

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич

Должность: ректор
образовательное учреждение высшего образования

Дата подписания: 31.05.2023 13:36:21

«Юго-Западный Государственный университет»

Уникальный программный ключ: (ЮЗГУ)

9ba7d3e34c012eba476ffd2d064cf2781953be730df2374d16f3c0ce536f0fc6

Кафедра дизайна и индустрии моды

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

« 16 » 05

2023 г.



**РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТЕЙ И ОКРУГЛЕНИЕ
РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ. ОЦЕНКА ВЕЛИЧИНЫ
СИСТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ**

Методические указания по выполнению практической и
самостоятельной работы

УДК 006.9

Составители: С.В. Ходыревская

Рецензент

Доктор технических наук, доцент *В.В. Куц*

Расчет погрешностей и округление результатов измерений. Оценка величины систематической погрешности: методические указания по выполнению практической и самостоятельной работы / Минобрнауки России, Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: С.В. Ходыревская. – Курск, 2023. – 14 с.:– Библиогр.: с. 14.

Содержат сведения о правилах представления результатов измерений и порядке оценки величин погрешностей. Рассмотрены примеры округления погрешностей и определения величин погрешностей. Приведены задания для самостоятельного выполнения, вопросы для самопроверки и подготовки, а также тест для самоконтроля.

Методические указания предназначены для бакалавров и специалистов всех направлений подготовки и специальностей и для всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.

Усл.печ. л. 0,81. Уч.-изд. л. 0,74.

Тираж 100 экз. Заказ *446* Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы:

Изучить правила представления результатов измерений и приобрести практические навыки округления погрешностей и оценки величины систематической погрешности измерений.

2 Задания для самостоятельного выполнения

Задание 1. Округлить значения абсолютной и относительной погрешностей.

Задание 2. Температура в масляном термостате измеряется образцовым палочным стеклянным термометром и поверяемым парогазовым термометром. Необходимо:

- определить действительное значение температуры;
- определить погрешность поверяемого прибора;
- определить поправку к показаниям прибора;
- оценить относительную погрешность термометра.

3 Краткие теоретические сведения

3.1 Правила представления результатов измерения [1-3]

Любое число состоит из цифр, определяющих количество единиц в различных разрядах числа. Так, в число 312,42 включает 5 цифр, в нем содержится 3 сотни, 1 десяток, 2 единицы, 4 десятых и 2 сотых. Старший разряд – сотни, младший – сотые.

Цифры в числе могут быть значащими и незначащими.

Значащие цифры – это все цифры числа, кроме нулей, стоящих слева. Нули, стоящие в середине или в конце числа (справа) являются значащими, т.к. обозначают отсутствие единиц в соответствующем разряде. При этом цифры множителя 10^n не учитываются.

В таблице 1 представлены примеры определения количества значащих цифр в числах.

В процессе измерения получают измеренное значение величины x и две погрешности: абсолютную ΔX и относительную δ_x . Для того, чтобы снизить погрешности обработки результатов измерений, в погрешностях ΔX и δ_x необходимо ограничить число значащих цифр по следующим правилам.

1. Погрешности измерения должны содержать не более двух (одну или две) значащих цифры.
2. Если первая значащая цифра в абсолютной погрешности

ΔX : «1», «2» или «3», то в погрешности необходимо оставить 2 значащие цифры. Если первая значащая цифра в абсолютной погрешности ΔX : «4», «5», «6», «7», «8» или «9», то в погрешности необходимо оставить 1 значащую цифру.

3. Измеренное значение X должно заканчиваться тем же младшим разрядом, что и абсолютная погрешность ΔX .

4. В относительной погрешности δ_x число значащих цифр ограничивается по тем же правилам, что и в абсолютной погрешности ΔX .

Таблица 1

Примеры определения количества значащих цифр в числах

Число	Количество значащих цифр
0,0001	1
$0,1 \cdot 10^5$	1
0,00010	2
3,1250	5
$0,051 \cdot 10^{-4}$	2
$51,0 \cdot 10^{-4}$	3
51	2

При ограничении числа значащих цифр необходимо использовать операцию округления – отбрасывание значащих цифр справа после определенного разряда с возможным изменением цифры этого разряда.

Существуют следующие правила округления:

1. Если первая из отбрасываемых цифр меньше «5», то цифра предыдущего разряда не изменяется; если – больше «5», то цифра предыдущего разряда увеличивается на единицу.

2. Если отбрасывается несколько цифр и первая из отбрасываемых «5», то цифра предыдущего разряда увеличивается на единицу.

3. Если отбрасывается только одна цифра «5», а за ней нет цифр, то округление производится до ближайшего четного числа (если цифра предыдущего разряда четная, то она не изменяется, если нечетная, то увеличивается на единицу).

4. Округление выполняется сразу до желаемого числа значащих цифр.

Пример 1. Округлить значения абсолютной погрешности: 0,154; 8123; 41,1; 0,956; 0,394.

$0,154 \approx 0,15$: первая значащая цифра погрешности – это «1», поэтому необходимо оставить 2 значащие цифры. Т.к. после второй значащей цифры стоит «4», и ее нужно отбросить, то после отбрасывания «4» цифру предыдущего разряда не изменяем.

$8123 \approx 8 \cdot 10^3$: первая значащая цифра – это «8», поэтому оставляем одну значащую цифру.

$41,1 \approx 4 \cdot 10$: первая значащая цифра – это «4», поэтому оставляем одну значащую цифру.

$0,956 \approx 1,0$: первая значащая цифра – это «9», поэтому оставляем одну значащую цифру. Т.к. все стоящие после нее цифры меньших разрядностей нужно отбросить, а первая из отбрасываемых – «5», то «9» нужно округлить до «10», т.е. значение «0,9» до «1». Т.к. после округления первой значащей цифрой стала «1», то необходимо оставить 2 значащих цифры, т.е. «1,0»,

$0,394 \approx 0,39$: первая значащая цифра погрешности – это «3», поэтому необходимо оставить 2 значащие цифры. Т.к. после второй значащей цифры стоит «4», и ее нужно отбросить, то после отбрасывания «4» цифру предыдущего разряда не изменяем.

3.2 Классификация погрешностей измерений

3.2.1 Погрешность средств измерения и результатов измерения

Погрешности средств измерений – это отклонения метрологических свойств или параметров средств измерений от номинальных, влияющие на погрешности результатов измерений (создающие так называемые инструментальные ошибки измерений) [1].

Погрешность результата измерения – это отклонение результата измерения от действительного (истинного) значения измеряемой величины [3].

3.2.2 Инструментальные и методические погрешности

Методическая погрешность обусловлена несовершенством метода измерений или упрощениями, допущенными при измерениях [2-4]. Она возникает из-за использования

приближенных формул при расчете результата или неправильной методики измерений. Выбор ошибочной методики возможен из-за несоответствия (неадекватности) измеряемой физической величины и ее модели.

Причиной методической погрешности может быть не учитываемое взаимное влияние объекта измерений и измерительных приборов или недостаточная точность такого учета. Например, методическая погрешность возникает при измерениях падения напряжения на участке цепи с помощью вольтметра, так как из-за шунтирующего действия вольтметра измеряемое напряжение уменьшается. Механизм взаимного влияния может быть изучен, а погрешности рассчитаны и учтены.

Инструментальная погрешность обусловлена несовершенством применяемых средств измерений [4, 5]. Причинами ее возникновения являются неточности, допущенные при изготовлении и регулировке приборов, изменение параметров элементов конструкции и схемы вследствие старения. В высокочувствительных приборах могут сильно проявляться их внутренние шумы.

3.2.3 Статическая и динамическая погрешности

Статическая погрешность измерений – это погрешность результата измерений, свойственная условиям статического измерения, то есть при измерении постоянных величин после завершения переходных процессов в элементах приборов и преобразователей [1].

Статическая погрешность средства измерений возникает при измерении с его помощью постоянной величины. Если в паспорте на средства измерений указывают предельные погрешности измерений, определенные в статических условиях, то они не могут характеризовать точность его работы в динамических условиях.

Динамическая погрешность измерений – это погрешность результата измерений, свойственная условиям динамического измерения. Динамическая погрешность появляется при измерении переменных величин и обусловлена инерционными свойствами средств измерений. Динамической погрешностью средства измерений является разность между погрешностью средства измерений в динамических условиях и его статической

погрешностью, соответствующей значению величины в данный момент времени. При разработке или проектировании средства измерений следует учитывать, что увеличение погрешности измерений и запаздывание появления выходного сигнала связаны с изменением условий.

Статические и динамические погрешности относятся к погрешностям результата измерений. В большей части приборов статическая и динамическая погрешности оказываются связаны между собой, поскольку соотношение между этими видами погрешностей зависит от характеристик прибора и характерного времени изменения величины.

3.2.4 Систематическая и случайная погрешности

Систематическая погрешность измерения – это составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же физической величины. Систематические погрешности являются в общем случае функцией измеряемой величины, влияющих величин (температуры, влажности, напряжения питания и пр.) и времени. В функции измеряемой величины систематические погрешности входят при поверке и аттестации образцовых приборов.

Причинами возникновения систематических составляющих погрешности измерения являются [5]:

- отклонение параметров реального средства измерений от расчетных значений, предусмотренных схемой;
- неуравновешенность некоторых деталей средства измерений относительно их оси вращения, приводящая к дополнительному повороту за счет зазоров, имеющих в механизме;
- упругая деформация деталей средства измерений, имеющих малую жесткость, приводящая к дополнительным перемещениям;
- погрешность градуировки или небольшой сдвиг шкалы;
- неточность подгонки шунта или добавочного сопротивления, неточность образцовой измерительной катушки сопротивления;
- неравномерный износ направляющих устройств для

базирования измеряемых деталей;

- износ рабочих поверхностей, деталей средства измерений, с помощью которых осуществляется контакт звеньев механизма;
- усталостные измерения упругих свойств деталей, а также их естественное старение;
- неисправности средства измерений.

Случайной погрешностью называют составляющие погрешности измерений, изменяющиеся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины. Случайные погрешности определяются совместным действием ряда причин: внутренними шумами элементов электронных схем, наводками на входные цепи средств измерений, пульсацией постоянного питающего напряжения, дискретностью счета.

3.2.5 Погрешности адекватности и градуировки [5]

Погрешность градуировки средства измерений – это погрешность действительного значения величины, приписанного той или иной отметке шкалы средства измерений в результате градуировки.

Погрешностью адекватности модели называют погрешность при выборе функциональной зависимости. Характерным примером может служить построение линейной зависимости по данным, которые лучше описываются степенным рядом с малыми нелинейными членами.

Погрешность адекватности относится к измерениям для проверки модели. Если зависимость параметра состояния от уровней входного фактора задана при моделировании объекта достаточно точно, то погрешность адекватности оказывается минимальной. Эта погрешность может зависеть от динамического диапазона измерений, например, если однофакторная зависимость задана при моделировании параболой, то в небольшом диапазоне она будет мало отличаться от экспоненциальной зависимости. Если диапазон измерений увеличить, то погрешность адекватности сильно возрастет.

3.2.6 Абсолютная, относительная и приведенная погрешности

Абсолютная погрешность – это алгебраическая разность

между измеренным (полученным) и действительным (номинальным) значениями измеряемой величины. Абсолютная погрешность измеряется в тех же единицах измерения, что и сама величина, в расчетах её принято обозначать греческой буквой Δ . На рисунке 1 ΔX и ΔY – абсолютные погрешности.

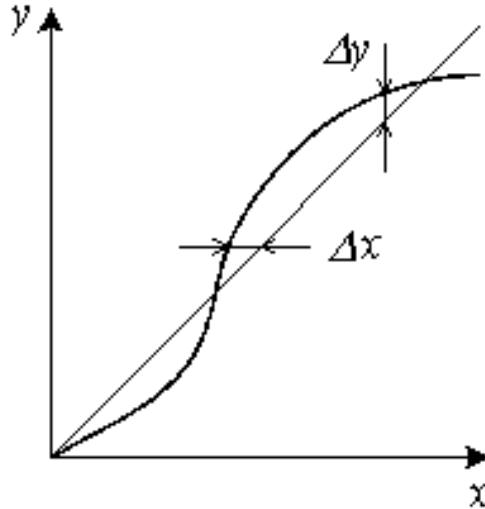


Рисунок 1 – Абсолютные погрешности измеряемых величин

Абсолютная погрешность ΔX определяется по формуле:

$$\Delta X = X - X_n, \quad (1)$$

где ΔX – абсолютная погрешность; X – измеренное (полученное) значение измеряемой величины; X_n – действительное (номинальное) значение измеряемой величины.

Относительная погрешность – это отношение абсолютной погрешности к тому значению, которое принимается за истинное. Относительная погрешность является безразмерной величиной, либо измеряется в процентах, в расчетах обозначается буквой δ :

$$\delta_x = \left| \frac{\Delta X}{X_n} \right|. \quad (2)$$

Приведённая погрешность – это погрешность, выраженная отношением абсолютной погрешности средства измерений к условно принятому значению величины, постоянному во всем диапазоне измерений или в части диапазона. Вычисляется по формуле:

$$\delta_{np} = \left| \frac{\Delta X}{X_n} \right|, \quad (3)$$

где X_n – нормирующее значение, которое зависит от типа шкалы

измерительного прибора и определяется по его градуировке:

– если шкала прибора односторонняя и нижний предел измерений равен нулю (например, диапазон измерений $0...100$), то X_H определяется равным верхнему пределу измерений ($X_H=100$);

– если шкала прибора односторонняя, нижний предел измерений больше нуля, то X_H определяется как разность между максимальным и минимальным значениями диапазона (для прибора с диапазоном измерений $30...100$, $X_H = X_{\max} - X_{\min} = 100 - 30 = 70$);

– если шкала прибора двухсторонняя, то нормирующее значение равно ширине диапазона измерений прибора (диапазон измерений $-50 ... +50$, $X_H = 100$).

Приведённая погрешность является безразмерной величиной, либо измеряется в процентах.

3.2.7 Аддитивные и мультипликативные погрешности

Аддитивной погрешностью называется погрешность, постоянная в каждой точке шкалы (рис. 2а).

Мультипликативной погрешностью называется погрешность, линейно возрастающая или убывающая с ростом измеряемой величины (рис. 2б).

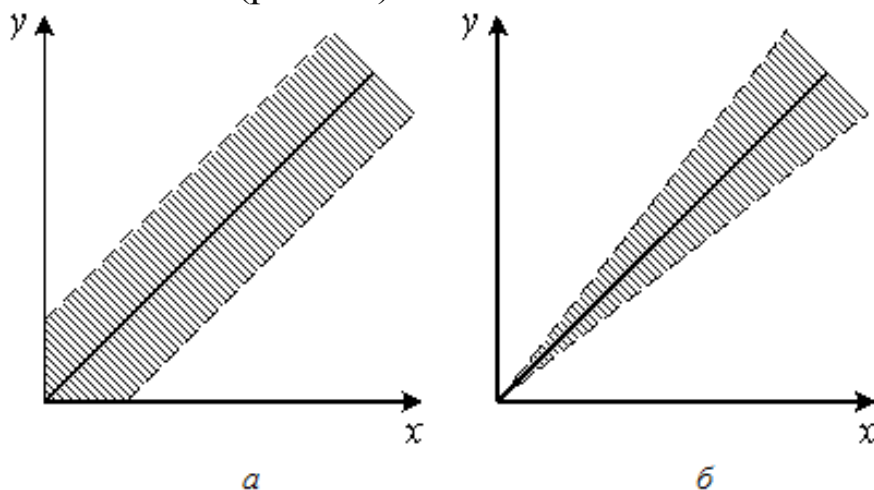


Рисунок 2 – Погрешности измерений:

а) аддитивная погрешность; б) мультипликативная погрешность

Если абсолютная погрешность не зависит от значения измеряемой величины, то полоса определяется аддитивной погрешностью. Иногда аддитивную погрешность называют погрешностью нуля.

Если постоянной величиной является относительная погрешность, то полоса погрешностей меняется в пределах диапазона измерений и погрешность называется мультипликативной. Ярким примером аддитивной погрешности является погрешность квантования (оцифровки).

Пример 2. При поверке СИ номинального размера 200 у.е. получено значение 200,0005 у.е. Необходимо:

- определить действительное значение измеряемой величины;
- определить погрешность поверяемого СИ;
- определить поправку к показаниям СИ;
- оценить относительную погрешность СИ.

1. Действительное значение – это номинальное значение, т.е. 200 у.е.

2. Погрешность (абсолютная погрешность) поверяемого СИ:

$$\Delta X = 200,0005 \text{ у.е.} - 200 \text{ у.е.} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ у.е.}$$

3. Поправка к показаниям СИ – это абсолютная погрешность измерения, взятая с обратным знаком:

$$\nabla X = -\Delta X = -0,5 \cdot 10^{-3} \text{ у.е.}$$

4. Относительная погрешность СИ:

$$\delta_x = \left| \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \text{ у.е.}}{200 \text{ у.е.}} \right| \cdot 100\% \approx 2,5 \cdot 10^{-6}\%$$

Вопросы для самопроверки и подготовки

1. Сформулируйте правила представления результатов измерения.

2. Что такое погрешность средств измерений?

3. Как классифицируются погрешности измерений?

4. Раскройте понятие «методическая погрешность».

5. Раскройте понятие «инструментальная погрешность».

6. Раскройте понятие «статическая погрешность измерений».

7. Раскройте понятие «динамическая погрешность измерений».

8. В чем отличие систематической и случайной погрешностей?

9. Взаимосвязь абсолютной, относительной и приведенной погрешностей.

10. Особенности определения аддитивных и мультипликативных погрешностей.

Тест для самоконтроля

1. Погрешностью измерения называется
 - а) оценка отклонения измеренного значения величины от её истинного значения
 - б) оценка отклонения измеренного значения величины от её математического ожидания
 - в) завышенное значение измеряемой величины
 - г) оценка отклонения рассчитанного значения величины от её истинного значения
 - д) заниженное значение измеряемой величины
2. Погрешность измерения
 - а) Разность показаний прибора в единицу времени
 - б) Суммарное значение приведенной погрешности
 - с) Отклонение результата от истинного значения измеряемой величины
 - д) Погрешность средств измерений, используемых в нормальных условиях
3. Абсолютная погрешность измерительного прибора
 - а) Сумма относительной и допустимой погрешности
 - б) Разность между показанием прибора и истинным значением величины
 - с) Погрешность измерения, выраженная в единицу измерения
 - д) Отношение погрешности прибора к нормирующему значению
4. Погрешность, обусловленная несовершенством приемов использования средств измерений, некорректностью расчетных формул, неверным округлением результатов считается:
 - а) методической
 - б) приведенной
 - в) инструментальной
 - г) грубой
 - д) субъективной
 - е) систематической
5. Погрешность, обусловленная разностью между значением величины, полученным в процессе измерений, и настоящим (действительным) значением данной величины считается:
 - а) абсолютной;
 - б) приведенной;
 - в) инструментальной;
 - г) относительной.

6 Систематическая погрешность это:

а) составная часть всей погрешности результата измерения, не изменяющаяся или изменяющаяся закономерно при многократных измерениях одной и той же величины

б) отношение абсолютной погрешности к истинному или измеренному значению измеряемой величины

в) отношение абсолютной погрешности к нормирующему значению измеряемой величины

г) погрешность, обусловленная разностью между значением величины, полученным в процессе измерений, и настоящим (действительным) значением данной величины

д) разница между абсолютной и относительной погрешностью

7 Случайная погрешность это:

а) составная часть погрешности результата измерения, изменяющаяся случайно, незакономерно при проведении повторных измерений одной и той же величины

б) отношение абсолютной погрешности к истинному или измеренному значению измеряемой величины

в) отношение абсолютной погрешности к нормирующему значению измеряемой величины

г) погрешность, обусловленная разностью между значением величины, полученным в процессе измерений, и настоящим (действительным) значением данной величины

д) составная часть всей погрешности результата измерения, не изменяющаяся или изменяющаяся закономерно при многократных измерениях одной и той же величины.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Волхонов, В. И. Метрология, стандартизация и сертификация : учебное пособие / В. И. Волхонов, Е. И. Шклярова. - Москва : Альтаир-МГАВТ, 2011. - 246 с. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=430004>. – Режим доступа: по подписке. – Текст : электронный.
2. Червяков, В. М. Метрология, стандартизация и сертификация : учебное пособие / В. М. Червяков, А. О. Пилягина, П. А. Галкин. - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. - 113 с. – URL : <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444677>. – Режим доступа: по подписке. – Текст : электронный.
3. Основы стандартизации, метрологии и сертификации : учебник / Ю. П. Зубков, Ю. Н. Берновский, А. Г. Зекунов и др. ; ред. В. М. Мишин. – Москва : Юнити, 2015. – 447 с. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=117687>. – Режим доступа: по подписке. – Текст : электронный.
4. Сергеев, А. Г. Метрология, стандартизация и сертификация : учебник / А. Г. Сергеев, В. В. Терегеря. - М. : Юрайт, 2013. - 820 с. - (Основы наук). - Текст : непосредственный.
5. Сидняев, Н. И. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / Н. И. Сидняев. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 219 с.