МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
____________ О.Г. Локтионова
«21» 02 2018г

ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ

Методические указания и индивидуальные задания к модулю

Курск 2018

УДК 510 (083)

Составитель А.В.Бойков

Рецензент
Кандидат технических наук, доцент кафедры
высшей математики *Д.Н.Тютюнов*

Числовые ряды: методические указания и индивидуальные задания к модулю / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: А.В.Бойков. Курск, 2018. 62с. табл. 8. Библиогр.: с. 62

Излагаются методические рекомендации по выполнению модулю, в том числе и с использованием программного продукта MATHCAD, приведены индивидуальные задания для студентов.

Работа предназначена для студентов технических и экономических специальностей.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 21.05.18. Формат 60х84 1/16.
Усл. печ. л. 3,6. Уч.-изд. л. 3,3.Тираж 100 экз. Заказ 2001. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

Содержание

Введение

Цель преподавания математики в вузе – ознакомить студентов с основами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач; привить студентам умение самостоятельно изучать учебную литературу по математике и ее приложениям; развить логическое мышление и повысить общий уровень математической культуры; выработать навыки математического исследования прикладных вопросов и умение перевести задачу на математический язык.

Важным фактором усвоения математики и овладения ее методами является самостоятельная работа студента.

В Юго-Западном государственном университете самостоятельная работа студентов организуется на основе положения о бально-рейтинговой системе оценки качества освоения основных образовательных программ и имеет модульную структуру. Опыт нашего и других вузов показывает, что эта система активизирует самостоятельную работу студентов и способствует более глубокому изучению курса математики.

Предлагаемые методические указания являются пособием к одному из модулей этой системы, используемому в течении более двадцати лет в преподавании математики в Юго-Западном государственном университете.

Методические указания посвящены теме “Числовые ряды” и содержат индивидуальные задания (теоретическое упражнение и практические задания), образцы выполнения заданий, контрольные вопросы, рекомендуемую литературу, указания к использованию ЭВМ (Mathcad) при выполнении заданий модуля.

Предусмотрены три уровня сложности заданий модуля. Студент должен выполнить одно теоретическое упражнение и некоторое количество практических заданий, в зависимости от выбранного им (или преподавателем) уровня сложности:

первый уровень - №№ 1-6;
второй уровень - №№ 1-7;
третий уровень - №№ 1-8.

1. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Выбор индивидуального задания к модулю осуществляется по номеру варианта студента n.

1.1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ УПРАЖНЕНИЯ

Выполните теоретическое упражнение номер m, где $m = P_{25}$, если $P_{25} \neq 0$ или $m = 25$, если $P_{25} = 0$. Здесь P_{25} остаток от деления n на 25. (Например, если $n = 37$, то $P_{25} = 12$ и $m = 12$; если $n = 50$, то $P_{25} = 0$ и $m = 25$.)

1. Исследуйте сходимость геометрической прогрессии как ряда.
2. Сформулируйте определения операций над рядами (сумма и разность рядов, умножение ряда на число) и соответствующие теоремы о сходимости рядов. Докажите сходимость и найти сумму ряда $\sum\limits_{k=1}^{\infty}\dfrac{2^{k-1}+3^{k}}{5^{k+1}}$.
3. Что называется остатком ряда? Докажите сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2^{n}}$ и найдите остаток R_5 этого ряда.
4. Что называется остатком ряда? Докажите сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}5^{-n}$ и найдите остаток R_3 этого ряда.
5. Докажите расходимость гармонического ряда.
6. Докажите, что отбрасывание конечного числа членов ряда не влияет на сходимость этого ряда (но влияет на его сумму).
7. Сформулируйте и докажите необходимый признак сходимости ряда.
   Приведите примеры трёх расходящихся рядов, для которых выполняется необходимый признак сходимости.
8. Сформулируйте и докажите признак сравнения рядов с неотрицательными членами. Приведите пример его использования.
9. Сформулируйте и докажите предельный признак сравнения рядов с положительными членами. Приведите пример его использования.

10. Сформулируйте и докажите признак Даламбера. Приведите пример его использования.
11. Докажите, что $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n!}{n^{n-1}} = 0$. Указание: исследуйте сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{n-1}}$ с помощью признака Даламбера, и, затем, воспользуйтесь необходимым признаком сходимости ряда.
12. Докажите, что $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}} = 0$. Указание: исследуйте сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}$ с помощью признака Даламбера, и, затем, воспользуйтесь необходимым признаком сходимости ряда.
13. Сформулируйте и докажите признак Коши (с радикалом). Приведите пример его использования.
14. Сформулируйте и докажите интегральный признак Коши - Маклорена. Приведите пример его использования.
15. Исследуйте сходимость ряда Дирихле (обобщенного гармонического ряда) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$, относительно параметра p.
16. Исследуйте сходимость ряда $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^q n}$, относительно параметра q.
17. Исследуйте сходимость ряда $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln n \ln^r \ln n}$, относительно параметра r.
18. Докажите, что если функция $f(x)$ определена, непрерывна, неотрицательна и не возрастает на промежутке $[a; +\infty)$, $a > 0$, то для остатка $R_n = \sum\limits_{m=n+1}^{\infty} f(m)$, ряда $\sum\limits_{m=m_0}^{\infty} f(m)$ (m_0 и n целые и $n \geq m_0 \geq a$), имеет место оценка $R_n \leq \int\limits_{n}^{+\infty} f(x)dx$.

19. Докажите сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5}$. Какое минимальное число членов этого ряда достаточно учесть, чтобы посчитать его сумму с точностью 0,001? Указание: используйте оценку остатка ряда из задания 18.
20. Докажите сходимость ряда $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln^5 n}$. Какое минимальное число членов этого ряда достаточно учесть, чтобы посчитать его сумму с точностью 0,01? Указание: используйте оценку остатка ряда из задания 18.
21. Сформулируйте определения абсолютной и условной сходимости знакопеременного ряда. Приведите примеры рядов, сходящихся абсолютно и условно. Докажите теорему об абсолютной сходимости.
22. Докажите, что ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n b_n$ сходится абсолютно, если ряды $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n{}^2$ и $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n{}^2$ сходятся. Указание: используйте неравенство $\left(|a_n|-|b_n|\right)^2 \geq 0$.
23. Сформулируйте и докажите признак Лейбница для знакочередующихся рядов. Приведите пример его использования.
24. Докажите оценку $|R_n| < |a_{n+1}|$ остатка R_n знакочередующегося ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, удовлетворяющего условиям признака Лейбница. Какое минимальное число членов ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}$ нужно учесть, чтобы посчитать его сумму с точностью 0,01?
25. Докажите сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n-1}{1-2n}\right)^n$ и определите минимальное число членов этого ряда, учёта которых достаточно, чтобы посчитать сумму ряда с точностью 0,01.

1.2. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1.2.1. Задание 1

Запишите ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ в развернутой форме $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$, если задан общий член a_n ряда. Для этого найдите 5 первых членов ряда. Выражение для общего члена возьмите в табл. 1.1.

Таблица 1.1

n	a_n	n	a_n
1	2	3	4
1	$\frac{n \cdot 2^n}{n!}$	2	$\frac{n^2}{(n+2)!}$
3	$\frac{(-1)^{n+1}}{n^2(n+1)^2}$	4	$\frac{n^2}{n!}$
5	$\frac{(-1)^n}{\sqrt{n(n+1)}}$	6	$\frac{2n-1}{n^2(n+1)^2}$
7	$(-1)^n \cdot \frac{n^2+1}{2^n \cdot n!}$	8	$\frac{7 \cdot 13 \cdot 19 \cdot \ldots \cdot (6n+1)}{(n^3)!}$
9	$(-1)^{n+1} \cdot \frac{n^2+1}{2^n}$	10	$\frac{n+1}{3n}$
11	$(-1)^n \cdot (2n-1)(2n+5)$	12	$\frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot (3n-2)}{2 \cdot 7 \cdot 12 \cdot \ldots \cdot (5n-3)}$
13	$(-1)^n \cdot \frac{1+2^n}{n^3}$	14	$\frac{1}{n^2} \cdot \sin\frac{\pi}{2^n}$
15	$\frac{-1+2 \cdot (-1)^{n+1}}{n!}$	16	$\frac{\cos\frac{2\pi n}{3}}{\sqrt{n^2+1}}$
17	$(-1)^{n+1} \cdot \frac{n^2}{3^n \cdot (n+2)!}$	18	$\frac{\ln n}{n}$
19	$(-1)^{n+1} \cdot \frac{n+2}{2^{n^2}}$	20	$\frac{1}{(n+1)+\sin n}$

Продолжение табл. 1.1

1	2	3	4
21	$(-1)^n \cdot \frac{n \cdot 3^{n+1}}{2^n}$	22	$n^{\frac{1}{n^2+1}}$
23	$(-1)^n \cdot \frac{n^2+1}{n^3+1}$	24	$\frac{n(n+2)}{n!}$
25	$2n \cdot \mathrm{tg}\,\frac{1}{3^n}$	26	$\frac{n!}{3^n \cdot n}$
27	$\frac{n^3}{(n+1)!}$	28	$\frac{(-1)^n \cdot n^2}{(n+1)^2}$
29	$\frac{3n+1}{n!}$	30	$\frac{2n+2}{n^2(n+1)^2}$
31	$\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n(n+1)(n+2)}}$	32	$\frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)}$
33	$\frac{n!}{10^n}$	34	$\frac{n+5}{(2n)!}$
35	$(-1)^n \cdot \frac{(2n+1)(2n-1)}{n}$	36	$(-1)^{n+1} \cdot \frac{1+3^n}{n^2}$
37	$\frac{1}{n} \cdot \sin\frac{\pi n}{3^n}$	38	$\frac{n!}{\ln(n+1)}$
39	$\left(\frac{3}{4}\right)^n \cdot (n+2)^2$	40	$\frac{(-1)^{n-1} \cdot n^{n-1}}{n!}$
41	$\frac{\cos\frac{\pi}{2^n}}{\sqrt{n \cdot 2^n}}$	42	$\frac{(-1)^n}{(n+2)+\cos(n+1)}$
43	$\frac{1}{2n^2} \cdot \mathrm{arctg}\frac{1}{n^2}$	44	$\frac{n(n-1)(n-2)}{n!}$
45	$(-1)^n \cdot \frac{n+1}{n^2+1}$	46	$\frac{\ln n^2}{n^2+2}$
47	$5n \cdot \mathrm{tg}\,\frac{1}{5^n}$	48	$\frac{n!}{n^3+1}$
49	$\frac{(-1)^n \cdot 3 - 1}{n^2}$	50	$\frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot (3n-2)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot \ldots \cdot (2n+5)}$

Продолжение табл. 1.1

1	2	3	4
51	$\dfrac{\cos^2 3n}{3^n+1}$	52	$\dfrac{(-1)^n\cdot 2^n}{n\sqrt{n}}$
53	$\dfrac{\ln(n^{n+1})}{n^3+1}$	54	$(-1)^{n+1}\cdot \operatorname{arctg}\dfrac{1}{n^n}$
55	$n^{\frac{1}{(n+1)^2}}$	56	$(-1)^n\cdot\dfrac{n\cdot 2^n}{3^{n+1}}$
57	$\dfrac{n^n}{(n!)^2}$	58	$\left(\dfrac{2}{5}\right)^n\cdot(n+1)$
59	$\dfrac{n^3}{1+\cos(n^2)}$	60	$(-1)^{n+1}\cdot 2n(n^2+1)$
61	$\dfrac{(-1)^n\cdot n}{\operatorname{tg}(n+1)^2}$	62	$\dfrac{1}{\ln\ln(n+2^n)}$
63	$\dfrac{1}{n^2}\cdot\sin\dfrac{\pi}{n^2+1}$	64	$(-1)^{n+1}\cdot 3n(3n+1)$
65	$\dfrac{2n+1}{(2n)!}$	66	$(-1)^n\cdot\dfrac{n^2-1}{2^n-1}$
67	$\dfrac{1}{n^2}\cdot\ln\dfrac{n^2+1}{2}$	68	$\dfrac{2\cdot 5\cdot 8\cdot\ldots\cdot(3n-1)}{4\cdot 7\cdot 10\cdot\ldots\cdot(3n+1)}$
69	$\dfrac{(-1)^{n+1}}{n\cdot\ln(2n^2)}$	70	$\dfrac{3n\cdot e^n}{\sqrt{n}}$
71	$\sin\dfrac{n^n-1}{4n}$	72	$\dfrac{3n}{2n+1}$
73	$(-1)^{n+1}\cdot\dfrac{3^n+n^2}{n}$	74	$\dfrac{n!}{(n+1)(n+2)}$
75	$\dfrac{n-1}{n^3+1}$	76	$\dfrac{(-1)^n\cdot 2^{n+1}}{n^n}$
77	$\dfrac{\sqrt{n}\cdot 2^n}{n^2}$	78	$\dfrac{n\cdot\sin\dfrac{1}{5n}}{(n+1)!}$

Продолжение табл. 1.1

1	2	3	4
79	$\frac{(-1)^n \cdot n!}{(n+1)\cdot 3^{n+1}}$	80	$\frac{1}{n^3+1}\cdot \operatorname{arctg}\frac{\pi}{n!}$
81	$(-1)^{n+1}\cdot\frac{(n-1)(n-2)}{(n+1)(n+2)}$	82	$(3n+1)(2n-2)$
83	$\frac{\ln(2n+1)}{2n^2+3}$	84	$\frac{n^2-1}{n\cdot n!}$
85	$\frac{n^2(n+1)^2}{2n-1}$	86	$\frac{(-1)^n\cdot(n-1)}{n\cdot(n+1)!}$
87	$(-1)^{n+1}\cdot\cos\frac{2^n}{3^n+1}$	88	$\frac{(2n+1)!}{\ln(n^2+1)}$
89	$\frac{5\cdot(-1)^n-1}{n\sqrt{n+1}}$	90	$(-1)^n\cdot n^{\ln(n^2+1)}$
91	$(-1)^n\cdot\frac{n+1}{n^3-2}$	92	$\frac{n^2}{\arcsin\frac{\pi}{4\cdot n!}}$
93	$(-1)^n\cdot\frac{n\cdot 5^{n+1}}{4^n}$	94	$\frac{3\cdot4\cdot5\cdot\ldots\cdot(n+2)}{1\cdot3\cdot5\cdot\ldots\cdot(2n-1)}$
95	$\frac{e^{n^2}}{n^2+4}$	96	$(-1)^{n+1}\cdot\sin\frac{\pi n^2}{5(n+1)}$
97	$(-5)^n\cdot n^{\frac{1}{2n}}$	98	$\frac{\lg 5^n}{2n+5}$
99	$\frac{2(n^2+1)}{n!}$	100	$(-1)^{n+1}\left(\frac{1}{2}\right)^n \operatorname{tg}\frac{\pi}{2^n+3}$

1.2.2. Задание 2

Для ряда $a_1 + a_2 + \dots,$ определите его общий член a_n и запишите ряд в виде $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

Таблица 1.2

n	$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots$
1	2
1	$\frac{1}{3} - \frac{1\cdot 2}{3^2\cdot 2} + \frac{1\cdot 2\cdot 3}{3^3\cdot 3} - \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}{3^4\cdot 4} + \dots$
2	$-\frac{1}{2} + \frac{8}{2\cdot 3} - \frac{27}{2\cdot 3\cdot 4} + \frac{64}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} - \dots$
3	$\frac{1}{4} + \frac{4}{9} + \frac{9}{16} + \frac{16}{25} + \dots$
4	$4 - \frac{7}{2} + \frac{10}{6} - \frac{13}{24} + \frac{16}{120} - \dots$
5	$1 + \frac{6}{4\cdot 9} + \frac{8}{9\cdot 16} + \frac{10}{16\cdot 25} + \dots$
6	$\frac{1}{\sqrt{2\cdot 3}} - \frac{1}{\sqrt{2\cdot 3\cdot 4}} + \frac{1}{\sqrt{3\cdot 4\cdot 5}} - \frac{1}{\sqrt{4\cdot 5\cdot 6}} + \dots$
7	$\frac{3}{2} + \frac{3\cdot 5}{2\cdot 5} + \frac{3\cdot 5\cdot 7}{2\cdot 5\cdot 8} + \frac{3\cdot 5\cdot 7\cdot 9}{2\cdot 5\cdot 8\cdot 11} + \dots$
8	$\frac{1}{10} - \frac{2}{100} + \frac{6}{1000} - \frac{24}{10000} + \dots$
9	$\frac{6}{2!} + \frac{7}{4!} + \frac{8}{6!} + \frac{9}{8!} + \dots$
10	$-3 + \frac{5\cdot 3}{2} - \frac{7\cdot 5}{3} + \frac{9\cdot 7}{4} - \dots$
11	$4 + \frac{10}{4} + \frac{28}{9} + \frac{82}{16} + \frac{244}{25} + \dots$
12	$\frac{\sin\frac{\pi}{3}}{1} - \frac{\sin\frac{2\pi}{9}}{2} + \frac{\sin\frac{3\pi}{27}}{3} - \frac{\sin\frac{4\pi}{81}}{4} + \dots$

Продолжение табл.1.2

1	2
13	$\frac{1}{\ln 2}+\frac{2}{\ln 3}+\frac{6}{\ln 4}+\frac{24}{\ln 5}+\ldots$
14	$-\frac{3\cdot 9}{4}+\frac{9\cdot 16}{16}-\frac{27\cdot 25}{64}+\frac{81\cdot 36}{256}-\ldots$
15	$1+\frac{2}{1\cdot 2}+\frac{3^2}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{4^3}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}+\ldots$
16	$0-\frac{\cos\frac{\pi}{4}}{\sqrt{2\cdot 2^2}}+\frac{\cos\frac{\pi}{8}}{\sqrt{3\cdot 2^3}}-\frac{\cos\frac{\pi}{16}}{\sqrt{4\cdot 2^4}}+\ldots$
17	$\frac{1}{3+\cos 2}+\frac{1}{4+\cos 3}+\frac{1}{5+\cos 4}+\frac{1}{6+\cos 5}+\ldots$
18	$-\frac{\pi}{8}+\frac{\operatorname{arctg}\frac{1}{4}}{8}-\frac{\operatorname{arctg}\frac{1}{9}}{18}+\frac{\operatorname{arctg}\frac{1}{16}}{32}-\ldots$
19	$1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{24}+\frac{1}{120}+\ldots$
20	$-1+\frac{3}{5}-\frac{4}{10}+\frac{5}{17}-\frac{6}{26}+\ldots$
21	$0+\frac{\ln 4}{6}+\frac{\ln 9}{11}+\frac{\ln 16}{18}+\ldots$
22	$5\operatorname{tg}\frac{1}{5}-10\operatorname{tg}\frac{1}{25}+15\operatorname{tg}\frac{1}{125}-\ldots$
23	$\frac{1}{2}+\frac{2}{9}+\frac{6}{28}+\frac{24}{65}+\ldots$
24	$-4+\frac{1}{2}-\frac{4}{9}+\frac{1}{8}-\frac{4}{25}+\ldots$
25	$\frac{1}{7}-\frac{4}{7\cdot 9}+\frac{4\cdot 7}{7\cdot 9\cdot 11}-\frac{4\cdot 7\cdot 10}{7\cdot 9\cdot 11\cdot 13}+\ldots$
26	$\frac{\cos^2 3}{4}-\frac{\cos^2 6}{10}+\frac{\cos^2 9}{28}-\frac{\cos^2 12}{82}+\ldots$

Продолжение табл.1.2

1	2
27	$-2+\dfrac{4}{2\sqrt{2}}-\dfrac{8}{3\sqrt{3}}+2-\dfrac{32}{5\sqrt{5}}+\ldots$
28	$0+\dfrac{\ln 2^3}{10}+\dfrac{\ln 3^4}{29}+\dfrac{\ln 4^5}{66}+\ldots$
29	$\dfrac{\pi}{4}-\mathrm{arctg}\dfrac{1}{4}+\mathrm{arctg}\dfrac{1}{27}-\mathrm{arctg}\dfrac{1}{256}+\ldots$
30	$1^{1/4}-2^{1/9}+3^{1/16}-4^{1/25}+\ldots$
31	$\dfrac{2}{9}+\dfrac{4\cdot 2}{27}+\dfrac{8\cdot 3}{81}+\dfrac{16\cdot 4}{243}+\ldots$
32	$-1+1-\dfrac{27}{6^2}+\dfrac{256}{24^2}-\dfrac{3125}{120^2}+\ldots$
33	$\dfrac{4}{5}-\dfrac{4\cdot 3}{25}+\dfrac{8\cdot 4}{125}-\dfrac{16\cdot 5}{625}+\ldots$
34	$\dfrac{1}{1+\cos 1}-\dfrac{8}{1+\cos 4}+\dfrac{27}{1+\cos 9}-\dfrac{64}{1+\cos 16}+\ldots$
35	$4+4\cdot 5+6\cdot 10+8\cdot 17+\ldots$
36	$\dfrac{1}{\mathrm{tg} 4}+\dfrac{2}{\mathrm{tg} 9}+\dfrac{3}{\mathrm{tg} 16}+\dfrac{4}{\mathrm{tg} 25}+\ldots$
37	$-\dfrac{1}{\ln\ln 3}+\dfrac{1}{\ln\ln(2+2^2)}-\dfrac{1}{\ln\ln(3+2^3)}+\ldots$
38	$1-\dfrac{\sin\frac{\pi}{5}}{4}+\dfrac{\sin\frac{\pi}{10}}{9}-\dfrac{\sin\frac{\pi}{17}}{16}+\ldots$
39	$3\cdot 4-6\cdot 7+9\cdot 10-12\cdot 13+\ldots$
40	$\dfrac{3}{2!}+\dfrac{5}{4!}+\dfrac{7}{6!}+\dfrac{9}{8!}+\dfrac{11}{10!}+\ldots$
41	$0+1-\dfrac{8}{7}+\dfrac{15}{15}-\dfrac{24}{31}+\ldots$
42	$0+\dfrac{1}{4}\ln\dfrac{5}{2}+\dfrac{1}{9}\ln\dfrac{10}{2}+\dfrac{1}{16}\ln\dfrac{17}{2}+\ldots$

Продолжение табл.1.2

1	2
43	$\frac{1}{2}-\frac{2\cdot5}{4\cdot7}+\frac{2\cdot5\cdot8}{4\cdot7\cdot10}-\frac{2\cdot5\cdot8\cdot11}{4\cdot7\cdot10\cdot13}+\ldots$
44	$\frac{1}{\ln 2}-\frac{1}{2\ln 8}+\frac{1}{3\ln 18}-\frac{1}{4\ln 32}+\ldots$
45	$3e+\frac{6e^2}{\sqrt{2}}+\frac{9e^3}{\sqrt{3}}+\frac{12e^4}{\sqrt{4}}+\ldots$
46	$0+\sin\frac{3}{8}-\sin\frac{26}{12}+\sin\frac{255}{16}-\ldots$
47	$\frac{1}{2}-\frac{4}{7}+\frac{6}{10}-\frac{8}{13}+\ldots$
48	$4-\frac{3^2+4}{2}+\frac{3^3+9}{3}-\frac{3^4+16}{4}+\ldots$
49	$\frac{1}{6}+\frac{1\cdot2}{3\cdot4}+\frac{1\cdot2\cdot3}{4\cdot5}+\frac{1\cdot2\cdot3\cdot4}{5\cdot6}+\ldots$
50	$0-\frac{1}{3}+\frac{8}{28}-\frac{15}{65}+\frac{24}{126}-\ldots$
51	$-4+2-\frac{16}{27}+\frac{32}{256}-\frac{64}{3125}+\ldots$
52	$2+\frac{4\sqrt{2}}{2^2}+\frac{8\sqrt{3}}{3^2}+\frac{16\cdot2}{4^2}+\ldots$
53	$-\frac{\sin\frac{1}{5}}{1\cdot2}+\frac{2\sin\frac{1}{10}}{1\cdot2\cdot3}-\frac{3\sin\frac{1}{15}}{1\cdot2\cdot3\cdot4}+\frac{4\sin\frac{1}{20}}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}-\ldots$
54	$\frac{1}{18}+\frac{1\cdot2}{3\cdot27}+\frac{1\cdot2\cdot3}{4\cdot81}+\frac{1\cdot2\cdot3\cdot4}{5\cdot243}+\ldots$
55	$\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\pi-\frac{1}{9}\operatorname{arctg}\frac{\pi}{2}+\frac{1}{28}\operatorname{arctg}\frac{\pi}{6}-\ldots$
56	$\frac{2\cdot1}{4\cdot5}+\frac{3\cdot2}{5\cdot6}+\frac{4\cdot3}{6\cdot7}+\frac{5\cdot4}{7\cdot8}+\ldots$
57	$0+7\cdot2-10\cdot4+13\cdot6-\ldots$
58	$\frac{\ln 3}{5}-\frac{\ln 5}{11}+\frac{\ln 7}{21}-\frac{\ln 9}{35}+\ldots$
59	$-\frac{3}{1\cdot2^2}+\frac{8}{1\cdot2\cdot3^2}-\frac{15}{1\cdot2\cdot3\cdot4^2}+\frac{24}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5^2}-\ldots$

Продолжение табл.1.2

1	2
60	$4+\frac{4\cdot 9}{3}+\frac{9\cdot 16}{5}+\frac{16\cdot 25}{7}+\ldots$
61	$\frac{1}{1\cdot 2^2\cdot 3}+\frac{2}{1\cdot 2\cdot 3^2\cdot 4}+\frac{3}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4^2\cdot 5}+..$
62	$\cos\frac{1}{2}-\cos\frac{4}{10}+\cos\frac{8}{28}-\cos\frac{16}{82}+\ldots$
63	$\frac{5!}{\ln 2}-\frac{7!}{\ln 5}+\frac{9!}{\ln 10}-\frac{11!}{\ln 17}+\ldots$
64	$\frac{6}{\sqrt{2}}+\frac{4}{2\sqrt{3}}+\frac{6}{3\sqrt{4}}+\frac{4}{4\sqrt{5}}+\ldots$
65	$-1^{\ln 2}+2^{\ln 5}-3^{\ln 10}+4^{\ln 17}-\ldots$
66	$2+\frac{1}{2}+\frac{4}{25}+\frac{5}{62}+\frac{6}{123}+\ldots$
67	$\frac{4}{\arcsin\frac{\pi}{4!}}-\frac{9}{\arcsin\frac{\pi}{6!}}+\frac{16}{\arcsin\frac{\pi}{8!}}-\ldots$
68	$-\frac{25}{4}+\frac{2\cdot 125}{16}-\frac{3\cdot 625}{64}+\frac{4\cdot 3125}{256}-\ldots$
69	$3+\frac{3\cdot 4}{1\cdot 3}+\frac{3\cdot 4\cdot 5}{1\cdot 3\cdot 5}+\frac{3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7}+\ldots$
70	$\frac{e}{5}-\frac{e^4}{8}+\frac{e^9}{13}-\frac{e^{16}}{20}+\ldots$
71	$\sin\frac{\pi}{10}-\sin\frac{4\pi}{15}+\sin\frac{9\pi}{20}-\sin\frac{16\pi}{25}+\ldots$
72	$-5\cdot 1^{1/2}+5\cdot 2^{1/4}-5\cdot 3^{1/6}+5\cdot 4^{1/8}-\ldots$
73	$\frac{\lg 5}{7}+\frac{\lg 25}{9}+\frac{\lg 125}{11}+\frac{\lg 625}{13}+\ldots$
74	$-4+\frac{10}{1\cdot 2}-\frac{20}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{34}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}-\ldots$

Продолжение табл.1.2

1	2
75	$-\dfrac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{5}}{2}+\dfrac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{7}}{4}-\dfrac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{11}}{8}+\dfrac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{19}}{16}-\ldots$
76	$1+4+\dfrac{2^2\cdot 3}{1\cdot 2}+\dfrac{2^3\cdot 4}{1\cdot 2\cdot 3}+\ldots$
77	$\dfrac{1}{1\cdot 2\cdot 3}-\dfrac{4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}+\dfrac{9}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7}-\ldots$
78	$\dfrac{1}{1\cdot 4}-\dfrac{1}{4\cdot 9}+\dfrac{1}{9\cdot 16}-\dfrac{1}{16\cdot 25}\ldots$
79	$1+2+\dfrac{9}{6}+\dfrac{16}{24}+\dfrac{25}{120}+\ldots$
80	$\dfrac{1}{\sqrt{1\cdot 2}}-\dfrac{2}{\sqrt{2\cdot 3}}+\dfrac{3}{\sqrt{3\cdot 4}}-\dfrac{4}{\sqrt{4\cdot 5}}+\ldots$
82	$-1+\dfrac{1+1}{1\cdot 2}-\dfrac{4+1}{4\cdot 1\cdot 2}+\dfrac{9+1}{8\cdot 1\cdot 2\cdot 3}-\ldots$
83	$7-\dfrac{7\cdot 13}{1\cdot 8}+\dfrac{7\cdot 13\cdot 19}{1\cdot 8\cdot 27}-\dfrac{7\cdot 13\cdot 19\cdot 25}{1\cdot 8\cdot 27\cdot 64}+\ldots$
84	$1-\dfrac{5}{4}+\dfrac{10}{8}-\dfrac{17}{16}+\dfrac{26}{32}-\ldots$
85	$-\dfrac{2}{3}+\dfrac{3}{6}-\dfrac{4}{9}+\dfrac{5}{12}-\ldots$
86	$1\cdot 7+3\cdot 9+5\cdot 11+7\cdot 13+\ldots$
87	$\dfrac{1}{2}+\dfrac{1\cdot 4}{2\cdot 7}+\dfrac{1\cdot 4\cdot 7}{2\cdot 7\cdot 12}+\dfrac{1\cdot 4\cdot 7\cdot 10}{2\cdot 7\cdot 12\cdot 17}+\ldots$
88	$-3+\dfrac{5}{8}-\dfrac{9}{27}+\dfrac{17}{64}-\dfrac{33}{125}+\ldots$
89	$1+\dfrac{1}{4}\sin\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{9}\sin\dfrac{\pi}{8}+\dfrac{1}{16}\sin\dfrac{\pi}{16}+\ldots$
90	$1-\dfrac{3}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{1\cdot 2\cdot 3}-\dfrac{3}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}+\ldots$

Продолжение табл.1.2

1	2
91	$\dfrac{\cos\frac{2\pi}{3}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\cos\frac{4\pi}{3}}{\sqrt{5}}+\dfrac{\cos\frac{6\pi}{3}}{\sqrt{10}}+\ldots$
92	$\dfrac{1}{3\cdot 1\cdot 2\cdot 3}-\dfrac{4}{3^2\cdot 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}+\dfrac{9}{3^3\cdot 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7}-\ldots$
93	$\dfrac{\ln 2}{2}+\dfrac{\ln 3}{5}+\dfrac{\ln 4}{10}+\dfrac{\ln 5}{17}+\ldots$
94	$\dfrac{3}{2}-\dfrac{4}{2^4}+\dfrac{5}{2^9}-\dfrac{6}{2^{16}}+\ldots$
95	$-\dfrac{1}{2+\sin 1}+\dfrac{1}{3+\sin 2}-\dfrac{1}{4+\sin 3}+\ldots$
96	$\dfrac{1\cdot 3^2}{2}+\dfrac{2\cdot 3^4}{4}+\dfrac{3\cdot 3^6}{8}+\ldots$
97	$1^{1/2}+2^{1/5}+3^{1/10}+4^{1/17}+\ldots$
98	$-1+\dfrac{5}{9}-\dfrac{10}{28}+\dfrac{17}{65}-\dfrac{26}{126}+\ldots$
99	$\dfrac{1\cdot 3}{1\cdot 2}-\dfrac{2\cdot 4}{1\cdot 2\cdot 3}+\dfrac{3\cdot 5}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}-\dfrac{4\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}+\ldots$
100	$2\operatorname{tg}\dfrac{1}{3}+4\operatorname{tg}\dfrac{1}{9}+8\operatorname{tg}\dfrac{1}{27}+16\operatorname{tg}\dfrac{1}{81}+\ldots$

1.2.3. Задание 3

Найдите сумму ряда

Таблица 1.3

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
1	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+5)(n+4)}$	2	$\sum\limits_{n=5}^{\infty} \frac{2}{(n-2)(n-4)}$
3	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+5^{n-1}}{6^{n+1}}$	4	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(5^n+1)^2}{3^{3n-1}}$
5	$\sum\limits_{n=7}^{\infty} \frac{2}{(n-4)(n-6)}$	6	$\sum\limits_{n=8}^{\infty} \frac{3}{(n-4)(n-7)}$
7	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(1+2^n)^2}{4^n}$	8	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n}+3^n}{7^{n+1}}$
9	$\sum\limits_{n=4}^{\infty} \frac{3}{n(n-3)}$	10	$\sum\limits_{n=6}^{\infty} \frac{1}{(n-4)(n-5)}$
11	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+5^n}{3^{2n-1}}$	12	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n-4}{2^{3n-1}}$
13	$\sum\limits_{n=11}^{\infty} \frac{1}{(n-9)(n-10)}$	14	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+10)(n+8)}$
15	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n-3^{n+1}}{3^{2n}}$	16	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+1}-5^n}{10^{n-1}}$
17	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+2)\cdot n}$	18	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(n-1)}$
19	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2^n-1)^2}{5^{n-1}}$	20	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+2^{2n}}{8^{n+1}}$
21	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+9)(n+8)}$	22	$\sum\limits_{n=12}^{\infty} \frac{2}{(n-9)(n-11)}$
23	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{7^{n+1}-1}{2^{3n}}$	24	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(1-3^n)^2}{10^n}$

Продолжение табл. 1.3

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
25	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(n+5)(n+2)}$	26	$\sum\limits_{n=9}^{\infty} \frac{2}{(n-6)(n-8)}$
27	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 2^{n+1}}{3^{n-1}}$	28	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2^{n+1}-1)^2}{7^n}$
29	$\sum\limits_{n=9}^{\infty} \frac{1}{(n-7)(n-8)}$	30	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+2)}$
31	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(4+2^n)^2}{6^{n-1}}$	32	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n+1}-2}{10^n}$
33	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+6)(n+4)}$	34	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+9)(n+7)}$
35	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6^n - 5^{n+1}}{2^{3n}}$	36	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+1}-5^n}{3^{2n}}$
37	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+10)(n+9)}$	38	$\sum\limits_{n=7}^{\infty} \frac{3}{(n-3)(n-6)}$
39	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 3^{n+2}}{5^{n+1}}$	40	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 6^{n-1}}{6^n}$
41	$\sum\limits_{n=11}^{\infty} \frac{2}{(n-8)(n-10)}$	42	$\sum\limits_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(n-1)(n-2)}$
43	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6^{n+2} + 3^{2n}}{9^{n+1}}$	44	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(1+2^{n-1})^2}{5^{2n}}$
45	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{3}{(n+2)(n-1)}$	46	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+3)(n+1)}$
47	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(1+3^n)^2}{2^{4n}}$	48	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n+1}-1}{4^{2n}}$
49	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+1)}$	50	$\sum\limits_{n=10}^{\infty} \frac{1}{(n-8)(n-9)}$

Продолжение табл. 1.3

$n_{\text{вар}}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{\text{вар}}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
51	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1-2^{2n}}{10^{n-1}}$	52	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(3-5^n)^2}{2^{5n}}$
53	$\sum\limits_{n=3}^{\infty} \frac{2}{n(n-2)}$	54	$\sum\limits_{n=4}^{\infty} \frac{1}{(n-2)(n-3)}$
55	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6-2^{2n}}{5^{n+2}}$	56	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n-5^{n-1}}{6^n}$
57	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(n+4)(n+1)}$	58	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+4)(n+2)}$
59	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(1-4^n)^2}{2^{4n+1}}$	60	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(7+2^n)^2}{7^n}$
61	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+8)(n+7)}$	62	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)n}$
63	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6^n-10}{4^{2n}}$	64	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}+4}{10^{n-1}}$
65	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{2}{(n+1)(n-1)}$	66	$\sum\limits_{n=10}^{\infty} \frac{2}{(n-7)(n-9)}$
67	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2+3^n)^2}{10^n}$	68	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6n-2^{2n}}{6^{n-1}}$
69	$\sum\limits_{n=5}^{\infty} \frac{1}{(n-3)(n-4)}$	70	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(n+3)n}$
71	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{7^{n+2}-4^n}{2^{3n}}$	72	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(5-3^n)^2}{12^n}$
73	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+8)(n+6)}$	74	$\sum\limits_{n=7}^{\infty} \frac{1}{(n-5)(n-6)}$
75	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^{4n-1}+1}{16^n}$	76	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n}-5^n}{12^{n-1}}$

Продолжение табл. 1.3

$n_{\text{вар}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{\text{вар}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$
77	$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3}{(n+1)(n-2)}$	78	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+7)(n+5)}$
79	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5^n-1)^2}{25^{n-1}}$	80	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n-10^{n-1}}{12^{n+1}}$
81	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+6)(n+5)}$	82	$\sum_{n=8}^{\infty} \frac{1}{(n-6)(n-7)}$
83	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4-5^n)^2}{3^{3n}}$	84	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n+3^{n-1}}{6^{n+1}}$
85	$\sum_{n=6}^{\infty} \frac{2}{(n-3)(n-5)}$	86	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+5)(n+3)}$
87	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+1}-1}{2^{2n}}$	88	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}-4^n}{3^{2n}}$
89	$\sum_{n=5}^{\infty} \frac{3}{(n-1)(n-4)}$	90	$\sum_{n=6}^{\infty} \frac{3}{(n-2)(n-5)}$
91	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{n+1}+3^n}{12^n}$	92	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3-2^{n-1})^2}{4^n}$
93	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)(n+3)}$	94	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+7)(n+6)}$
95	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n}-3^{n-1}}{4^{n-1}}$	96	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n+3^{2n}}{12^{n-1}}$
97	$\sum_{n=8}^{\infty} \frac{2}{(n-5)(n-7)}$	98	$\sum_{n=4}^{\infty} \frac{2}{(n-1)(n-3)}$
99	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(6+4^n)^2}{2^{4n}}$	100	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n-4^{n-1}}{3^{2n+1}}$

1.2.4. Задание 4

Исследовать сходимость ряда, применяя признаки сравнения

Таблица 1.4

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
1	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{n^2(n^2+4)}}$	2	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \dfrac{1}{\ln n}$
3	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{5^{n-1}+(n-1)}$	4	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(n+1)\cdot\sqrt[3]{n+5}}$
5	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$	6	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\ln n}{n^3+1}$
7	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}$	8	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n}{n^4+9}$
9	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n-\ln n}$	10	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(2n+1)(2n+5)}$
11	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{n}{n^2+1}\right)$	12	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin^2 2^n}{n^2}$
13	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin^2 n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$	14	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} n\cdot\sin\dfrac{\pi}{2^n}$
15	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n+1}{3^n+1}$	16	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$
17	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin^2 n}{n^2+1}$	18	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3}{n+5^n}$
19	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\cos^2 5n}{n!}$	20	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(2n+1)\cdot 2^{2n-1}}$
21	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n}{5+n^2\cdot\sqrt[3]{n}}$	22	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{n(n^2+2)}}$
23	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{n^3+4n}}$	24	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{4}{(3n-1)\cdot 5^{3n-1}}$

Продолжение табл. 1.4

$n_{вар}$	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$
25	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\cdot 3^{2n}}$	26	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\cdot\sqrt[n]{n}}$
27	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[8]{n(n^4+1)}}$	28	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3+1}$
29	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{n+1}+(n+1)}$	30	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+4}{(n^2+2)\cdot 2^n}$
31	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{\sqrt[5]{n^2+n}}$	32	$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \cdot \mathrm{arctg}\frac{7}{3n}$
33	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n^4\cdot\sqrt[4]{n+1}}}$	34	$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{0{,}25}$
35	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{3n+1}$	36	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3+n^2+2n-2}{n(n+1)^2\cdot(2n^2-1)}$
37	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\cdot 5^n}$	38	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2n}$
39	$\sum^{\infty} \frac{\lvert\cos\frac{\pi}{2}n\rvert}{[illegible]}$	40	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2+3n}{3+3n^2}\right)^2$
41	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n-n^2}$	42	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n^2-2}}{n}$
43	$\sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{tg}^2\frac{\pi}{4\sqrt{n}}$	44	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)\cdot(n+5)}$
45	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\cdot\sqrt[n]{n!}}$	46	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+1}{n^3}$
47	$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n\cdot\sin\frac{\pi}{4^n}$	48	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)\cdot\sqrt[3]{n^2+2}}$
49	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n+3}$	50	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n+2}{7^n+3}$

Продолжение табл. 1.4

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
51	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-2)^2}$	52	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{n}{n^3+2}\right)$
53	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\lvert\cos n\rvert}{n^5+3n^2+5}$	54	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3+(-1)^n}{2^{n+2}}$
55	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$	56	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$
57	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{3+n^3 \cdot \sqrt{n}}$	58	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{0{,}01}$
59	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2n^3+n}}$	60	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n^2 \cdot \sqrt[5]{n^2+4n+5}}$
61	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4+7n}{3+5n^2}\right)^3$	62	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^7}}$
63	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln 2n}$	64	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} n(e^{1/n}-1)^2$
65	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^{2n+1} \cdot (2n+1)}$	66	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1} - \sqrt{n^3-1}}{\sqrt{n}}$
67	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^{3n} \cdot (n^2+2)}$	68	$\sum\limits^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{1+(-1)^n}{2} \cdot n\right)$
69	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3+5^n}$	70	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{n - \ln n}$
71	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5n^4-7n^2+3}{n^2(n^2+2)}$	72	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5+8n}{5+8n^2}\right)^4$
73	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} 4 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{n}$	74	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3-3n-5}{\sqrt{n^3} \cdot (n^2+8)}$
75	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+\cos n}{3^n+\sin n}$	76	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+n}{1+n^6}$

Продолжение табл. 1.4

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
77	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 \frac{\pi n}{2}}{n(n+1)(n+2)}$	78	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4}{5^n+9}$
79	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+7}{6+6^n}$	80	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5+(-1)^n}{6^{n+1}}$
81	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n^2+2n-3)\cdot e^{-n}$	82	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n^3}} \sin \frac{2+(-1)^n}{6}\pi$
83	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}+\sqrt{n})$	84	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3+n+1}$
85	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2\cos\frac{2\pi}{3n}}{\sqrt[4]{n^4-1}}$	86	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+6}{n(n+1)(n+2)}$
87	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3n+8}{(n^2+n)(n+2)}$	88	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 \frac{\pi n}{3}}{3^n+2}$
89	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(9n+8)^3}{(n^2+11)^2}$	90	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{3+(-1)^n}{4}}{2^n+n}$
91	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n(2+\cos n\pi)}{2n^2-1}$	92	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{11n+4}{11n^2+8}\right)^2$
93	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+6}{n^7\cdot\sqrt{9n^2+21n-8}}$	94	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2+11n+7}{\sqrt{n^5}\cdot(n^4+1)}$
95	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}-\frac{n^2}{n^3+16}\right)$	96	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+3}-\sqrt{n-3}}{n}$
97	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{7^n+\sin n}{11^n+\cos n}$	98	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3}{11^n+0{,}5}$
99	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{0{,}09}$	100	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln^{2n} 2$

1.2.5. Задание 5

Исследовать сходимость ряда, применяя признак Даламбера.

Таблица 1.5

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
1	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{2^n (n-1)!}$	2	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!}$
3	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}$	4	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{n-1}}$
5	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{(n+1)!}$	6	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 4\cdot 7\cdot \ldots \cdot (3n-2)}{n!\cdot 2^{n+1}}$
7	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{10^n (2n)!}{2n!}$	8	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^n}$
9	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n+2}{(3n+5)\cdot 2^n}$	10	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot \sqrt[3]{n^2}}{(n+1)!}$
11	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot e^{-n}$	12	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!\cdot 2^n}{n^n}$
13	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n \cdot n!}$	14	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5\cdot n!}{(2n)!}$
15	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n+1)\cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n$	16	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)^2 \cdot 4^n}$
17	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+5}{(n^2+2)\cdot 2^n}$	18	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3\cdot 5\cdot 7\cdot \ldots \cdot (2n+1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots \cdot (3n-1)}$
19	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^2}$	20	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 4\cdot 7\cdot \ldots \cdot (3n-2)}{7\cdot 9\cdot 11\cdot \ldots \cdot (2n+5)}$
21	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+1}{\sqrt{2^n+3}}$	22	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$
23	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n-1}}{(n-1)!}$	24	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n\cdot \sqrt[3]{n}}{3^n+2}$

Продолжение табл. 1.5

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
25	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{\sqrt{n \cdot 2^n}}$	26	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^4+1}{2^n}$
27	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{(n+1)!}$	28	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n!}{\sqrt{2^n+3}}$
29	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{n!}$	30	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n-1} \cdot \sqrt{n^2+5}}{(n-1)!}$
31	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n \cdot (n-1)!}$	32	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{7^{2n}}{(2n-1)!}$
33	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(n^3+1)}{(n+1)!}$	34	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n^3+3) \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^n$
35	$\sum\limits^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}\frac{5}{n}}{[illegible]}$	36	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n+2) \cdot e^{-(n+4)}$
37	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{9^n \cdot n!}$	38	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3n+4}{(5n+6) \cdot 4^n}$
39	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6^n \cdot (n^2-1)}{n!}$	40	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot (n+2)!}{(2n)!}$
41	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+2)!}$	42	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{(n+1)^2} \cdot 5^n$
43	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot 7^n}{(2n)!}$	44	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+4)^2}{(n-1)!}$
45	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{3^n \cdot (n+1)!}$	46	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+3}{\sqrt{n \cdot 3^n}}$
47	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(3^n+1) \cdot (2n)!}$	48	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^n \cdot (n+1)!}$
49	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+2)!}{10^n \cdot n^2}$	50	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{8^n \cdot (n^4+3)}{(n+4)!}$
51	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot \sqrt[3]{n}}{7^n+12}$	52	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot (3n-1)}$

Продолжение табл. 1.5

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
53	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2\cdot 5\cdot 8\cdot\ldots\cdot(3n-1)}{1\cdot 5\cdot 9\cdot\ldots\cdot(4n-3)}$	54	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot 3^{-n^2}$
55	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!\cdot 4^n}{n^2+7n+3}$	56	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4^n\cdot(n+3)}{(n+1)!}$
57	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n^3+3n+1)\left(\frac{7}{9}\right)^n$	58	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot\ldots\cdot(2n-1)}{5^n\cdot n!}$
59	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{4^n\cdot(2n+3)!}$	60	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n^2-3n+2)\cdot\frac{1}{2^n}$
61	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n\cdot\sqrt[4]{n^3}}{(n+2)!}$	62	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{n^n\cdot(n+5)}$
63	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{(2n+1)!}$	64	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n\cdot 7^n}}{7^n-1}$
65	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{7n+1}{\sqrt{2n\cdot 3^n}}$	66	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!\cdot(n^2+11)}{(2n+1)!}$
67	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n^3+4n)\cdot e^{-(n+3)}$	68	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2\cdot\sqrt[7]{n}}{5^n\cdot n!}$
69	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{3^n\cdot(n^2+3)}$	70	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^4}{(n-2)!}$
71	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3n+1}{(4n^2+3)\cdot 2^n}$	72	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{11^n\cdot n!}{(n+4)^2}$
73	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n\cdot(n+1)!}{n^n}$	74	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot\ldots\cdot(2n-1)}{7\cdot 11\cdot 15\cdot\ldots\cdot(4n+3)}$
75	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n^3+1)^2}{(n+1)^6\cdot 4^n}$	76	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(6n^2+3)^2}{9^n\cdot(n+9)!}$
77	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n\cdot(3n+3)}{(n+2)!}$	78	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{5^n+2}$

Продолжение табл. 1.5

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
79	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n\cdot\sqrt[5]{n}}{4^n+3}$	80	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{10^n\cdot(n^2+n+1)}{(n-1)!}$
81	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{7^n\cdot(4n+11)}{(3n^2+3n+1)^2}$	82	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n^2+2n-3)\cdot e^{-n}$
83	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n^3+2n^2)\cdot 8^{-n^2}$	84	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n\cdot n!}{\sqrt{(n^2+1)\cdot 5^n}}$
85	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!(n+1)!}{n^n}$	86	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3\cdot 9\cdot 15\cdot\ldots\cdot(6n-3)}{(n+2)!}$
87	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n^2+3n+7)\left(\dfrac{4}{9}\right)^n$	88	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt[7]{n^4}}{5^n\cdot(3n+1)!}$
89	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n\cdot\sqrt[5]{n^2}}{7^n+1}$	90	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n+3)\cdot e^{-n^2}$
91	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(2n)!}{n^4+7n+5}$	92	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^3\cdot 8^{-n^3}$
93	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6\cdot 13\cdot 20\cdot\ldots\cdot(7n-1)}{3\cdot 5\cdot 7\cdot\ldots\cdot(2n+1)}$	94	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{5\sqrt{n}}{(2n)!\cdot 13^{n+1}}$
95	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^3+2n^2-3}{(7n^3+3n)\cdot 7^n}$	96	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(n+1)!\cdot 7^{n+1}}{(n+1)^{n+1}}$
97	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{8^n\cdot(8n-2)}{2\cdot(n-1)!}$	98	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \dfrac{12^n\cdot(n^2+12)}{(n-2)!}$
99	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(2n^2-n+6)^2}$	100	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6n^2+5}{\sqrt{6^n+1}}$

1.2.6. Задание 6

Исследовать сходимость ряда, применяя признак Коши (с радикалом).

Таблица 1.6

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
1	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n}\left(\frac{n}{n+1)}\right)^{-n^2}$	2	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+3}\right)^{n^2}$
3	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2} \cdot \frac{1}{4^n}$	4	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+3}{2n^2+1}\right)^{n^3}$
5	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{n^2}\right)^{n}$	6	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{4n-1}\right)^{n}$
7	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-2}\right)^{n^2}$	8	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{4n-3}\right)^{n-2}$
9	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+5}\right)^{n}$	10	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$
11	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+2}{2n^2+1}\right)^{n^3}$	12	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^n}$
13	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-3}{5n+1}\right)^{n}$	14	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}$
15	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{10n+5}\right)^{n^2}$	16	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin^n \frac{\pi}{2n}$
17	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{3n-1}\right)^{n^2}$	18	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1}\right)^{n-1}$
19	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n} \cdot \frac{1}{5^n}$	20	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n+1)^n}$

Продолжение табл. 1.6

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
21	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} \cdot e^{-n}$	22	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \frac{\pi}{4n}$
23	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1}\right)^{2n}$	24	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{4n+2}\right)^{2n}$
25	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n^2+1)^{n/2}}$	26	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^{n^2}}{n^{n^2} \cdot 2^n}$
27	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+4}{5n+2}\right)^{n}$	28	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+2}\right)^{n}$
29	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n^2+3}{4n^2-1}\right)^{n^3}$	30	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+4}{3n+1}\right)^{n^2}$
31	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n (n+1)}$	32	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+2}{n^2-3}\right)^{n^2}$
33	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)^{n^2}}{n^n \cdot 3^n}$	34	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n (n+5)}$
35	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{6n+1}{4n+3}\right)^{n}$	36	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)^{n^2}}{n^{n^2} \cdot 4^n}$
37	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+1}{n^2+3}\right)^{n^2+1}$	38	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+4}{3n+1}\right)^{n+1}$
39	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n (n^2+3)}$	40	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+3n)^n}{(n+4n^2)^{2n}}$
41	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^{n^2}}{n^{n^2} \cdot 4^n}$	42	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+1}{2n^2+1}\right)^{n^2}$
43	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{3n+5}\right)^{n/2}$	44	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n (2n+3)}$

Продолжение табл. 1.6

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
45	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{n+1}\right)^{n^2}$	46	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)^{n^2}}{n^{n^2} \cdot 3^n}$
47	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+4}{n^2+2}\right)^{n^3}$	48	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+7}{7n+4}\right)^{n-1}$
49	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(2n+1)}$	50	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+1}{6n^2+5}\right)^{3n}$
51	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+5}{6n+1}\right)^{n^2}$	52	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+4}{n^2}\right)^{n^3} \cdot \frac{1}{7^n}$
53	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{\ln^n(3n+2)}$	54	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2-1}{4n^2+n}\right)^{n}$
55	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^{n^2}}{n^{n^2} \cdot 2^n}$	56	$\sum\limits_{n=3}^{\infty} \frac{5^{2n}}{\ln^n(n-1)}$
57	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}^n \frac{1}{n^2}$	58	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-2}{n+6}\right)^{2n-1}$
59	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}-\frac{\ln n}{n}\right)^{n}$	60	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \frac{\pi}{2n+1}$
61	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2} \cdot \frac{1}{2^n}$	62	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7n-4}{n+5}\right)^{n^2}$
63	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-2}{2n+1}\right)^{3n}$	64	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)^{n^2}}{7^n \cdot n^n}$
65	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+2}}{(7n^2+2)^{n/2}}$	66	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} 5^{n+1} \cdot e^{-n^2}$
67	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+2}}{5^{2n} \cdot n^n}$	68	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n-1}}{(5n-1)^{n/2}}$

Продолжение табл. 1.6

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
69	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{\ln^n(6n-1)}$	70	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n} \sin^n \frac{\pi}{2} n$
71	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^{n+2} \cdot e^{-2n}$	72	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{n^2+1}\right)^{n^2}$
73	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-1)^{n^2}}{n^{n^2} \cdot 2^{n-2}}$	74	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2+n}\right)^{3n^2}$
75	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}^{2n} \frac{\pi}{4n+1}$	76	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(5n-3)}$
77	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-3}{5n+1}\right)^{n^3}$	78	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n^{2n}}{(3n^2-1)^n}$
79	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7n^2-4}{2n^2+4n}\right)^{n}$	80	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{7^{2n}} \left(\frac{2n+3}{4n}\right)^{-n^2}$
81	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \arcsin^{2n} \frac{\pi}{n+1}$	82	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n^2+3}{n^2+2}\right)^{n^2}$
83	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+1}{n^2+3n}\right)^{n^2}$	84	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-2}{2n+1}\right)^{n-2}$
85	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{8n^4-3n}{5n+n^4}\right)^{n/3}$	86	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+4}{n^2+3}\right)^{n^3}$
87	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+1}}{(3n^2-2)^{n/2}}$	88	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} 9^{n-1} \cdot e^{-n^2}$
89	$\sum\limits_{n=4}^{\infty} \frac{5^{n+2}}{\ln^n(n-2)}$	90	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^n \cdot \sin^n \frac{\pi}{2+4n}$
91	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-5)^{n^2}}{n^{n^2} \cdot 12^n}$	92	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{9^{n^2}}{\ln^n(9n-7)}$

Продолжение табл.1.6

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
93	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2-7}{3n^2+1}\right)^{n^3}$	94	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1-\frac{\ln(2n)}{n}\right)^{n}$
95	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} 7^{2n+1}\cdot e^{-2n}$	96	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{6n^2-7}{n^2+7n}\right)^{n+3}$
97	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}^n \frac{\pi}{6n-2}$	98	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{3n+1}\right)^{-n^2}$
99	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{8^n}\left(\frac{8n^2}{n^2+3}\right)^{3n}$	100	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(7n-3)^{2n}}$

1.2.7. Задание 7

Исследовать сходимость ряда, применяя интегральный признак Коши

Таблица 1.7

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
1	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\cdot\sqrt[4]{\ln n}}$	2	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\cdot\ln^3 2n}$
3	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{\sqrt[4]{n^5}}$	4	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\cdot\sqrt{\ln n}}$
5	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\cdot\ln n\cdot\ln\ln n}$	6	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\cdot\ln(n+1)}$
7	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$	8	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5n}{1+n^4}$
9	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1+n^2}$	10	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$

Продолжение табл. 1.7

$n_{\text{вар}}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{\text{вар}}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
11	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$	12	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6n^2}{n^3+1}$
13	$\sum\limits_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln n \cdot \sqrt{\ln(\ln n)}}$	14	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{1+n^3}$
15	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln n}$	16	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{n}{n^2-1}$
17	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \cdot \ln^2(n+1)}$	18	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{n^4+9}$
19	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \cdot \ln(n+3)}$	20	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} e^{-n}$
21	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{5n}$	22	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^{-\sqrt{n}}}{2\sqrt{n}}$
23	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^6+4}$	24	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+2)}{(n+2)}$
25	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln 2n}$	26	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{2n-1}{n(n-1)}$
27	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} n^2 \cdot e^{-n}$	28	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{0{,}5n}{n^4-4}$
29	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{n^3+5}$	30	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{(n^3+3n-1)^2}$
31	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{4n \cdot \ln^4 n}$	32	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1+\ln(n-1)}{n-1}$
33	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2}{n^6+8}$	34	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{8n}{1+n^2}$
35	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln n \cdot \ln^2(\ln n)}$	36	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-\operatorname{arctg} n}{1+n^2}$

Продолжение табл. 1.7

$n_{вар}$	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$
37	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\cdot \ln^2(n+1)}$	38	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+\cos n}{n^2+2\sin n}$
39	$\sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{(n-3)\sqrt{\ln(n-3)}}$	40	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{\sqrt{n^2+1}}$
41	$\sum_{n=4}^{\infty} n\cdot e^{-n}$	42	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8n-\mathrm{arctg}2n}{1+4n^2}$
43	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\cdot \ln n\cdot \sqrt[3]{\ln(\ln n)}}$	44	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4+16}$
45	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4+3n^2}{n^5+5n^3-3}$	46	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{3n^6+7}$
47	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\sqrt{n+1}}}{\sqrt[4]{n^2+2n+1}}$	48	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\cdot \ln^3 n}$
49	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{4n^5}{n^6-2}$	50	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\cdot \ln(n^2)}$
51	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(n^2-3)\cdot \ln^2 n}$	52	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\cdot \ln^2(2n+1)}$
53	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)\cdot \ln(n+1)}$	54	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\cdot(n-1)}$
55	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8n^2}{2n^6+1}$	56	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)\cdot(3n+2)}$
57	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{4^{\sqrt{n-1}}}{\sqrt{2n-2}}$	58	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\cdot \ln^2(n\sqrt{5}+2)}$
59	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)\cdot \ln(2n)}$	60	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+4n+5}$
61	$\sum_{n=1}^{\infty} n^2\cdot e^{-\frac{n}{2}}$	62	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\sqrt{n/2}}}{\sqrt{n}}$

Продолжение табл. 1.7

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
63	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n^2+2)\cdot e^{-3n}$	64	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n(\ln^4 n+1)}$
65	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2n}{n^3+3n^2+5}$	66	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^{n^2}}$
67	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{25n^4+9}$	68	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{3^{2n^3}}$
69	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\cdot\ln(2n)}$	70	$\sum\limits_{n=4}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)\sqrt{\ln(n-2)}}$
71	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\cdot\ln(2n)\cdot\ln\ln(2n)}$	72	$\sum\limits_{n=4}^{\infty} \frac{2n-1}{(n-3)\cdot(n+2)}$
73	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^2}}$	74	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+7}$
75	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+4)\cdot\ln^2(5n+2)}$	76	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{16+n^2}}$
77	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n\cdot\sqrt{\ln(3n-1)}}$	78	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+\ln(n^3)}{n}$
79	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{n}{3}\cdot\ln^2(n+7)}$	80	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{\sqrt{n^2+9}}$
81	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{n^6+16}$	82	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{e^{\sqrt{n-1}}}{\sqrt[4]{n^2-2n+1}}$
83	$\sum\limits_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(n-3)\cdot\sqrt{\ln(n-1)}}$	84	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\cdot\ln(5n)\cdot\ln\ln(5n)}$
85	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{(2n^3-1)\cdot\ln n}$	86	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+2)}{\sqrt[7]{n^4}}$
87	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{4n\cdot\sqrt{\ln(n+1)}}$	88	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(2n^2-1)\ln n}$

Продолжение табл.1.7

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
89	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4^{\sqrt[3]{n^2}}}{\sqrt[3]{n}}$	90	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{0{,}5n^2}{n^6+64}$
91	$\sum\limits_{n=3}^{\infty} \frac{2n+1}{(n+3)\cdot(n-2)}$	92	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(2n+1)\cdot(2n-1)}$
93	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{3n+2}{(n^2-2)\cdot\ln(3n-1)}$	94	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6n^3}{n^8+36}$
95	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\ln^3(3n)}$	96	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-\sin n}{n^2+2\cos n}$
97	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\ln(2n+1)}{2n+1}$	98	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{7^{\sqrt[7]{n^3}}}{\sqrt[7]{n^2}}$
99	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{(n^4+4n-1)^3}$	100	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^6+5n^4}{n^7+7n^5+2}$

1.2.8. Задание 8

Исследовать абсолютную и условную сходимость знакопеременного ряда.

Таблица 1.8

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
1	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+3}}$	2	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot \sqrt[3]{n}}$
3	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cos\frac{\pi}{5n}$	4	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{\sqrt{n-1}}{n+\ln n}$
5	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot (2n+1)}{4 \cdot 9 \cdot 14 \cdot \ldots \cdot (5n-1)}$	6	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{\sin \pi / n}{n}$
7	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^n}$	8	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2^n}{(n+1)!}$
9	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{(n+1)^2}{n^3+\pi^3}$	10	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot n \cos\frac{1}{n}$
11	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \ln(n+1)}$	12	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{\ln n}{n}\right)^2$
13	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+100}{n^3}$	14	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \ln(1+\frac{1}{n})$
15	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \sin\frac{\pi}{3n}$	16	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n}{n^2+3}$
17	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1) \cdot 3^n}$	18	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+2^n}$
19	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{\ln n}}$	20	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{\sqrt{2n-1}}{\ln n}$
21	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \sin\frac{1}{4n}$	22	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{3^{n+1}}{n(3^n+1)}$
23	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n-\ln n}$	24	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1) \cdot (n+4)}$

Продолжение табл. 1.8

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
25	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n-1}{n+1}$	26	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n-2}$
27	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \mathrm{tg}\frac{1}{n}$	28	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$
29	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \ln n \cdot \ln\ln n}$	30	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot \mathrm{tg}\frac{\pi}{4\sqrt{n}}}{\sqrt{5n-1}}$
31	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \sin\frac{\pi}{2^n}$	32	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \ln\left(1+\frac{1}{n^2}\right)$
33	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1-2n}{2n+1}\right)^n$	34	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n+2^{1/n}}$
35	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \ln^2 n}$	36	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2n-1}{3n}$
37	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \sqrt{\ln n}}$	38	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{2n+1}}$
39	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)!}$	40	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}$
41	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^3}$	42	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n} \cdot \ln^2 n}$
43	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n^2}{1-n^2}$	44	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n^3}{(2n+3)!}$
45	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot (3n+1)}$	46	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{2n+1}{n(n+1)}$
47	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\sqrt[3]{n}}{n+2}$	48	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^3}}$
49	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+\sqrt{n}}$	50	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot n\sin\frac{1}{n}$

Продолжение табл. 1.8

$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$
51	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2n-1}{n^2 \cdot 5^n}$	52	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\ln n}{n}$
53	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{\ln(2n)}{n+2}$	54	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+3}$
55	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n}{2^n}$	56	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n \cdot \ln n}}$
57	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n} \cdot \ln n}$	58	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+1}{\sqrt{n^3}}$
59	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot (1-\cos\frac{\pi}{n})$	60	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)}{5 \cdot 9 \cdot 13 \cdot \ldots \cdot (4n+1)}$
61	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{5 \cdot \sqrt[n]{n+1}}$	62	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n^3}{(n+1)^4}$
63	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot (3n+1)}{3 \cdot 8 \cdot 13 \cdot \ldots \cdot (5n-2)}$	64	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2+2^n}{3 \cdot 2^{n+1}}$
65	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2 \cdot 3^{n+1}}{\sqrt{n \cdot 9^n}}$	66	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n!}{n^n}$
67	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\ln n}{\sqrt{n}}$	68	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln^2 n}$
69	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \left(\frac{2n-1}{3n+2}\right)^n$	70	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\ln n}{\sqrt{n^3}}$
71	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \sqrt{n+1}}$	72	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \sin\frac{1}{n}$
73	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot \sin(\frac{\pi}{2\sqrt{n}})}{\sqrt{3n+1}}$	74	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot \ln(2n)}$
75	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{n^4-n^2+1}$	76	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n(n+1)}}$

Продолжение табл. 1.8

$n_{вар}$	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	$n_{вар}$	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$
77	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{\sqrt[5]{n}}{\ln(n+5)}$	78	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \cdot \left(\frac{n}{n+2}\right)^{n}$
79	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \cdot \frac{\sin(\frac{1}{n})}{\mathrm{ctg}(\frac{1}{n})}$	80	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{\ln n}{3^n}$
81	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n}{5n-2}$	82	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \cdot \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \ldots \cdot (n+3)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot \ldots \cdot (2n+5)}$
83	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n}\, \mathrm{tg}\left(\frac{1}{3^n}\right)$	84	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \ln n}{\sqrt{n}}$
85	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \cdot \frac{\ln n}{n+1}$	86	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{\sqrt[3]{n+1}}$
87	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{\sqrt{n}}{n+100}$	88	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{(2n-1)^2}$
89	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{(n+1) \cdot 2^n}$	90	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \cos\left(\frac{3}{n}\right)$
91	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{3n(3n-1)}$	92	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{(n+1) \ln n}$
93	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{\ln(n+1)}$	94	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n^2}{5^n}$
95	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{\ln n}{n!}$	96	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n} \ln n}{\sqrt[100]{n^{101}}}$
97	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \cdot (1 - \cos\frac{1}{\sqrt{n}})$	98	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{n + \cos\left(\frac{2}{\sqrt{n+1}}\right)}$
99	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2^n + 3}$	100	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \cdot \frac{1}{\sqrt[n]{n}}$

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЙ

2.1. ВЫПОЛНЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО УПРАЖНЕНИЯ

Упражнение 2.1.

Докажите, что ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ с положительными членами ($a_n > 0$), для которого выполняются условия $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$ и, для всех n, $\frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$, расходится.

Доказательство. Из неравенства $\frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$, в условиях сформулированного предложения ($a_n > 0$), следует неравенство $a_{n+1} > a_n$ и, далее, неравенство $a_n > a_1 > 0$, верное для всех $n > 1$. Последнее означает что, даже если предел $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ существует, то $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \geq a_1 > 0$ и он не может равняться нулю. То есть, в любом случае для ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ не выполняется необходимое условие сходимости (необходимый признак сходимости) и, следовательно, этот ряд расходится.

2.2. ВЫПОЛНЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ

2.2.1. Выполнение задания 1

Пример 2.1.

Запишите ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ в развернутой форме $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$,если задан общий член $a_n = \frac{\sin \frac{\pi}{n+1}}{\sqrt{n \cdot 2^n}}$ ряда. Для этого найдите 5 первых членов ряда.

Решение. Полагая:

n = 1, имеем $a_1 = \dfrac{\sin\dfrac{\pi}{1+1}}{\sqrt{1\cdot 2^1}} = \dfrac{\sin\dfrac{\pi}{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$;

n = 2, имеем $a_2 = \dfrac{\sin\dfrac{\pi}{2+1}}{\sqrt{2\cdot 2^2}} = \dfrac{\sin\dfrac{\pi}{3}}{\sqrt{8}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{8}} = \dfrac{\sqrt{6}}{8}$;

n = 3, имеем $a_3 = \dfrac{\sin\dfrac{\pi}{3+1}}{\sqrt{3\cdot 2^3}} = \dfrac{\sin\dfrac{\pi}{4}}{\sqrt{24}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{24}} = \dfrac{1}{\sqrt{48}} = \dfrac{\sqrt{3}}{12}$;

n = 4, имеем $a_4 = \dfrac{\sin\dfrac{\pi}{4+1}}{\sqrt{4\cdot 2^4}} = \dfrac{\sin\dfrac{\pi}{5}}{8}$;

n = 5, имеем $a_5 = \dfrac{\sin\dfrac{\pi}{5+1}}{\sqrt{5\cdot 2^5}} = \dfrac{\sin\dfrac{\pi}{6}}{\sqrt{160}} = \dfrac{1}{2\sqrt{160}} = \dfrac{\sqrt{10}}{80}$;

Ряд в развернутой форме записи имеет вид

$$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{8} + \frac{\sqrt{3}}{12} + \frac{\sin\frac{\pi}{5}}{8} + \frac{\sqrt{10}}{80} + \ldots \frac{\sin\frac{\pi}{n+1}}{\sqrt{n\cdot 2^n}} + \ldots \; .$$

Пример 2.2.

Запишите ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ в развернутой форме $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$,если задан общий член $a_n = (-1)^{n-1}\cdot \operatorname{arctg}\dfrac{1}{n^3}$ ряда. Для этого найдите 5 первых членов ряда.

Решение. Полагая:

n = 1, имеем $a_1 = (-1)^{1-1}\cdot \operatorname{arctg}\dfrac{1}{1^3} = (-1)^0 \cdot \operatorname{arctg}1 = 1\cdot\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\pi}{4}$;

n = 2, имеем

$a_2 = (-1)^{2-1}\cdot \operatorname{arctg}\dfrac{1}{2^3} = (-1)^1\cdot \operatorname{arctg}\dfrac{1}{8} = (-1)\cdot \operatorname{arctg}\dfrac{1}{8} = -\operatorname{arctg}\dfrac{1}{8}$;

$n = 3$, имеем $a_3 = (-1)^{3-1} \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{3^3} = (-1)^2 \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{27} = \operatorname{arctg} \frac{1}{27}$.

Аналогично $a_4 = -\operatorname{arctg} \frac{1}{64}$ и $a_5 = \operatorname{arctg} \frac{1}{125}$;

Ряд в развернутой форме записи имеет вид

$$\frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg} \frac{1}{8} + \operatorname{arctg} \frac{1}{27} - \operatorname{arctg} \frac{1}{64} + \operatorname{arctg} \frac{1}{125} + \ldots (-1)^{n-1} \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{n^3} + \ldots$$

.

Пример 2.3.

Запишите ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ в развернутой форме $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$,если задан общий член $a_n = \frac{5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot \ldots \cdot (3n+2)}{(n-1)!}$ ряда. Для этого найдите 5 первых членов ряда.

Замечание. Напомним, что факториал числа n определяется равенством

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{если } n = 0, \\ 1, & \text{если } n = 1, \\ 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n, & \text{если } n = 2,3,4,\ldots \end{cases}.$$

Таким образом для натуральных чисел n, больших 1, факториал равен произведению всех подряд натуральных чисел от 1 до n. Например, $2! = 1 \cdot 2 = 2$,

$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$, $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$, $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ и т.д.

Аналогично, выражение $5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot \ldots \cdot (3n+2)$ при $n = 1$ равно 5 $= (3 \cdot 1 + 2)$, а при натуральных n больших 1 равно произведению n чисел вида $(3k+2)$, для которых k пробегает все натуральные значения подряд от 1 до n

$$(3 \cdot 1 + 2) \cdot (3 \cdot 2 + 2) \cdot (3 \cdot 3 + 2) \cdot \ldots \cdot (3 \cdot n + 2)$$

Решение. Полагая:

$n = 1$, имеем $a_1 = \frac{(3 \cdot 1 + 2)}{(1-1)!} = \frac{5}{0!} = \frac{5}{1} = 5$;

$n = 2$, имеем $a_2 = \frac{(3 \cdot 1 + 2) \cdot (3 \cdot 2 + 2)}{(2-1)!} = \frac{5 \cdot 8}{1} = 40$;

$n = 3$, имеем $a_3 = \dfrac{(3\cdot 1+2)\cdot(3\cdot 2+2)\cdot(3\cdot 3+2)}{(3-1)!} = \dfrac{5\cdot 8\cdot 11}{2} = 220$;

$n = 4$, имеем

$$a_4 = \frac{(3\cdot 1+2)\cdot(3\cdot 2+2)\cdot(3\cdot 3+2)\cdot(3\cdot 4+2)}{(4-1)!} = \frac{5\cdot 8\cdot 11\cdot 14}{6} = \frac{3080}{3};$$

$n = 5$, имеем $a_5 = \dfrac{5\cdot 8\cdot 11\cdot 14\cdot 17}{4!} = \dfrac{13090}{3}$.

Ряд в развернутой форме записи имеет вид

$$5+40+220+\frac{3080}{3}+\frac{13090}{3}+\ldots\frac{5\cdot 8\cdot 11\cdot\ldots\cdot(3n+2)}{(n-1)!}+\ldots \ .$$

2.2.2. Выполнение задания 2

Пример 2.4.

Для ряда $-\dfrac{2}{10}+\dfrac{9}{10\cdot 17}-\dfrac{28}{10\cdot 17\cdot 24}+\dfrac{65}{10\cdot 17\cdot 24\cdot 31}-\ldots,$ определите его общий член a_n и запишите ряд в виде $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

Решение. Заметим, что числа 2, 9, 28, 65 являются последовательностью кубов натуральных чисел увеличенных на единицу

$$2 = 1^3+1,\ \ 9 = 2^3+1,\ \ 28 = 3^3+1,\ \ 65 = 4^3+1,$$

т.е. имеют вид n^3+1, где n номер члена ряда.

Числа последовательности 10, 17, 24, 31 образуют арифметическую прогрессию с разностью 7, и имеют вид $7\cdot k+C$. Подберем C так, чтобы при $k = 1$ число $7\cdot k+C$ равнялось 10. Очевидно $C = 3$. Убеждаемся, что при k равном 2, 3, 4, число $7\cdot k+3$ равняется 17, 24, 31, соответственно. Т.о. знаменатели членов данного ряда имеют вид $10\cdot 17\cdot 24\cdot\ldots\cdot(7n+3)$.

Чтобы организовать правильное чередование знаков у членов ряда достаточно в n-ый член ряда ввести один из множителей: $(-1)^n$ или $(-1)^{n-1} = (-1)^{n+1}$. В первом случае чередование знаков будет начинаться с “–”, а во втором с “+”.

Суммируя сказанное, получаем формулу общего члена ряда

$$a_n = (-1)^n \cdot \frac{n^3+1}{10\cdot 17\cdot 24\cdot \ldots \cdot (7n+3)}.$$

Вычислив по этой формуле первые четыре члена ряда, убеждаемся, что

$$a_1 = -\frac{2}{10},\ a_2 = \frac{9}{10\cdot 17},\ a_3 = -\frac{28}{10\cdot 17\cdot 24},\ a_4 = \frac{65}{10\cdot 17\cdot 24\cdot 31}.$$

Полагая, что последующие члены ряда подчиняются этой же закономерности, ряд можно записать так

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cdot \frac{n^3+1}{10\cdot 17\cdot 24\cdot \ldots \cdot (7n+3)}.$$

2.2.3. Выполнение задания 3

Пример 2.5.

Найдите сумму числового ряда $\sum\limits_{n=9}^{\infty}\frac{1}{(n-5)(n-8)}$.

Решение. Разложим дробь $a_n = \frac{1}{(n-5)(n-8)}$ на простейшие дроби.

$$\frac{1}{(n-5)(n-8)} = \frac{A}{n-5} + \frac{B}{n-8} = \frac{A(n-8)+B(n-5)}{(n-5)(n-8)} =$$

$$= \frac{(A+B)n + (-8A-5B)}{(n-5)(n-8)}$$

Найдём A и B, решив систему уравнений $\begin{cases} A+B=0, \\ -8A-5B=1. \end{cases}$

Получим, $A = -\frac{1}{3}$, $B = \frac{1}{3}$, и

$$a_n = \frac{1}{(n-5)(n-8)} = \frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{n-5} + \frac{1}{n-8}\right).$$

Тогда частичная сумма S_k данного ряда имеет вид

$$S_k = a_9 + a_{10} + a_{11} + a_{12} + a_{13} + \ldots + a_{k-3} + a_{k-2} + a_{k-1} + a_k =$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{4}+1\right)+\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{7}+\frac{1}{4}\right)+$$

$$+\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{8}+\frac{1}{5}\right)+\ldots+\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{к-8}+\frac{1}{к-11}\right)+\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{к-7}+\frac{1}{к-10}\right)++$$

$$+\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{к-6}+\frac{1}{к-9}\right)+\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{к-5}+\frac{1}{к-8}\right)=$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{к-7}-\frac{1}{к-6}-\frac{1}{к-5}\right),$$

и

$$\lim_{k\to\infty} S_k = \lim_{k\to\infty}\frac{1}{3}\cdot\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{к-7}-\frac{1}{к-6}-\frac{1}{к-5}\right)=$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=\frac{11}{18}\ .$$

Итак, существует конечный предел последовательности частичных сумм S_k. Следовательно, по определению, ряд сходится и его сумма равна $\frac{11}{18}$.

Пример 2.6.

Найдите сумму числового ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(3^{n+1}-2^n)^2}{5^{2n-1}}$.

Решение. Представим ряд в виде линейной комбинации геометрических прогрессий.

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3^{n+1}-2^n)^2}{5^{2n-1}} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{9\cdot 9^n - 6\cdot 6^n + 4^n}{\frac{25^n}{5}} =$$

$$= 5\cdot\left(9\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{9}{25}\right)^n - 6\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{6}{25}\right)^n + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{4}{25}\right)^n\right)=$$

$$=5\cdot\left(9\cdot\frac{\frac{9}{25}}{1-\frac{9}{25}}-6\cdot\frac{\frac{6}{25}}{1-\frac{6}{25}}+\frac{\frac{4}{25}}{1-\frac{4}{25}}\right)=5\cdot\left(\frac{81}{16}-\frac{36}{19}+\frac{4}{21}\right)=\frac{34665}{2120}\approx 16{,}351$$

Пример 2.7.

Найдите сумму числового ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^{n-1}-2^{n+2}}{3^{n+1}}$.

Решение. Представим ряд в виде линейной комбинации геометрических прогрессий.

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^{n-1}-2^{n+2}}{3^{n+1}}=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3^{n-1}}{3^{n+1}}-\frac{2^{n+2}}{3^{n+1}}\right)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{9}-2\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^{n}.$$

Знаменатель геометрической прогрессии $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^{n}$ меньше единицы, $0<\frac{2}{3}<1$, поэтому эта геометрическая прогрессия сходится и имеет сумму $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^{n}=\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}}=2$.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{9}=\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\ldots+\frac{1}{9}+\ldots=\infty$ расходится к бесконечности, как геометрическая прогрессия со знаменателем равным 1.

Таким образом и данный ряд расходится к бесконечности.

2.2.4. Выполнение задания 4

Пример 2.8.

Исследовать сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^{2}2^{n}}{n+2^{n}}$, применяя признаки сравнения.

Решение. Исследуемый ряд является рядом с неотрицательными членами, и для всех натуральных n выполняются неравенства

$$0 \le \frac{\sin^2 2^n}{n+2^n} \le \frac{1}{n+2^n} < \frac{1}{2^n} = \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

Геометрическая прогрессия $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ сходится, т.к. ее знаменатель $q=\frac{1}{2}$ меньше единицы. Таким образом, по признаку сравнения сходится и данный ряд.

Пример 2.9.

Исследовать сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n^4\cdot\sqrt{3n-2}}}$, применяя признаки сравнения.

Решение. Исследуемый ряд является рядом с неотрицательными членми, и для всех натуральных n выполняются неравенства

$$0 \le \frac{1}{\sqrt[3]{n^4\cdot\sqrt{3n-2}}} > \frac{1}{\sqrt[3]{n^4\cdot\sqrt{3n}}} = \frac{1}{\sqrt[6]{3}}\cdot\frac{1}{n^{\frac{1}{3}\cdot(4+\frac{1}{2})}} = \frac{1}{\sqrt[6]{3}}\cdot\frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}.$$

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$ сходится как ряд Дирихле с показателем $p=\frac{3}{2}$ большим единицы. Однако здесь мы не можем применить признак сравнения, т.к. из сходимости ряда с меньшими членами не следует сходимость ряда с большими членами. Поэтому здесь мы применим другой признак сравнения – предельный признак сравнения. Найдем предел отношения общих членов указанного ряда Дирихле и исследуемого ряда.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\dfrac{1}{n^{\frac{3}{2}}}}{\dfrac{1}{\sqrt[3]{n^4\cdot\sqrt{3n-2}}}} = \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^4\cdot\sqrt{3n-2}}}{n^{\frac{3}{2}}} = \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^4\cdot\sqrt{3n-2}}}{\sqrt[3]{n^{\frac{9}{2}}}} =$$

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[3]{\frac{n^4\cdot\sqrt{3n-2}}{n^{\frac{9}{2}}}}=\lim_{n\to\infty}\sqrt[3]{\frac{\sqrt{3n-2}}{n^{\frac{1}{2}}}}=\lim_{n\to\infty}\sqrt[6]{\frac{3n-2}{n}}=\sqrt[6]{3}.$$

Так как этот предел конечный и отличный от нуля, то по предельному признаку сравнения сравниваемые ряды либо оба сходятся , либо оба расходятся. Поскольку указанный выше ряд Дирихле сходится ,то сходится и данный ряд.

Пример 2.10.

Применяя признаки сравнения, исследовать сходимость ряда $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\ln(n!)}=\frac{1}{\ln 2}+\frac{1}{\ln 6}+\frac{1}{\ln 24}+\ldots+\frac{1}{\ln(n!)}+\ldots$.

Решение. Исследуемый ряд является рядом с неотрицательными членами, и для всех натуральных $n>1$, очевидно, выполняется неравенство

$$0<n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n<n^n,$$

из истинности которого, следует истинность неравенств

$$0<\ln(n!)<\ln n^n=n\ln n \text{ и } 0<\frac{1}{n\ln n}<\frac{1}{\ln(n!)}.$$

Ряд $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}$, как известно, расходится, а тогда по признаку сравнения расходится и исследуемый ряд.

Замечание. Расходимость ряда $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}$ обычно доказывают с помощью интегрального признака Коши. Рассмотрим другое доказательство расходимости этого ряда.

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}=\frac{1}{2\ln 2}+\left(\frac{1}{3\ln 3}+\frac{1}{4\ln 4}\right)+\left(\frac{1}{5\ln 5}+\frac{1}{6\ln 6}+\frac{1}{7\ln 7}+\frac{1}{8\ln 8}\right)+\ldots+$$

$$+\left(\frac{1}{2^{k-1}+1}+\frac{1}{2^{k-1}+2}+\ldots+\frac{1}{2^{k-1}+2^{k-1}}\right)+\ldots>\frac{1}{2\ln 2}+\left(\frac{1}{4\ln 4}+\frac{1}{4\ln 4}\right)+$$

$$+\left(\frac{1}{8\ln 8}+\frac{1}{8\ln 8}+\frac{1}{8\ln 8}+\frac{1}{8\ln 8}\right)+..+$$

$$+\left(\frac{1}{2^{k-1}+2^{k-1}}+\frac{1}{2^{k-1}+2^{k-1}}+..+\frac{1}{2^{k-1}+2^{k-1}}\right)+..=$$

$$=\frac{1}{2\ln 2}+\frac{2}{4\ln 4}+\frac{4}{8\ln 8}+...+\frac{2^{k-1}}{2^k\ln 2^k}+...=$$

$$=\frac{1}{2\ln 2}+\frac{1}{4\ln 2}+\frac{1}{6\ln 2}+...+\frac{1}{2k\cdot\ln 2}+...=$$

$$=\frac{1}{2\ln 2}\cdot\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{k}+...\right)=\frac{1}{2\ln 2}\cdot\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}=\left[\frac{1}{2\ln 2}\cdot\infty\right]=\infty.$$

В этом рассуждении использовались следующие факты:

– гармонический ряд $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}$ расходится к ∞;

– у ряда, который получается при указанной выше группировке членов исследуемого ряда, члены оказываются больше чем члены гармонического ряда, умноженные на число $\frac{1}{2\ln 2}$;

– если хотя бы один из двух рядов, ряд с неотрицательными членами и ряд, который из него получается произвольной группировкой членов без их перестановки, расходится к ∞, то расходится к ∞ и другой ряд.

2.2.5. Выполнение задания 5

Пример 2.11.

Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n\cdot\sqrt[3]{n^2+3}}{(n+2)!}$, применяя признак Даламбера.

Решение. Исследуемый ряд является рядом с положительными членами. Найдем предел отношения (n+1)-го члена ряда к n-ому члену ряда

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\dfrac{2^{n+1}\cdot\sqrt[3]{(n+1)^2+3}}{((n+1)+2)!}}{\dfrac{2^n\cdot\sqrt[3]{n^2+3}}{(n+2)!}}=\lim_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}\cdot\sqrt[3]{(n+1)^2+3}\cdot(n+2)!}{2^n\cdot\sqrt[3]{n^2+3}\cdot(n+3)!}=$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2\cdot\sqrt[3]{n^2+2n+4}}{\sqrt[3]{n^2+3}}\cdot\frac{(n+2)!}{(n+3)\cdot(n+2)!}=$$

$$=2\cdot\lim_{n\to\infty}\sqrt[3]{\frac{n^2+2n+4}{n^2+3}}\cdot\lim_{n\to\infty}\frac{1}{(n+3)}=2\cdot1\cdot0=0.$$

Итак $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}<1$, предел меньше единицы и, по признаку Даламбера, исследуемый ряд сходится.

2.2.6. Выполнение задания 6

Пример 2.12.

Исследовать сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n^2-1}{n^2+2}\right)^{n^3}$, применяя признак Коши (с радикалом).

Решение. Исследуемый ряд является рядом с положительными членами. Применим признак Коши (с радикалом).

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\left(\frac{2n^2-1}{n^2+2}\right)^{n^3}}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2-1}{n^2+2}\right)^{n^2}=\left[2^{\infty}\right]=\infty,$$

т.к. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n^2-1}{n^2+2}=2$ и $\lim\limits_{n\to\infty}n^2=\infty$.

Итак, $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}>1$, и по признаку Коши (с радикалом) исследуемый ряд расходится.

2.2.7. Выполнение задания 7

Пример 2.13.

Исследовать сходимость ряда $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n\cdot\ln n\cdot\ln^5(\ln n)}$, применяя интегральный признак Коши.

Функция $f(x)=\frac{1}{x\cdot\ln x\cdot\ln^5(\ln x)}$ на промежутке $[3;\infty)$ неотрицательная, невозрастающая и непрерывная. По интегральному признаку Коши ряд $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n\cdot\ln n\cdot\ln^5(\ln n)}$ и несобственный интеграл $\int\limits_3^{\infty}\frac{dx}{x\cdot\ln x\cdot\ln^5(\ln x)}$ либо оба сходятся, либо оба расходятся. Исследуем сходимость несобственного интеграла.

$$\int\limits_3^{\infty}\frac{dx}{x\cdot\ln x\cdot\ln^5(\ln x)}=\lim_{b\to\infty}\int\limits_3^{b}\frac{dx}{x\cdot\ln x\cdot\ln^5(\ln x)}=\lim_{b\to\infty}\int\limits_3^{b}\frac{d(\ln(\ln\ x))}{\ln^5(\ln x)}=$$

$$\lim_{b\to\infty}\frac{-1}{4\cdot\ln^4(\ln x)}\bigg|_{x=3}^{x=b}=-\frac{1}{4}\lim_{b\to\infty}\left(\frac{1}{\ln^4(\ln b)}-\frac{1}{\ln^4(\ln 3)}\right)=\frac{1}{4\cdot\ln^4(\ln 3)}$$

.

Т.к. интеграл сходится, то и исследуемый ряд сходится.

2.2.8. Выполнение задания 8

Пример 2.14.

Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cdot\frac{\ln n}{\sqrt[4]{n}}$.

Исследуем ряд на абсолютную сходимость. Для этого рассмотрим ряд составленный из модулей членов данного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt[4]{n}}$. Сравним его с рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\frac{1}{4}}}$, отметив, что:

оба ряда с неотрицательными членами ;

второй ряд расходится, как ряд Дирихле с параметром $p < 1$ $(p = \frac{1}{4})$;

для $n > 2$ выполняются неравенства $\ln n > 1$, $\frac{1}{n^{\frac{1}{4}}} < \frac{\ln n}{\sqrt[4]{n}}$.

Тогда по признаку сравнения рядов с неотрицательными членами ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt[4]{n}}$ расходится, а это означает, что исследуемый ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cdot\frac{\ln n}{\sqrt[4]{n}}$ не сходится абсолютно.

Для исследования данного ряда на условную сходимость применим признак Лейбница, отметив, что :

данный ряд знакочередующийся;

предел общего члена ряда (модуля общего члена ряда) равен 0 (действительно, используя правило Лопиталя, имеем

$$\lim_{n\to\infty}|a_n| = \lim_{n\to\infty}\frac{\ln n}{n^{\frac{1}{4}}} = \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{4}\cdot n^{-\frac{3}{4}}} = \lim_{n\to\infty}\frac{4}{n^{\frac{1}{4}}} = 0\ );$$

начиная с некоторого номера члены ряда убывают по абсолютной величине (действительно, функция $f(x)=\frac{\ln x}{x^{1/4}}$ имеет производную $\frac{df}{dx}=\frac{4-\ln x}{4x\sqrt[4]{x}}$, которая отрицательна, если $x > e^4$).

Тогда по признаку Лейбница данный ряд сходится условно.

3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭВМ

Задания раздела 1 можно выполнять с помощью ЭВМ, используя, например, пакет Mathcad, а также совместимые с ним программные разработки кафедры. Однако ЭВМ дает готовые ответы и не отражает процесс вычислений. Поэтому в целях усвоения темы, предполагается подробное "ручное" решение заданий и применение ЭВМ ограничивается проверкой правильности ответов и использованием калькулятора .

Рассмотрим решение некоторых задач с помощью пакета Mathcad.

3.1. Вычисление суммы ряда

Чтобы вычислить сумму ряда нужно:

• вызвать математическую палитру (если она ещё не вызвана), нажав щелчком левой кнопки мыши в строке "меню" кнопку $[\text{View}]$, и в открывшемся списке, щелчком левой кнопки мыши выбрать "Math Palette" ;

• вызвать палитру вычислений (операторов), нажав на математической палитре кнопку $\left[\int\frac{dy}{dx}\right]$;

• вызвать шаблон суммы-ряда, нажав на палитре вычислений кнопку $\left[\sum\limits_{\bullet=\bullet}^{\bullet}\bullet\right]$;

• в появившемся шаблоне суммы-ряда ввести выражение общего члена ряда и пределы суммирования ;

• вызвать логическую палитру, нажав на математической палитре кнопку $\begin{bmatrix}\neq & \geq \\ & \equiv\end{bmatrix}$;

• нажать на логической палитре кнопку $[\rightarrow]$, и щёлкнуть левой кнопкой мыши вне активного поля, выделенного рамкой ;

• результат вычислений появится после стрелки $\rightarrow$.

Замечание. При нажатии кнопки $[\to]$ Mathcad ищет и выдает на экране точное, символьное значение суммы ряда. Это ему удается сделать далеко не всегда (см. ниже примеры 2.4., 2.5.).

ПРИМЕР 2.1.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+13)\cdot(n+16)} \to \frac{337}{5040};$$

ПРИМЕР 2.2.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \to \infty.$$

ПРИМЕР 2.3.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} \to e^2.$$

Заметим, что Windows приложение Mathcad позволяет вычислять не все суммы-ряды, а только те, вычисление которых программно обеспечено в этом приложении (этот недостаток частично можно преодолеть с помощью имеющихся в Mathcad средств программирования). Поэтому возможны такие результаты работы Mathcad , как в примерах 2.4. и 2.5.

ПРИМЕР 2.4.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2\cdot(n^2+1)}} \to \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2\cdot(n^2+1)}}.$$

ПРИМЕР 2.5.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2\cdot(n^2+1)}} \to \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2\cdot(n^2+1)}}.$$

3.2. Исследование сходимости рядов

Во многих случаях исследование сходимости рядов сводится к вычислению некоторых пределов и сравнению их значений с некоторыми заданными числами (или символом ∞). Так будет, если для исследования сходимости ряда используются предельный признак сравнения, признак Даламбера, признак Коши (с радикалом) и некоторые другие признаки. Рассмотрим примеры.

ПРИМЕР 2.6.

Исследовать сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2\cdot(n^2+1)}}$.

При больших n, $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2\cdot(n^2+1)}} \approx \sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2\cdot(n^2+0)}} = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$.

Воспользуемся предельным признаком сравнения, сравнив данный ряд с рядом $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$. Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ сходится, как ряд Дирихле $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$ с параметром $p>1$. С помощью приложения Mathcad найдём предел отношения общих членов этих рядов. Для этого нужно набрать:

$$f(n):=\frac{1}{\sqrt{n^2\cdot(n^2+1)}};\ g(n):=\frac{1}{n^2};\ h(n):=\frac{f(n)}{g(n)};$$

$$\lim_{n\to\infty} h(n)\to 1.$$

Итак, предел отношения общих членов рассматриваемых рядов конечный и не равный нулю (равен 1). Следовательно, в отношении сходимости оба ряда ведут себя одинаково, т.е. исследуемый ряд сходится.

Аналогично можно использовать приложение Mathcad, при иссле-довании сходимости ряда с помощью признака Даламбера ($D(n):=\frac{f(n+1)}{f(n)}$) и признака Коши ($K(n):=\sqrt[n]{f(n)}$).

Заметим, что Windows приложение Mathcad позволяет вычислять не все пределы, а только те, вычисление которых программно обеспечено в этом приложении.

Приложение Mathcad позволяет вычислять значения многих несобственных интегралов. Это можно использовать при исследовании сходимости рядов с помощью интегрального признака Коши.

ПРИМЕР 2.7.

Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n}$.

Функция $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$ имеет производную $\frac{df}{dx} = x \cdot (2 - x) \cdot e^{-x}$, которая при $x > 2$ отрицательная, $\frac{df}{dx} < 0$. Тогда эта функция определена, непрерывна, неотрицательная и убывающая на промежутке $[2\ ;+\infty)$ и, по интегральному признаку Коши, ряд $\sum_{n=2}^{\infty} n^2 e^{-n}$ и интеграл $\int_2^{\infty} x^2 e^{-x} dx$ либо оба сходятся, либо оба расходятся . Вычислим этот интеграл с помощью ЭВМ. Для этого нужно набрать:

$$\int_2^{\infty} x^2 e^{-x} dx \to 10 \cdot e^{-2}.$$

Интеграл имеет конечное значение, следовательно, сходится. Тогда исследуемый ряд тоже сходится.

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Понятия числового ряда, частичной суммы и остатка ряда, сходимости и суммы ряда.
2. Приближенное вычисление суммы ряда и оценка погрешности.
3. Операции над рядами (сумма и разность рядов, произведение ряда на число, произведение рядов). Теоремы о сходимости суммы и разности рядов, произведения ряда на число, произведения рядов.
4. Критерий Коши сходимости числового ряда.
5. Необходимые признаки сходимости рядов (два признака: в терминах членов ряда и частичных сумм ряда). Привести примеры, показывающие, что эти признаки не являются достаточными признаками сходимости.
6. Определение гармонического ряда. Почему этот ряд называется гармоническим? Что можно сказать о сходимости этого ряда?
7. Сформулировать признаки сравнения для рядов с положительными членами.
8. Сформулировать признак Даламбера. Привести примеры.
9. Сформулировать признак Раабе.
10. Сформулировать признак Коши с радикалом. Привести примеры.
11. Сформулировать интегральный признак Коши. Применить этот признак к исследованию сходимости гармонического ряда.
12. Обобщённый гармонический ряд или ряд Дирихле (определение). Что можно сказать о сходимости обобщённого гармонического ряда при различных действительных значениях параметра?
13. Знакопеременные ряды. Определение абсолютной сходимости ряда. Теорема об абсолютной сходимости ряда.
14. Знакочередующиеся ряды. Сформулировать признак Лейбница. Оценка остатка ряда Лейбница.
15. Определение условной сходимости знакопеременного ряда. Привести примеры.
16. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.
17. Сформулировать признак Абеля-Дирихле. Привести пример.

Библиографический список

1. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления [Текст] : учебное пособие / Н. С. Пискунов. - изд., стер. - М. : Интеграл-Пресс, 2007. - Т. 1. - 416 с.
2. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа. Т.2 [Текст]: учебник / Л.Д.Кудрявцев. – М.: Дрофа, 2004. − 720 с.
3. Сборник задач по математике для втузов [Текст] : учебное пособие / под ред. А. В. Ефимова и А. С. Поспелова. − М. : Физматлит, 2009. - Ч. 3. - 544с.
4. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. [Текст] / М.Я.Выгодский.− М.: АСТ: Астрель, 2006. − 991 с.
5. Шмелев П.А. Теория рядов в задачах и упражнениях. [Текст]: учебное пособие для втузов / П.А.Шмелев. − М.: Высш. шк., 1983. − 176 с.
6. Кудрявцев Е.М. Mathcad 2000 Pro. – М.: ДМК Пресс, 2001 – 576с.