9m_3 v_1^2 / 4 + 9m_5 v_1^2 / 2$$

$$T = v_1^2 \left( m_1 / 2 + 9m_3 / 2 + 9m_3 / 4 + 9m_5 / 2 \right)$$

Получим:

$$T = v_1^2 \left( 6/2 + 9 \cdot 4/2 + 9 \cdot 4/4 + 9 \cdot 8/2 \right) = 66v_1^2$$

3) Найдём сумму работ внешних сил за время движения системы.

$$A_F = F \cdot s_1 = 240 \cdot 1,6 = 384 \text{ Дж} - \text{работа силы } F.$$

$A_{G_1} = G_1 s_1 \cos 30^\circ = 6 \cdot 9,8 \cdot 1,6 \cdot \cos 30^\circ = 81,5 \text{ Дж}$  - работа силы тяжести  $G_1$ .

$$A_{F_{mp1}} = -F_{mp1} s_1 - \text{работа силы трения } F_{mp1}.$$

$$F_{mp1} = fN = fG_1 \sin 30^\circ$$

$$A_{F_{mp1}} = -fG_1 s_1 \sin 30^\circ = -0,1 \cdot 6 \cdot 9,8 \cdot 1,6 \cdot \sin 30^\circ = -4,7 \text{ Дж}$$

$$A_{M_4} = -M_4 \varphi_4 - \text{работа момента сопротивления } M_4.$$

$$\varphi_4 = s_1 / r_4$$

$$A_{M_4} = -M_4 s_1 / r_4 = -\frac{0.3 \cdot 1.6}{0.1} = -4,8 \text{ Дж}$$

$A_{G_3} = -G_3 s_{c3} \cos 60^\circ$  - работа силы тяжести  $G_3$ .

$$s_{c3} = 3 \cdot s_1$$

$$A_{G_3} = -3G_3 s_1 \cos 60^\circ = -3 \cdot 4 \cdot 9.8 \cdot 1.6 \cdot \cos 60^\circ = -94.1 \text{ Дж}$$

Работа остальных сил и моментов равна нулю.

Тогда:

$$\sum A_i = 384 + 81,5 - 4,7 - 4,8 - 94,1 = 362 \text{ Дж}$$

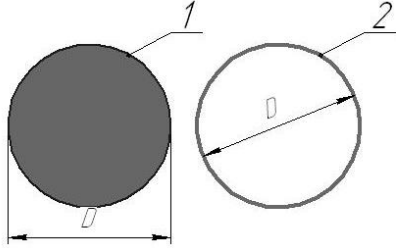
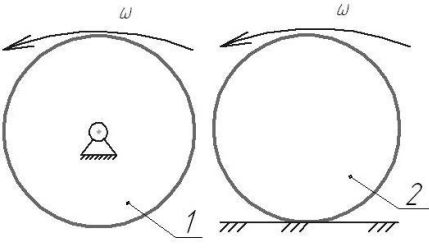
4) Получим:

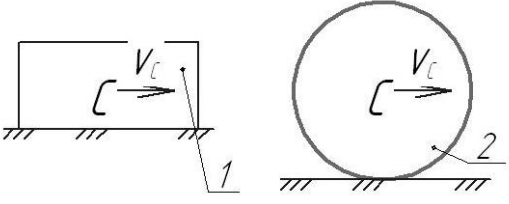
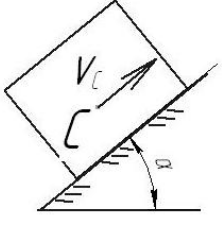
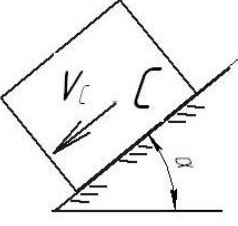
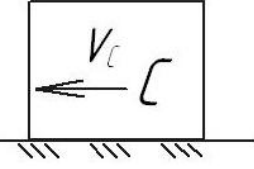
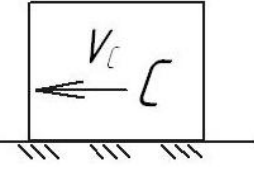
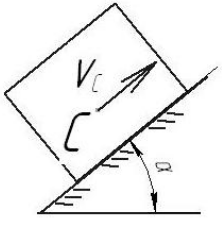
$$66v_1^2 = 362$$

откуда:

$$v_1 = \sqrt{362/66} = 2,34 \text{ м/с}$$

### 2.3.2 Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 2.3 «Динамика»

<p>На рис. 1 изображен сплошной однородный цилиндр, на рис. 2 – диск, масса которого равномерно распределена по внешнему ободу. Массы дисков равны. Момент инерции какого тела больше?</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> 1</li> <li><input type="radio"/> 2</li> <li><input type="radio"/> они равны</li> </ul>
<p>На рисунке показаны два диска одинаковой массы и размеров, имеющие равные угловые скорости. Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси, диск 2 – катится по неподвижной поверхности. Кинетическая</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> 1</li> <li><input type="radio"/> 2</li> <li><input type="radio"/> они равны</li> </ul>

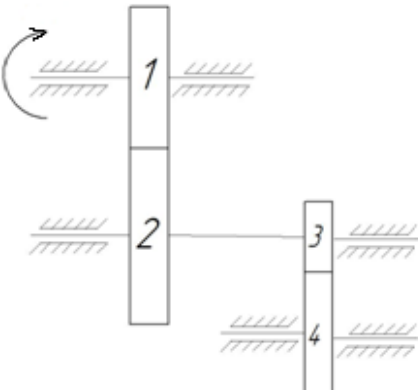
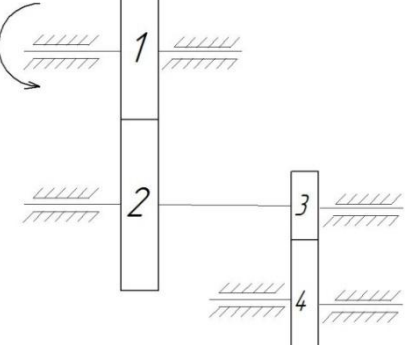
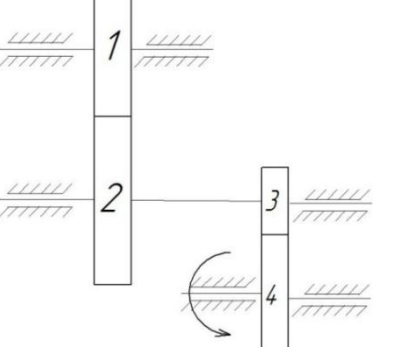
энергия какого тела больше?		
<p>На рисунке показаны два тела с одинаковым моментом инерции и скоростью центра масс. Кинетическая энергия какого тела больше?</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> 1</li> <li><input type="radio"/> 2</li> <li><input type="radio"/> они равны</li> </ul>
<p>Работа силы тяжести тела, движущегося по наклонной поверхности, как показано на рисунке, ....</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> положительна</li> <li><input type="radio"/> отрицательна</li> <li><input type="radio"/> равна нулю</li> <li><input type="radio"/> не может быть определена</li> </ul>
<p>Работа силы тяжести тела, движущегося по наклонной поверхности, как показано на рисунке, ....</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> положительна</li> <li><input type="radio"/> отрицательна</li> <li><input type="radio"/> равна нулю</li> <li><input type="radio"/> не может быть определена</li> </ul>
<p>Работа силы тяжести тела, движущегося по поверхности, как показано на рисунке, ....</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> положительна</li> <li><input type="radio"/> отрицательна</li> <li><input type="radio"/> равна нулю</li> <li><input type="radio"/> не может быть определена</li> </ul>
<p>Работа силы трения тела, движущегося по поверхности, как показано на рисунке, ....</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> положительна</li> <li><input type="radio"/> отрицательна</li> <li><input type="radio"/> равна нулю</li> <li><input type="radio"/> не может быть определена</li> </ul>
<p>Работа силы трения тела, движущегося по наклонной поверхности, как показано на рисунке, ....</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> положительна</li> <li><input type="radio"/> отрицательна</li> <li><input type="radio"/> равна нулю</li> <li><input type="radio"/> не может быть определена</li> </ul>

### 3. МЕХАНИЗМЫ И МАШИНЫ

#### 3.1. Передаточные и исполнительные механизмы

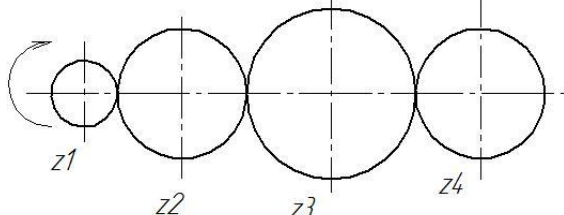
##### 3.1.1 Решение задач об определении передаточного отношения зубчатых механизмов

Решите задачу в соответствии с вариантом

1		<p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: <math>z_1=22</math>, <math>z_2=40</math>, <math>z_3=18</math>, <math>z_4=29</math>. Угловая скорость колеса 1 равна 30 рад/с. Найти угловую скорость колеса 4</p>
2		<p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: <math>z_1=40</math>, <math>z_2=20</math>, <math>z_3=20</math>, <math>z_4=40</math>. Угловая скорость колеса 1 равна 10 рад/с. Найти угловую скорость колеса 4</p>
3		<p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: <math>z_1=20</math>, <math>z_2=40</math>, <math>z_3=50</math>, <math>z_4=100</math>. Угловая скорость колеса 4 равна 20 рад/с. Найти угловую скорость колеса 1</p>

4		<p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: <math>z_1=20</math>, <math>z_2=50</math>, <math>z_3=18</math>, <math>z_4=36</math>. Угловая скорость колеса 4 равна 20 рад/с. Найти угловую скорость колеса 1</p>
5		<p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: <math>z_1=45</math>, <math>z_2=15</math>, <math>z_3=60</math>, <math>z_4=30</math>. Угловая скорость колеса 1 равна 12 рад/с. Найти угловую скорость колеса 4</p>
6		<p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: <math>z_1=40</math>, <math>z_2=25</math>, <math>z_3=20</math>, <math>z_4=50</math>, <math>z_5=20</math>. Угловая скорость колеса 1 равна 10 рад/с. Найти угловую скорость колеса 5</p>
7		<p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: <math>z_1=70</math>, <math>z_2=40</math>, <math>z_3=140</math>, <math>z_4=200</math>, <math>z_5=500</math>. Угловая скорость колеса 5 равна 50 рад/с. Найти угловую скорость колеса 1</p>



8		Числа зубьев колес зубчатой передачи: $z_1=40$ , $z_2=80$ , $z_3=100$ , $z_4=20$ . Угловая скорость колеса 1 равна 10 рад/с. Найти угловую скорость колеса 4
9		Числа зубьев колес зубчатой передачи: $z_1=35$ , $z_2=67$ , $z_3=92$ , $z_4=44$ . Угловая скорость колеса 4 равна 20 рад/с. Найти угловую скорость колеса 1

### Пример решения задания

Числа зубьев колес зубчатой передачи (рис. 3.1.1):  $z_1=20$ ,  $z_2=80$ ,  $z_3=25$ ,  $z_4=50$ ,  $z_5=30$ ,  $z_6=45$ . Угловая скорость колеса 6 равна 30 рад/с. Найти угловую скорость колеса 1

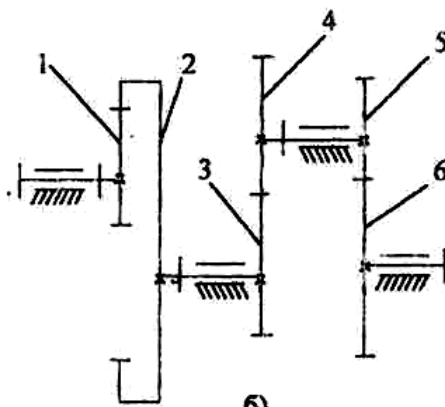


Рис. 3.1.1 Схема ступенчатого зубчатого редуктора

В общем случае при  $i$  ведущих колесах и  $j$  ведомых колесах в механизме и  $k$  внешних зацеплениях передаточное отношение зубчатого механизма определяется по формуле:

$$U_{1n} = (-1)^k \frac{\prod_{j=1}^n z_{j}^{\text{ведом}}}{\prod_{i=1}^n z_{i}^{\text{ведущ}}} = \frac{\omega_1}{\omega_n} \quad (3.1.1)$$

где  $\prod$  - знак произведения,

$\omega_1$  – угловая скорость входного звена;  $\omega_n$  – угловая скорость выходного звена.

В формуле (3.1.1) в числителе стоит произведение числа зубьев *ведомых* колес, в знаменателе - произведение числа зубьев *ведущих* колес.

Для ступенчатого механизма (рис. 3.1.1) передаточное отношение определяется по формуле

$$U_{16} = (-1)^2 \frac{z_2 \cdot z_4 \cdot z_6}{z_1 \cdot z_3 \cdot z_5} = \frac{\omega_1}{\omega_6}$$

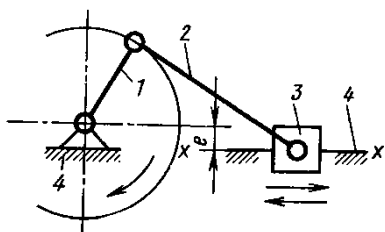
Подставив числовые данные, получим:

$$U_{16} = (-1)^2 \frac{80 \cdot 50 \cdot 45}{20 \cdot 25 \cdot 30} = 12$$

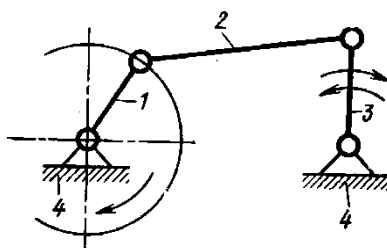
Тогда

$$\omega_1 = \omega_6 \cdot U_{16} = 12 \cdot 30 = 360 \text{ рад/с}$$

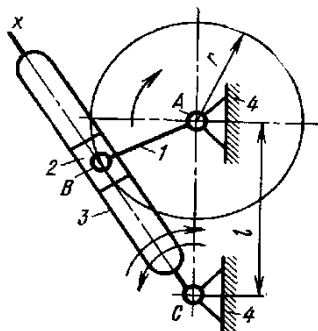
### 3.1.2 Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 3.1 «Передаточные и исполнительные механизмы»



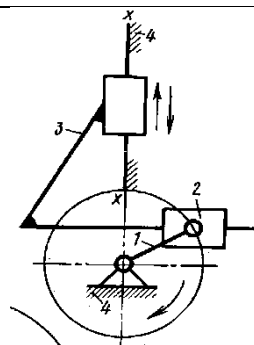
Укажите названия механизма и его звеньев.



Укажите названия механизма и его звеньев.



Укажите названия механизма и его звеньев.



Укажите название механизма и его звеньев.

	<p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p>		<p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p>
	<p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p>		<p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p>
	<p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p>		<p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p>

## 3.2 Приводы

### 3.2.1 Расчетно-графическая работа IV. Расчет кинематических и силовых параметров передаточных механизмов

#### Краткие теоретические сведения

Одним из основных элементов машины является передаточный механизм, установленный между двигателем и исполнительным органом.

На рис. 3.2.1 дана типовая схема машины.

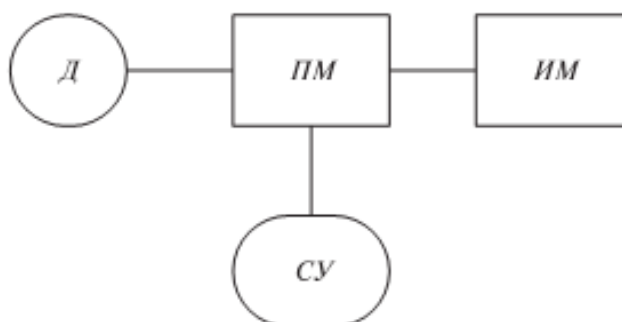


Рис. 3.2.1 Типовая схема машины:

Д – двигатель, ПМ – передаточный механизм, ИМ – исполнительный механизм, СУ – система управления приводом

Передаточный механизм должен обеспечивать с заданной степенью точности передачу движения и его преобразование, быть экономичным и безопасным в работе.

#### 1. Передаточное отношение привода

Важнейшей характеристикой передач вращательного движения является **передаточное отношение**, которое показывает, во сколько раз угловая скорость  $\omega$  (или частота вращения  $n$ ) ведомого звена больше или меньше угловой скорости (частоты вращения) ведущего звена.

$$U = \frac{\omega_{\text{ведущ}}}{\omega_{\text{ведом}}} = \frac{n_{\text{ведущ}}}{n_{\text{ведом}}}, \quad (3.2.1)$$

где  $\omega_{\text{ведущ}}$  – угловая скорость ведущего звена;

$\omega_{\text{ведом}}$  – угловая скорость ведомого звена.

Для зубчатых передач передаточное отношение можно определить, зная число зубьев каждого из колес:

$$U = \frac{z_2}{z_1} \quad (3.2.2)$$

Для цепных передач передаточное отношение можно определить, зная число зубьев ведущей и ведомой звездочек:

$$U = \frac{z_2}{z_1} \quad (3.2.3)$$

Для ременных передач передаточное отношение можно определить, зная диаметры ведущего и ведомого шкивов:

$$U = \frac{d_2}{d_1} \quad (3.2.4)$$

Для фрикционных передач передаточное отношение можно определить, зная диаметры ведущего и ведомого катков:

$$U = \frac{d_2}{d_1} \quad (3.2.5)$$

Привод может включать несколько передаточных механизмов (ступеней). При этом значение общего передаточного отношения определяется произведением передаточных отношений отдельных кинематических ступеней привода

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} \dots u_n = \frac{\omega_1}{\omega_n} \quad (3.2.6)$$

### Пример 1.

Определить частоту вращения вала 1, если диаметры шкивов равны соответственно (мм):  $d_1 = 200$ ,  $d_2 = 400$ , число зубьев звездочек цепной передачи:  $z_2 = 180$ ,  $z_3 = 540$ , а частота вращения звездочки 3  $n_3 = 200$  об/мин (рис. 3.2.2)

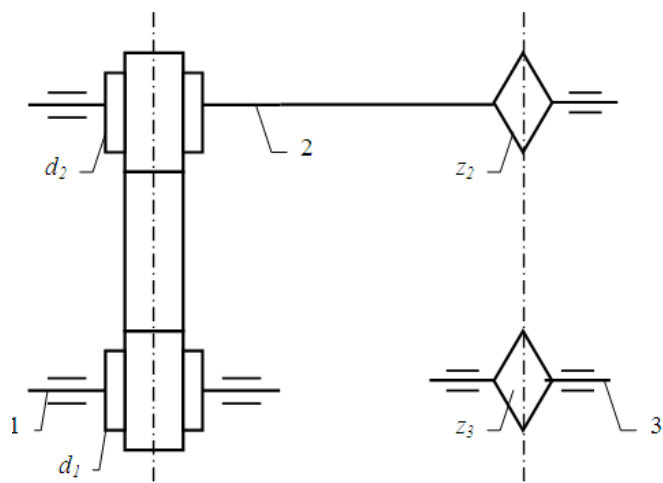


Рис. 3.2.2 Кинематическая схема привода с ременно-цепным передаточным механизмом

Решение.

Данный передаточный механизм является двухступенчатым: первая ступень – ременная передача (вращение передается с шкива 1 на шкив 2), вторая ступень – цепная передача (вращение передается с звездочки 2 на звездочку 3).

Общее передаточное отношение определим по формуле (3.2.6):

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} = \frac{n_1}{n_3}$$

$$u_{12} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{400}{200} = 2$$

$$u_{23} = \frac{z_3}{z_2} = \frac{540}{180} = 3$$

Тогда

$$u_{iá} = u_{12} \cdot u_{23} = 2 \cdot 3 = 6$$

и

$$n_1 = n_3 \cdot u_{об} = 200 \cdot 6 = 1200 \text{ об / мин}$$

### Пример 2

Определить частоту вращения вала 3, если диаметры шкивов равны соответственно (мм):  $d_1 = 300$ ,  $d_2 = 750$ , числа зубьев конической шестерни и колеса:  $z_2 = 50$ ,  $z_3 = 100$ ,  $n_1 = 2500$  об/мин (рис. 3.2.3).

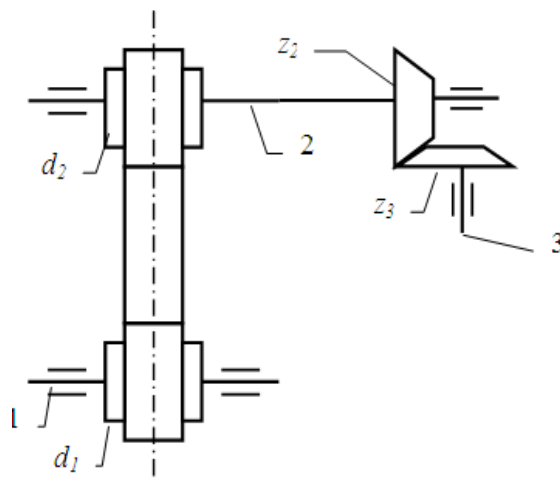


Рис. 3.2.3 Кинематическая схема привода с ременно-коническим передаточным механизмом

Решение.

Данный передаточный механизм является двухступенчатым: первая ступень – ременная передача (вращение передается с шкива 1 на шкив 2), вторая ступень – коническая зубчатая передача (вращение передается с шестерни 2 на колесо 3).

Общее передаточное отношение определим по формуле (3.2.6):

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} = \frac{n_1}{n_3}$$

$$u_{12} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{750}{300} = 2.5$$

$$u_{23} = \frac{z_3}{z_2} = \frac{100}{50} = 2$$

Тогда

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} = 2,5 \cdot 2 = 5$$

и

$$n_3 = \frac{n_1}{u_{об}} = \frac{2500}{5} = 500 \text{ об / мин}$$

## 2. Коэффициент полезного действия передачи, мощность

Если к ведущему валу передачи подвести мощность  $P_1$ , то с ведомого можно будет отобрать мощность  $P_2$ , которая несколько мень-

ше затраченной  $P_1$  (следствие потерь на трение и др. сопротивления). Эти потери выражаются коэффициентом полезного действия:

$$\eta = P_2/P_1 \quad (3.2.7)$$

Поскольку

$$P = T \cdot \omega \quad (3.2.8)$$

и

$$\omega = (\pi \cdot n)/30 \quad (3.2.9)$$

где  $T$  – момент вращения;

$\omega$  - угловая скорость,

$$\text{то} \quad \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2 \omega_2}{T_1 \omega_1} = \frac{T_2 n_2}{T_1 n_1} = \frac{T_2}{T_1 u_{12}} \quad (3.2.10)$$

В силовой (понижающей) передаче (редуктор)

$$\omega_1 > \omega_2, \quad T_2 > T_1, \quad T_2 = T_1 \cdot u_{12} \cdot \eta$$

### Пример 3.

Определить мощность и крутящий момент, передаваемые колесом, если известны числа зубьев шестерни и колеса: ( $Z_1 = 18$ ,  $Z_2 = 45$ ).  $T_1 = 10$  Н·м,  $n_1 = 900$  об/мин. Коэффициент полезного действия передачи принять  $\eta = 0.95$

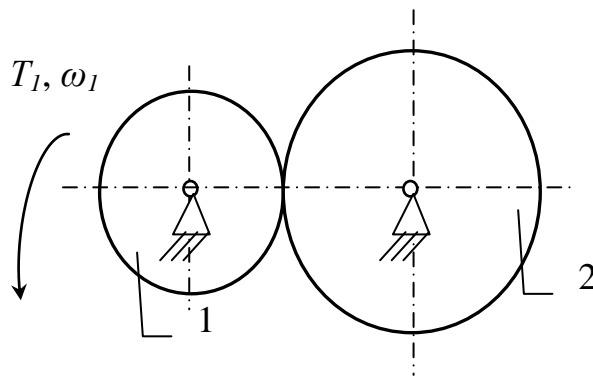


Рис. 3.2.4 Расчетная схема передачи

Решение (см. рис.3.2.4).

Мощность на ведущем колесе определим по формуле (3.2.8):

$$P_1 = T_1 \cdot \omega_1,$$

где  $\omega_1 = (\pi \cdot n_1)/30 = (\pi \cdot 900)/30 = 94,2$  рад/с – угловая скорость ведущего колеса (шестерни)

$$P_1 = 10 \cdot 94,2 = 942 \text{ Вт}$$

Мощность на ведомом колесе определим из (7):

$$P_2 = P_1 \cdot \eta = 942 \cdot 0,95 = 895 \text{ Вт} \quad (P_2 < P_1)$$

Передаточное отношение



$$U = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Для зубчатых передач передаточное отношение можно определить, зная число зубьев каждого из колес:

$$U = \frac{z_2}{z_1} = \frac{45}{18} = 2.5$$

Тогда

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{U} = \frac{94.2}{2.5} = 37.7 \quad (\text{рад/с})$$

Тогда крутящий момент на валу ведомого колеса будет равен:

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{895}{37.7} = 23.7 \quad \text{Н}\cdot\text{м}$$

Ответ:  $P_2 = 895$  Вт,  $T_2 = 23.7$  Н·м

### Задания для расчёта

#### Задание IV.1.

Определить (см. рис. 3.2.5) угловую скорость ведомого шкива 3 (или ведущего 1), если заданы диаметры шкивов и угловая скорость ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 3.2.1).

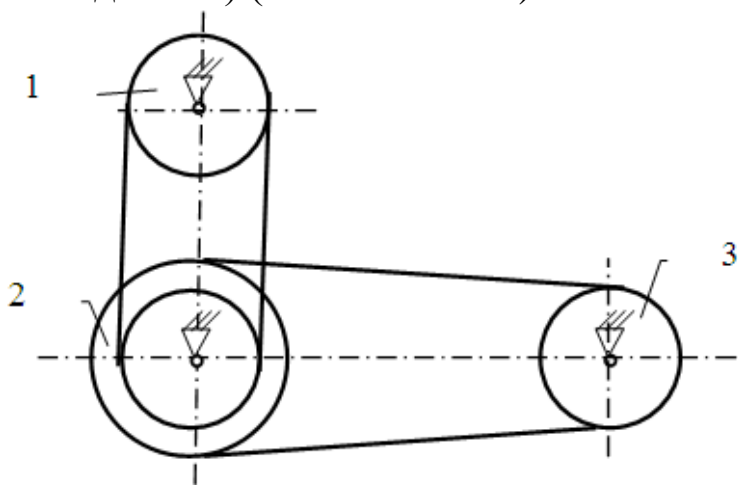


Рис. 3.2.5

Таблица 3.2.1 – Исходные данные для расчета задания IV.1.

№ варианта	Диаметры шкивов, мм				Угловая скорость, рад/с		Найти
	$d_1$	$d_2$ (внутренний)	$D_2$ (внешний)	$d_3$	$\omega_1$	$\omega_3$	
1	110	210	410	310	100	-	$\omega_3$
2	120	220	420	320	200	-	$\omega_3$
3	130	230	430	330	300	-	$\omega_3$
4	140	240	440	340	400	-	$\omega_3$
5	150	250	450	350	500	-	$\omega_3$
6	160	260	460	360	-	90	$\omega_1$
7	170	270	470	370	-	80	$\omega_1$
8	180	280	480	380	-	70	$\omega_1$
9	190	290	490	390	-	60	$\omega_1$
10	200	300	500	400	-	50	$\omega_1$

Задание IV.2.

Определить (см. рис. 3.2.6) угловую скорость ведомого звена 3 (или ведущего 1), если заданы числа зубьев колес и звездочек и угловая скорость ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 3.2.2).

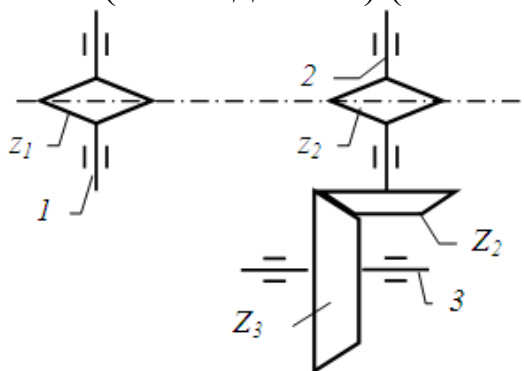


Рис. 3.2.6

Таблица 3.2.2 – Исходные данные для расчета задания IV.2.

№ варианта	Числа зубьев				Угловая скорость, рад/с		Найти
	звездочек		колес		$\omega_1$	$\omega_3$	
	$z_1$	$z_2$	$Z_2$	$Z_3$			
1	11	31	21	51	10	-	$\omega_3$
2	12	32	22	52	20	-	$\omega_3$
3	13	33	23	53	30	-	$\omega_3$
4	14	34	24	54	40	-	$\omega_3$

5	15	35	25	55	50	-	$\omega_3$
6	16	36	26	56	-	9	$\omega_1$
7	17	37	27	57	-	8	$\omega_1$
8	18	38	28	58	-	7	$\omega_1$
9	19	39	29	59	-	6	$\omega_1$
10	20	40	30	60	-	5	$\omega_1$

### Задание IV.3.

Определить (см. рис. 3.2.7) угловую скорость ведомого колеса 4 (или ведущего 1), если заданы числа зубьев колес и угловая скорость ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 3.2.3).

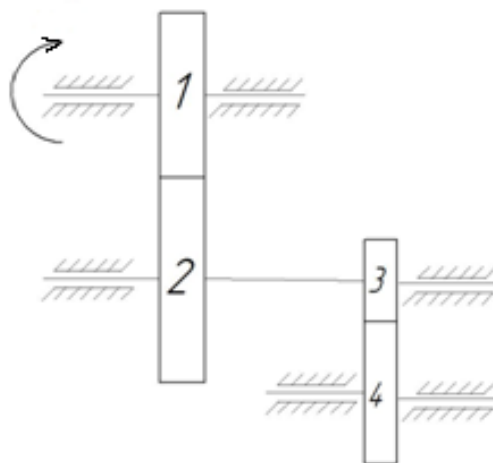


Рис. 3.2.7

Таблица 3.2.3 – Исходные данные для расчета задания IV.3.

№ варианта	Числа зубьев колес				Угловая скорость, рад/с		Найти
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$\omega_1$	$\omega_4$	
1	18	29	21	41	100	-	$\omega_4$
2	52	82	22	56	300	-	$\omega_4$
3	43	33	23	39	230	-	$\omega_4$
4	34	74	27	46	410	-	$\omega_4$
5	25	39	27	51	150	-	$\omega_4$
6	46	36	24	49	-	90	$\omega_1$
7	18	39	27	48	-	80	$\omega_1$
8	62	99	77	101	-	200	$\omega_1$
9	49	81	27	73	-	120	$\omega_1$
10	21	62	26	53	-	180	$\omega_1$

Задание IV.4.

Определить мощность и крутящий момент, передаваемые ведомым колесом 2 (или ведущим 1) (см. рис. 3.2.8), если известны числа зубьев шестерни и колеса, КПД передачи  $\eta_{12}$ , крутящий момент на входном  $T_1$  или выходном ( $T_2$ ) колесе и частота вращения ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 3.2.4).

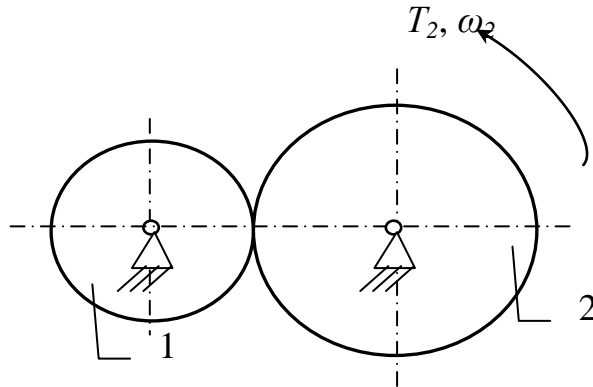


Рис. 3.2.8

Таблица 3.2.4 – Исходные данные для расчета задания IV.4.

№ варианта	Число зубьев		крутящий момент, Н·м		Частота вращения, об/мин		КПД	Найти	
	$z_1$	$z_2$	$T_1$	$T_2$	$n_1$	$n_2$		$T$	$n$
1	110	210	1	-	1000	-	0,98	$T_2$	$n_2$
2	120	220	2	-	2000	-	0,97	$T_2$	$n_2$
3	130	230	3	-	-	900	0,96	$T_2$	$n_1$
4	140	240	4	-	-	800	0,95	$T_2$	$n_1$
5	150	250	5	-	-	700	0,98	$T_2$	$n_1$
6	160	260	-	6	3000	-	0,97	$T_1$	$n_2$
7	170	270	-	7	4000	-	0,96	$T_1$	$n_2$
8	180	280	-	8	5000	-	0,95	$T_1$	$n_2$
9	190	290	-	9	-	600	0,97	$T_1$	$n_1$
10	200	300	-	10	-	500	0,96	$T_1$	$n_1$

Задание IV.5.

Определить мощность и крутящий момент, передаваемые ведомым шкивом 2 (или ведущим 1) (см. рис. 3.2.9), если известны диаметры шкивов, КПД ременной передачи  $\eta_{12}$ , крутящий момент на

входном  $T_1$  или выходном ( $T_2$ ) колесе и частота вращения ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 3.2.5).

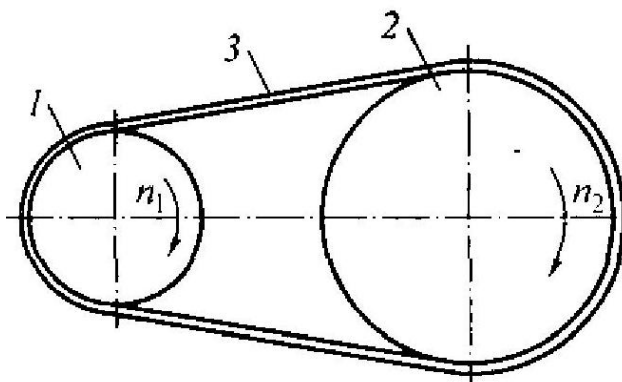


Рис. 3.2.9

Таблица 3.2.5 – Исходные данные для расчета задания IV.5.

№ варианта	Диаметры шкивов, мм		крутящий момент, Н·м		Частота вращения, об/мин		КПД	Найти	
	$d_1$	$d_2$	$T_1$	$T_2$	$n_1$	$n_2$		$\eta_{12}$	$T$
1	150	310	1.2	-	1100	-	0,91	$T_2$	$n_2$
2	160	330	2.3	-	2200	-	0,92	$T_2$	$n_2$
3	170	350	3.4	-	-	990	0,93	$T_2$	$n_1$
4	180	390	4.5	-	-	880	0,94	$T_2$	$n_1$
5	190	410	5.6	-	-	770	0,91	$T_2$	$n_1$
6	200	430	-	6.7	3300	-	0,95	$T_1$	$n_2$
7	210	440	-	7.8	4400	-	0,94	$T_1$	$n_2$
8	220	450	-	8.9	5500	-	0,93	$T_1$	$n_2$
9	230	470	-	9.1	-	660	0,92	$T_1$	$n_1$
10	240	490	-	10.0	-	550	0,9	$T_1$	$n_1$

#### Задание IV.6.

Определить мощность и крутящий момент, передаваемые ведомой звёздочкой 2 (или ведущий 1) (см. рис. 3.2.10), если известны числа зубьев звёздочек, КПД цепной передачи  $\eta_{12}$ , крутящий момент на входном  $T_1$  или выходном ( $T_2$ ) валу и частота вращения ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 3.2.6).

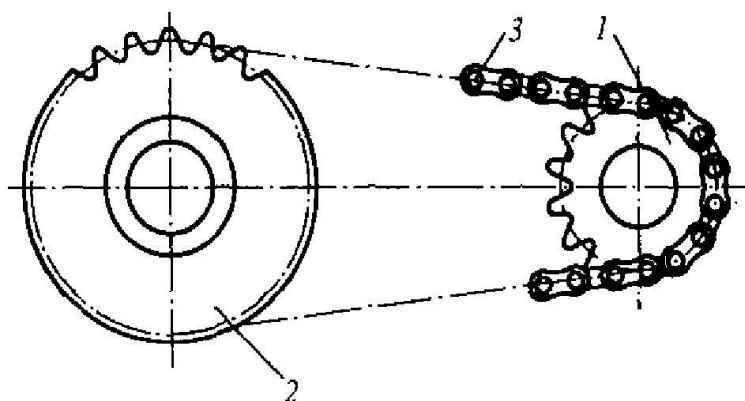


Рис. 3.2.10

Таблица 3.2.6 – Исходные данные для расчета задания IV.6.

№ варианта	Число зубьев звездочек		крутящий момент, Н·м		Частота вращения, об/мин		КПД $\eta_{12}$	Найти	
	$z_1$	$z_2$	$T_1$	$T_2$	$n_1$	$n_2$		$T$	$n$
1	50	110	11	-	1300	-	0,96	$T_2$	$n_2$
2	60	130	23	-	2200	-	0,97	$T_2$	$n_2$
3	70	150	34	-	-	900	0,96	$T_2$	$n_1$
4	18	39	14	-	-	800	0,97	$T_2$	$n_1$
5	19	41	6	-	-	750	0,95	$T_2$	$n_1$
6	44	76	-	7	3300	-	0,96	$T_1$	$n_2$
7	39	72	-	8	4400	-	0,97	$T_1$	$n_2$
8	26	45	-	9	5000	-	0,95	$T_1$	$n_2$
9	54	83	-	10	-	650	0,97	$T_1$	$n_1$
10	62	90	-	18	-	550	0,95	$T_1$	$n_1$

## 4. ОСНОВЫ РАСЧЕТА И ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОМПОНЕНТОВ МАШИН И АППАРАТОВ

### 4.1 Расчёт элементов конструкций на растяжение-сжатие

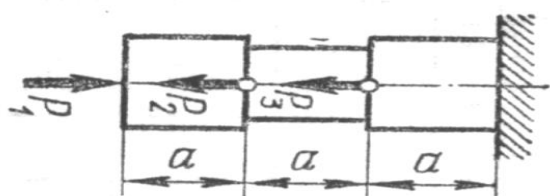
#### 4.1.1. Расчетно-графическая работа V.

##### Расчёт стержней на растяжение-сжатие

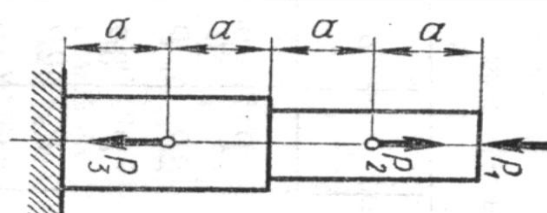
Для заданной схемы (рис.4.1.1) требуется:

1. Построить эпюру осевых нагрузок.
2. Определить размер *квадратного* сечения стержня исходя из условий прочности.

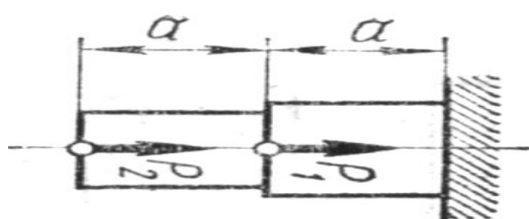
Данные для расчёта взять из таблицы 4.1.1.



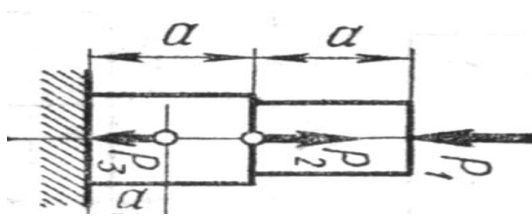
1



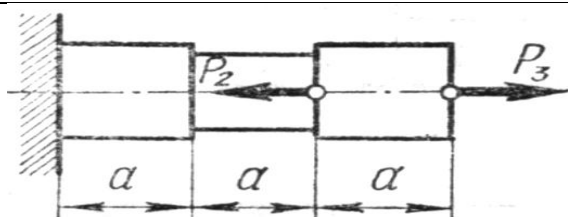
2



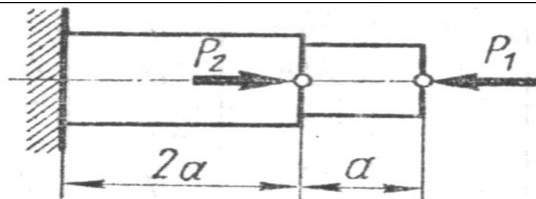
3



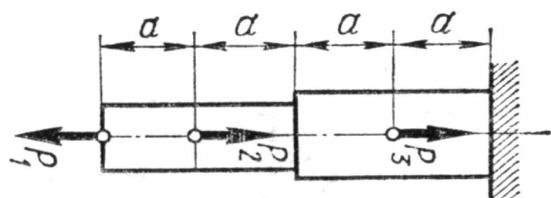
4



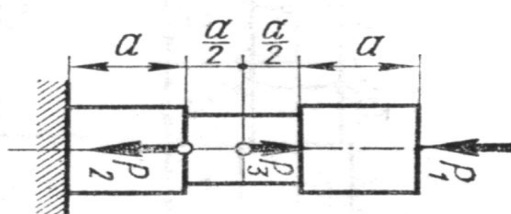
5



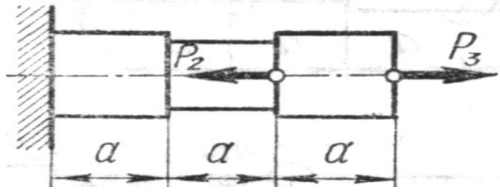
6



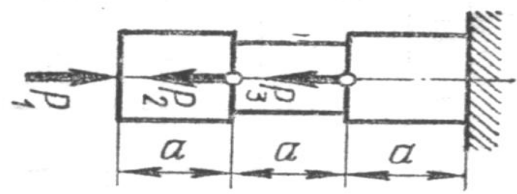
7



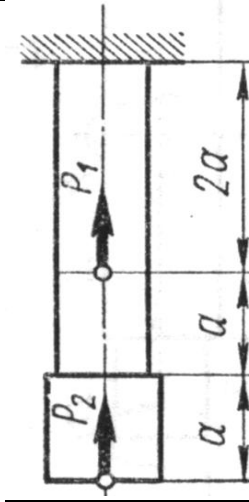
8



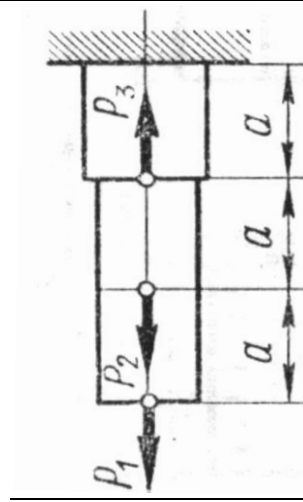
9



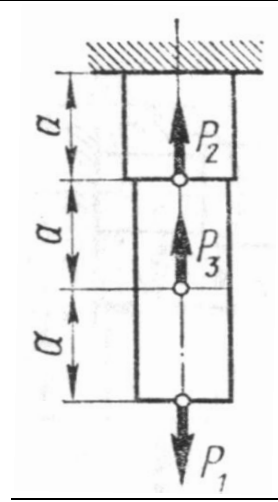
10



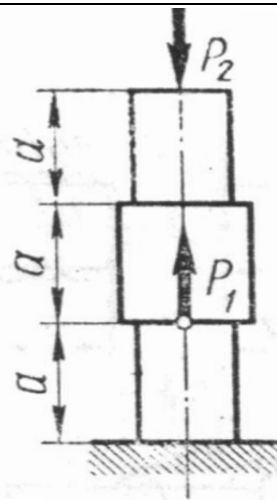
11



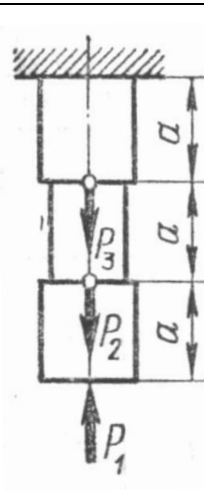
12



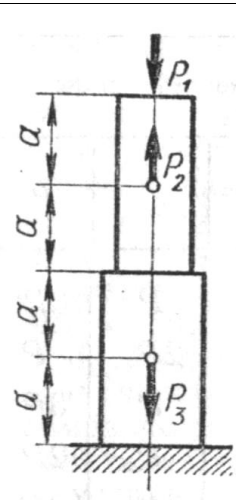
13



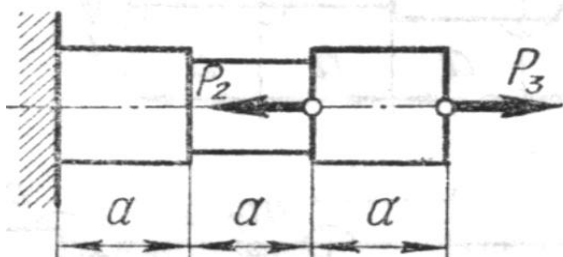
14



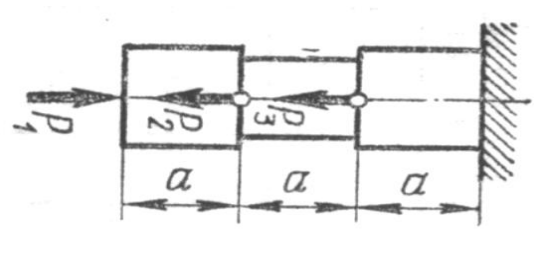
15



16



17



18



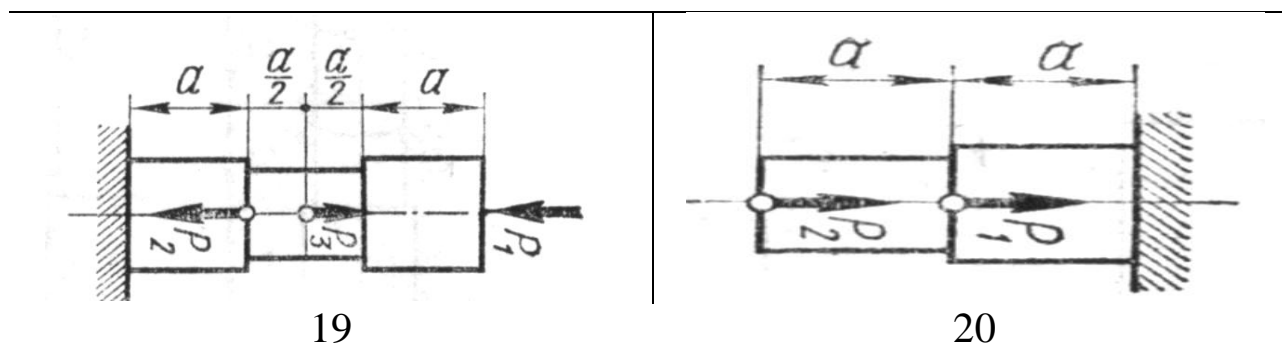


Рис. 4.1.1. Варианты расчётных схем стержней

Таблица 4.1.1 - Исходные данные для расчёта

Вариант	Сила, кН			Продольный размер $a$ , м	Допускаемое нормальное напряжение $[\sigma]$ , МПа
	$P_1$	$P_2$	$P_3$		
1	10	20	30	1	100
2	8	16	24	1,5	110
3	6	12	18	2	120
4	3	10	6	0,8	90
5	15	4	9	1,2	130
6	12	7	8	1,6	95
7	10	7	20	1	105
8	12	14	5	1,5	140
9	6	9	12	2	125
10	12	9	6	0,8	120
11	10	8	6	1,2	110
12	6	8	10	1,6	100
13	14	4	8	1	130
14	4	9	5	1,5	180
15	6	10	7	2	80
16	5	4	3	0,8	200
17	7	6	10	1,2	85
18	5	10	12	1,6	170
19	9	7	5	1	160
20	3	5	6	2	150

Пример выполнения задания.

Для заданной схемы (рис.4.1.2) требуется:

3. Построить эпюру осевых нагрузок.
4. Определить размер *квадратного* сечения стержня исходя из условий прочности.

Данные для расчёта взять их таблицы 4.1.2.

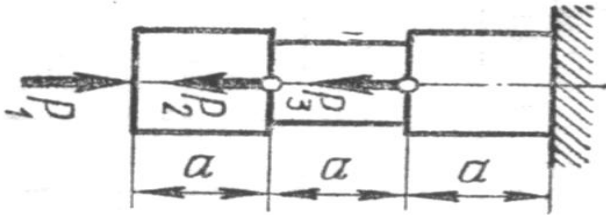


Рис. 4.1.2 Расчетная схема стержня

Таблица 4.1.2 - Исходные данные для расчёта

Сила, кН			Допускаемое нормальное напряжение $[\sigma]$ , МПа
$P_1$	$P_2$	$P_3$	
6	12	18	200

Решение.

Расставим характерные точки (сечения) – те, в которых приложены нагрузки или изменяется характер поперечного сечения (форма, размер).

В данном случае таких характерных точек 4:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  (рис. 4.1.3).

Таким образом, необходимо рассмотреть 3 характерных участка бруса, начиная с правого конца его, т.е. с точки  $A$ .

Рассмотрим характерный участок  $AB$ .

Мысленно проведём поперечное сечение бруса  $I-I$  между точками  $A$  и  $B$ , отбросим левую часть бруса, оставив в рассмотрении правую, действие отброшенной части заменив реакцией.

Из условия равновесия (равенство проекций сил на ось  $x$ , получим:

$$N = -P_1 = -6 \text{ кН}, \quad \text{т.е. внутренняя}$$

продольная сила в сечении  $I-I$  является сжимающей.

Значение внутренней силы  $N$  неизменно на всём участке  $AB$ .

Выбирая масштаб, строим соответствующий участок эпюры продольных сил (в размерности кН), сила  $N$  на участке  $AB$  постоянна.

Далее рассмотрим участок  $BC$ .

Проведем сечение  $II-II$  в произвольном месте между точками  $B$  и  $C$ . Отбросим левую часть, её действие заменим реакцией.

Из условия равновесия имеем:

$$N = P_2 - P_1 = 12 - 6 = 4 \text{ кН},$$

т.е. внутренняя

продольная сила в сечении  $II-II$  является растягивающей.

Строим соответствующий участок эпюры продольных сил, сила  $N$  на участке  $BC$  постоянна.

Участок  $CD$ :

$$N = P_3 + P_2 - P_1 = 18 + 12 - 6 = 24 \text{ кН},$$

Строим соответствующие участки эпюры продольных сил.

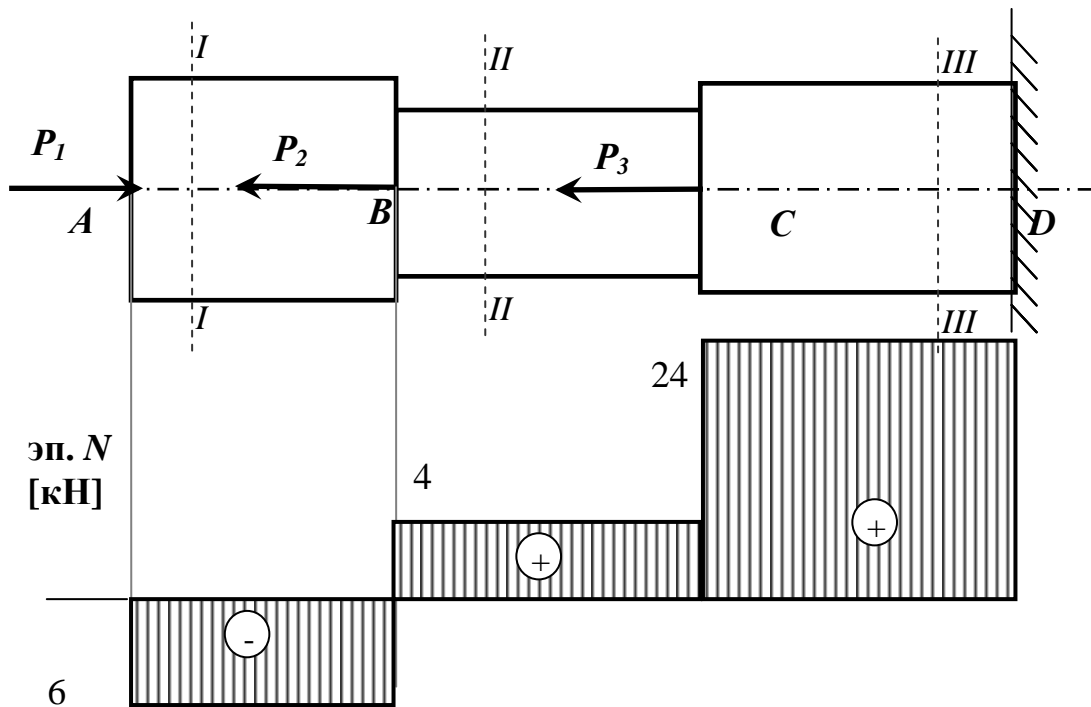


Рис. 4.1.3. Расчётная схема и эпюра внутренних продольных усилий стержня

Условие прочности при растяжении (сжатии) стержня имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N}{A} \right|_{\max} \leq [\sigma], \quad (4.1.1)$$

где  $\sigma_{\max}$  – наибольшее по модулю нормальное напряжение на соответствующей ступени стержня,  $N$  – продольное усилие в сечении стержня,  $A$  – площадь поперечного сечения соответствующей ступени бру-

са,  $[\sigma]$  – допускаемое нормальное напряжение, зависящее от материала стержня.

Поскольку поперечные сечения бруса квадратные, то сторона квадрата  $h$  определится как:  $h = \sqrt{A}$ .

В данном случае брус имеет две ступени, соответственно необходимо рассмотреть условия равновесия (4.1.1) для каждой из ступеней.

Для ступени 1:

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N_I}{F_1} \right|_{\max} \leq [\sigma],$$

где  $N_I$  – продольная внутренняя сила в сечении  $I$  (наибольшая по модулю для участка  $AB$ ),  $F_1$  – площадь поперечного сечения ступени 1

Тогда размер сечения для ступени 1 определится из выражения:

$$h_1 \geq \sqrt{\frac{N_I}{[\sigma]}} \quad (4.1.2)$$

Для ступени 2 :

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N_{II}}{F_2} \right|_{\max} \leq [\sigma],$$

где  $N_{II}$  – продольная внутренняя сила в сечении  $II$  (наибольшая по модулю для участка  $BC$ ),  $F_2$  – площадь поперечного сечения ступени 2

Тогда размер сечения для ступени 2 определится из выражения:

$$h_2 \geq \sqrt{\frac{N_{II}}{[\sigma]}} \quad (4.1.3)$$

Для ступени 3 :

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N_{III}}{F_3} \right|_{\max} \leq [\sigma],$$

где  $N_{III}$  – продольная внутренняя сила в сечении  $III$  (наибольшая по модулю для участка  $CD$ ),  $F_3$  – площадь поперечного сечения ступени 3

Тогда размер сечения для ступени 2 определится из выражения:

$$h_3 \geq \sqrt{\frac{N_{III}}{[\sigma]}} \quad (4)$$

Подставляя числовые данные в выражения (2) и (3), определим размеры поперечных сечений стержня, при которых прочность бруса будет обеспеченной.

$$h_1 = \sqrt{\frac{6 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^6}} = 0.0055 \text{ (м) или } 6 \text{ мм}$$

$$h_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^6}} = 0.0045 \text{ (м) или } 5 \text{ мм}$$

$$h_3 = \sqrt{\frac{24 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^6}} = 0.0109 \text{ (м) или } 11 \text{ мм}$$

Ответ:  $h_1 = 6 \text{ мм}$ ,  $h_2 = 5 \text{ мм}$ ,  $h_3 = 11 \text{ мм}$

## 5 СОВРЕМЕННЫЕ СРЕДСТВА ВЫПОЛНЕНИЯ ЧЕРТЕЖЕЙ И ПОДГОТОВКИ КОНСТРУКТОРСКО- ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ДОКУМЕНТАЦИИ

### 5.1 Построение трехмерной модели вала средствами САПР

#### Задание

1 Построить трехмерную модель вала в соответствии со схемой, изображенной на рис. 5.1, выбирая номер варианта с численными значениями параметров из табл. 5.1, двумя приведенными в методическом пособии способами.

2 На каждой ступени вала построить фаску  $1 \times 45^\circ$ .

3 Между всеми ступенями вала построить радиусы скругления 1 мм.

4 Построить на валу два шпоночных паза на ступенях вала № 3 и № 5 в соответствии с ГОСТ 23360-78, используя рис. 2 и численные данные табл. 5.2. В табл. 5.1 указан угол между двумя шпоночными пазами. Располагать шпоночный паз симметрично относительно ступени вала.

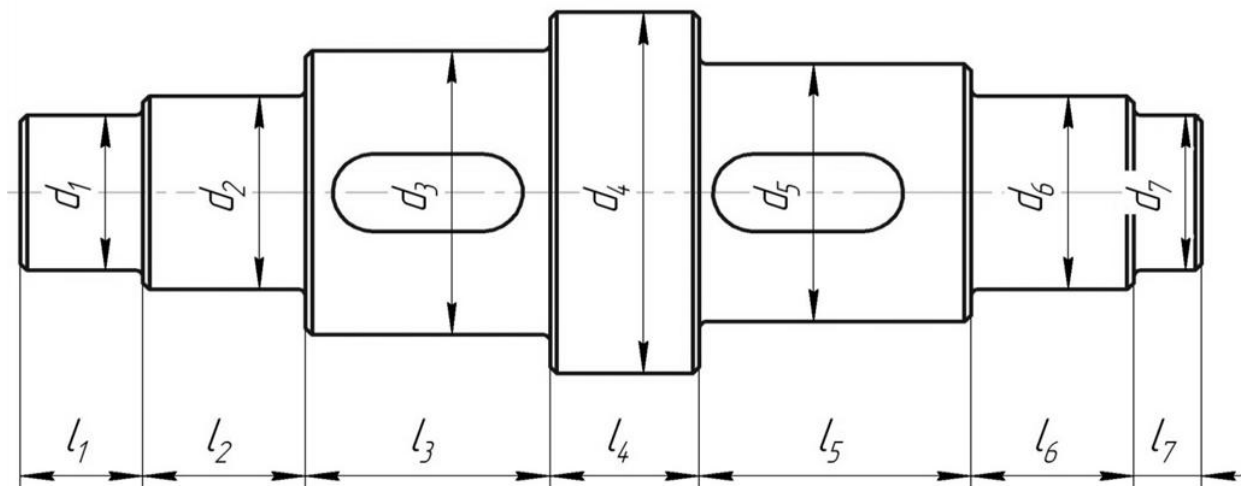


Рис. 5.1 Схема вала

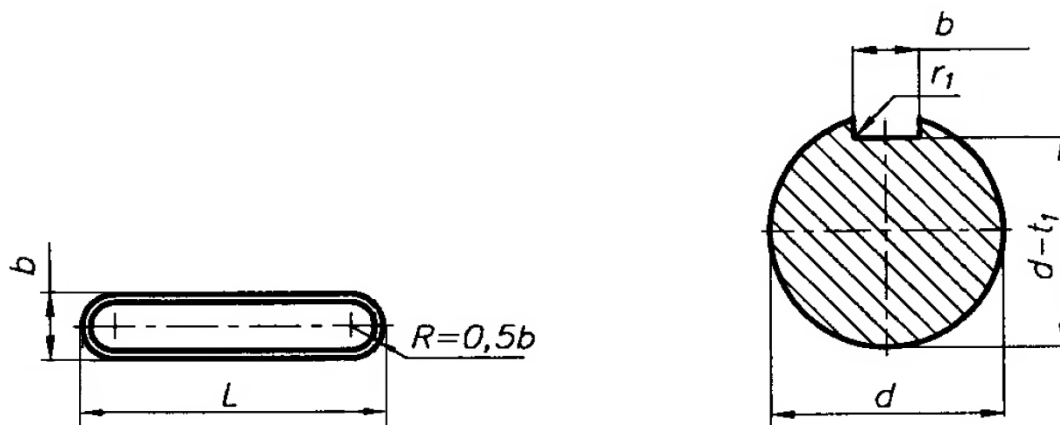


Рис. 5.2 Выполнение шпоночного паза на валу

Табл. 5.2 - Размеры сечений шпоночных пазов, мм

<b>d</b>		<b>b</b>	<b>L</b>	<b>t<sub>1</sub></b>
<b>Св.</b>	<b>до</b>			
6	8	2	6÷20	1,2
8	10	3	6÷36	1,8
10	12	4	8÷45	2,5
12	17	5	10÷56	3,0
17	22	6	14÷70	3,5
22	30	8	18÷90	4,0
30	38	10	22÷110	5,0
38	44	12	28÷140	5,0

$l_2=l_6=L_v+B$ , где  $L_v$  – длина втулки,  $B$  – ширина подшипника качения.

Табл. 1 - Численные значения параметров вала


№	$d_1$	$d_2, d_6$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	$d_7$	$l_1$	$l_3$	$l_4$	$l_5$	$l_7$	$L_v$	∠ между шпоночными пазами, °
1	7	8	10	16	11	6	12	14	5	13	12	8	0
2	10	12	14	20	16	8	16	21	11	16	18	10	90
3	8	10	12	20	14	7	15	18	6	16	16	6	180
4	13	15	18	26	20	11	13	20	10	18	14	5	0
5	12	17	20	30	24	14	10	18	16	22	17	7	90
6	7	10	13	18	12	8	18	14	11	18	14	9	180
7	7	9	11	17	12	6	14	18	13	12	14	10	0
8	14	20	24	34	28	16	11	22	11	24	20	12	90
9	18	25	30	38	32	20	15	28	10	30	13	11	180
10	9	12	16	24	17	10	14	18	7	16	20	10	0
11	12	15	20	26	18	13	12	20	12	18	19	12	90
12	6	9	12	20	13	7	17	14	11	16	22	7	180
13	18	20	26	35	28	19	14	24	10	22	14	8	0
14	13	17	22	28	20	12	13	18	8	20	20	9	90
15	17	20	28	34	24	15	17	22	11	24	17	6	180
16	6	10	14	19	13	8	10	14	9	18	12	10	0
17	11	15	21	27	20	13	12	18	10	20	11	9	90
18	8	12	17	23	16	10	14	20	12	14	10	6	180
19	6	9	13	18	11	5	12	14	7	12	17	7	0
20	5	8	11	17	10	7	14	18	10	14	10	10	90



## Ход выполнения работы

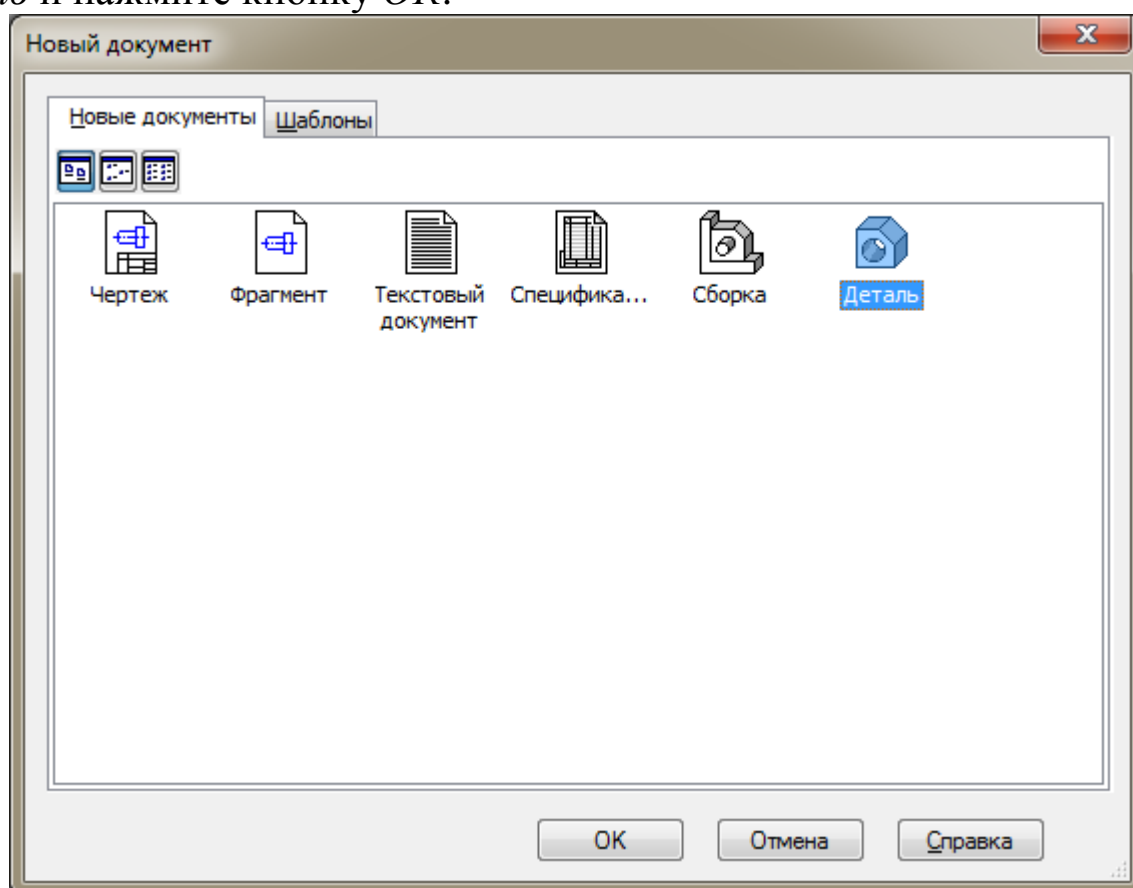
Рассмотрим построение трехмерной модели вала со следующими численными значениями параметров (мм):  $d_1=24$ ,  $d_2=30$ ,  $d_3=44$ ,  $d_4=56$ ,  $d_5=40$ ,  $d_6=30$ ,  $d_7=24$ ,  $l_1=18$ ,  $l_2=24$ ,  $l_3=36$ ,  $l_4=22$ ,  $l_5=40$ ,  $l_6=24$ ,  $l_7=10$ . Угол между шпоночными пазами  $0^0$ .


### Создание файла детали

Для создания новой детали выполните команду *Файл – Создать* или нажмите кнопку *Создать*  на панели *Стандартная*.



В диалоговом окне укажите тип создаваемого документа *Деталь* и нажмите кнопку *ОК*.



На экране появится окно новой детали. Нажмите кнопку *Сохранить*  на панели *Стандартная*.

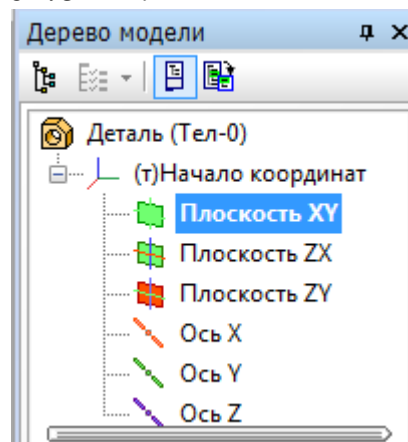
В поле *Имя файла* диалогового окна сохранения документов введите имя детали - Вал.

Нажмите кнопку *Сохранить*.

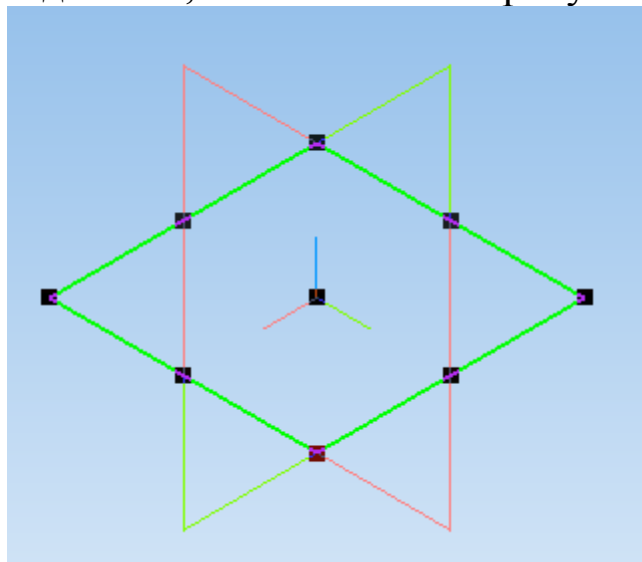
В окне *Информация о документе* просто нажмите кнопку *ОК*. Поля этого окна заполнять не обязательно.


## Построение тела вращения. Способ 1

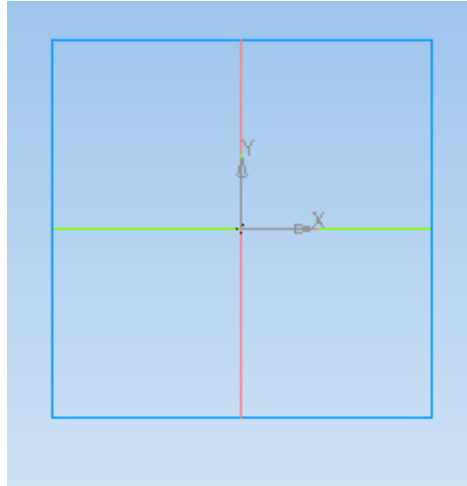
Выберите плоскость, в которой будете делать эскиз, в *Дереве модели*, например, *Плоскость XY*.





При этом она выделится, как показано на рисунке.

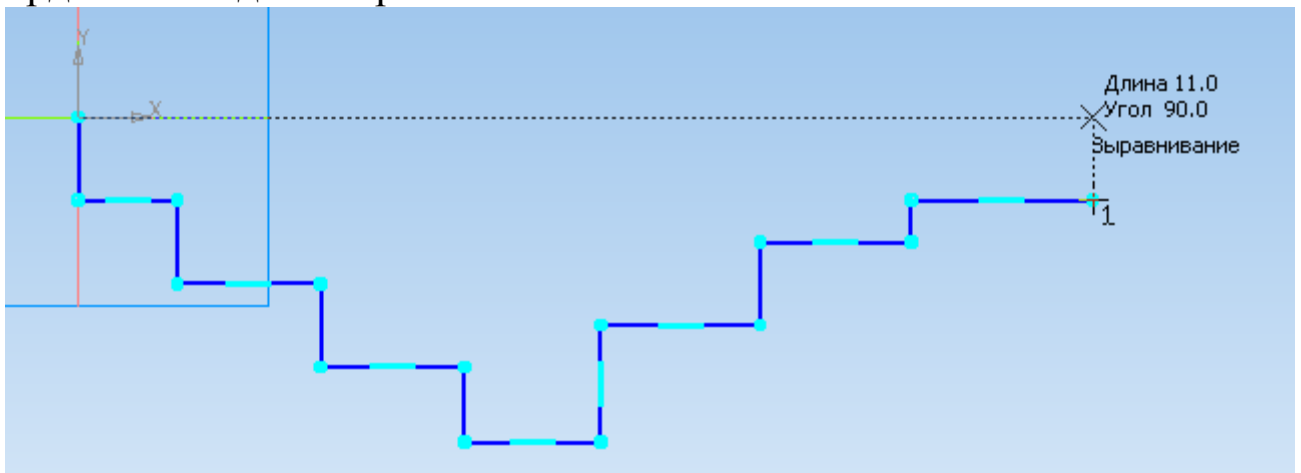



На верхней панели нажмите кнопку *Создать эскиз* . *Плоскость XY* примет вид:

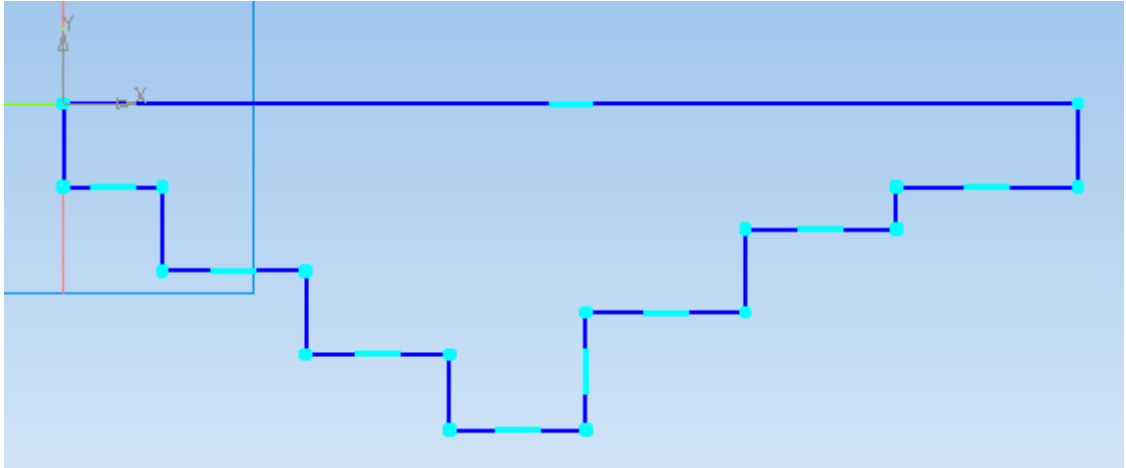





Нажмите кнопку *Непрерывный ввод объектов*  на панели инструментов *Геометрия* .



Из точки начала координат постройте замкнутую ломаную линию, по вертикали откладывая приблизительные значения радиусов ступеней вала, а по горизонтали – приблизительные длины ступеней. Так как вал состоит из 7 ступеней, в эскизе должно быть 7 горизонтальных участков. Причем при указании положения последней точки контура, необходимо добиться срабатывания привязки *Выравнивание*, обеспечивающей расположение строящейся точки и начала координат на одной горизонтальной линии.



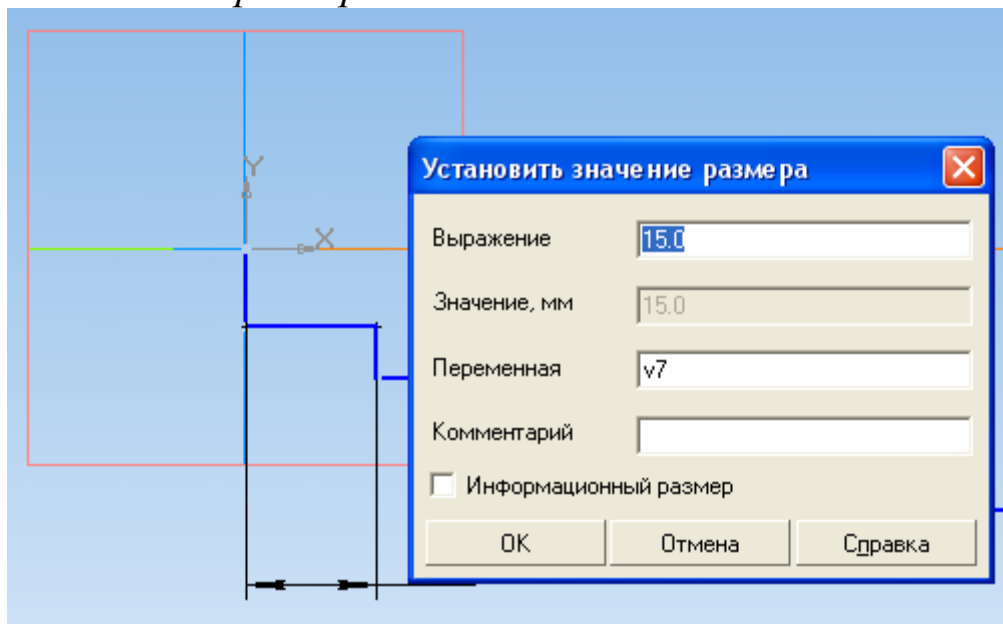
Чтобы замкнуть линию, нажмите на панели свойств команду *Замкнуть* .





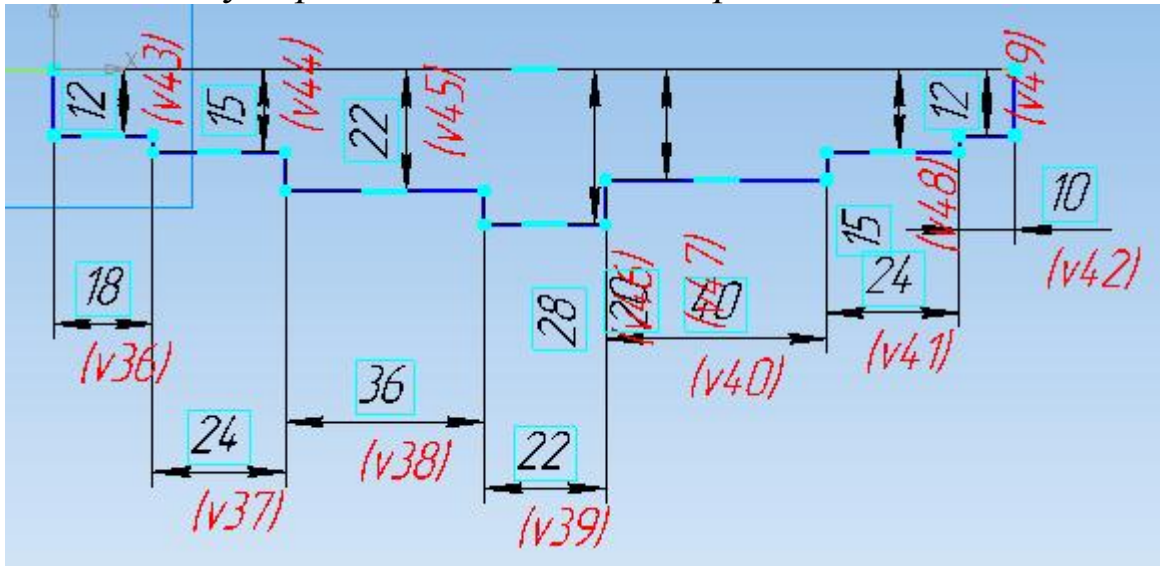
Если отрезки линий получились наклонными, на панели управления *Параметризация*  выберите *Горизонтальность*  или *Вертикальность*  и щелкните по наклонному отрезку левой клавишей мыши.

Для получения точной геометрии контура нужно проставить размеры. Для этого на панели инструментов *Размеры*  выберите подпункт *Линейные размеры*  и установите требуемые значения размеров отрезков линий. Размеры проставляются между двумя точками контура вала. Для простановки вертикальных размеров точкой отсчета является начало координат.

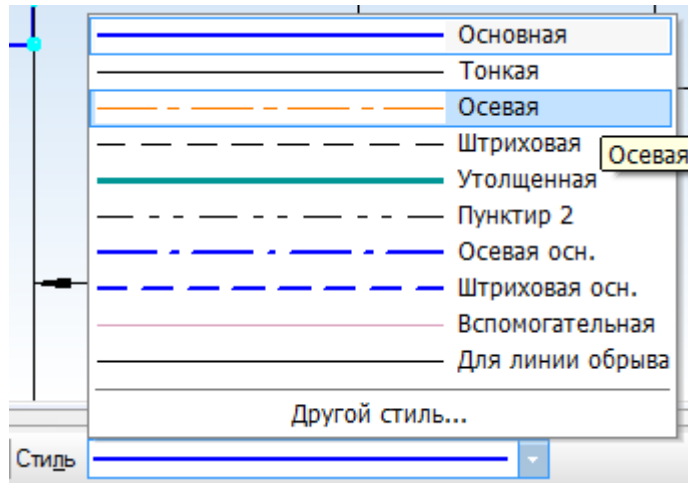
Численное значение размера задается в поле *Выражение* окна *Установить значение размера*. После этого нажимаем *ОК*.





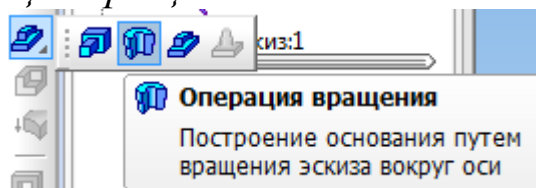
Для придания размерам нужной ориентации на панели свойств нажмите кнопку *Вертикальный*  или *Горизонтальный* .




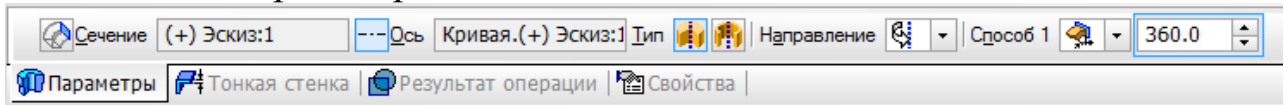
Измените стиль горизонтального отрезка, являющегося проекцией оси вала, с *Основная* на *Осевая*. Этот отрезок будет выполнять роль оси вращения. Для этого на отрезке выполните двойной щелчок левой клавишей мыши и на панели свойств в списке окна *Стиль* выберите *Осевая*.




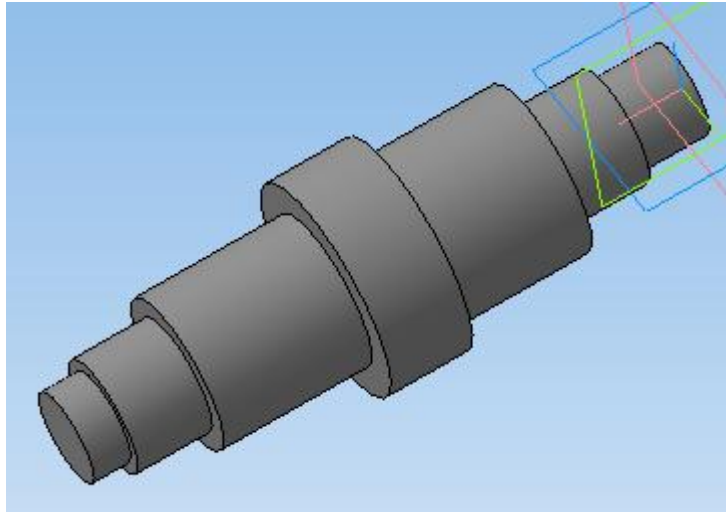
Подтвердите выбор стиля линии, нажав на панели свойств *Создать объект* . На панели инструментов *Редактирование детали*  нажмите кнопку *Операция вращения*.



Для построения сплошного тела нажмите кнопку *Сфероид*  на закладке *Параметры* панели свойств.

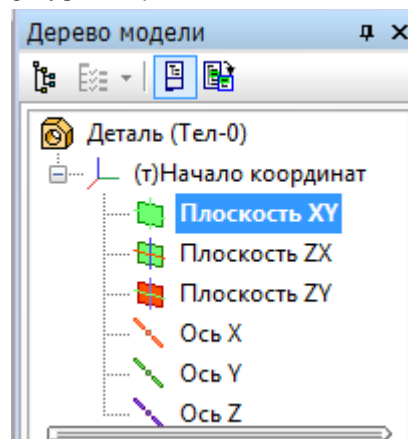


Нажмите кнопку *Создать объект*  – система выполнит построение тела вращения.

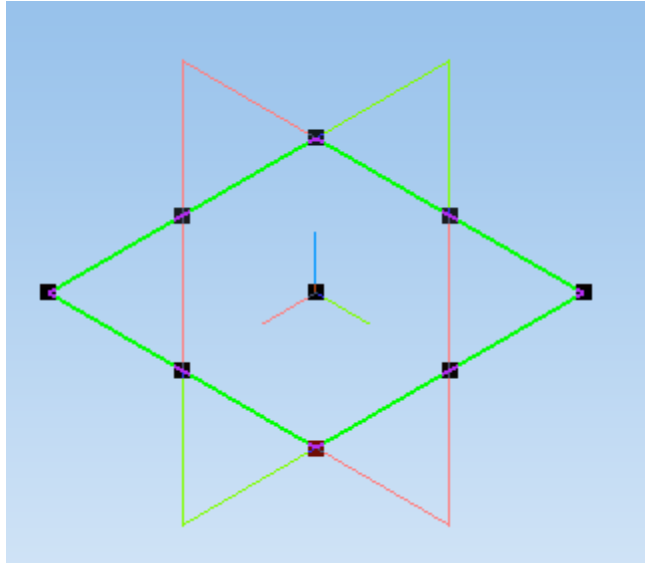



## Построение тела вращения. Способ 2

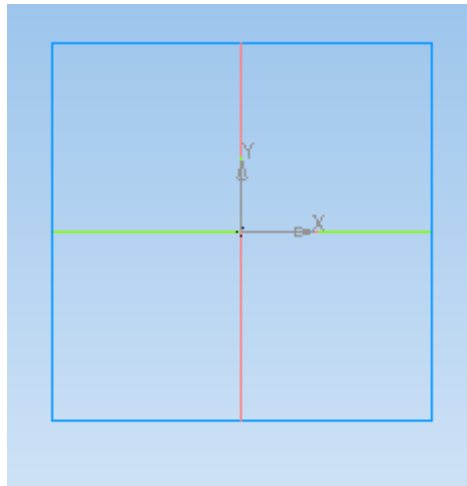
Выберите плоскость, в которой будете делать эскиз, в *Дереве модели*, например, *Плоскость XY*.







При этом она выделится, как показано на рисунке.

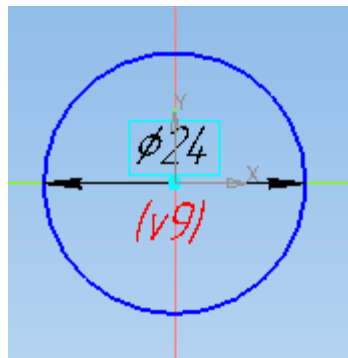


На верхней панели нажмите кнопку *Создать эскиз* . *Плоскость XY* примет вид:

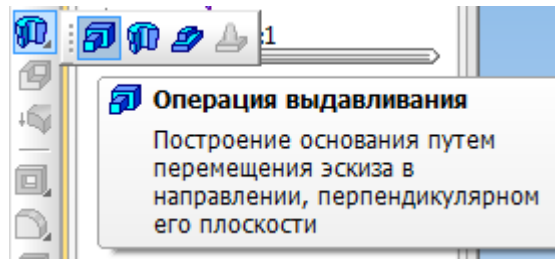


На панели инструментов *Геометрия*  выберите вкладку *Окружность* . Постройте окружность произвольного диаметра, центр которой совпадает с началом координат.

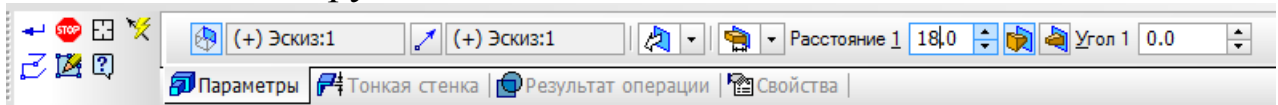
Используя вкладку *Диаметральный размер*  на панели инструментов *Размеры* , задайте окружности диаметр, соответствующий диаметру вала  $d_1$ .




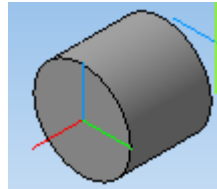
На панели инструментов *Редактирование детали*  выберите операцию *Выдавливание* .



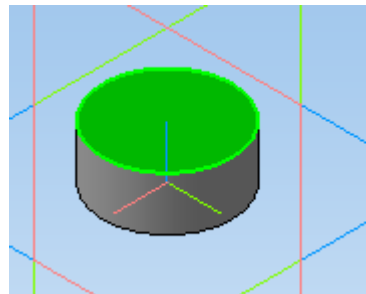
На панели свойств укажите расстояние ( $l_1$ ), на которое необходимо выдавить окружность.



Нажмите кнопку *Создать объект*  на панели свойств.



Выберите плоскость, на которой необходимо эскиз следующей ступени вала.

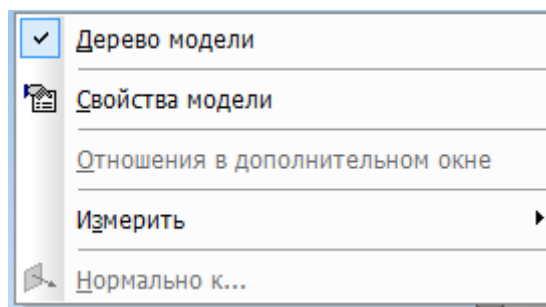


Повторите ранее указанные операции, надстраивая вал и изменяя диаметр и расстояние выдавливания до  $d_7$  и  $l_7$ .

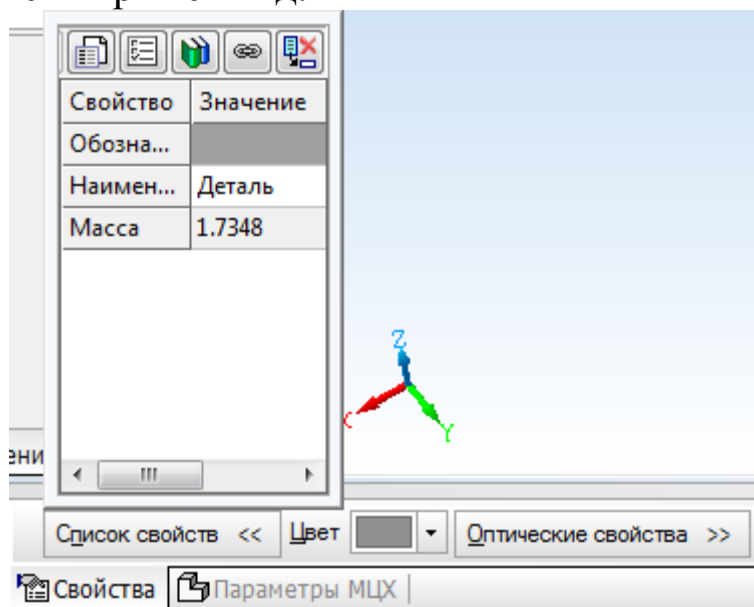
### Определение свойств детали

Щелкните правой клавишей мыши в любом пустом месте окна модели. Из контекстного меню выполните команду *Свойства*.





Панель свойств примет вид.



Введите наименование детали в окне *Наименование* на панели свойств.

Введите обозначение детали в окне *Обозначение* на панели свойств.

Обозначение детали выполняется в соответствии с примером.

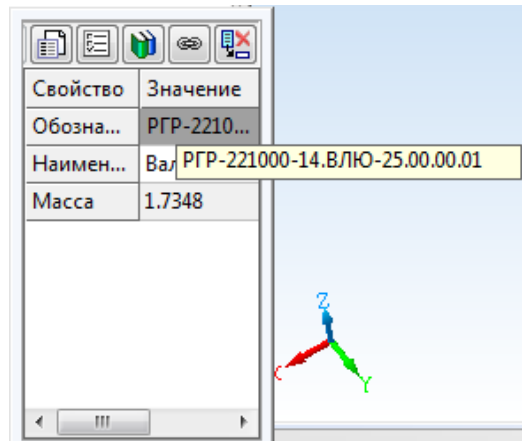
РГР-221000-10.ВЛЮ-25.00.00.XX

10 – год выполнения РГР,

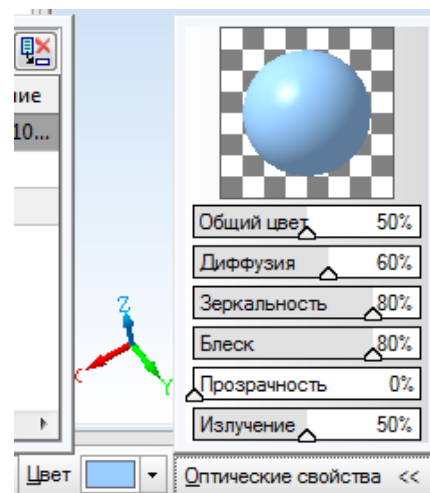
ВЛЮ – Ф.И.О.,


25 – номер варианта,

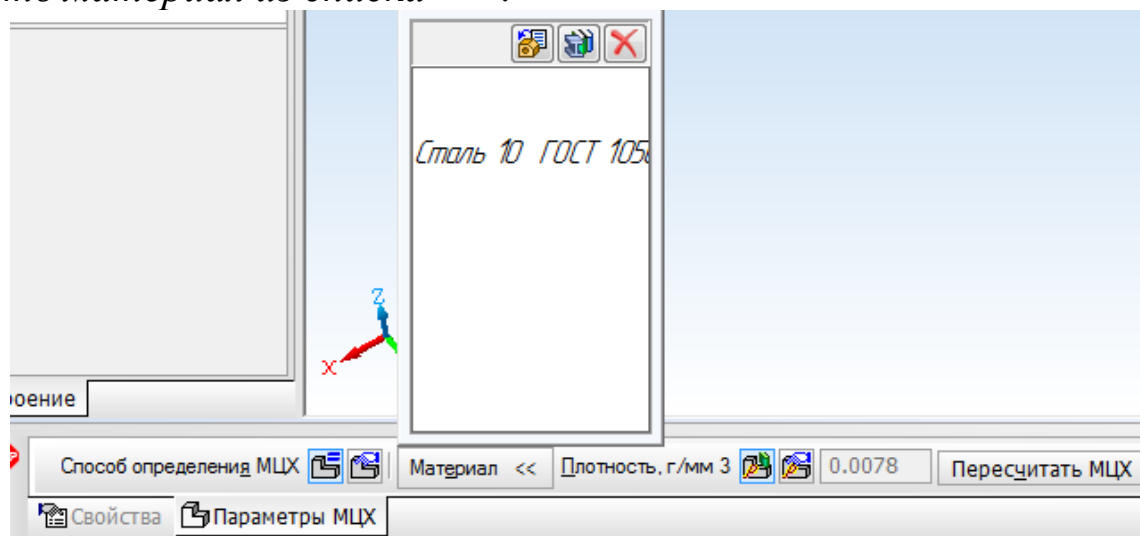
XX – номер детали.



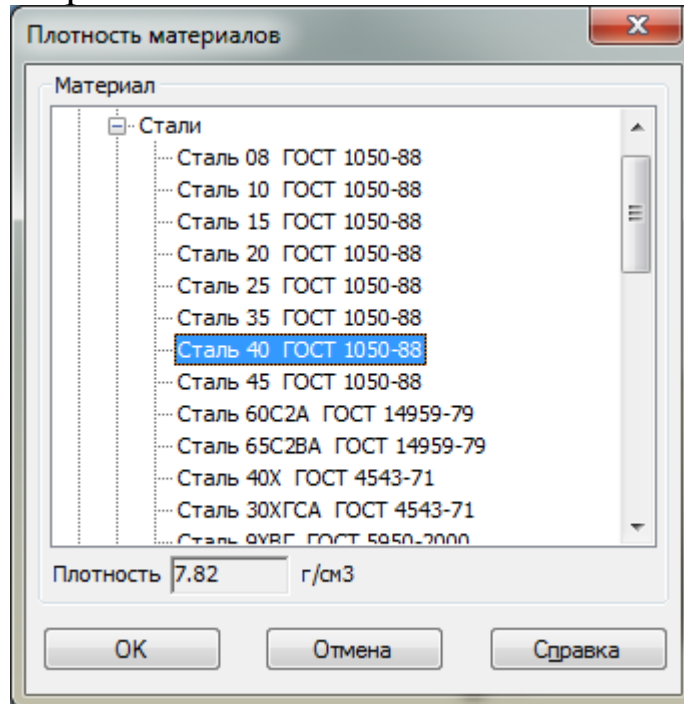
Определите цвет детали в окне *Цвет*, зеркальность, блеск, прозрачность в окне *Оптические свойства* для лучшего различения деталей на сборках.




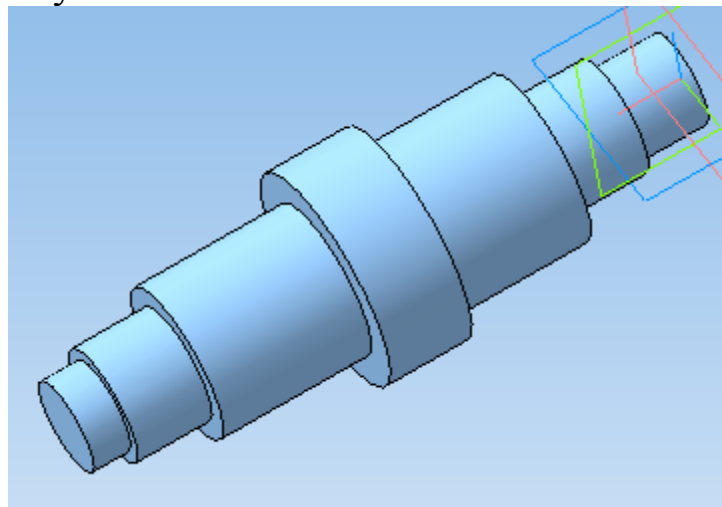
Для определения материала, из которого изготовлена деталь, переключитесь на вкладку *Параметры МЦХ* нажмите кнопку *Выбрать материал из списка* .



В окне *Плотность материалов* раскройте необходимый раздел и укажите марку материала.




Нажмите *OK*. Для завершения диалога определения свойств детали нажмите кнопку *Создать объект* .

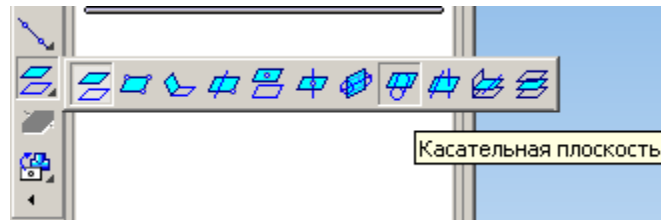


### **Создание шпоночного паза. Построение касательной плоскости**

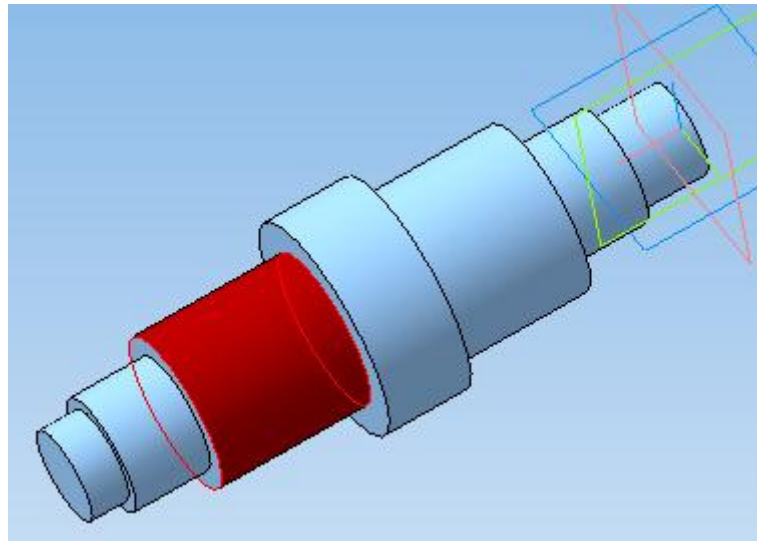
Для создания шпоночного паза нужно построить вспомогательную плоскость для размещения его эскиза. Эта плоскость должна

быть касательной к цилиндрическому участку вала, на котором нужно построить паз.

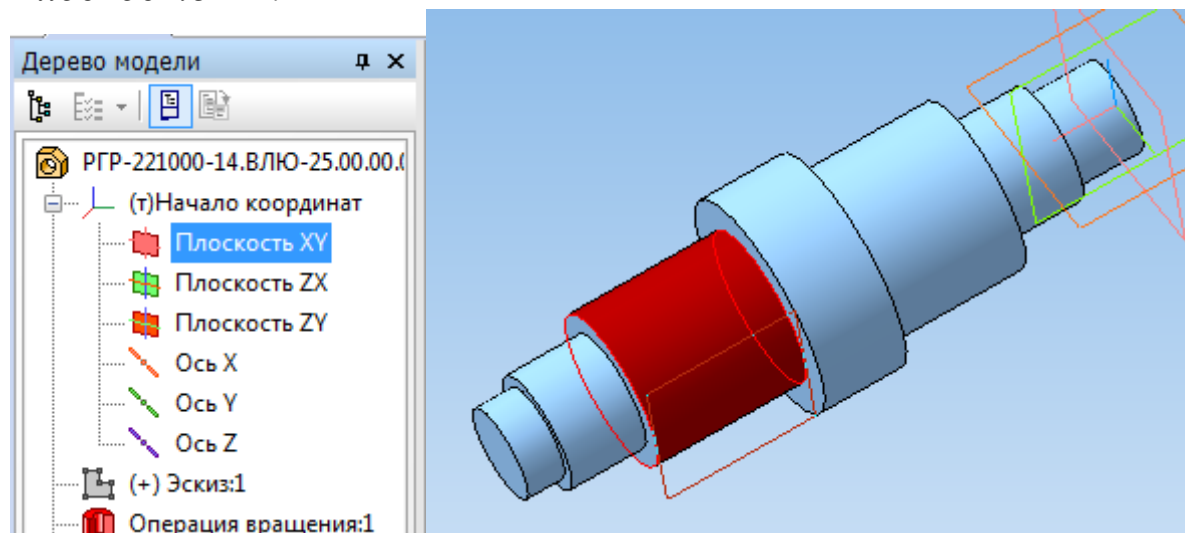
На панели инструментов выберите *Вспомогательная геометрия* . В раскрывающемся списке *Смещенная плоскость* выберите *Касательная плоскость*.



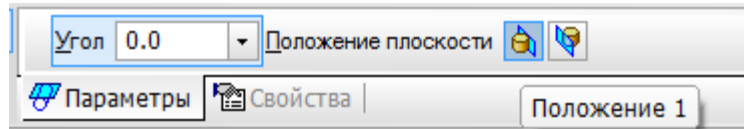
Укажите цилиндрическую поверхность вала, нажав по ней левой клавишей мыши.




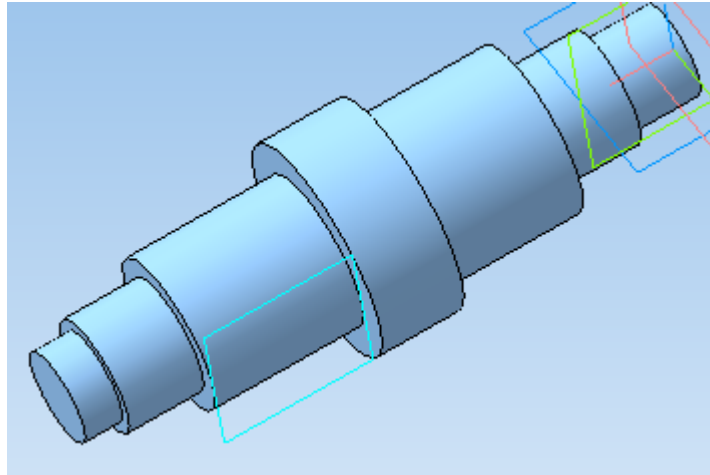
В *Дереве модели* укажите плоскость, относительно которой необходимо построить касательную плоскость. В данном случае это *Плоскость XY*.




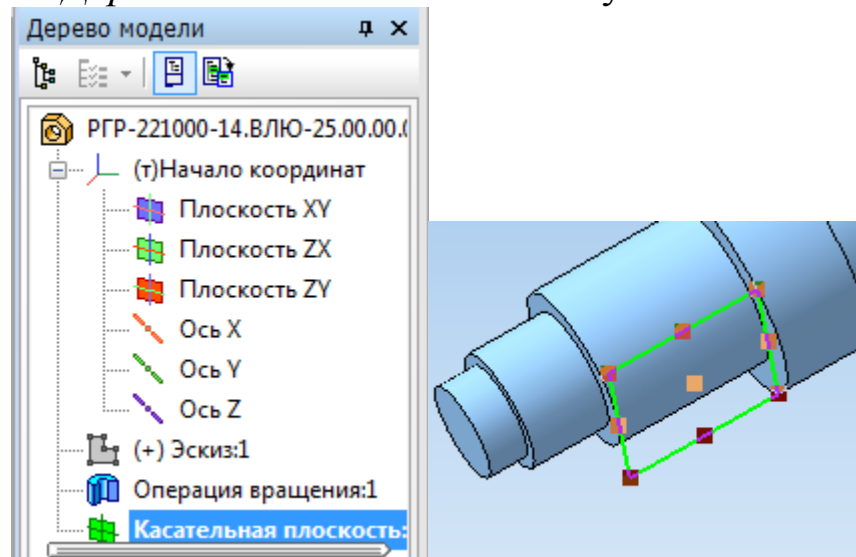
Для окончательного выбора нужного варианта размещения касательной плоскости нажмите кнопку *Положение 1* или *Положение 2* на панели свойств.




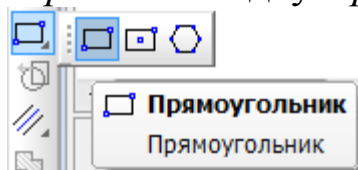
Нажмите кнопку *Создать объект*  – система выполнит построение касательной плоскости.

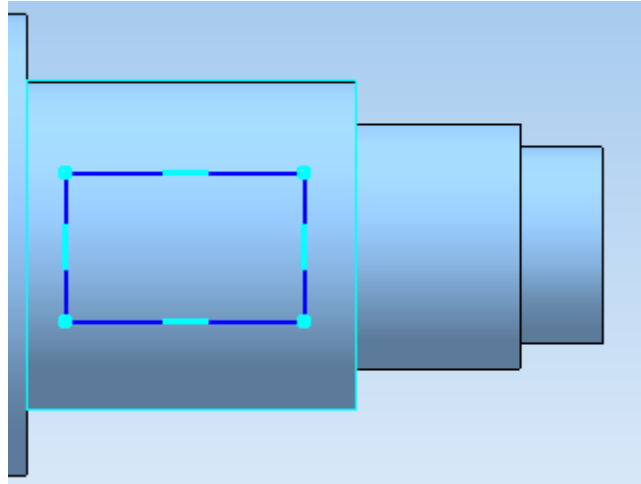



На касательной плоскости постройте эскиз, выделив касательную плоскость в *Дереве модели* и нажав кнопку *Эскиз* .

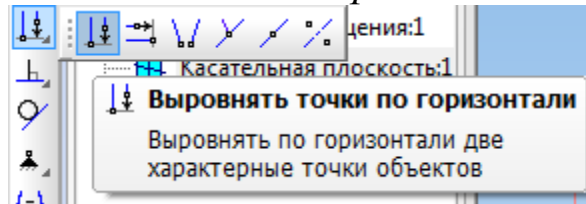


Начертите прямоугольник произвольного размера, выбрав на панели инструментов *Геометрия*  вкладку *Прямоугольник*.

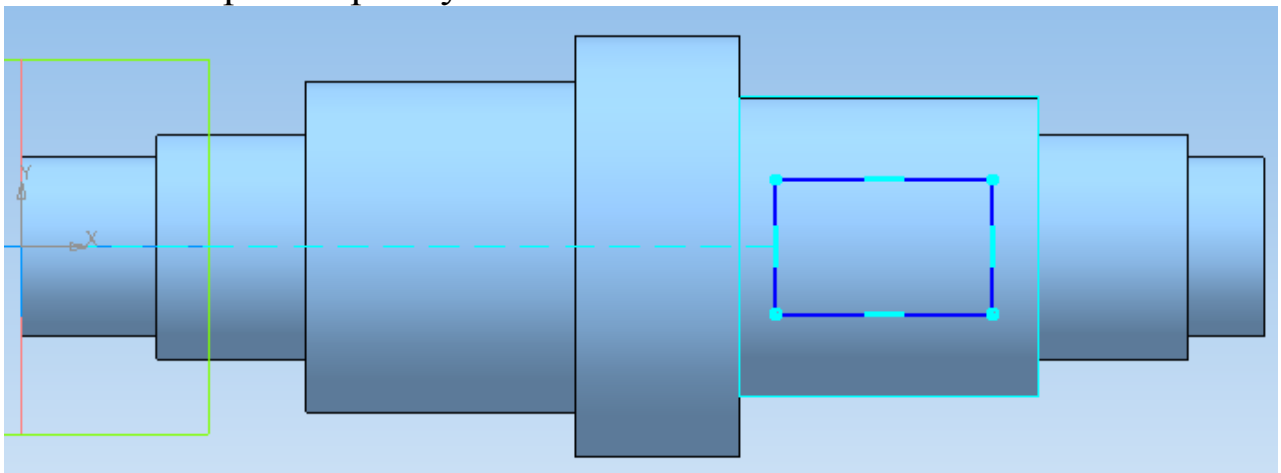






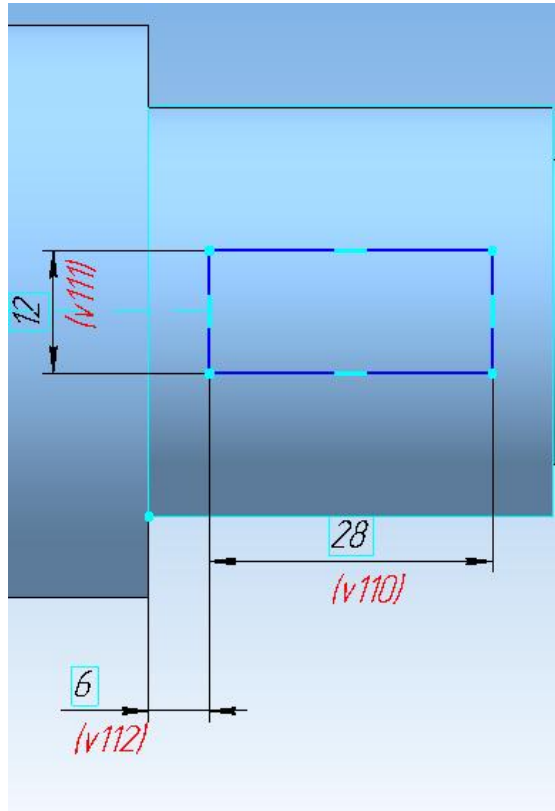
Для того чтобы шпоночный паз располагался симметрично относительно оси вала, зайдите на панель *Параметризация*  и выберите команду *Выровнять точки по горизонтали*.





Первой точкой укажите начало координат, а второй – середину боковой стороны прямоугольника.



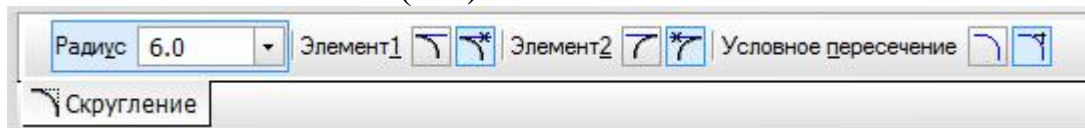
Проставьте размеры длины ( $L$ ) и ширины ( $b$ ) прямоугольника, выбрав на панели инструментов *Размеры*  подпункт *Линейные размеры* , а также размер для размещения шпоночного паза относительно ступени вала.



### Построение радиусов скругления в эскизе

Постройте радиусы скругления шпоночного паза. Для этого на панели *Геометрия*  выберите пункт *Скругление* .

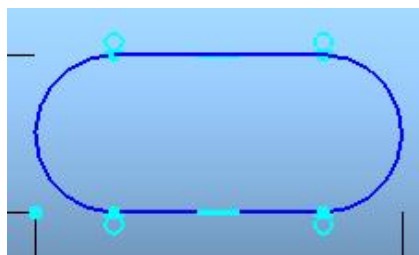
На панели свойств задайте радиус скругления, равный половине ширины шпоночного паза ( $b/2$ ).





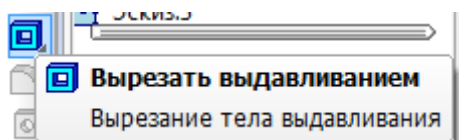
Выделите левой клавишей мыши две смежные стороны прямоугольника. Система автоматически построит радиус скругления.





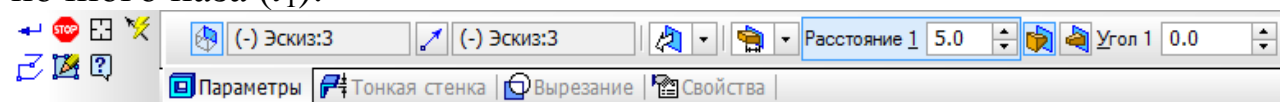
Аналогичным образом строим все радиусы скругления.




Закройте эскиз, нажав . На панели инструментов выберите *Редактирование детали*  и затем операцию *Вырезать выдавливанием*.





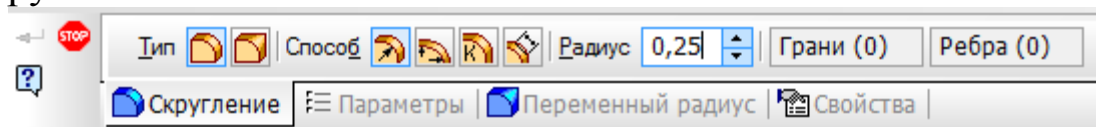
На нижней панели укажите свойства операции выдавливания: прямое направление , на расстояние  равное глубине шпоночного паза ( $t_1$ ).



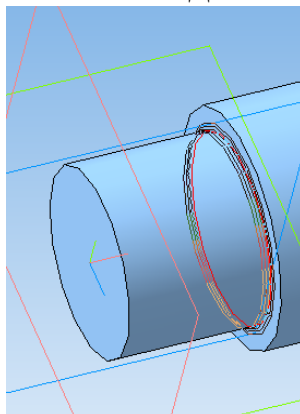
Нажмите *Создать объект* . Аналогичным образом постройте второй шпоночный паз.

## Построение радиусов скругления в трехмерной модели


Для выполнения радиусов скругления между ступенями вала на вкладке панели инструментов *Редактирование детали*  выберите операцию *Скругление* . На панели свойств задайте значение радиуса скругления.

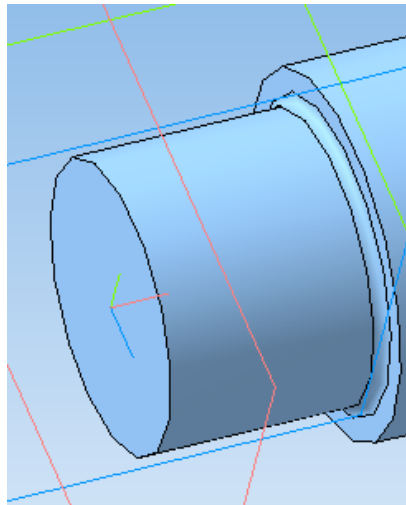


Укажите ребро, которое необходимо скруглить.

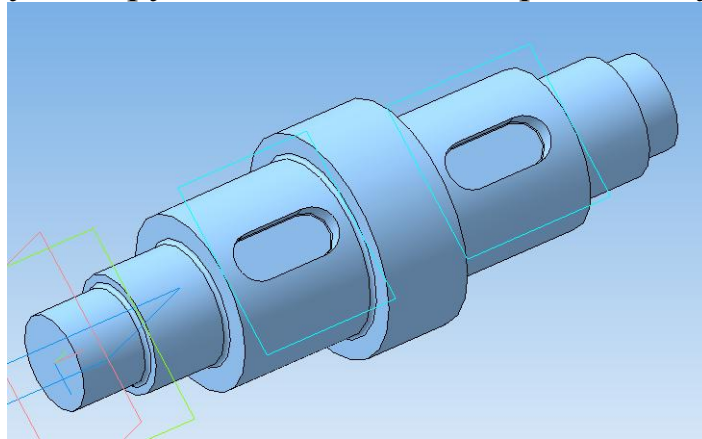






Нажмите *Создать объект* .



Постройте радиусы скругления на каждой границе ступеней вала.

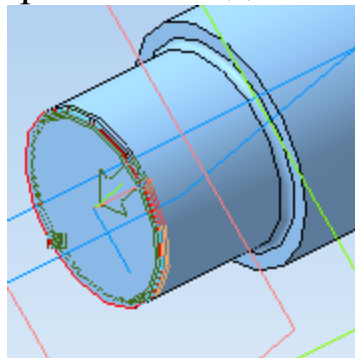


## Построение фасок

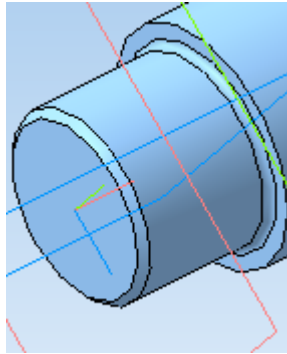
На панели инструментов выберите *Редактирование детали*  и затем операцию *Фаска* . На панели свойств задайте длину фаски 1 мм.



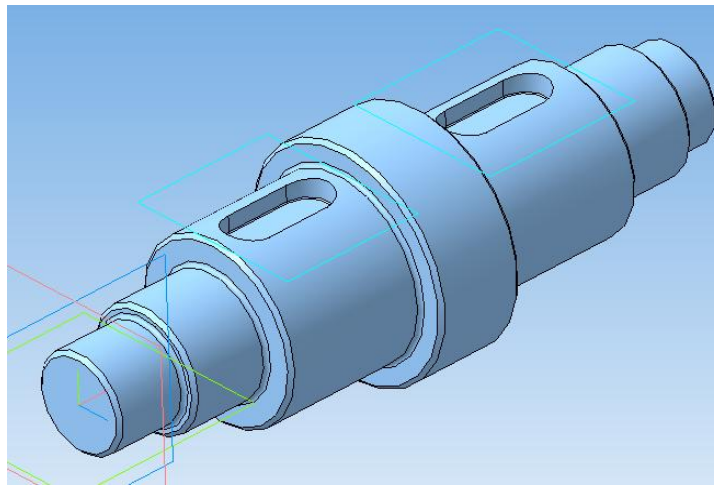
Выделите ребро, на котором необходимо создать фаску.



Нажмите кнопку *Создать объект* 



Аналогичным образом постройте фаски на всех ребрах ступеней вала.



### Контрольные вопросы

1. Укажите способы построения трехмерных моделей тел вращения.
2. Поясните способ построения трехмерной модели вала с использованием операции «Вращение».
3. Поясните способ построения трехмерной модели вала с использованием операции «Выдавливание».
4. Какие операции используются при построении фасок на ступенях вала?
5. Какие операции используются при построении радиусов скругления между ступенями вала?
6. Поясните последовательность операций при построении шпоночного паза на ступени вала.
7. Какие параметры детали можно задать в окне «Свойства»?
8. Для построения какого элемента на валу требуется касательная плоскость?

## РЕКОМЕНДУЕМЫЙ СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яцун, С.Ф. Кинематика, динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры : учебное пособие: С.Ф. Яцун, В.Я. Мищенко, Е.Н.Политов – М : Альфа-М : ИНФРА-М, 2015.-208с.
2. Локтионова, О.Г. Лекции по теоретической механике: учебное пособие / О.Г. Локтионова, С.Ф. Яцун, О.В. Емельянова; Юго-Зап. Гос. Ун-т. Курск, 2014.-188с.
3. Основы механики : учебное пособие / С. Ф. Яцун [и др.]. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ИНФРА-М, 2021. - 248 с.
4. Яцун, С.Ф. Основы функционирования технических систем : учебное пособие / С. Ф. Яцун, А. Н. Рукавицын, Е. Н. Политов ; Юго-Западный государственный университет. - Курск : Университетская книга, 2019. - 195 с.
5. Манжосов, В.К. Механика [Электронный ресурс]: учебно-практическое пособие / В.К. Манжосов, О.Д. Новикова, А.А. Новиков; Ульяновск : УлГТУ, 2012. - 342 с. : ил., табл., схем. - Библ. в кн. - Университетская библиотека online:  
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=363451>
6. Большаков В.П., Бочков А.Л. Основы 3D-моделирования. – Питер. – 2012. - 304 с.
7. Большаков В.П., Тозик В.Т., Чагина А.В. Инженерная и компьютерная графика. - БХВ-Петербург. – 2012. - 208 с.
8. КОМПАС 3D V15. Руководство пользователя. – АСКОН. - 2014. – 526 с.
9. Ганин Н.Б. Трехмерное проектирование в КОМПАС-3D. - ДМК-Пресс. – 2012. - 784 с.
10. Герасимов А.А. Новые возможности КОМПАС-3D V13. Самоучитель. - БХВ-Петербург. – 2011. - 288с.