

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич  
Должность: ректор  
Дата подписания: 22.05.2023 10:00:04  
Уникальный программный ключ:  
9ba7d3e34c012eba476ffd2d064cf27819536e7

**МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ**  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра промышленного и гражданского строительства

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
О.Г. Доктинова  
« 10 » 03 2023 г.  
Юго-Западный государственный университет  
(ЮЗГУ)

**Примеры расчетов и задания для практических  
самостоятельных работ по строительной механике**

Методические рекомендации для студентов направлений  
обучения «Строительство»

Курск 2022

УДК 531

Составитель: А.В. Масалов

Рецензент

Кандидат экономических наук, доцент Шлеенко А.В.

**Примеры расчетов и задания для практических самостоятельных работ:** методические рекомендации для студентов направлений обучения «Строительство» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: А.В. Масалов. - Курск, 2022.- 71 с. - Библиогр.: с. 46.

Методические рекомендации содержат примеры решения задач.

Предназначены для студентов направлений обучения «Строительство», обучающихся на кафедре ПГС по очной, заочной и очно-заочной формам обучения.

В методических указаниях использованы материалы, подготовленные Л.Ю. Ступишиным.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.  
Усл.Печ.Лист 4,13 .Уч.-изд.л 3,737. Тираж 50 экз. Заказ 255 Бесплатно.  
Юго-Западный государственный университет.  
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Задача №1. Расчет шарнирно-консольной балки	4
Задача №2. Расчет трёхшарнирной арки	13
Задача №3. Расчет плоской статически определимой фермы	20
Задача №4. Расчет статически неопределимой рамы методом сил	
Задача №5. Расчет неразрезной балки	33
Библиографический список	46
Приложение	46
Задание №1. Расчет шарнирно-консольной балки	47
Задание №2. Расчет трёхшарнирной арки	51
Задание №3. Расчет плоской статически определимой фермы	55
Задание №4. Расчет статически неопределимой рамы методом сил	62
Задание №5. Расчет неразрезной балки	68

## Введение

В процессе изучения курса строительной механики студентами очной, заочной и очно - заочной формы обучения выполняются самостоятельные работы, которые служат для получения студентами навыков и умений анализа расчетных схем конструкций и проведения расчётов по этим схемам. Каждая работа является индивидуальным заданием и может включать одну или несколько задач по определенной теме курса. В зависимости от объёма часов, отведенных на изучение курса, лектором формируется набор задач, входящих в расчетно-графическую работу. Выполнение расчетно-графической работы, как правило, завершает освоение соответствующего раздела курса.

Методические материалы содержат задания для студентов очной, заочной и очно – заочной формы обучения и примеры расчета задач.

Выбор расчётных данных студентами осуществляется по таблицам и расчётным схемам, приведенным в заданиях 1- 8. Все числовые данные, необходимые при расчете, выбираются из таблиц 2 – 9, причём номер строки таблицы с данными соответствует номеру студента по журналу плюс шифр группы.

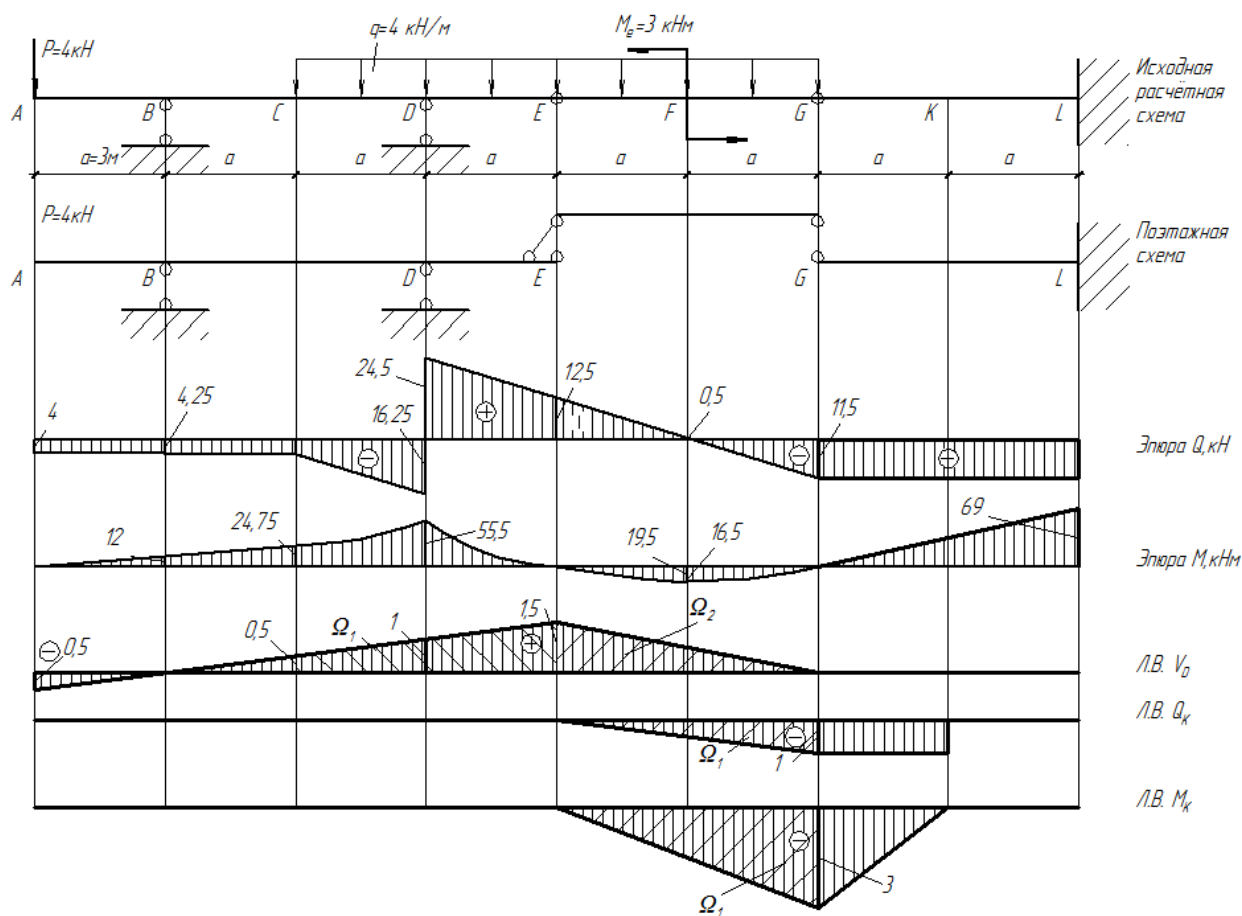
Шифр группы выдаётся преподавателем. Номер расчётной схемы, выбираемой студентом очной и очно - заочной формы обучения, соответствует его номеру по журналу преподавателя.

### Задача №1.

#### Расчет шарнирно -консольной балки

Для заданной шарнирно-консольной балки (Рис. 1) требуется:

1. построить эпюры  $M$  и  $Q$  от заданной нагрузки;
2. построить линии влияния  $M_K$  и  $Q_K$  в сечении «К» и линию влияния опорной реакции в сечении D, определить по линиям влияния  $M_K$ ,  $Q_K$  и опорную реакцию в сечении D. Сравнить усилиями с результатами, полученными в п.1.



### 1. Кинематический анализ

Шарнирно-консольная балка должна быть геометрически неизменяемой и статически определимой. Проведём кинематический анализ в два этапа.

Необходимое условие геометрической неизменяемости

$$W = 3D - 2Ш - C_{оп} \leq 0$$

Количество дисков  $D=3$  (в этой задаче диск - конструктивный элемент - стержень); количество простых шарниров  $Ш=2$  (простой шарнир соединяет два диска - здесь простые шарниры в сечениях E и G); количество опорных реакций  $C_{оп}=5$  (три в сечении L, и по одному в сечениях B и D). Получаем

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 5 = 0$$

- необходимое условие геометрической неизменяемости выполнено

- балка является статически определимой ( $W=0$ ).

Достаточное условие геометрической неизменяемости получаем, используя условия неизменяемости стержневых конструкций.

Элемент G-L присоединён неподвижно к земле (жёсткая заделка в сечении L) тремя связями, две из которых пересекаются в точке, через которую не проходит ось третьего стержня. Элемент G-L и земля образуют геометрически неизменяемую систему.

Элемент А-Е присоединён к земле к неподвижному элементу G-L тремя стержнями: два из них - опорные стержни В и D, а третий стержень Е-Г играет роль третьей связи. Оси одного опорного стержня и стержня Е-Г пересекаются в точке В, через которую не проходит ось третьего стержня, расположенного в точке D.

Достаточное условие выполнено. Расчётная схема шарнирно-консольной балки геометрически неизменяема.

Анализ расчетной схемы позволяет сделать заключение, что балка состоит из трех простых балок, соединенных шарнирами Е, G. Причем балки G-L и А-Е являются главными, или балками первого этажа. Балка-вставка Е-Г - балка второго этажа. Строим поэтажную схему.

2. Построение эпюр М и Q. Построение эпюр ведем, начиная с верхнего этажа.

### Балка Е-Г (Рис. 2)

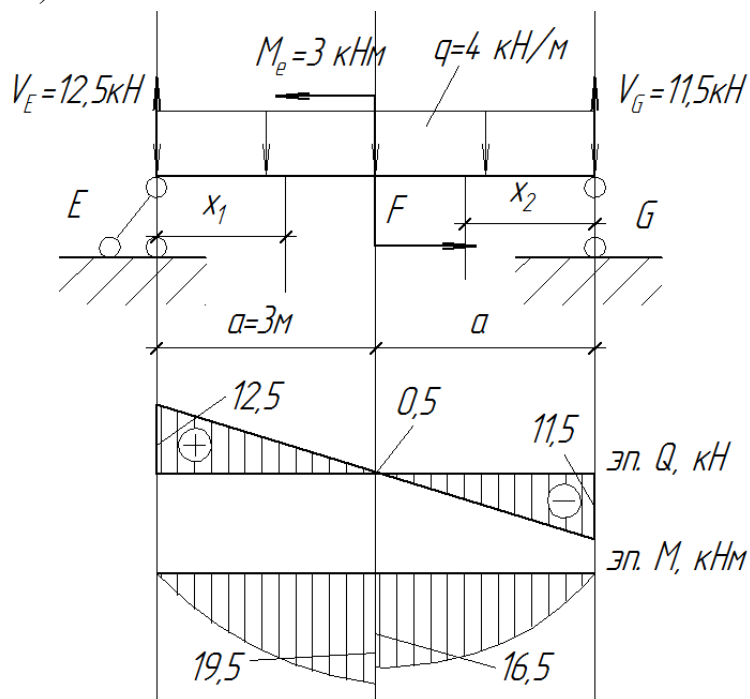


Рис.2. Расчётная схема балки EG второго этажа. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

Определяем опорные реакции. Поскольку горизонтальная нагрузка отсутствует, горизонтальные реакции балки равны нулю, а балка статически определима. Вертикальная реакция  $V_E$  находится из уравнения

$$\sum M_G = 0, V_E \cdot 2a - q \cdot 2a \cdot a - M_e = 0,$$

$$V_E = \frac{2qa^2 + M_e}{2a} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 3^2 + 3}{2 \cdot 3} = 12,5 \text{ кН}$$

Вертикальная реакция  $V_G$  находится из уравнения

$$\Sigma M_E = 0, -V_G \cdot 2a + q2a \cdot a - M_e = 0,$$

$$V_G = \frac{2qa^2 - M_e}{2a} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 3^2 - 3}{2 \cdot 3} = 11,5 \text{ кН}$$

Проверка правильности определения вертикальных реакций:

$$\Sigma Y = 0, V_E + V_G - q \cdot 2a = 12,5 + 11,5 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 0$$

Строим эпюры на участках балки.

Участок E-F,  $0 \leq x_1 \leq a$

Уравнение поперечной силы на участке имеет вид

$$Q = V_E - qx_1,$$

При  $x_1 = 0$ ,  $Q = V_E = 12,5 \text{ кН}$ ,

При  $x_1 = a$ ,  $Q = V_E - qa = 12,5 - 4 \cdot 3 = 0,5 \text{ кН}$ ,

Уравнение изгибающего момента на участке имеет вид

$$M = V_E x_1 - qx_1 \frac{x_1}{2}$$

При  $x_1 = 0$ ,  $M = 0$

При  $x_1 = a$ ,  $M = V_E a - qa \frac{a}{2} = 12,5 \cdot 3 - 4 \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} = 19,5 \text{ кН}$

Участок G-F,  $0 \leq x_2 \leq a$ .

Уравнение поперечной силы на участке имеет вид

$$Q = -V_G + qx_2,$$

При  $x_2 = 0$ ,  $Q = -V_G = -11,5 \text{ кН}$ ,

При  $x_2 = a$ ,  $Q = -V_G + qa = -11,5 + 4 \cdot 3 = 0,5 \text{ кН}$ ,

Уравнение изгибающего момента на участке имеет вид

$$M = V_G x_2 - qx_2 \frac{x_2}{2}$$

При  $x_2 = 0$ ,  $M = 0$

При  $x_2 = a$ ,  $M = V_G a - qa \frac{a}{2} = 11,5 \cdot 3 - 4 \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} = 16,5 \text{ кНм}$

По полученным результатам строим эпюры на участке (Рис. 2), и переносим построение на общую эпюру на Рис. 1

**Балка А-Е (Рис. 3)**

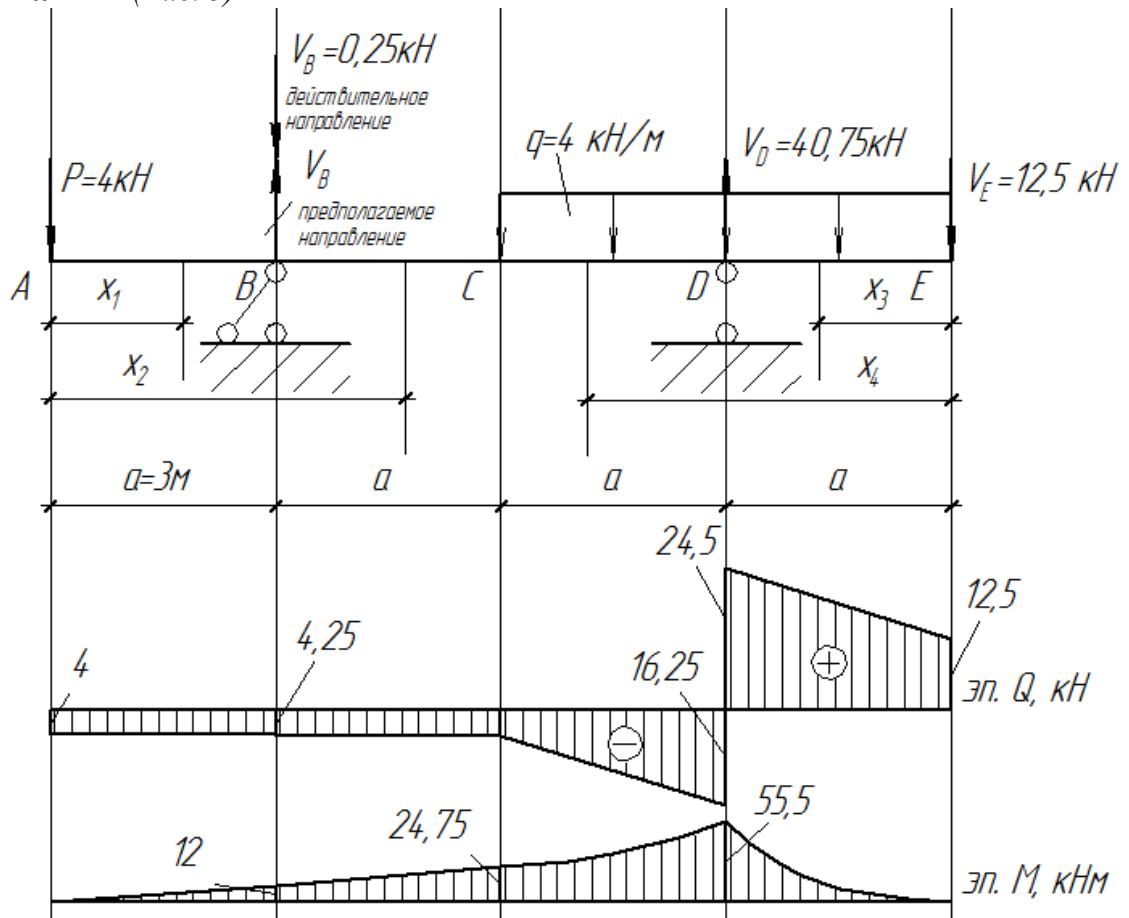


Рис.3. Расчётная схема балки АЕ первого этажа. Эюры поперечных сил и изгибающих моментов

К балке прикладываем опорную реакцию  $V_E$  балки верхнего этажа в точке E.

Определяем опорные реакции. Для определения реакции  $V_B$  (предположим, что реакция  $V_B$  направлена вверх) запишем.

$$\Sigma M_D = 0; \Sigma M_D = -P \cdot 3a + V_B \cdot 2a + V_E \cdot a = 0$$

$$V_B = \frac{3Pa - V_E a}{2a} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 3 - 12,5 \cdot 3}{2 \cdot 3} = -0,25 \text{ кН}$$

Знак минус указывает на то, что реакция  $V_B$  в действительности направлена вниз.

Для определения реакции  $V_D$  запишем

$$\Sigma M_B = 0; \Sigma M_B = -P \cdot a - V_D \cdot 2a + q \cdot 2a \cdot 2a + V_E \cdot 3a = 0$$

$$V_D = \frac{-Pa + 2qa \cdot 2a + 3V_E a}{2a} = \frac{-4 \cdot 3 + 4 \cdot 6 \cdot 6 + 12,5 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 3} = 40,75 \text{ кН}$$



Проверка правильности определения опорных реакций

$$\begin{aligned}\Sigma Y=0; & -P+V_D - V_B - q \cdot 2a - V_E=0 \\ & -4+40,75 - 0,25 - 4 \cdot 2 \cdot 3 - 12,5=0\end{aligned}$$

Строим эпюры на участках балки.

Участок А-В,  $0 \leq x_1 \leq a$

$$Q = -P = -4 \text{ кН}$$

$$M = -Px_1$$

При  $x_1=0$ ,  $M=0$

При  $x_1=a$ ,  $M = -4 \cdot 3 = -12 \text{ кНм}$

Участок В-С,  $a \leq x_2 \leq 2a$

$$Q = -P - V_B = -4 - 0,25 = -4,25 \text{ кН}$$

$$M = -Px_2 - V_B(x_2 - a)$$

При  $x_2=a$ ,  $M = -Pa = -4 \cdot 3 = -12 \text{ кНм}$

При  $x_2=2a$ ,  $M = -P \cdot 2a - V_B(2a - a) = -4 \cdot 2 \cdot 3 - 0,25 \cdot (2 \cdot 3 - 3) = -24,75 \text{ кНм}$

Участок Е-Д,  $0 \leq x_3 \leq a$

$$Q = V_E + qx_3$$

При  $x_3=0$ ,  $Q = V_E = 12,5 \text{ кН}$

При  $x_3=a$ ,  $Q = V_E + qa = 12,5 + 4 \cdot 3 = 24,5 \text{ кН}$

$$M = -V_E x_3 - qx_3 \frac{x_3}{2}$$

При  $x_3=0$ ,  $M=0$

При  $x_3=a$ ,  $M = -V_E a - qa \frac{a}{2} = -12,5 \cdot 3 - 4 \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} = -55,5 \text{ кНм}$

Участок D-C,  $a \leq x_4 \leq 2a$

$$Q = V_E - V_D + qx_4$$

При  $x_4=a$ ,  $Q = V_E - V_D + qa = 12,5 - 40,75 + 4 \cdot 3 = -16,25 \text{ кН}$

При  $x_4=2a$ ,  $Q = V_E - V_D + q \cdot 2a = 12,5 - 40,75 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = -4,25 \text{ кН}$

$$M = -V_E x_4 + V_D(x_4 - a) - qx_3 \frac{x_3}{2}$$

При  $x_4=a$ ,  $M = -V_E a - qa \frac{a}{2} = -12,5 \cdot 3 - 4 \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} = -55,5 \text{ кН}$

При  $x_4=2a$ ,

$$M = -V_E 2a + V_D(2a - a) - q2a \frac{2a}{2} = -12,5 \cdot 2 \cdot 3 + 40,75 \cdot 3 - 4 \cdot 2 \cdot 3 \frac{2 \cdot 3}{2} = -24,75 \text{ кНм}$$

По полученным результатам строим эпюры на участке (Рис. 3), и переносим их на общую эпюру на Рис. 1.

#### Балка G-L (Рис.4)

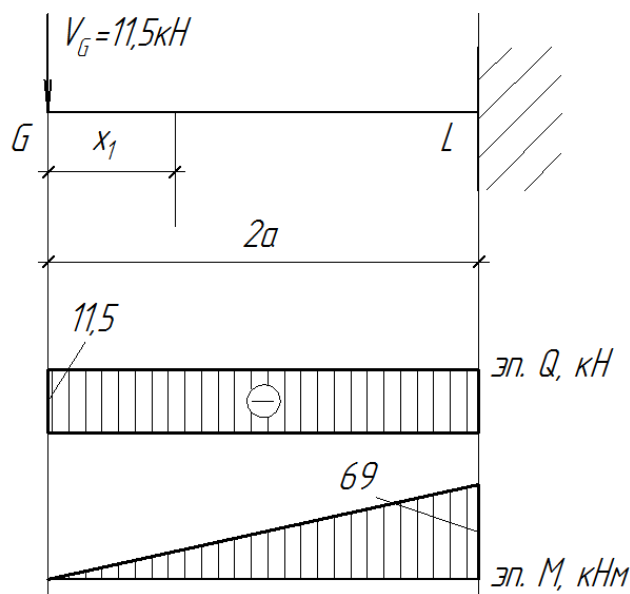


Рис.4. Расчётная схема балки GL первого этажа. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

Прикладываем к балке опорную реакцию  $V_G$  верхнего этажа.

Балка консольная, поэтому строим эпюры без определения опорных реакций.

Построение эпюр на участке

$$0 \leq x_1 \leq 2a.$$

$$Q = -V_G = -11,5 \text{ кН}$$

$$M = -V_G x_1$$

При  $x=0$ ,  $M = 0$

При  $x=2a$ ,  $M = -V_G \cdot 2a = -11,5 \cdot 2 \cdot 3 = -69 \text{ кН}$

2. Построение линий влияния реакций и усилий в сечениях балки.

Построение линий [ЛВ] влияния ведем с помощью поэтажной схемы (см. Рис. 1).

#### ЛВ[ $V_D$ ]

Начинаем построение линии влияния  $V_D$  с участка балки, к которому она относится, т.е. А-Е. Проводим прямую линию по всей балке через ординаты 1 под опорой D и 0 под опорой В.

Участок E-G является балкой верхнего этажа, по отношению к предыдущему. Поэтому линия влияния на этом участке имеет ненулевые ординаты. Проводим прямую по всей балке через ординату в точке E, полученную из рассмотрения предыдущего участка, и нулевую ординату в точке G. При расположении единичной силы в этой точке, справа, её вес будет восприниматься балкой G-L, и не может быть передан на верхний этаж.

Для определения величины реакции  $V_G$  с помощью линии влияния найдем площади под линией влияния, расположенные под распределенной нагрузкой, ординаты под сосредоточенными силами (из подобия треугольников на ЛВ), и тангенс угла наклона линии влияния на участке, где приложен сосредоточенный момент. В результате вычислений получаем

$$V_G = P \cdot y_1 + q \cdot \Omega_1 + q \cdot \Omega_2 - M_e \cdot (-\operatorname{tg} \alpha)$$

$$V_G = 4 \cdot (-0,5) + 4(0,5(1,5+0,5) \cdot 2 \cdot 3) + 4(1,5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0,5) - 3 \cdot (-(1,5/6)) = 40,75 \text{ кН}$$

Значение реакции  $V_G$ , полученное по линии влияния совпадает со значением, полученным аналитически.

#### ЛВ[ $Q_K$ ]

Построение линии влияния  $Q_K$  начинаем с участка, где расположено сечение K. На консоли ордината линии влияния поперечной силы имеет единичное значение. Знак минус означает вращение левой отсеченной части консоли против часовой стрелки.

На участке E-G, который является верхним этажом по отношению к предыдущему, линия влияния строится исходя из тех же рассуждений, что и при построении линии влияния реакций

Аналогично вычисляется и поперечная сила по линии влияния.

$$Q_K = q \cdot (-\Omega_1) - M_e \cdot (-\operatorname{tg} \alpha)$$

$$Q_K = 4(-1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 0,5) - 3 \cdot (-1/6) = -11,5 \text{ кН}$$

Значение поперечной силы  $Q_K$ , полученное по линии влияния совпадает со значением, полученным аналитически.

#### ЛВ[ $M_K$ ]

Линия влияния момента в сечении K строится сначала в балке G-L, которой оно принадлежит. На участке E-G, который является верхним этажом по отношению к предыдущему, линия влияния строится исходя из тех же рассуждений, что и при построении линии влияния реакции.

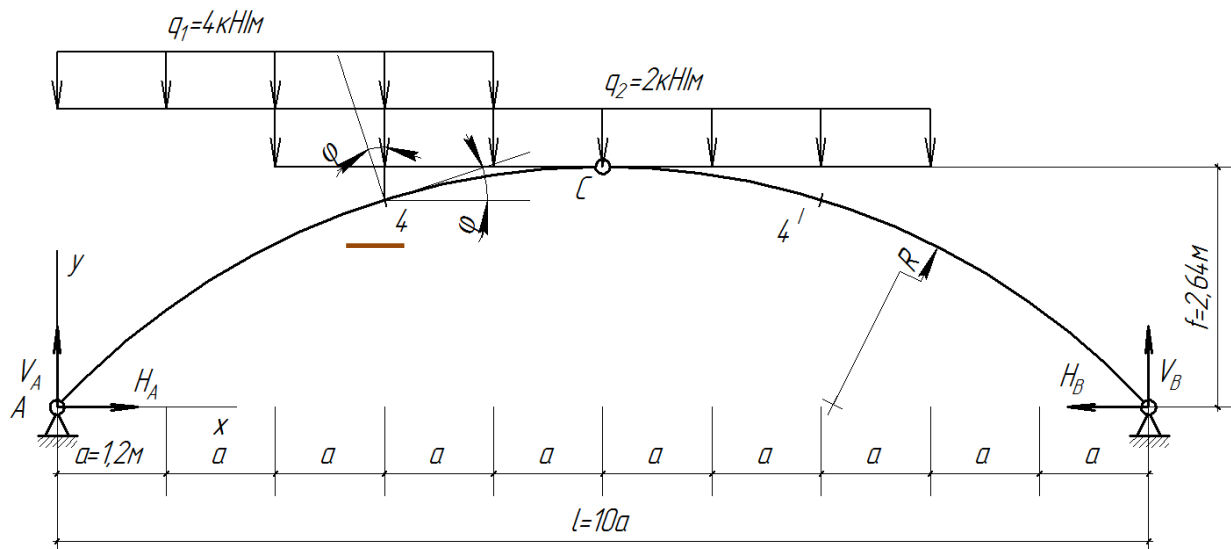
$$M_K = q \cdot (-\Omega_1) - M_e \cdot (-\operatorname{tg} \alpha)$$

$$M_K = 4 \cdot (-3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 0,5) - 3(-3/6) = -34,5 \text{ кНм}$$

Значение изгибающего момента  $M_K$ , полученное по линии влияния совпадает со значением, полученным аналитически.

## Задача №2 Расчёт трёхшарнирной арки

1. Определить величины  $M$ ,  $Q$  и  $N$  в заданных сечениях, 4 и 4'
2. Построить ЛВ  $M$ ,  $Q$  и  $N$  в заданном сечении
3. Определить  $M$ ,  $Q$  и  $N$  в заданном сечении по ЛВ



Очертание оси арки – окружность.

Можно доказать, что геометрические параметры круговой арки связаны формулами

$$y = \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2} - x\right)^2} - R + f,$$

$$\text{где } R = \frac{f}{2} + \frac{l^2}{8f};$$

$$\sin\varphi = \frac{l-2x}{2R}; \quad \cos\varphi = \frac{y+R-f}{R}$$

Вычислим геометрические параметры арки

$$x_4 = 3a = 3,6 \text{ м}$$

$$R = \frac{f}{2} + \frac{l^2}{8f} = \frac{2,64}{2} + \frac{12^2}{8 \cdot 2,64} = 8,138 \text{ м}$$

$$y_4 = \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2} - x_4\right)^2} - R + f = \sqrt{8,138^2 - (6 - 3,6)^2} - 8,138 + 2,64 = 2,278 \text{ м}$$

$$\sin\varphi_4 = \frac{l - 2x_4}{2R} = \frac{12 - 2 \cdot 3,6}{2 \cdot 8,138} = 0,2949;$$

$$\cos\varphi_4 = \frac{y_4 + R - f}{R} = \frac{2,278 + 8,138 - 2,64}{8,138} = 0,9558$$

$$\sin\varphi_{4/} = \frac{l - 2x_{4/}}{2R} = \frac{12 - 2 \cdot 8,4}{2 \cdot 8,138} = -0,2949;$$

$$\cos\varphi_{4/} = \frac{y_4 + R - f}{R} = \frac{2,278 + 8,138 - 2,64}{8,138} = 0,9558$$

Определим опорные реакции

$$\Sigma M_A = 0; -V_B l + q_2 6a 5a + q_1 4a 2a = 0$$

$$V_B = \frac{q_2 6a 5a + q_1 4a 2a}{l} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 1,2 \cdot 5 \cdot 1,2 + 4 \cdot 4 \cdot 1,2 \cdot 2 \cdot 1,2}{12} = 11,04 \text{ кН}$$

$$\Sigma M_B = 0; V_A l - q_2 6a 5a - q_1 4a 8a = 0$$

$$V_A = \frac{q_2 6a 5a + q_1 4a 8a}{l} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 1,2 \cdot 5 \cdot 1,2 + 4 \cdot 4 \cdot 1,2 \cdot 8 \cdot 1,2}{12} = 22,56 \text{ кН}$$

Проверка

$$\Sigma Y = 0; V_B + V_A - q_2 6a - q_1 4a = 11,04 + 22,56 - 2 \cdot 6 \cdot 1,2 - 4 \cdot 4 \cdot 1,2 = 0$$

$$\Sigma M_C^{\text{np}} = 0; H_B f - V_B 5a + q_2 3a 1,5a = 0$$

$$H_B = H_A = \frac{V_A 5a - q_2 3a 1,5a}{f} = \frac{11,04 \cdot 5 \cdot 1,2 - 2 \cdot 3 \cdot 1,2 \cdot 1,5 \cdot 1,2}{2,64} = 20,18 \text{ кН}$$

$$M_4 = V_A 3a - H_A y_4 - q_1 x_4 \frac{x_4}{2} - q_2 (x_4 - 2a) \frac{x_4 - 2a}{2}$$

$$= 22,56 \cdot 3 \cdot 1,2 - 20,18 \cdot 2,278 - 4 \cdot 3,6 \frac{3,6}{2}$$

$$- 2(3,6 - 2 \cdot 1,2) \frac{3,6 - 2 \cdot 1,2}{2} = 7,89 \text{ кНм}$$

*Вертикальные нагрузки*                      *Горизонтальные нагрузки*

$$Q_4 = (V_A - q_1 x_4 - q_2 (x_4 - 2a)) \cos\varphi - H_A \sin\varphi$$

$$= (22,56 - 4 \cdot 3,6 - 2(3,6 - 2 \cdot 1,2)) \cdot 0,9558 - 20,18 \cdot 0,2949$$

$$= -0,446 \text{ кН}$$

*Вертикальные нагрузки*                      *Горизонтальные нагрузки*

$$N_4 = (-V_A + q_1 x_4 + q_2 (x_4 - 2a)) \sin\varphi - H_A \cos\varphi$$

$$= (-22,56 + 4 \cdot 3,6 + 2(3,6 - 2 \cdot 1,2)) \cdot 0,2949 - 20,18 \cdot 0,9558$$

$$= -20,99 \text{ кН}$$

$$M_{4/} = V_B 3a - H_B y_4 - q_2 (x_4 - 2a) \frac{x_4 - 2a}{2}$$

$$= 11,04 \cdot 3 \cdot 1,2 - 20,18 \cdot 2,278 - 2(3,6 - 2 \cdot 1,2) \frac{3,6 - 2 \cdot 1,2}{2}$$

$$= -7,67 \text{ кНм}$$

$$Q_{4/} = (-V_B + q_2 (x_4 - 2a)) \cos\varphi + H_B \sin\varphi$$

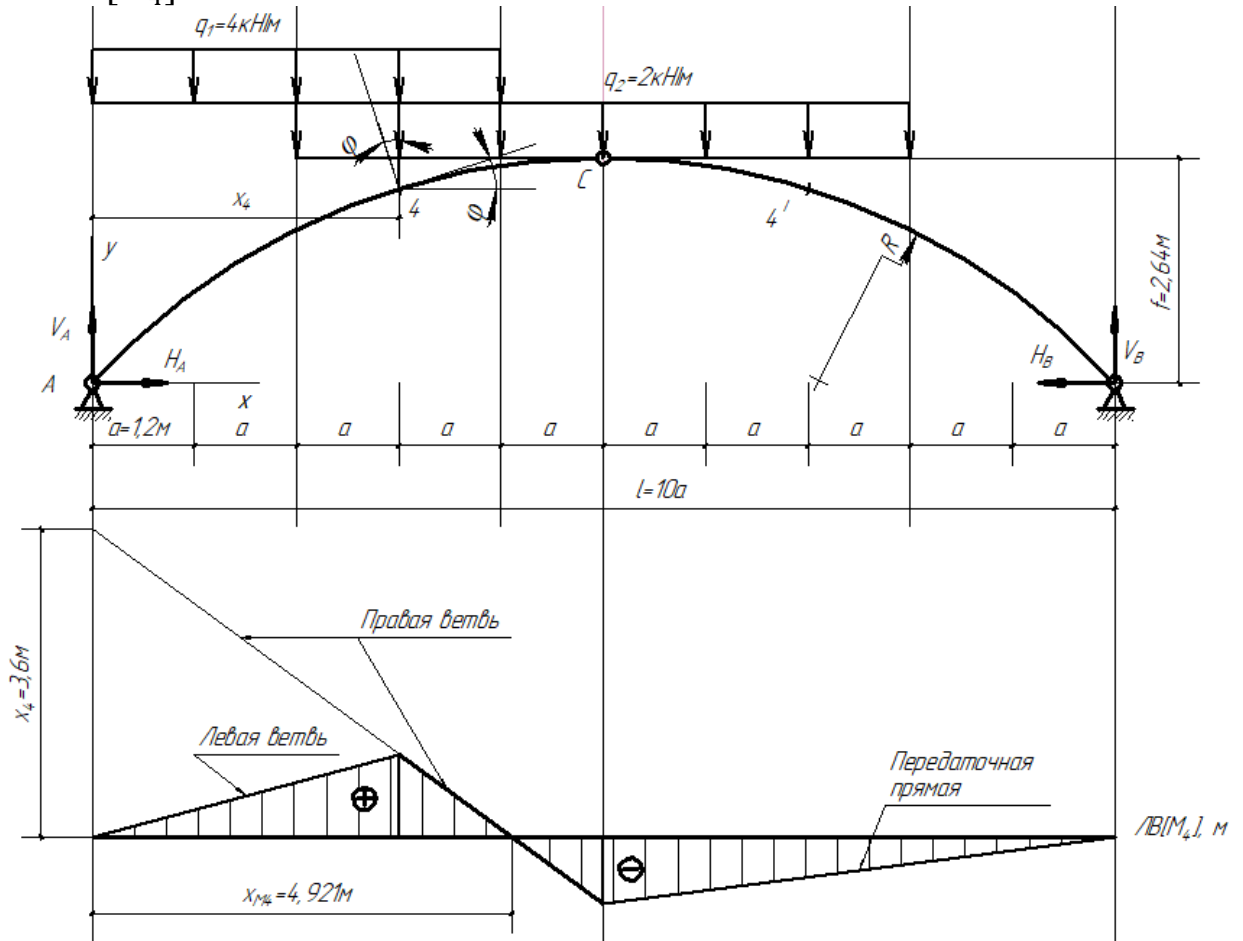
$$= (-11,04 + 2(3,6 - 2 \cdot 1,2)) \cdot 0,9558 + 20,18 \cdot 0,2949 = -2,307 \text{ кН}$$

$$N_{4/} = (-V_B + q_2(x_4 - 2a)) \sin \varphi - H_B \cos \varphi$$

$$= (-11,04 + 2(3,6 - 2 \cdot 1,2)) \cdot 0,2949 - 20,18 \cdot 0,9558 = -21,84 \text{ кН}$$

### 3. Построение ЛВ в сечениях арки методом нулевой точки

#### 3.1 ЛВ[ $M_4$ ]



Расстояние от опорного шарнира левой полуарки, которой принадлежит сечение 4, до нулевой точки

$$x_{M4} = \frac{l \frac{f}{l_2}}{\frac{y_K + f}{x_K} + \frac{f}{l_2}} = \frac{12 \frac{2,64}{6}}{\frac{2,278}{3,6} + \frac{2,64}{6}} = \frac{5,28}{0,633 + 0,44} = 4,921 \text{ м}$$

где  $l_2 = 5a = 6 \text{ м}$  – расстояние от опорного шарнира правой полуарки до замкового шарнира

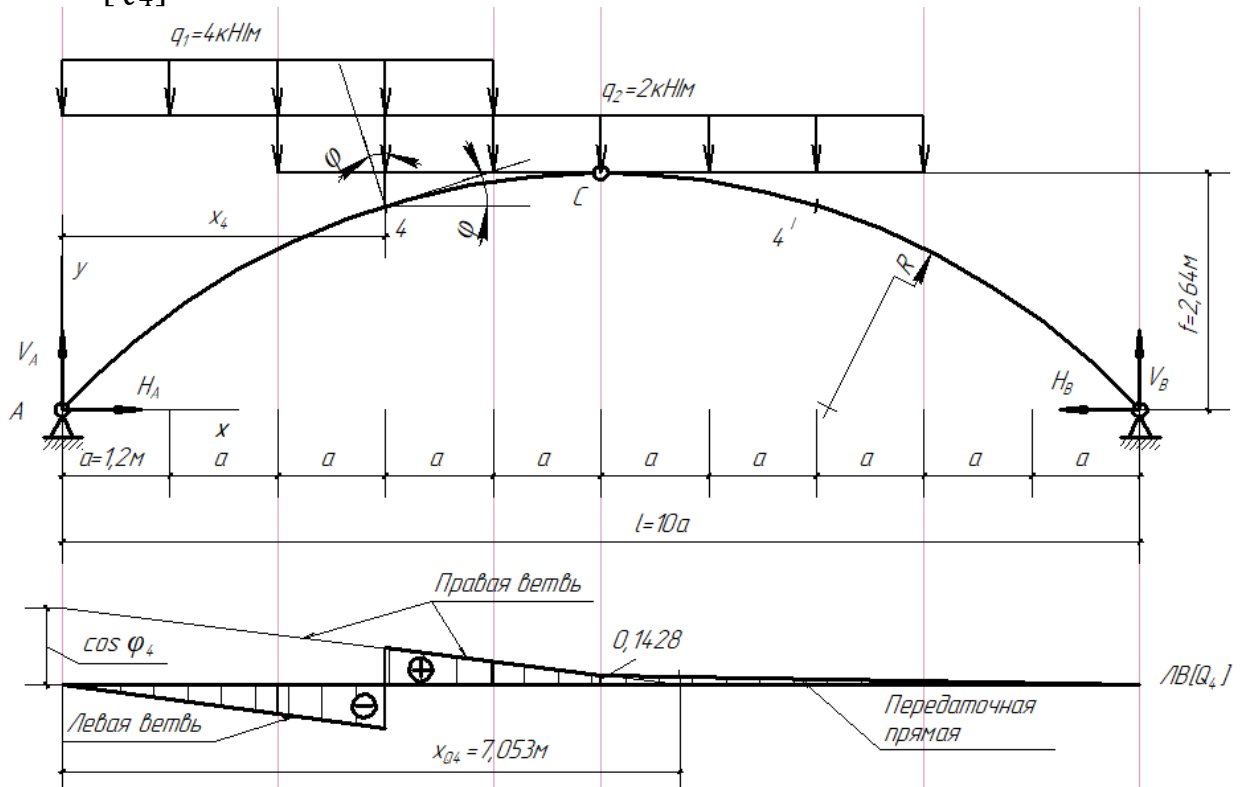
Откладываем расстояние  $x_{M4} = 4,921 \text{ м}$  вправо от опоры А. Под опорой А откладываем вверх расстояние  $x_4 = 3a = 3,6 \text{ м}$ . Соединив полученные точки, получим правую ветвь линии влияния.

Левая ветвь линии влияния проходит через нулевую ординату линии влияния, расположенную под опорой А и точкой проекции сечения 4 на правую ветвь.

Передаточная прямая соединяет нулевую ординату, расположенную под опорой В, и точку проекции замкового шарнира на правую ветвь

Характерные ординаты ЛВ[ $M_4$ ] можно получить из подобия треугольников

### 3.2 ЛВ[ $Q_4$ ]



Расстояние от опорного шарнира левой полуарки, которой принадлежит сечение 4, до нулевой точки

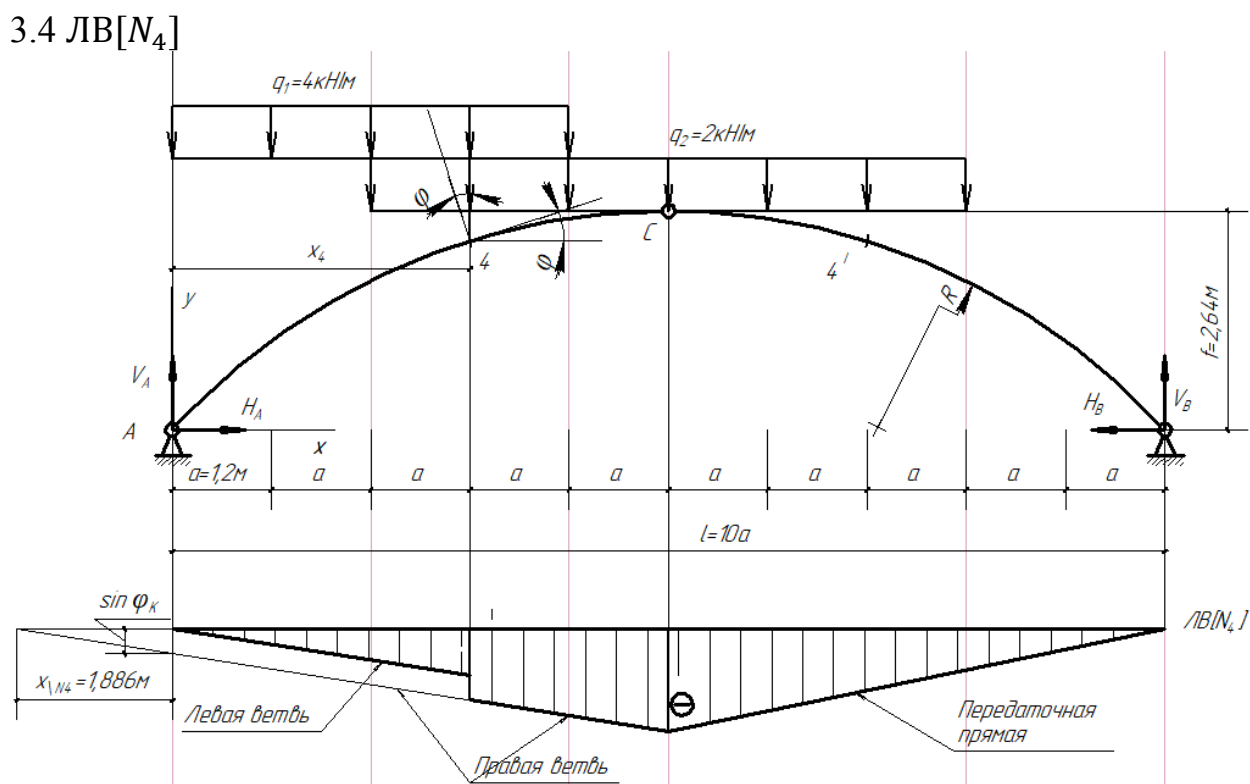
$$x_{Q4} = \frac{l \frac{f}{l_2}}{\frac{l-2x_4}{2\sqrt{R^2-(0,5l-x_4)^2}} + \frac{f}{l_2}} = \frac{12 \cdot \frac{2,64}{6}}{\frac{12-2 \cdot 3,6}{2\sqrt{8,138^2-(0,5 \cdot 12-3,6)^2}} + \frac{2,64}{6}} = \frac{5,28}{\frac{4,8}{15,552} + 0,44} = 7,053 \text{ м}$$

Откладываем расстояние  $x_{Q4} = 7,053 \text{ м}$  вправо от опоры А. Под опорой А откладываем вверх ординату  $\cos \varphi_4 = 0,9558$ . Соединив полученные точки, получим правую ветвь линии влияния.

Левая ветвь линии влияния проходит через нулевую ординату линии влияния, расположенную под опорой А и точкой проекции сечения 4 на левую ветвь.

Передаточная прямая соединяет нулевую ординату, расположенную под опорой В, и точку проекции замкового шарнира на правую ветвь





Расстояние от опорного шарнира левой полуарки, которой принадлежит сечение 4, до нулевой точки

$$x_{N4} = -\frac{l \frac{f}{l_2}}{2 \frac{y_K + R - f}{l - 2x_K} - \frac{f}{l_2}} = -\frac{5,28}{3,24 - 0,44} = -1,886\text{м}$$

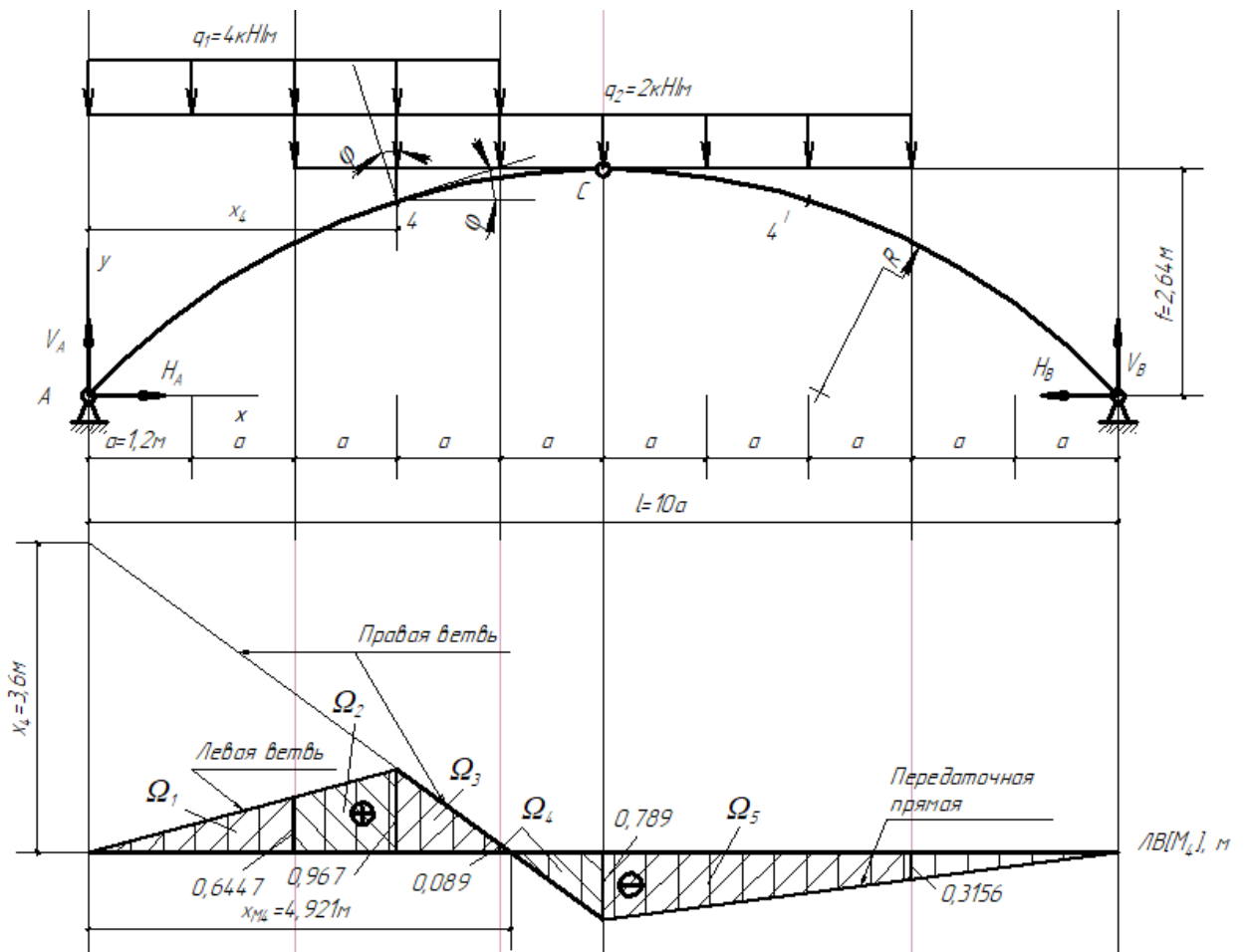
Откладываем расстояние  $x_{N4} = 1,886\text{м}$  влево от опоры А. Под опорой А откладываем вниз ординату  $\sin \varphi_4 = 0,2949$ . Соединив полученные точки, получим правую ветвь линии влияния.

Левая ветвь линии влияния проходит через нулевую ординату линии влияния, расположенную под опорой А и точкой проекции сечения 4 на левую ветвь. Передаточная прямая соединяет нулевую ординату, расположенную под опорой В, и точку проекции замкового шарнира на правую ветвь

3.4 Линии влияния М, Q и М в сечении 4' будут симметричны относительно оси симметрии арки

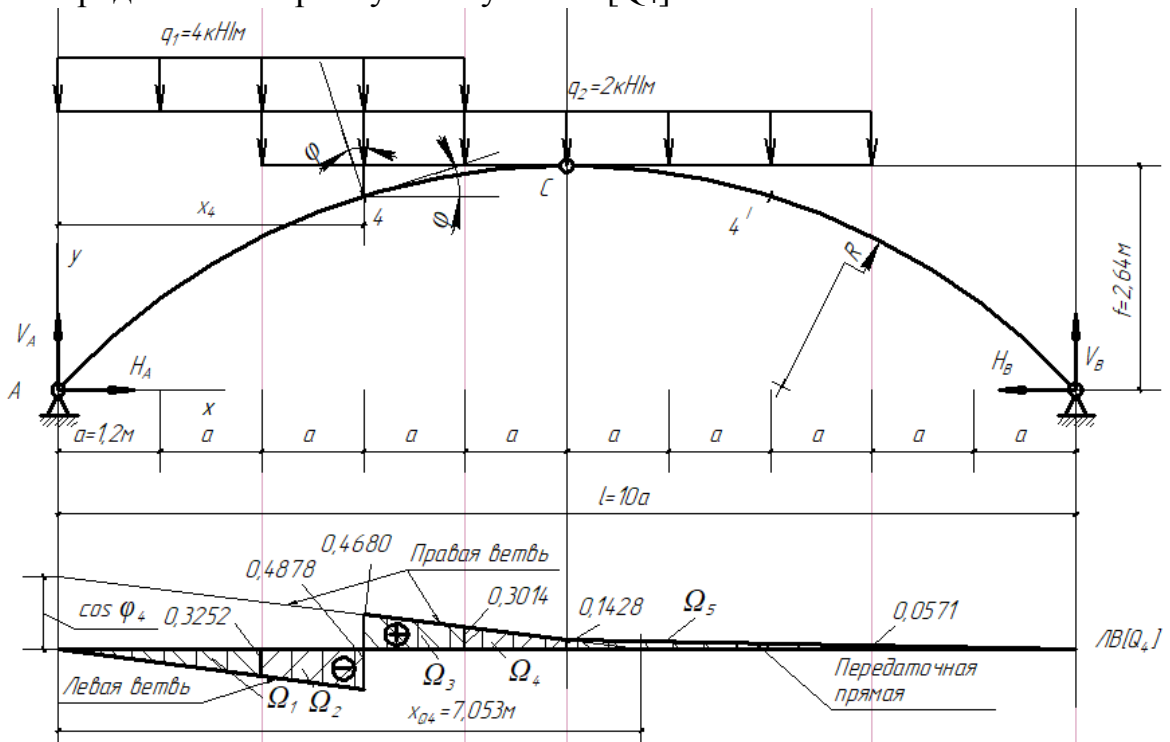
4 Определим внутренние усилия в сечении 4 по ЛВ

4.1 Определим изгибающий момент по ЛВ[М<sub>4</sub>]



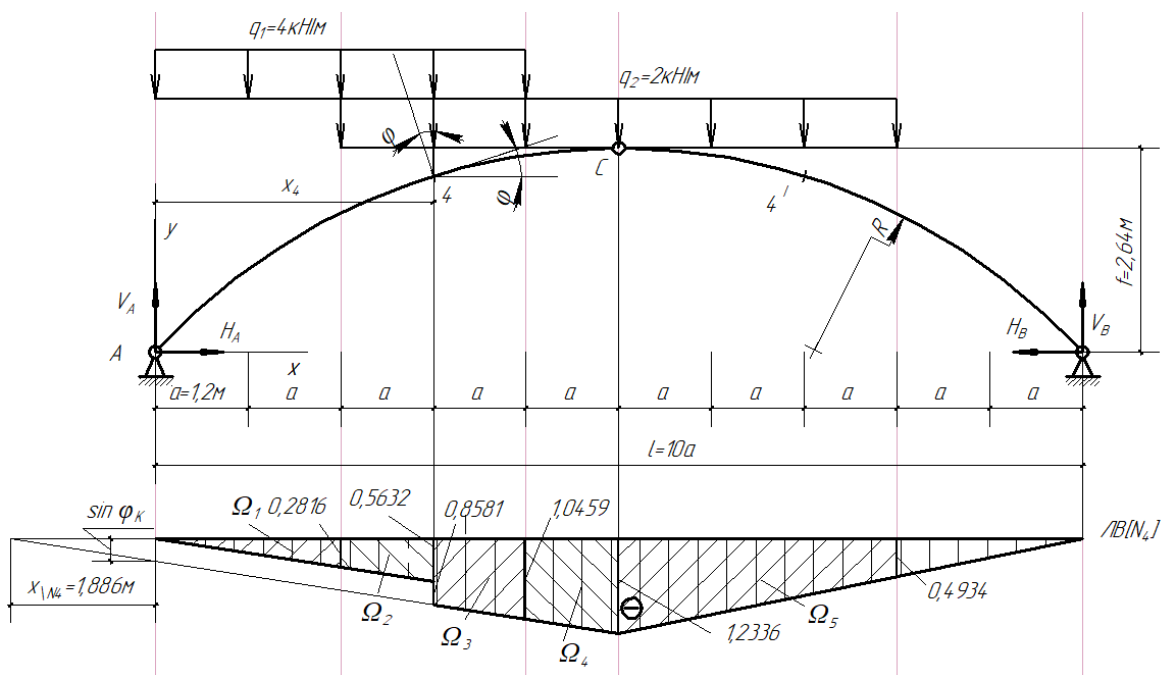
$$\begin{aligned}
 M_4 &= \Omega_1 q_1 + \Omega_2 (q_1 + q_2) + \Omega_3 (q_1 + q_2) + \Omega_4 q_2 + \Omega_5 q_2 = \\
 &= 0,5 \cdot 2 \cdot 1,2 \cdot 0,6447 \cdot 4 + 0,5 (0,6447 + 0,967) \cdot 1,2 (4 + 2) + 0,5 \cdot (0,967 + 0,089) \cdot 1,2 (4 + 2) + \\
 &+ 0,5 (0,089 - 0,789) \cdot 1,2 \cdot 2 + 0,5 (-0,789 - 0,3156) \cdot 3 \cdot 1,2 \cdot 2 = 3,0946 + 5,7852 + 3,8016 - \\
 &0,84 - 3,97656 = 7,865 \text{ кНм}
 \end{aligned}$$

4.2 Определим поперечную силу по ЛВ[Q<sub>4</sub>]



$$\begin{aligned}
 Q_4 &= \Omega_1 q_1 + \Omega_2 (q_1 + q_2) + \Omega_3 (q_1 + q_2) + \Omega_4 q_2 + \Omega_5 q_2 = \\
 &= 0,5(-0,3252)2 \cdot 1,2 \cdot 4 + 0,5(-0,3252 - 0,4878)1,2 \cdot 6 + 0,5(0,4680 + 0,3014)1,2 \cdot 6 + \\
 &+ 0,5(0,3014 + 0,1428)1,2 \cdot 2 + 0,5(0,1428 + 0,0571)3 \cdot 1,2 \cdot 2 = \\
 &= -1,56096 - 2,9268 + 2,76984 + 0,53304 + 0,71964 = -0,46524\text{ кН}
 \end{aligned}$$

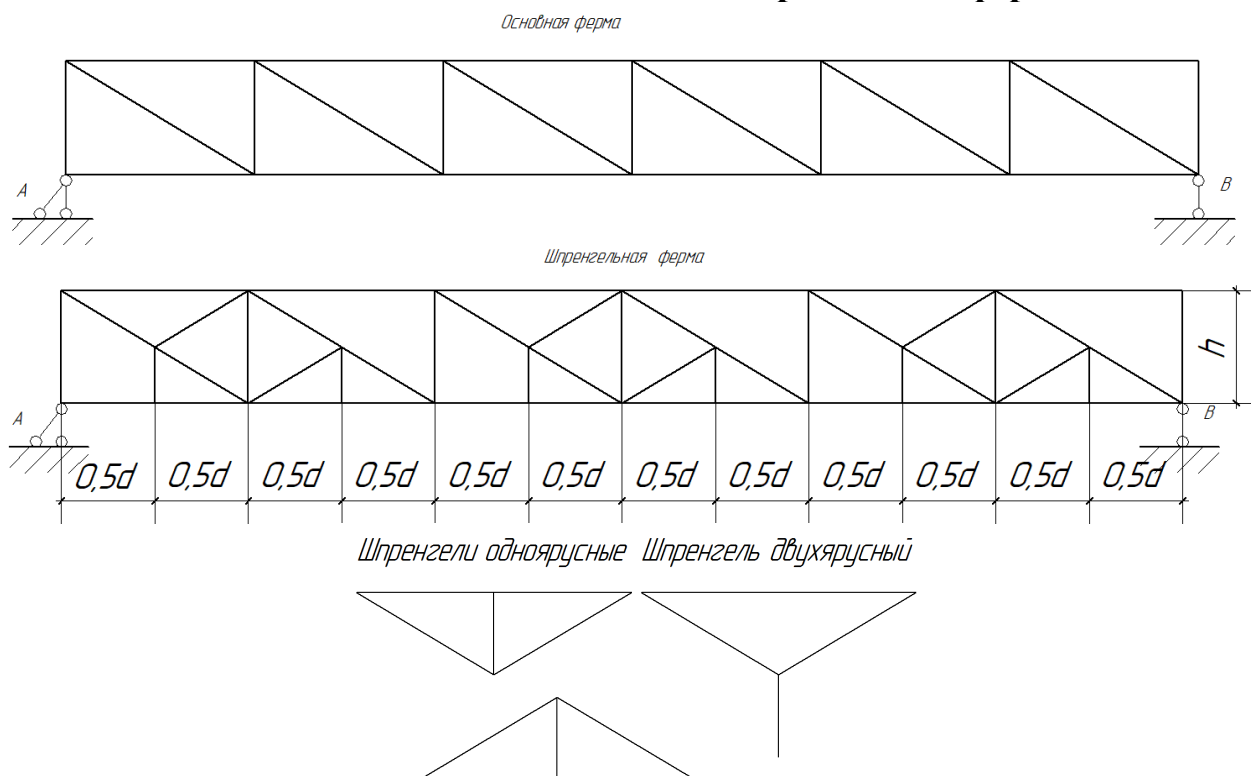
4.3 Определим продольную силу по ЛВ[N<sub>4</sub>]



$$\begin{aligned}
 N_4 &= \Omega_1 q_1 + \Omega_2 (q_1 + q_2) + \Omega_3 (q_1 + q_2) + \Omega_4 q_2 + \Omega_5 q_2 = \\
 &= -(0,5 \cdot 0,2816 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1,2 + 0,5(0,2816 + 0,5632)6 \cdot 1,2 + 0,5(1,0459 + 1,2336)6 \cdot 1,2 + \\
 &\quad + 0,5(1,0459 + 1,2336)2 \cdot 1,2 + 0,5(1,2336 + 0,4934)3 \cdot 2 \cdot 1,2) = \\
 &= 0,6(2,2528 + 5,0688 + 13,677 + 4,559 + 10,362) = -21,5518 \text{ кН}
 \end{aligned}$$

### Задача №3

#### Расчёт плоской статически определимой фермы



Таким образом, стержни делят на три категории:

- 1 категория - принадлежащие только основной ферме;
- 2 категория - принадлежащие только шпренгелю;
- 3 категория - принадлежащие шпренгелю и основной системе

Для заданной плоской статически определимой фермы требуется:

1. вычислить усилия в указанных стержнях от действия постоянной нагрузки;
2. построить линии влияния усилий в указанных стержнях;
3. вычислить усилия в указанных стержнях по линиям влияния от заданных нагрузок и сравнить с усилиями, полученными в п. 1.

Номера стержней, в которых определяются усилия: А-1; 2-7; 7- 5; 5-6. Величины узловой нагрузки  $F=20,5 \text{ кН}$ ,  $h=1,2 \text{ м}$ ;  $d=2,0 \text{ м}$ .

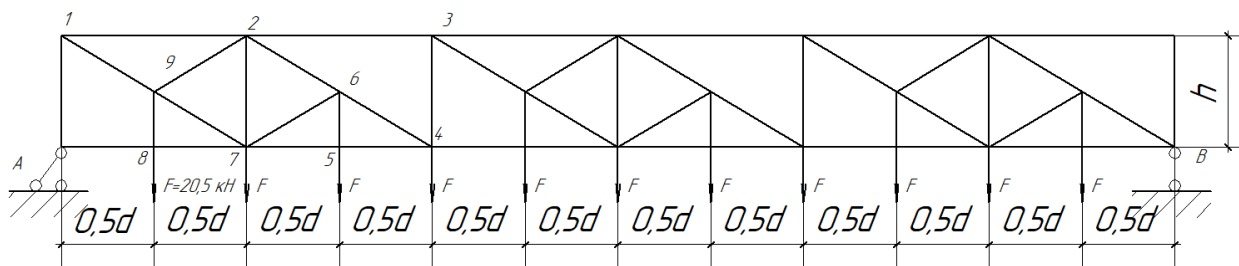
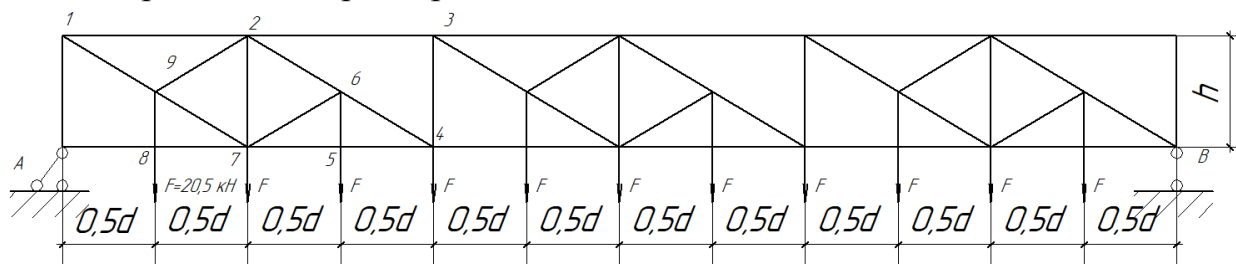


Рис. Исходная расчётная схема фермы

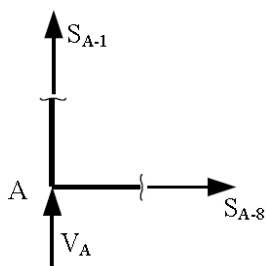
1. Определим опорные реакции



$$V_A = V_B = \frac{11 \cdot F}{2} = \frac{11 \cdot 20,5}{2} = 112,75 \text{ кН}$$

Вычислим усилия в стержнях от действия постоянной нагрузки

A-1

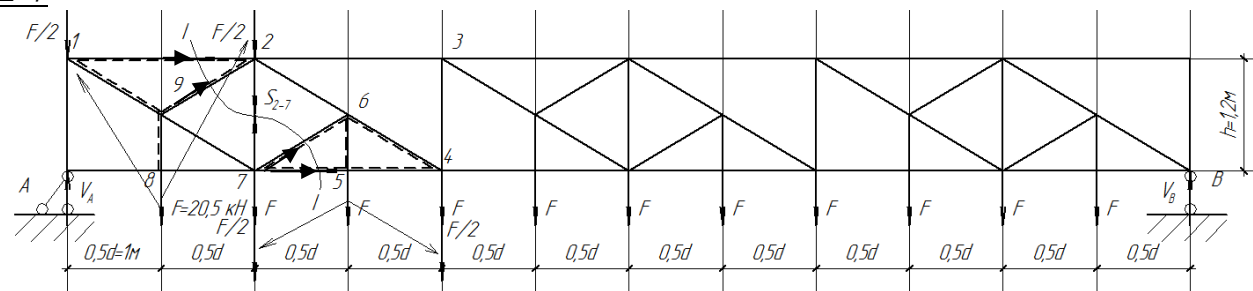


Применим метод вырезания узлов

$$\Sigma F_y = V_A + S_{A-1} = 0; S_{A-1} = -V_A = -112,75 \text{ кН}$$

Примечание. Силы, направленные к узлу - сжимающие, от узла - растягивающие

2-7



Стержень 2-7 относится к группе стержней основной фермы или первой категории.

Для определения усилий в этих стержнях можно мысленно удалить шпренгели, передав нагрузку в узлы основной фермы.

Применим метод проекций. Проведём сечение I-I, составим равновесие проекций сил на вертикальную ось левой отсечённой части фермы

$$\Sigma F_y^{\text{лев}} = V_A - \frac{F}{2} - \frac{F}{2} - F + S_{2-7} = 0;$$

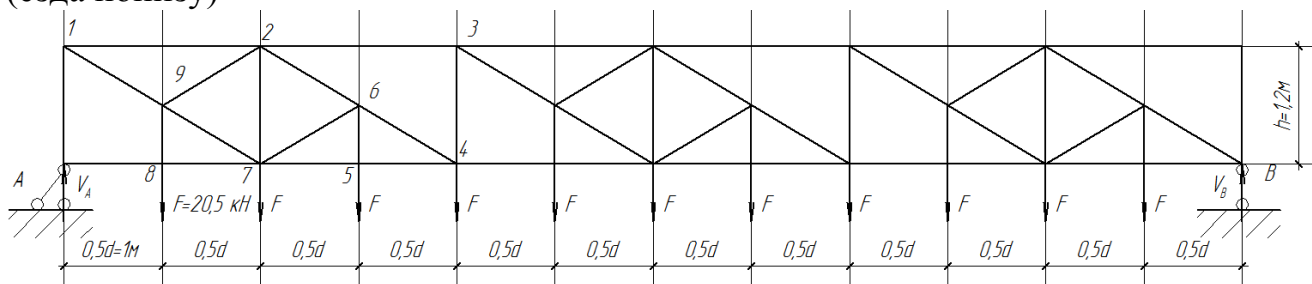


Применим метод вырезания узлов. Рассмотрим равновесие 5 узла.

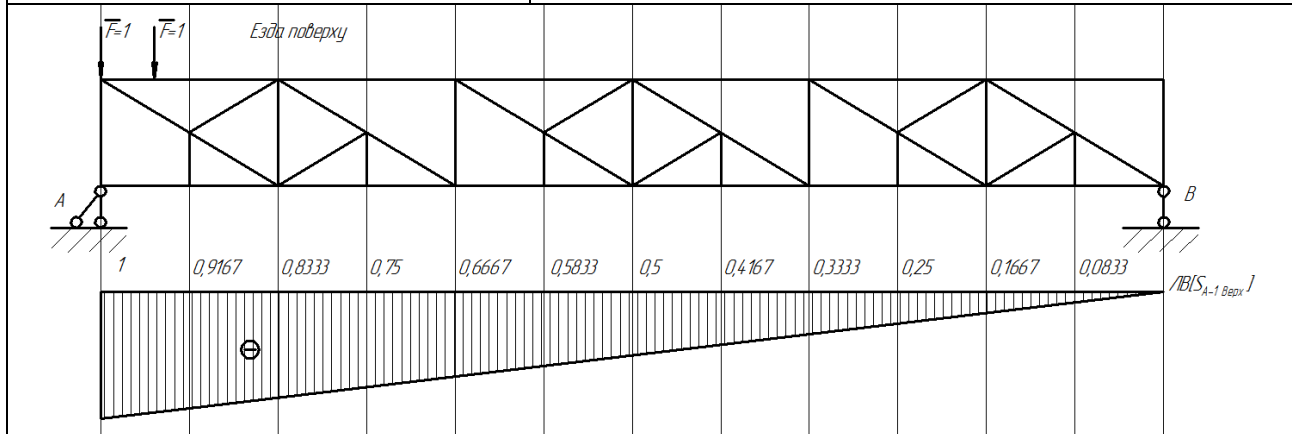
$$\Sigma F_y = -F + S_{6-5} = 0; S_{6-5} = F = 20,5 \text{ кН}$$

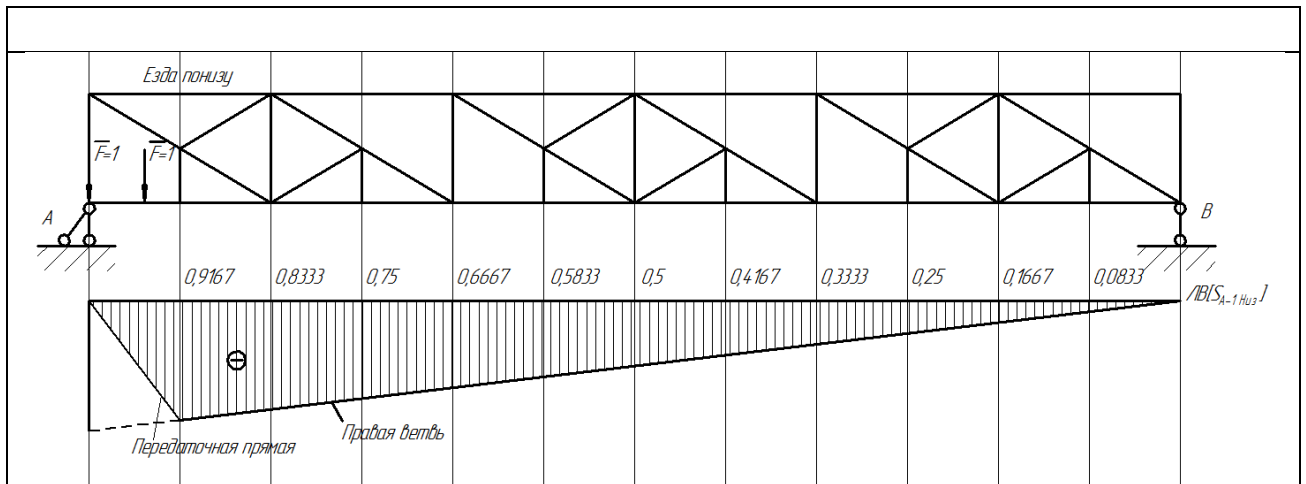
2. Постоим ЛВ в стержнях А-1, 2-7, 5-6

При перемещении единичной силы сверху фермы (езда поверху) и снизу фермы (езда понизу)

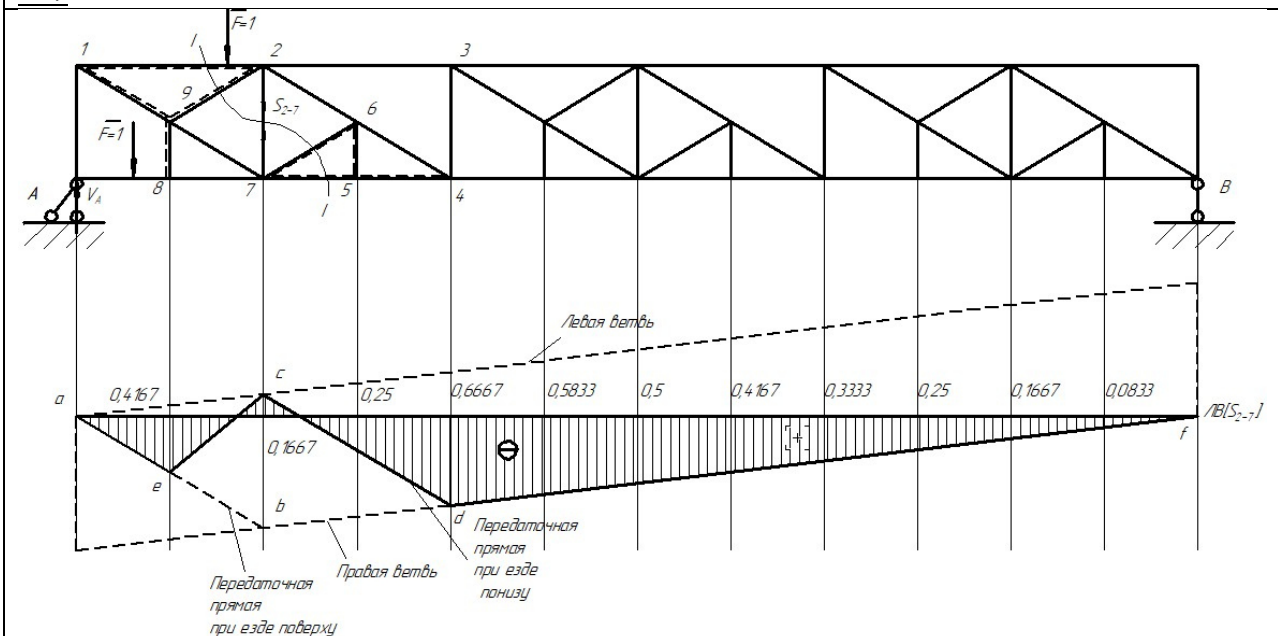


<p><b>ЛВ[<math>S_{A-1}</math>]</b></p>	<p><b>Метод вырезания узлов</b></p> <p><u>Езда поверху</u></p> $\Sigma F_y = V_A + S_{A-1} = 0; S_{A-1} = -V_A$ <p>или <math>\text{ЛВ}[S_{A-1, \text{Верх}}] = -\text{ЛВ}[V_A]</math></p> <p><u>Езда понизу</u></p> <p>Когда единичная сила вне узла (правее узла)</p> $\Sigma F_y = V_A + S_{A-1} = 0; S_{A-1} = -V_A$ <p>или <math>\text{ЛВ}[S_{A-1, \text{Низ}}] = -\text{ЛВ}[V_A]</math> (как при езде поверху)</p> <p>Когда единичная сила в узле А</p> $\Sigma F_y = V_A - 1 + S_{A-1} = 0$ <p>Т.к. <math>\text{ЛВ}[V_A] = 1</math> в т.А, то</p> $S_{A-1} = 0 \text{ или } \text{ЛВ}[S_{A-1, \text{Низ}}] = 0$
----------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------





2-7



Стержень 2-7 относится к группе стержней основной фермы или первой категории.

Мысленно удалим шпренгели. Применим метод проекций. Проведём сечение I-I.

Езда поверху. Сила справа от сечения. Уравнение равновесия проекций сил на вертикальную ось левой отсечённой части фермы

$$\Sigma F_y^{\text{лев}} = V_A + S_{2-7} = 0;$$

$$S_{2-7} = -\text{ЛВ}[V_A]; \quad \text{ЛВ}[S_{2-7}] = -\text{ЛВ}[V_A]$$

Получили уравнение правой ветви ЛВ.

Сила слева от сечения, сумма проекций сил на левой части фермы на вертикальную ось.

$$\Sigma F_y^{\text{лев}} = V_A - 1 + S_{2-7} = 0;$$

$$S_{2-7} = 1 - V_A; \quad \text{ЛВ}[S_{2-7}] = \text{ЛВ}[1 - V_A]$$

или то же

на правой части фермы (более удобная запись)

$$\Sigma F_y^{\text{пр}} = V_B - S_{2-7} = 0;$$

$$S_{2-7} = V_B; \quad \text{ЛВ}[S_{2-7}] = \text{ЛВ}[V_B]$$



Ординаты левой ветви ЛВ отличаются от ординат правой ветви на единицу. Графически это выражается, тем, что левая ветвь ЛВ  $S_{2-7}$  параллельна правой и проходит через нулевую ординату линии влияния под левой опорой.

Передаточная прямая соединяет правую и левую ветви на протяжении расчлененной панели верхнего пояса, на участке 1-2, точки  $a$  и  $b$  ЛВ.

Езда понизу. Все уравнения, будут такими же, как и при езде поверху. Только расчлененная панель - между узлами 7-4. Передаточная прямая соединяет правую и левую ветви на протяжении расчлененной панели нижнего пояса, на участке 7-4, точки  $c$  и  $d$  ЛВ.

Таким образом, ЛВ, построенные для езды поверху и езды понизу на одной оси, совпадают между узлами А-8 и 4-В и отличаются на участках, где имеются передаточные прямые (расчлененные панели). Чтобы выяснить какие ординаты будет иметь искомая линия влияния, нужно учесть работу шпренгелей.

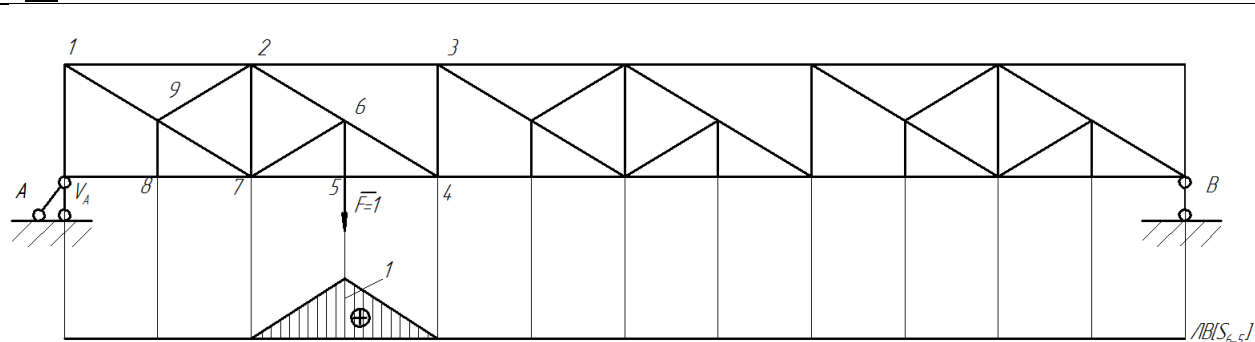
Шпренгель 1-2-9-8 двухъярусный и передает нагрузку с нижнего яруса, из узла 8, на верхний ярус, в узлы 1 и 2, то есть он включается в работу только при езде понизу. Шпренгель 7-6-4-5 – одноярусный и передает нагрузку из узла 5 в узлы 7 и 4 нижнего пояса, то есть тоже включается в работу только при езде понизу.

Помещаем силу в узел 5. Шпренгель передает усилие в узлы 7 и 4 нижнего пояса основной фермы. Поэтому следует взять ординаты ЛВ, построенной в основной ферме в предположении «езда понизу», точки  $c$  и  $d$ .

Если сила будет помещена в узел 8 двухъярусного шпренгеля, то её воздействие будет воспринято узлами 1 и 2 верхнего пояса основной фермы. Поэтому под узлом 8 выбираем ординату ЛВ, построенной в основной ферме в предположении «езда поверху», точка  $e$ . Соединяя выбранные ординаты, получаем искомую линию влияния. (Соединяем точки  $e$  и  $c$ , т.к. точка  $c$  лежит на передаточной прямой при езде понизу (строим ЛВ при езде понизу)).

Таким образом, для этой шпренгельной фермы на рисунке можно выделить ЛВ  $[S_{2-7, \text{Верх}}]$  -  $a-b-f$  и ЛВ  $[S_{2-7, \text{Низ}}]$  -  $a-e-c-d-f$

$S_{6-5}$



Стержень 6-5 относится ко второй категории. При нахождении силы вне узла шпренгеля, ординаты линии влияния нулевые, поскольку шпренгель не нагружен. При нахождении силы в узле 5, для определения усилия используем метод вырезания узлов.

$$\Sigma F_y = -\bar{F} + S_{6-5} = 0; S_{6-5} = \bar{F}; ЛВ[S_{6-5}] = 1$$

#### 4. Вычисление усилий в стержнях по ЛВ

$$S_{A-1, H} = F(-0,9167 - 0,8333 - 0,75 - 0,6667 - 0,5833 - 0,5 - 0,4167 - 0,3333 - 0,25 - 0,1667 - 0,0833) = -20,5 \cdot 5,5 = -112,75 \text{ кН}$$

$$S_{2-7, H} = F(-0,4167 + 0,1667 - 0,25 - 0,6667 - 0,5833 - 0,5 - 0,4167 - 0,3333 - 0,25 - 0,1667 - 0,0833) = -20,5 \cdot 3,5 = -71,75 \text{ кН}$$

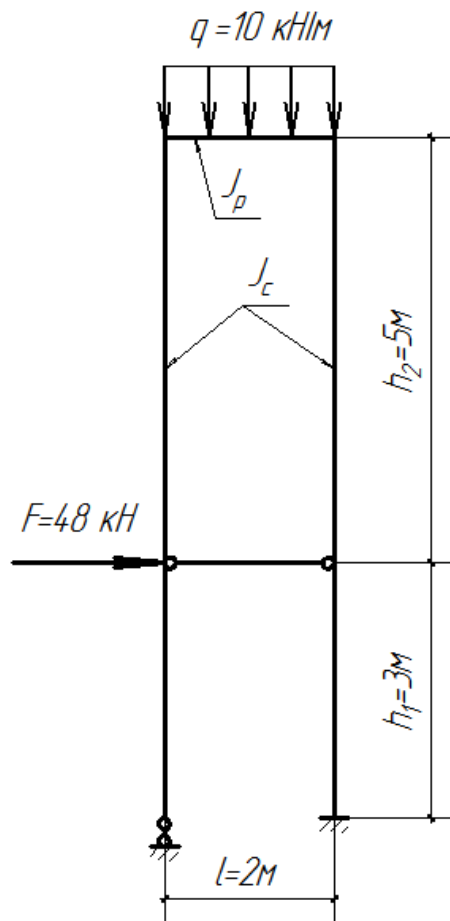
$$S_{6-5, H} = F \cdot 1 = 20,5 \text{ кН}$$

Значения усилий, вычисленных по ЛВ, совпадают с аналитически полученными значениями.

### Задача 4

#### Расчёт статически неопределимой рамы методом сил

1. Построить эпюры  $M$ ,  $Q$ ,  $N$ .  $\frac{J_p}{J_c} = 2$
2. Выполнить кинематическую и статическую проверки эпюр



Определим степень статической неопределимости рамы  
 $L = C_{\text{оп}} + 2Ш - 3Д = 4 + 2 \cdot 2 - 3 \cdot 2 = 2$

Отбросим две лишние связи и получим основную систему МС (ОСМС) (Рис.1а)  
 Приложим к ОСМС усилия в отброшенных связях и получим эквивалентную систему (Рис.1б)

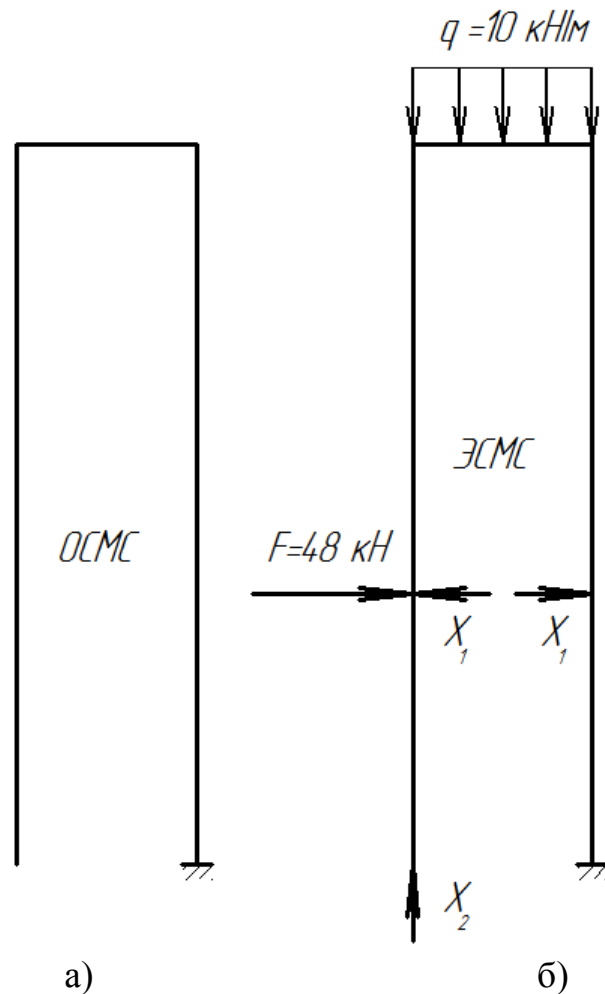


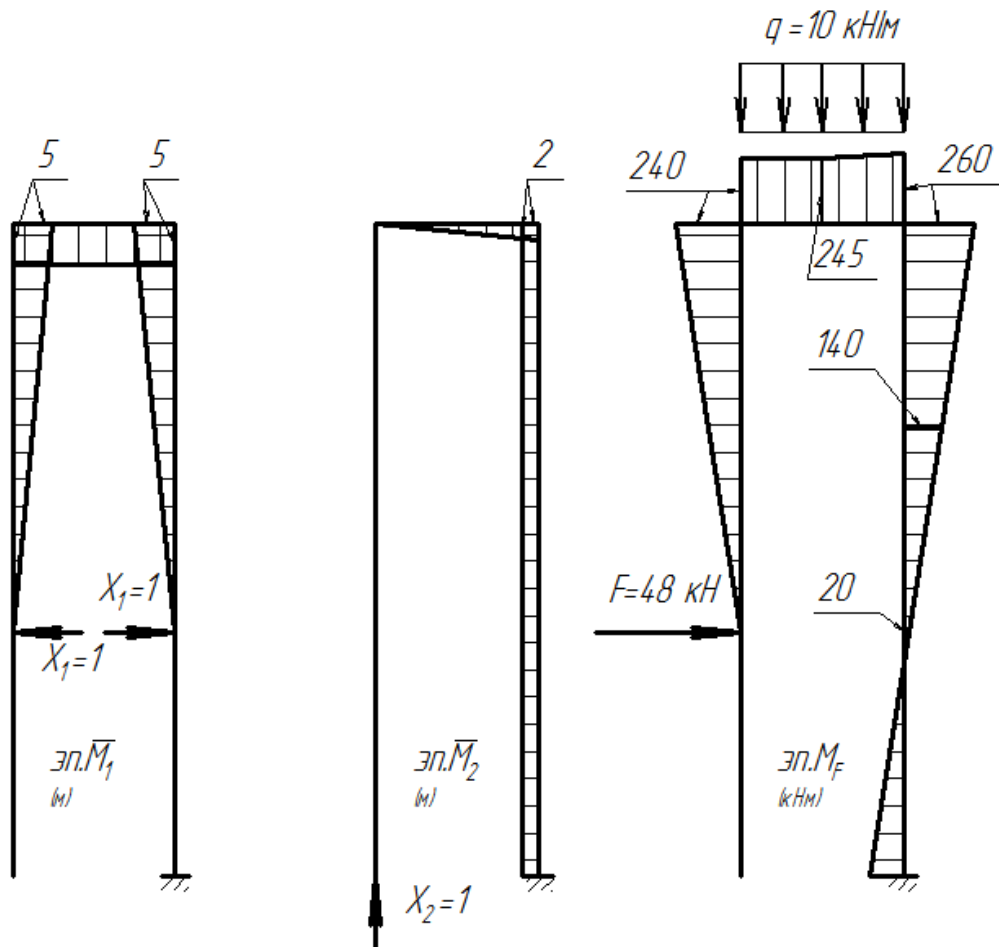
Рис. 1. а) – основная система метода сил; б) – эквивалентная система метода сил  
 Канонические уравнения метода сил

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1F} &= 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2F} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

где  $\delta_{ij}$  - перемещение в точке приложения и по направлению неизвестного усилия  $X_i$  от действия единичного усилия  $\bar{X}_j = 1$ ;

$\Delta_{iF}$  - перемещение в точке приложения и по направлению неизвестного усилия  $X_i$  от действия внешних нагрузок -  $q$  и  $F$ .

Построим единичные и грузовые эпюры в ОСМС



Коэффициенты канонических уравнений

$$\delta_{11} = 2 \cdot \frac{1}{EJ_c} \left( \frac{5 \cdot 5}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 5 \right) + \frac{1}{E2J_c} (5 \cdot 2 \cdot 5) = \frac{108,33}{EJ_c}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{E2J_c} \left( \frac{2 \cdot 2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 \right) + \frac{1}{EJ_c} (2 \cdot 8 \cdot 2) = \frac{33,33}{EJ_c}$$

$$\delta_{21} = \delta_{12} = \frac{1}{E2J_c} \left( 5 \cdot 5 \cdot \frac{2}{2} \right) + \frac{1}{EJ_c} \left( \frac{5 \cdot 5}{2} \cdot 2 \right) = \frac{30}{EJ_c}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{1F} &= \frac{1}{EJ_c} \left( -\frac{5 \cdot 5}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 240 \right) + \frac{2}{6E2J_c} (-240 \cdot 5 - 4 \cdot 245 \cdot 5 - 260 \cdot 5) \\ &\quad + \frac{5}{6EJ_c} (-260 \cdot 5 - 4 \cdot 2,5 \cdot 140 - 0 \cdot 20) \\ &= \frac{1}{EJ_c} (-2000 - 1233,33 - 2250) = \frac{-5483,33}{EJ_c} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{2F} &= \frac{2}{6E2J_c} (0 \cdot 240 - 4 \cdot 1 \cdot 245 - 2 \cdot 260) \\ &\quad + \frac{1}{EJ_c} (-0,5 \cdot (260 + 20) \cdot 5 \cdot 2 + 0,5(-20 + 124) \cdot 3 \cdot 2) \\ &= \frac{1}{EJ_c} (-250 - 1088) = \frac{-1338}{EJ_c} \end{aligned}$$

Подставим найденные коэффициенты в систему уравнений и решим её

$$\left. \begin{aligned} \frac{108,33}{EJ_c} X_1 + \frac{30}{EJ_c} X_2 - \frac{5483,33}{EJ_c} &= 0 \\ \frac{30}{EJ_c} X_1 + \frac{33,33}{EJ_c} X_2 - \frac{1338}{EJ_c} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

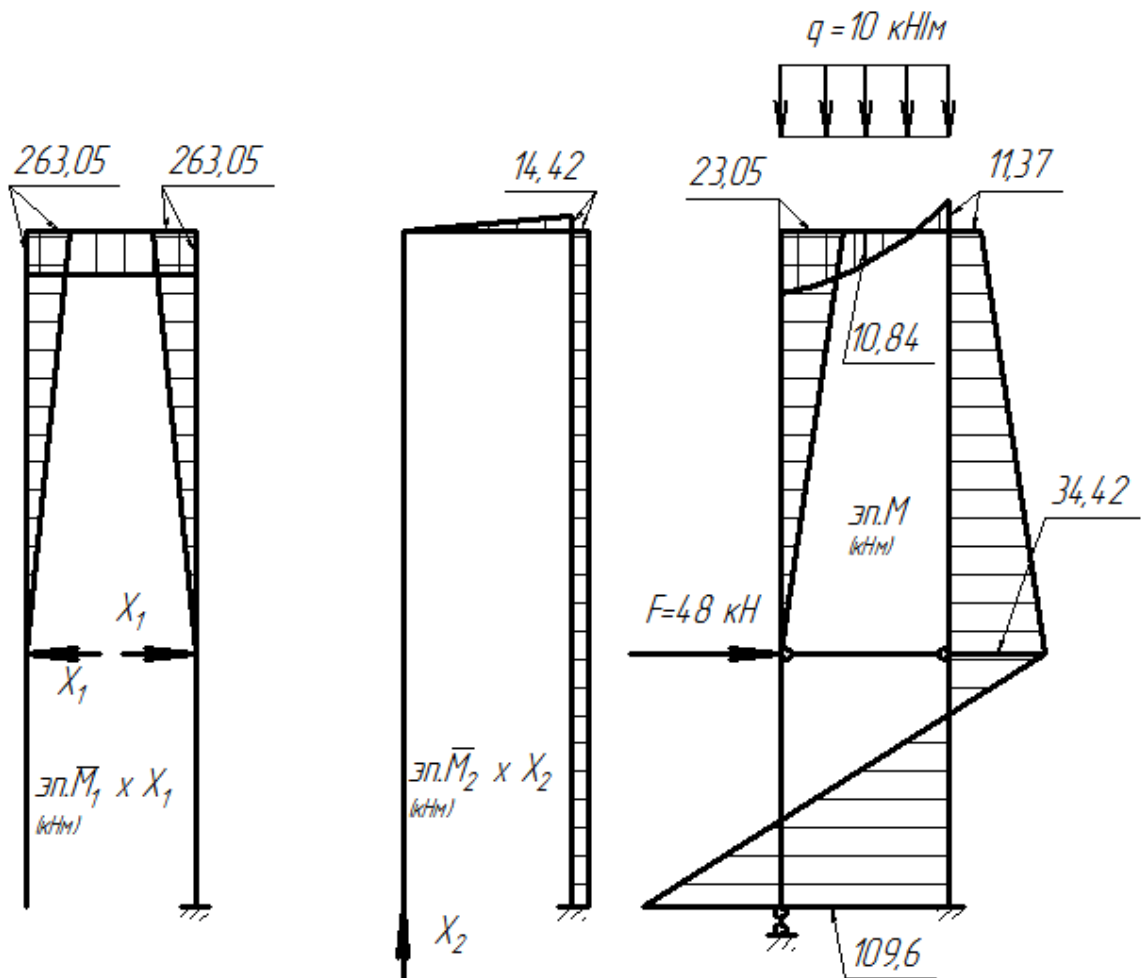
или

$$\left. \begin{aligned} 108,33X_1 + 30X_2 - 5483,33 &= 0 \\ 30X_1 + 33,33X_2 - 1338 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$X_1 = 52,615 \text{ кН}, X_2 = -7,214 \text{ кН}$$

Построение эпюры М выполняем в соответствии с формулой

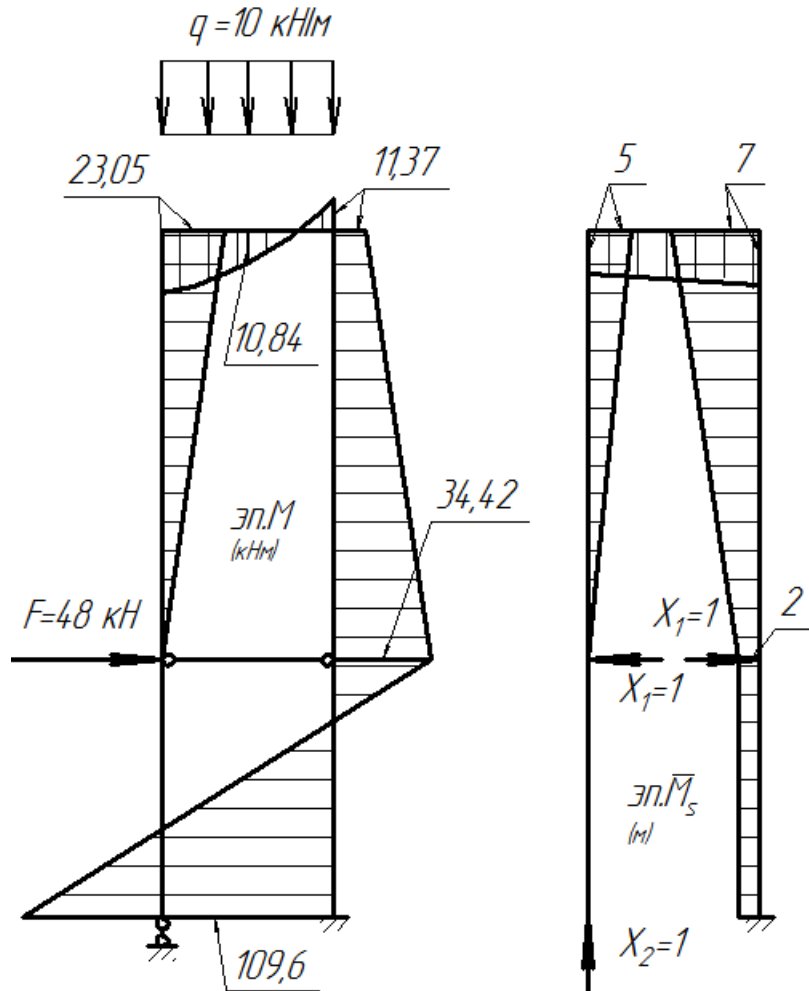
$$M = \bar{M}_1 \times X_1 + \bar{M}_2 \times X_2 + M_F$$



Кинематическая проверка эюр

$$\Sigma \frac{\bar{M}_s \times \Delta}{EJ} = 0$$

где  $\bar{M}_s = \bar{M}_1 + \bar{M}_2$  - суммарная единичная эюра



$$\begin{aligned} \Sigma \frac{\bar{M}_s \times M}{EJ} &= \frac{1}{EJ_c} \cdot \frac{5}{6} (0 \cdot 0 + 5 \cdot 23,05 + 4 \cdot 2,5 \cdot 11,53) + \\ &+ \frac{1}{2EJ_c} \cdot \frac{2}{6} (5 \cdot 23,05 - 7 \cdot 11,37 + 4 \cdot 10,84 \cdot 6) + \\ &+ \frac{1}{EJ_c} \cdot \frac{5}{6} (-7 \cdot 11,37 - 2 \cdot 34,42 - 4 \cdot 22,9 \cdot 4,5) + \\ &+ \frac{1}{EJ_c} \cdot \frac{3}{6} (-2 \cdot 34,42 + 2 \cdot 109,6 + 4 \cdot 2 \cdot 37,6) = \end{aligned}$$

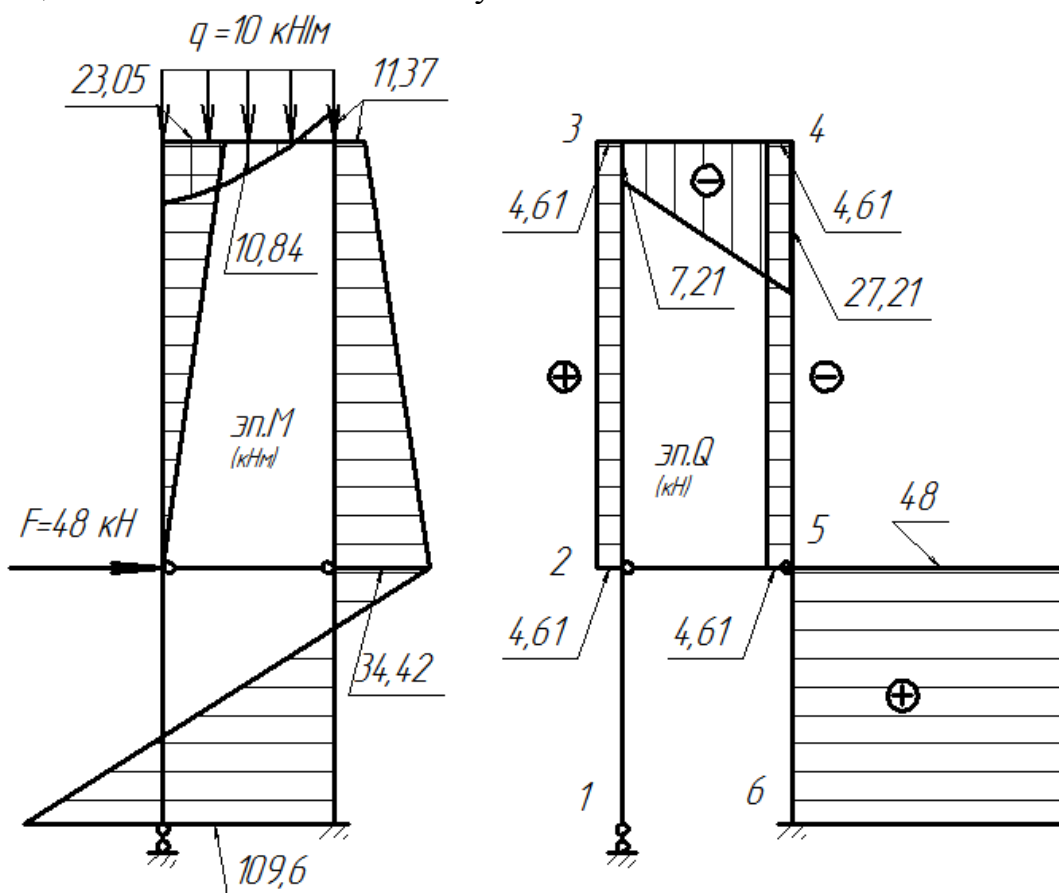
$$= \frac{1}{EJ_c} (192,125 + 49,30 - 467,19 + 225,58) = 467,005 - 467,19 = -0,185$$

Погрешность

$$\left| \frac{-0,185}{467,005} \right| 100\% = 0,04\% < 1\%$$

Эпюра моментов построена верно

Построение эпюры поперечных сил Q. Разобьём раму на участки. На основании дифференциальных зависимостей получим



$$Q_{23} = \frac{23,05 - 0}{5} = 4,61 \text{ (кН)}$$

$$Q_{34\text{лев}} = \frac{-11,37 - 23,05}{2} + \frac{10 \cdot 2}{2} = -7,21 \text{ (кН)}$$

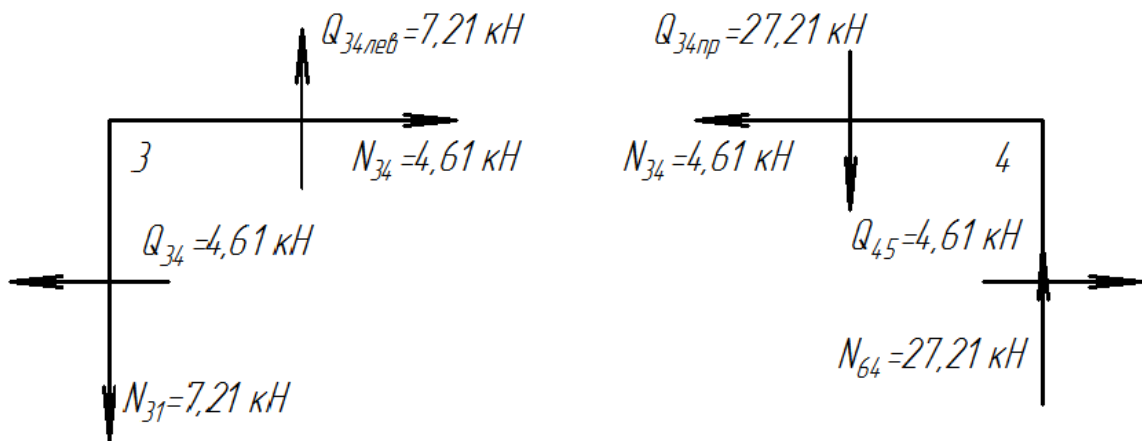
$$Q_{34\text{пр}} = \frac{-11,37 - 23,05}{2} - \frac{10 \cdot 2}{2} = -27,21 \text{ (кН)}$$

$$Q_{45} = \frac{-34,42 - (-11,37)}{5} = -4,61 \text{ (кН)}$$

$$Q_{56} = \frac{109,6 - (-34,42)}{3} = 48 \text{ (кН)}$$

Построение эпюры продольных сил N ведём вырезанием и уравниванием узлов

Узел 3



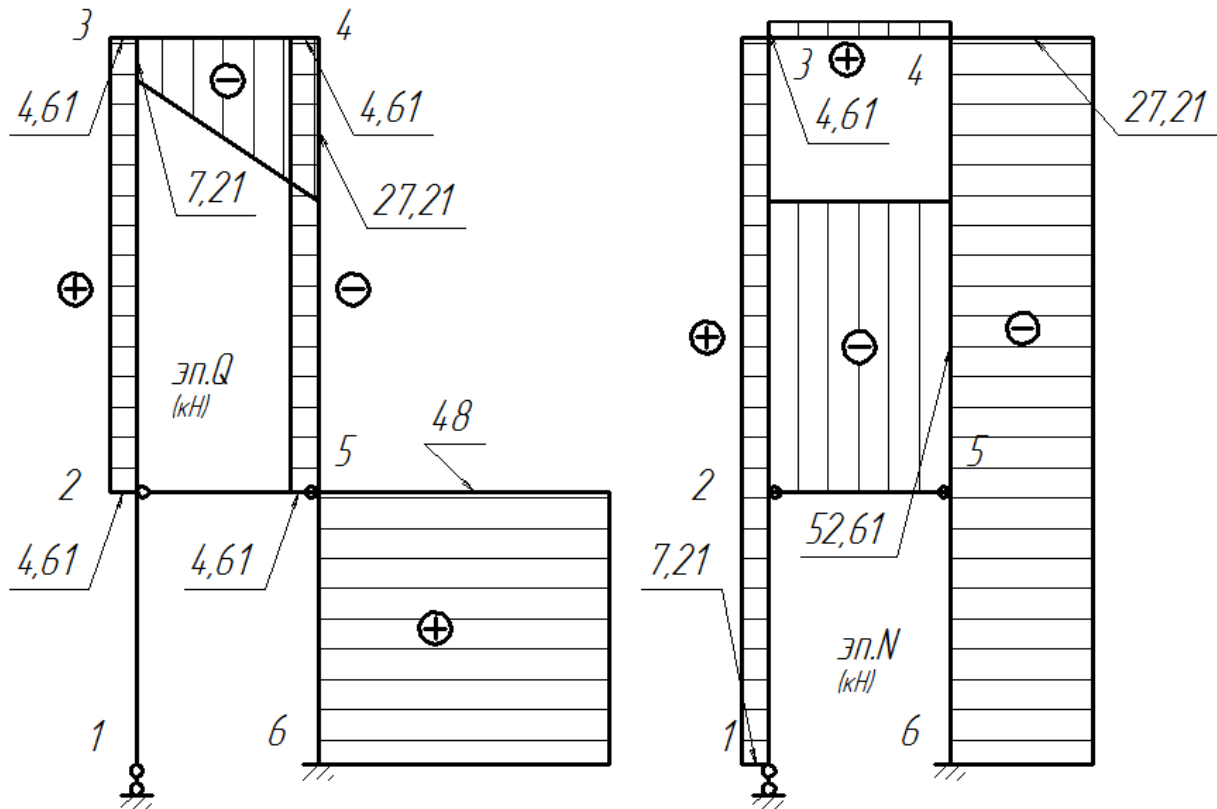
Из уравнений равновесия узла 3 получаем

$$N_{34} = 4,61 \text{ (кН)}, N_{31} = 7,21 \text{ (кН)}$$

Из уравнений равновесия узла 4 получаем

$$N_{34} = 4,61 \text{ (кН)}, N_{64} = -27,21 \text{ (кН)}$$

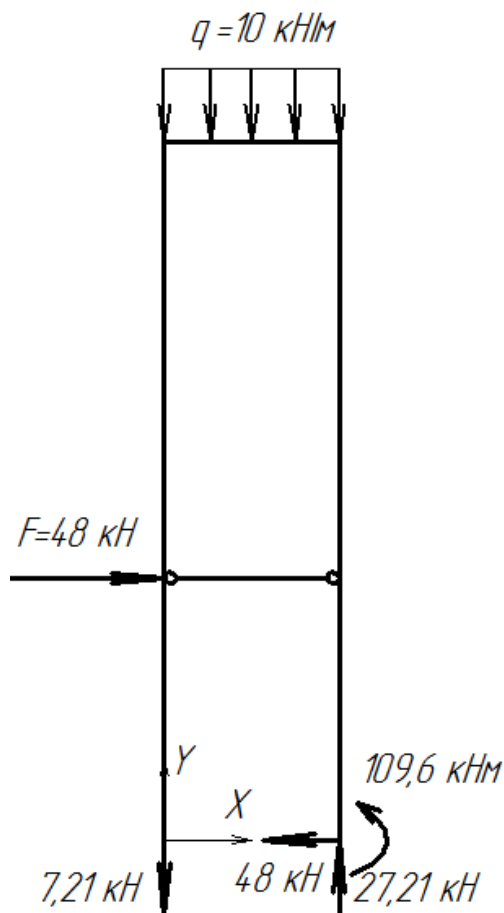
$$N_{25} = X_1 = -52,61 \text{ (кН)}$$



Статическая проверка эпюр

Отсекаем раму от опор, заменяем их внутренними усилиями, прикладываем внешнюю нагрузку, записываем уравнения равновесия.





$$\Sigma X = 48 - 48 = 0$$

$$\Sigma Y = -7,21 - 10 \cdot 2 + 27,21 = 0$$

$$\Sigma M_0 = -27,21 \cdot 2 - 109,6 + 48 \cdot 3 + 10 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} = -54,42 - 109,6 + 144 + 20$$

$$= -163,42 + 164 = 0,32$$

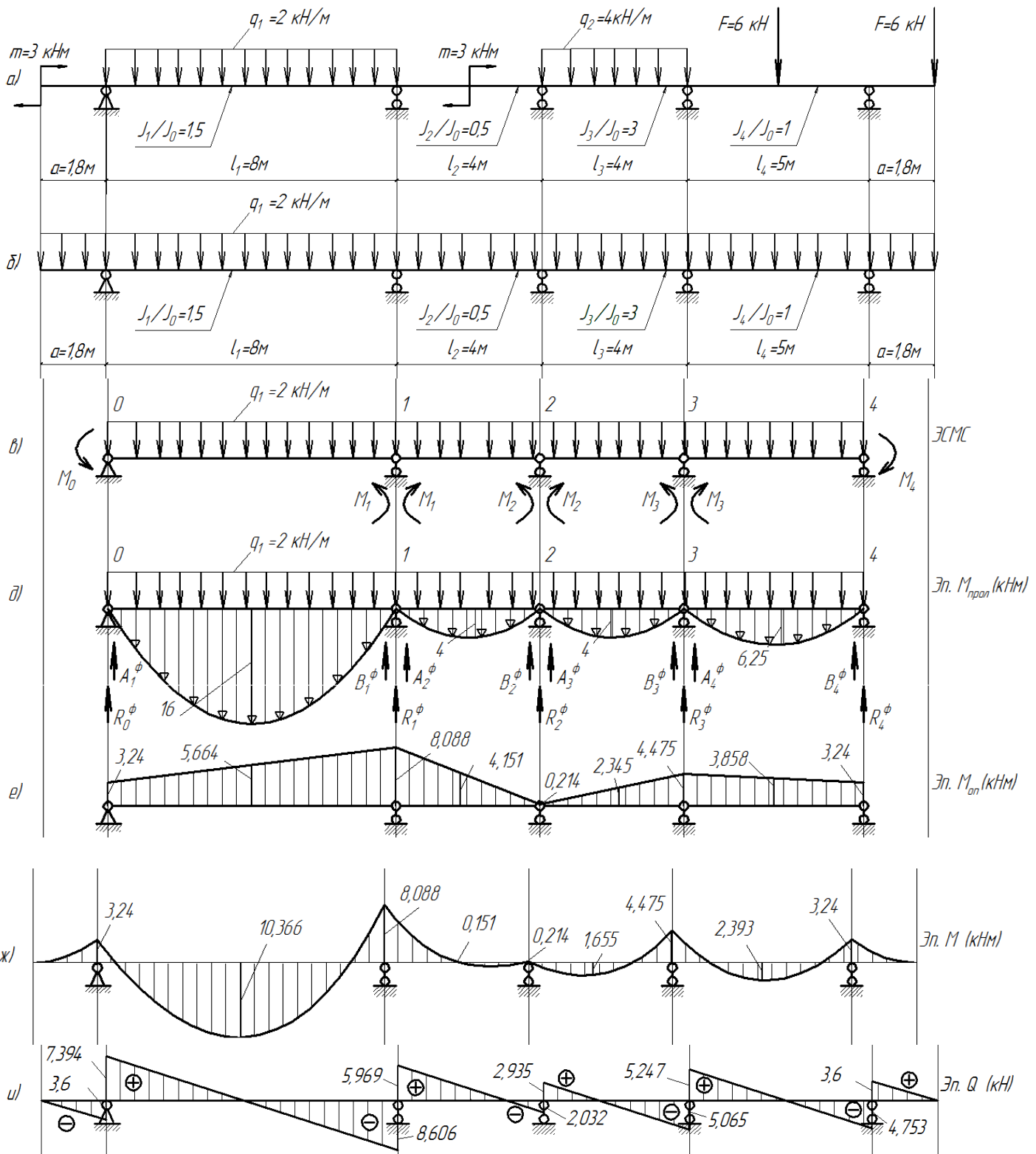
$$\left| \frac{0,32}{-163,42} \right| 100\% = 0,2\% < 1\%$$

### Задача 5

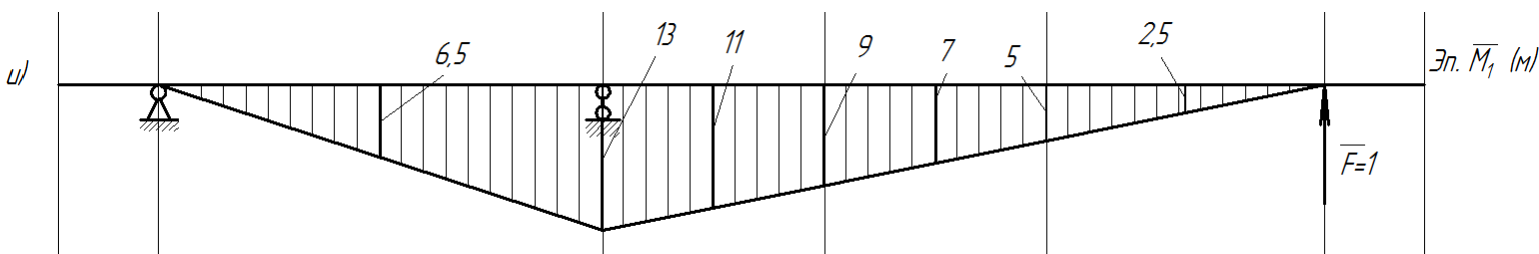
#### Расчет неразрезной балки

Для заданной неразрезной балки (Рис. 1а) требуется:

1. С помощью уравнения трёх моментов построить эпюры  $M$  и  $Q$  от постоянной нагрузки, распределённой по всей балке. Принять постоянную нагрузку, равной  $q_1$  (Рис. 1б);
2. Найти фокусные отношения и построить эпюры  $M$  и  $Q$  от последовательного нагружения каждого пролёта в отдельности заданной временной нагрузкой с помощью метода фокусов;



**Рис. 1**  
**Расчёт неразрезной балки с помощью уравнения трёх моментов**



Решение

1. Вычисляем степень статической неопределимости балки. Количество лишних связей равно количеству опорных связей за вычетом количества трех независимых уравнений равновесия на плоскости

$$L = C_{оп} - 3 = 6 - 3 = 3.$$

При использовании уравнения трёх моментов, основная система метода сил для всех неразрезных балок одна и та же. Преобразуем её в эквивалентную систему МС (Рис. 1в)

2. Строим в эквивалентной системе метода сил (Рис. 1г) грузовую эпюру от внешней нагрузки - эпюру пролетных моментов  $M_{прол.}$

3. Нумеруем опоры слева направо. Записываем систему уравнений трёх моментов

$$\left. \begin{aligned} M_0 l'_1 + 2M_1(l'_1 + l'_2) + M_2 l'_2 &= -6R_1^{\Phi'} \\ M_1 l'_2 + 2M_2(l'_2 + l'_3) + M_3 l'_3 &= -6R_2^{\Phi'} \\ M_2 l'_3 + 2M_3(l'_3 + l'_4) + M_4 l'_4 &= -6R_3^{\Phi'} \end{aligned} \right\}$$

Вычисляем опорные моменты на крайних опорах

$$M_0 = M_4 = -\frac{q_1 a^2}{2} = -3,24 \text{ кНм}$$

4. Определяем приведенные длины пролётов

$$l'_1 = l_1 \frac{J_0}{J_1} = 8 \cdot \frac{1}{1,5} = 5,333; l'_2 = l_2 \frac{J_0}{J_2} = 4 \cdot \frac{1}{0,5} = 8$$

$$l'_3 = l_3 \frac{J_0}{J_3} = 4 \cdot \frac{1}{3} = 1,333; l'_4 = l_4 \frac{J_0}{J_4} = 5 \cdot \frac{1}{1} = 5$$

Определяем фиктивные реакции

$$6R_1^{\Phi'} = 6B_1^{\Phi} \frac{J_0}{J_1} + 6A_2^{\Phi} \frac{J_0}{J_2} = \frac{ql_1^3}{4} \cdot \frac{1}{1,5} + \frac{ql_2^3}{4} \cdot \frac{1}{0,5} = \frac{2 \cdot 8^3}{4} \cdot \frac{1}{1,5} + \frac{2 \cdot 4^3}{4} \cdot \frac{1}{0,5} = 170,667 + 64 = 234,667$$

$$6R_2^{\Phi'} = 6B_2^{\Phi} \frac{J_0}{J_2} + 6A_3^{\Phi} \frac{J_0}{J_3} = \frac{ql_2^3}{4} \cdot \frac{1}{0,5} + \frac{ql_3^3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 4^3}{4} \cdot \frac{1}{0,5} + \frac{2 \cdot 4^3}{4} \cdot \frac{1}{3} = 10,667 + 64 = 74,667$$

$$6R_3^{\Phi'} = 6B_3^{\Phi} \frac{J_0}{J_3} + 6A_4^{\Phi} \frac{J_0}{J_4} = \frac{ql_3^3}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{ql_4^3}{4} \cdot 1 = \frac{2 \cdot 4^3}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2 \cdot 4^3}{4} \cdot 1 = 10,667 + 62,5 = 73,167$$

5. Решаем систему уравнений трёх моментов и находим опорные моменты

$$\left. \begin{aligned} -3,24 \cdot 5,333 + 2M_1(5,333 + 8) + M_2 \cdot 8 &= -234,667 \\ M_1 \cdot 8 + 2M_2(8 + 1,333) + M_3 \cdot 1,333 &= -74,667 \\ M_2 \cdot 1,333 + 2M_3(1,333 + 5) + (-3,24) \cdot 5 &= -73,167 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 26,666M_1 + 8M_2 &= 17,279 - 234,667 \\ 8M_1 + 18,666M_2 + 1,333M_3 &= -74,667 \\ 1,333M_2 + 12,666M_3 &= 16,2 - 73,167 \end{aligned} \right\}$$

$$M_1 = \frac{-217,388 - 8M_2}{26,666}$$

$$M_3 = \frac{-56,967 - 1,333M_2}{12,666}$$

$$8 \cdot \frac{-217,388 - 8M_2}{26,666} + 18,666M_2 + 1,333 \cdot \frac{-56,967 - 1,333M_2}{12,666} = -74,667$$

$$16,126M_2 = -3,454$$

$$M_2 = -0,214 \text{ кНм}$$

$$M_1 = \frac{-217,388 - 8(-0,214)}{26,666} = -8,088 \text{ кНм}$$

$$M_3 = \frac{-56,967 - 1,333(-0,214)}{12,666} = -4,475 \text{ кНм}$$

Строим эпюру опорных моментов (Рис.1е).

6. Строим эпюру  $M$  в соответствии с  $M = M_{\text{прол}} + M_{\text{оп}}$  (Рис.1 д, е, ж)

7. Выполняем кинематическую проверку

Единичная эпюра моментов строится для любой основной системы МС, выбранной для исходной балки. Единичная эпюра должна охватить максимальное число пролетов балки (Рис. 1и).

$$\Sigma \frac{\bar{M}_1 \cdot \bar{M}}{EJ} = \frac{8}{6EJ_0 \cdot 1,5} (-13 \cdot 8,088 + 4 \cdot 6,5 \cdot 10,336)$$

$$+ \frac{4}{6EJ_0 \cdot 0,5} (-13 \cdot 8,088 - 9 \cdot 0,214 - 4 \cdot 11 \cdot 0,151)$$

$$+ \frac{4}{6EJ_0 \cdot 3} (-5 \cdot 4,475 - 9 \cdot 0,214 + 4 \cdot 7 \cdot 1,655)$$

$$+ \frac{5}{6EJ_0 \cdot 1} (-5 \cdot 4,475 + 4 \cdot 2,5 \cdot 2,393)$$

$$= \frac{5}{6EJ_0} (-1621,753 + 1614,671)$$

Относительная ошибка вычислений

$$\frac{-1621,753 + 1614,671}{1614,671} 100\% = 0,4\% < 1\%$$

8. Строим эпюру поперечных сил  $Q$  с помощью дифференциальных зависимостей (Рис.1к).

$$Q = \frac{M_{\text{пр}} - M_{\text{лев}}}{l_1} \pm \frac{ql}{2}$$

Пролёт 0-1

$$Q_0 = \frac{-8,088 - (-3,24)}{8} + \frac{2 \cdot 8}{2} = 7,394 \text{ кН}$$

$$Q_1 = \frac{-8,088 - (-3,24)}{8} - \frac{2 \cdot 8}{2} = -8,606 \text{ кН}$$

Пролёт 1-2

$$Q_1 = \frac{-0,214 - (-8,088)}{4} + \frac{2 \cdot 4}{2} = 5,969 \text{ кН}$$

$$Q_2 = \frac{-0,214 - (-8,088)}{4} - \frac{2 \cdot 4}{2} = -2,032 \text{ кН}$$

Пролёт 2-3

$$Q_2 = \frac{-4,475 - (-0,214)}{4} + \frac{2 \cdot 4}{2} = 2,935 \text{ кН}$$

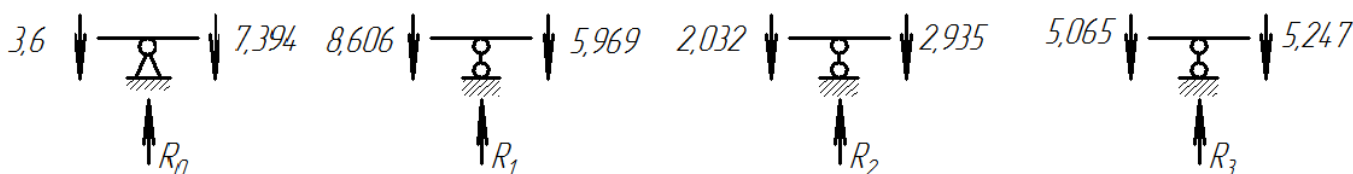
$$Q_3 = \frac{-4,475 - (-0,214)}{4} - \frac{2 \cdot 4}{2} = -5,065 \text{ кН}$$

Пролёт 3-4

$$Q_3 = \frac{-3,24 - (-4,475)}{5} + \frac{2 \cdot 5}{2} = 5,247 \text{ кН}$$

$$Q_4 = \frac{-3,24 - (-4,475)}{5} - \frac{2 \cdot 5}{2} = -4,753 \text{ кН}$$

9. Определим опорные реакции по эпюре Q, вырезая и уравновешивая опорные узлы



Опора 0.  $\Sigma Y = -3,6 - 7,394 + R_0 = 0; R_0 = 10,994 \text{ кН}$

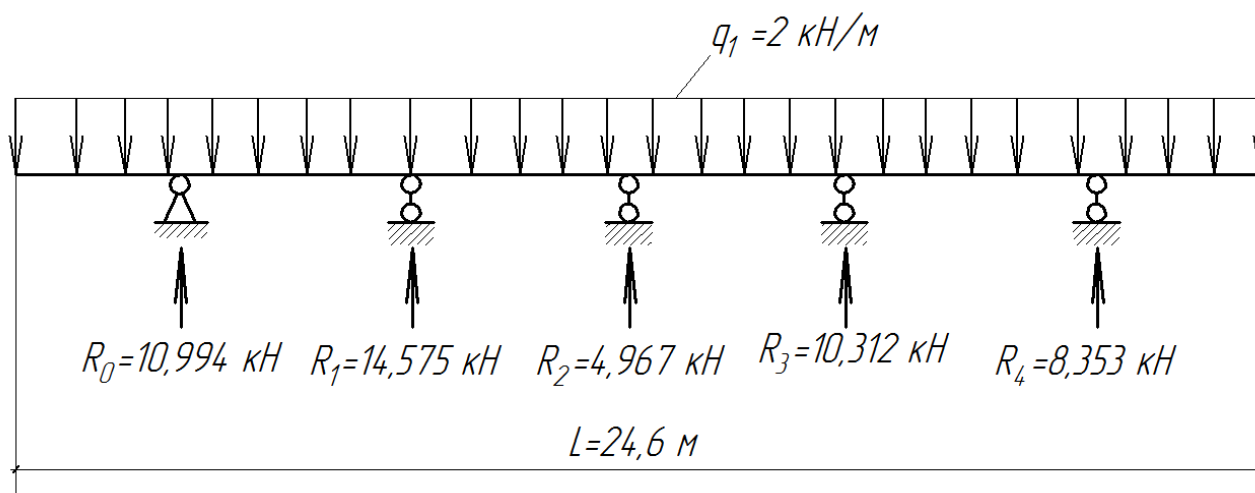
Опора 1.  $\Sigma Y = -8,606 - 5,969 + R_1 = 0; R_1 = 14,575 \text{ кН}$

Опора 2.  $\Sigma Y = -2,032 - 2,935 + R_2 = 0; R_2 = 4,967 \text{ кН}$

Опора 3.  $\Sigma Y = -5,065 - 5,247 + R_3 = 0; R_3 = 10,312 \text{ кН}$

Опора 4.  $\Sigma Y = -4,753 - 3,6 + R_4 = 0; R_4 = 8,353 \text{ кН}$

10. Статическая проверка правильности построения эпюр



$$\Sigma Y = -2 \cdot 24,6 + 10,994 + 14,575 + 4,967 + 10,312 + 8,353 = -49,2 + 49,201 = 0,001 \text{ кН}$$

Относительная ошибка вычислений

$$\frac{0,001}{49,2} 100\% = 0,002\% > 1\%$$

## РАСЧЁТ НЕРАЗРЕЗНОЙ БАЛКИ МЕТОДОМ ФОКУСОВ

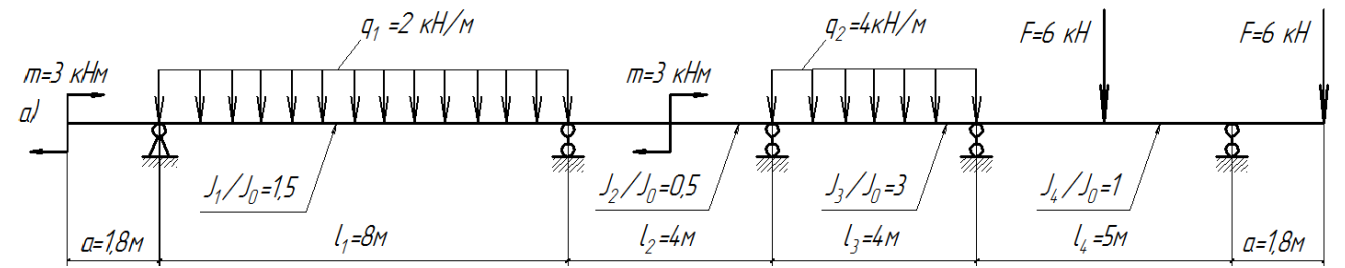


Рис.2

1. Запишем приведенные длины пролётов балки и фокусные отношения в пролётах, которые не зависят от вида нагружения.

Приведенные длины пролётов определены ранее

$$l'_1 = l_1 \frac{J_0}{J_1} = 8 \cdot \frac{1}{1,5} = 5,333 ; l'_2 = l_2 \frac{J_0}{J_2} = 4 \cdot \frac{1}{0,5} = 8$$

$$l'_3 = l_3 \frac{J_0}{J_3} = 4 \cdot \frac{1}{3} = 1,333 ; l'_4 = l_4 \frac{J_0}{J_4} = 5 \cdot \frac{1}{1} = 5$$

Известно, что если загрузить один из пролетов неразрезной балки, то в остальных пролетах эпюра моментов будет линейной и будет иметь нулевую точку в пролете (то есть менять знак от одной опоры к другой). Опорные моменты будут уменьшаться по мере удаления от загружаемого пролета (Рис. 3).

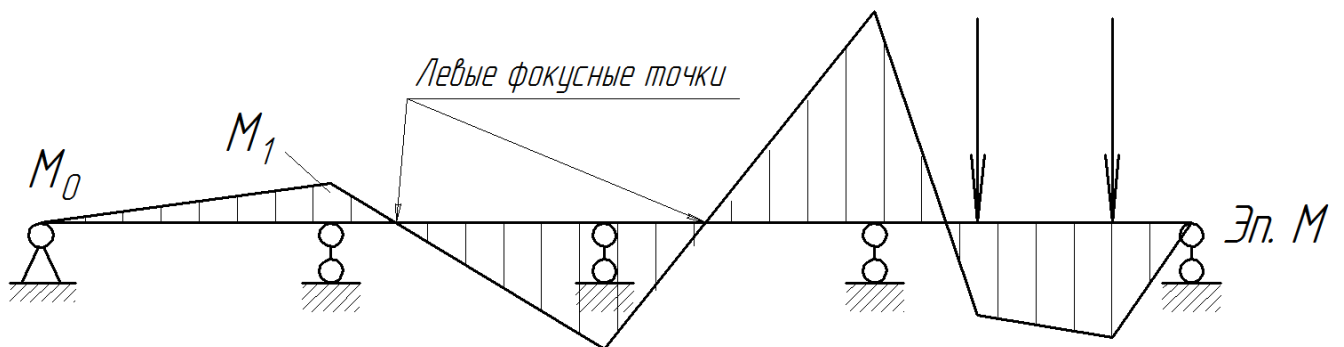


Рис.3

Оказалось, что положение нулевой точки на эпюре моментов в незагруженных пролетах не зависит от величины, места приложения и характера нагрузки. Нулевые точки эпюры моментов незагруженного пролета называют фокусными точками. Будем различать левые и правые фокусные точки.

Левой моментной фокусной точкой называют нулевую точку эпюры моментов этого пролета, если загруженный пролет расположен от него справа. Правые моментные фокусные точки незагруженных пролетов находятся правее загруженного пролета.

Отношение большего по абсолютной величине опорного момента незагруженного пролета к меньшему опорному моменту называется моментным фокусным отношением. Поскольку момент в незагруженном пролете меняет знак, фокусное отношение всегда отрицательно и больше единицы.

Различают левое фокусное отношение в  $i$ -м пролете неразрезной балки:

$$k_i = -\frac{M_i}{M_{i-1}}$$

и правое фокусное отношение того же пролета:

$$k'_i = -\frac{M_i}{M_{i+1}}$$

Можно доказать, фокусные отношения можно получить одно из другого как

$$k_{i+1} = 2 + \frac{l'_i}{l'_{i+1}} \left( 2 - \frac{1}{k_i} \right)$$

Начальное значение фокусного отношения для случая крайней шарнирной опоры (Рис.3)

$$k_1 = \frac{-M_1}{M_0} = -\infty$$

Величины левых фокусных отношений в нашей задаче равны (без учёта знака)

$$\begin{aligned} k_1 &= \infty \\ k_2 &= 2 + \frac{l'_1}{l'_2} \left( 2 - \frac{1}{k_1} \right) = 2 + \frac{5,333}{8} \left( 2 - \frac{1}{\infty} \right) = 3,333 \\ k_3 &= 2 + \frac{l'_2}{l'_3} \left( 2 - \frac{1}{k_2} \right) = 2 + \frac{8}{1,333} \left( 2 - \frac{1}{3,333} \right) = 12,2 \\ k_4 &= 2 + \frac{l'_3}{l'_4} \left( 2 - \frac{1}{k_3} \right) = 2 + \frac{1,333}{5} \left( 2 - \frac{1}{12,2} \right) = 2,511 \end{aligned}$$

Величины правых фокусных отношений равны (без учёта знака)

$$\begin{aligned} k'_4 &= \infty \\ k'_3 &= 2 + \frac{l'_4}{l'_3} \left( 2 - \frac{1}{k'_4} \right) = 2 + \frac{5}{1,333} \left( 2 - \frac{1}{\infty} \right) = 9,5 \\ k'_2 &= 2 + \frac{l'_3}{l'_2} \left( 2 - \frac{1}{k'_3} \right) = 2 + \frac{1,333}{8} \left( 2 - \frac{1}{9,5} \right) = 2,316 \\ k'_1 &= 2 + \frac{l'_2}{l'_1} \left( 2 - \frac{1}{k'_2} \right) = 2 + \frac{8}{5,333} \left( 2 - \frac{1}{3,316} \right) = 4,352 \end{aligned}$$

2. Расчёт на загрузку правой консоли сосредоточенной силой (Рис.3а).

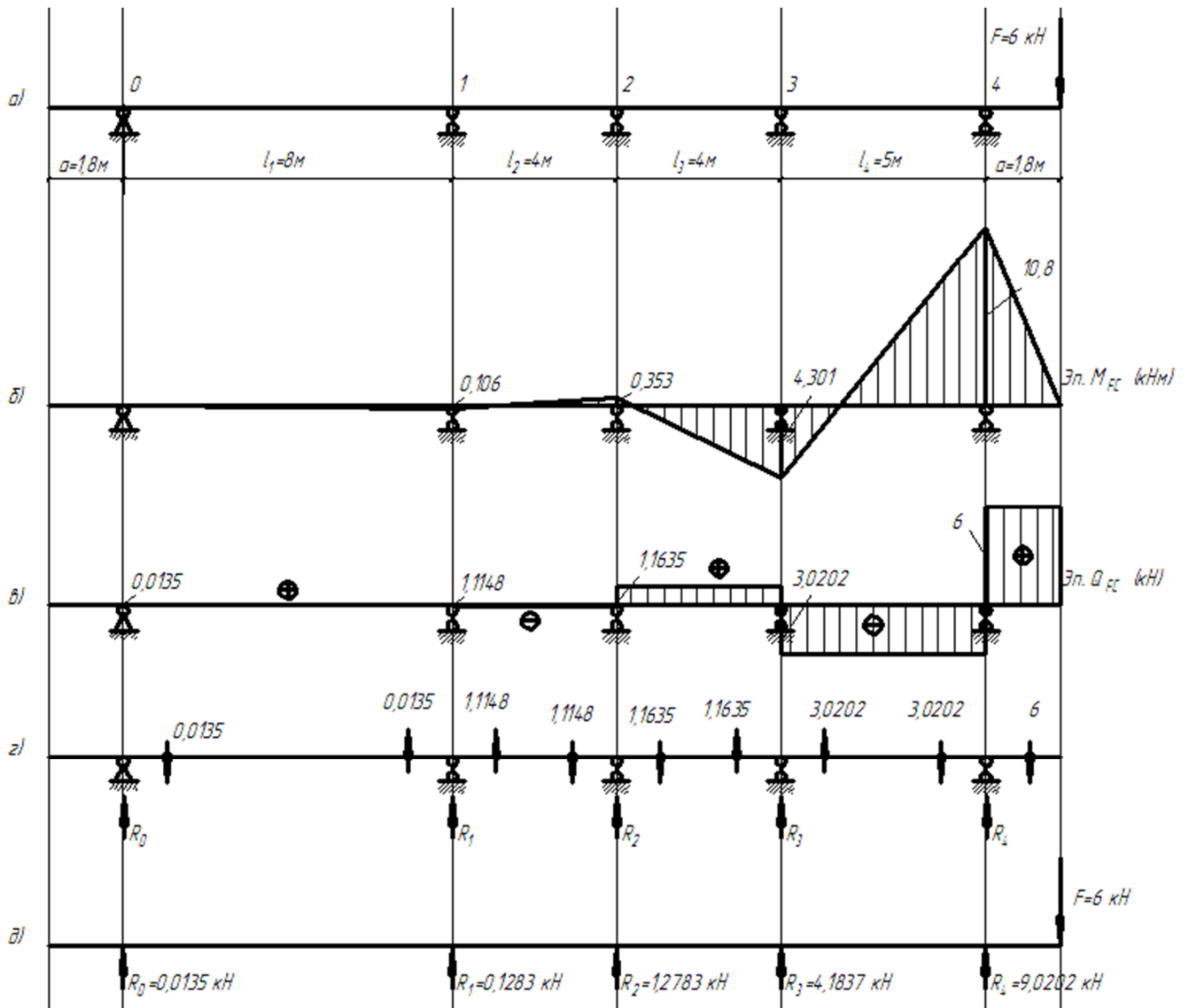


Рис.3

Определим опорные моменты.

$$M_4 = -Fa = -6 \cdot 1,8 = -10,8 \text{ кНм}$$

Значение  $M_3$  вычислим с использованием левых фокусных отношений (Рис.3б)

$$\frac{M_4}{M_3} = -k_4; M_3 = -\frac{M_4}{k_4} = -\frac{-10,8}{2,511} = 4,301 \text{ кНм}$$

$$\frac{M_3}{M_2} = -k_3; M_2 = -\frac{M_3}{k_3} = -\frac{4,301}{12,2} = -0,353 \text{ кНм}$$

$$\frac{M_2}{M_1} = -k_2; M_1 = -\frac{M_2}{k_2} = -\frac{-0,353}{3,333} = 0,106 \text{ кНм}$$

$$\frac{M_1}{M_0} = -k_1; M_0 = -\frac{M_1}{k_1} = -\frac{0,106}{\infty} = 0 \text{ кНм}$$

Определим поперечные силы по эюре моментов (Рис.3в)

Правая консоль  $Q_4 = F = 6$  кН

Пролёт 3-4  $Q_{34} = \frac{M_4 - M_3}{l_4} = \frac{-10,8 - 4,301}{5} = -3,0202$  кН



$$\text{Пролёт 2-3 } Q_{23} = \frac{M_3 - M_2}{l_3} = \frac{4,301 - (-0,353)}{4} = 1,1635 \text{ кН}$$

$$\text{Пролёт 1-2 } Q_{12} = \frac{M_2 - M_1}{l_2} = \frac{-0,353 - 0,106}{4} = -0,1148 \text{ кН}$$

$$\text{Пролёт 0-1 } Q_{01} = \frac{M_1 - M_0}{l_1} = \frac{0,106 - 0}{8} = 0,0135 \text{ кН}$$

Определим опорные реакции вырезая и уравнивая опорные узлы (Рис.3г)

$$\text{Узел 0 } \Sigma Y = R_0 - 0,0135 = 0; R_0 = 0,0135 \text{ кН}$$

$$\text{Узел 1 } \Sigma Y = R_1 + 0,0135 + 0,1148 = 0; R_1 = -0,1283 \text{ кН}$$

$$\text{Узел 2 } \Sigma Y = R_2 - 0,1148 - 1,1635 = 0; R_2 = 1,2783 \text{ кН}$$

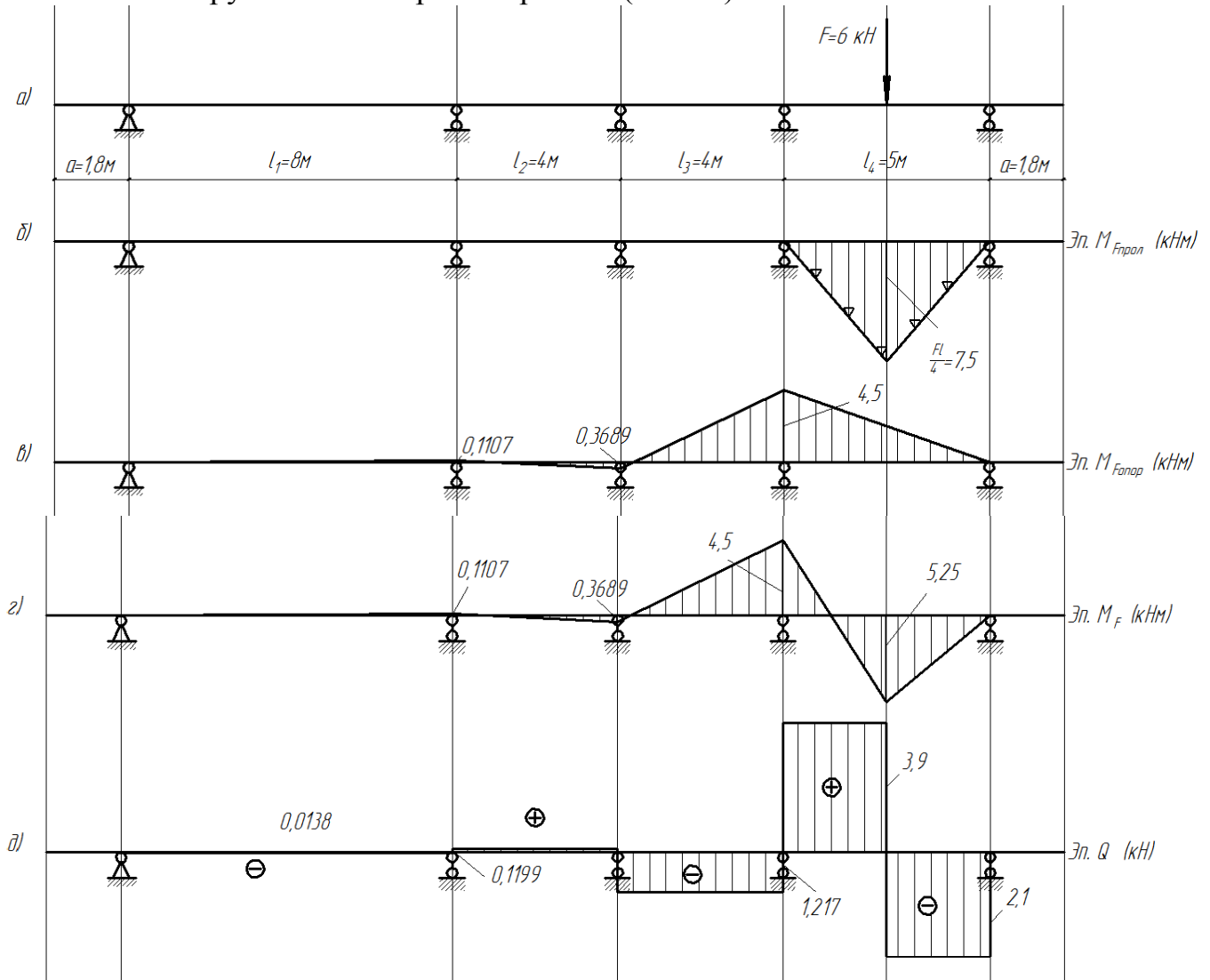
$$\text{Узел 3 } \Sigma Y = R_3 + 1,1635 + 3,0202 = 0; R_3 = -4,1837 \text{ кН}$$

$$\text{Узел 4 } \Sigma Y = R_4 - 3,0202 - 6 = 0; R_4 = 9,0202 \text{ кН}$$

Выполним статическую проверку (Рис.3д)

$$\begin{aligned} \Sigma Y &= R_0 - R_1 + R_2 - R_3 + R_4 - F \\ &= 0,0135 - 0,1283 + 1,2783 - 4,1837 + 9,0202 - 6 = 0 \end{aligned}$$

3 Расчёт на загрузку четвертого пролёта (Рис.4а)



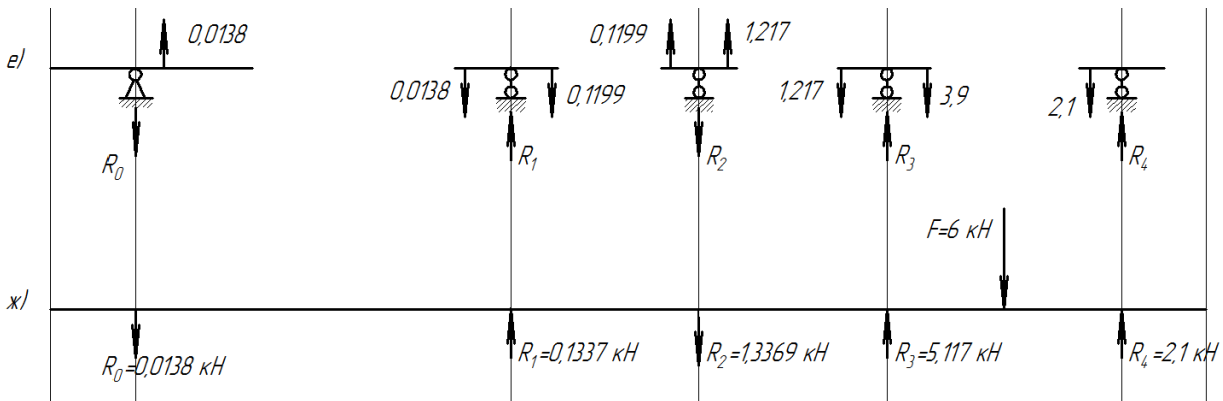


Рис.4

Фиктивные реакции при загрузении четвёртого пролёта сосредоточенной нагрузкой

$$6A_4^\phi = 6B_4^\phi = \frac{3}{8}Fl_4^2 = \frac{3}{8} \cdot 6 \cdot 25 = 56,25 \text{ кНм}^2$$

Определим опорные моменты загруженного пролёта от фиктивной нагрузки (эпюра  $M_{F\text{прол}}$ , Рис.4б)

$$M_3 = 6 \frac{(A_4^\phi k_4' - B_4^\phi)}{l_4(1 - k_4 k_4')} = \frac{(56,25 \cdot \infty - 56,25)}{5(1 - 2,5 \cdot \infty)} = -4,5 \text{ кНм}$$

$$M_4 = 6 \frac{(B_4^{\phi'} k_4 - A_4^{\phi'})}{l_4(1 - k_4 k_4')} = \frac{(56,25 \cdot 2,5 - 56,25)}{5(1 - 2,5 \cdot \infty)} = 0 \text{ кНм}$$

Остальные опорные моменты определим с помощью фокусных отношений и нанесём их на эпюру  $M_{F\text{опор}}$  (Рис.4в)

$$\frac{M_3}{M_2} = -k_3; M_2 = -\frac{M_3}{k_3} = -\frac{4,5}{12,2} = -0,3689 \text{ кНм}$$

$$\frac{M_2}{M_1} = -k_2; M_1 = -\frac{M_2}{k_2} = -\frac{-0,3689}{3,333} = -0,1107 \text{ кНм}$$

$$\frac{M_1}{M_0} = -k_1; M_0 = -\frac{M_1}{k_1} = -\frac{-0,1107}{\infty} = 0 \text{ кНм}$$

Сложим эпюры опорных моментов и эпюру пролётных моментов, получим итоговую эпюру моментов  $M_F$  (Рис.4г)

Определим поперечные силы и нанесём их на эпюру Q (Рис.4д)

Правая часть участка 4-3

$$Q_{43\text{прав}} = \frac{0 - 5,25}{2,5} = -2,1 \text{ кН}$$

Левая часть участка 4-3

$$Q_{43\text{лев}} = \frac{5,25 - (-4,5)}{2,5} = 3,9 \text{ кН}$$

Участок 3-2

$$Q_{32} = \frac{-4,5 - 0,3689}{4} = -1,217 \text{ кН}$$

Участок 2-1

$$Q_{21} = \frac{0,3689 - (-0,1107)}{4} = 0,1199 \text{ кН}$$

Участок 1-0

$$Q_{10} = \frac{-0,1107 - 0}{8} = -0,0138 \text{ кН}$$

Определим опорные реакции согласно схеме Рис.4д.

$$\text{Узел 0} \quad \Sigma Y = -R_0 + 0,0138 = 0; R_0 = 0,0138 \text{ кН}$$

$$\text{Узел 1} \quad \Sigma Y = R_1 - 0,0138 - 0,1199 = 0; R_1 = 0,1337 \text{ кН}$$

$$\text{Узел 2} \quad \Sigma Y = -R_2 + 0,1199 + 1,217 = 0; R_2 = 1,3369 \text{ кН}$$

$$\text{Узел 3} \quad \Sigma Y = R_3 - 1,217 - 3,9 = 0; R_3 = 5,117 \text{ кН}$$

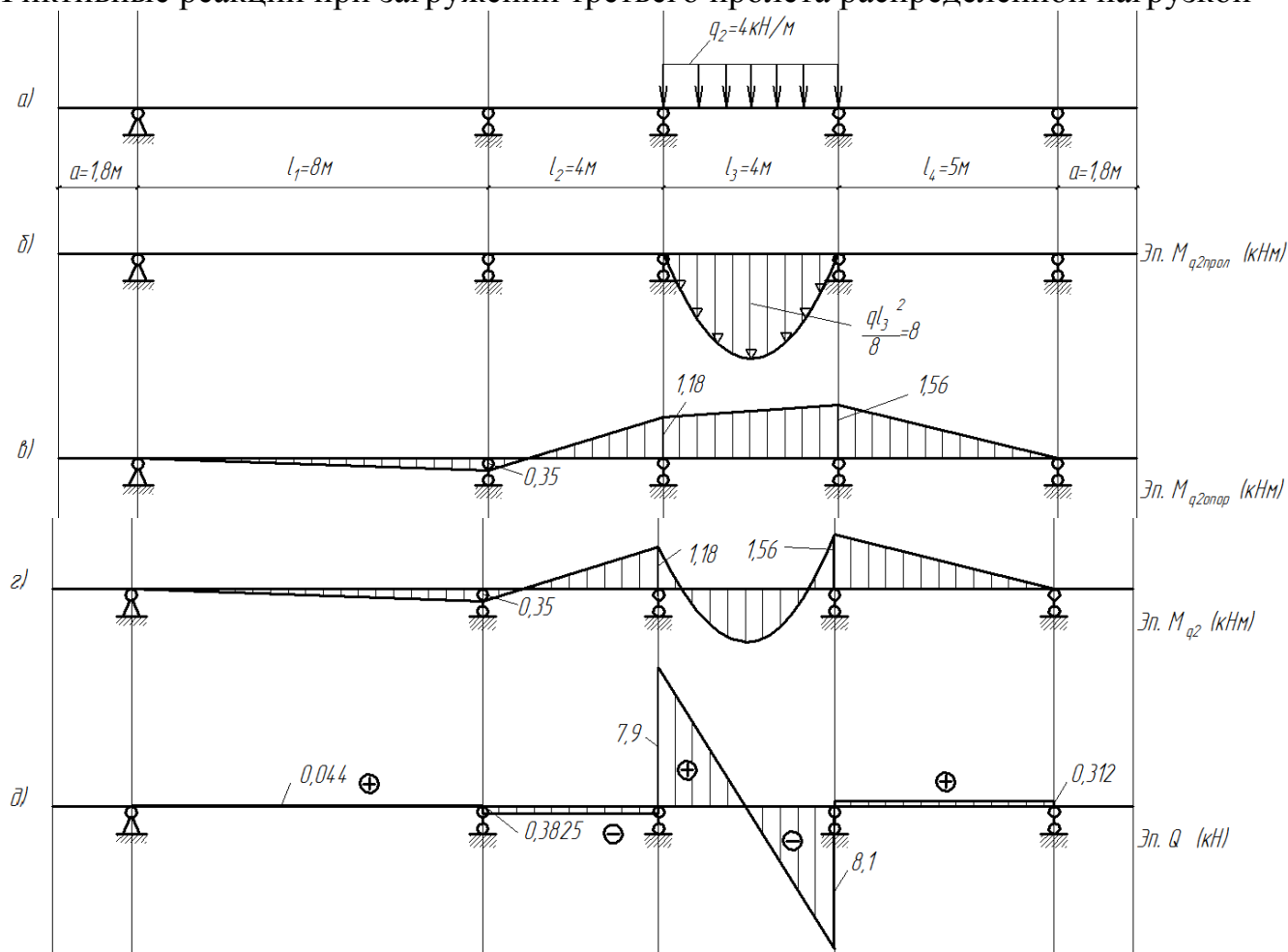
$$\text{Узел 4} \quad \Sigma Y = R_4 - 2,1 = 0; R_4 = 2,1 \text{ кН}$$

Выполним статическую проверку (Рис.4д)

$$\begin{aligned} \Sigma Y &= R_0 - R_1 + R_2 - R_3 + R_4 - F \\ &= -0,0138 + 0,1337 - 1,3369 + 5,117 + 2,1 - 6 = 0 \end{aligned}$$

4. Расчёт на загрузку третьего пролёта распределённой нагрузкой (Рис.5а).

Фиктивные реакции при загрузке третьего пролёта распределённой нагрузкой



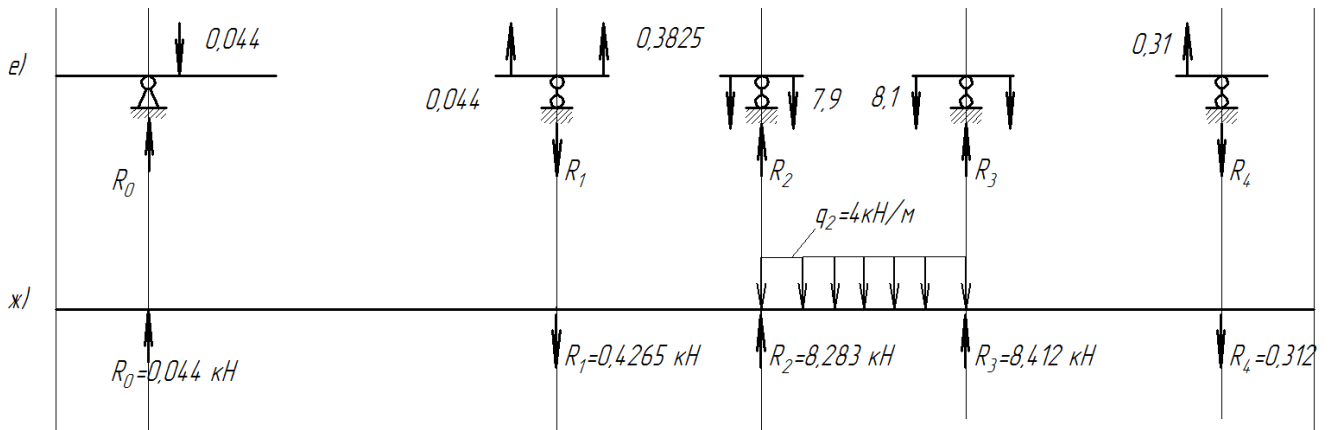


Рис.5

$$6A_3^\phi = 6B_3^\phi = \frac{q_2 l_3^3}{4} = \frac{4 \cdot 4^3}{4} = 64 \text{ кНм}^2$$

Определим опорные моменты загруженного пролёта от фиктивной нагрузки (эпюра  $\mathcal{M}_{q_2\text{прол}}$  (Рис.5б))

$$M_2 = 6 \frac{(A_3^\phi k'_3 - B_3^\phi)}{l_3(1 - k_3 k'_3)} = \frac{(64 \cdot 9,5 - 64)}{4(1 - 12,2 \cdot 9,5)} = -1,18 \text{ кНм}$$

$$M_3 = 6 \frac{(B_3^\phi k_{i+1} - A_3^\phi)}{3(1 - k_3 k'_3)} = \frac{(64 \cdot 12,2 - 64)}{3(1 - 9,5 \cdot 12,5)} = -1,56 \text{ кНм}$$

Остальные опорные моменты определим с помощью фокусных отношений и нанесём их на эпюру  $\mathcal{M}_{q_2\text{опор}}$  (Рис.5в)

$$\frac{M_2}{\mathcal{M}_1} = -k_2; \quad \mathcal{M}_1 = -\frac{\mathcal{M}_2}{k_2} = -\frac{-1,18}{3,333} = 0,35 \text{ кНм}$$

$$\frac{M_1}{\mathcal{M}_0} = -k_1; \quad \mathcal{M}_0 = -\frac{\mathcal{M}_1}{k_1} = -\frac{0,35}{\infty} = 0 \text{ кНм}$$

$$\frac{M_3}{\mathcal{M}_4} = -k'_4; \quad \mathcal{M}_4 = -\frac{\mathcal{M}_3}{k'_4} = -\frac{-1,56}{\infty} = 0 \text{ кНм}$$

Сложим эпюры опорных моментов и эпюру пролётных моментов, получим итоговую эпюру моментов  $\mathcal{M}_{q_2}$  (Рис.5г)

Определим поперечные силы и нанесём их на эпюру  $Q$  (Рис.5д)

Участок 4-3

$$Q_{43} = \frac{0 - (-1,56)}{5} = 0,312 \text{ кН}$$

Участок 3-2

$$Q_3 = \frac{-1,56 - (-1,18)}{4} - \frac{4 \cdot 4}{2} = -8,1 \text{ кН}$$

$$Q_2 = \frac{-1,56 - (-1,18)}{4} + \frac{4 \cdot 4}{2} = 7,9 \text{ кН}$$

Участок 2-1

$$Q_{21} = \frac{-1,18 - 0,35}{4} = -0,3825 \text{ кН}$$

Участок 1-0

$$Q_{10} = \frac{0,35 - 0}{8} = 0,044 \text{ кН}$$

Определим опорные реакции согласно схеме, Рис.5д.

Узел 0  $\Sigma Y = R_0 - 0,044 = 0; R_0 = 0,044 \text{ кН}$

Узел 1  $\Sigma Y = R_1 + 0,044 + 0,3825 = 0; R_1 = -0,4265 \text{ кН}$

Узел 2  $\Sigma Y = R_2 - 0,3825 - 7,9 = 0; R_2 = 8,2825 \text{ кН}$

Узел 3  $\Sigma Y = R_3 - 8,1 - 0,312 = 0; R_3 = 8,412 \text{ кН}$

Узел 4  $\Sigma Y = R_4 + 0,312 = 0; R_4 = -0,312 \text{ кН}$

Выполним статическую проверку (Рис.5д)

$$\begin{aligned} \Sigma Y &= R_0 - R_1 + R_2 - R_3 + R_4 - q_2 l_3 \\ &= 0,044 - 0,4265 + 8,2825 + 8,412 - 0,312 - 4 \cdot 4 = 0 \end{aligned}$$

Расчёт на загрузку второго, первого пролётов и левой консоли ведём аналогично расчётам на загрузку правой консоли, четвёртого и третьего пролётов.

### Библиографический список

1. Трушин, С. И. Строительная механика: метод конечных элементов [Текст] : учебное пособие для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки 08.03.01 «Строительство», магистратуры — по направлению подготовки 08.04.01 «Строительство», специалитета — по направлению подготовки 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений», а также для реализации программ подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре по направлению подготовки 08.06.01 «Техника и технологии строительства». / С. И. Трушин. - Москва : Инфра-М, 2019. - 305 с.
2. Савин, С. Ю. Строительная механика: статика, динамика, устойчивость, надежность [Текст] : учебное пособие для студентов, обучающихся по специальности 08.05.01 "Строительство уникальных зданий и сооружений", бакалавров направления 08.03.01 "Строительство" и магистрантов направления 08.04.01 / С. Ю. Савин, А. А. Черняев ; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск : ЮЗГУ, 2018. - 111 с.
3. Ступишин, Л. Ю. Строительная механика плоских стержневых систем [Текст] : учебное пособие / под ред. С. И. Трушина. - 2-е изд. - Москва : ИНФРА-М, 2014. - 278 с.  
Ржаницын, А. Р. Строительная механика [Текст] : учеб. пособие для строит. спец. вузов / А. Р. Ржаницын. - 2-е изд., перераб. - М. : Высшая школа, 1991. - 438 с.
4. Саргсян, А. Е. Строительная механика. Механика инженерных конструкций [Текст] : учебник / А. Е. Саргсян. - М. : Высшая школа, 2004. - 462 с.
5. Киселев, В. А. Строительная механика: Общий курс [Текст] : учебник для вузов по спец. "Автомоб. дороги", "Мосты и тоннели", "Строительство аэродромов" / В. А. Киселев. - 4-е изд., перераб. и доп. - М. : Стройиздат, 1986. - 520 с.
6. Строительная механика. Основы теории с примерами расчетов [Текст] : учебник для студ. вуз. / Под ред. А. Е. Саргсяна; А. Е. Саргсян, А. Т. Демченко, Н. В. Дворянчиков, Г. А. Джинчвелашвили. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Высшая школа, 2000. - 416 с.
7. Александров, А. В. Строительная механика [Текст] / А. В. Александров. - [Б. м. : б. и.], 1983.
8. Сливкер, В. И. Строительная механика. Вариационные основы [Текст] : учебное пособие / В. И. Сливкер. - М. : АСВ, 2005. - 736 с.
9. Дарков, А. В. Строительная механика [Текст] : учебник / А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. - 11-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 656 с.
10. Дарков, Анатолий Владимирович. Строительная механика [Текст] : учебник / А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. - 12-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2010. - 656 с.
11. Александров, А. В. Строительная механика [Текст] / А. В. Александров. - [Б. м. : б. и.], 1983.

## ЗАДАНИЕ № 1

## РАСЧЕТ ШАРНИРНО – КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ

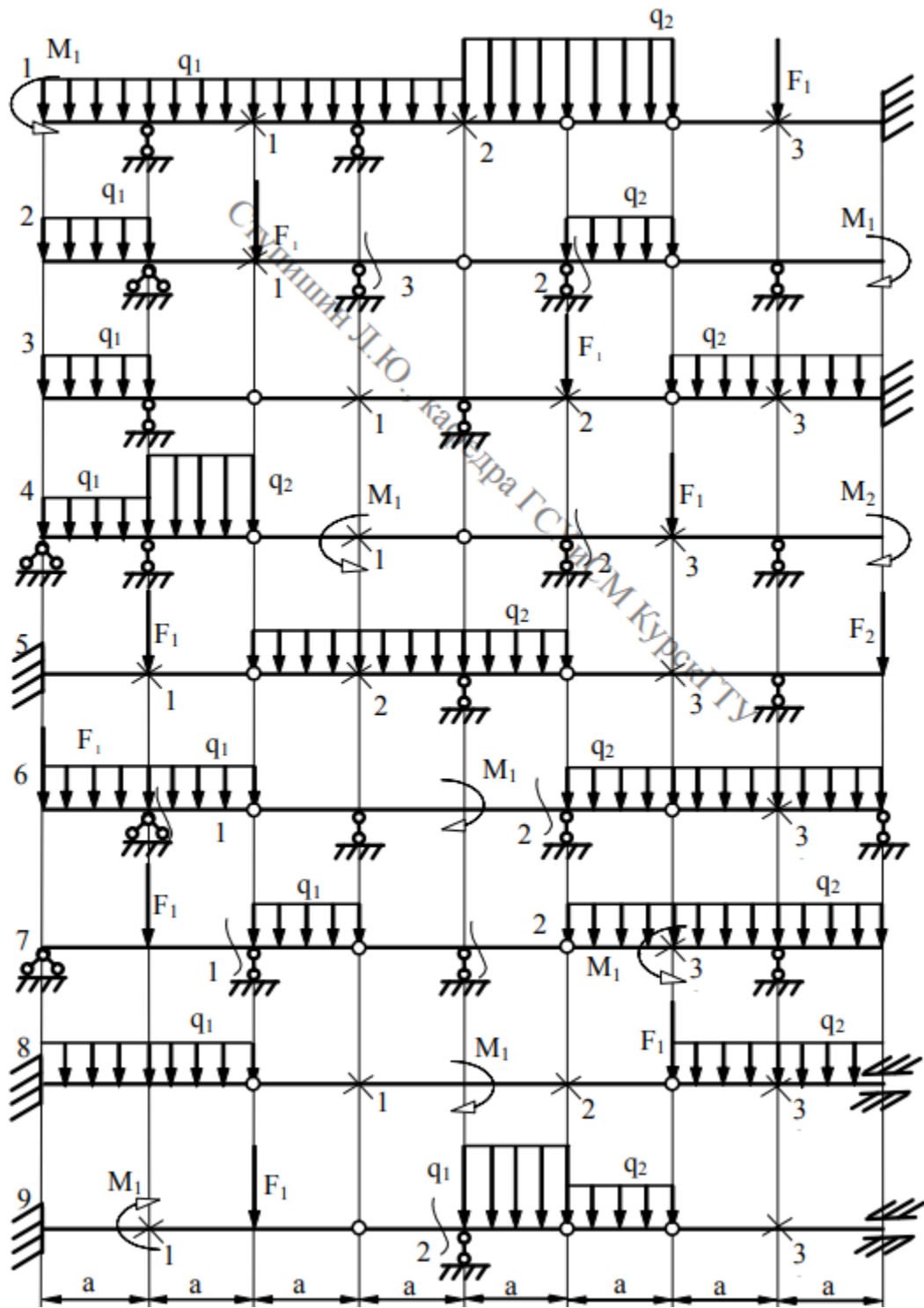
Для заданной шарнирно-консольной балки требуется:

1. построить эпюры  $M$  и  $Q$  от заданной нагрузки;
2. построить линии влияния  $M_k$  и  $Q_k$  в заданном сечении «к» и линию влияния указанной опорной реакции. Определить по линиям влияния  $M_k$ ,  $Q_k$  и опорную реакцию. Сравнить усилия с результатами, полученными в п. 1.

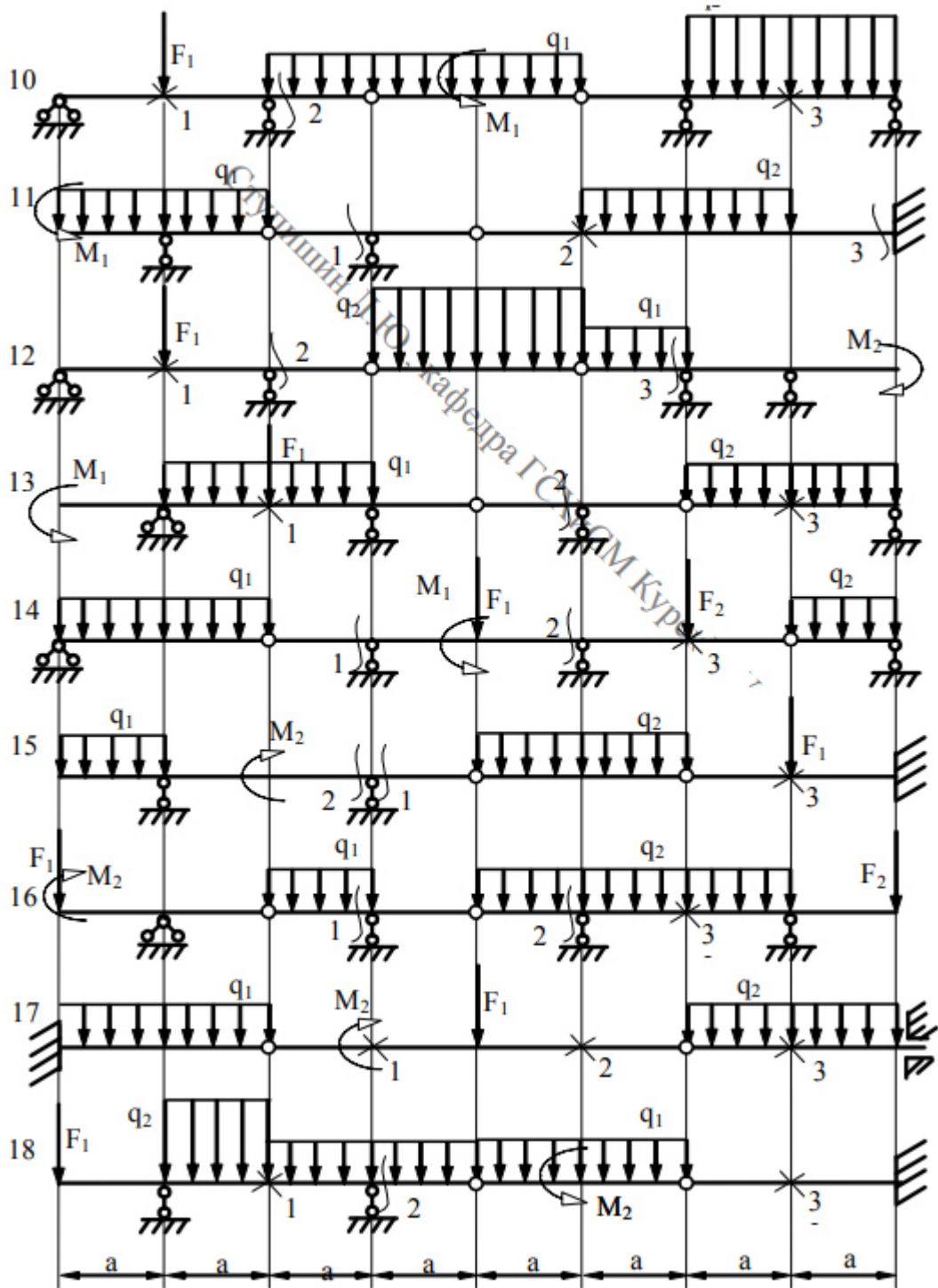
Таблица 2

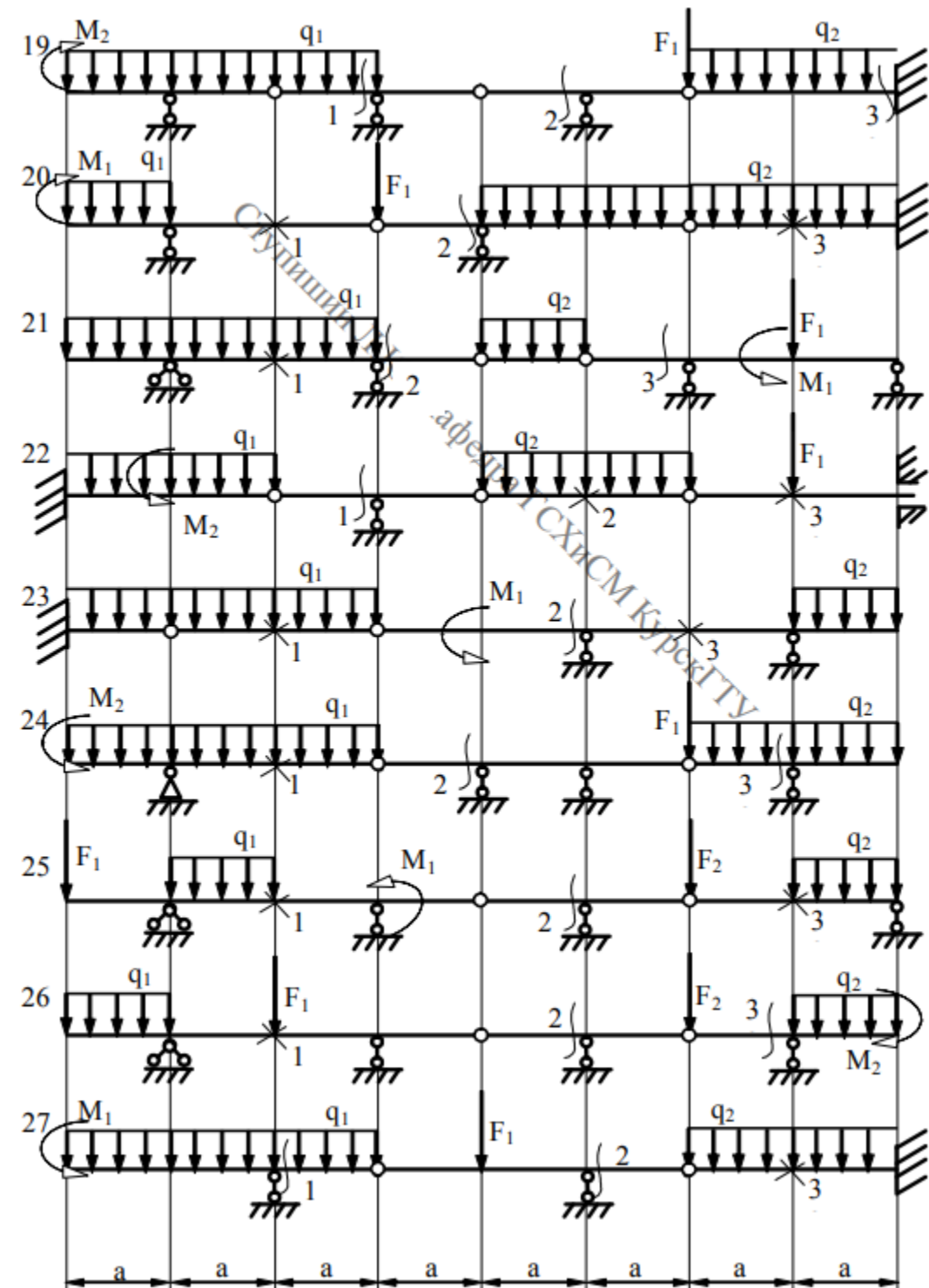
Номер по журналу+шифр группы	a, м	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$M_1$ , кН м	$M_2$ , кН м	$Q_1$ , кН/м	$Q_2$ , кН/м	Номер опоры (слева)	Номер сечения
1	1,5	10	12	3	4	0	2	1	1
2	2	12	13	4	1	2	0	2	2
3	2,5	13	14	1	2	0	4	3	3
4	2	14	11	2	3	4	0	3	1
5	3,5	11	12	3	4	0	2	2	2
6	4	12	13	4	1	2	0	1	3
7	3,5	13	14	1	2	0	4	1	1
8	6	14	11	2	3	4	0	2	2
9	2,5	12	12	3	4	0	2	3	3
10	2	12	13	4	1	2	0	3	1
11	1,5	13	14	1	2	0	4	2	2
12	1,5	14	11	2	3	4	0	1	3
13	2	11	12	3	4	0	2	1	3
14	2,5	12	13	4	1	2	0	2	1
15	5	13	14	1	2	0	4	3	2
16	3,5	14	11	2	3	4	0	3	1
17	4	11	12	3	4	0	2	2	3

18	4	12	13	4	1	2	0	1	2
19	3,5	13	14	1	2	0	4	1	2
20	3,8	16	11	2	4	6	0	3	2
21	2,5	11	12	3	4	0	2	3	1
22	2	12	13	4	1	2	0	3	1
23	1,5	13	14	1	2	0	4	2	3
24	2	14	11	2	3	4	0	1	2
25	2,5	11	12	3	4	0	2	1	2









## ЗАДАНИЕ №2

## РАСЧЕТ ТРЕХШАРНИРНОЙ АРКИ

Для заданной арки требуется:

1. определить величины  $M$ ,  $Q$ ,  $N$  в заданном сечении;
2. построить линии влияния  $M$ ,  $Q$ ,  $N$  в заданном сечении;
3. определить по линиям влияния величины  $M$ ,  $Q$ ,  $N$  и сравнить их с результатами, полученными в п.1.

Примечание. Геометрические соотношения:

а) очертание оси – квадратная парабола

$$y = \frac{4f}{l^2} x(l-x); \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{4f}{l^2} (l-2x); \quad \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 \varphi}}; \quad \sin \varphi = \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

б) очертание оси – окружность

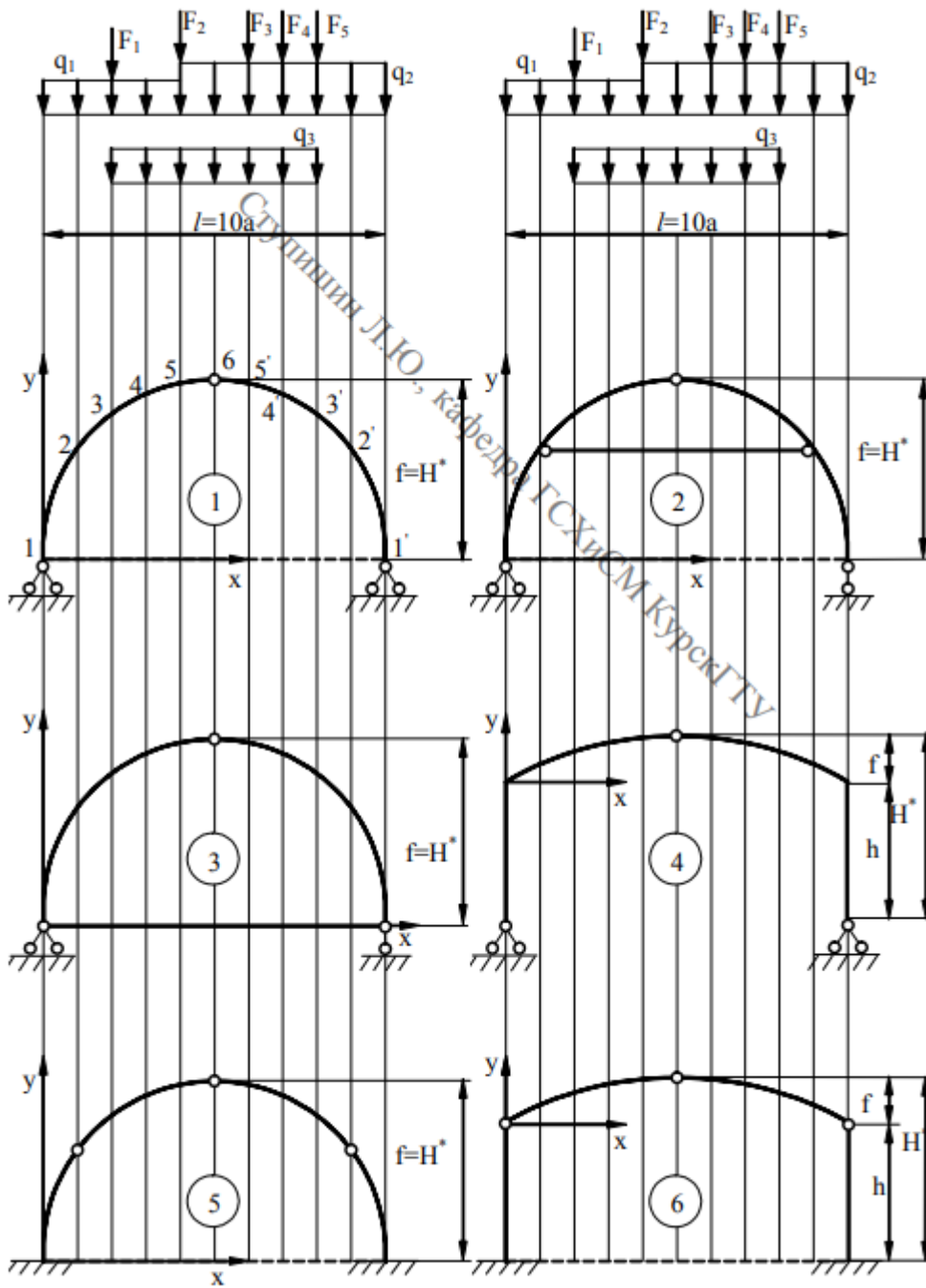
$$y = \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2} - x\right)^2} - R + f; \quad R = \frac{f}{2} + \frac{l^2}{8f}; \quad \sin \varphi = \frac{(l-2x)}{2R};$$

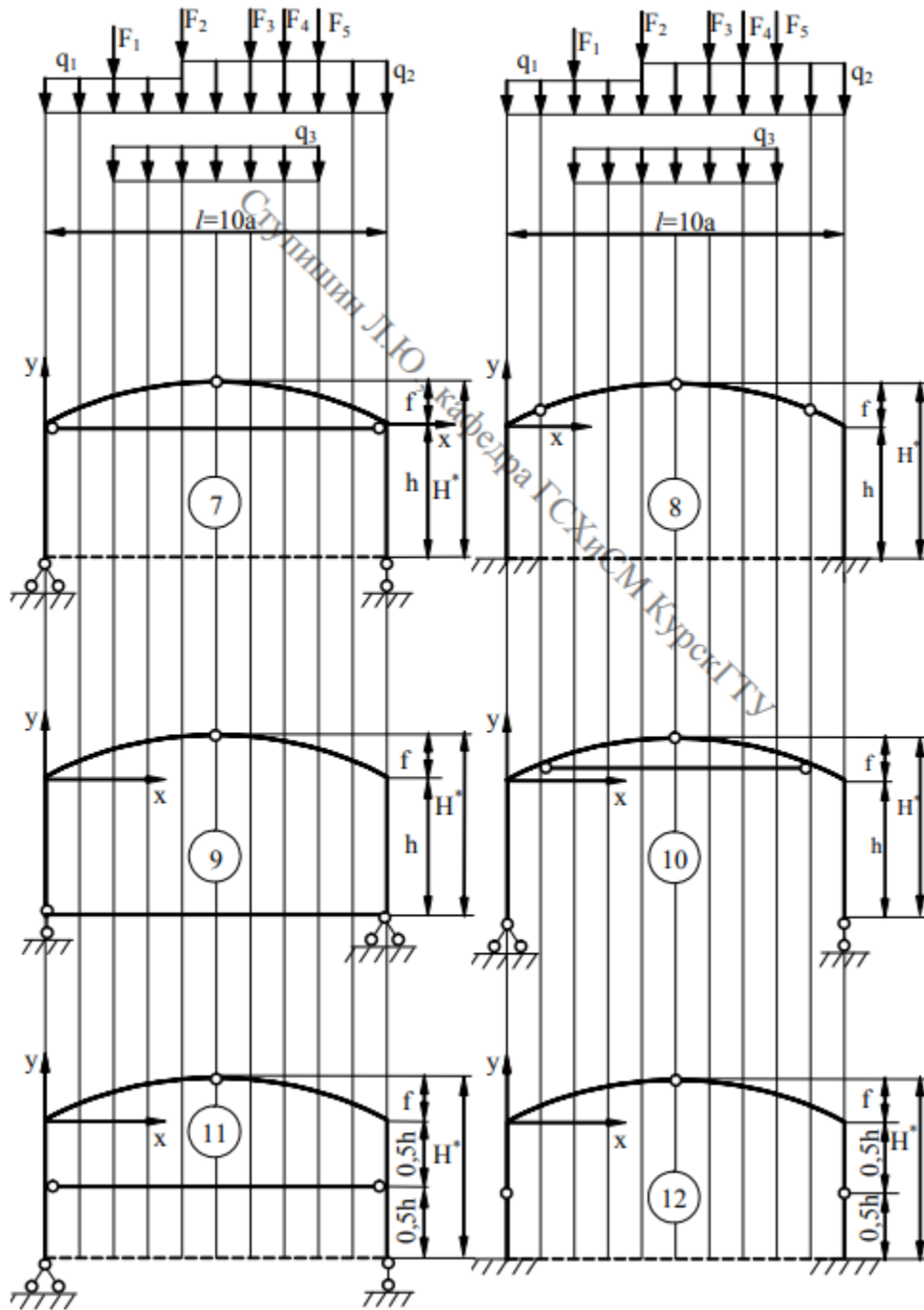
$$\cos \varphi = \frac{(y+R-f)}{R}$$

Таблица №3

Номер по журналу + шифр группы	$l$ м	$H^*/l$	$h$ м	$F_1$ кН	$F_2$ кН	$F_3$ кН	$q_1$ кН/м	$q_2$ кН/м	$q_3$ кН/м	№ сечения	Очертание оси
1	9	0,30	1,0	11					2	2, 2'	Пар.
2	12	0,32	1,2	11				2		3, 3'	Окр.
3	14	0,34	1,4		18		1			4, 4'	Пар.
4	10	0,36	1,6			14	1			5, 5'	Окр.
5	12	0,38	1,8			12		3		5, 5'	Пар.

6	15	0,40	2,0			12			3	4, 4'	Окр.
7	21	0,38	2,2	11				1		3, 3'	Пар.
8	15	0,36	2,4	11					4	2, 2'	Окр.
9	12	0,34	2,6		14		3			2, 2'	Пар.
10	24	0,32	2,8		14			4		3, 3'	Окр.
11	26	0,30	3,0		13				2	4, 4'	Пар.
12	18	0,32	2,8	15				1		5, 5'	Окр.
13	12	0,34	2,6	12					1	4, 4'	Пар.
14	10	0,36	2,4		16					4, 4'	Окр.
15	9	0,38	2,2		13				3	3, 3'	Пар.
16	16	0,40	2,0		17				4	2, 2'	Окр.
17	14	0,38	1,8			14	2			2, 2'	Пар.
18	18	0,36	1,6			12		2		3, 3'	Окр.
19	10	0,34	1,4			13			3	4, 4'	Пар.
20	13	0,32	1,8				2		3	3, 3'	Окр.
21	16	0,34	1,6			14		2		5, 5'	Пар.
22	14	0,42	2,2			12			3	4, 4'	Окр.
23	18	0,48	2,1	14				3		3, 3'	Пар.
24	13	0,38	2,2	12					3	2, 2'	Окр.
25	14	0,36	2,4		16		4			2, 2'	Пар.
Примечание: в столбце очертание оси «Пар.» Означает парабола, а «Окр.» означает окружность.											





## ЗАДАНИЕ № 3

## РАСЧЕТ ПЛОСКОЙ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ ФЕРМЫ

Для заданной фермы требуется:

1. вычислить аналитически усилия в указанных стержнях от действия постоянной нагрузки;
2. построить линии влияния усилий в указанных стержнях;
3. вычислить усилия в указанных стержнях по линиям влияния от заданных нагрузок и сравнить с усилиями, полученными в п. 1.

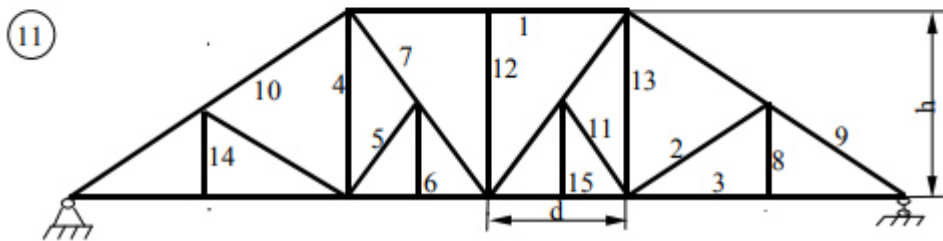
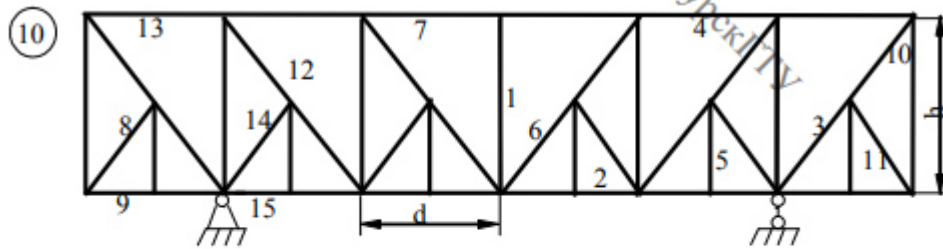
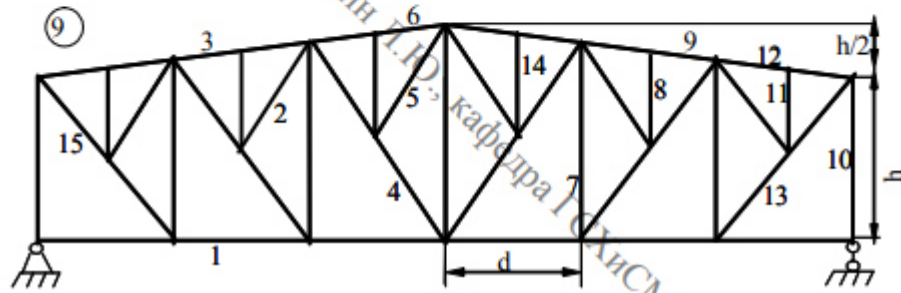
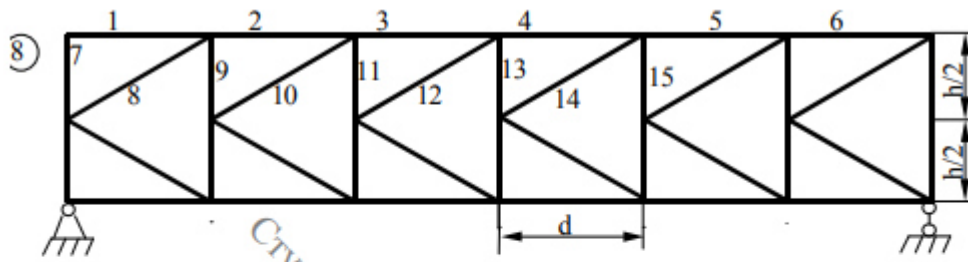
Примечание: для схем 2, 3, 4, 7, 9, 13, 14, 16, 17, 19, 21, 23 нагрузки приложены к узлам верхнего пояса, а для остальных схем – к узлам нижнего пояса; длины панелей одинаковы, а узлы шпренгелей расположены в середине пролёта панелей.

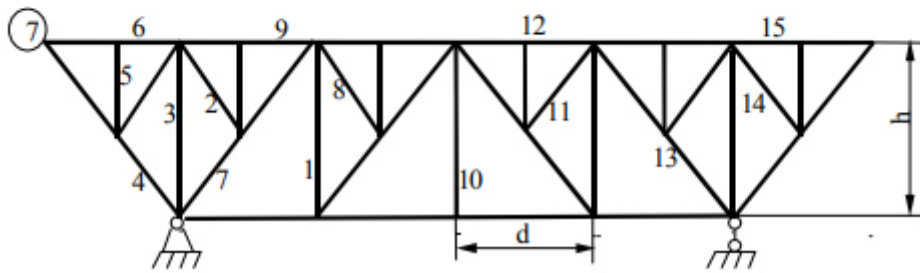
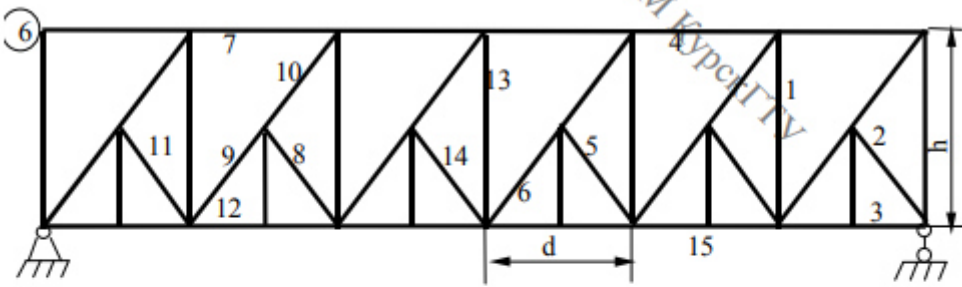
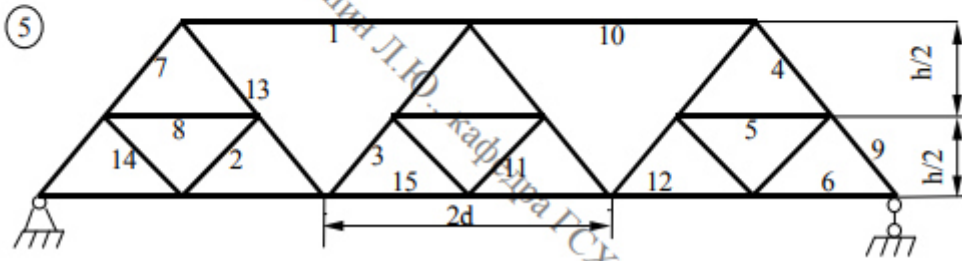
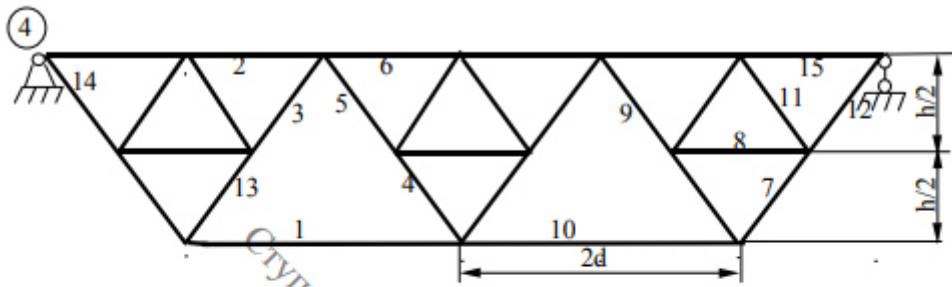
Таблица 4

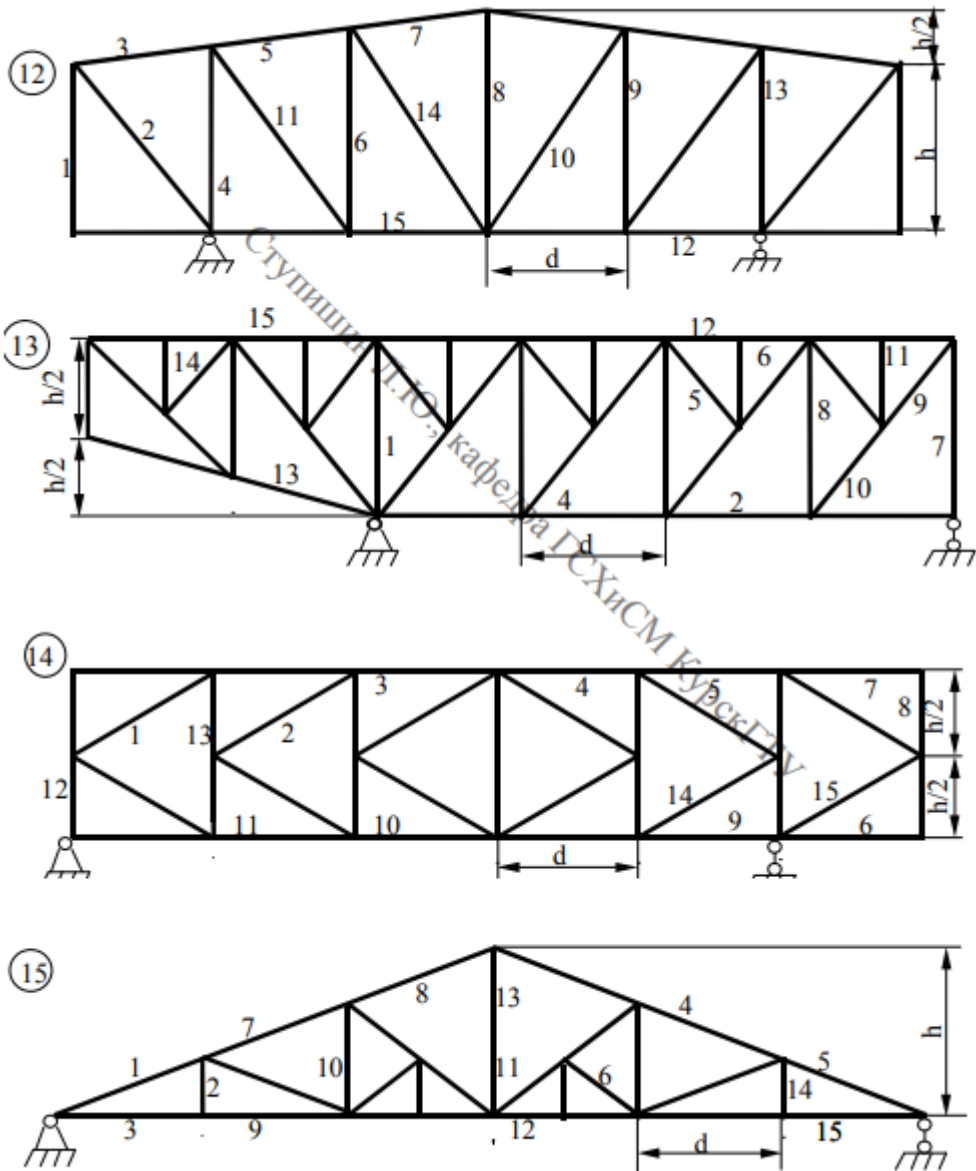
Номер по журналу + шифр группы	d м	h м	Узловая нагрузка кН	Номера стержней
1	2.2	3.0	10.0	1,2,3
2	2.4	3.2	10.5	4,5,6
3	2.6	3.4	11.0	8,9,7,
4	2.8	3.6	11.5	10,11,12
5	3.0	3.8	12.0	13,14,15
6	3.2	4.0	12.5	1,5,12
7	3.4	3.8	13.0	4,8,15
8	3.6	3.6	13.5	7,11,15
9	3.8	3.4	14.0	7,2,6
10	4.0	3.2	14.5	10,5,9
11	3.8	3.0	15.0	13,5,6
12	3.6	2.8	15.5	1,12,11
13	3.4	2.6	16.0	4,12,14
14	3.2	2.4	17.5	7,9,8
15	3.0	2.2	18.0	7,2,9
16	2.8	2.0	18.5	11,10,3
17	2.6	1.8	19.0	14,10,6

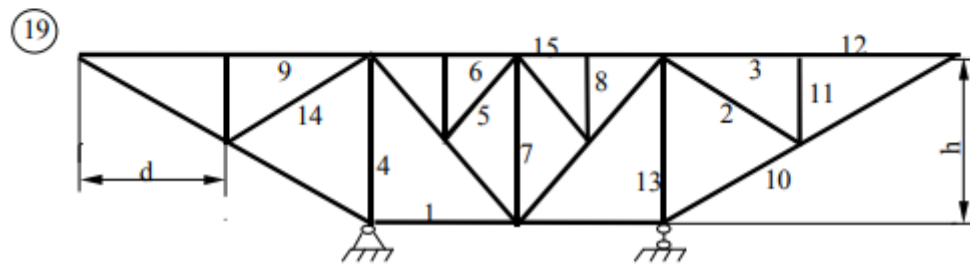
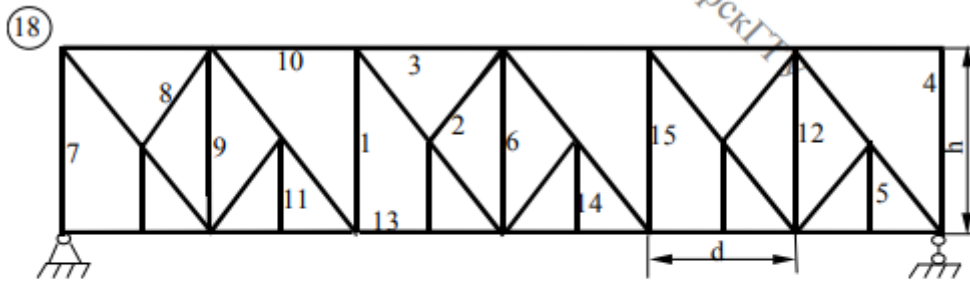
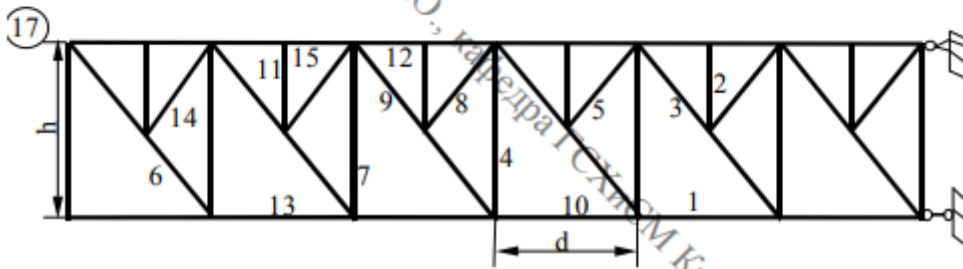
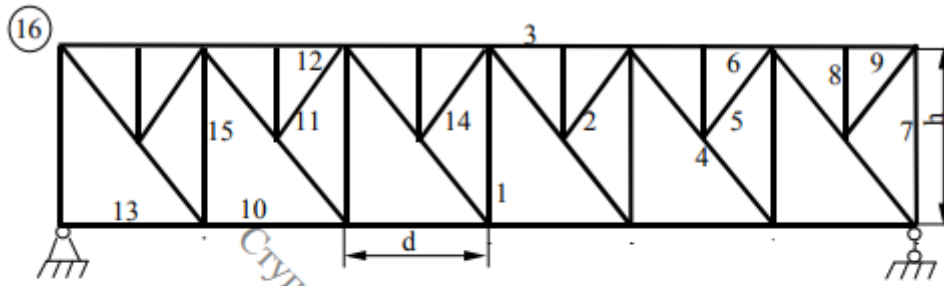


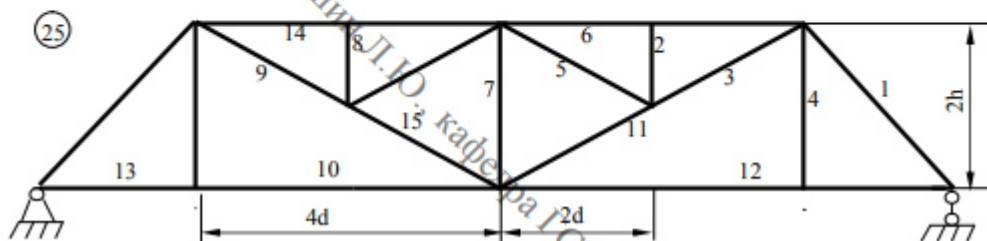
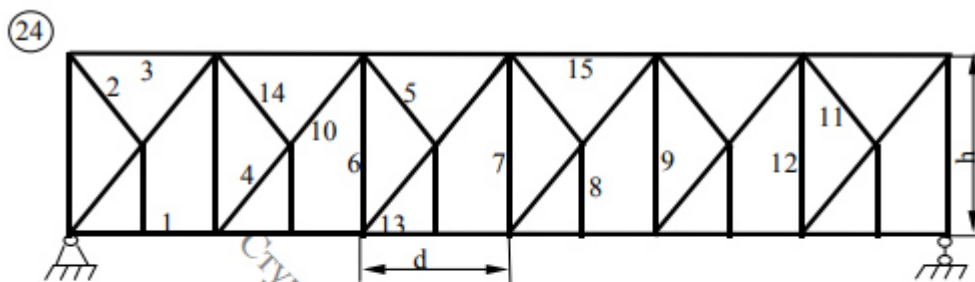
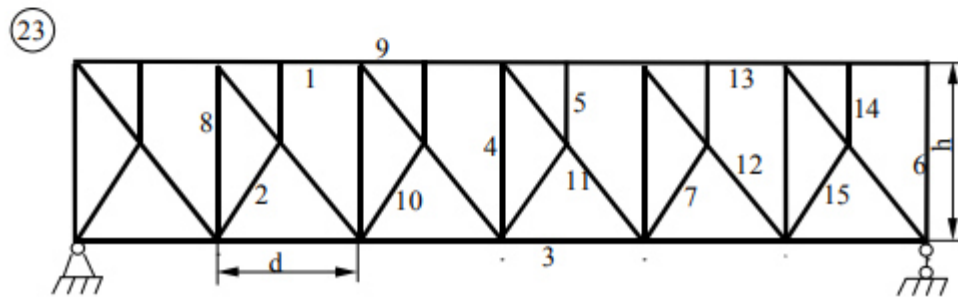
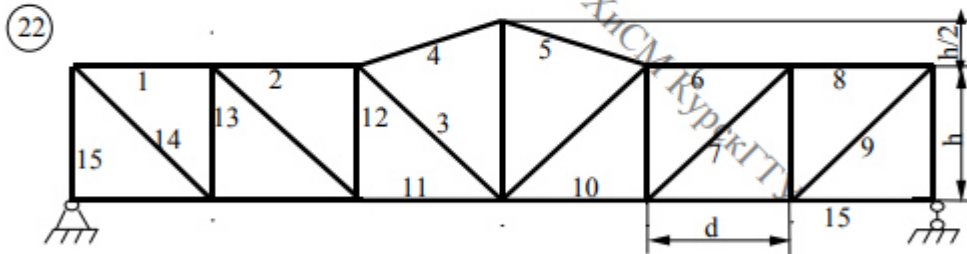
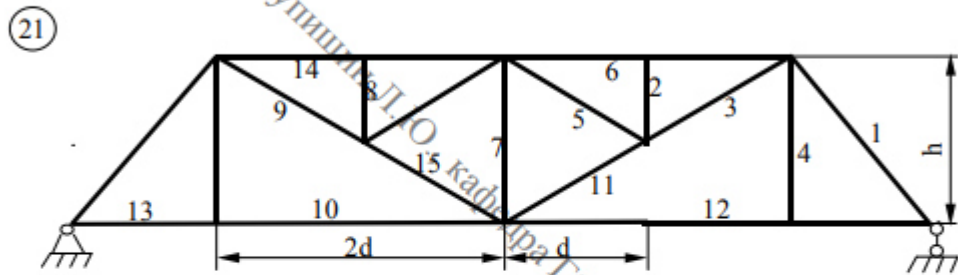
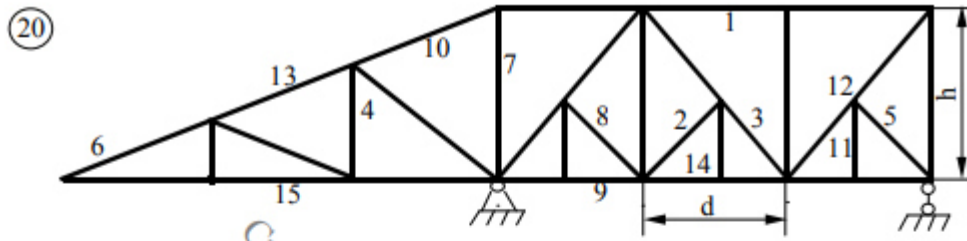












## ЗАДАНИЕ № 4

## РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ МЕТОДОМ СИЛ

Для заданной рамы требуется:

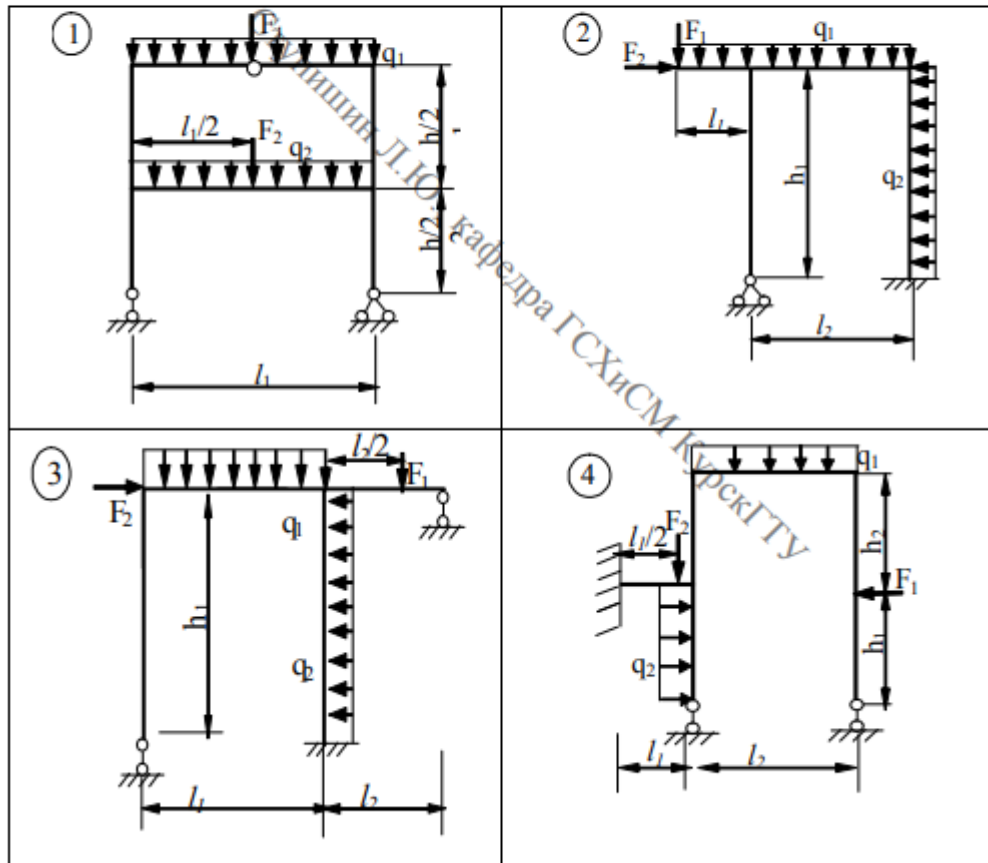
1. провести расчет заданной рамы методом сил на заданную нагрузку и построить эпюры  $M$ ,  $Q$ ,  $N$ ;
2. выполнить кинематическую и статическую проверки эпюр.

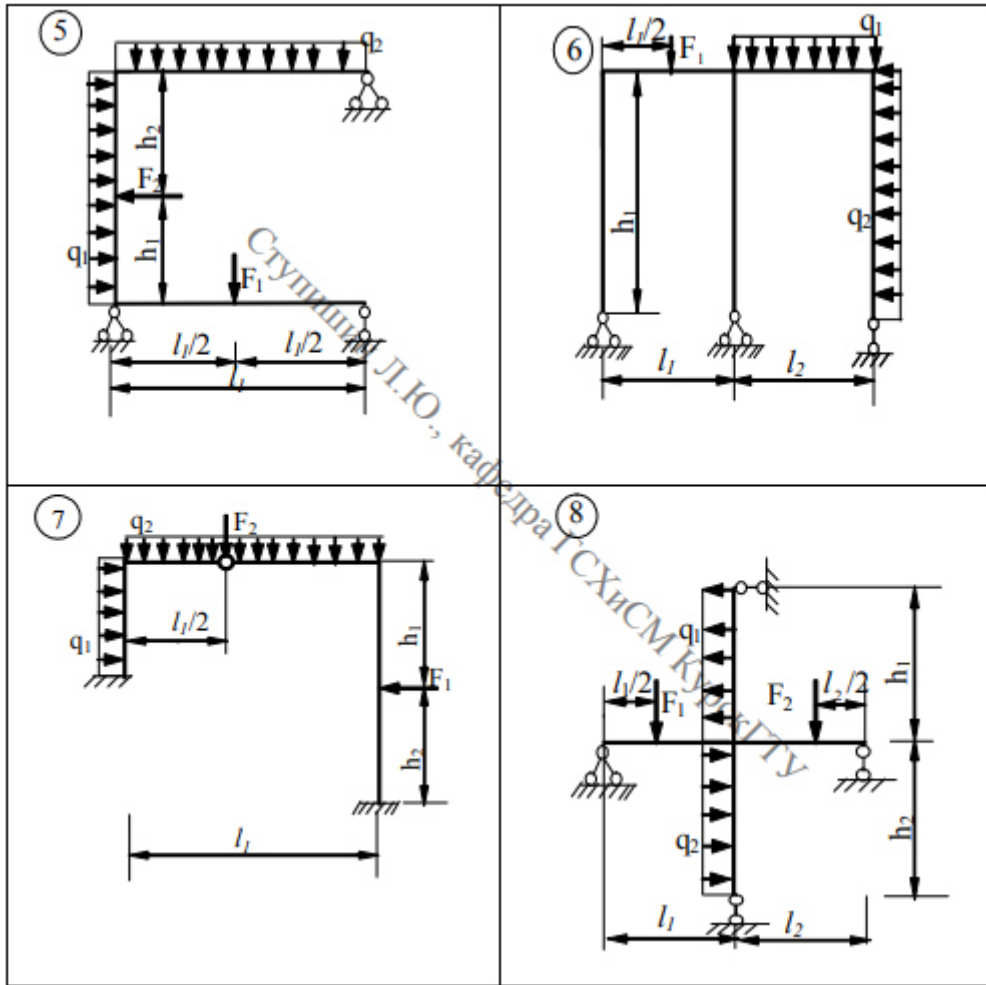
Примечание: моменты инерции стержней с горизонтальной и наклонной осями обозначены  $J_1$ , стержней с вертикальной осью -  $J_2$ .

Таблица 5

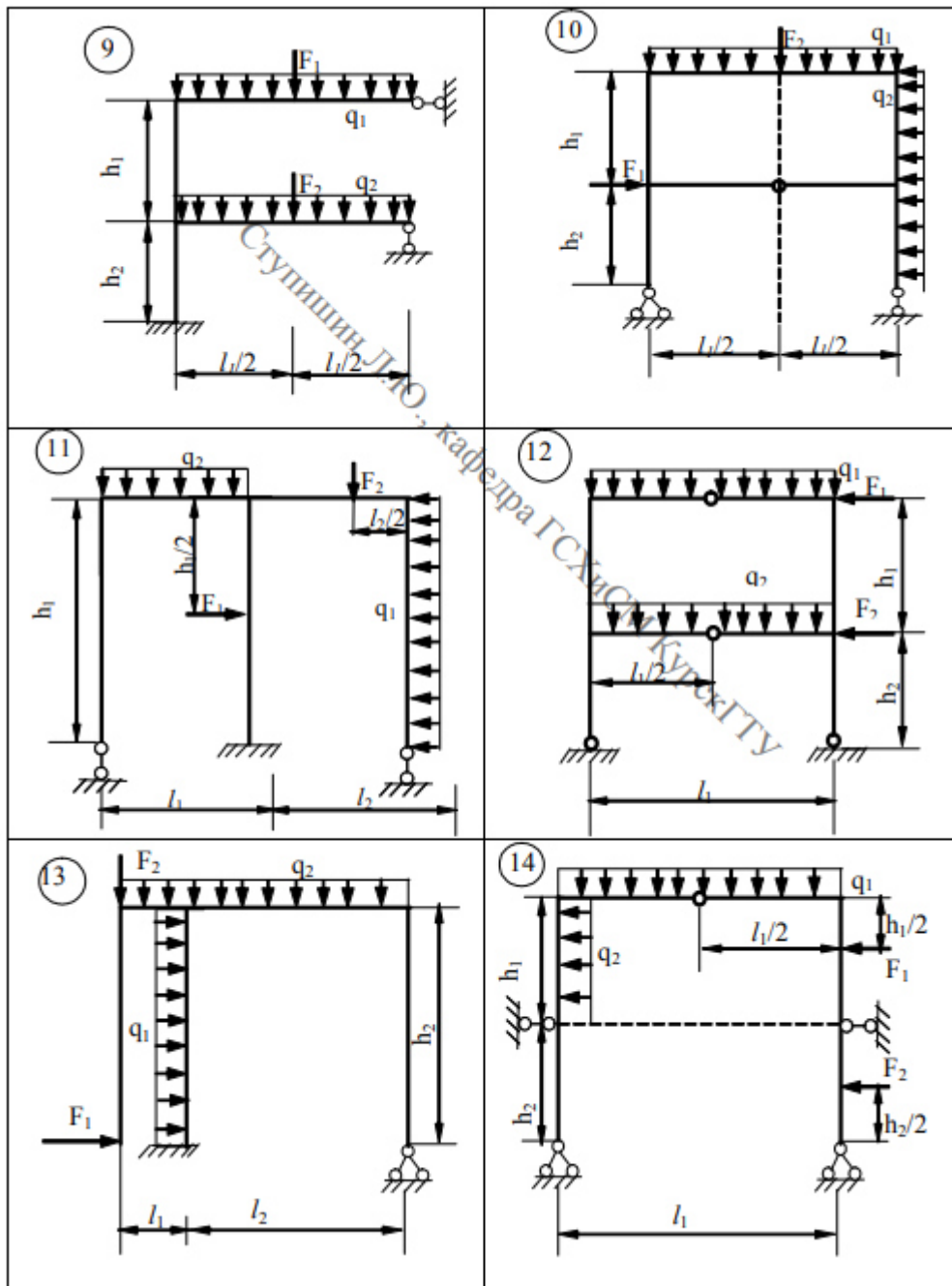
Номер по журналу + шифр группы	$F_1$ кН	$F_2$ кН	$q_1$ кН/м	$q_2$ кН/м	$l_1$ м	$l_2$ м	$h_1$ м	$h_2$ м	$J_1/J_2$
1	10	0	0	4	6	2	1	2	1
2	0	11	1	0	2	3	2	3	2
3	14	0	0	8	3	4	3	4	3
4	0	12	2	0	4	5	4	5	4
5	13	0	0	2	3	6	5	6	5
6	0	13	4	0	2	5	6	5	4
7	12	0	0	6	3	4	3	4	3
8	0	14	3	0	4	3	2	1	2
9	16	0	0	2	3	2	4	4	1
10	0	18	5	0	2	1	4	3	2
11	11	0	0	1	3	2	2	2	1
12	0	16	4	0	4	1	1	1	3
13	14	0	0	2	3	3	3	2	4
14	0	15	3	0	2	4	4	5	5
15	18	0	0	8	3	5	3	4	4
16	0	14	5	0	6	6	5	3	3
17	12	0	0	4	5	7	3	5	2
18	0	12	6	0	4	5	1	2	2
19	16	0	0	3	3	4	3	4	2
20	17	0	0	2	4	6	5	6	5

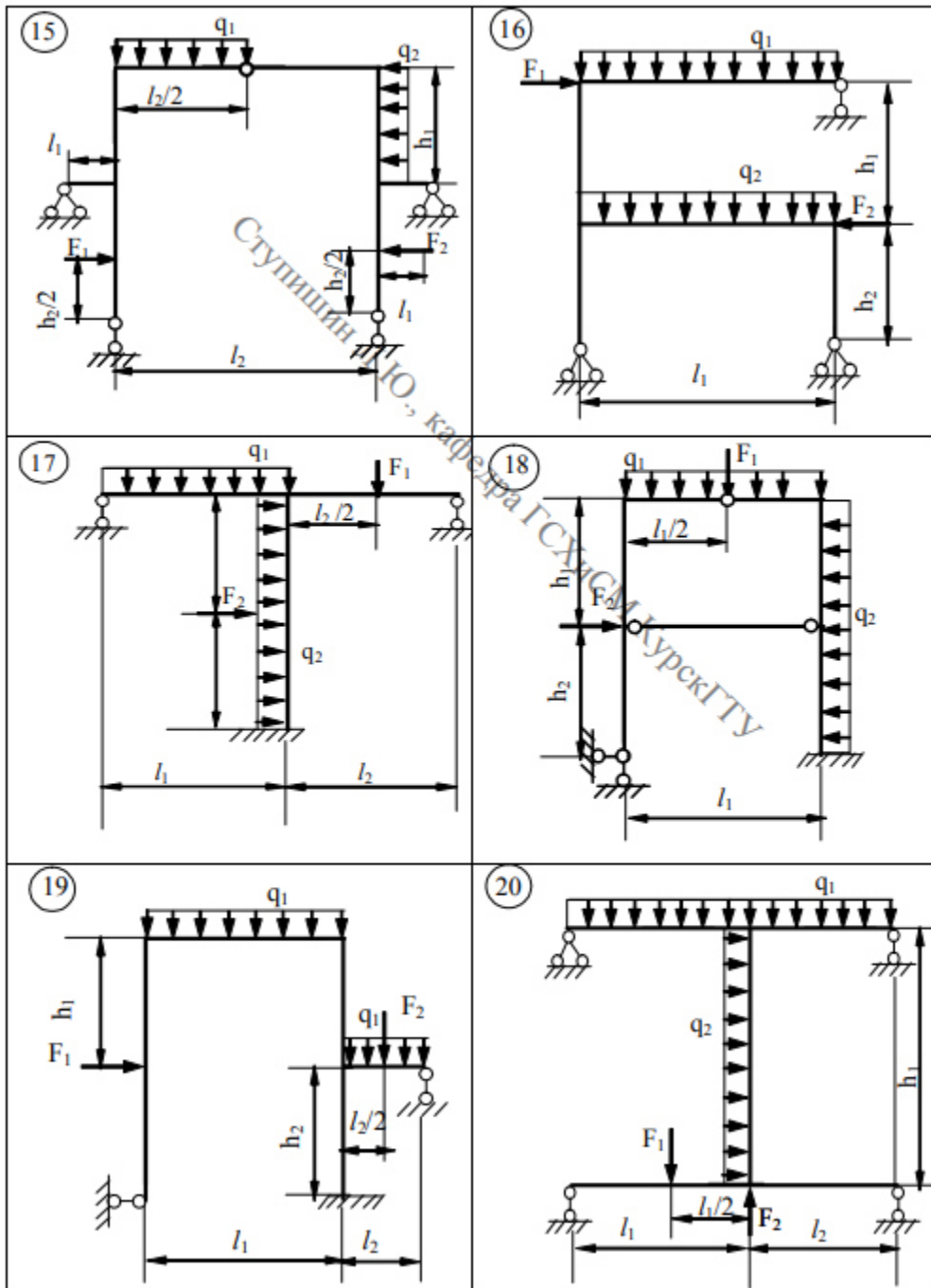
21	0	15	3	0	5	5	6	5	4
22	12	0	0	1	4	4	3	4	3
23	0	16	2	0	3	3	2	1	2
24	16	0	0	2	6	2	4	4	1
25	0	18	4	0	4	3	5	3	2

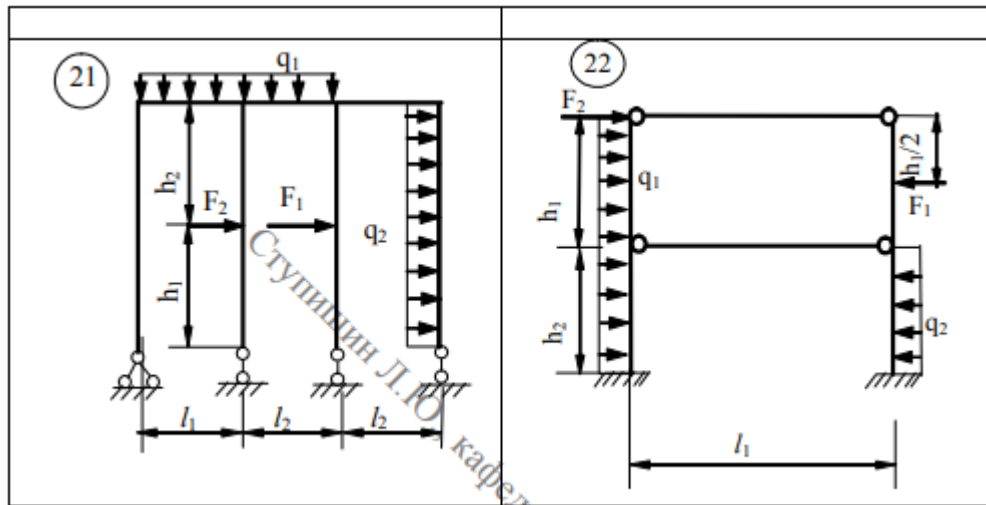












## ЗАДАНИЕ № 5

## РАСЧЕТ НЕРАЗРЕЗНОЙ БАЛКИ

1. С помощью уравнения трех моментов найти опорные моменты и построить эпюры  $M$  и  $Q$  от постоянной нагрузки, распределенной по всей балке. Принять постоянную нагрузку, равной  $q_1$ .
2. Найти фокусные отношения и построить эпюры  $M$  и  $Q$  от последовательного нагружения каждого пролета в отдельности заданной временной нагрузкой.
3. Построить объемлющие эпюры моментов в одном из пролетов балки.

ТАБЛИЦА № 3

Номер по журналу + шифр группы	Длина пролетов, м				Длина консоли, м	Относительные величины моментов инерции для пролетов				Временные нагрузки			
	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_4$		$\frac{J_1}{J_0}$	$\frac{J_2}{J_0}$	$\frac{J_3}{J_0}$	$\frac{J_4}{J_0}$	$q_1$ кН/ м	$q_2$ кН/ м	$F$ кН	$m$ кН· м
1	6	4	6	5	1,8	1,5	1,0	1,5	1,0	1,0	0	10	0
2	6	3	4	5	1,0	2,5	2,0	3,0	1,0	1,0	0	0	2,6
3	3	4	6	6	1,5	1,0	2,0	2,0	1,0	0,8	1,2	0	0
4	6	2	6	3	1,5	1,5	1,0	2,0	1,5	1,0	0	12	0
5	5	6	5	6	1,0	2,0	3,0	3,0	2,0	1,0	2,0	0	0
6	4	6	6	5	1,0	1,0	1,0	1,5	1,5	1,0	0	11	0
7	6	3	5	6	1,0	2,0	1,0	2,0	1,5	1,5	2,0	0	0
8	5	6	3	4	1,5	1,5	1,5	2,0	1,5	1,5	0	0	2,0
9	5	6	6	4	1,5	1,0	2,0	1,2	1,0	1,0	0	13	0
10	6	5	5	6	1,0	0,8	1,2	1,0	1,0	1,0	2,0	0	0
11	5	5	8	7	2,0	1,0	1,0	1,0	1,0	2,0	0	0	2,0
12	4	6	6	5	1,0	0,5	2,0	2,0	2,0	1,0	0	14	0
13	3	6	4	3	2,0	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5	1,0	0	0
14	4	5	5	4	1,6	2,0	1,8	1,0	1,5	0,8	0	16	0
15	5	4	4	3	1,5	1,5	1,5	1,0	1,0	1,5	1,0	0	0
16	6	4	4	5	0,8	0,8	2,0	3,0	0,5	0,5	0	18	0
17	3	6	5	3	0,5	1,0	2,0	1,0	2,0	1,8	1,0	0	0

18	5	6	2	4	2,0	2,5	1,0	2,0	1,5	1,0	0	1,0	0
19	4	5	3	6	1,0	1,0	3,0	1,6	0,8	0,6	1,2	0	0
20	6	4	4	5	1,8	1,5	0,5	3,0	1,0	2,0	0	16	0
21	4	5	4	6	1,0	2,0	1,6	1,0	1,0	1,5	2,0	0	0
22	5	4	3	6	1,2	1,0	2,0	2,0	2,0	1,2	0	0	2,0
23	3	5	3	5	1,5	2,5	2,0	1,5	0,5	1,0	0	14	0
24	6	4	4	6	2,0	2,0	0,5	0,5	2,0	2,0	1,8	0	0
25	3	5	4	6	1,0	1,0	2,0	0,5	1,0	1,5	0	5	0

