

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 04.09.2023 15:19:24  
Уникальный программный ключ:  
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d088

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное**  
**учреждение высшего образования**  
**«Юго-Западный государственный университет»**  
**(ЮЗГУ)**

Кафедра механики, мехатроники и робототехники



**ОПИСАНИЕ СИСТЕМ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ**

Методические указания по выполнению практической и самостоятельной работ по курсу  
«Управление мехатронными системами и роботами»  
по направлению 15.04.06 - «Мехатроника и робототехника»

Курск 2016

УДК 681.5.01

Составитель: П.А. Безмен

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент кафедры механики,  
мехатроники и робототехники

Е.Н. Политов

**Описание систем в пространстве состояний:** методические указания по выполнению практической и самостоятельной работ по дисциплине «Управление мехатронными системами и роботами» по направлению 15.04.06 - «Мехатроника и робототехника» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: П.А. Безмен; Курск, 2016. 20 с.: ил. 6, табл. 3.

Содержат сведения по вопросам синтеза систем автоматического управления для мехатронных систем и роботов. Приведены краткие сведения из теории, методика выполнения работы, варианты заданий, примеры.

Методические указания соответствуют требованиям программы, утверждённой учебно-методическим объединением (УМО).

Предназначены для студентов направления 15.04.06 - «Мехатроника и робототехника» всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.  
Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 100 экз. Заказ.  
Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.  
305040, Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## Практическая работа № 4 ОПИСАНИЕ СИСТЕМ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

### Цель работы

Целью работы является ознакомление с описанием и исследованием динамических систем управления в пространстве состояний.

### Постановка задачи

Даны математические модели трех систем и структурная схема, представляющая собой соединение этих систем. Необходимо:

- получить модель результирующей системы в пространстве состояний,
- исследовать наблюдаемость и управляемость трех подсистем в отдельности и их соединения в соответствии со схемой.

### Краткие сведения из теории

Многомерные системы, в отличие от одномерных имеют несколько входов и несколько выходов.

Для описания таких систем используются три набора параметров (три вектора), см. рис.1:

1. вектор входных воздействий (управлений);
2. вектор переменных состояний;
3. вектор выходных параметров;

и два преобразования:

1. преобразование «входы-состояния»;
2. преобразование «состояния-выходы».

Широкое распространение, обусловленное разработанным математическим аппаратом, получили линейные модели многомерных систем в пространстве состояний, которые имеют вид:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t); \\ y(t) &= C(t)x(t);\end{aligned}\tag{1}$$

первое соотношение называется уравнением состояния, второе - уравнением выхода. Здесь

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$$

- вектор переменных состояний;

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_r)^T \in U \subseteq \mathbb{R}^r$$

- вектор управлений;

$$y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T \in \mathbb{R}^n$$

- вектор измеряемых параметров;  $t$  - время;

$$A(t), B(t), C(t)$$

- матрицы размерности  $(n \times n)$ ,  $(n \times r)$ ,  $(m \times n)$  соответственно.

Предполагается, что известны начальные состояния  $x(t_0) = x_0$ , где  $t_0$  - начальный момент времени.

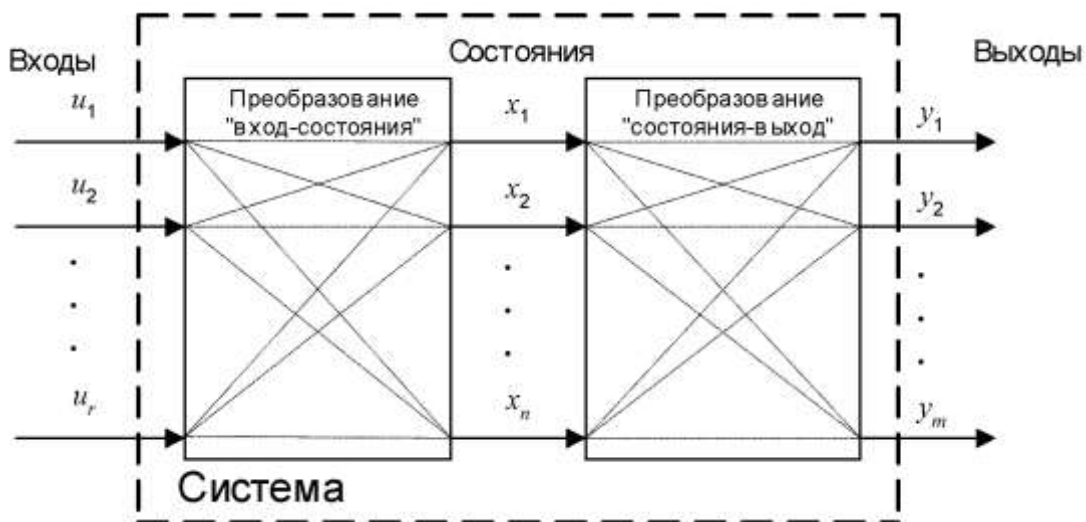


Рис. 1. Многомерные системы

Если матрицы  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$  не зависят от времени  $t$ , то система называется стационарной. Далее предполагается, что системы стационарны.

Рассмотрим задачи соединения двух подсистем в систему. При соединении возможны три варианта (рис. 2): параллельное (а), последовательное (б) и в обратной связи (в). Предполагается, что обе системы описываются в пространстве состояний соотношениями:

$$\begin{aligned} \dot{x}^1 &= A_1 x^1 + B_1 u^1; & y^1 &= C x^1; \\ \dot{x}^2 &= A_2 x^2 + B_2 u^2; & y^2 &= C x^2; \end{aligned}$$

где  $x^1$ ,  $u^1$ ,  $y^1$  - векторы состояний, управлений, выходов первой системы,  $x^2$ ,  $u^2$ ,  $y^2$  - второй. Необходимо по известным матрицам  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $C_2$  получить матрицы  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (рис. 2-з).

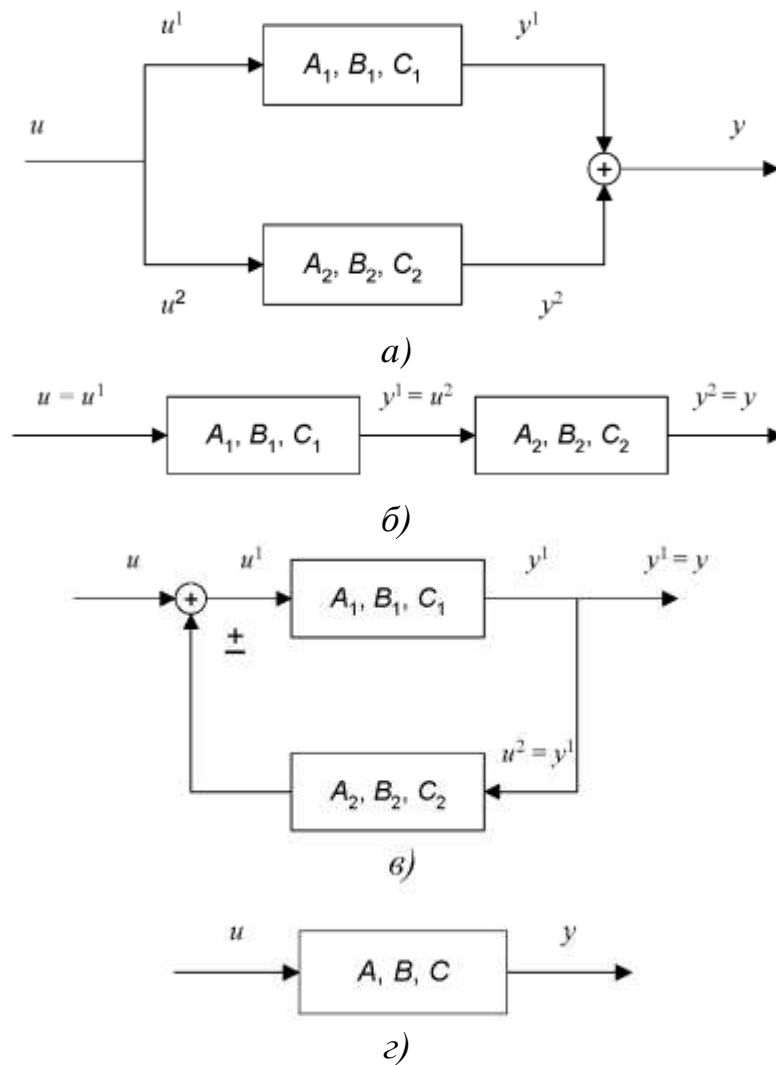


Рис. 2. Соединение двух систем

## 1. Параллельное соединение.

Запишем уравнения системы, с учетом особенностей соединения, указанных на рис. 2-а:

$$\dot{x}^1 = A_1 x^1 + B_1 u;$$

$$\dot{x}^2 = A_2 x^2 + B_2 u;$$

$$y = C_1 x^1 + C_2 x^2;$$

отсюда

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} u;$$

$$y = (C_1 \quad C_2) \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix}.$$

Окончательно матрицы соединения имеют вид:

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}; \quad C = (C_1 \quad C_2).$$

2. Последовательное соединение:

$$\begin{aligned} \dot{x}^1 &= A_1 x^1 + B_1 u; \\ \dot{x}^2 &= A_2 x^2 + B_2 C_1 x^1; \\ y &= C_2 x^2; \end{aligned}$$

в матричном виде:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ B_2 C_1 & A_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ 0 \end{pmatrix} u; \\ y &= (0 \quad C_2) \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

окончательно, имеем

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ B_2 C_1 & A_2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} B_1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad C = (0 \quad C_2).$$

3. Обратная связь:

$$\begin{aligned} \dot{x}^1 &= A_1 x^1 + B_1 u \pm B_1 C_2 x^2; \\ \dot{x}^2 &= A_2 x^2 + B_2 C_1 x^1; \\ y &= C_1 x^1; \end{aligned}$$

в матричном виде:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A_1 & \pm B_1 C_2 \\ B_2 C_1 & A_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ 0 \end{pmatrix} u; \\ y &= (C_1 \quad 0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & \pm B_1 C_2 \\ B_2 C_1 & A_2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} B_1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad C = (C_1 \quad 0).$$

Для линейных систем легко показать справедливость следующего результата, называемого принципом суперпозиции: эффект, вызываемый суммой нескольких воздействий, равен сумме нескольких воздействий, равен сумме эффектов от нескольких воздействий в отдельности. Закон изменения вектора состояний линейной системы представляется в виде суммы свободного и вынужденного колебания

$$x(t) = x_c(t) + x_e(t).$$

Свободное движение  $x_c(t)$  происходит при отсутствии внешнего воздействия в ненулевых начальных условиях. Оно определяется решением однородной системы уравнений, соответствующей исходному уравнению состояний:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t)$$

с начальными условиями  $x(t_0) = x_0$ .

Вынужденное движение  $x_e(t)$  - это реакция системы на внешнее воздействие  $u(t)$  при нулевых начальных условиях. Оно определяется решением неоднородного уравнения при нулевых начальных условиях. Для многомерных нестационарных систем, описываемых соотношениями, поведение векторов состояния и выхода определяется по формулам:

$$x(t) = \Phi(t, t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau)B(\tau)u(\tau)d\tau \quad (2)$$

$$y(t) = C(t)\Phi(t, t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t C(t)\Phi(t, \tau)B(\tau)u(\tau)d\tau \quad (3)$$

где  $\Phi(t, \tau)$  - переходная матрица, или матрица Коши, являющаяся решением уравнения

$$\frac{\partial \Phi(t, \tau)}{\partial t} = A(t)\Phi(t, \tau), \quad (4)$$

с начальным условием  $\Phi(\tau, \tau) = E$ .

Первые слагаемые в (2), (3) описывают свободное движение, а вторые - вынужденное.

Для многомерных стационарных систем, описываемых уравнениями (1), законы изменения вектора состояния и вектора выхода находятся по формулам

$$x(t) = \Phi(t)x(0) + \int_{t_0}^t \Phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau$$

$$y(t) = C\Phi(t)x(0) + \int_{t_0}^t C\Phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau$$

где

$$\Phi(t-\tau)$$

- переходная матрица стационарной системы, зависящая от разности  $t - \tau$ .

В данном случае решение уравнения (4) имеет вид

$$\Phi(t, \tau) = \Phi(t - \tau) = \exp[A(t - \tau)].$$

Одними из важнейших задач теории управления является исследование управляемости и наблюдаемости динамических систем. Приведем соответствующие определения и критерии для стационарных линейных систем, полученные Калманом.

Система называется вполне управляемой, если выбором управляющего воздействия  $u(t)$  на интервале времени  $[t_0, t_1]$  можно перевести систему из любого начального состояния  $x(t_0)$  в произвольное заранее заданное конечное состояние  $x(t_1)$ .

Система называется вполне наблюдаемой, если по реакции  $y(t_1)$  на выходе системы на интервале времени  $[t_0, t_1]$  при заданном управляющем воздействии  $u(t)$  можно определить начальное состояние  $x(t_0)$ .

*Критерий управляемости линейных систем.* Для того чтобы система была вполне управляемой, необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы управляемости

$$M_U = (B \mid AB \mid A^2B \mid \dots \mid A^{n-1}B)$$

равнялся размерности вектора состояния:

$$\text{rank } M_U = n.$$

*Критерий наблюдаемости линейных систем.* Для того чтобы система была вполне наблюдаемой, необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы наблюдаемости

$$M_Y = (C^T \mid A^T C^T \mid (A^T)^2 C^T \mid \dots \mid (A^T)^{n-1} C^T)$$



равнялся размерности вектора состояния:

$$\text{rank } M_Y = n.$$

Знак  $Z = (X \mid Y)$  означает присоединение матриц, т.е. для получения  $i$ -ой строки матрицы  $Z$  берется сначала  $i$ -ая строка матрицы  $X$ , затем следуют элементы  $i$ -ой строки матрицы  $Y$ . Предполагается, что количество строк у матриц одинаково.

Напомним, что под рангом матрицы подразумевается наивысший из порядков отличных от нуля миноров этой матрицы. Ранг матрицы равен наибольшему числу линейно независимых строк.

### Методика выполнения работы

В Control System Toolbox имеется тип данных, определяющих динамическую систему в пространстве состояний. Синтаксис команды, создающий непрерывную LTI (Linear Time Invariant)-систему в виде ss-объекта с одним входом и одним выходом

$$\text{SS}(A, B, C, D)$$

В эту функцию в качестве параметров передаются матрицы уравнений состояний и выходов вида

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t); \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t);\end{aligned}$$

В связи с тем, что рассматривается модель вида (1), то матрица динамики  $D$  будет нулевой.

Для выполнения работы могут применяться команды, приведенные в таблице 1.

Таблица 1 – Некоторые команды Control System Toolbox

Синтаксис команды	Описание
ctrb(LTI-объект) ctrb(A, B)	Формирование матрицы управляемости
obsv(<LTI-объект>) obsv(A, C)	Формирование матрицы наблюдаемости
parallel(<LTI1>,<LTI2>)	Параллельное соединение
series(<LTI1>,<LTI2>)	Последовательное соединение
feedback(<LTI1>,<LTI2>)	Соединение обратной связью
append( <LTI1>, ..., <LTIN>)	Объединение систем
connect(<sys>,<Con>,<in>,<out>)	Установление связей в соединении

Для получения результатов вычисления матриц, результирующей системы, по структурной схеме, воспользуемся последними двумя командами.

Функция `append` создает объект `sys`, представляющий собой объединение всех подсистем. При этом первый входной сигнал первой системы становится входом номер 1, второй входной сигнал первой системы - номер 2, и т.д. далее идут входы второй системы, и т.д.; аналогично определяются и выходы.

В функции `connect` - параметр `<Con>` определяет матрицу связей по структурной схеме. Матрица формируется по следующему правилу: каждая строка представляет собой один вход системы `sys`, первый элемент - номер входа (в соответствии с порядком в команде `append`), затем идут номера выходов, которые суммируются и подаются на рассматриваемый вход. Параметры `<in>`, `<out>` - строки из номеров входов и выходов соединения, являющиеся внешними. Например, для последовательного соединения двух систем (рис. 2-б):

```
sys1= ss(A1, B1, C1, D1)
sys2= ss(A2, B2, C2, D2)
sys=append (sys1, sys2)
sysc=connect(sys, [2 1], [1], [2])
```

В этом случае на вход второй системы (общий вход номер 2), поступает выход первой (общий выход номер 1); вход первой системы (номер один) и выход второй системы (номер два) являются внешними.

Последовательность выполнения лабораторной работы следующая:

1. Ознакомиться с основными элементами теории.
2. Привести все системы в варианте в форму (1).
3. Запустить систему MATLAB.
4. Создать три ss-объекта, в соответствии с заданным вариантом.
5. Определить управляемость и наблюдаемость каждой системы.
6. В соответствии со структурной схемой получить матрицы А, В, С соединения.
7. Определить управляемость и наблюдаемость соединения.
8. Оформить отчет.

### Методический пример

Даны три линейные стационарные системы:

$$1. \begin{cases} \dot{x}^1 = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} u^1 ; \\ y^1 = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u^2 ; \\ y^2 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \dot{x}^3 - 3\dot{x}^3 - 2x^3 = 4u ; \\ y^3 = x^3 \end{cases}$$

и имеется структурная схема соединения систем:

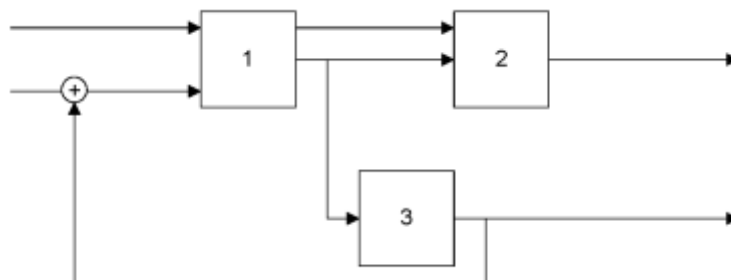


Рис. 3. Вариант задания

1. Приведем систему 3 к виду (1), для этого введем переменные

$$x_1^3 = x^3$$

$$x_2^3 = \dot{x}_1^3 = \dot{x}^3 ;$$

и, подставляя их в исходные уравнения, получим

$$\begin{cases} \dot{x}_1^3 = x_2^3 \\ \dot{x}_2^3 - 3x_2^3 - 2x_1^3 = 4u^3 \\ y^3 = x_1^3 \end{cases}; \begin{cases} \dot{x}_1^3 = x_2^3 \\ \dot{x}_2^3 = 2x_1^3 + 3x_2^3 + 4u^3 \\ y^3 = x_1^3 \end{cases}; \begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = (1 \ 0) x^3 \end{cases}.$$

2. Создадим матрицы первой системы

```
>> A1=[7 3;2 1]
A1 =
     7     3
     2     1
>> B1=[1 0; 0 2]
B1 =
     1     0
     0     2
>> C1=[3 -2; 2 1]
C1 =
     3    -2
     2     1
```

Создавая, аналогично, матрицы двух других систем создадим ss-объекты:

```
>> s1=ss(A1, B1, C1,0)
```

```
a =
      x1 x2
x1  7  3
x2  2  1
```

```
b =
      u1 u2
x1  1  0
x2  0  2
```

```
c =
      x1 x2
y1  3 -2
y2  2  1
```

```
d =
      u1 u2
y1  0  0
y2  0  0
```

Continuous-time model.

```
>> s2=ss(A2, B2, C2,0)
```

```
a =
      x1 x2
x1  1  2
x2  3  2
```

```
b =
      u1 u2
x1  1  5
x2  2  1
```

```
c =
      x1 x2
y1  4  3
```

```
d =
      u1 u2
y1  0  0
```

Continuous-time model.

```
>> s3=ss(A3, B3, C3,0)
```

```
a =
      x1 x2
x1  0  1
x2  2  3
```

```
b =
      u1
x1  0
x2  4
```

```
c =
      x1 x2
y1  1  0
```

```
d =
      u1
y1  0
```

Continuous-time model.

3. Исследуем наблюдаемость и управляемость каждой системы, для чего построим соответствующие матрицы и посчитаем их ранги

```
>> rank(ctrb(A1,B1))

ans =

     2

>> rank(observ(A1,C1))

ans =

     2

>> rank(ctrb(A2,B2))

ans =

     2

>> rank(observ(A2,C2))

ans =

     2

>> rank(ctrb(A3,B3))

ans =

     2

>> rank(observ(A3,C3))

ans =

     2
```

Видно, что во всех случаях ранги матриц управляемости и наблюдаемости совпадают с размерностями пространства состояний.

4. Получим систему, определяемую соединением.

Для корректного использования функции connect введем дополнительную систему, передаточная функция которой равна 1 (рис. 4).

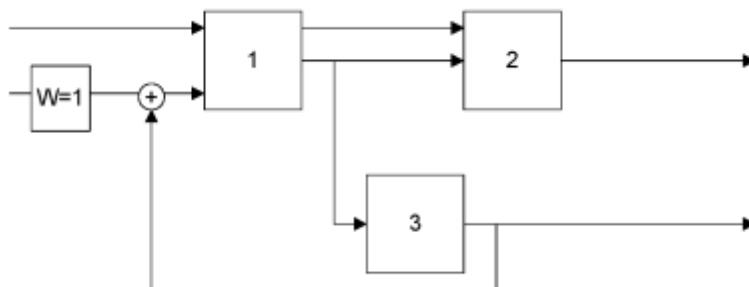


Рис. 4. Эквивалентная схема

```

>> s4 = tf(1)
Transfer function:
1
>> sys=append(s1,s2,s3,s4);
>> Q=[2 -4 5; 3 1 0; 4 2 0; 5 2 0];
>> in=[1 5];
>> out=[3 4];
>> s_com=connect(sys,Q, in,out);

```

Обращаясь к данным объекта, можно получить матрицы A, B, C:

```

>> A=s_com.A;
>> B=s_com.B;
>> C=s_com.C;

```

5. Вычислим ранги матриц наблюдаемости и управляемости итоговой системы:

```

>> rank(ctrb(A,B))
ans =
    6
>> rank(observ(A,C))
ans =
    6

```

Результаты показывают, что система управляема и наблюдаема.

### Отчет о работе

Отчет оформляется в соответствии с требованиями, предъявляемыми к оформлению работ в вузе, и должен содержать:

1. Титульный лист
2. Наименование и цель работы.
3. Результаты выполнения работы.
4. Анализ результатов и выводы.

### Контрольные вопросы

1. Дать определение и примеры состояний управляемой системы.
2. Показать на примере справедливость принципа суперпозиции.
3. Вывести уравнения в пространстве состояний для заданной схемы соединения трех систем.
4. Провести анализ влияния размерности векторов управления и выходов на управляемость и наблюдаемость схемы.





Таблица 3 – Варианты заданий 11-18

11	$1. \begin{cases} \dot{x}^1 = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} u^1 \\ y^1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} x^1 \end{cases}$ $2. \begin{cases} -\ddot{x}^3 + 3\dot{x}^3 - 2x^3 = 2u \\ y^3 = x^3 \end{cases}$ $3. \begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	5
12	$1. \begin{cases} -\ddot{x}^3 + 2\dot{x}^3 - x^3 = 4u \\ y^3 = x^3 \end{cases}$ $2. \begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$ $3. \begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} 14 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} 5 & 2 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	7
13	$1. \begin{cases} \ddot{x}^3 + 2\dot{x}^3 - x^3 = -2u \\ y^3 = x^3 \end{cases}$ $2. \begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} -2 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$ $3. \begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	6
14	$1. \begin{cases} \dot{x}_1^1 = 2x_2^1 + u \\ \dot{x}_2^1 = -x_1^1 + 3x_2^1 - u \\ y_1^1 = x_1^1 \\ y_2^1 = x_1^2 - 2x_2^1 \end{cases}$ $2. \begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$ $3. \begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	8
15	$1. \begin{cases} \dot{x}_1^1 = -2x_2^1 + 2u \\ \dot{x}_2^1 = -x_1^1 + 3x_2^1 - u \\ y_1^1 = -x_1^1 \\ y_2^1 = x_1^2 - 2x_2^1 \end{cases}$ $2. \begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} -4 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$ $3. \begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	8
16	$1. \begin{cases} \dot{x}^1 = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x^1 + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} u^1 \\ y^1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} x^1 \end{cases}$ $2. \begin{cases} \dot{x}_1^2 = 3x_1^2 - 2x_2^2 + 3u \\ \dot{x}_2^2 = -x_1^2 + 3x_2^2 - u \\ y_1^2 = -x_1^1 \\ y_2^2 = x_1^2 - x_2^2 \end{cases}$ $3. \begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	9
17	$1. \begin{cases} \dot{x}_1^1 = x_1^1 + 4x_2^1 + 3u \\ \dot{x}_2^1 = -x_1^1 + 3x_2^1 - 2u \\ y_1^1 = -x_1^1 + 2x_2^1 \\ y_2^1 = x_1^2 - x_2^2 \end{cases}$ $2. \begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$ $3. \begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} 14 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} 5 & 2 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	10
18	$1. \begin{cases} \dot{x}_1^1 = x_1^1 - 4x_2^1 + 3u \\ \dot{x}_2^1 = -x_1^1 + 3x_2^1 - 4u \\ y_1^1 = -x_1^1 + 5x_2^1 \\ y_2^1 = x_1^2 - x_2^1 \end{cases}$ $2. \begin{cases} \dot{x}^2 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} x^2 + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u^2 \\ y^2 = \begin{pmatrix} -2 & 3 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$ $3. \begin{cases} \dot{x}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} x^3 + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} u^3 \\ y^3 = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} x^2 \end{cases}$	8

### Структурные схемы к вариантам

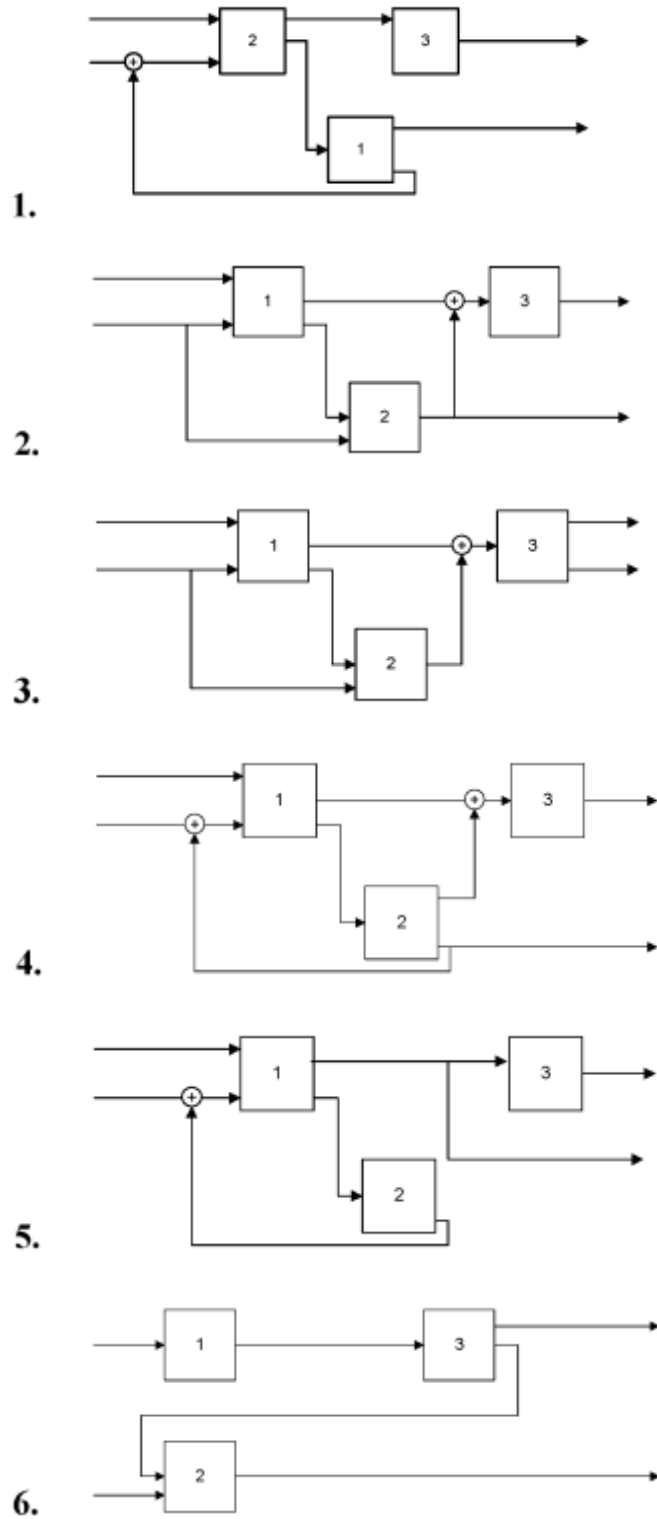


Рис. 5. Структурные схемы 1 - 6 к вариантам заданий

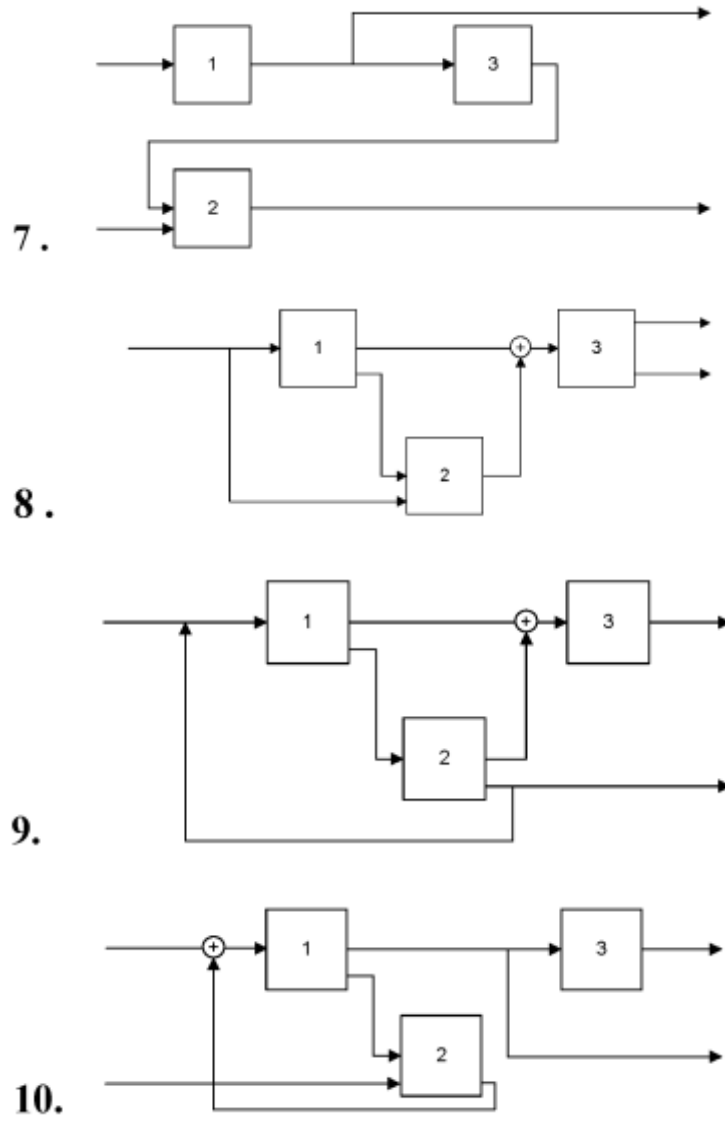


Рис. 6. Структурные схемы 7 - 10 к вариантам заданий

## Литература

1. Никульчев Е.В. Практикум по теории управления в среде MATLAB: Учебное пособие. – М.: МГАПИ, 2002.
2. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Избранные главы теории автоматического управления с примерами в системе MATLAB. -СПб.: Наука, 1999.
3. Медведев В.С., Потемкин В.Г. Control System Toolbox. MATLAB 5 для студентов /Под общ. ред. Потемкина В.Г. - М.: Диалог-МИФИ, 1999.
4. Семенов В.В., Пантелеев А.В., Бортаковский А.С. Математическая теория управления в примерах и задачах. - М.: МАИ, 1997.
5. Сю Д., Мейер А. Современная теория автоматического управления и ее применение. - М.: Машиностроение, 1972.
6. Дьяконов В., Круглов В. MATLAB. Анализ, идентификация и моделирование систем. Специальный справочник. - СПб.: Питер, 2002
7. Лазарев Ю.Ф. MATLAB 5.x. Библиотека студента. - К.: Издательская группа BHV, 2000.
8. Малышев С. А. Метод корневого годографа: Методического указания по выполнению лабораторных работ по теории управления. - М.: МИП, 1992.
9. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 3-х т. / Под общ. ред. Н.Д. Егупова - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2000.
10. Мороз А.И. Методического указания по выполнению лабораторных работ по теории управления. - М.: МИП, 1989.
11. Using the Control System Toolbox with MATLAB 6: Computation. Visualization. Programming - The MathWorks, Inc., 2000.